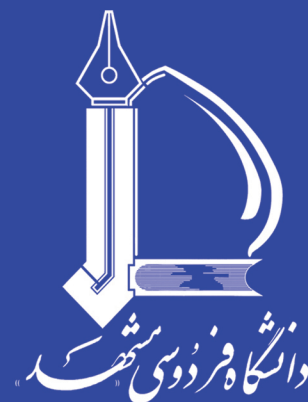


ISSN 2008 - 918X



نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

فصلنامه علمی

شماره پیاپی ۳۰

۱ تحلیل ارتعاشات آزاد صفحه ساندویچ پانل با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت و هسته انعطاف-پذیر با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی
محمد هروی - محمد مهدی خطیبی - علیرضا آلبویه

۱۹ ارزیابی سامانه یکپارچه انرژی خورشیدی و زمین-گرمایی برای تولید همزمان توان، گرما و سرمایش
امین کاردگر

۳۵ بررسی تأثیر مواد تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی در ساختمان‌های امدادی پیش‌ساخته سبکوزن
علی امیری جاغرق - امیر یاری‌نژاد

۵۳ بررسی عددی جابه‌جایی اجباری در یک میکروکانال با وجود شرط لغزش و در حضور نانوسیال
افشین احمدی ندوشن - داریوش بهرامی - مرتضی بیاره

۶۵ آنالیز پایداری دینامیکی ورق میندلین مستطیلی در تماس با سیال تحت عبور جسم‌های صلب نوسان‌کننده
مهران قمشی بزرگ

۸۹ توسعه مدل عددی میله سوخت مجازی تحت شبکه‌های نگهدارنده و قیدهای انتهایی به کمک تحلیل تجربی مودال
رضا امیریان - غلامرضا زارعپور - منصور طالبی

سال ۳۴، شماره ۴

زمستان ۱۴۰۱

هیئت تحریریه:

دانشیار، دانشگاه آرام آی تی، استرالیا	دکتر اکبر آفاقی خطیبی
دانشیار، دانشگاه استرالیای جنوبی، استرالیا	دکتر کاظم ابهری
استاد، دانشگاه آرام آی تی، استرالیا	دکتر علی اکبر اکبرزاده
استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا	دکتر مسعود برومند
دانشیار، دانشگاه سوانزی، انگلستان	دکتر حامد حداد خداپرست
استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک	دکتر سید محمد رضا خلیلی
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر احسان روحی
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر محمود شریعتی
استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک	دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر مسعود طهانی
استاد، دانشگاه کالیفرنیا، گروه بیومکانیک سلول مولکولی، آمریکا	دکتر محمد رضا کاظم پور مفرد
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر مهران کدخدایان
دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر حمید معین فرد
استاد، دانشگاه نیوکاسل، استرالیا	دکتر بهداد مقتدری
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر محمد رضا مه پیکر
استاد، دانشگاه کنسا مریتا، آمریکا	دکتر سیمین ناصری
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر حمید نیازمند

ویراستار: الهام دهقان

ویرایش و صفحه آرایی: سیده عاطفه نوعی

کارشناس نشریه: تکتم هوشمند

نشانی: مشهد - دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

دورنگار: ۰۵۱-۳۸۷۶۳۳۰۱

تلفن: ۰۵۱-۳۸۸۰۶۰۲۴

وب سایت: <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

پست الکترونیکی: mechanic-ferdowsi@um.ac.ir

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹

نمایه شده در پایگاه‌های معتبر: EBSCO, Magiran, SID, ISC

فهرست مطالب

۱	محمد هروی - محمد مهدی خطیبی علیرضا آلبویه	تحلیل ارتعاشات آزاد صفحه ساندویچ پانل با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت و هسته انعطاف پذیر با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی
۱۹	امین کاردگر	ارزیابی سامانه یکپارچه انرژی خورشیدی و زمین گرمایی برای تولید همزمان توان، گرما و سرمایش
۳۵	علی امیری جاغرق - امیر یاری نژاد	بررسی تأثیر مواد تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی در ساختمان های امدادی پیش ساخته سبک وزن
۵۳	افشین احمدی ندوشن - داریوش بهرامی مرتضی بیاره	بررسی عددی جابه جایی اجباری در یک میکروکانال با وجود شرط لغزش و در حضور نانوسیال
۶۵	مهران قمشی بزرگ	آنالیز پایداری دینامیکی ورق میندلین مستطیلی در تماس با سیال تحت عبور جسم های صلب نوسان کننده
۸۹	رضا امیریان - غلامرضا زارع پور - منصور طالبی	توسعه مدل عددی میله سوخت مجازی تحت شبکه های نگهدارنده و قیدهای انتهایی به کمک تحلیل تجربی مودال

Free Vibration Analysis of Sandwich Panel Plate with FML Face Sheet and Flexible Core using Third-Order Shear Deformation Theory

Research Article

Mohammad Heravi¹, Mohammad Mahdi Khatibi², Alireza Albooyeh³DOI: [10.22067/jacsm.2022.76843.1122](https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.76843.1122)

1. Introduction

One of the practical factors in the design of structures is low weight and high mechanical properties in various industries. Sandwich composites can improve the challenges of weight reduction and high mechanical strength applications in aerospace, marine, automotive, and architecture industries.

This study investigated the free vibration of sandwich panel with first shear theory for the thin top-bottom face sheets and third shear deformation theory for thick soft-core. After validating the equations of motion and obtaining the free vibration parameters, the effects of design parameters, thickness core to top face sheet ratio, length to thickness ratio, and volume fraction of fiber-metal composite are investigated.

2. Equation of motion

In order to derive the governing equations of motion for free vibration analysis of sandwich panel plate, first shear deformation theory for upper-bottom face sheets are used. Based on the Mindlin-Reissner theory, the components of displacement field are:

$$\begin{cases} u^{t,b}(x, y, z, T) = u_0^{t,b}(x, y, T) + z_{t,b} u_1^{t,b}(x, y, T) \\ v^{t,b}(x, y, z, T) = v_0^{t,b}(x, y, T) + z_{t,b} v_1^{t,b}(x, y, T) \\ w^{t,b}(x, y, z, T) = w_0^{t,b}(x, y, T) \end{cases} \quad (1)$$

In Equation 1, $u^{t,b}$, $v^{t,b}$ and $w^{t,b}$ are the components of displacement in x, y and z direction, respectively; $u_0^{t,b}$, $v_0^{t,b}$ and $w_0^{t,b}$ are translational components, and $u_1^{t,b}$, $v_1^{t,b}$ are rotational ones.

The displacement components u^c , v^c and w^c of a generic point in the core are related to the mid surface displacement u_0^c , v_0^c and w_0^c by:

In Equation 2, u_1^c , v_1^c and w_1^c functions are rotational; the parameters u_2^c , u_3^c , v_2^c , v_3^c , w_2^c and w_3^c are Taylor series high-order sentences.

Compatibility conditions between face sheets and soft core have been established. Therefore, the mentioned

conditions have reduced independent variables from 22 to 16.

$$\begin{cases} u^c(x, y, z, T) = u_0^c(x, y, T) + z u_1^c(x, y, T) \\ + z^2 u_2^c(x, y, T) + z^3 u_3^c(x, y, T) \\ v^c(x, y, z, T) = v_0^c(x, y, T) + z v_1^c(x, y, T) \\ + z^2 v_2^c(x, y, T) + z^3 v_3^c(x, y, T) \\ w^c(x, y, z, T) = w_0^c(x, y, T) + z w_1^c(x, y, T) \\ + z^2 w_2^c(x, y, T) + z^3 w_3^c(x, y, T) \end{cases} \quad (2)$$

3. Free vibration solution

For solving the governing equations the assumed mode was used. In this method, the response is considered a two-dimensional Fourier series form in a harmonic time function with unknown coefficients. The responses functions should satisfy geometric boundary conditions of the problem; so the responses can be expressed as Equation 3.

$$\begin{bmatrix} u_0^i \\ v_0^i \\ w_0^i \\ u_1^i \\ v_1^i \\ u_f^i \\ v_f^i \\ w_f^i \end{bmatrix} = e^{-i\omega t} * \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} U_{0mn}^i \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{0mn}^i \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{0mn}^i \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ U_{1mn}^i \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{1mn}^i \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ U_{fmn}^i \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{fmn}^i \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{fmn}^i \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{m\pi}{a} \quad \beta = \frac{n\pi}{b}$$

where m and n are the wave numbers in the direction of x and y respectively and $U_{0,1}^{t,b}$, $V_{0,1}^{t,b}$, $W_{0,1}^{t,b}$, $U_{2,3}^c$, $V_{2,3}^c$ and $W_{2,3}^c$ shows the variables coefficients of the Fourier series. By substituting Equation 3 in the equations of motion, problem converts to the Eigen

*Manuscript received: June 5, 2022, Revised, July 27, 2022, Accepted, November 26, 2022.

¹ PhD Candidate, Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

² Corresponding author. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

Email: mmkhatibi@semnan.ac.ir

³ Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Damghan University, Damghan, Iran.

value problem (Equation 4).

In Equation 4, $[M]$ and $[K]$ are mass and stiffness matrices, respectively.

$$[K] - [M]\omega^2 \{\chi\} = 0 \quad (4)$$

$$\{\chi\} = [U_0^t, V_0^t, W_0^t, U_0^b, V_0^b, W_0^b, U_1^t, V_1^t, U_1^b, V_1^b, U_2^t, V_2^t, W_2^t, U_3^t, V_3^t, W_3^t]^T$$

4. Numerical results

In this part, first, the accuracy of the dimensionless natural frequency obtained from the proposed equations were studied. Then, the effect of volume fraction of aluminum layer, length to total thickness ratio, and core-to-face sheet thickness ratio was studied.

Table 1. Comparison of dimensionless natural frequency of sandwich panel (0/90/core/0/90), $a/b=1$ and $a/h=10$

hc/ht	present	[23]	err. (%)	[24]	err. (%)	[25]	err. (%)
10	1.85	1.85	0.00	1.84	0.54	1.84	0.54
20	2.15	2.13	0.94	2.13	0.94	2.13	0.939
30	2.35	2.33	0.86	2.33	0.86	2.33	0.86
40	2.49	2.47	0.81	2.46	1.22	2.47	0.81
50	2.58	2.56	0.78	2.56	0.78	2.56	0.78
Avg.			0.68		0.87		0.79

Table 2. Comparison of the first dimensionless natural frequency of square sandwich panel with lay-up AL/- θ /0/Core/0/- θ /AL, $hc/ht=10$ and $a/h=10$

Material	v_c	θ	
		$\pi/6$	$\pi/4$
GLAR	1	14.63	15.60
	0.9	15.81	17.47
	0.8	16.28	18.05
	0.7	16.43	18.23
	0.6	16.43	18.24
	0.5	16.39	18.18
	0.4	16.39	18.15
	0.3	16.47	18.19
	0.2	16.67	18.35
	0.1	17.02	18.65
CARAL	1	15.61	17.69
	0.9	17.26	19.17
	0.8	18.14	20.12
	0.7	18.57	20.69
	0.6	18.73	20.97
	0.5	18.71	21.02
	0.4	18.59	20.92
	0.3	18.45	20.71
	0.2	18.34	20.46
	0.1	18.30	20.20

For validating, the proposed equations with different conditions were compared with the results of other analytical and numerical researches. Table 1 demonstrates that the results of the first natural frequency for the core-

to-face sheet thickness ratio differs 1% from the results of the exact solution.

Table 2 shows the first dimensionless natural frequencies for volume fraction of two materials GLAR and CARAL with two different directions of lay-up. The results show that the frequency of CARAL material has the highest amount for angle of 45 degree and volume fraction in 0.5.

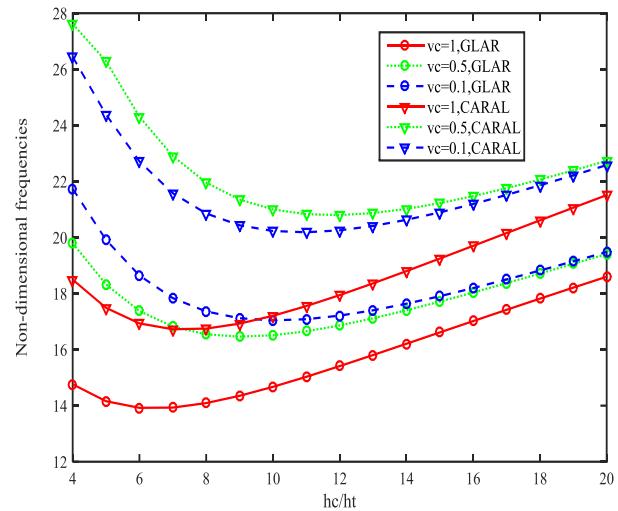


Figure 1. Comparison of the first dimensionless natural frequency for a square sandwich panel with respect to thickness ratio of the core to the top face sheet, the effective volume fraction of the composite and $a/h=10$

Figure 1 shows the dimensionless natural frequency for the thickness of the core to the top face sheet ratio with volume fraction 1, 0.5 and 0.1 for two types of materials of GLAR and CARAL. It is clear that the dimensionless natural frequency of AL/Carbon hybrid (CARAL) has higher value because of carbon stiffness.

5. Conclusion

This study investigated the free vibration of a sandwich panel with metal/composite hybrid face sheets reinforced carbon and glass fibres and a soft core under simply-support boundary conditions. The obtained results from analytical solution revealed that FML with lay-up AL/-45/45/core/45/-45/AL and volume fraction 0.5 has higher natural frequency in comparison with other angles and volume fractions. By increasing the thickness of the softcore to the face sheet and the ratio of the length sandwich panel to total thickness, the effect of the aluminium layer decreases.



تحلیل ارتعاشات آزاد صفحه ساندویچ پانل با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت و هسته انعطاف پذیر با استفاده از تئوری

مرتبۀ سوم برشی*

مقاله پژوهشی

محمد هروی^(۱) محمد مهدی خطیبی^(۲) علیرضا آلبویه^(۳)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.77054.1123

چکیده در این مقاله ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت تقویت شده با الیاف کربن و شیشه و هسته نرم دارای تکیه گاه ساده مورد بررسی قرار گرفته است. برای استخراج معادلات حاکم، از تئوری مرتبه بالای چندلایه و اصل همپلتون برای ورق ساندویچی مستطیلی با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت و با فرض اتصال کامل رویه به هسته نرم و همچنین با فرض جابه جایی خطی استفاده شده است. پس از مقایسه و تصدیق نتایج تحقیق حاضر با نتایج تحقیقات مشابه موجود و اطمینان از صحت معادلات استخراج شده، اثرات حجم مؤثر لایه فلز و کامپوزیت با لایه چینی زاویه ای، پارامترهای هندسی نسبت طول به ضخامت و ضخامت هسته به رویه، طول به عرض و لایه چینی (۹۰ و ۰) و (۴۵ و -۴۵) برای دو جنس الیاف شیشه و کربن هیبرید شده با آلومینیوم AL 2024 T3 مورد بررسی قرار گرفت. نتایج ارتعاشات آزاد نشان داد، هیبرید کربن/آلومینیوم در نسبت حجم مؤثر کامپوزیت (V_c) برابر با ۰/۵، بیشترین مقدار فرکانس طبیعی را در لایه چینی AL/-45/45/core/45/-45/AL در پنج مود اول داشته است و همچنین با افزایش ضخامت هسته به رویه و نسبت طول به ضخامت کل، اثر لایه آلومینیوم کاهش می یابد.

واژه های کلیدی ساندویچ پانل، هیبرید فلز/کامپوزیت، تئوری مرتبه بالای چندلایه، لایه چینی زاویه ای، حجم مؤثر کامپوزیت.

Free Vibration Analysis of Sandwich Panel Plate with FML Face Sheet and Flexible Core Using Third-Order Shear Deformation Theory

Mohammad Heravi

Mohammad Mahdi Khatibi

Alireza Albooyeh

Abstract This paper investigates the free vibrations of a sandwich panel with metal/composite hybrid face sheets reinforced with carbon and glass fibers and a soft core with simply-support boundary conditions. To derive the governing equations, with third shear deformation theory (TSDT) of multilayers and Hamilton's principle have been used for a rectangular sandwich panel with a metal/composite hybrid top and bottom face sheets. It is assumed full connection of the face sheets to the softcore and linear displacement. After comparing the results of the present research with similar and ensuring the correctness of the extracted equations, the parameters effective, volume fraction metal layer and composite with angular layering, the ratio of length to thickness and thickness of the core to the face sheet, length sandwich panel to width and the layup (0,90) and (45, -45) for two types of glass and carbon fibers hybridized with AL 2024 T3 aluminium investigated. The results showed that the carbon/aluminium hybrid with the volume of the composite (V_c) equal to 0.5 has the highest natural frequency value in the first five mode shapes with layup AL/-45/45/core/45/-45/AL. Also, by increasing the thickness of the softcore to the surface and the ratio of length sandwich panel to total thickness, the effect of the aluminium layer decreases.

Key Words Sandwich Panel, Metal/Composite Hybrid (FML), Third-Order Shear Deformation Theory, Angle-ply Laminate, Volume Fraction Laminate

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۳/۱۵ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۹/۲۸ می باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

(۳) دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه دامغان، دامغان، ایران.

مقدمه

یکی از فاکتورهای مهم کاربردی، طراحی سازه‌هایی با وزن کم و خواص مکانیکی بالا در صنایع مختلف می‌باشد. از مهم‌ترین ساختارها برای دستیابی به چنین هدفی، سازه‌های ساندویچ پانل می‌باشند. ساختارهای ساندویچ پانلی از دو رویه و یک یا چند هسته تشکیل شده‌اند که معمولاً از کامپوزیت‌ها، فلزات و یا هیبرید فلز/کامپوزیت با سفتی بالا برای رویه استفاده می‌شود. قابل ذکر است که کامپوزیت‌های ساندویچی مورد بحث، چالش‌های کاهش وزن و استحکام مکانیکی بالا در کاربردهای مختلف مانند هوافضا، دریایی، خودرو و معماری را بهبود بخشیده‌اند [1,2]. طی چند دهه گذشته تحقیقات متعددی برای ارزیابی دقیق ارتعاشات ساندویچ پانل‌ها انجام شده است. پاسخ ارتعاشی صفحات هیبرید فلز/کامپوزیت منجر به توسعه نظریه‌ها و روش‌های تحلیلی مختلف شده است. این نظریه‌ها، مبتنی بر روش کلاسیک، جابه‌جایی مرتبه اول برشی و جابه‌جایی با مرتبه بالاتر می‌باشند. در ادامه تعدادی از مقالات در حوزه ساندویچ پانل و صفحات هیبریدی بررسی شده است.

کاتریا و پاندا [3] فرکانس طبیعی و خیز صفحه دو انحنای ساندویچ پانل با رویه کامپوزیت و هسته فوم ساده را بررسی کردند. این مطالعه با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و حل از طریق اجزای محدود انجام شده است. در تحقیقی دیگر رانی و لال [4] با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی، ارتعاشات آزاد ورق ساندویچ پانل با رویه کامپوزیت و هسته، مواد همگن را از تکنیک چیشف (Chebeshv) (سه ریشه اول) برای شرایط مرزی آزاد، ساده و گیردار بررسی کردند. ایشان نشان دادند با افزایش نسبت ضخامت هسته به رویه در شرط مرزی گیردار، فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد.

لیوانی و همکارانش [5] با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته و فرض اتصال کامل رویه به هسته، ارتعاشات آزاد استوانه ساندویچ پانل با رویه کامپوزیت و هسته نرم را بررسی کردند. در این تحقیق، شرایط مرزی به‌صورت گیردار-آزاد و ساده در نظر گرفته شده است. نتایج نشان داد، با افزایش ضخامت هسته در زاویه ۰ تا ۴۰ درجه، فرکانس طبیعی افزایش و در زاویه ۴۰ تا ۹۰ درجه، فرکانس کاهش یافته است. در مطالعه‌ای دیگر نصیحت‌گذار و خلیلی [6] ارتعاشات آزاد صفحه مستطیلی ساندویچ پانل با هسته فوم ساده و رویه کامپوزیت را با استفاده

از تئوری مرتبه بالای برشی بررسی کردند. در این تحقیق، مسئله با استفاده از روش تفاضلات مربعی (DQM) در حالت سه‌بعدی و شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار گرفت. آنها نشان دادند، افزایش ضخامت هسته و شرط مرزی گیردار باعث افزایش فرکانس طبیعی می‌شود.

قدس بین جهرمی و حاتمی [7] ضربه سرعت‌پایین را بر استوانه‌ای از جنس لوله فلزی آلومینیوم در زوایای مختلف بررسی کردند؛ این مطالعه با استفاده از حل عددی (آباکوس) انجام شده است. در تحقیقی دیگر حاتمی و شریعتی [8] استوانه فولادی را تحت بارگذاری چرخشی محوری (axial cyclic loading) به‌صورت تجربی و عددی در نرم‌افزار آباکوس بررسی کردند، حل عددی در مدل پوسته همسانگرد، غیر خطی و کرنش پلاستیک با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی داشته است. حاتمی و همکاران [9] صفحات نازک را با استفاده از پرتابه‌های کروی آلومینیومی مورد آزمایش ضربه سرعت‌بالا قرار دادند و مواردی همچون قطر پرتابه، سرعت ضربه و ضخامت ورق را بررسی کردند.

ژای و همکارانش [10] خواص دینامیکی صفحه دو انحنای ساندویچ پانل با رویه کامپوزیت و دو هسته ساده از جنس ویسکوالاستیک را با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و تکنیک ناویر بررسی کردند. در تحقیقی دیگر ملک‌زاده فرد و همکاران [11] بررسی تحلیلی ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق ساندویچی انحنادار با لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها و هسته از جنس فوم با شرط مرزی تکیه‌گاهی ساده را با اعمال بار خمشی استاتیکی بررسی کردند. در این تحقیق، معادلات با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته و اصل همپلتون برای اولین بار استخراج شد.

لوپاتین و مروزو [12] فرکانس اساسی صفحه ساندویچ پانل تحت اثر جرم در مرکز را با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و حل ریلی ریتز بررسی کردند. در این تحقیق رویه از جنس کامپوزیت و هسته فوم ساده بود. اسزکرینیس [13] خیز صفحه دو انحنای ساندویچ پانل با رویه مواد همگن و دو هسته از جنس فوم را با استفاده از تکنیک نیمه‌لایه و مقایسه تئوری مرتبه اول برشی، مرتبه دوم برشی و مرتبه سوم برشی بررسی کرده است. رفتار ارتعاشی سازه‌های هیبریدی یکی از مواردی است که قابلیت بررسی بیشتری دارد. بنابراین راویشانکار و همکاران [14] ارتعاشات آزاد تیرهای هیبرید فلز/کامپوزیت (Fiber metal

سازه، از تئوری مرتبه اول برشی برای رویه به دلیل ضخامت کم و تئوری مرتبه سوم برشی برای هسته به دلیل ضخامت قابل توجه استفاده گردیده است. به منظور اعتبارسنجی معادلات، پارامترهای نسبت ضخامت هسته به رویه و نسبت طول به ضخامت بررسی شده است. سپس اثر حجم مؤثر لایه فلز و کامپوزیت، نسبت ضخامت هسته به رویه، ضخامت طول به ضخامت کل ساندویچ پانل، نسبت طول به عرض و بررسی دو نوع لایه چینی بر ارتعاشات ساندویچ پانل با رویه هیبریدی مورد مطالعه قرار گرفته است.

معادلات حرکت

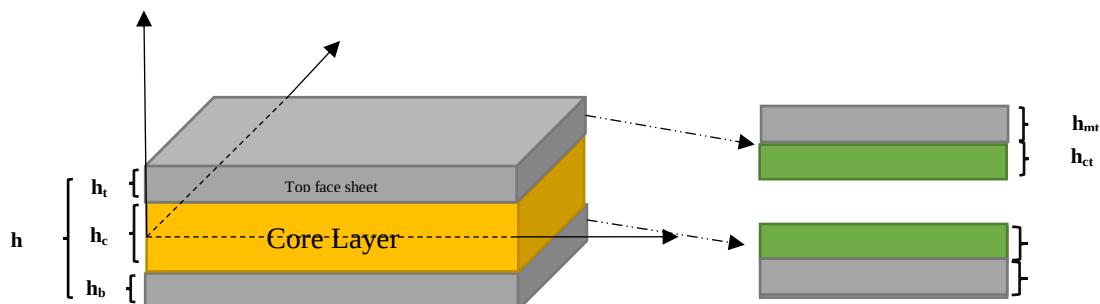
میدان جابه‌جایی و روابط تنش-کرنش

در شکل (۱) مدل هندسی مورد استفاده در این تحقیق که صفحه ساندویچ پانل مستطیلی متشکل از دو رویه هیبرید فلز/کامپوزیت اپوکسی تقویت‌شده با الیاف شیشه یا کربن و هسته فوم ساده می‌باشد، نشان داده شده است. ضخامت رویه‌های بالا و پایین و هسته ساندویچ پانل به ترتیب برابر h_t ، h_c و h_b و مجموع ضخامت h در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است، برای استخراج معادلات فرضیات مسئله به شرح ذیل در نظر گرفته شده است.

۱. رویه و هسته و همچنین لایه فلز به کامپوزیت کاملاً متصل می‌باشد.
۲. رویه‌ها از ترکیب ماده الاستیک و ایزوتروپ و هسته به صورت ماده الاستیک و نرم است.
۳. رویه‌ها نازک و جابه‌جایی‌ها به صورت کوچک و خطی می‌باشد.

laminated beam)، درجه‌بندی شده (Functionally graded beams) و ترکیبی (Hybrid composite beams) را در دو حالت دوار و ثابت با استفاده از روش اجزای محدود بررسی کردند. شوشتری و رضوی [15] ارتعاشات غیرخطی یک صفحه مستطیلی چندلایه هیبرید فلز/کامپوزیت را با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و روش گالرکین مطالعه کردند. رحیمی و همکاران [16] پاسخ ارتعاشی صفحه دایره‌ای FML را با روش مربعات دیفرانسیل کامل حل کردند. ایریوندو و همکاران [17] خواص الاستیک و میرایی را برای چندلایه کامپوزیتی با الیاف شیشه و هیبریدی با تقویت پلی‌پروپیلن خود تقویت‌شده (Self-reinforced polypropylene) بررسی کردند. مهندس و همکاران [18] پاسخ ارتعاشی یک استوانه جدار نازک FML را با شرایط مرزی مختلف و حجم مؤثر لایه کامپوزیت با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی (Love) برای لایه چینی متعامد صفر و نود به دست آوردند.

با توجه به اینکه مراجع متعددی حل تحلیلی یا عددی ارتعاشات صفحه ساندویچی را مورد بررسی قرار داده‌اند، اما مطالعات بر روی ارتعاشات آزاد صفحه ساندویچ پانل با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت (FML) و با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی برای لایه چینی زاویه‌ای (Angle-ply laminate) و متعامد و دو جنس شیشه-اپوکسی و کربن-اپوکسی تقویت‌شده با آلومینیوم مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین با توجه به لزوم بررسی دقیق اثر لایه آلومینیوم و کامپوزیت به صورت مجزا و بالا بردن دقت محاسبات در رویه‌های هیبریدی، برای اولین بار از روابط تنش‌های براینده و ممان اینرسی که وابسته به ضخامت لایه فلز و چندلایه کامپوزیت می‌باشد، بهره برده شد. بنابراین، در این مقاله، به منظور استخراج معادلات حاکم بر



شکل ۱. نمایی از ساندویچ پانل مستطیلی مورد استفاده با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \varepsilon_z^i \\ \gamma_{xz}^i \\ \gamma_{yz}^i \\ \gamma_{xy}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{x0}^i \\ \varepsilon_{y0}^i \\ \varepsilon_{z0}^i \\ \gamma_{xz0}^i \\ \gamma_{yz0}^i \\ \gamma_{xy0}^i \end{pmatrix} + z^i \begin{pmatrix} k_x^i \\ k_y^i \\ k_z^i \\ k_{xz}^i \\ k_{yz}^i \\ k_{xy}^i \end{pmatrix} \quad (4)$$

در رابطه (4)، i نشان‌دهنده رویه‌ها است که $i=t$ مربوط به رویه بالایی و $i=b$ مربوط به رویه پایینی می‌باشد. روابط کرنش-جابجایی هسته بر مبنای حل الاستیسیسته سه‌بعدی مطابق روابط (5) نشان داده شده است [21].

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_z^c \\ \gamma_{xz}^c \\ \gamma_{yz}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{z0}^c \\ \gamma_{xz0}^c \\ \gamma_{yz0}^c \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} k_{z1}^c \\ k_{xz1}^c \\ k_{yz1}^c \end{pmatrix} + z^2 \begin{pmatrix} k_{z2}^c \\ k_{xz2}^c \\ k_{yz2}^c \end{pmatrix} + z^3 \begin{pmatrix} k_{z3}^c \\ k_{xz3}^c \\ k_{yz3}^c \end{pmatrix} \quad (5)$$

شرایط پیوستگی

در این تحقیق، شرایط پیوستگی در فصل مشترک بین رویه‌ها با هسته برقرار است؛ بنابراین مؤلفه جابه‌جایی رویه‌های بالایی و هسته در فصل مشترک باهم برابرند. به این ترتیب شرایط پیوستگی به صورت رابطه (6) می‌باشد.

$$\begin{cases} u^c|_{z=\frac{hc}{2}} = u^t|_{z=\frac{hc}{2}} \\ u^c|_{z=-\frac{hc}{2}} = u^b|_{z=-\frac{hc}{2}} \end{cases}, \begin{cases} v^c|_{z=\frac{hc}{2}} = v^t|_{z=\frac{hc}{2}} \\ v^c|_{z=-\frac{hc}{2}} = v^b|_{z=-\frac{hc}{2}} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} w^c|_{z=\frac{hc}{2}} = w^t|_{z=\frac{hc}{2}} \\ w^c|_{z=-\frac{hc}{2}} = w^b|_{z=-\frac{hc}{2}} \end{cases}$$

با توجه به شکل (1) مقدار z_t و z_b به صورت روابط (1) به دست آمد.

$$z_t = z - \left(\frac{ht}{2} + \frac{hc}{2}\right) \quad z_b = z + \left(\frac{ht}{2} + \frac{hc}{2}\right) \quad (1)$$

با قرار دادن روابط (1) و (2) در رابطه (6) و در نظر گرفتن رابطه (1) و پس از ساده‌سازی معادلات روابط سازگاری

جهت بررسی معادلات حرکت به دلیل انعطاف‌پذیری هسته، مطالعات دارای پیچیدگی است؛ لذا با توجه به ضخامت کم رویه‌های بالا و پایین از جابه‌جایی‌های مرتبه اول برشی بر اساس تئوری Mindlin-Reissner مطابق روابط (1) استفاده گردید.

$$\begin{cases} u^{tb}(x, y, z, T) = u^{tb}(x, y, T) + z_{tb} u_1^{tb}(x, y, T) \\ v^{tb}(x, y, z, T) = v^{tb}(x, y, T) + z_{tb} v_1^{tb}(x, y, T) \\ w^{tb}(x, y, z, T) = w^{tb}(x, y, T) \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه (1)، پارامترهای u^{tb} ، v^{tb} و w^{tb} به ترتیب جابه‌جایی در جهت محورهای x ، y و z هستند که u_0^{tb} ، v_0^{tb} و w_0^{tb} جابه‌جایی خطی و u_1^{tb} و v_1^{tb} چرخش حول محورهای x ، y و z نیز بیانگر زمان است. با عنایت به ضخامت بالای هسته و پیش‌بینی جابه‌جایی در راستای ضخامت، از جابه‌جایی‌های مرتبه سوم برشی مطابق روابط (2) استفاده گردید.

$$\begin{cases} u^c(x, y, z, T) = u^c(x, y, T) + zu_1^c(x, y, T) \\ \quad + z^2 u_2^c(x, y, T) + z^3 u_3^c(x, y, T) \\ v^c(x, y, z, T) = v^c(x, y, T) + zv_1^c(x, y, T) \\ \quad + z^2 v_2^c(x, y, T) + z^3 v_3^c(x, y, T) \\ w^c(x, y, z, T) = w^c(x, y, T) + zw_1^c(x, y, T) \\ \quad + z^2 w_2^c(x, y, T) + z^3 w_3^c(x, y, T) \end{cases} \quad (2)$$

در رابطه (2)، T نشان‌دهنده زمان و جابه‌جایی‌های u^c ، v^c و w^c به ترتیب در جهت محورهای x ، y و z می‌باشند که u_0^c ، v_0^c و w_0^c جابه‌جایی خطی، u_1^c ، v_1^c و w_1^c چرخش و u_2^c ، v_2^c ، w_2^c ، u_3^c ، v_3^c و w_3^c جابه‌جایی‌های مرتبه بالاتر در سری تیلور هستند [19]؛ بنابراین، مجهولات در مجموع برای دو رویه و یک هسته تعداد ۲۲ عدد است. روابط کرنش-جابجایی خطی برای صفحه مستطیلی به صورت رابطه (3) می‌باشد [20].

با جاگذاری روابط (1 و 2) در رابطه (3)، مقادیر کرنش برای ورق بالایی، پایینی و هسته محاسبه می‌شود (رابطه 4).

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^i &= \frac{\partial u^i}{\partial x} & \varepsilon_y^i &= \frac{\partial v^i}{\partial y} & \varepsilon_z^i &= \frac{\partial w^i}{\partial z} \\ \gamma_{xy}^i &= \left(\frac{\partial u^i}{\partial y} + \frac{\partial v^i}{\partial x}\right) & \gamma_{xz}^i &= \left(\frac{\partial u^i}{\partial z} + \frac{\partial w^i}{\partial x}\right) \\ \gamma_{yz}^i &= \left(\frac{\partial v^i}{\partial z} + \frac{\partial w^i}{\partial y}\right) & i &= t, b, c \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma^i = [Q]^i \varepsilon^i$$

$$\begin{bmatrix} N_x^i & M_x^i \\ N_y^i & M_y^i \\ Q_{xz}^i & 0 \\ Q_{yz}^i & 0 \\ Q_{xy}^i & S_{xy}^i \end{bmatrix} = \int_{z^i} \begin{bmatrix} \sigma_x^i \\ \sigma_y^i \\ \tau_{xz}^i \\ \tau_{yz}^i \\ \tau_{xy}^i \end{bmatrix} (1, z^i) dz^i \quad i = t, b$$

$$\begin{bmatrix} N_z & M_z & P_z & 0 \\ Q_{xz} & S_{xz} & R_{xz} & V_{xz} \\ Q_{yz} & S_{yz} & R_{yz} & V_{yz} \end{bmatrix}^c = \int_z \begin{bmatrix} \sigma_z \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}^c (1, z, z^2, z^3) dz \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، N تنش برابند، M تنش برابند خمشی، Q تنش برابند نیروی برشی و (P, R, S و V) تنش های برابند مرتبه بالای برشی را نشان داده است.

استخراج معادلات حاکم

در این تحقیق، برای استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی بر طبق رابطه (۱۱) از اصل همیلتون استفاده گردید [20].

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(L) dt = \int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta U + \delta W) dt \quad (11)$$

که در آن تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی و δW تغییرات کار نیروهای خارجی اعمال شده بر سیستم است. تغییرات انرژی جنبشی با فرض شرایط همگن برای جابه جایی و سرعت با توجه به مختصه زمان در شکل کلی به صورت روابط (۱۲) می باشد.

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta K &= \left(\int_{t_1}^{t_2} \delta K^c dt + \sum_i^{t,b} \int_{t_1}^{t_2} \delta K^i dt \right) \\ &= \int_0^t \int_z \int_{A^c} \rho^c (\dot{u}^c \delta \dot{u}^c + \dot{v}^c \delta \dot{v}^c + \dot{w}^c \delta \dot{w}^c) dA^c dz dt \\ &\quad + \left\{ \sum_i^{t,b} \int_0^t \int_{z^i} \int_{A^i} \rho^i (\dot{u}^i \delta \dot{u}^i + \dot{v}^i \delta \dot{v}^i + \dot{w}^i \delta \dot{w}^i) dA^i dz^i dt \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

اندیس های c, t و b نشان دهنده هسته میانی، رویه های هیبریدی بالایی و پایینی است. همچنین ρ^c و ρ^i به ترتیب چگالی هسته و رویه هیبرید فلز کامپوزیت می باشند. تغییرات انرژی پتانسیل برای یک ورق ساندویچی با دو رویه

به صورت رابطه (۸) خواهند بود.

$$\begin{aligned} u_0^c &= \frac{1}{2} (u_0^b + u_0^t) + \frac{1}{4} (h_b u_1^b - h_t u_1^t) - \frac{h_c^2}{4} u_2^c \\ u_1^c &= \frac{1}{h_c} (u_0^t - u_0^b) - \frac{1}{2h_c} (h_b u_1^b + h_t u_1^t) - \frac{h_c^2}{4} u_3^c \\ v_0^c &= \frac{1}{2} (v_0^b + v_0^t) + \frac{1}{4} (h_b v_1^b - h_t v_1^t) - \frac{h_c^2}{4} v_2^c \\ v_1^c &= \frac{1}{h_c} (v_0^t - v_0^b) - \frac{1}{2h_c} (h_b v_1^b + h_t v_1^t) - \frac{h_c^2}{4} v_3^c \\ w_0^c &= \frac{1}{2} (w_0^b + w_0^t) - \frac{h_c^2}{4} w_2^c \\ w_1^c &= \frac{1}{h_c} (w_0^t - w_0^b) - \frac{h_c^2}{4} w_3^c \end{aligned} \quad (8)$$

با محاسبه رابطه (۸) مجهولات مستقل در هسته به ۶ عدد کاهش یافت و این امر موجب گردید مجهولات معادلات حاکم از ۲۲ به ۱۶ عدد کاهش یابد.

روابط تنش-کرنش

برای محاسبه میدان تنش-کرنش از قانون هوک و روابط بنیادین ماده ارتوتروپیک برای رویه های هیبرید فلز/کامپوزیت و هسته انعطاف پذیر در جهت های اصلی (۱، ۲ و ۳) به صورت روابط (۹) استفاده شده است.

$$\begin{aligned} Q_{11}^i &= \frac{E_1^i (1 - v_{23}^i v_{32}^i)}{\Delta v^i} & Q_{12}^i &= \frac{E_1^i (v_{21}^i - v_{23}^i v_{31}^i)}{\Delta v^i} \\ Q_{22}^i &= \frac{E_2^i (1 - v_{13}^i v_{31}^i)}{\Delta v^i} & Q_{13}^i &= \frac{E_1^i (v_{31}^i - v_{21}^i v_{32}^i)}{\Delta v^i} \\ Q_{33}^i &= \frac{E_3^i (1 - v_{12}^i v_{21}^i)}{\Delta v^i} & Q_{23}^i &= \frac{E_2^i (v_{32}^i - v_{12}^i v_{31}^i)}{\Delta v^i} \\ Q_{44}^i &= G_{23}^i & Q_{21}^i &= Q_{12}^i \\ Q_{55}^i &= G_{13}^i & Q_{31}^i &= Q_{13}^i \\ Q_{66}^i &= G_{12}^i & Q_{32}^i &= Q_{23}^i \end{aligned}$$

$$\Delta v^i = 1 - v_{12}^i v_{21}^i - v_{23}^i v_{32}^i - v_{13}^i v_{31}^i - 2v_{21}^i v_{32}^i v_{13}^i \quad (9)$$

در روابط بالا i نشان دهنده رویه ها و هسته می باشد که i=t برای رویه بالایی، i=b برای رویه پایینی و i=c مربوط به هسته ساندویچ پانل است؛ جهت انتقال به محورهای x,y,z در رویه های هیبرید فلز/کامپوزیت از ماتریس انتقال استفاده گردید [20]. در ادامه پس از محاسبه روابط (۴) و (۵) و جایگذاری در قانون هوک، تنش برابند طبق روابط (۱۰) محاسبه گردید.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ P \\ S \end{bmatrix}^c = \begin{bmatrix} A & B & D & E \\ B & D & E & F \\ D & E & F & G \\ E & F & G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}^c$$

$$N = [N_z \quad Q_{xz} \quad Q_{yz}]^c$$

$$M = [M_z \quad S_{xz} \quad S_{yz}]^c$$

$$P = [P_z \quad R_{xz} \quad R_{yz}]^c$$

$$S = [0 \quad V_{xz} \quad V_{yz}]^c$$

$$(A, B, D, E, F, G, H)^c = \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \int_{-\frac{h^c}{2}}^{\frac{h^c}{2}} \bar{Q}_{jk}^c(1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6) dz$$

(۱۵)

در رابطه (۱۴)، h_{mb} و h_{mt} مربوط به ضخامت لایه فلز در رویه بالایی و پایینی و h_{ct} و h_{cb} ضخامت چندلایه کامپوزیتی در رویه بالایی و پایینی و همچنین h_b ، h_t به ترتیب ضخامت کل لایه هیبرید فلز-کامپوزیت در رویه بالایی و پایینی می باشد. ممان اینرسی مربوط به صفحات رویه هیبریدی بالا و پایین و هسته مرکزی به صورت رابطه (۱۶) می باشند.

$$(I_0, I_1, I_2)^t = \int_{-\frac{h_t}{2}}^{\frac{h_{ct}-h_{mt}}{2}} \rho^{ct}(1, z_t, z_t^2) dz_t$$

$$+ \int_{\frac{h_{ct}-h_{mt}}{2}}^{\frac{h_t}{2}} \rho^{mt}(1, z_t, z_t^2) dz_t$$

$$(I_0, I_1, I_2)^b = \int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_{mb}-h_{cb}}{2}} \rho^{mb}(1, z_b, z_b^2) dz_b$$

$$+ \int_{\frac{h_{mb}-h_{cb}}{2}}^{\frac{h_b}{2}} \rho^{cb}(1, z_b, z_b^2) dz_b$$

$$(I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6)^c = \int_{-\frac{h^c}{2}}^{\frac{h^c}{2}} \rho^c(1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6) dz$$

(۱۶)

با عنایت به اهمیت ممان اینرسی به عنوان ماتریس جرم در معادلات فرکانس، در رابطه (۱۶) به صورت مجزا ضخامت لایه فلز و کامپوزیت محاسبه شده است. در نهایت با قرار دادن تغییرات انرژی کرنشی و جنبشی در اصل همیلتون معادلات حرکت برای ۱۶ متغیر مستقل به دست آمده است (روابط ۱۷-۳۲).

نازک و هسته ضخیم نرم به صورت رابطه (۱۳) بیان گردید.

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta U = \int_{t_1}^{t_2} \delta U^c + \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \delta U^i dt$$

$$= \int_0^t \int_z \int_{A^c} (\sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz})^c dA^c dz dT$$

$$+ \left\{ \sum_i \int_0^t \int_{z^i} \int_{A^i} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy})^i dA^i dz^i dT \right\}$$

(۱۳)

در رابطه (۱۳)، σ_j^i و ε_j^i ($j=x,y,z; i=t,b,c$) بیانگر تنش های نرمال و کرنش های نرمال در رویه ها و هسته می باشند و τ و γ بیانگر تنش های برشی و کرنش های برشی خارج از صفحه رویه ها و هسته هستند. لازم به ذکر است برای حالت ارتعاشات آزاد δW برابر صفر می باشد. ماتریس سفتی سازه وابستگی به ماتریس های تنش برابند (رابطه ۱۰) دارد؛ به همین دلیل ضخامت های لایه فلز و کامپوزیت به صورت مجزا محاسبه شد و اثر دقیق لایه فلز و کامپوزیت در رویه هیبریدی رابطه (۱۴) به دست آمد. ضمناً ماتریس های تنش برابند مربوط به هسته در رابطه (۱۵) بیان گردیده است [22].

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}^i = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ k_1 \end{bmatrix}^i$$

$$N = [N_x \quad N_y \quad Q_{xz} \quad Q_{yz} \quad Q_{xy}]^i$$

$$M = [M_x \quad M_y \quad 0 \quad 0 \quad S_{xy}]^i$$

$$(A, B, D)^t = \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \int_{-\frac{h_t}{2}}^{\frac{h_{ct}-h_{mt}}{2}} \bar{Q}_{jk}^{tc}(1, z_t) dz_t$$

$$+ \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \int_{\frac{h_{ct}-h_{mt}}{2}}^{\frac{h_t}{2}} \bar{Q}_{jk}^{tm}(1, z_t) dz_t$$

$$(A, B, D)^b = \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_{mb}-h_{cb}}{2}} \bar{Q}_{jk}^{bm}(1, z_b) dz_b$$

$$+ \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \int_{\frac{h_{mb}-h_{cb}}{2}}^{\frac{h_b}{2}} \bar{Q}_{jk}^{bc}(1, z_b) dz_b$$

(۱۴)

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{4}I_0^c + I_0^b + \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)w_{0,tt}^b + \left(\frac{1}{4}I_0^c - \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)w_{0,tt}^t + \\
 & \left(\frac{I_2^c}{2} - \frac{h_c^2 I_0^c}{8}\right)w_{2,tt}^c + \left(\frac{h_c I_2^c}{4} - \frac{I_4^c}{h_c}\right)w_{3,tt}^c \\
 & = \frac{N_z^c}{h_c} + (Q_{xz,x}^b + Q_{yz,y}^b) + \frac{Q_{xz,x}^c + Q_{yz,y}^c}{2} - \frac{S_{xz,x}^c + S_{yz,y}^c}{h_c} \\
 & \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta u_1^t: \\
 & \left(-\frac{h_t}{8}I_0^c + I_1^t - \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{0,tt}^t + \left(-\frac{h_t}{8}I_0^c + \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{0,tt}^b + \\
 & \left(I_2^t + \frac{h_t^2 I_0^c}{16} + \frac{h_t^2 I_2^c}{4h_c^2}\right)u_{1,tt}^t + \left(-\frac{h_b h_t I_0^c}{16} + \frac{h_b h_t I_2^c}{4h_c^2}\right)u_{1,tt}^b + \\
 & + \left(-\frac{h_t I_2^c}{4} + \frac{h_t h_c^2 I_0^c}{16}\right)u_{2,tt}^c + \left(\frac{h_t h_c I_2^c}{8} - \frac{h_t I_4^c}{2h_c}\right)u_{3,tt}^c = \\
 & M_{x,x}^t + S_{xy,y}^t + \frac{h_t Q_{xz}^c}{2h_c} - Q_{xz}^t \\
 & \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta v_1^t: \\
 & \left(-\frac{h_t}{8}I_0^c + I_1^t - \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)v_{0,tt}^t + \left(-\frac{h_t}{8}I_0^c + \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)v_{0,tt}^b + \\
 & \left(I_2^t + \frac{h_t^2 I_0^c}{16} + \frac{h_t^2 I_2^c}{4h_c^2}\right)v_{1,tt}^t + \left(-\frac{h_b h_t I_0^c}{16} + \frac{h_b h_t I_2^c}{4h_c^2}\right)v_{1,tt}^b + \\
 & + \left(-\frac{h_t I_2^c}{4} + \frac{h_t h_c^2 I_0^c}{16}\right)v_{2,tt}^c + \left(\frac{h_t h_c I_2^c}{8} - \frac{h_t I_4^c}{2h_c}\right)v_{3,tt}^c = \\
 & M_{y,y}^t + S_{xy,x}^t + \frac{h_t Q_{yz}^c}{2h_c} - Q_{yz}^t \\
 & \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta u_1^b: \\
 & \left(\frac{h_b}{8}I_0^c + I_1^b + \frac{h_b I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{0,tt}^b + \left(\frac{h_b}{8}I_0^c - \frac{h_b I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{0,tt}^t + \\
 & \left(I_2^b + \frac{h_b^2 I_0^c}{16} + \frac{h_b^2 I_2^c}{4h_c^2}\right)u_{1,tt}^b + \left(-\frac{h_b h_t I_0^c}{16} + \frac{h_b h_t I_2^c}{4h_c^2}\right)u_{1,tt}^t + \\
 & + \left(\frac{h_b I_2^c}{4} - \frac{h_b h_c^2 I_0^c}{16}\right)u_{2,tt}^c + \left(\frac{h_b h_c I_2^c}{8} - \frac{h_b I_4^c}{2h_c}\right)u_{3,tt}^c = \\
 & M_{x,x}^b + S_{xy,y}^b + \frac{h_b Q_{xz}^c}{2h_c} - Q_{xz}^b \\
 & \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta u_0^t: \\
 & \left(\frac{1}{4}I_0^c + I_0^t + \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)u_{0,tt}^t + \left(\frac{1}{4}I_0^c - \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)u_{0,tt}^b + \\
 & \left(I_1^t - \frac{h_t I_0^c}{8} - \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{1,tt}^t + \left(\frac{h_b I_0^c}{8} - \frac{h_b I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{1,tt}^b + \\
 & + \left(\frac{I_2^c}{2} - \frac{h_c^2 I_0^c}{8}\right)u_{2,tt}^c + \left(-\frac{h_c I_2^c}{4} + \frac{I_4^c}{h_c}\right)u_{3,tt}^c = \\
 & N_{x,x}^t + Q_{xy,y}^t - \frac{Q_{xz}^c}{h_c} \\
 & \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta v_0^t: \\
 & \left(\frac{1}{4}I_0^c + I_0^t + \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)v_{0,tt}^t + \left(\frac{1}{4}I_0^c - \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)v_{0,tt}^b + \\
 & \left(I_1^t - \frac{h_t I_0^c}{8} - \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)v_{1,tt}^t + \left(\frac{h_b I_0^c}{8} - \frac{h_b I_2^c}{2h_c^2}\right)v_{1,tt}^b + \\
 & + \left(\frac{I_2^c}{2} - \frac{h_c^2 I_0^c}{8}\right)v_{2,tt}^c + \left(-\frac{h_c I_2^c}{4} + \frac{I_4^c}{h_c}\right)v_{3,tt}^c = \\
 & N_{y,y}^t + Q_{xy,x}^t - \frac{Q_{yz}^c}{h_c} \\
 & \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta w_0^t: \\
 & \left(\frac{1}{4}I_0^c + I_0^t + \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)w_{0,tt}^t + \left(\frac{1}{4}I_0^c - \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)w_{0,tt}^b + \\
 & \left(\frac{I_2^c}{2} - \frac{h_c^2 I_0^c}{8}\right)w_{2,tt}^c + \left(-\frac{h_c I_2^c}{4} + \frac{I_4^c}{h_c}\right)w_{3,tt}^c \\
 & = -\frac{N_z^c}{h_c} + (Q_{xz,x}^c + Q_{yz,y}^c) + \frac{Q_{xz,x}^c + Q_{yz,y}^c}{2} + \frac{S_{xz,x}^c + S_{yz,y}^c}{h_c} \\
 & \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta u_0^b: \\
 & \left(\frac{1}{4}I_0^c + I_0^b + \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)u_{0,tt}^b + \left(\frac{1}{4}I_0^c - \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)u_{0,tt}^t + \\
 & \left(I_1^b + \frac{h_b I_0^c}{8} + \frac{h_b I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{1,tt}^b + \left(-\frac{h_t I_0^c}{8} + \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)u_{1,tt}^t + \\
 & \left(\frac{I_2^c}{2} - \frac{h_c^2 I_0^c}{8}\right)u_{2,tt}^c + \left(\frac{h_c I_2^c}{4} - \frac{I_4^c}{h_c}\right)u_{3,tt}^c = N_{x,x}^b + Q_{xy,y}^b + \frac{Q_{xz}^c}{h_c} \\
 & \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta v_0^b: \\
 & \left(\frac{1}{4}I_0^c + I_0^b + \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)v_{0,tt}^b + \left(\frac{1}{4}I_0^c - \frac{I_2^c}{h_c^2}\right)v_{0,tt}^t + \\
 & \left(I_1^b + \frac{h_b I_0^c}{8} + \frac{h_b I_2^c}{2h_c^2}\right)v_{1,tt}^b + \left(-\frac{h_t I_0^c}{8} + \frac{h_t I_2^c}{2h_c^2}\right)v_{1,tt}^t + \\
 & \left(\frac{I_2^c}{2} - \frac{h_c^2 I_0^c}{8}\right)v_{2,tt}^c + \left(-\frac{h_c I_2^c}{4} + \frac{I_4^c}{h_c}\right)v_{3,tt}^c = N_{y,y}^b + Q_{xy,x}^b \\
 & + \frac{Q_{xz}^c}{h_c}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{h_t h_c^2}{8} I_2^c - \frac{h_t I_4^c}{2 h_c} \right) v_{1,tt}^t + \left(\frac{h_b h_c}{8} I_2^c - \frac{h_b I_2^c}{2 h_c} \right) v_{1,tt}^b \\
& + \left(I_6^c - \frac{h_c^2 I_4^c}{2} + \frac{h_c^4 I_2^c}{16} \right) v_{3,tt}^c = \frac{h_c^2 Q_{yz}^c}{4} - 3 R_{yz}^c
\end{aligned}
\quad (31)$$

$$\begin{aligned}
\delta w_3^c : \\
& \left(\frac{I_4^c}{h_c} - \frac{h_c I_2^c}{4} \right) w_{0,tt}^t + \left(-\frac{I_4^c}{h_c} + \frac{h_c I_2^c}{4} \right) w_{0,tt}^b + \\
& \left(I_6^c - \frac{h_c^2 I_4^c}{2} + \frac{h_c^4 I_2^c}{16} \right) w_{3,tt}^c = -3 P_z^c + \frac{h_c^2}{4} N_z^c \\
& - \frac{h_c^2}{4} (S_{xz,x}^c + S_{yz,y}^c) + (V_{xz,x}^c + V_{yz,y}^c)
\end{aligned}
\quad (32)$$

شرایط مرزی مسئله برای تکیه‌گاه ساده در a و b به صورت رابطه (۳۳) بیان گردید:

$$\begin{aligned}
x=0: \\
u_0^i &= v_0^i = w_0^i = M_x^i = S_{xy}^i = 0 \\
x=a \\
v_0^i &= w_0^i = N_x^i = M_x^i = S_{xy}^i = 0 \\
y=0 \\
u_0^i &= v_0^i = w_0^i = M_y^i = S_{xy}^i = 0 \\
y=b \\
u_0^i &= w_0^i = N_y^i = M_y^i = S_{xy}^i = 0 \quad i=t, b
\end{aligned}
\quad (33)$$

حل معادلات حرکت

به منظور حل معادلات حاکم بر مسئله، با قرار دادن روابط (۱۴) الی (۱۶) در معادلات (۱۷) الی (۳۲) دستگاه معادلات حاکم بر ساندویچ پانل مستطیلی به دست آمده است و به منظور حل معادلات حرکت از روش مودهای فرضی استفاده گردید. در این روش، پاسخ به صورت فرم سری فوریه دوبعدی در یک تابع زمانی هارمونیک با ضرایب مجهول در نظر گرفته شد، به طوریکه توابع مذکور شرایط مرزی هندسی مسئله (شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌ها a و b مطابق روابط (۳۳) را ارضا نماید؛ بنابراین پاسخ نهایی مسئله به صورت رابطه (۳۴) بیان گردید.

$$\begin{aligned}
\delta v_1^b : \\
& \left(\frac{h_b}{8} I_0^c + I_1^b + \frac{h_b I_2^c}{2 h_c^2} \right) v_{0,tt}^b + \left(\frac{h_b}{8} I_0^c - \frac{h_b I_2^c}{2 h_c^2} \right) v_{0,tt}^t \\
& + \left(I_2^b + \frac{h_b^2 I_0^c}{16} + \frac{h_b^2 I_2^c}{4 h_c^2} \right) v_{1,tt}^b + \left(-\frac{h_b h_t I_0^c}{16} + \frac{h_b h_t I_2^c}{4 h_c^2} \right) v_{1,tt}^t \\
& + \left(\frac{h_b I_2^c}{4} - \frac{h_b h_c^2 I_0^c}{16} \right) v_{2,tt}^c + \left(\frac{h_b h_c I_2^c}{8} - \frac{h_b I_4^c}{2 h_c} \right) v_{3,tt}^c = \\
& M_{y,y}^b + S_{xy,x}^b + \frac{h_b Q_{yz}^c}{2 h_c} - Q_{yz}^b
\end{aligned}
\quad (26)$$

$$\begin{aligned}
\delta u_2^c : \\
& \left(-\frac{h_c^2}{8} I_0^c + \frac{I_2^c}{2} \right) u_{0,tt}^t + \left(-\frac{h_c^2}{8} I_0^c + \frac{I_2^c}{2} \right) u_{0,tt}^b \\
& + \left(\frac{h_t h_c^2}{16} I_0^c - \frac{h_t I_2^c}{4} \right) u_{1,tt}^t + \left(\frac{h_b h_c^2}{16} I_0^c - \frac{h_b I_2^c}{4} \right) u_{1,tt}^b \\
& + \left(I_4^c - \frac{h_c^2 I_2^c}{2} + \frac{h_c^4 I_0^c}{16} \right) u_{2,tt}^c = -2 S_{xz}^c
\end{aligned}
\quad (27)$$

$$\begin{aligned}
\delta v_2^c : \\
& \left(-\frac{h_c^2}{8} I_0^c + \frac{I_2^c}{2} \right) v_{0,tt}^t + \left(-\frac{h_c^2}{8} I_0^c + \frac{I_2^c}{2} \right) v_{0,tt}^b \\
& + \left(\frac{h_t h_c^2}{16} I_0^c - \frac{h_t I_2^c}{4} \right) v_{1,tt}^t + \left(\frac{h_b h_c^2}{16} I_0^c - \frac{h_b I_2^c}{4} \right) v_{1,tt}^b \\
& + \left(I_4^c - \frac{h_c^2 I_2^c}{2} + \frac{h_c^4 I_0^c}{16} \right) v_{2,tt}^c = -2 S_{yz}^c
\end{aligned}
\quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\delta w_2^c : \\
& \left(-\frac{h_c^2}{8} I_0^c + \frac{I_2^c}{2} \right) w_{0,tt}^t + \left(-\frac{h_c^2}{8} I_0^c + \frac{I_2^c}{2} \right) w_{0,tt}^b + \\
& \left(I_4^c - \frac{h_c^2 I_2^c}{2} + \frac{h_c^4 I_0^c}{16} \right) w_{2,tt}^c = \\
& - \frac{h_c^2}{4} (Q_{xz,x}^c + Q_{yz,y}^c) + \\
& (R_{xz,x}^c + R_{yz,y}^c) - 2 M_z^c
\end{aligned}
\quad (29)$$

$$\begin{aligned}
\delta u_3^c : \\
& \left(\frac{I_4^c}{h_c} - \frac{h_c I_2^c}{4} \right) u_{0,tt}^t + \left(-\frac{I_4^c}{h_c} + \frac{h_c I_2^c}{4} \right) u_{0,tt}^b \\
& + \left(\frac{h_t h_c^2}{8} I_2^c - \frac{h_t I_4^c}{2 h_c} \right) u_{1,tt}^t + \left(\frac{h_b h_c}{8} I_2^c - \frac{h_b I_2^c}{2 h_c} \right) u_{1,tt}^b \\
& + \left(I_6^c - \frac{h_c^2 I_4^c}{2} + \frac{h_c^4 I_2^c}{16} \right) u_{3,tt}^c = \frac{h_c^2 Q_{xz}^c}{4} - 3 R_{xz}^c
\end{aligned}
\quad (30)$$

جدول ۱) در نظر گرفته شده است [23]:

جدول ۱ مشخصات مکانیکی رویه و هسته [23]

هسته	Graphite/Epoxy	ماده
۰/۰۰۶۸۹	۱۳۱	E1(Gpa)
۰/۰۰۶۸۹	۱۰/۳۴	E2=E3(Gpa)
۰/۰۰۳۴۵	۶/۲۰۵	G23(Gpa)
۰/۰۰۳۴۵	۶/۹۸۵	G13=G12(Gpa)
۰	۰/۴۹	v23
۰	۰/۲۲	v13=v12
۹۷	۱۶۲۷	p(kg/m3)

به منظور صحت سنجی، معادلات به دست آمده برای سازه مورد اشاره در جدول (۱) حل شده است. فرکانس طبیعی بی بعد ساندویچ پانل (رابطه (۳۶)) بر اساس شرایط مختلف محاسبه و در جدول (۲) و جدول (۳) ارائه و با نتایج سایر محققان تحلیلی و عددی [23-25] مقایسه شده است. همچنین میزان خطا بر اساس رابطه (۳۶) محاسبه و ارائه گردید.

همان طور که در جدول (۲) مشاهده می شود، نتایج به دست آمده در فرکانس اول برای نسبت های مختلف طول به ضخامت حدود یک درصد با نتایج حل دقیق [23] اختلاف دارد. در جدول (۳) نیز نتایج به دست آمده فرکانس اول برای نسبت ضخامت هسته به رویه با نتایج حل دقیق [23] حدود یک درصد اختلاف دارد؛ اما انتظار می رود با توجه به نحوه حل مسئله و افزایش ضخامت رویه، اختلاف اندکی بین روش حاضر با نتایج حل دقیق ایجاد شود.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega b^2 \sqrt{(\rho/E_2)} t}{h} \quad (36)$$

$$\text{error} = \frac{F_R - F_P}{F_R} * 100$$

R: reference P: present F: frequency

(37)

در رابطه (۳۶) ω فرکانس طبیعی سیستم، b عرض ساندویچ پانل، ρ چگالی رویه ساندویچ پانل، E_2 مدول الاستیسته عرضی رویه و h ضخامت کل ساندویچ پانل را نشان داده است.

$$\begin{bmatrix} u_0^i \\ v_0^i \\ w_0^i \\ u_1^i \\ v_1^i \\ u_f^c \\ v_f^c \\ w_f^c \end{bmatrix} = e^{-i\omega t} * \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} U_{0mn}^i \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{0mn}^i \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{0mn}^i \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ U_{1mn}^i \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{1mn}^i \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ U_{fmn}^c \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{fmn}^c \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{fmn}^c \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{bmatrix}_{i=t,b \quad f=2,3}$$

$$\alpha = \frac{m\pi}{a} \quad \beta = \frac{n\pi}{b}$$

(34)

در رابطه فوق، m, n شماره موج در جهت x, y و $U_{0,1}^{t,b}, V_{0,1}^{t,b}, W_{0,1}^{t,b}, U_{2,3}^c, V_{2,3}^c, W_{2,3}^c$ ضرایب مجهول سری فوریه است که با قرار دادن رابطه (34) در روابط (۱۷) الی (۳۲)، مسئله تبدیل به یک مسئله مقدار ویژه می شود.

$$[K] - [M]\omega^2 \{\chi\} = 0$$

$$\{\chi\} = [U_0^t, V_0^t, W_0^t, U_0^b, V_0^b, W_0^b, U_1^t, V_1^t, U_1^b, V_1^b, U_2^c, V_2^c, W_2^c, U_3^c, V_3^c, W_3^c]^T$$

(35)

در رابطه (35)، $[K]$ و $[M]$ ماتریس های جرم و سفتی است که با حل مسئله مقدار ویژه، مقدار مربع فرکانس ساندویچ پانل محاسبه خواهد شد.

نتایج و بحث

در این قسمت، ابتدا دقت فرکانس طبیعی بی بعد به دست آمده از معادلات این مقاله با نتایج تحلیلی موجود در سایر مقالات برای یک صفحه ساندویچی بررسی شده است. سپس تأثیر کسر حجمی لایه آلومینیوم، نسبت طول به ضخامت کل و نسبت ضخامت هسته به رویه برای ساندویچ پانل با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت مورد مطالعه قرار گرفت.

اعتبار سنجی

به منظور اعتبار سنجی معادلات به دست آمده در بخش استخراج معادلات حاکم، یک ساندویچ پانل پنج لایه (۰/۹۰/هسته/۰/۹۰) تحت شرایط مرزی ساده با خواص مکانیکی ذکر شده در

جدول ۲ مقایسه اولین فرکانس بی‌بعد ساندویچ پانل مستطیلی (0/90/core/0/90)، $a/b=1$ و $hc/ht=10$

a/h	نتایج کار حاضر	[23]	درصد خطا	[24]	درصد خطا	[25]	درصد خطا
۱۰	۱/۸۵	۱/۸۵	۰	۱/۸۴	۰/۵۴	۱/۸۴	۰/۵۴
۲۰	۳/۴۷	۳/۴۸	۰/۲۹	۳/۴۸	۰/۲۹	۳/۴۶	۰/۲۹
۳۰	۵/۰۲	۵/۰۴	۰/۴۰	۵/۰۶	۰/۷۹	۵/۰۰	۰/۴۰
۴۰	۶/۴۵	۶/۴۶	۰/۱۵	۶/۴۶	۰/۱۵	۶/۴۲	۰/۴۷
۵۰	۷/۷۳	۷/۷۳	۰	۷/۷۱	۰/۲۶	۷/۶۹	۰/۵۲
۶۰	۸/۸۶	۸/۸۵	۰/۱۱	۸/۸۴	۰/۲۳	۸/۸۰	۰/۶۸
۷۰	۹/۸۴	۹/۸۱	۰/۳۱	۹/۷۸	۰/۶۱	۹/۷۶	۰/۸۲
۸۰	۱۰/۶۸	۱۰/۶۴	۰/۳۸	۱۰/۶۳	۰/۴۷	۱۰/۵۹	۰/۸۵
۹۰	۱۱/۴۰	۱۱/۳۴	۰/۵۳	۱۱/۳۳	۰/۶۲	۱۱/۲۹	۰/۹۷
۱۰۰	۱۲/۰۲	۱۱/۹۴	۰/۶۷	۱۱/۹۴	۰/۶۷	۱۱/۹۰	۱/۰۱
میانگین خطا		۰/۲۸		۰/۴۶			۰/۶۶

جدول ۳ مقایسه اولین فرکانس بی‌بعد ساندویچ پانل (0/90/core/0/90)، $a/b=1$ و $a/h=10$

hc/ht	نتایج کار حاضر	[23]	درصد خطا	[24]	درصد خطا	[25]	درصد خطا
۱۰	۱/۸۵	۱/۸۵	۰	۱/۸۴	۰/۵۴	۱/۸۴	۰/۵۴
۲۰	۲/۱۵	۲/۱۳	۰/۹۴	۲/۱۳	۰/۹۴	۲/۱۳	۰/۹۴
۳۰	۲/۳۵	۲/۳۳	۰/۸۶	۲/۳۳	۰/۸۶	۲/۳۳	۰/۸۶
۴۰	۲/۴۹	۲/۴۷	۰/۸۱	۲/۴۶	۱/۲۲	۲/۴۷	۰/۸۱
۵۰	۲/۵۸	۲/۵۷	۰/۳۹	۲/۵۶	۰/۷۸	۲/۵۶	۰/۳۹
میانگین خطا		۰/۶۰		۰/۸۷			۰/۷۱

بررسی نتایج ساندویچ پانل با رویه FML

در این قسمت، با در نظر گرفتن نسبت $a/h=10$ و $hc/ht=10$ و $a/b=1$ و چیدمان $AL/-\theta/\theta/Core/\theta/-\theta/AL$ با خواص مکانیکی بیان شده در جدول ۴، اثرات پارامترهای مختلف شامل خواص مواد، اثر ضخامت هسته به رویه، طول به ضخامت کل و همچنین حجم مؤثر کامپوزیت نسبت به لایه آلومینیوم بر روی فرکانس‌های صفحه ساندویچ پانل با رویه FML مورد مطالعه قرار گرفت.

برای بررسی ارتعاشات صفحه ساندویچ پانل با رویه FML از ابتدا لازم است پارامتر حجم مؤثر (Vc) را به صورت نسبت حجمی کامپوزیت به کار رفته نسبت به حجم کل رویه تعریف کرد. بر این اساس برای رویه آلومینیوم خالص پارامتر حجم مؤثر برابر صفر و برای کامپوزیت خالص پارامتر مذکور برابر یک

بدست آمد. در ادامه ابتدا طبق رابطه (۳۸) فرکانس را بر اساس خواص مکانیکی هسته بی‌بعد و برای دو ماده کامپوزیت الیاف شیشه تقویت شده با آلومینیوم (Glass Laminate Aluminum) و کامپوزیت الیاف کربن تقویت شده با آلومینیوم (Carbon Laminate Aluminum) و کامپوزیت الیاف کربن تقویت شده با آلومینیوم (CARAL) (Reinforced Epoxy) و با در نظر گرفتن زاویه‌های ۳۰ و ۴۵ در جدول (۵) محاسبه و مقایسه می‌گردد.

$$\Omega = \frac{\omega b^2 \sqrt{(\rho/E_2)^{core}}}{h} \quad (38)$$

در رابطه (۳۸)، ω فرکانس طبیعی سیستم، b عرض ساندویچ پانل، ρ چگالی هسته ساندویچ پانل، E_2 مدول الاستیسته هسته و h ضخامت کل ساندویچ پانل را نشان می‌دهند.

جدول ۴ خواص مکانیکی نمونه هیبرید فلز/کامپوزیت

ماده	Glass /Epoxy [26]	Carbon /Epoxy [27]	AL 2024T3 [26]	هسته [23]
E1(Gpa)	۵۰	۱۸۱	۷۲/۴	۰/۰۰۶۸۹
E2=E3(Gpa)	۱۵/۲	۱۰/۳	۷۲/۴	۰/۰۰۶۸۹
G23(Gpa)	۳/۲۸	۳/۷۸	۲۸	۰/۰۰۳۴۵
G13=G12(Gpa)	۴/۷	۷/۱۷	۲۸	۰/۰۰۳۴۵
ν_{23}	۰/۴۲	۰/۴۹	۰/۳۳	۰
$\nu_{13}=\nu_{12}$	۰/۲۵	۰/۲۷	۰/۳۳	۰
$\rho(\text{kg/m}^3)$	۲۵۰۰	۱۶۲۷	۲۷۰۰	۹۷

جدول ۵ مقایسه اولین فرکانس بی‌بعد ساندویچ پانل مربعی با لایه چینی

 $a/h=10$ و $hc/ht=10$ ، $AL / -\theta / \theta / \text{Core} / \theta / -\theta / AL$

ماده	ν_c	زاویه (درجه)	
		۳۰	۴۵
GLAR	۱	۱۴/۶۳	۱۶/۰۰
	۰/۹	۱۵/۸۱	۱۷/۴۷
	۰/۸	۱۶/۲۸	۱۸/۰۵
	۰/۷	۱۶/۴۳	۱۸/۲۳
	۰/۶	۱۶/۴۳	۱۸/۲۴
	۰/۵	۱۶/۳۹	۱۸/۱۸
	۰/۴	۱۶/۳۹	۱۸/۱۵
	۰/۳	۱۶/۴۷	۱۸/۱۹
	۰/۲	۱۶/۶۷	۱۸/۳۵
	۰/۱	۱۷/۰۲	۱۸/۶۵
CARAL	۱	۱۵/۶۱	۱۷/۶۹
	۰/۹	۱۷/۲۶	۱۹/۱۷
	۰/۸	۱۸/۱۴	۲۰/۱۲
	۰/۷	۱۸/۵۷	۲۰/۶۹
	۰/۶	۱۸/۷۳	۲۰/۹۷
	۰/۵	۱۸/۷۱	۲۱/۰۳
	۰/۴	۱۸/۵۹	۲۰/۹۲
	۰/۳	۱۸/۴۵	۲۰/۷۱
	۰/۲	۱۸/۳۴	۲۰/۴۶
	۰/۱	۱۸/۳۰	۲۰/۲۱

خواص مکانیکی و مدول الاستیسیته بالاتر در زاویه ۳۰ درجه تا حجم مؤثر ۰/۶ و برای زاویه ۴۵ درجه فرکانس تا حجم مؤثر ۰/۵ افزایشی و سپس کاهش می‌گردد.

در جدول (۶) فرکانس طبیعی دو نوع لایه چینی متعامد (۹۰ و ۰) و (۴۵ و ۴۵-) برای حجم مؤثر ۰/۱ و ۰/۵ در دو جنس GLAR و CARAL محاسبه شده است. همان‌طور که مشخص است در فرکانس ششم تأثیر جنس و لایه چینی کم شده و مقادیر فرکانس بی‌بعد نسبت به هم اختلاف کمتری دارد؛ همچنین در لایه چینی (۴۵ و ۴۵-) و در حجم مؤثر ۰/۵ با جنس CARAL بیشترین فرکانس را تا مود ۵ پیش‌بینی نموده است اما در مود ششم به دلیل تأثیر لایه آلومینیوم در سازه فرکانس GLAR با حجم مؤثر ۰/۱ بیشترین مقدار را نشان داده است.

برای مطالعه اثر نسبت ضخامت هسته به رویه بر فرکانس طبیعی بی‌بعد، ابتدا حجم مؤثر به‌عنوان یک پارامتر مهم ۱، ۰/۵ و ۰/۱ فرض شد و برای دو جنس GLAR و CARAL در شکل (۲) مقایسه گردید. نتایج نشان داد، در کامپوزیت خالص تا نسبت شش، فرکانس، کاهش و سپس مقدار فرکانس به مقدار اولیه خود نزدیک شده است؛ همچنین تا نسبت هشت، فرکانس طبیعی هیبرید آلومینیوم/شیشه (GLAR) از حالت کرن خالص مقدار بیشتری را نشان داده است. ضمناً در تمام نسبت‌ها به دلیل سفتی کرن، نمونه هیبرید آلومینیوم/کرن (CARAL)، فرکانس‌های طبیعی بالاتری را دارا می‌باشد.

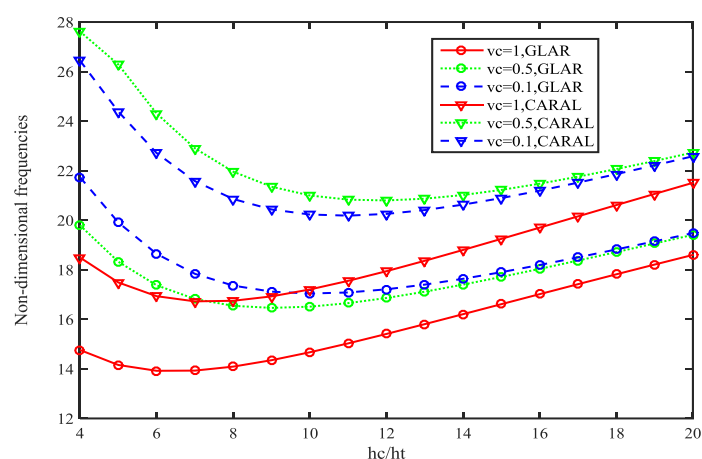
در شکل (۳) اثر نسبت طول به ضخامت کل ساندویچ پانل بر روی اولین فرکانس بی‌بعد با حجم مؤثر ۱، ۰/۵ و ۰/۱ مقایسه شد. نتایج نشان داد، با افزایش نسبت طول به ضخامت کل ساندویچ پانل، فرکانس طبیعی بی‌بعد رویه هیبریدی با حجم مؤثر ۰/۱ و ۰/۵ در نسبت‌های پنج الی ده در مقایسه با کامپوزیت خالص افزایشی حدود شصت الی سی درصدی داشته است؛ اما برای نسبت بیشتر از ده، مقدار فرکانس کامپوزیت خالص با دو جنس GLAR و CARAL روندی افزایشی و با شیب ثابت داشته است؛ همچنین فرکانس رویه هیبریدی الیاف شیشه-اپوکسی تقویت‌شده با آلومینیوم (GLAR) با حجم مؤثر ۰/۱ و در نسبت طول به ضخامت پنج در مقایسه با کرن خالص، افزایش بیست‌درصدی داشت؛ اما با نزدیک شدن به نسبت هشت، تقریباً مقادیر برابر و در ادامه به علت سفتی بالای کرن، فرکانس بی‌بعد کامپوزیت خالص افزایش یافت.

همان‌طور که مشخص است فرکانس بی‌بعد ماده GLAR

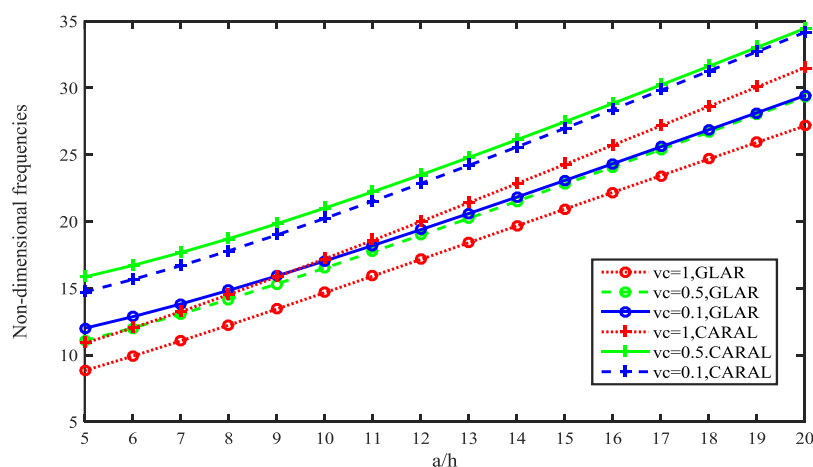
برای زاویه ۳۰ و ۴۵ تا حجم مؤثر ۰/۶ افزایشی و در بازه ۰/۶ الی ۰/۴ کاهش و سپس با تأثیر خواص آلومینیوم فرکانس افزایشی شده است؛ اما فرکانس بی‌بعد ماده CARAL با توجه به

جدول ۶ اثر لایه چینی مختلف بر روی شماره فرکانس بی‌بعد ساندویچ پانل مربعی با $a/h=10$, $h_c/h_t=10$

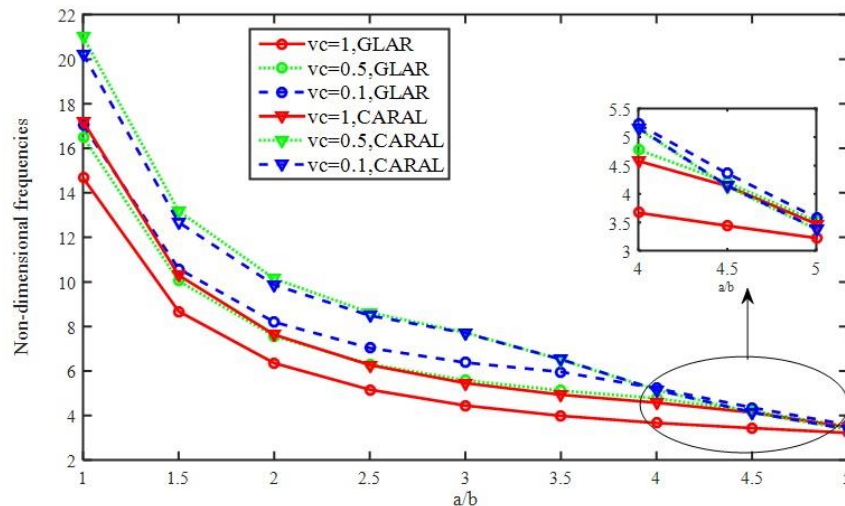
CARAL		GLAR		شمارنده مود	لایه چینی
$vc=0/1$	$vc=0/5$	$vc=0/1$	$vc=0/5$		
۱۹/۸۳	۱۹/۲۳	۱۶/۹۵	۱۵/۹۵	۱	AL/۹۰/۰/core/۰/۹۰/AL
۳۸/۹۴	۳۷/۰۷	۳۲/۶۸	۲۹/۱۴	۲	
۵۶/۵۰	۵۲/۵۴	۴۷/۴۴	۴۰/۴۳	۳	
۶۹/۶۷	۶۵/۸۴	۵۷/۵۳	۴۹/۴۹	۴	
۷۹/۴۱	۷۶/۹۲	۷۱/۷۸	۵۹/۵۱	۵	
۸۲/۸۶	۸۱/۸۸	۸۵/۰۲	۷۶/۹۳	۶	
۲۰/۲۱	۲۱/۰۳	۱۷/۰۲	۱۶/۳۹	۱	AL/-۴۵/۴۵/core/۴۵/-۴۵/AL
۳۹/۴۶	۴۰/۶۰	۳۲/۷۹	۳۰/۲۵	۲	
۵۸/۸۸	۶۳/۳۸	۴۸/۰۲	۴۴/۲۷	۳	
۶۹/۳۳	۶۹/۵۳	۵۷/۴۲	۵۰/۲۶	۴	
۸۰/۱۷	۸۱/۲۷	۷۲/۵۰	۶۵/۱۶	۵	
۸۳/۳۵	۸۴/۱۰	۸۵/۳۲	۸۲/۶۸	۶	



شکل ۲ مقایسه اولین فرکانس بی‌بعد برای ساندویچ پانل مربعی با تغییر نسبت ضخامت هسته به رویه و حجم مؤثر کامپوزیت و $a/h=10$



شکل ۳ مقایسه اولین فرکانس بی‌بعد برای ساندویچ پانل مربعی با تغییر نسبت طول به ضخامت کل و حجم مؤثر کامپوزیت با $h_c/h_t=10$



شکل ۴ مقایسه اولین فرکانس بی‌بعد برای ساندویچ پانل با تغییر نسبت طول به عرض و حجم مؤثر کامپوزیت با $a/h=10$ و $h_c/h_t=10$

نتایج زیر استخراج شد:

۱. بیشترین میزان فرکانس طبیعی بی‌بعد، مربوط به لایه‌چینی $AL/45/-45/core/-45/45/AL$ و در حجم مؤثر ۰/۵ و پنج مود اول می‌باشد.
۲. رویه هیبریدی GLAR از حجم مؤثر ۰/۸ الی ۰/۱ نسبت به رویه کربن خالص افزایش فرکانس طبیعی را داشته است.
۳. با رشد حجم مؤثر کامپوزیت، فرکانس ماده CARAL به علت سفتی بالاتر کربن از ماده GLAR بیشتر شده است.
۴. فرکانس بی‌بعد رویه‌های هیبریدی GLAR و CARAL با حجم مؤثر ۰/۵ در مقایسه با رویه‌های کامپوزیتی با الیاف شیشه-اپوکسی یا الیاف کربن-اپوکسی در نسبت ضخامت هسته به رویه چهار، اختلافی ۵۰ درصدی را نشان داده که با افزایش نسبت به بیست میزان این اختلاف به ۱۰ درصد کاهش یافته است.
۵. مقدار فرکانس بی‌بعد برای رویه هیبریدی (GLAR) با حجم مؤثر ۰/۱ در مقایسه با کربن خالص افزایش ۲۰ درصدی را در نسبت طول به ضخامت پنج نشان داده است.
۶. فرکانس طبیعی بی‌بعد رویه هیبریدی GLAR در نسبت طول به عرض ۱/۵ الی ۴/۵ افزایشی از ۱۰ الی ۳۰ درصد را نسبت به کربن خالص نشان داده است.

تقدیر و تشکر

در شکل (۴) اثر افزایش نسبت طول به عرض ساندویچ پانل

بر روی اولین فرکانس طبیعی بی‌بعد با حجم مؤثر ۱، ۰/۵ و ۰/۱ مقایسه شد. نتایج مطالعه نشان داد، با افزایش نسبت طول به عرض ساندویچ پانل، فرکانس طبیعی بی‌بعد کاهش داشته است؛ اما برای جنس GLAR با ضریب تأثیر حجمی ۰/۱ نسبت به کامپوزیت خالص کربن بین ضرایب ۱/۵ الی ۴/۵ افزایش حدود ۱۰ الی ۳۰ درصدی داشته است؛ همچنین با افزایش نسبت طول به عرض ۴ به بعد فرکانس‌های بی‌بعد در هر دو جنس GLAR و CARAL در نسبت ۰/۱ به هم نزدیک و اثر لایه کامپوزیت رویه بر فرکانس طبیعی کاهش یافت.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، ارتعاشات آزاد صفحه ساندویچ پانل با رویه هیبرید فلز/کامپوزیت (FML) و با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی برای دو جنس شیشه-اپوکسی و کربن-اپوکسی تقویت شده با آلومینیوم مورد بررسی قرار گرفت. معادلات حاکم بر سیستم با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی برای رویه به علت ضخامت کم و تئوری مرتبه سوم برشی برای هسته به علت ضخامت قابل توجه، به دست آمد و با محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل و قرارگیری در اصل همیلتون معادلات حرکت استخراج گردید. سپس اثر حجم مؤثر لایه فلز و کامپوزیت، نسبت ضخامت هسته به رویه، طول به ضخامت کل، طول به عرض و بررسی شماره مود در دولایه‌چینی ساندویچ پانل بر ارتعاشات سیستم بررسی و

واژه نامه	فهرست علائم
هیبرید فلز/کامپوزیت	ضخامت ساندویچ پانل h
حجم مؤثر	Volume Fraction (V)
کامپوزیت الیاف شیشه	Glass Laminate Aluminum
تقویت شده با آلومینیوم	Reinforced Epoxy (GLAR)
کامپوزیت الیاف کربن	Carbon Laminate Aluminum
تقویت شده با آلومینیوم	Reinforced Epoxy (CARAL)
	رویه بالایی Top Face (t)
	رویه پایینی Bottom Face (b)
	هسته Core (c)
	فرکانس بی بعد $\bar{\omega}, \Omega$

مراجع

- [1] H. M. Bahabadi, A. Farrokhhabadi, and M. M. Khatibi, "The influence of skin / core debonding effects on the natural frequencies of composite sandwich structures using experimental and numerica", *Journal of Science and Technology of Composites*, vol. 5, no. 1, Pp. 91–98, 2018.
- [2] A. Fereidoon, A. Ghoddosian, A. A. Niyari, "Non-Linear Damping Analysis of Sandwich Composite Structures", *Contemporary Engineering Sciences*, vol. 4, no. 1, Pp. 37–42, 2011.
- [3] P. V. Katariya and S. K. Panda, "Frequency and Deflection Responses of Shear Deformable Skew Sandwich Curved Shell Panel: A Finite Element Approach", *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 44, no. 2, Pp. 1631–1648, 2019.
- [4] R. Rani, R. Lal, "Free vibrations of composite sandwich plates by Chebyshev collocation technique", *Composites Part B: Engineering*, vol. 165, no. January, Pp. 442–455, 2019.
- [5] M. Livani, K. Malekzadeh Fard, A. Negahbanbron, "Analysis of high-order free vibrations of sandwich composite cylinder", in *27th International Conference on Mechanical Engineering*, Pp. 931–936, (2018). (In Persian)
- [6] M. Nasihatgozar, S. M. R. Khalili, "Free vibration of a thick sandwich plate using higher order shear deformation theory and DQM for different boundary conditions", *Journal of Applied and Computational Mechanics*, vol. 3, no. 1, Pp. 16–24, 2017.
- [7] A. Ghodsbin Jahromi, H. Hatami, "Numerical Behavior Study of Expanded Metal Tube Absorbers and Effect of Cross Section Size and Multi-Layer Under Low Axial Velocity Impact Loading", *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, vol. 49, no. 4, Pp. 245–248, 2018. (In persian)
- [8] H. Hatami and M. Shariati, "Numerical and Experimental Investigation of SS304L Cylindrical Shell with Cutout Under Uniaxial Cyclic Loading", *Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Mechanical Engineering*, vol. 43, no. 2, Pp. 139–153, 2019.
- [9] H. Hatami, M. Hosseini, A. K. Yasuri, "Perforation of Thin Aluminum Targets Under Hypervelocity Impact of Aluminum Spherical", *Materials Evaluation*, Vol. 77, Pp. 411–422 2019.
- [10] Y. Zhai, J. Ma, and S. Liang, "Dynamics properties of multi-layered composite sandwich doubly-curved shells", *Composite Structures*, vol. 256, p. 113142, 2021.
- [11] K. Malekzadeh Fard, M. Rezaei Hassanabadi, "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich

- Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory”, *Journal of Science and Technology of Composite*, vol. 1, no. 2, Pp. 49–62, 2015. (In Persian)
- [12] A. V. Lopatin, E. V. Morozov, “Fundamental frequency of a corner-supported rectangular sandwich plate with the central lumped mass”, *Journal of Sandwich Structures & Materials*, vol. 23, no. 8, Pp. 3966–3984, 2020.
- [13] A. Szekrényes, “Mechanics of shear and normal deformable doubly-curved delaminated sandwich shells with soft core”, *Composite Structures*, vol. 258, 2021.
- [14] H. Ravishankar, R. Rengarajan, K. Devarajan, and B. Kaimal, “Free vibration bahaviour of fiber metal laminates, hybrid composites, and functionally graded beams using finite element analysis”, *International Journal of Acoustics and Vibrations*, vol. 21, no. 4, Pp. 418–428, 2016.
- [15] A. Shooshtari, S. Razavi, “A closed form solution for linear and nonlinear free vibrations of composite and fiber metal laminated rectangular plates”, *Composite Structures*, vol. 92, no. 11, Pp. 2663–2675, 2010.
- [16] G. H. Rahimi, M. S. Gazor, M. Hemmatnezhad, and H. Toorani, “Free vibration analysis of fiber metal laminate annular plate by state-space based differential quadrature method”, *Advances in Materials Science and Engineering*, vol. 2014, Pp. 1–11, 2014.
- [17] J. Iriondo, L. Aretxabaleta, and A. Aizpuru, “Characterisation of the elastic and damping properties of traditional FML and FML based on a self-reinforced polypropylene”, *Composite Structures*, vol. 131, Pp. 47–54, 2015.
- [18] M. Mohandes, A. R. Ghasemi, M. Irani-Rahagi, K. Torabi, F. Taheri-Behrooz, “Development of beam modal function for free vibration analysis of FML circular cylindrical shells”, *JVC/Journal of Vibration and Control*, vol. 24, no. 14, Pp. 3026–3035, 2018.
- [19] M. M. Kheirikhah, S. M. R. Khalili, and K. Malekzadeh Fard, “Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory”, *European Journal of Mechanics, A/Solids*, vol. 31, no. 1, Pp. 54–66, 2012.
- [20] J. N. Reddy, *Laminated Composite Plates and Shells*, CRS Peress, New York, 2003.
- [21] Y. Frostig, “Buckling Fleible of Sandwich Core-High-Order Theory”, *Journal of Solids and Structures*, vol. 35, no. 97, Pp. 183–204, 1997.
- [22] M. H. DATOO, *Mechanic of Fbrous Composites*, vol. 53, no. 9, 1991.
- [23] M. K. Rao, K. Scherbatiuk, Y. M. Desai, and A. H. Shah, “Natural Vibrations of Laminated and Sandwich Plates”, *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 130, no. 11, Pp. 1268–1278, 2004.
- [24] O. Rahmani, S. M. R. Khalili, and O. T. Thomsen, “A high-order theory for the analysis of circular cylindrical composite sandwich shells with transversely compliant core subjected to external loads”, *Composite Structures*, vol. 94, no. 7, Pp. 2129–2142, 2012.
- [25] H. D. Chalak, A. Chakrabarti, M. A. Iqbal, and A. H. Sheikh, “Free vibration analysis of laminated soft core sandwich plates”, *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, vol. 135, no. 1, Pp. 1–15, 2013.
- [26] A. Nazari, K. Malekzadeh Fard, M. Majidian, “Vibration analysis of FML cylindrical shell optimized according to maximum natural frequency under various boundary conditions”, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 99, no. 9, Pp. 1–10, 2016. (In Persian)

- [27] B. Zhang *et al.*, "Analysis and design of carbon fibre clamping apparatus for replacement of insulator strings in ultra-high voltage transmission line", *The Journal of Engineering*, vol. 2019, no. 16, Pp. 2212–2215, 2019, doi: 10.1049/joe.2018.8907.



Evaluation of Integrated Solar Geothermal Energy System for Providing Power, Heat and Cold

Research Article

Amin Kardgar¹ DOI: [10.22067/jacsm.2022.76152.1108](https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.76152.1108)

1. Introduction

According to reports, about 19.3% of the world's energy is provided by renewable energies. A large share of renewable energy comes from wind, solar and geothermal energy. Solar energy is a very clean energy that is used to generate power without causing pollution. According to studies conducted in recent decades, the cost of solar energy is competitive with other energy sources. Geothermal energy is also one of the clean sources of energy supply that have received attention in recent decades. Geothermal energy in countries such as the Philippines and Iceland supplies about 30% of their electrical energy needs. In Iran, there are various sources of geothermal energy in Azarbaijan, Ardabil, Isfahan, and Mazandaran provinces. A way to increase the efficiency of geothermal systems is combining it with solar energy and cogeneration.

Stability is among the challenges of using solar energy. Moreover, the low efficiency of geothermal energy is one of its disadvantages. One of the best solutions to solve these challenges is the simultaneous use of solar and geothermal energy. The purpose of this research is to present a geothermal and solar energy system for the simultaneous production of power, heat, cold and its analysis based on the first and second laws of thermodynamics. For this purpose, the amount of exergy loss and the efficiency of different components of the system were investigated by changing the effective parameters.

2. Results

Figure 1 depicts the production system for the simultaneous production of power, heat and cold. Geothermal energy acts as the main source and solar energy as an auxiliary source in this system. To ensure the continuous operation of the system, an energy storage device has been used, one side of which is connected to the sun and the other side to the input flow of turbine 2. The purpose of the proposed system is to produce power and

heat for industrial use and cooling for residential places, as well as a heat pump for drying products.

This system is composed of 5 circuits, which include the water flow circuit from the geothermal well for power generation, the absorption refrigeration cycle with lithium bromide and water for cooling the residential space, the compression refrigeration cycle with isobutane fluid, the dryer system, and the solar absorber system with molten sodium.

For the thermodynamic analysis of subsystems in the whole system, the first and second laws were used. The first law of thermodynamics or the law of conservation of energy with the assumed assumptions is as follows for all components.

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e \quad (1)$$

By applying the second law of thermodynamics to all system components, the amount of irreversibility can be analyzed. The amount of exergy at any point is obtained using Equation 2.

$$ex_i = h_i - h_e - T_0(s_i - s_0) \quad (2)$$

The efficiency value of the first and second laws of this system is $\eta_0 = 92\%$ and $\psi_0 = 57\%$ respectively, which is more than many power generation systems. Based on the values of thermodynamic properties, the efficiency of the law of energy and exergy in Figure 2 is calculated based on the changes in the quality of the fluid exiting the geothermal well. The quality of steam in a geothermal well depends on the type of well and its amount can vary. With the increase of steam quality from 0.3 to 0.8, the energy efficiency does not change much, but the exergy efficiency increases from 52% to 60%, which is due to the reduction of exergy loss in different parts of the system. In fact, with the increase in steam quality, its exergy value increases and this improves the exergy efficiency by 8%. Figure 3 shows the changes in energy efficiency and exergy versus fluid flow rate from the geothermal well. With the increase

*Manuscript received: April 10, 2022, Revised, August 13, 2022, Accepted, December 15, 2022.

¹. Corresponding author. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Mazandaran, Babolsar, Iran.

Email: a.kardgar@umz.ac.ir

of the mass flow rate from 20 kg/s to 80 kg/s, the changes in the efficiency of the first and second laws are almost negligible. With the increase in the flow rate of the fluid coming out of the well, the amount of energy produced increases, but the efficiency of the first and second laws does not change significantly due to the lack of change in the quality of energy.

3. Conclusion

A cogeneration system based on geothermal and solar energy was developed. Using the first and second laws of

thermodynamics, the whole system was analyzed. The amount of work, cold and heat produced as well as exergy loss were calculated. Using thermodynamic relationships, the effect of effective parameters such as the mass flow rate of the geothermal reservoir, steam quality, ambient temperature, temperature of the air entering the heat pump and the temperature of the generator output fluid on the efficiency of the first law, second law and exergy loss were investigated.

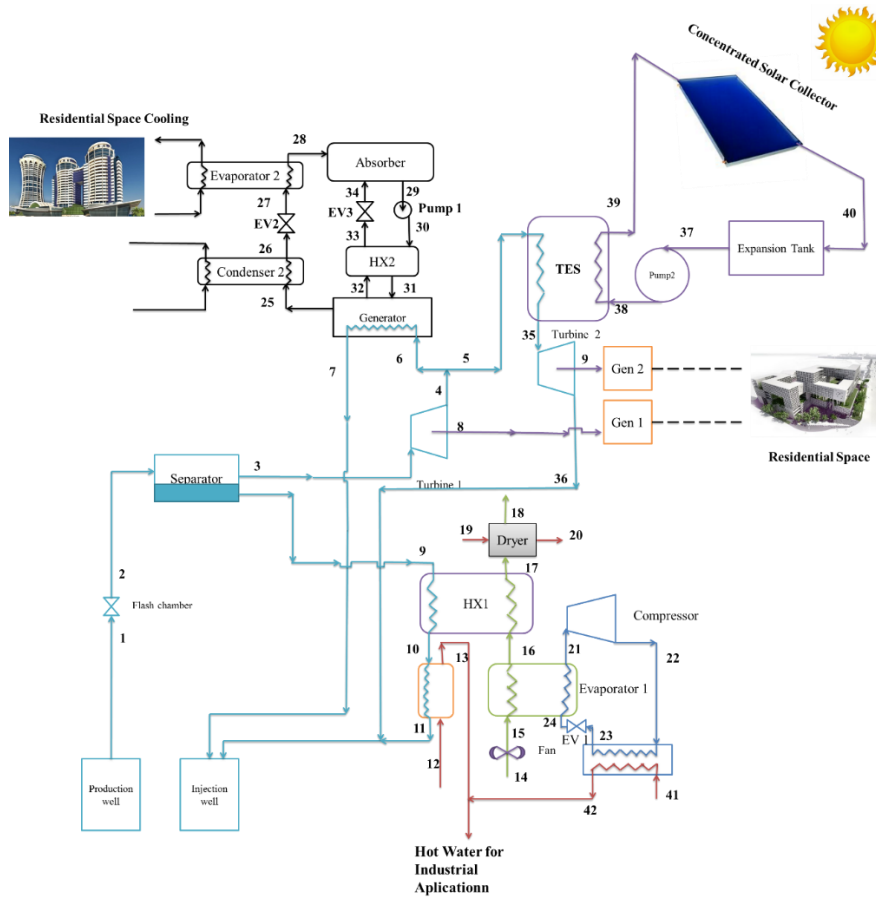


Figure 1. The flow diagram of the simultaneous production of power, heat and cooling with the simultaneous use of solar energy and geothermal energy

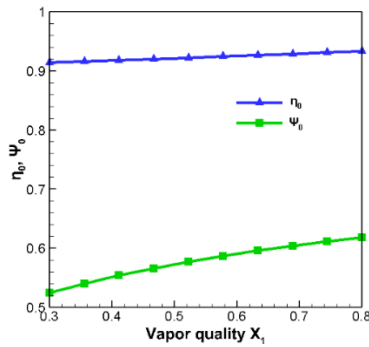


Figure 2. Energy and exergy efficiency of the whole system according to the quality of steam exiting geothermal wells

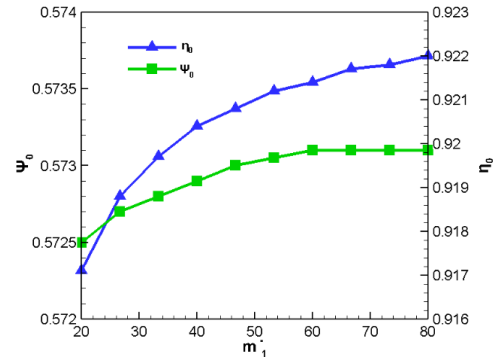


Figure 3. Energy efficiency and exergy of the whole system in terms of flow rate of hot water from the geothermal tank



ارزیابی سامانه یکپارچه انرژی خورشیدی و زمین گرمایی برای تولید همزمان توان، گرما و سرمایش*

مقاله پژوهشی

امین کاردگر^(۱)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.76152.1108

چکیده در پژوهش حاضر، یک سامانه انرژی یکپارچه خورشیدی-زمین گرمایی ارائه شده است. این سامانه انرژی از یک محفظه تبخیر یک مرحله‌ای زمین گرمایی، سیکل تبرید جذبی تک اثره، سیکل پمپ حرارتی برای عملیات خشک کردن، سامانه ذخیره‌ساز انرژی خورشیدی، دو توربین بخار برای تولید توان، تولید سرمایش برای مصارف خانگی و سامانه گرمایشی برای مصارف صنعتی تشکیل شده است. هدف از این سامانه تولید توان، سرمایش و گرمایش برای مصارف خانگی و صنعتی و خشک کردن محصولات غذایی است. راندمان انرژی و انرژی کل این سامانه به ترتیب ۹۲٪ و ۵۷٪ است. اثرات عوامل مؤثر مانند دمای محیط، دبی و دمای آب مخزن زمین گرمایی و دمای آب خروجی از ژنراتور سیکل تبرید جذبی بر راندمان انرژی و انرژی کل، توربین شماره ۱ و توربین شماره ۲ به ترتیب حدود ۷٪، ۳٪ و ۴٪ کاهش می‌یابد. تغییر نمی‌کند اما راندمان انرژی کل، توربین شماره ۱ و توربین شماره ۲ به ترتیب حدود ۷٪، ۳٪ و ۴٪ کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: انرژی خورشیدی، تبرید جذبی، تولید توان.

Evaluation of an Integrated Solar Geothermal Energy System to Provide Power, Heat and Cooling

Amin Kardgar

Abstract

In the present research, an integrated solar-geothermal energy system is proposed. This energy system consists of a single flash geothermal cycle, single effect absorption refrigeration cycle, heat pump cycle for drying process, solar energy saving compartment, two steam turbines for power production, cooling system for domestic usage and heating for industrial application. The aim of this system is providing cooling and heating for domestic and industrial appliances and drying food products. The energy and exergy efficiency of the system were 92% and 57%, respectively. The effect of parameters such as surrounding temperature, the temperature and the mass flow rate of geothermal tank, and the outlet water temperature of the generator of absorption cooling system on energy and exergy efficiency of the system were investigated. The overall energy efficiency does not change by increasing surrounding temperature from 270 K to 320 K, but overall exergy efficiency, turbine 1, and turbine 2 decrease almost 7%, 3% and 4%, respectively.

Key Words Exergy; Geothermal; Solar energy; Absorption refrigeration; Power production.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۱/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۹/۹ می‌باشد.

Email: a.kardgar@umz.ac.ir

(۱) نویسنده مسئول: استادیار مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه مازندران، بابلسر، ایران

مقدمه

روند کنونی افزایش مصرف انرژی در جهان، بشر را با دو بحران بزرگ روبرو کرده است؛ نخست آلودگی محیط زیست در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی و دیگری شتاب فزاینده در جهت به پایان بردن این منابع. تأمین انرژی یکی از اساسی‌ترین پیش‌نیازهای توسعه اقتصادی و بهبود کیفی زندگی بشر است. روند صعودی مصرف انرژی در جهان، که با وقوع انقلاب صنعتی در اواسط قرن هجدهم میلادی آغاز شد، همچنان ادامه دارد. یکی از بهترین راه‌ها برای کاهش آسیب محیط زیست و گازهای گلخانه‌ای، جایگزینی سوخت‌های فسیلی با انرژی‌های تجدیدپذیر مانند انرژی خورشیدی، زمین گرمایی و باد است. بر اساس گزارش‌ها حدود ۱۹/۳٪ از انرژی جهان توسط انرژی‌های تجدیدپذیر تأمین می‌شود. سهم زیادی از انرژی‌های تجدیدپذیر متعلق به انرژی باد، خورشید و زمین گرمایی است. انرژی خورشیدی، انرژی بسیار پاک است که بدون ایجاد آلاینده برای تولید توان به کار می‌رود. با توجه با پژوهش‌های صورت گرفته در دهه‌های اخیر قیمت تمام شده انرژی خورشیدی با دیگر منابع انرژی قابل رقابت است. انرژی زمین گرمایی نیز یکی از منابع پاک تأمین انرژی است که در دهه‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. انرژی زمین گرمایی در کشورهای مانند فیلیپین و ایسلند حدود ۳۰٪ از انرژی الکتریکی مورد نیازشان را تأمین می‌کند. در ایران نیز منابع متنوعی از انرژی زمین گرمایی در استان‌های آذربایجان، اردبیل، اصفهان، مازندران و... وجود دارد. یکی از راه‌های افزایش راندمان سیستم‌های زمین گرمایی ترکیب آن با انرژی خورشیدی و تولید همزمان است. کارهای مختلفی برای ترکیب انرژی خورشیدی و زمین گرمایی و تولید همزمان صورت گرفته است. از سیستم ترکیبی زمین گرمایی و خورشیدی می‌توان در دودکش خورشیدی برای افزایش توان تولیدی استفاده کرد [1]. چوی و همکارانش مقایسه‌ای بین R22 و R744 به عنوان سیال عامل در سیکل پمپ حرارتی سامانه خورشیدی-زمین گرمایی انجام دادند. نتایج آنها نشان‌دهنده راندمان بهتر R744 در مقایسه با R22 به مقدار ۲۸/۸٪ است. همچنین نتایج آنها نشان داد که راندمان کلکتور نیز به اندازه ۴/۱٪ در زمان استفاده از R744 افزایش می‌یابد [2]. قاسمی و همکارانش با استفاده همزمان از انرژی حرارتی زمین گرمایی و خورشیدی،

راندمان قانون دوم سامانه تولید توان را ۳/۴٪ نسبت به استفاده تنهایی از هر کدام از منابع حرارتی افزایش دادند [3]. ایوب و همکارانش با سیستم ترکیبی زمین گرمایی و خورشیدی و بهینه‌سازی سامانه پیشنهادی با تابع هدف هزینه توان تولیدی، توانستند با پیشنهاد یک آرایش جدید مقدار هزینه را تا ۲٪ نسبت به حالت استفاده از این منابع انرژی به صورت جداگانه کاهش دهند. آنها همچنین با استفاده از جریان متغیر توانستند مقدار راندمان را ۶/۳٪ نسبت به حالت جریان ثابت در کلکتور خورشیدی افزایش دهند [4]. شوکتی و رنجبر سیکل تولید توان با بهره‌گیری از انرژی زمین گرمایی و استفاده از سیکل کالینا و رانکین و سیال عامل مختلف بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که سیکل کالینا با غلظت آمونیاک ۰/۷٪ کمترین میزان هزینه تولید توان را دارد. سیکل اورگانیک رانکین نیز با سیال عامل R123 دارای بیشترین بازده قانون اول است. فشار بهینه اپراتور سیکل کالینا برای کمینه کردن هزینه تولید توان در ۲۵ بار رخ می‌دهد [5]. هبرلی و همکارانش با افزودن یک سامانه خورشیدی به سیکل اورگانیک رانکین، بازده آن را ۷/۸٪ افزایش دادند [6]. از طرفی می‌توان این سامانه را برای تأمین آب شیرین جوامع کوچک به کار بست [7]. علی‌رحمی و همکارانش با استفاده از ترکیب انرژی زمین گرمایی و انرژی خورشیدی یک سامانه تولید توان و سرمایه‌گذاری پیشنهاد دادند. آنها برای تولید توان از سیکل رانکین و سیکل اورگانیک رانکین بهره بردند [8]. آنها نشان دادند که با ثابت ماندن تعداد پنل‌های خورشیدی، با افزایش دبی جریان ورودی، کار خروجی سیستم کاهش یافته و بار سرمایشی افزایش می‌یابد. آنها همچنین نشان دادند که بین ۱۰ مبرد مختلف، مبرد R123 بهترین عملکرد را دارد. مقدار راندمان آگزرژی در سیستم پیشنهادی آنها در بهترین حالت ۲۹/۹۵٪ بود. القمری و حسن با استفاده از انرژی زمین گرمایی و گرم کردن هوای تازه، بار گرمایی ساختمان را تأمین کردند. آنها همچنین برای تأمین توان الکتریکی ساختمان از انرژی خورشیدی بهره بردند. آنها تأثیر ترکیب سامانه انرژی زمین گرمایی و خورشیدی را در شرایط مختلف دودکش خورشیدی بررسی کردند. آنها نشان دادند که دودکش دمای اتاق را ۶/۴ °C افزایش داده و هوای اتاق را ۴۶ بار در روز تغییر می‌دهد [9]. الحامد و دینسر برای تأمین توان الکتریکی و بار سرمایشی یک منطقه مسکونی کوچک یک آرایش با ترکیب

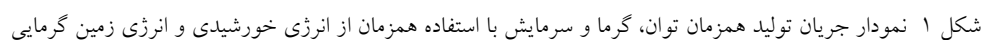
پارامترهای مختلف مانند نوع سیال عامل در سیکل اورگانیک رانکین، دمای محیط و دبی جرمی سیال عامل را بر روی بازده سیستم بررسی نمودند [17]. ساندلی و همکارانش از انرژی زمین گرمایی به عنوان مکمل انرژی خورشیدی در فرایند خشک کردن استفاده کردند. در طرحی که آنها پیشنهاد دادند مقدار دمای هوای خشک کن به 46°C تا 58°C می رسد [18].

همان طوری که از مطالعات انجام شده می توان برداشت نمود، یکی از چالش های استفاده از انرژی خورشیدی پایداری آن است. از طرفی پایین بودن راندمان انرژی زمین گرمایی از معایب آن به شمار می رود. یکی از بهترین راهکارها برای رفع این چالش ها، استفاده همزمان از انرژی خورشیدی و زمین گرمایی است. هدف از پژوهش حاضر ارائه یک سامانه انرژی زمین گرمایی و خورشیدی برای تولید همزمان توان، گرما، سرما و تحلیل آن بر اساس قانون اول و دوم ترمودینامیک است. برای این کار مقدار اتلاف انرژی و راندمان اجزای مختلف سامانه با تغییر مؤلفه های مؤثر بررسی شده است.

توضیح سامانه انرژی

سامانه تولید همزمان توان، حرارت و سرما در شکل (۱) نشان داده شده است. انرژی زمین گرمایی به عنوان منبع اصلی و انرژی خورشیدی به عنوان منبع کمک کننده در سیستم عمل می کند. برای اطمینان از عملکرد پیوسته سامانه از ذخیره ساز انرژی استفاده شده است که یک طرف آن به خورشید و طرف دیگر آن به جریان ورودی توربین ۲ متصل است. هدف از سامانه پیشنهادی تولید توان، گرما برای استفاده صنعتی و سرمایش برای اماکن مسکونی و همچنین پمپ حرارتی برای عملیات خشک کردن محصولات است. این سامانه از پنج مدار تشکیل شده است که شامل مدار جریان آب خروجی از چاه زمین گرمایی برای تولید توان، چرخه تبرید جذبی با لیتیم بروماید و آب برای سرمایش فضای مسکونی، چرخه تبرید تراکمی با سیال ایزوبوتان، سیستم خشک کن و سامانه جاذب خورشیدی با سدیم مذاب است.

انرژی خورشیدی و زمین گرمایی پیشنهاد دادند. آنها برای این کار از توربین هایی تقریباً با ظرفیت کل 1345 kW و یک سامانه تبرید جذبی اژکتوری با ظرفیت 15 kW استفاده کردند. راندمان قانون اول و دوم این سامانه به ترتیب 53.33% و 37.07% بوده است [10]. ذبیح الله و همکارانش [11] اثر پارامترهای مختلف مانند دمای آب خروجی از منابع زمین گرمایی، دبی جریان آب و فشار ورودی توربین بخار را در نیروگاه تولید همزمان برق، سرما و گرما بررسی کردند. آنها بیان کردند که با افزایش فشار ورودی توربین مقدار تخریب افزایش می یابد. صدیقی و دینسر سامانه ای برای تولید توان و آب شیرین با استفاده از انرژی زمین گرمایی و خورشیدی پیشنهاد دادند. آنها با استفاده از قانون اول و دوم ترمودینامیک سامانه را تحلیل نموده و نشان دادند راندمان قانون اول و دوم این سیستم به ترتیب 42.3% و 21.3% است [12]. اوکاتی و همکارانش روش نوینی برای بهره گیری از انرژی زمین گرمایی و خورشیدی برای شیرین سازی آب پیشنهاد دادند. آنها نشان دادند که با کاهش دمای کندانسور در سامانه از 28°C تا 21°C مقدار آب شیرین تولیدی 6.6% افزایش می یابد [13]. عبدالعلی پور و همکارانش یک آرایش بر مبنای انرژی زمین گرمایی به عنوان منبع گرم و گاز LNG به عنوان منبع سرد با راندمان $29/16\%$ پیشنهاد دادند. در این سامانه با افزایش فشارهای جداساز اول و دوم مقدار توان تولیدی خالص، بازده حرارتی و انرژی نتایج بهتری را نشان می دهد [14]. یکی از چالش های استفاده از سامانه ترکیبی زمین گرمایی و خورشیدی عدم وجود همیشگی توان حرارتی خورشید و کاهش راندمان سامانه به این دلیل است. باستی و همکارانش با استفاده از سیستم ذخیره ساز انرژی ظرفیت سالانه این سامانه ها را 19% افزایش دادند [15]. مک تیگ و همکارانش با استفاده از سامانه حرارتی خورشیدی به عنوان سیکل بالایی و سیکل زمین گرمایی به عنوان سیکل پایینی یک سامانه تولید توان با بازده $32/9\%$ ارائه دادند. در طرح ارائه شده، برای افزایش بازده و پیوستگی بیشتر سامانه از سیستم ذخیره ساز انرژی استفاده شده است [16]. کشاورزپرست و همکارانش برای افزایش بازده یک نیروگاه زمین گرمایی در نوادا آمریکا، سامانه حرارتی خورشید به آن اضافه نمودند. آنها با استفاده از نرم افزار تجاری HYSIS کل سامانه را به صورت ترمودینامیکی تحلیل نموده و تأثیر



مخلوط بخار و مایع خارج شده از توربین ۱ به دو قسمت تقسیم شده و مایع آن وارد یک ژنراتور سیکل تبرید جذبی می-شود تا حرارت لازم برای جدایش آب از نمک لیتیوم-بروماید

برای تحلیل ترمودینامیکی زیر سامانه‌ها در کل سیستم از قانون اول و دوم استفاده شده است. قانون اول ترمودینامیک یا قانون بقای انرژی با فرضیات در نظر گرفته شده، برای تمامی اجزا به صورت زیر است.

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e \quad (1)$$

با اعمال قانون دوم ترمودینامیک در تمام اجزای سامانه می‌توان میزان بازگشت‌ناپذیری‌ها را تحلیل نمود. مقدار انرژی در هر نقطه با استفاده از رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$ex_i = h_i - h_e - T_0(s_i - s_0) \quad (2)$$

همچنین قانون بقای انرژی به صورت زیر می‌باشد:

$$\sum \dot{m}_i ex_i + \dot{E}x_{Q_i} = \sum \dot{m}_e ex_e + \dot{E}x_{W_i} + \dot{E}x_{d_i} \quad (3)$$

که در رابطه بالا $\dot{E}x_{Q_i}$ ، $\dot{E}x_{W_i}$ و $\dot{E}x_{d_i}$ به ترتیب انتقال انرژی به واسطه انتقال گرما، کار و نرخ اتلاف انرژی است. انتقال انرژی به واسطه انتقال گرما از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\dot{E}x_{Q_i} = \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_{s_i}} \right) \quad (4)$$

با محاسبه مقدار نرخ اتلاف انرژی در زیر سامانه‌ها می‌توان دید بهتری نسبت به بازگشت‌ناپذیری‌ها در قسمت‌های مختلف سیستم به دست آورد. مقدار نرخ اتلاف انرژی را می‌توان با استفاده از رابطه (۳) یا رابطه (۵) محاسبه نمود.

$$\dot{E}x_{d_i} = T_0 \dot{S}_{gen_i} \quad (5)$$

برای محاسبه مقدار توان تولیدی از توربین‌های ۱ و ۲ از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\dot{W}_{st1} = \dot{m}_3(h_3 - h_4) \quad \dot{W}_{st2} = \dot{m}_{35}(h_{35} - h_{36}) \quad (6)$$

مقدار نرخ اتلاف انرژی در توربین‌های ۱ و ۲ نیز از روابط (۷) و (۸) به دست می‌آید.

$$\dot{m}_3(ex_3 - ex_4) = \dot{W}_{st1} + \dot{E}x_{d_{st1}} \quad (7)$$

$$\dot{m}_{35}(ex_{35} - ex_{36}) = \dot{W}_{st2} + \dot{E}x_{d_{st2}} \quad (8)$$

قانون بقای انرژی و انرژی برای فرایند ذخیره نیز به صورت زیر است.

$$\dot{m}_{38}(h_{38} - h_{39}) - \dot{m}_5(h_{35} - h_5) - \dot{Q}_L = \dot{E}n_{accu} \quad (9)$$

$$\dot{m}_{38}(ex_{38} - ex_{39}) - \dot{m}_5(ex_{35} - ex_5) - \dot{E}x_{Q_L} - \dot{E}x_d = \dot{E}x_{accu} \quad (10)$$

سیکل پمپ حرارتی

پمپ حرارتی وظیفه تأمین حرارت برای گرمایش و رطوبت گیری از هوای خشک‌کننده را برعهده دارد. هوایی که برای فرایند خشک کردن در نظر گرفته شده وارد اپراتور می‌شود تا دمای ایزوبوتان که به عنوان سیال عامل در چرخه عمل می‌کند، افزایش داده و بدین ترتیب کار مورد نیاز کمپرسور را کاهش دهد. ایزوبوتان مافوق گرم وارد کمپرسور شده و با افزایش فشار و دما وارد کندانسور شده و حرارت مورد نیاز پمپ حرارتی را تأمین می‌کند. سپس وارد شیر انبساط شده و با کاهش فشار و دما وارد اپراتور می‌شود.

فرایند خشک کردن

هوا بعد از رطوبت‌گیری وارد مبدل حرارتی شده و توسط مایعی که از جداساز وارد مبدل می‌شود، دمای آن افزایش و رطوبت نسبی آن کاهش می‌یابد. هوا وارد فرایند خشک کردن شده و در نقطه ۱۸ وارد محیط می‌شود.

معادلات حاکم برای تحلیل انرژی و انرژی. برای تحلیل ترمودینامیکی و محاسبه آنتالپی، آنترپی، دما، فشار و دبی ورودی و خروجی از زیرسامانه‌ها در تولید همزمان توان، گرما و سرما فرضیاتی در نظر گرفته شده است. همچنین برای برآورد بازگشت‌ناپذیری‌ها، اتلاف انرژی محاسبه شده است. فرضیات در نظر گرفته شده به صورت زیر می‌باشد:

۱. هوا به صورت گاز ایده‌آل در نظر گرفته شده است.
۲. دما و فشار نقطه مرجع به ترتیب برابر $T_0 = 298 \text{ K}$ و $P = 101 \text{ kPa}$

۳. سامانه در حالت پایا تحلیل شده است.

۴. از انرژی جنبشی و پتانسیل در تحلیل ترمودینامیکی صرف نظر شده است.

۵. توربین‌ها و پمپ‌ها به صورت آدیاباتیک در نظر گرفته شده است.

۶. از افت فشار در مبدل‌های حرارتی و لوله‌ها صرف نظر شده است.

۷. دمای آب خروجی از چاه زمین گرمایی بسته به نوع چاه و مکان آن دارد. برای چاه‌های زمین گرمایی در مشکین شهر و طبس این مقدار بین 423 تا 573 کلوین است. در اینجا آب گرم مخزن با دمای 573 K و فشار 60 Bar با کیفیت 50% در نظر گرفته شده است [19].

$$\eta_{st2} = \frac{\dot{W}_{st2}}{\dot{m}_{35}h_{35} - \dot{m}_{36}h_{36}} \quad (22)$$

$$\eta_{HW} = \frac{\dot{m}_{13}h_{13} - \dot{m}_{12}h_{12}}{\dot{m}_{10}h_{10} - \dot{m}_{11}h_{11}} \quad (23)$$

برای سامانه تبرید جذبی راندمان به صورت ضریب عملکرد تعریف می شود.

$$COP_{en,AC} = \frac{\dot{m}_{28}h_{28} - \dot{m}_{27}h_{27}}{\dot{m}_6h_6 - \dot{m}_7h_7} \quad (24)$$

برای پمپ حرارتی ضریب عملکرد به صورت زیر بیان می شود:

$$COP_{en,HP} = \frac{\dot{m}_{22}h_{22} - \dot{m}_{23}h_{23}}{\dot{m}_{22}h_{22} - \dot{m}_{21}h_{21}} \quad (25)$$

مقدار راندمان کل سامانه از رابطه (۲۶) به دست خواهد آمد:

$$\eta_0 = \frac{\dot{W}_{net} + \dot{Q}_{evap2} + \dot{Q}_{cond1} + (\dot{m}_{13}h_{13} - \dot{m}_{12}h_{12})}{(\dot{m}_1h_1 - (\dot{m}_7h_7 + \dot{m}_{11}h_{11} + \dot{m}_{36}h_{36})) + \dot{Q}_{solar}} \quad (26)$$

یکی از ابزارهای مهم برای تحلیل ترمودینامیکی سیستم های انرژی، استفاده از راندمان انرژی است. راندمان قانون دوم زیر سامانه های مختلف را می توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$\psi_{st1} = \frac{\dot{W}_{st1}}{\dot{m}_3ex_3 - \dot{m}_4ex_4} \quad (27)$$

$$\psi_{st2} = \frac{\dot{W}_{st2}}{\dot{m}_{35}ex_{35} - \dot{m}_{36}ex_{36}} \quad (28)$$

$$\psi_{HW} = \frac{\dot{m}_{13}ex_{13} - \dot{m}_{12}ex_{12}}{\dot{m}_{10}ex_{10} - \dot{m}_{11}ex_{11}} \quad (29)$$

$$COP_{ex,AC} = \frac{(\dot{m}_{28}h_{28} - \dot{m}_{27}h_{27})\left(1 - \frac{T_0}{T_{sevap2}}\right)}{\dot{m}_6ex_6 - \dot{m}_7ex_7} \quad (30)$$

$$COP_{ex,HP} = \frac{(\dot{m}_{22}h_{22} - \dot{m}_{23}h_{23})\left(1 - \frac{T_0}{T_{scond1}}\right)}{\dot{m}_{22}ex_{22} - \dot{m}_{21}ex_{21}} \quad (31)$$

$$\psi_0 = \frac{\left(\dot{W}_{net} + \dot{E}x_{Q_{evap2}} + \dot{E}x_{Q_{cond1}} + (\dot{m}_{13}ex_{13} - \dot{m}_{12}ex_{12})\right)}{\left(\dot{m}_1ex_1 - \left(\dot{m}_7ex_7 + \dot{m}_{11}ex_{11} + \dot{m}_{36}ex_{36}\right)\right) + \dot{Q}_{solar}\left(1 - \frac{T_0}{T_{sol}}\right)} \quad (32)$$

بحث و بررسی نتایج

مقدار راندمان قانون اول و دوم این سامانه به ترتیب $\eta_0 = 92\%$ و $\psi_0 = 57\%$ است که از بسیاری از سامانه های تولید توان بیشتر است. در جدول (۱) مقدار خواص ترمودینامیکی مانند دما، فشار و آنتالپی، آنتروپی، انرژی با

مقدار انتقال حرارت به آب گرم در مبدل آب گرم به صورت زیر به دست می آید.

$$\dot{Q}_{HW} = \dot{m}_{13}(h_{13} - h_{12}) \quad (11)$$

مقدار انرژی منتقل شده به ژنراتور سیکل تبرید جذبی برابر است با:

$$\dot{Q}_{HW} = \dot{m}_6(h_6 - h_7) \quad (12)$$

معادله بقای انرژی و انرژی برای ژنراتور سیکل تبرید جذبی به صورت زیر نیز قابل بیان است:

$$\dot{Q}_{Gen} + \dot{m}_{31}h_{31} = \dot{m}_{25}h_{25} + \dot{m}_{32}h_{32} \quad (13)$$

$$\dot{Q}_{Gen}\left(1 - \frac{T_0}{T_{sGen}}\right) + \dot{m}_{31}ex_{31} = \dot{m}_{25}ex_{25} + \dot{m}_{32}ex_{32} + \dot{E}x_{dGen} \quad (14)$$

مقدار بار سرمایشی در اپراتور سیکل تبرید جذبی از رابطه (۱۵) و (۱۶) حاصل می شود:

$$\dot{Q}_{evap} = \dot{m}_{28}(h_{28} - h_{27}) \quad (15)$$

$$\dot{Q}_{evap}\left(1 - \frac{T_0}{T_{sevap}}\right) + \dot{m}_{27}ex_{27} = \dot{m}_{28}ex_{28} + \dot{E}x_{devap} \quad (16)$$

مقدار کار کمپرسور در سامانه پمپ حرارتی به صورت زیر حاصل می شود:

$$\dot{W}_{comp} = \dot{m}_{22}(h_{22} - h_{21}) \quad (17)$$

نرخ اتلاف انرژی برای کمپرسور در سامانه تبرید تراکمی را می توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\dot{W}_{comp} + \dot{m}_{21}ex_{21} = \dot{m}_{22}ex_{22} + \dot{E}x_{dcomp} \quad (18)$$

مقدار بار حرارتی کندانسور پمپ حرارتی از رابطه (۱۸) به دست می آید.

$$\dot{W}_{cond1} = \dot{m}_{22}(h_{22} - h_{23}) \quad (19)$$

معادله بقای انرژی برای کندانسور را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{m}_{22}ex_{22} = \dot{m}_{23}ex_{23} + \dot{Q}_{cond1}\left(1 - \frac{T_0}{T_{scond1}}\right) + \dot{E}x_{dcond1} \quad (20)$$

مقدار راندمان توربین ۱، ۲ و مبدل آب گرم به صورت روابط زیر قابل تعریف است:

$$\eta_{st1} = \frac{\dot{W}_{st1}}{\dot{m}_3h_3 - \dot{m}_4h_4} \quad (21)$$

توان تولیدی کل سامانه، راندمان کل سامانه، ضریب عملکرد پمپ حرارتی و سیکل تبرید جذبی است. این خروجی‌ها در جدول (۳) بیان شده است. مقدار کل توان تولیدی سامانه تقریباً ۱۸/۶ MW است.

استفاده از نرم‌افزار EES (Engineering Equation Solver) محاسبه شده است. بر اساس داده‌های جدول (۱) می‌توان خروجی‌های اصلی سامانه انرژی زمین گرمایی-خوشیدی را بر اساس معادلات جدول (۲) محاسبه نمود. خروجی اصلی شامل

جدول ۱ خواص ترمودینامیکی در هر نقطه از سامانه

State no.	$\dot{m}$ (kg/s)	T (K)	P (kPa)	h (kJ/kg)	s (kJ/kg.K)	ex (kJ/kg)
1	50	573	8566	2046	4.479	715.2
2	50	527.6	4283	2046	4.613	675.1
3	27.75	527.6	4283	2799	6.04	1002
4	27.75	419.3	428.3	2514	6.331	631
5	24.78	419.3	428.3	2742	6.873	696.6
6	2.967	419.3	428.3	615.6	1.802	82.66
7	2.967	340	428.3	280.2	0.9161	11.54
8	-	-	-	-	-	-
9	-	-	-	-	-	-
10	22.25	525.4	4283	1096	2.813	262.1
11	22.25	318	101.3	191.5	0.6347	6.818
12	48.08	278	101.3	20.49	0.074	3.03
13	48.08	368	101.3	397.4	1.248	29.69
14	3	298.2	101.3	63.4	5.833	72.59
15	3	298.7	101.3	65.1	5.865	72.58
16	3	290.2	101.3	35.51	5.737	73.32
17	3	368.2	101.3	115.1	5.98	80.5
18	3	350	101.3	309	6.615	85.3
19	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-
21	0.7	280.9	175	398.6	1.719	37.17
22	0.7	341.6	1050	435.3	1.74	67.5
23	0.7	303	1050	271.7	1.244	52.02
24	0.7	276.3	175	271.7	1.26	47.22
25	0.3366	363	7.38	2668	8.536	127.3
26	0.3366	313	7.38	166.9	0.5703	1.394
27	0.3366	276.9	0.8	166.9	0.603	-8.369
28	0.3366	276.9	0.8	2507	9.055	-188.3
29	1.363	308	0.8	-160	6.157	-738.1
30	1.363	308	7.38	-160	1.675	598.5
31	1.363	323	7.38	-124	5.58	634.4
32	1.026	363	5.48	-170	4.867	147.7
33	1.026	335	7.38	-117.8	4.729	188.8
34	1.026	318	0.8	-117.8	5.169	57.46
35	24.78	502	428.3	2919	7.26	758.6
36	24.78	319	10	2486	7.841	152.2
37	14.3	650	101.3	378.4	0.769	158.4
38	14.3	650	120	378.4	0.769	158.4
39	14.3	373	120	9.76	0.0259	11.46

جدول ۲ معادلات انرژی، انرژی و پیوستگی برای اجزای مختلف

تجهیز	معادله انرژی	معادله انرژی	معادله پیوستگی
توربین ۱	$\dot{W}_{st1} = \dot{m}_3(h_3 - h_4)$	$\dot{m}_3(ex_3 - ex_4) = \dot{W}_{st1} + \dot{E}x_{d_{st1}}$	$\dot{m}_3 = \dot{m}_4$
توربین ۲	$\dot{W}_{st2} = \dot{m}_{35}(h_{35} - h_{36})$	$\dot{m}_{35}(ex_{35} - ex_{36}) = \dot{W}_{st2} + \dot{E}x_{d_{st2}}$	$\dot{m}_{35} = \dot{m}_{36}$
ذخیره ساز	$\dot{m}_{38}(h_{38} - h_{39}) - \dot{m}_5(h_{35} - h_5) - \dot{Q}_L = \dot{E}n_{accu}$	$\dot{m}_{38}(ex_{38} - ex_{39}) - \dot{m}_5(ex_{35} - ex_5) - \dot{E}x_{d_{accu}} = \dot{E}x_{d_{accu}}$	$\dot{m}_{38} = \dot{m}_{39}$ $\dot{m}_{35} = \dot{m}_5$
مبدل آب گرم	$\dot{Q}_{HW} = \dot{m}_{13}(h_{13} - h_{12})$	$\dot{Q}_{HW} \left(1 - \frac{T_0}{T_{s_{HW}}}\right) + \dot{m}_{12}ex_{12} = \dot{m}_{13}ex_{13} + \dot{E}x_{d_{HW}}$	$\dot{m}_{13} = \dot{m}_{12}$
ژنراتور تبرید جذبی	$\dot{Q}_{Gen} + \dot{m}_{31}h_{31} = \dot{m}_{25}h_{25} + \dot{m}_{32}h_{32}$ $\dot{Q}_{HW} = \dot{m}_6(h_6 - h_7)$	$\dot{Q}_{Gen} \left(1 - \frac{T_0}{T_{s_{Gen}}}\right) + \dot{m}_{31}ex_{31} = \dot{m}_{25}ex_{25} + \dot{m}_{32}ex_{32} + \dot{E}x_{d_{Gen}}$	$\dot{m}_{31} = \dot{m}_{32}$ $\dot{m}_6 = \dot{m}_7$
اپراتور تبرید جذبی	$\dot{Q}_{evap} = \dot{m}_{28}(h_{28} - h_{27})$	$\dot{Q}_{evap} \left(1 - \frac{T_0}{T_{s_{evap}}}\right) + \dot{m}_{27}ex_{27} = \dot{m}_{28}ex_{28} + \dot{E}x_{d_{evap}}$	$\dot{m}_{27} = \dot{m}_{28}$
کمپرسور	$\dot{W}_{comp} = \dot{m}_{22}(h_{22} - h_{21})$	$\dot{W}_{comp} + \dot{m}_{21}ex_{21} = \dot{m}_{22}ex_{22} + \dot{E}x_{d_{comp}}$	$\dot{m}_{22} = \dot{m}_{21}$
کندانسور	$\dot{W}_{cond1} = \dot{m}_{22}(h_{22} - h_{23})$	$\dot{m}_{22}ex_{22} = \dot{m}_{23}ex_{23} + \dot{Q}_{cond1} \left(1 - \frac{T_0}{T_{s_{cond1}}}\right) + \dot{E}x_{d_{cond1}}$	$\dot{m}_{22} = \dot{m}_{23}$

جدول ۳ خروجی های اصلی سامانه انرژی زمین گرمایی خورشیدی

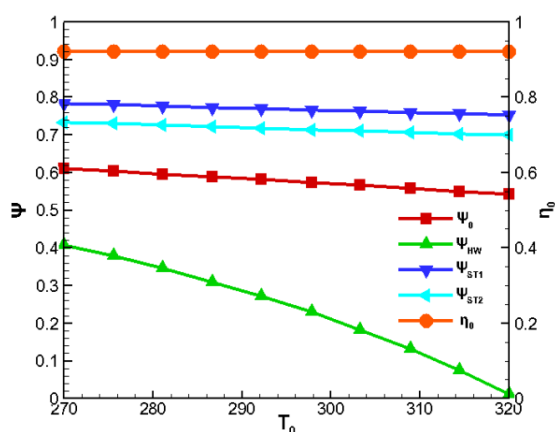
$\dot{W}_{ST1}$	۷۹۰۱ (kW)
$\dot{W}_{ST2}$	۱۰۷۳۱ (kW)
η_{T1}	۸۰٪
η_{T2}	۷۵٪
$\dot{W}_{P1}$	۹۰ (W)
$\dot{W}_{P2}$	۲۶۷ (W)
$\dot{Q}_{Gen}$	۹۹۵ (kW)
$\dot{Q}_{evap2}$	۷۷۸ (kW)
$COP_{en,AC}$	۰/۷۹
$COP_{ex,AC}$	۰/۲۹
$COP_{en,HP}$	۴/۴۵
$COP_{ex,HP}$	۰/۳۳
η_o	۹۳٪
ψ_o	۵۷٪

در چاه زمین گرمایی بستگی به نوع چاه دارد و می تواند میزان آن متغیر باشد. با افزایش کیفیت بخار از ۰/۳ تا ۰/۸ مقدار راندمان انرژی تغییر زیادی ندارد ولی راندمان انرژی از ۰/۵۲ تا ۰/۶۰ افزایش می یابد که علت آن کاهش اتلاف انرژی در قسمت های مختلف سامانه است. در واقع با افزایش کیفیت بخار مقدار انرژی از ۰/۳ تا ۰/۸ افزایش پیدا کرده و این امر سبب بهبود راندمان انرژی به مقدار ۰/۸ می شود. در شکل (۳) تغییرات راندمان انرژی و انرژی بر حسب دبی سیال خروجی از چاه زمین گرمایی نشان داده شده است. با افزایش دبی جرمی از ۲۰ kg/s تا ۸۰ kg/s تغییرات راندمان قانون اول و دوم تقریباً ناچیز است. با افزایش دبی سیال خروجی از چاه مقدار انرژی تولیدی افزایش می یابد ولی مقدار راندمان قانون اول و دوم به دلیل عدم تغییر در کیفیت انرژی تغییر محسوسی ندارد.

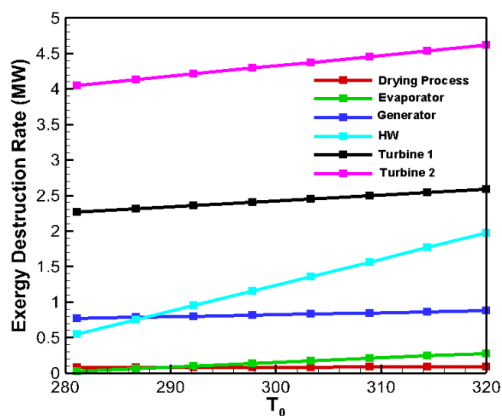
بر اساس مقادیر خواص ترمودینامیکی، راندمان قانون انرژی و انرژی در شکل (۲) بر اساس تغییرات کیفیت سیال خروجی از چاه زمین گرمایی محاسبه شده است. کیفیت بخار

نشان می‌دهد. در حالی که راندمان انرژی تأثیر تغییر دما را نشان نمی‌دهد ولی تحلیل قانون دوم عملکرد قسمت‌های مختلف سامانه را با تغییر دمای محیط نشان می‌دهد.

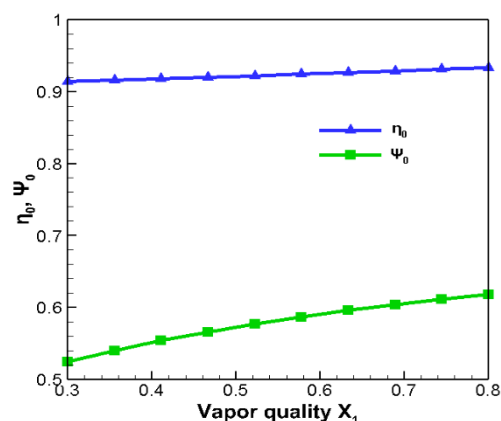
نمودار ضریب عملکرد پمپ حرارتی بر حسب دبی جرمی هوای ورودی در شکل (۶) نشان داده شده است. با افزایش دبی هوا، دمای ایزوبوتان (سیال عامل در سیکل پمپ حرارتی) در ورودی کمپرسور افزایش یافته و این امر سبب افزایش کار مصرفی در کمپرسور و اتلاف انرژی و در نهایت موجب کاهش راندمان انرژی به میزان ۲٪ و انرژی به میزان ۱٫۵٪ در آن می‌شود. در شکل (۷) تغییرات راندمان کل سامانه و سامانه تهویه مطبوع بر حسب T_7 نشان داده شده است. با افزایش دمای خروجی از ژنراتور از ۳۲۰ K تا ۳۸۰ K مقدار ضریب عملکرد انرژی ۲۵٪ کاهش می‌یابد.



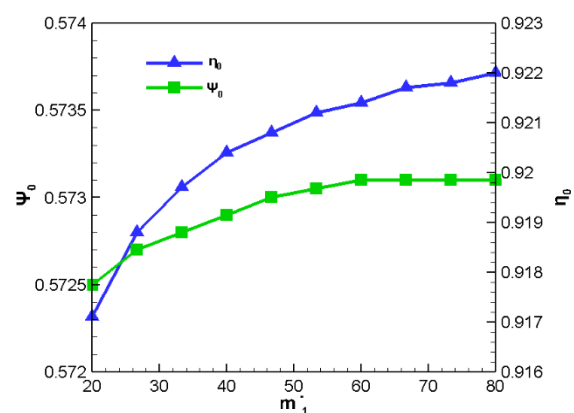
شکل ۴ نمودار راندمان انرژی کل و راندمان انرژی کل، مبدل تولیدکننده آب گرم، توربین ۱ و ۲ بر حسب دمای محیط



شکل ۵ نمودار نرخ اتلاف انرژی قسمت‌های مختلف سامانه بر حسب دمای محیط



شکل ۶ نمودار راندمان انرژی و انرژی کل سامانه بر حسب کیفیت آب خروجی از چاه‌های زمین گرمایی

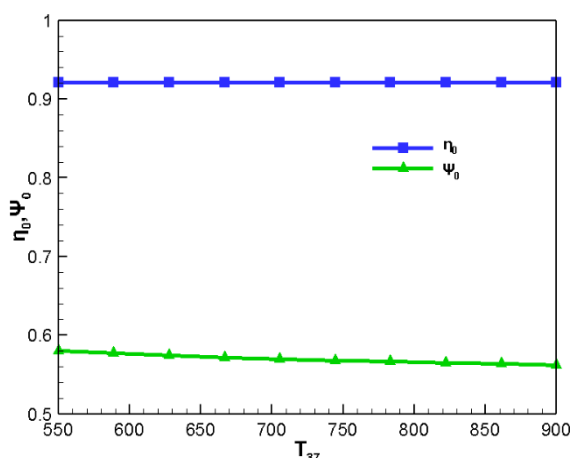


شکل ۷ نمودار راندمان انرژی و انرژی کل سامانه بر حسب دبی جریان آب گرم از مخزن زمین گرمایی

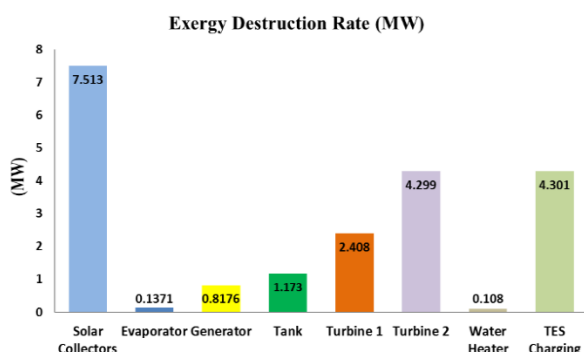
در شکل (۸) مشاهده می‌شود که افزایش دمای محیط سبب کاهش راندمان انرژی کل، توربین ۱ و ۲ و کاهش شدید راندمان مبدل آب گرم می‌شود. با افزایش دمای محیط اتلاف انرژی افزایش یافته و این امر سبب کاهش راندمان قانون دوم در کل سامانه می‌شود. با توجه به اینکه دمای محیط در معادلات انرژی تأثیری ندارد، با تغییر دمای محیط راندمان انرژی تغییر نمی‌کند. اتلاف انرژی در قسمت‌های مختلف سامانه بر حسب دمای محیط در شکل (۹) مشاهده می‌شود.

اتلاف انرژی در توربین ۱ و ۲ به ترتیب ۹٪ و ۱۲٫۵٪ افزایش می‌یابد. میزان افزایش اتلاف انرژی برای مبدل آب گرم حدود ۳۰۰٪ یعنی از ۰٫۵ MW تا ۲ MW است که سبب کاهش شدید راندمان انرژی آن با افزایش دمای محیط می‌شود. این نمودار اهمیت تحلیل انرژی در سامانه‌های انرژی را

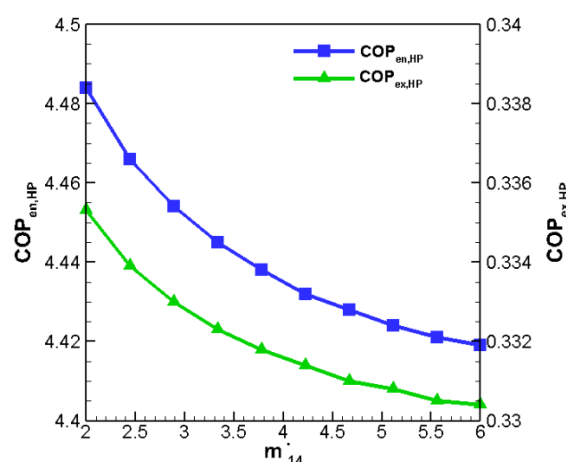
بیشترین مقدار اتلاف انرژی مربوط توربین ۱ به مقدار MW ۲,۴ و ۲ به مقدار MW ۴,۳ و همچنین ذخیره ساز انرژی خورشیدی به مقدار MW ۴,۳ است. کمترین مقدار اتلاف انرژی مربوط به اپراتور است. بنابراین باید در زیرسامانه هایی که اتلاف انرژی بیشتری وجود دارد، عوامل بازگشت ناپذیری را برطرف نمود. در شکل (۱۰) مقدار ظرفیت گرمایش که مجموع گرمایش حاصل از کندانسور ۲ و مبدل گرمایی است و سرمایش که حاصل از سیکل تبرید جذبی است، نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می شود گرمایش با تغییر دبی آب گرم چاه زمین گرمایی به صورت خطی از MW ۷,۲ تا MW ۲۹,۲ تغییر نموده است. ظرفیت سرمایشی نیز به صورت خطی از MW ۰,۳ تا MW ۱,۲۵ افزایش یافته است.



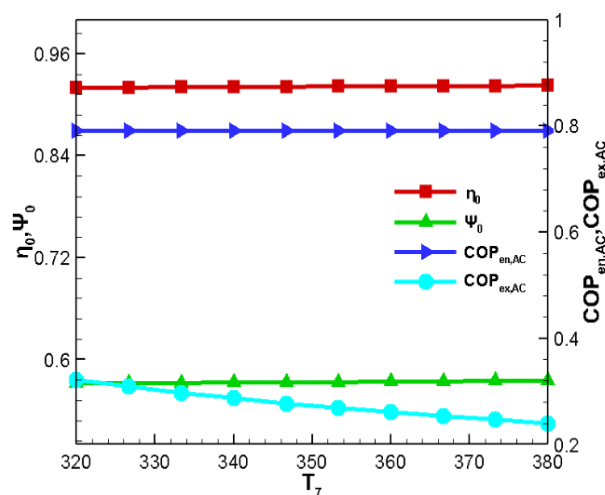
شکل ۸ نمودار تغییرات راندمان انرژی کل و انرژی کل بر حسب T_{37}



شکل ۹ نمودار نرخ اتلاف انرژی در زیرسامانه های اصلی



شکل ۶ نمودار تغییرات ضریب عملکرد سامانه پمپ حرارتی بر حسب دبی هوای ورودی به اپراتور



شکل ۷ نمودار تغییرات راندمان انرژی کل، انرژی کل، ضریب عملکرد انرژی و انرژی سامانه تبرید جذبی بر حسب T_7

در شکل (۸) نمودار ضریب راندمان حرارتی و انرژی کل سامانه بر حسب T_{37} نشان می دهد. با افزایش دمای سدیم مذاب و ثابت ماندن مقدار انرژی که حمل می کند با تغییر دبی آن، راندمان انرژی تقریباً ۳/۵٪ کاهش یافته و راندمان انرژی ثابت باقی می ماند. علت کاهش راندمان انرژی، افزایش متوسط اختلاف دما بین سدیم مذاب و جریان بخار در ذخیره ساز انرژی است. در شکل (۹) مقدار اتلاف انرژی برای قسمت های مختلف سامانه مشاهده می شود. با تحلیل اتلاف انرژی می توان شناخت بیشتری از مکان و مقدار بازگشت ناپذیری ها به دست آورد و با کاهش آن مقدار راندمان سیستم را افزایش داد.

پمپ حرارتی) در ورودی کمپرسور افزایش یافته و این امر سبب افزایش کار مصرفی در کمپرسور و اتلاف انرژی و در نهایت موجب کاهش راندمان انرژی و انرژی در آن می‌شود.

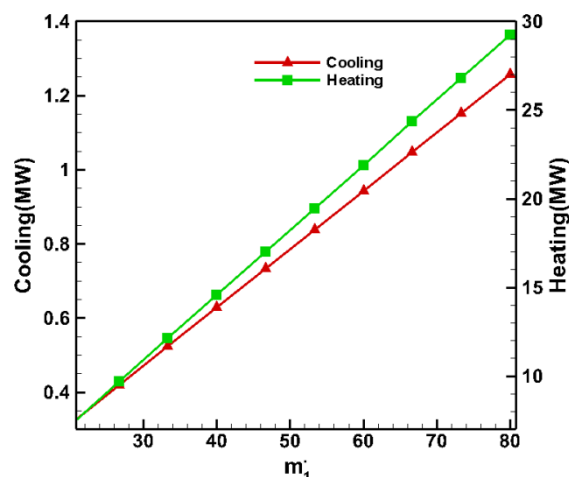
تقدیر و تشکر

فهرست علائم

نرخ انرژی	$\dot{E}$
جریان انرژی	E
انرژی حرارتی	ExQ
انتالپی	h
دبی جرمی	$\dot{m}$
فشار	P
نرخ انتقال حرارت	$\dot{Q}$
آنتروپی	s
تولید آنتروپی	$\dot{s}_{gen}$
دما	T
توان	$\dot{W}$
راندمان انرژی	η
راندمان انرژی	ψ
کمپرسور	Comp
ضریب عملکرد	COP
چیلر جذبی	Abs
اوپراتور	Eva
ژنراتور	Gen
مبدل حرارتی	HE
خورشیدی	Sol
ذخیره‌ساز انرژی حرارتی	TES
کیفیت بخار	x

واژه نامه

Absorption Chiller	چیلر
Condenser	کندانسور
Evaporator	اوپراتور



شکل ۱۰ نمودار تغییر میزان گرمایش و سرمایش بر حسب دبی آب گرم از مخزن زمین گرمایی

نتیجه گیری

در این پژوهش یک سامانه تولید همزمان بر اساس انرژی زمین گرمایی و خورشیدی ارائه شده است. با استفاده از قانون اول و دوم ترمودینامیک کل سامانه تحلیل شده است. مقدار کار، سرما و گرما تولیدی و همچنین اتلاف انرژی محاسبه شده است. با استفاده از روابط ترمودینامیکی تأثیر پارامترهای مؤثر مانند دبی جرمی سیال خروجی از مخزن زمین گرمایی، کیفیت بخار، دمای محیط، دمای هوای ورودی به پمپ حرارتی و دمای سیال خروجی ژنراتور بر روی راندمان قانون اول، دوم و اتلاف انرژی بررسی شده است.

۱. با افزایش کیفیت بخار از ۰/۳ تا ۰/۸ مقدار راندمان انرژی حدود ۸٪ افزایش می‌یابد.

۲. با افزایش دمای محیط از ۲۷۰ K تا ۳۲۰ K مقدار راندمان انرژی کل تغییری نمی‌کند اما مقدار راندمان انرژی کل حدود ۷٪ کاهش، توربین شماره ۱ تقریباً ۳٪ و توربین شماره ۲ حدود ۴٪ کاهش می‌یابد. کاهش راندمان انرژی برای مبدل آب گرم بسیار شدید است که علت آن افزایش ۳۰٪ اتلاف انرژی و بازگشت‌ناپذیری در مبدل آب گرم است.

۳. با افزایش دمای خروجی از ژنراتور از ۳۲۰ K تا ۳۸۰ K مقدار ضریب عملکرد انرژی ۲۵٪ کاهش می‌یابد.

با افزایش دبی هوا، دمای ایزوبوتان (سیال عامل در سیکل

Separator	جداکننده	Exergy	اگرژی
Solar Collector	کلکتور خورشیدی	Enthalpy	آنتالپی
Vapor Quality	کیفیت بخار	Entropy	آنتروپی
		Heat Pump	پمپ حرارتی
		Kalina Cycle	سیکل کالینا
		Refrigerant	مبرد

مراجع

- [1] F. Cao, H. Li, Q. Ma, and L. Zhao, , "Design and simulation of a geothermal-solar combined chimney power plant", *Energy Conversion and Managment*, vol. 84, Pp.186–195, (2014).
- [2] J. Choi, B. Kang, H. Cho, "Performance comparison between R22 and R744 solar-geothermal hybrid heat pumps according to heat source conditions", *Renewable Energy*, vol. 71, Pp. 414–424, (2014).
- [3] H. Ghasemi, E. Sheu, A. Tizzanini, M. Paci, and A. Mitsos, "Hybrid solar-geothermal power generation: Optimal retrofitting", *Applied Energy*, vol. 131, Pp. 158–170, (2014).
- [4] M. Ayub, A. Mitsos, and H. Ghasemi, "Thermo-economic analysis of a hybrid solar-binary geothermal powerplant", *Energy*, vol. 87, Pp. 326–335, (2015).
- [5] N. Shokati, F. Ranjbar, "Thermodynamic and Exergoeconomic Analysis of Combination of Single-Flash Geothermal Power Cycle with Kalina and ORC with different Organic Fluids", *Journal of Solid Fluid Mechanics* vol. 5, Pp. 177–192, (1394).
- [6] F. Heberle, M. Hofera, Ni. Ürlings, H. Schröder, Th. Anderlohr, and D. Brüggemanna, "Techno-economic analysis of a solar thermal retrofit for an air-cooled geothermal Organic Rankine Cycle power plant", *Renewable Energy*, vol. 113, Pp. 494–502, (2017).
- [7] F. Calise, M. D. D'Accadia, A. MacAluso, A. Piacentino, and L. Vanoli, "Exergetic and exergoeconomic analysis of a novel hybrid solar-geothermal polygeneration system producing energy and water", *Energy Conversion and Management*, vol. 115, Pp. 200–220, (2016).
- [8] S. M. Alirahmi, S. Rahmani Dabbagh, P. Ahmadi, and S. Wongwises, "Multi-objective design optimization of a multi-generation energy system based on geothermal and solar energy", *Energy Conversion and Management*, vol. 205, Pp. 112426, (2020).
- [9] R. Elghamry, H. Hassan, "Impact a combination of geothermal and solar energy systems on building ventilation, heating and output power: Experimental study", *Renewable Energy*, vol. 152, Pp. 1403–1413, (2020).
- [10] K. H. M. Al-Hamed, I. Dincer, "Investigation of a concentrated solar-geothermal integrated system with a combined ejector-absorption refrigeration cycle for a small community", *International Journal of Refrigeration* vol. 106, Pp. 407–426, (2019).
- [11] S. Zabihollah, D. Rafiee, and F. Torabi, "Geothermal energy and its combination with other renewable energies in combined cycle of power, refrigeration and heating", *Scientific Journal of Mechanical Engineering*, vol. 29, Pp.

- 79–89, (1399).
- [12] O. Siddiqui, I. Dincer, "A new solar and geothermal based integrated ammonia fuel cell system for multigeneration", *Internation Journal of Hydrogen Energy*, (2020). doi:10.1016/j.ijhydene.2020.02.109
- [13] V. Okati, A. Ebrahimi-Moghadam, A. Behzadmehr, and M. Farzaneh-Gord, "Proposal and assessment of a novel hybrid system for water desalination using solar and geothermal energy sources", *Desalination*, vol. 467, Pp. 229–244, (2019).
- [14] M. A. Ald, S. K. Aria, and S. Jafrmadar, "Analysis of a new hybrid arrangement by using geothermal wells of Sabalan and the LNG cool enegy", *Amirkabir Journal of Mechcanical Engineering*, vol. 52, Pp. 525–544, (1399).
- [15] M. Ciani Bassetti, D. Consoli, G. Manente, and A. Lazzaretto, "Design and off-design models of a hybrid geothermal-solar power plant enhanced by a thermal storage", *Renewable Energy*, vol. 128, Pp. 460–472, (2018).
- [16] J. D. McTigue, D. Wendt, K. Kitz, J. Gunderson, Ni. Kincaid, G. Zhua, "Assessing geothermal/solar hybridization – Integrating a solar thermal topping cycle into a geothermal bottoming cycle with energy storage", *Applied Thermal Engineering*, vol. 171, Pp. 115121, (2020).
- [17] A. Keshvarparast, S. S. M. Ajarostaghi, and M. A. Delavar, "Thermodynamic analysis the performance of hybrid solar-geothermal power plant equipped with air-cooled condenser", *Applied Thermal Engineering*, vol. 172, Pp. 115160, (2020).
- [18] M. Sandali, A. Boubekri, D. Mennouche, and N. Gherraf, "Improvement of a direct solar dryer performance using a geothermal water heat exchanger as supplementary energetic supply. An experimental investigation and simulation study", *Renewable Energy*, vol. 135, Pp. 186–196, (2019).
- [19] Taherifard A, Shahab M. Case Study: Geothermal power plant of Meshkinshahr. *Energy Econ.* 1389;125(1):31–9. (In Persian)

Investigating the Effect of Phase Change Materials on Energy Consumption in Lightweight Prefabricated Relief Buildings

Research Article

Ali Amiri-Jaghargh¹, Amir Yarinezhad²

DOI: [10.22067/jacsm.2022.78503.1136](https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.78503.1136)

1. Introduction

Energy saving in the building sector has received wide attention due to its share of 40% in global energy consumption. Therefore, the use of prefabricated buildings has been expanded. The lightness of these buildings, along with advantages such as easy movement, leads to problems such as high thermal conductivity and low thermal inertia of the building shell. Phase Change Materials (PCM) are a suitable option for solving these problems due to their high latent heat capacity.

2. Method

To investigate the effects of using phase change materials in prefabricated road relief buildings, a sample relief unit was considered in Kermanshah city, Iran, and its annual energy consumption was simulated with DesignBuilder software. The case study is a prefabricated building with an area of 18 square meters and a height of 2.5 meters (Figure 1). Natural ventilation and air infiltration are ignored and the inside air temperature is adjusted by a split conditioner in the range of 18 to 24 degrees Celsius.

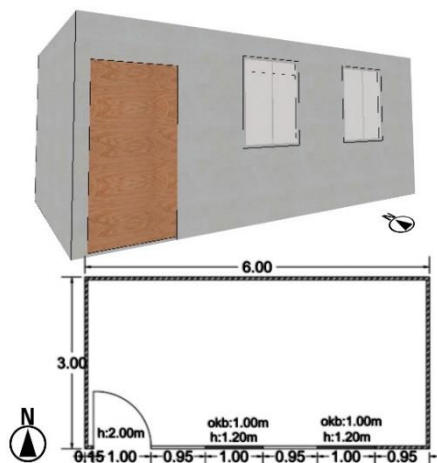


Figure 1. The view and the plan of the building

3. Validation

To validate the numerical process, a building similar to the one studied by Wang et al. [23] was simulated and their temperature response was compared. The mean absolute error of the obtained results with the results of Wang et al. is 3.6 °C, which shows a good agreement. Moreover, the Pearson correlation coefficient in this comparison is 0.75, indicating a strong correlation between the results.

4. Results and discussion

In this study, the inorganic phase change material InfinitePCM21C was used, which has hysteresis behavior with a melting point of 21°C. Seven distinct modes were considered for the implementation of the phase change material in the external shell of the building: the use of the PCM on the north wall (N), east wall (E), south wall (S), west wall (W), all four walls (NEWS), ceiling (C) and finally on four walls and ceiling (NEWSC). Figure 2 shows the annual energy consumption of the building in the reference mode as well as the seven modes of implementation of the phase change material.

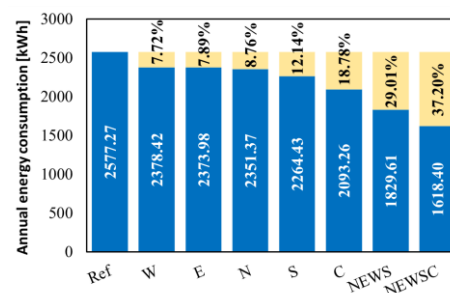


Figure 2. Annual energy consumption of the building with PCM on different walls of outer shell

The least energy saving is related to the implementation of PCM on the west wall, which has led to a 7.72% reduction in annual energy consumption. The southern wall has the best performance among the four directions with a 12.14% reduction in energy consumption. If the

*Manuscript received: August 29, 2022, Revised, September 11, 2022, Accepted, November 5, 2022.

¹ Corresponding author. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: amirij@gmail.com.

² MSc Student, Architectural Engineering Department, Engineering Faculty, Razi University, Kermanshah, Iran.

phase change material is applied on the entire surface of the outer shell, the energy saving reaches 37.2%, which shows the impressive potential of the PCM in reducing the energy consumption of buildings.

For the purpose of economic analysis, according to Figure 3, it is possible to check the energy savings per unit mass of used PCM. Based on this, the implementation of the phase change material on the south wall causes the greatest energy savings per unit mass of the PCM, while its implementation on the entire shell of the building is not economically justified.

By examining the effect of applying the phase change material in different layers of the wall as is shown in Figure 4, it was found that the implementation on the inner surface of the wall leads to the greatest energy savings.

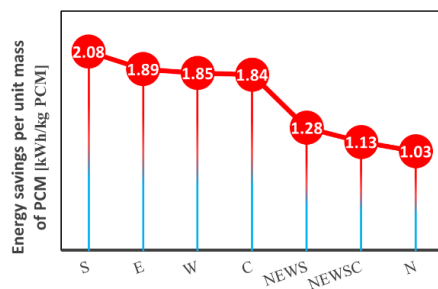


Figure 3. Energy saving per unit mass of PCM for different outer shell elements

In Type 1, the PCM is implemented as the most inner layer of the wall while in the Type 5 it is the most outer layer.

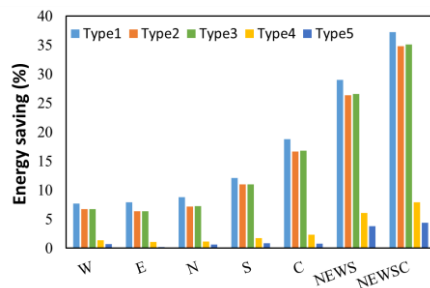


Figure 4. The effect of the position of the PCM layer on energy savings

Moreover, the effect of the thickness of the phase change material in the range of 5 to 25 mm was investigated. Figure 5 shows the results.

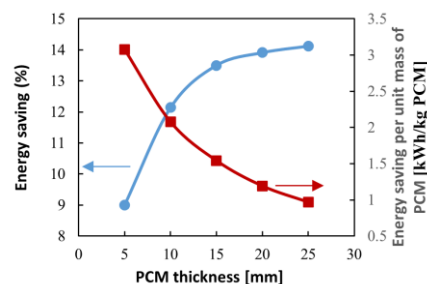


Figure 5. The effect of the PCM thickness on saving energy

According to this figure, with the increase of thickness, the rate of energy saving improvement decreases, so that in thicknesses over 20 mm, energy saving changes become insignificant. Furthermore, Figure 5 shows that with increase in thickness, the energy saving achieved per unit mass of PCM also decreases rapidly.

Finally, by implementing phase change materials with different melting temperatures in the range of 18 to 29 degrees Celsius, it was found that the maximum energy saving is achieved at the melting point of 21 °C (Figure 6).

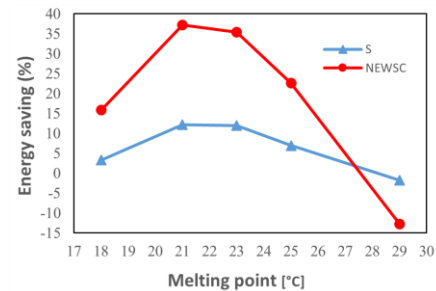


Figure 6. Effect of the PCM melting point temperature on energy saving

5. Conclusion

The implementation of phase change materials in the building shell reduces the energy consumption of the building. Among the four cardinal directions, the southern wall has the most energy savings with a 12.14% reduction in consumption. If the phase change material is implemented on the entire building shell, the amount of energy saving increases to 37.2%. From the economic point of view, the southern wall has the best performance among all the examined cases, saving 2.08 kWh per kilogram of PCM.

The phase change material should be implemented on an inner layer relative to the thermal insulation of the building. Otherwise, up to 90% of achievable energy saving will be lost. Although the energy consumption of buildings decreases with the increase of PCM thickness, smaller thicknesses are more suitable economically. For example, by increasing the thickness from 5 to 25 mm, the amount of energy saving per kilogram of PCM decreases from 3.08 to 0.97 kWh. In any case, by increasing the PCM thickness beyond 20 mm, no significant change in energy saving is observed.

The PCM melting point should be chosen according to the weather conditions. Compared to thermal insulation, if the phase change material is implemented as the inner layer of the wall, its melting point should be within the comfort temperature range. For the conditions applied in this research, the highest annual energy savings were obtained for PCM with a melting point of 21°C.



بررسی تأثیر مواد تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی در ساختمان‌های امدادی پیش‌ساخته سبک‌وزن*

مقاله پژوهشی

امیر یاری‌نژاد^(۲)علی امیری جاغرق^(۱)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.78503.1136

چکیده در این پژوهش نقش مواد تغییر فاز دهنده در کاهش مصرف انرژی در ساختمان‌های پیش‌ساخته سبک‌وزن مطالعه شده است. به این منظور، یک ساختمان نمونه در شهر کرمانشاه انتخاب و در محیط نرم‌افزار دیزاین‌بیلدر شبیه‌سازی شد. سرمایش و گرمایش ساختمان توسط یک دستگاه کولر اسپلیت تأمین می‌شود. اجرای ماده تغییر فاز دهنده در تمام جهات شامل تک‌تک دیوارها، سقف، چهار دیوار به‌صورت هم‌زمان و کل پوسته بررسی شد. دیوار جنوبی با کاهش ۱۲/۱۴ درصدی انرژی مصرفی، بهترین گزینه در بین دیوارها است. از دیدگاه اقتصادی نیز این دیوار با صرفه‌جویی ۲/۰۸ کیلووات ساعت انرژی به ازای هر کیلوگرم ماده تغییر فاز دهنده، بهترین عملکرد را دارد. اجرا روی کل پوسته ساختمان، صرفه‌جویی را تا ۳۷/۲ درصد افزایش می‌دهد. هرچند که این حالت به لحاظ اقتصادی توجیه ندارد، اما از دیدگاه تأمین آسایش در چهار ماه از سال نیاز به انرژی را تقریباً به صفر می‌رساند. با بررسی ماده تغییر فاز دهنده در لایه‌های مختلف دیواره، مشخص شد در تمامی جهات، اجرا روی سطح داخلی دیواره منجر به بیشترین صرفه‌جویی می‌شود. همچنین بررسی ضخامت ماده تغییر فاز دهنده در بازه ۵ تا ۲۵ میلی‌متر نشان داد هرچه ضخامت کمتر باشد، صرفه‌جویی در واحد جرم ماده بیشتر می‌شود. افزایش ضخامت به بیش از ۲۰ میلی‌متر تأثیر قابل توجهی در صرفه‌جویی انرژی ندارد. در نهایت اثر نقطه ذوب در بازه ۱۸ تا ۲۹ درجه سلسیوس بررسی و معلوم شد در نقطه ذوب ۲۱ درجه سلسیوس بیشترین صرفه‌جویی به‌دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی مواد تغییر فاز دهنده، مصرف انرژی، آسایش حرارتی، ساختمان پیش‌ساخته، سبک‌وزن، دیزاین‌بیلدر.

Investigating the Effect of Phase Change Materials on Energy Consumption in Lightweight Prefabricated Relief Buildings

Ali Amiri-Jaghargh

Amir Yarinezhad

Abstract In this research, the role of Phase Change Materials (PCM) in energy saving in lightweight prefabricated buildings is studied. For this purpose, a typical building in Kermanshah, Iran is simulated in DesignBuilder software. A split unit is used as air conditioning system. The annual energy consumption of the building in the reference state is 2577.27 kWh. The implementation of the PCM was investigated in all directions including each individual wall, ceiling, four walls simultaneously and the entire building envelope. The southern wall is the best option among the walls with 12.14% energy saving. From an economic point of view, this wall has the best performance as well by saving 2.08 kWh/kgPCM. Implementation on the entire envelope increases savings up to 37.2%. Although this is not an economical case, but it reduces the need for energy to almost zero in four months of the year. By examining the PCM in different layers of the wall, it was found that in all directions, the inner surface of the wall leads to the greatest energy savings. Also, taking account the PCM thickness in the range of 5 to 25 mm showed that the smaller the thickness, the greater the savings per unit mass of the PCM. Therefore, thicknesses more than 20 mm are not recommended. Finally, the effect of the PCM melting point in the range of 18 to 29 degrees Celsius was investigated and it was found that the maximum energy saving is obtained at the melting point of 21 degrees Celsius.

Key Words Phase change materials, PCM, Energy saving, Thermal comfort, Prefabricated building, DesignBuilder.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۶/۷ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۸/۱۴ می‌باشد.

Email: amirij@gmail.com

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی معماری، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

مقدمه

با افزایش نگرانی‌ها در مورد گرمایش جهانی و تغییرات آب و هوایی، توجه بیشتری به تلفات انرژی در ساختمان‌ها معطوف شده است زیرا بیش از ۴۰ درصد از مصرف انرژی جهانی و ۳۵ درصد از انتشار گازهای گلخانه‌ای مربوط به بخش ساختمان است [1,2]. از سال ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۰ مصرف انرژی در خاورمیانه ۲۴/۲ درصد افزایش یافته است؛ چرا که در طی این سال‌ها علی‌رغم بروز سریع‌تر آثار گرمایش زمین در این منطقه نسبت به سایر مناطق جهان، سهم انرژی‌های تجدیدپذیر رشد چندانی نداشته است [3].

با توجه به توسعه فناوری ساخت و ساز در سال‌های اخیر، مفهوم استانداردسازی طراحی و به کارگیری سازه‌های پیش‌ساخته، به تدریج تبدیل به یک روند در صنعت ساختمان شده است [4]. یک مزیت مهم ساخت و ساز ساختمان‌های پیش‌ساخته، تأثیر مثبت آن بر محیط زیست است، به نحوی که انتشار کربن دی‌اکسید در این روش تنها ۳۷ درصد ساخت و سازهای سنتی است. همچنین این روش در مقایسه با ساخت و سازهای سنتی، باعث افزایش ۲۰ درصدی نرخ استفاده از منابع و کاهش ۳۴/۵۵ درصدی اتلاف مصالح ساختمانی می‌شود [5].

ساختمان‌های پیش‌ساخته قابل حمل و نقل در کاربری‌های مختلفی استفاده می‌شوند که از آن میان می‌توان به مراکز فوریت‌های پزشکی، مراکز امداد جاده‌ای و مراکز امدادی هلال احمر اشاره کرد. هرچند سبک بودن این ساختمان‌ها مزیت زیادی در جابه‌جایی آسان آن‌ها دارد، اما به لحاظ انتقال حرارت، منجر به بروز مشکلاتی نظیر هدایت حرارتی بالا و اینرسی حرارتی کم پوسته ساختمان می‌شود [6,7]. این معایب باعث نوسانات دمایی قابل توجه در داخل ساختمان‌های پیش‌ساخته به‌ویژه در مناطق دارای آب و هوای شدید (Extreme climate) می‌شود، به نحوی که در روزهای گرم تابستانی دما بسیار بالا و در شب‌های سرد زمستانی دما بسیار پایین می‌آید. بنابراین با هدف جلوگیری از اتلاف بیش از حد انرژی در استفاده طولانی مدت از ساختمان‌های پیش‌ساخته، باید تمهیداتی برای بهبود شرایط دمایی با بهره‌گیری از روش‌های غیرفعال اندیشیده شود [7].

امروزه با استفاده از فناوری‌ها و مصالح ساختمانی نوین مانند آئروژل، پانل‌های پر شده با گاز، فوم‌های سلول بسته، پانل‌های

عایق خلأ و مواد تغییر فاز دهنده (Phase Change Materials (PCM)) امکان بهبود شرایط حرارتی داخلی به‌صورت غیر فعال فراهم شده است [8]. در این بین مواد تغییر فاز دهنده دارای ویژگی ظرفیت گرمای نهان بالا و تغییر دمای کم در طول فرایند تغییر فاز هستند؛ بنابراین گزینه مناسبی برای بهبود بهره‌وری انرژی و آسایش حرارتی در ساختمان‌ها محسوب می‌شوند [9-12]. مواد تغییر فاز دهنده تنوع زیادی دارند که از آن میان، موادی که نقطه ذوب آن‌ها در محدوده آسایش حرارتی قرار دارد، برای کاربردهای ساختمانی مناسب هستند. این مواد هنگام افزایش دما به بالای نقطه ذوب، ضمن جذب گرمای محیط ذوب می‌شوند. از طرفی در صورت کاهش دما به پایین‌تر از نقطه ذوب، گرمای جذب شده را به محیط پس داده و دوباره منجمد می‌شوند. به این ترتیب بدون صرف انرژی به حفظ دما در محدوده آسایش کمک می‌کنند. این ویژگی‌ها باعث شده کاربرد مواد تغییر فاز دهنده در بهبود شرایط حرارتی داخل ساختمان، مورد توجه پژوهشگران زیادی قرار گیرد.

برای اجرای مواد تغییر فاز دهنده در ساختمان، مصالح ساختمانی نوین متنوعی پیشنهاد شده است. مانند تخته گچی با پارافین ریز محصور شده [13] که راه حلی امیدوارکننده برای افزایش ظرفیت حرارتی ساختمان‌های سبک‌وزن است، گچ با پارافین ریز کپسوله شده [14] که می‌تواند بر روی سطح دیوارها اعمال شود، بتن با پارافین ریز کپسوله شده [15]، پانل‌های پارافین تثبیت شده [16]، آجرهای حاوی مواد تغییر فاز دهنده [17] و چوب با ترکیب مواد تغییر فاز دهنده [18]. از این مصالح می‌توان در بخش‌های مختلف ساختمان مانند دیوار خارجی، دیوار ترومپ و سیستم گرمایش از کف استفاده کرد. همچنین این امکان وجود دارد که با طراحی مخازن حاوی مواد تغییر فاز دهنده و ترکیب آن با سیستم سرمایشی و گرمایشی، اقدام به ذخیره‌سازی انرژی در ساختمان نمود.

پیشینه تحقیق

مارین و همکاران [19] با استفاده از نرم‌افزار انرژی پلاس اثر استفاده از تخته‌های گچی تقویت‌شده با مواد تغییر فاز دهنده را در ساختمان‌های سبک وزن بررسی کردند. آنها با مطالعه شهرهای مختلف، نشان دادند استفاده از مواد تغییر فاز دهنده نقش به‌سزایی در افزایش عملکرد انرژی ساختمان در فصول گرم و سرد در

تغییر فاز دهنده قابل حمل را توسعه دادند. در این مطالعه ماده تغییر فاز دهنده که به تفکیک روی سطح داخلی سقف و دیوارها قرار داده شده بود، در زمان شب به بیرون ساختمان پیش ساخته انتقال داده می شد. نتایج نشان داد اعمال ماده تغییر فاز دهنده روی دیوار غربی منجر به کمترین دمای داخلی می شود. هرچند که با اعمال همزمان ماده تغییر فاز دهنده بر تمام سطوح داخلی، نتیجه مطلوب تری حاصل می شود. همچنین با بررسی ضخامت های مختلف ماده تغییر فاز دهنده، نشان داده شد با افزایش ضخامت تا ۲۰ میلی متر عملکرد حرارتی ساختمان بهبود می یابد در حالی که افزایش بیشتر ضخامت تأثیر قابل توجهی بر بهبود دمای داخل ندارد.

جیا و همکاران [4]، عملکرد حرارتی و مصرف انرژی ساختمان پیش ساخته مسلح به مواد تغییر فاز دهنده را با استفاده از نرم افزار انرژی پلاس در پنج منطقه مختلف اقلیمی بررسی کردند. نتایج نشان داد نصب مواد تغییر فاز دهنده در سمت داخل ساختمان نسبت به سمت بیرون، منجر به صرفه جویی بیشتری در مصرف انرژی می شود. آنها نشان دادند بیشترین صرفه جویی انرژی به ازای واحد سطح ماده تغییر فاز دهنده مصرف شده، با نصب این مواد بر دیوارهای شرقی و غربی ساختمان حاصل می شود. همچنین معلوم شد ضخامت بهینه ماده تغییر فاز دهنده به شرایط آب و هوایی بستگی دارد. محسنی و تانگ [25] با استفاده از نرم افزار دیزاین بیلدر، کارایی مواد تغییر فاز دهنده را در کاهش بارهای حرارتی و سرمایشی ساختمان های سبک وزن، در استرالیا مطالعه کردند. مواد تغییر فاز دهنده با دمای ذوب بین ۱۹ تا ۲۹ درجه سلسیوس و ضخامت های ۵ و ۱۰ میلی متر در عناصر مختلف ساختمان استفاده شد. آنها نشان دادند اگرچه عملکرد ماده تغییر فاز دهنده به فصل (تابستان یا زمستان) بستگی دارد، ولی برای نمونه مطالعه شده، در مجموع ماده با دمای ذوب ۲۱ درجه سلسیوس دارای بهترین عملکرد می باشد. به علاوه نشان داده شد استفاده از ماده تغییر فاز دهنده با ضخامت ۱۰ میلی متر همزمان در سقف و دیوار، بهترین عملکرد را در کاهش مصرف انرژی و انتقال بار از زمان پیک تقاضا دارد. تحلیل اقتصادی و زیست محیطی نشان داد در این حالت، انتشار دی اکسید کربن در یک دوره ۵۰ ساله، در مجموع حدود ۲۶۴ تن کاهش خواهد یافت و دوره بازگشت سرمایه ۱۶/۶ سال خواهد بود.

لیو و همکاران [26] به صورت عددی تأثیر خواص

مناطق آب و هوای معتدل، خشک و گرم دارد. نتایج نشان داد هرچه اینرسی حرارتی ساختمان کمتر باشد، استفاده از مواد تغییر فاز دهنده منجر به صرفه جویی انرژی بیشتری می شود. سانیک و همکاران [20] تأثیر استفاده از هیدرات نمک یوتکتیک با دمای تغییر فاز تقریباً ۲۱ درجه سلسیوس را بر تغییرات دمایی یک خانه پیش ساخته چوبی مطالعه کردند. مقدار ۶۰۰ کیلوگرم از ماده تغییر فاز دهنده در کف، سقف و دیوارها قرار گرفت و داده های دما در طول ۱۰ ماه تحت شرایط محیطی واقعی جمع آوری شد. نتایج نشان داد استفاده از هیدرات های نمک مقرون به صرفه بوده و تأثیر مثبت معناداری بر رفتار حرارتی خانه های چوبی پیش ساخته دارند. ژو و همکاران [21] با استفاده از نرم افزار انسیس فلونت، کاربرد مواد تغییر فاز دهنده را در ساختمان های سبک وزن با ضریب شکل بالا، برای اسکان موقت در آب و هوای تابستانی شهر تیانجین مطالعه کردند. آنها با بررسی پارامترهایی مانند موقعیت، ضخامت و جهت اعمال ماده تغییر فاز دهنده نشان دادند استفاده از یک لایه ۵ میلی متری از این ماده روی سطح داخلی ساختمان، به وضوح می تواند آسایش حرارتی را بهبود بخشد. فاتح و همکاران [22] با ارائه یک مدل دینامیک برای محاسبه انتقال حرارت در مواد تغییر فاز دهنده، اثر جهت گیری محل نصب، دمای تغییر فاز و ضخامت ماده تغییر فاز دهنده را در دیوارهای سبک وزن بررسی کردند. آنها دریافتند که ماده تغییر فاز دهنده با ضخامت ۲۰ میلی متر و دمای تغییر فاز ۲۳ درجه سلسیوس که در جهت جنوب قرار گیرد، بهترین اثر صرفه جویی در انرژی را دارد.

وانگ و همکاران [23] در یک مطالعه تجربی، تأثیر مواد تغییر فاز دهنده بر دمای هوای داخل یک ساختمان پیش ساخته با کاربری امدادی را در فصل تابستان بررسی کردند. ماده تغییر فاز دهنده با ضخامت ۲۰ میلی متر سمت داخلی دیوار نصب شد. نتایج نشان داد با استفاده از مواد تغییر فاز دهنده، هم دمای هوای داخل و هم دمای سطح داخلی دیوار کاهش می یابد. آنها همچنین پیشنهاد دادند با هدف شارژ ماده تغییر فاز دهنده، این مواد در ساعات شب از ساختمان خارج شود. در این حالت با استفاده از ۱۴۸/۸ کیلوگرم ماده تغییر فاز دهنده روی سطح داخلی دیوار غربی، دمای هوای داخلی بیش از ۳ درجه سلسیوس کاهش یافت. وانگ و همکاران [24] در مطالعه بعدی خود، با استفاده از نرم افزار انرژی پلاس ایده به کارگیری مواد

نویسندگان، مطالعات چندانی در این زمینه برای شرایط آب و هوایی ایران انجام نشده است؛ و این پژوهش جزو پیشگامان این زمینه می‌باشد. در این مطالعه با بررسی یک نمونه موردی مستقر در شهر کرمانشاه، تأثیر پارامترهای مهم مواد تغییر فاز دهنده مانند ضخامت، نقطه ذوب، جهت و لایه اجرا، بر میزان صرفه‌جویی انرژی با جزئیات بررسی شده است. همچنین با ارائه تحلیل اقتصادی و تحلیل آسایشی، شرایط مناسب استفاده از این مواد ارزیابی شده است. به علاوه سعی شده است با بررسی تغییرات لحظه‌ای دمای هوا و همچنین سطوح داخلی و خارجی دیواره‌های ساختمان، چگونگی عملکرد مواد تغییر فاز دهنده تشریح شود که در مطالعات قبلی به این مورد پرداخته نشده است.

روش تحقیق

با هدف بررسی آثار استفاده از مواد تغییر فاز دهنده در ساختمان‌های پیش‌ساخته امدادی جاده‌ای، یک واحد نمونه امدادی در شهر کرمانشاه در نظر گرفته شده و مصرف انرژی سالیانه آن با نرم‌افزار دیزاین‌بیلدر شبیه‌سازی شده است. این نرم‌افزار که از موتور انرژی پلاس برای تحلیل انرژی بهره می‌برد قادر است محاسبات مربوط به بارهای گرمایشی و سرمایشی، آسایش حرارتی، تابش خورشیدی، روشنایی و سایه‌اندازی را با دقت بالایی انجام دهد.

ساختمان نمونه

مورد مطالعه، ساختمانی پیش ساخته (کانکس) به مساحت ۱۸ متر مربع و ارتفاع ۲٫۵ متر است که در شکل (۱) نشان داده شده است.

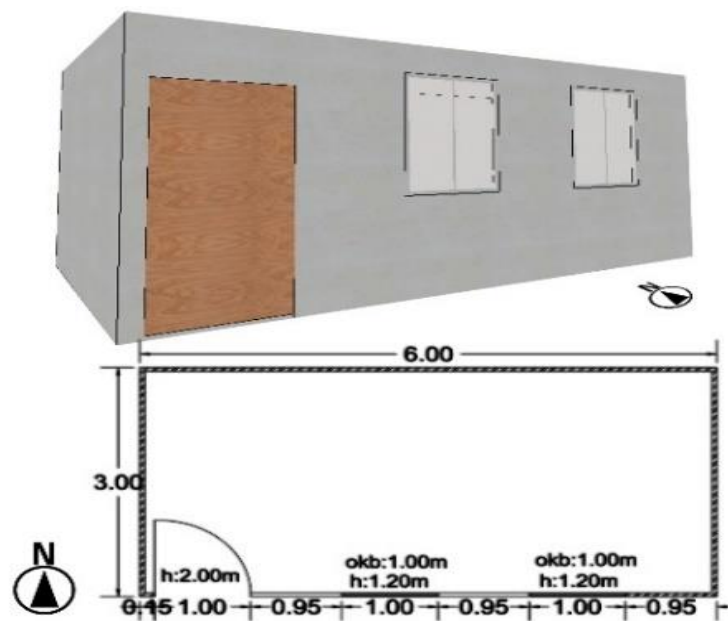
ساختمان با استفاده از پانل‌های ساندویچی سبک، متشکل از ورق‌های فولادی مجهز به عایق پلی‌استایرن، ساخته شده است و دارای یک فضای خدماتی به ابعاد $3 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ می‌باشد که امکان استقرار نیروهای امدادی را در مکان‌های مختلف اعم از جاده و سطح شهر فراهم می‌کند. در دیوار جنوبی ساختمان، دو پنجره دوجداره با قاب آلومینیومی حرارت‌شکن به ابعاد $1/2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ و یک در ورودی به ابعاد $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ قرار دارد. روی

ترموفیزیکی مواد تغییر فاز دهنده و همچنین ضخامت و موقعیت اعمال آنها را بر عملکرد حرارتی دیوارهای سبک وزن بررسی کردند. با توجه به نتایج، هر کدام از خواص ترموفیزیکی نقطه بهینه مخصوص به خود را دارد. اما به طور کلی، تأثیر مواد تغییر فاز دهنده با افزایش گرمای نهان به بیش از 175 kJ/kg کاهش می‌یابد. تأثیر این مواد در ضرایب رسانندگی کمتر از $0/25 \text{ W/m.K}$ واضح‌تر است و با افزایش ضریب رسانندگی کم‌رنگ می‌شود. تحلیل اقتصادی و حرارتی نشان داد ضخامت ماده تغییر فاز دهنده نباید به بیش از ۱۰ میلی‌متر برسد و موقعیت نصب آن نیز در لایه میانی بهتر از سطح داخلی یا خارجی دیوار است. کیشور و همکاران [27]، با استفاده از شبیه‌سازی عددی، هشت پارامتر مواد تغییر فاز دهنده را بررسی کردند؛ که شامل موقعیت ماده در لایه‌بندی دیوار، دمای انتقال، ضخامت، گرمای نهان، محدوده انتقال، چگالی، گرمای ویژه و هدایت حرارتی است. نتایج نشان داد که ماده تغییر فاز دهنده بهینه شده در این مطالعه، می‌تواند به طور کامل پروفیل گذرای گرمای جذب شده در دیوار را معکوس کند، به نحوی که گرمای لحظه‌ای جذب شده در ساعات اوج مصرف تا ۷۰ درصد کاهش یابد، بدون این‌که در گرمای کل جذب شده در فصل گرم افزایشی مشاهده شود. بررسی مطالعات در دسترس نشان‌دهنده اهمیت به‌کارگیری مواد تغییر فاز دهنده در ساختمان‌ها است. پارامترهای مختلف این مواد به لحاظ خواص ترموفیزیکی و همچنین نحوه اجرا در ساختمان، در مقالات متعدد مطالعه شده و ضمن تأیید اثر بخشی مواد تغییر فاز دهنده در کاهش مصرف انرژی ساختمان، نقاط بهینه پارامترهای مذکور معرفی شده است. اما در این نتایج تفاوت و در بعضی موارد تناقض‌هایی وجود دارد که ناشی از تفاوت در روش ساخت ساختمان، اقلیم آب و هوایی و موقعیت جغرافیایی است. بنابراین در کاربری‌های خاص و یک منطقه مشخص، برای دستیابی به حالت بهینه لازم است این مطالعات تکرار شوند.

در مطالعه پیش رو به بررسی تأثیر مواد تغییر فاز دهنده، بر مصرف انرژی و تأمین شرایط آسایش، در ساختمان‌های پیش‌ساخته سبک‌وزن امدادی پرداخته شده است. در حال حاضر تعداد زیادی از این ساختمان‌ها در سطح کشور در حال خدمت‌رسانی هستند. با این حال مطابق بهترین دانش

مرجع به همراه خواص ترموفیزیکی آنها در جدول (۱) آمده است.

دیوارهای دیگر هیچ بازشویی وجود ندارد. با توجه به اینکه ساختمان روی شاسی سوار می شود، کف در تماس با زمین نیست. جنس و ضخامت مواد به کار رفته در پوسته ساختمان

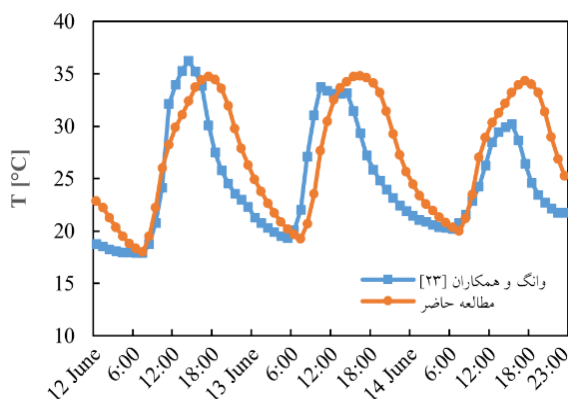


شکل ۱ نما و پلان ساختمان تحت مطالعه

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی مواد و لایه بندی پوسته ساختمان مرجع به ترتیب از بیرون به داخل

چگالی kg/m ³	گرمای ویژه J/kg.K	رسانندگی گرمایی W/m.K	ضخامت mm	ماده	جدار
۸۰۰۰	۴۶۰	۳۶	۱	ورق فولادی	دیوار خارجی و سقف
۱۵	۱۴۰۰	۰/۰۴	۴۰	پلی استایرن	
۸۰۰۰	۴۶۰	۳۶	۱	ورق فولادی	
۹۰۰	۱۰۰۰	۰/۲۵	۸	تخته گچی	
		۰/۹	۶	شیشه شفاف	پنجره
		۰/۰۲۶	۱۳	لایه هوا	
		۰/۹	۶	شیشه شفاف	
		۰/۲	۴۰	آلومینیوم حرارت شکن	قاب
		۰/۰۸۷	۳۵	تخته سه لا	در
۸۰۰۰	۴۶۰	۳۶	۱	ورق فولادی	کف
۲۰	۱۱۰۰	۰/۰۳۵	۴۰	پلی استایرن	
۸۰۰۰	۴۶۰	۳۶	۱	ورق فولادی	
۶۵۰	۱۲۰۰	۰/۱۴	۵	کفپوش چوبی	

شبیه‌سازی مشاهده می‌شود. به همین دلیل در مقایسه‌های این چنین، که مبتنی بر داده‌های آماری است، بررسی مطابقت رفتار نمودارها اهمیت بیشتری از خطای مطلق دارد.

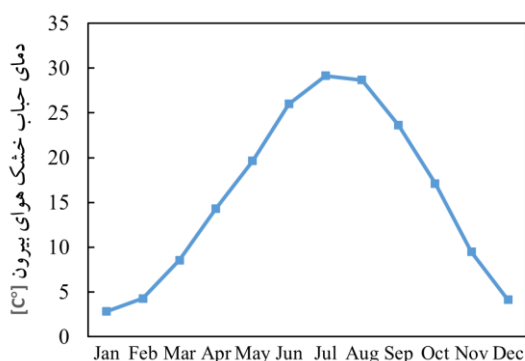


شکل ۲ مقایسه نتایج کار حاضر با داده‌های تجربی وانگ و همکاران [23]

برای بیان میزان مطابقت رفتار نتایج، می‌توان از ضریب همبستگی پیرسون (Pearson correlation coefficient) استفاده کرد. این ضریب که عددی بین ۱- و ۱ است، به صورت حاصل تقسیم کوواریانس داده‌های دو نمودار بر انحراف معیار آن‌ها تعریف می‌شود. هرچه قدر مطلق ضریب همبستگی به یک نزدیک‌تر باشد، همبستگی قوی‌تر بین داده‌ها برقرار است. مقدار ضریب همبستگی پیرسون برای داده‌های شکل (۲) برابر ۰/۷۵ است که نشان از همبستگی قوی بین نتایج دارد [29].

نتایج و بحث

ساختمان بررسی شده در شهر کرمانشاه قرار دارد. تغییرات دمای متوسط ماهیانه شهر کرمانشاه در شکل (۳) نشان داده شده است. مطابق این شکل، جولای و آگوست گرم‌ترین و ژانویه، فوریه و دسامبر سردترین ماه‌های سال در کرمانشاه هستند.



شکل ۳ تغییرات سالیانه دمای هوای کرمانشاه

شرایط دمایی و آب و هوایی

داده‌های آب و هوایی شهر کرمانشاه برای یک دوره یک ساله، از پایگاه داده لیدی‌باگ‌تولز [28] بر اساس میانگین داده‌های بلندمدت تهیه شده است. دمای طرح داخل در تابستان برابر 24°C و در زمستان برابر 18°C اعمال شده است.

ملاحظات مصرف انرژی

در کاربری امدادی، تعداد افراد ساکن در ساختمان ۲ نفر با برنامه حضور ۲۴ ساعت در ۷ روز هفته است. سیستم روشنایی چراغ ال‌ای‌دی و شدت روشنایی مورد نیاز ۳۰۰ lux است که با توجه به بهره نوری لامپ‌های معمول، معادل ۵۵ W می‌شود. تجهیزات الکترونیکی معمول در کاربری امدادی شامل یک دستگاه کامپیوتر است که معمولاً روشن می‌باشد، و تعدادی دستگاه‌های تشخیصی که در مواقع نیاز روشن می‌شوند. توان مصرفی این تجهیزات در مجموع برابر ۲۰۰ W در نظر گرفته شده است. برنامه عملکرد روشنایی و تجهیزات نیز به صورت ۲۴ ساعت در ۷ روز هفته اعمال شده است. سیستم تهویه مطبوع ساختمان، یک دستگاه کولر اسپلیت با ضریب عملکرد ۳/۵ است که همواره آماده به کار بوده و با توجه به دمای داخل، سرمایش یا گرمایش لازم را تأمین می‌کند.

اعتبارسنجی

در مطالعه وانگ و همکاران [28] روی ساختمان‌های پیش‌ساخته که در شهر چنگدو چین انجام شد، دمای هوای داخل یک ساختمان مجهز به مواد تغییر فاز دهنده در روزهای ۱۲ تا ۱۴ ژوئن اندازه‌گیری شده است. با هدف اعتبارسنجی مطالعه حاضر، ساختمان مشابهی طراحی و پاسخ دمایی آن در شرایط آب و هوایی شهر چنگدو شبیه‌سازی شد.

در شکل (۲) تغییرات دمای هوای داخل ساختمان حاصل از مطالعه تجربی، با نتایج شبیه‌سازی حاضر مقایسه شده است. میانگین خطای مطلق در این شکل $3/6^{\circ}\text{C}$ است که مؤید انطباق خوب نتایج می‌باشد. توجه به این نکته ضروری است که شبیه‌سازی بر اساس میانگین داده‌های آب و هوایی بلندمدت انجام شده است در حالی که اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی به شرایط لحظه‌ای وابسته است. به عنوان مثال در روز سوم آزمایش که آسمان ابری، و تابش خورشید نسبت به میانگین بلندمدت کمتر بوده است، اختلاف بیشتری بین نتایج تجربی و

جدول ۲ مشخصات ترموفیزیکی ماده تغییر فاز دهنده InfiniteRPCM21C

گرمای نهان J/kg.K	گرمای ویژه J/kg.K	چگالی kg/m ³	بازه تغییر فاز °C	هدایت حرارتی W/m.K	
۲۰۰۰۰۰	۳۱۴۰	۱۵۴۰	۲۳ - ۲۱	۰٫۵۴	حالت مایع
			۱۹ - ۲۱	۱٫۰۹	حالت جامد

توسط سیستم تهویه مطبوع ۲۵۷۷/۲۷ کیلووات ساعت می‌باشد.

ساختمان مرجع

با هدف تمرکز بر تأثیر مواد تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی ساختمان، از عواملی که کنترل دقیقی بر آنها نیست مانند باز و بسته شدن در و پنجره‌ها صرف نظر شده است. همچنین با فرض درزبندی کامل، از نفوذ هوا به درون ساختمان صرف نظر شده است. در شکل (۴) میزان مصرف انرژی ساختمان مرجع نشان داده شده است که شامل انرژی الکتریکی مصرف شده توسط سیستم تهویه مطبوع می‌باشد. همچنین در این شکل مقدار انرژی صرف شده برای گرمایش و سرمایش تفکیک شده است. مشاهده می‌شود مصرف انرژی گرمایشی ساختمان در ماه‌های گرم سال (می تا سپتامبر) تقریباً صفر بوده و در ماه‌های سرد به ویژه ژانویه، فوریه و دسامبر قابل توجه است. مصرف سالیانه انرژی گرمایشی ساختمان ۱۰۶۸/۱۲ کیلووات ساعت می‌باشد.

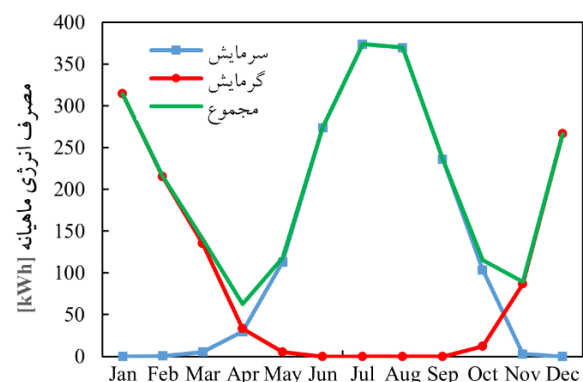
ساختمان مجهز به ماده تغییر فاز دهنده

در این مطالعه از ماده تغییر فاز دهنده InfiniteRPCM21C استفاده شده است که نقطه ذوب آن ۲۱ °C می‌باشد. خواص ترموفیزیکی این ماده در جدول (۲) آمده است. این ماده رفتار پسماند (Hysteresis) دارد به این معنی که فرایند ذوب و انجماد آن بر هم منطبق نیست. فرایند ذوب از دمای ۲۱ °C شروع و تا دمای ۲۳ °C ادامه دارد. فرایند انجماد نیز از دمای ۲۱ °C شروع و تا دمای ۱۹ °C ادامه پیدا می‌کند.

اثر جهت اجرای ماده تغییر فاز دهنده

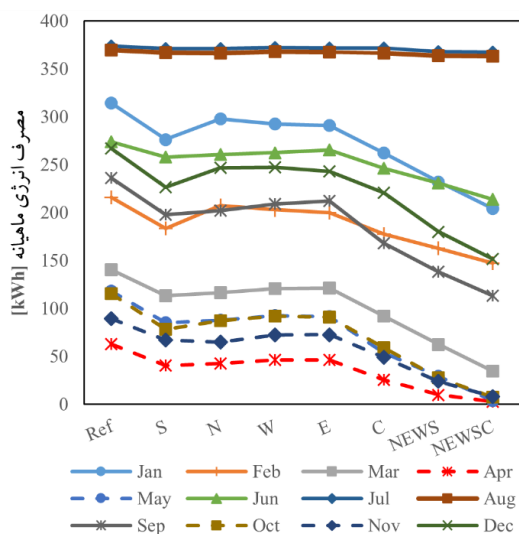
با توجه به اینکه دیوارهای مختلف ساختمان، بسته به جهت جغرافیایی، بهره متفاوتی از انرژی خورشیدی دریافت می‌کنند، برای اجرای ماده تغییر فاز دهنده در پوسته خارجی ساختمان هفت حالت در نظر گرفته شد: استفاده از ماده تغییر فاز دهنده روی دیوار شمالی (N)، دیوار شرقی (E)، دیوار جنوبی (S)، دیوار غربی (W)، هر چهار دیوار (NEWS)، سقف (C) و نهایتاً روی چهار دیوار و سقف (NEWS C). در این مرحله ماده تغییر فاز دهنده به ضخامت ۱۰ میلی‌متر روی سطح داخلی دیوارها اعمال شده است. مصرف انرژی سالیانه ساختمان در حالت مرجع به همراه حالات هفت‌گانه اجرای ماده تغییر فاز دهنده، در شکل (۵) نشان داده شده است. همچنین در این شکل درصد کاهش مصرف انرژی نسبت به ساختمان مرجع (صرفه‌جویی) نیز گزارش شده است. مطابق شکل (۵) استفاده از ماده تغییر فاز دهنده منجر به کاهش قابل توجه مصرف انرژی ساختمان شده است.

کم‌ترین بهبود مربوط به اجرا روی دیوار غربی است که منجر



شکل ۴ مصرف انرژی ساختمان مرجع

مصرف سرمایشی ساختمان در ماه‌های سرد صفر و در ماه‌های گرم قابل توجه است؛ به طوری که هماهنگی با تغییرات دمای متوسط ماهیانه (شکل ۳)، در ماه‌های جولای و آگوست به بیشترین مقدار خود می‌رسد. مصرف سالیانه انرژی سرمایشی ۱۵۰۹/۱۵ کیلووات ساعت است. کل مصرف انرژی ساختمان



شکل ۶ تأثیر جهت اجرای ماده تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی ساختمان در ماه‌های مختلف

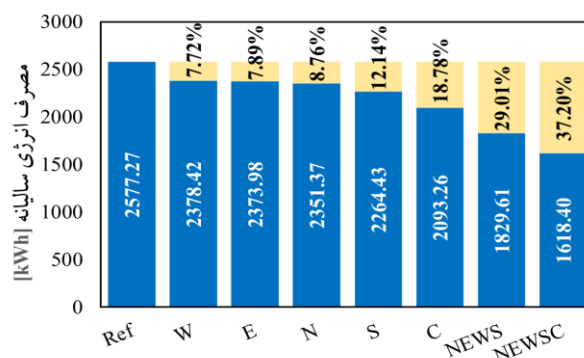
نکته قابل توجه این است که در ماه‌های جولای و آگوست، در هیچ یک از جهات، افزودن ماده تغییر فاز دهنده تأثیری بر مصرف انرژی نداشته است. با توجه به شکل (۳) مشاهده می‌شود دمای متوسط هوای بیرون در این دو ماه نزدیک به 30°C است. بررسی تغییرات ساعتی دما نیز نشان می‌دهد در این بازه دمای هوا تنها برای ۵ ساعت (۳ صبح تا ۷ صبح) به اندکی کمتر از 21°C می‌رسد. در این شرایط نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد دمای سطح داخلی دیواره‌های ساختمان همواره بالاتر از 21°C است؛ که به علت حرارت جذب شده از تابش خورشیدی و اینرسی حرارتی ساختمان می‌باشد. بنابراین چون نقطه ذوب ماده تغییر فاز دهنده 21°C است، فرصت تغییر فاز برای آن فراهم نشده و حضورش تأثیر قابل توجهی بر مصرف انرژی ندارد. از این بحث می‌توان نتیجه گرفت در اقلیم‌های گرم، بهتر است از مواد تغییر فاز دهنده با دمای ذوب بالاتر استفاده شود.

تحلیل آسایش

نکته حائز اهمیت دیگری که در شکل (۶) وجود دارد، آن است که در حالت اجرای ماده تغییر فاز دهنده در کل پوسته خارجی ساختمان (NEWS-C)، مصرف سالیانه انرژی در ماه‌های آوریل، می، اکتبر و نوامبر به ترتیب 95% ، 97% ، 94% و 91% کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک شده است. یعنی در این شرایط، حتی در

به کاهش $7/72\%$ درصدی مصرف انرژی سالیانه شده است. دیوار شرقی نیز وضعیت مشابهی دارد. دیوار شمالی با اینکه در معرض تابش مستقیم خورشیدی نیست، اما با کاهش $8/76\%$ درصدی مصرف انرژی وضعیت مطلوب‌تری نسبت به دیوارهای شرقی و غربی دارد. این مطلب با توجه به مساحت بیشتر این دیوار قابل توضیح است. دیوار جنوبی با $12/14\%$ درصد کاهش مصرف انرژی بهترین عملکرد را در بین جهات چهارگانه دارد. البته باید توجه داشت به علت وجود بازشوها روی این دیوار، مساحت آن کمتر از دیوار شمالی است. اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی سقف با کاهش $18/78\%$ درصدی مصرف انرژی، عملکرد بهتری نسبت به دیوارها دارد. چنانچه از ماده تغییر فاز دهنده به طور همزمان روی چهار دیوار ساختمان استفاده شود، کاهش قابل توجه 29% درصدی مصرف انرژی حاصل می‌شود. در نهایت در صورت اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی کل سطح پوسته خارجی (چهار دیوار به علاوه سقف)، کاهش مصرف انرژی به $37/20\%$ درصد می‌رسد که گویای پتانسیل چشم‌گیر مواد تغییر فاز دهنده در کاهش مصرف انرژی ساختمان‌ها می‌باشد. با نگاه به مصرف انرژی در ماه‌های مختلف سال، جزئیات بیشتری از نحوه تأثیرگذاری مواد تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی ساختمان آشکار می‌شود. به این منظور مصرف انرژی در ساختمان مرجع و همچنین هفت حالت اجرای ماده تغییر فاز دهنده، به تفکیک ماه‌های مختلف در شکل (۶) رسم شده است.

ملاحظه می‌شود اجرای ماده تغییر فاز دهنده باعث کاهش مصرف انرژی در تمام ماه‌های سال می‌شود، هرچند مقدار این کاهش بسته به ماه‌های مختلف و جهت اجرای ماده تغییر فاز دهنده متفاوت است.



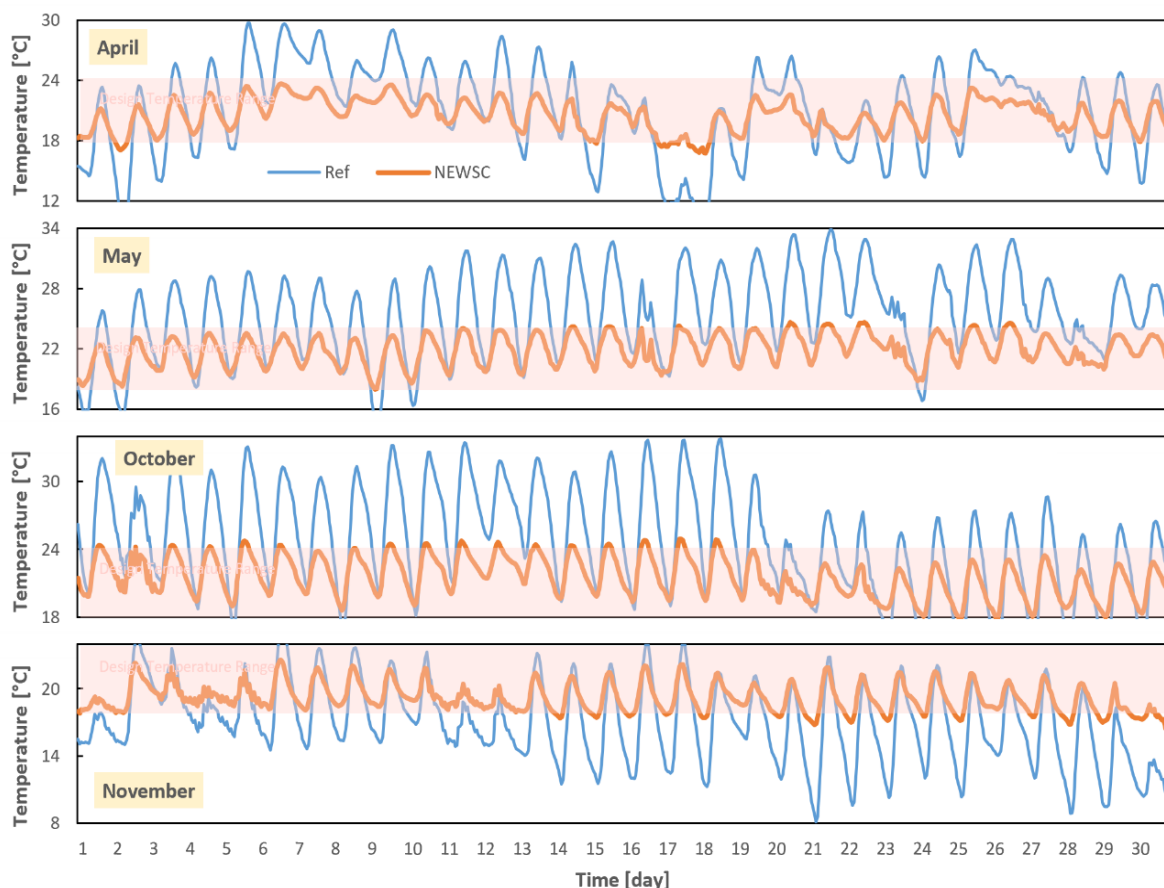
شکل ۷ مصرف انرژی سالیانه ساختمان با ماده تغییر فاز دهنده روی دیواره‌های مختلف پوسته خارجی

در نبود سیستم تهویه مطبوع، تغییرات دمای هوای داخل تا حد زیادی منطبق بر رفتار دمای هوای بیرون است؛ با این تفاوت که متناسب با مقاومت حرارتی و اینرسی حرارتی پوسته ساختمان مقداری اختلاف دما بین آن‌ها وجود دارد. اما در حضور ماده تغییر فاز دهنده علاوه بر این دو عامل، آزادسازی و جذب گرمان نهان طی فرایند انجماد و ذوب، موجب محدودتر شدن تغییرات دمای داخل می‌شود.

برای درک بهتر این مطلب، در شکل (۸) بر تغییرات دمای کارکردی هوا در بازه ۱۴ تا ۱۶ نوامبر تمرکز شده است. این شکل به خوبی نحوه عملکرد ماده تغییر فاز دهنده را نمایش می‌دهد. در روز ۱۴ نوامبر از ساعت صفر بامداد تا طلوع خورشید، دمای هوا روند کاهشی دارد به نحوی که دمای بیرون به $2/5^{\circ}\text{C}$ می‌رسد. در پاسخ به این کاهش دما، دمای هوای ساختمان‌های مرجع و NEWSC نیز به ترتیب به $11/5$ و $17/4$ درجه سلسیوس می‌رسد.

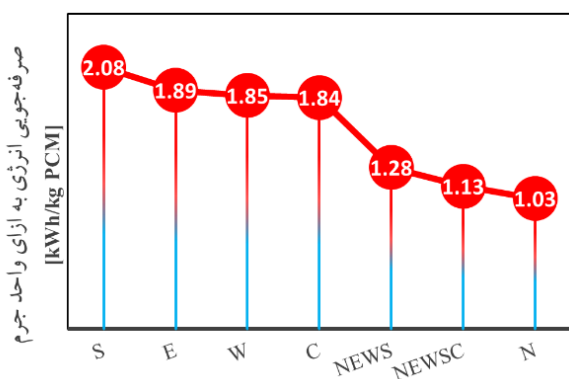
صورت خاموش بودن سیستم تهویه مطبوع باز هم در اغلب اوقات شرایط آسایش فراهم است. برای بررسی این موضوع، تغییرات ساعتی دمای کارکردی (Operative Temperature) هوای داخل ساختمان‌های مرجع و NEWSC، در شرایطی که سیستم تهویه مطبوع خاموش باشد، در شکل (۷) ترسیم و مقایسه شده است.

دمای کارکردی، میانگین دمای هوا و دمای سطوح داخلی است، و بنابراین آثار انتقال حرارت تشعشعی بین بدن و دیوارها در آن دیده شده است. در شکل (۷) محدوده آسایش دمایی تعریف شده برای ساختمان، یعنی بازه ۱۸ تا ۲۴ درجه سلسیوس، با نوار رنگی مشخص شده است. هرچند که در ساختمان مرجع، دمای هوا در اغلب ساعات روز خارج از محدوده آسایش است، اما تنها با استفاده از ماده تغییر فاز دهنده در ساختمان NEWSC، دمای داخل تقریباً در تمام ساعات در محدوده آسایش قرار گرفته است.



شکل ۷ تغییرات ساعتی دمای کارکردی در غیاب سیستم تهویه مطبوع، در طول ماه‌های آوریل، می، اکتبر و نوامبر برای حالت NEWSC و مقایسه آن با ساختمان مرجع

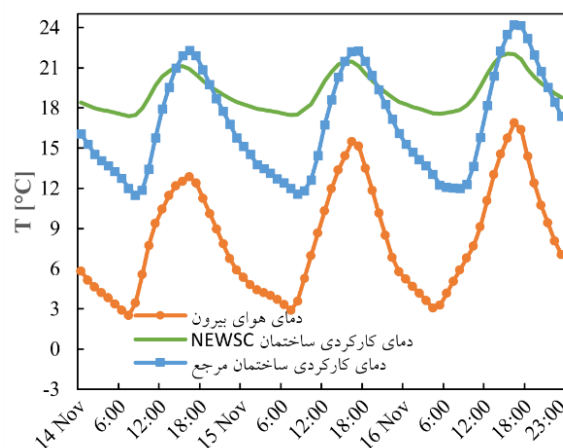
پوسته خارجی ساختمان (NEWSC)، بهترین شرایط را از نظر صرفه‌جویی در مصرف انرژی و ایجاد شرایط آسایش دمایی فراهم می‌کند، اما در یک تحلیل اقتصادی، میزان انرژی صرفه‌جویی شده تنها پارامتر مطرح نیست، بلکه هزینه انجام شده برای تهیه مواد تغییر فاز دهنده نیز باید سنجیده شود. صرف‌نظر از قیمت هر کیلوگرم از ماده تغییر فاز دهنده و محاسبات بازگشت سرمایه، می‌توان تحلیل را بر مبنای انرژی صرفه‌جویی شده به ازای واحد جرم ماده استفاده شده بیان کرد. به این منظور مقدار انرژی صرفه‌جویی شده در حالات هفت‌گانه اجرای ماده تغییر فاز دهنده (شکل ۵)، بر جرم ماده مصرف شده در هر حالت (که از ابعاد ساختمان قابل محاسبه است) تقسیم و نتیجه در شکل (۹) نشان داده شده است. بر اساس این شکل، از دیدگاه اقتصادی اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی دیوار جنوبی موجب بیشترین صرفه‌جویی به ازای واحد جرم ماده می‌شود. برخلاف تحلیل قبلی که دیوارهای شرقی و غربی را گزینه‌های نامناسبی برای اجرا ماده تغییر فاز دهنده معرفی کرده بود، از دیدگاه اقتصادی، این دیوارها در رتبه‌های دوم و سوم و هم‌تراز با سقف قرار می‌گیرند. اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی کل پوسته ساختمان نیز توجیه اقتصادی چندانی ندارد.



شکل ۹ صرفه‌جویی انرژی به ازای واحد جرم ماده تغییر فاز دهنده برای المان‌های مختلف پوسته خارجی

اثر لایه‌بندی

رفتار حرارتی ساختمان دینامیکی است و بسته به شرایط محیطی، دما در لایه‌های مختلف دیوار دائم در حال تغییر است. به‌علاوه با توجه به ظرفیت حرارتی بالای ماده تغییر فاز دهنده، موقعیت قرارگیری آن در دیوار به ویژه نسبت به لایه عایق



شکل ۸ تغییرات دمای هوای بیرون و دمای داخل ساختمان‌های مرجع و NEWSC طی ۴ تا ۱۶ نوامبر

پس از آن تابش خورشیدی باعث گرم شدن دما می‌شود و دمای هوا در بیرون و درون ساختمان مرجع به ترتیب تا ۱۲/۹ و ۲۲/۳ درجه سلسیوس افزایش می‌یابد؛ این مقدار معادل افزایش ۱۱ درجه‌ای دمای هوای ساختمان مرجع است. اما در ساختمان NEWSC، با رسیدن دمای هوا به 21°C ، بخش عمده انرژی دریافتی صرف ذوب ماده تغییر فاز دهنده شده و دمای هوا حداکثر به $21/1^{\circ}\text{C}$ می‌رسد؛ یعنی کمتر از 4°C افزایش می‌یابد. با کاهش شار خورشیدی و غروب خورشید، دما شروع به کاهش می‌کند به نحوی که تا قبل از طلوع خورشید در ۱۵ نوامبر، دمای هوای بیرون و هوای ساختمان مرجع به ترتیب تا ۲/۹ و ۱۱/۶ درجه سلسیوس کاهش می‌یابد. یعنی دمای هوای ساختمان مرجع حدود ۱۲ درجه سلسیوس کاهش پیدا می‌کند. این در حالی است که در ساختمان NEWSC، با کاهش دما به 21°C ، فرایند انجماد آغاز شده و با آزادسازی گرمای نهان ذخیره شده، از افت شدید دمای هوا جلوگیری می‌شود. به نحوی که دما تنها با ۳/۶ درجه افت در نهایت به $17/5^{\circ}\text{C}$ می‌رسد. باید توجه داشت رفتارآرمانی مواد تغییر فاز دهنده در حفظ دمای ساختمان در محدوده آسایش بدون مصرف انرژی (شکل ۷)، کاملاً به شرایط آب و هوایی، نوع ساختمان، مقدار و نوع ماده استفاده شده بستگی دارد.

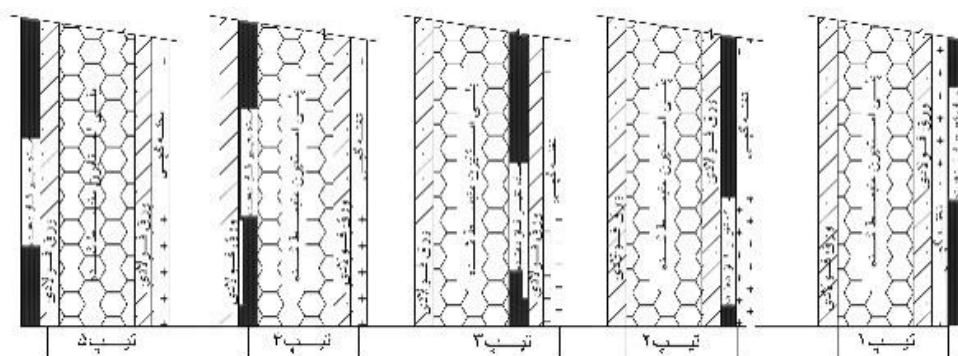
تحلیل اقتصادی

بر مبنای مطالب پیش گفته، اجرای مواد تغییر فاز دهنده روی کل

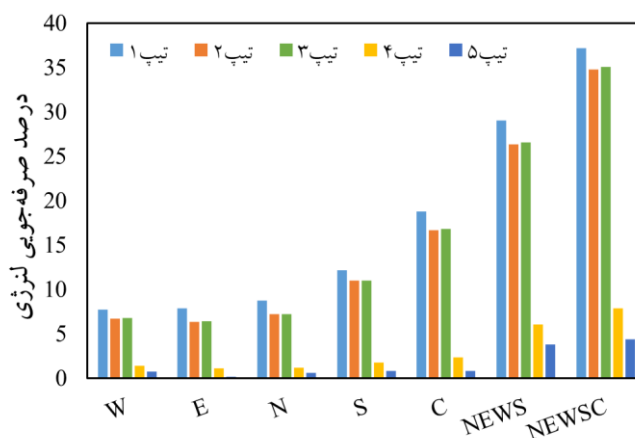
حرارتی، نقش تعیین کننده‌ای در اینرسی حرارتی ساختمان و پاسخ دمایی آن به تغییرات محیطی دارد. بنابراین لازم است تأثیر قرار گرفتن ماده تغییر فاز دهنده در لایه های مختلف دیوار بررسی شود. با توجه به اینکه دیوارهای ساختمان مرجع از چهار لایه تشکیل شده اند (جدول ۱)، پنج موقعیت برای استقرار ماده تغییر فاز دهنده متصور است. این پنج تیپ لایه بندی در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در این شکل لایه با بافت تیره نماینده ماده تغییر فاز دهنده است. در تیپ ۱ ماده تغییر فاز دهنده در سطح داخلی دیوار و در تیپ ۵ در سطح بیرونی آن قرار دارد.

مصرف انرژی ساختمان در هر یک از حالات هفت گانه اجرای ماده تغییر فاز دهنده، برای پنج تیپ لایه بندی محاسبه شده است. شکل (۱۱) در صد کاهش مصرف انرژی را در هر یک از این حالات، نسبت به ساختمان مرجع به تفکیک

دیوارهای مختلف نشان می دهد. ملاحظه می شود در تمامی حالات، با اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی سطح داخلی دیوار (تیپ ۱) بیشترین صرفه جویی حاصل شده است. نتایج تیپ ۲ و تیپ ۳ که در طرفین لایه فولادی قرار دارند، تفاوت چندانی ندارد. این رفتار با توجه به ضریب نفوذ گرمایی بالای فولاد و ضخامت بسیار کم این لایه، قابل توجیه است. شکل (۱۱) گویای آن است که موقعیت اجرای ماده تغییر فاز دهنده نسبت به عایق حرارتی از اهمیت بالایی برخوردار است. چنانچه این ماده نسبت به عایق در سمت بیرون ساختمان اجرا شود، تأثیر آن بر صرفه جویی انرژی به شدت کاهش می یابد. در تیپ ۴، صرفه جویی انرژی حاصله بین ۸۰ تا ۹۰ درصد نسبت به تیپ ۱ کاهش پیدا کرده است.



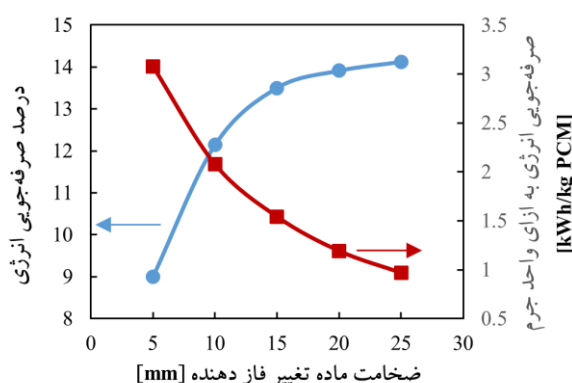
شکل ۱۰ حالات مختلف قرارگیری ماده تغییر فاز دهنده در لایه های دیوار



شکل ۱۱ تأثیر لایه قرارگیری ماده تغییر فاز دهنده بر صرفه جویی در مصرف انرژی
سالپانه

اثر ضخامت ماده تغییر فاز دهنده

با افزایش حجم ماده تغییر فاز دهنده، امکان ذخیره‌سازی انرژی بیشتری فراهم می‌شود. اما باید بررسی شود که آیا بهبود حاصله، مصرف بیشتر ماده را توجیه می‌کند یا خیر. به این منظور ضخامت‌های مختلفی برای لایه ماده تغییر فاز دهنده در گستره ۵ تا ۲۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه بهترین جهت اجرای ماده تغییر فاز دهنده به لحاظ اقتصادی دیوار جنوبی است؛ و بهترین لایه نیز سطح درونی دیوار است، در این بخش مطالعه محدود به همین شرایط شده است. درصد انرژی صرفه‌جویی شده نسبت به ساختمان مرجع، به ازای ضخامت‌های مختلف ماده تغییر فاز دهنده در شکل (۱۲) نشان داده شده است.

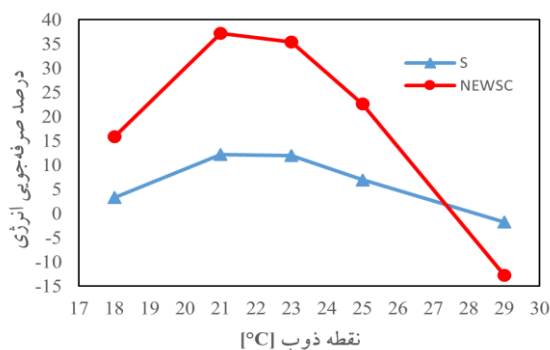


شکل ۱۲ تأثیر ضخامت لایه ماده تغییر فاز دهنده بر صرفه‌جویی در مصرف انرژی

ملاحظه می‌شود با افزایش ضخامت، نرخ بهبود صرفه‌جویی کاهش می‌یابد به نحوی که در ضخامت‌های بیش از ۲۰ میلی‌متر، تغییرات صرفه‌جویی انرژی ناچیز می‌شود. در این شکل مقدار انرژی ذخیره شده به ازای واحد جرم ماده تغییر فاز دهنده نیز نشان داده شده است. هرچند که با افزایش ضخامت، مقدار انرژی ذخیره شده افزایش پیدا می‌کند؛ اما اثربخشی ماده افزوده شده به سرعت کاهش می‌یابد. به نحوی که به ازای هر کیلوگرم ماده تغییر فاز دهنده، در ضخامت ۵ میلی‌متر ۳/۰۸ کیلووات ساعت انرژی صرفه‌جویی شده است در حالی که با افزایش ضخامت به ۲۵ میلی‌متر این عدد به ۰/۹۷ کاهش پیدا می‌کند.

اثر دمای ذوب ماده تغییر فاز دهنده

دمای دیواره ساختمان متناسب با دمای هوای بیرون و شدت تابش دریافتی از خورشید، پیوسته در حال تغییر است. با سطح گرمایی ماده تغییر فاز دهنده به این تغییرات، به نقطه ذوب آن بستگی دارد. بررسی دمای سطوح داخلی و خارجی دیواره‌های ساختمان در حالت مرجع، گویای تغییرات و سبب این پارامترها در طول سال و حتی در طول یک شبانه روز است. به عنوان مثال اختلاف دمای سطوح داخلی و خارجی بام، از ۲۸+ درجه در ۲۲ ژانویه تا ۴۳- درجه در ۵ جولای تغییر می‌کند. در این شرایط، لازم است نقطه ذوب ماده تغییر فاز دهنده به نحوی انتخاب شود که دچار بیشترین سیکل تغییر فاز شود. به این منظور مواد تغییر فاز دهنده با دمای ذوب در گستره ۱۸ تا ۲۹ درجه سلسیوس بررسی شده است. مواد استفاده شده شامل پنج نوع InfiniteRPCM18C، InfiniteRPCM21C، InfiniteRPCM23C، InfiniteRPCM25C و InfiniteRPCM29C می‌باشد، که با ضخامت ۱۰ میلی‌متر روی سطح داخلی (تیپ ۱) اجرا شده است. شکل (۱۳) درصد صرفه‌جویی به دست آمده را برای دو حالت اجرا روی دیوار جنوبی و اجرا روی کل پوسته ساختمان نشان می‌دهد.

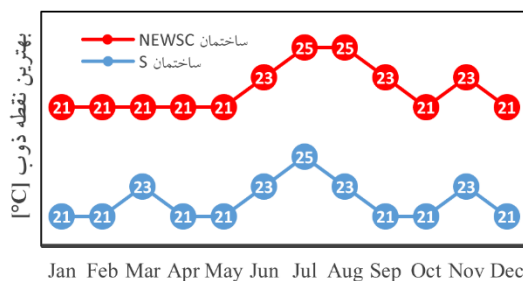


شکل ۱۳ اثر دمای نقطه ذوب ماده تغییر فاز دهنده بر صرفه‌جویی انرژی سالیانه

مطابق این شکل در نقطه ذوب ۲۱ °C بیشترین صرفه‌جویی حاصل شده است. با افزایش نقطه ذوب به ۲۳ °C مقدار صرفه‌جویی اندکی کاهش می‌یابد. با تغییر نقطه ذوب به ۱۸ و ۲۵ درجه سلسیوس، یعنی حرکت به سمت مرز محدوده آسایش، صرفه‌جویی به میزان قابل توجهی کاهش پیدا می‌کند. نکته حائز اهمیت این است که در دمای ذوب ۲۹ °C، مصرف

نقش قابل توجهی در میزان تأثیر گذاری ماده تغییر فاز دهنده دارد.

با بررسی صرفه جویی انرژی ماهیانه، فهم بهتری از نقش نقطه ذوب در عملکرد مواد تغییر فاز دهنده به دست می آید. به این منظور برای دو ساختمان S و NEWSC، ماده ای که در هر ماه موجب بیشترین مقدار صرفه جویی انرژی شده است مشخص، و نقطه ذوب آن در شکل (۱۵) نشان داده شده است. با در نظر گرفتن شرایط آب و هوایی مانند دمای هوا و تابش خورشید، ارتباطی یکتا بین این پارامترها و نتایج شکل (۱۵) قابل توصیف نیست.



شکل ۱۵ تأثیر دمای ذوب ماده تغییر فاز دهنده بر مصرف انرژی ماهیانه

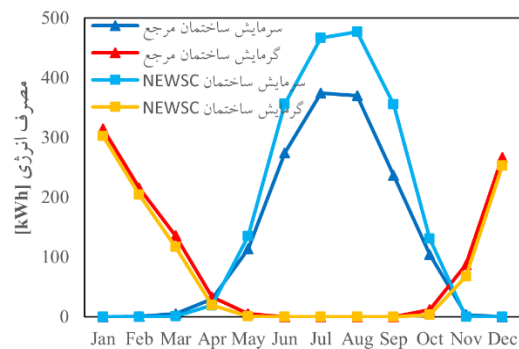
اما به طور کلی می توان گفت در ماه های سرد سال ماده با نقطه ذوب 21°C ، در ماه های گرم ماده با نقطه ذوب 23°C ، در ماه های خیلی گرم ماده با نقطه ذوب 25°C و در ماه های معتدل ماده با نقاط ذوب ۲۱ و 23°C درجه سلسیوس مناسب هستند.

نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی تأثیر مواد تغییر فاز دهنده بر عملکرد حرارتی ساختمان های پیش ساخته سبک وزن پرداخته شده است. به این منظور مصرف انرژی یک ساختمان نمونه در شهر کرمانشاه در نرم افزار دیزاین بیلدر شبیه سازی شده است. از تهویه طبیعی و نفوذ هوا صرف نظر شده و تأمین شرایط آسایش توسط یک دستگاه کولر اسپلیت انجام می شود. ماده تغییر فاز دهنده استفاده شده در جهات مختلف ساختمان، در لایه های مختلف دیواره و با ضخامت های مختلف اجرا شده است. همچنین از مواد با نقاط ذوب مختلفی استفاده شده است. خلاصه نتایج به دست آمده به شرح زیر است:

مواد تغییر فاز دهنده باعث کاهش مصرف انرژی ساختمان

انرژی نسبت به ساختمان مرجع بیشتر شده است و استفاده از ماده تغییر فاز دهنده نتیجه معکوس داشته است. برای مشخص شدن علت این موضوع، در شکل (۱۴) مصرف ماهیانه انرژی ساختمان مجهز به InfiniteRPCM29، به تفکیک انرژی مصرف شده در سرمایش و گرمایش رسم شده است.



شکل ۱۴ اثر ماده تغییر فاز دهنده با نقطه ذوب 29°C در تیپ ۱ بر مصرف انرژی سرمایشی و گرمایشی

مشاهده می شود با افزودن ماده تغییر فاز دهنده، مصرف انرژی گرمایشی کاهش اندکی پیدا کرده است. این مطلب به این دلیل است که در ماه های سرد سال، دمای سطح داخلی بام به حدی افزایش پیدا نمی کند که باعث تغییر فاز شود. به عنوان مثال در ماه ژانویه، حداکثر دمای سطح داخلی بام به 23.6°C می رسد. سایر دیوارها نیز شرایط مشابهی دارند. مطابق شکل (۱۴) مصرف سرمایشی ساختمان پس از اجرای ماده تغییر فاز دهنده افزایش یافته است. در ماه های گرم سال، در طول روز دمای سطح بیرونی بام تا حد زیادی افزایش و در طول شب کاهش پیدا می کند. به عنوان مثال در ماه جولای دمای سطح بیرونی بام در ساعات بعد از ظهر به بیش از 70°C می رسد در حالی که قبل از طلوع خورشید تا دمای 10°C پایین می آید. در غیاب ماده تغییر فاز دهنده، همزمان با کاهش شبانه دمای سطح بام، دمای داخل ساختمان نیز کاهش یافته و با ورود به محدوده آسایش، سیستم تهویه مطبوع خاموش می شود. اما ماده تغییر فاز دهنده گرمای روز را ذخیره کرده و هنگام شب از افت دمای طبیعی ساختمان جلوگیری می کند. این رفتار نامطلوب ماده تغییر فاز دهنده، به واسطه دور بودن نقطه ذوب آن از محدوده آسایش اتفاق می افتد. همان طور که مطابق شکل (۱۳) در نقطه ذوب 25°C این رفتار مشاهده نمی شود. بنابراین نقطه ذوب،

سمت داخل ساختمان اجرا شده باشد، بهتر است نقطه ذوب آن در محدوده دمای آسایش باشد. برای شرایط اعمال شده در این پژوهش، بیشترین صرفه‌جویی سالیانه در نقطه ذوب 21°C به دست آمد.

تقدیر و تشکر

فهرست علائم

C	سقف
E	دیوار شرقی
N	دیوار شمالی
NEWS	هر چهار دیوار ساختمان
NEWSC	هر چهار دیوار به‌علاوه سقف
S	دیوار جنوبی
W	دیوار غربی

واژه نامه

Extreme climate	آب و هوای شدید
Hysteresis	پسماند
Operative Temperature	دمای کارکردی
Pearson correlation coefficient	ضریب همبستگی پیرسون
Phase Change Materials	مواد تغییر فاز دهنده

می‌شوند. در بین جهات اصلی، دیوار جنوبی با $12/14$ درصد کاهش مصرف دارای بیشترین صرفه‌جویی است. در صورت اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی تمام پوسته ساختمان، مقدار صرفه‌جویی تا $37/2$ در صد افزایش می‌یابد. در این حالت، ماده تغییر فاز دهنده در ماه‌های آوریل، می، اکتبر و نوامبر رفتاری آرمانی داشته و تقریباً بدون نیاز به انرژی، دمای ساختمان را در محدوده آسایش تنظیم می‌کند. از دیدگاه اقتصادی دیوار جنوبی با صرفه‌جویی $2/08$ کیلووات ساعت به ازای هر کیلوگرم از ماده تغییر فاز دهنده، بهترین عملکرد را در بین تمام حالات بررسی شده دارد. از این نظر، اجرای ماده تغییر فاز دهنده روی تمام پوسته خارجی ساختمان اقتصادی نیست.

ماده تغییر فاز دهنده نسبت به عایق حرارتی باید در سمت داخل ساختمان اجرا شود. در غیر این صورت تا 90 درصد از صرفه‌جویی قابل اکتساب از دست می‌رود. هرچند که با افزایش ضخامت ماده تغییر فاز دهنده مقدار مصرف انرژی ساختمان کاهش می‌یابد، اما از نظر اقتصادی ضخامت‌های کمتر مناسب‌تر هستند. به عنوان مثال با افزایش ضخامت از 5 به 25 میلی‌متر، مقدار صرفه‌جویی انرژی از $3/08$ کیلووات ساعت در هر کیلوگرم ماده به $0/97$ کاهش پیدا می‌کند. در هر صورت با افزایش ضخامت به بیش از 20 میلی‌متر، تغییر قابل توجهی در صرفه‌جویی انرژی مشاهده نمی‌شود.

نقطه ذوب باید متناسب با شرایط آب و هوایی انتخاب شود. در صورتی که ماده تغییر فاز دهنده نسبت به عایق حرارتی در

مراجع

- [1] F. Kuznik, J. Virgone, "Experimental assessment of a phase change material for wall building use", *Applied Energy*, vol. 86, no. 10, Pp. 2038-2046, 2009.
- [2] M. Li, Z. Wu, and J. Tan, "Heat storage properties of the cement mortar incorporated with composite phase change material", *Applied Energy*, vol. 103, Pp. 393-399, 2013.
- [3] B.S. Dehkordi, M. Afrand, "Energy-saving owing to using PCM into buildings: Considering of hot and cold climate region", *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, vol. 52, Pp. 102-112, 2022.
- [4] J. Jia, L. Bo, M. Lingyong, W. Hui, L. Dong, and W. Yiran, "Energy saving performance optimization and regional adaptability of prefabricated buildings with PCM in different climates", *Case Studies in Thermal Engineering*, vol. 26, Pp. 101-164, 2021.
- [5] S. Liu, Z. Li, Y. Teng, and L. Dai, "A dynamic simulation study on the sustainability of prefabricated buildings", *Sustainable Cities and Society*, vol. 77, Pp. 103551, 2022.

- [6] Q. Shen, Y. Yu., J. Hou, Q. Wang, L. Zhang, and X. Meng, "The Testing Research on Prefabricated Building Indoor Thermal Environment of Earthquake Disaster Region", *Procedia Engineering*, vol. 205, Pp. 453-460, 2017.
- [7] Y. Wang, L. Wang, E. Long, and S. Deng, "An experimental study on the indoor thermal environment in prefabricated houses in the subtropics", *Energy and Buildings*, vol. 127, Pp. 529-539, 2016.
- [8] D. Tetlow, L. Simon, S. YeeLiew, B. Hewakandamby, D. Mack, W. Thielemans, and S. Riffata, "Cellulosic-crystals as a fumed-silica substitute in vacuum insulated panel technology used in building construction and retrofit applications", *Energy and Buildings*, vol. 156, Pp. 187-196, 2017.
- [9] G. Evola, L. Marletta, and F. Sicurella, "A methodology for investigating the effectiveness of PCM wallboards for summer thermal comfort in buildings", *Building and Environment*, vol. 59, Pp. 517-527, 2013.
- [10] A.M. Khudhair, M.M. Farid, "A review on energy conservation in building applications with thermal storage by latent heat using phase change materials", *Energy Conversion and Management*, vol. 45, no. 2, Pp. 263-275, 2004.
- [11] Y. Konuklu, M. Ostry, H. Paksoy, and P. Charvat, "Review on using microencapsulated phase change materials (PCM) in building applications", *Energy and Buildings*, vol. 106, Pp. 134-155, 2015.
- [12] K. Pielichowska, K. Pielichowski, "Phase change materials for thermal energy storage", *Progress in Materials Science*, vol. 65, Pp. 67-123, 2014.
- [13] I. Mandilaras, M. Stamatiadou, D. Katsourinis, G. Zannis, and M. Founti, "Experimental thermal characterization of a Mediterranean residential building with PCM gypsum board walls", *Building and Environment*, vol. 61, Pp. 93-103, 2013.
- [14] L. Bianco, V. Serra, S. Fantucci, M. Dutto, and M. Massolino, "Thermal insulating plaster as a solution for refurbishing historic building envelopes: First experimental results", *Energy and Buildings*, vol. 95, Pp. 86-91, 2015.
- [15] L.F. Cabeza, C. Castellón, M. nugués, M. Medrano, R. Leppers, and O. Zubillaga, "Use of microencapsulated PCM in concrete walls for energy savings", *Energy and Buildings*, vol. 39, no. 2, Pp. 113-119, 2007.
- [16] C. Barreneche, A. Fernández, M. Niubó, J. Chimenos, F. Espiell, M. Segarra, C. Solé, and L. Cabeza, "Development and characterization of new shape-stabilized phase change material (PCM)-Polymer including electrical arc furnace dust (EAFD), for acoustic and thermal comfort in buildings", *Energy and Buildings*, vol. 61, Pp. 210-214, 2013.
- [17] R. Vicente, T. Silva, "Brick masonry walls with PCM macrocapsules: An experimental approach", *Applied Thermal Engineering*, vol. 67, no. 1, Pp. 24-34, 2014.
- [18] S.G. Jeong, J. Jeon, J. Seo, J. HunLee, and S. Kim, "Performance evaluation of the microencapsulated PCM for wood-based flooring application", *Energy Conversion and Management*, vol. 64, Pp. 516-521, 2012.
- [19] P. Marin, M. Saffari, A. Gracia, X. Zhu, M.M. Farid, L. Cabeza, and S. Ushak, "Energy savings due to the use of PCM for relocatable lightweight buildings passive heating and cooling in different weather conditions", *Energy and Buildings*, vol. 129, Pp. 274-283, 2016.
- [20] S. Sonnack, L. Erlbeck, K. Schlachter, J. Strischakov, T. Mai, C. Mayer, K. Jakob, H. Nirschl, and M. Rädle, "Temperature stabilization using salt hydrate storage system to achieve thermal comfort in prefabricated wooden houses", *Energy and Buildings*, vol. 164, Pp. 48-60, 2018.

- [21] L. Zhu, Y. Yang, S. Chen, and Y. Sun, "Numerical study on the thermal performance of lightweight temporary building integrated with phase change materials", *Applied Thermal Engineering*, vol. 138, Pp. 35-47, 2018.
- [22] A. Fateh, D. Borelli, H. Weinläder, and F. Devia, "Cardinal orientation and melting temperature effects for PCM-enhanced light-walls in different climates", *Sustainable Cities and Society*, vol. 51, Pp. 101766, 2019.
- [23] C. Wang, H. Xiao, D. Shiming, L. Enshen, and N. Jianlei, "An experimental study on applying PCMs to disaster-relief prefabricated temporary houses for improving internal thermal environment in summer", *Energy and Buildings*, vol. 179, Pp. 301-310, 2018.
- [24] C. Wang, S. Deng, J. Niu, and E. Long, "A numerical study on optimizing the designs of applying PCMs to a disaster-relief prefabricated temporary-house (PTH) to improve its summer daytime indoor thermal environment", *Energy*, vol. 181, Pp. 239-249, 2019.
- [25] E. Mohseni, W. Tang, "Parametric analysis and optimisation of energy efficiency of a lightweight building integrated with different configurations and types of PCM", *Renewable Energy*, vol. 168, Pp. 865-877, 2021.
- [26] Z.a. Liu, J. Hou, X. Meng, and B.J. Dewancker, "A numerical study on the effect of phase-change material (PCM) parameters on the thermal performance of lightweight building walls", *Case Studies in Construction Materials*, vol. 15, Pp. e00758, 2021.
- [27] R.A. Kishore, M.V.A. Bianchi, C. Booten, J. Vidal, and R. Jackson, "Parametric and sensitivity analysis of a PCM-integrated wall for optimal thermal load modulation in lightweight buildings", *Applied Thermal Engineering*, vol. 187, Pp. 116568, 2021.
- [28] Available: <https://www.ladybug.tools/epwmap>. [Accessed Nov. 22, 2021].
- [29] P. Schober, C. Boer, and L.A. Schwarte, "Correlation Coefficients: Appropriate Use and Interpretation", *Anesth Analg*, vol. 126, no. 5, Pp. 1763-1768, 2018.

Numerical Study of Forced Convection in a Microchannel in Presence of Nanofluid using the Slip Condition

Research Article

Afshin Ahmadi Nadooshan¹, Dariush Bahrami², Morteza Bayareh³

DOI: [10.22067/jacsm.2022.77928.1133](https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.77928.1133)

1. Introduction

Microchannels are among the newest devices that have been recently used for cooling. The thermal and fluid flow behavior of microchannels was first investigated by Tuckerman and Pease. Some researchers have examined numerically the heat transfer in a microchannel under constant flow with water-based nanofluid and evaluated the effect of slip and no-slip boundary conditions on the flow in the microchannel. Their results showed that the nanofluid enhances heat transfer and the electric field has a significant impact on heat transfer.

In this study, the fluid flow inside the microchannel is modeled by assuming laminar, incompressible, and two-dimensional flow. The slip condition is applied on the walls and the outlet flow of the channel is considered as developed flow. The application of asymmetric boundary condition is the innovation of this work. Examining the impacts of slip condition on the hydrodynamic and thermal behavior of nanofluid is another innovation of the present work.

2. Description of the problem

Figure 1 illustrates the schematic of the problem for a channel with an aspect ratio of $l/H = 30$, where l and H are the length and height of the channel, respectively. The slip boundary condition is considered for all the walls and the analysis of the channel is done regarding two dimensions.

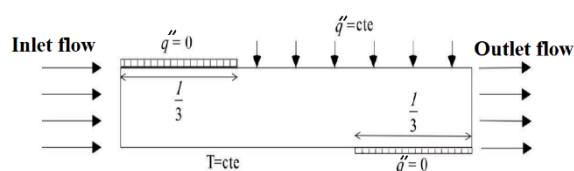


Figure 1. Schematic of the problem

3. Governing equations

Continuity and Navier-Stokes equations are expressed in Cartesian coordinates as follows:

Continuity equation:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Momentum equation in the x-direction:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

Momentum equation in the y-direction:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

Energy equation:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

The average Nusselt number along the channel is shown as follows:

$$Nu_{x, y=0, h} = \frac{q''_w h}{(T(x) - T)k_{nf}} \quad (5)$$

4. Grid study and validation

The average dimensionless temperature at the outlet of the microchannel at a Reynolds number of 100 and a slip coefficient of 0.04 for pure water show that the grid with the 60×450 nodes can be selected as the optimal solution grid. The values of the local Nusselt number obtained from the present work and the values reported by Raisi et al. indicate the maximum error between the two works is 7.6%; therefore, the validity of the present results is acceptable.

5. Results

Figure 2 reveals that when the slip coefficient increases, the maximum velocity in the middle of the channel reduces

Manuscript received: July 28, 2022, Revised, October 1, 2022, Accepted, November 6, 2022.

¹. Corresponding author. Associate Professor, Faculty of Engineering, Shahrekord University **Email:** ahmadi@sku.ac.ir

². MA, Faculty of Engineering, Shahrekord University.

³. Associate Professor, Faculty of Engineering, Shahrekord University.

and the velocity at the side of the walls is not zero. This velocity for the slip coefficient between zero and 0.04 is higher than that for the slip coefficient between 0.04 and 0.08.

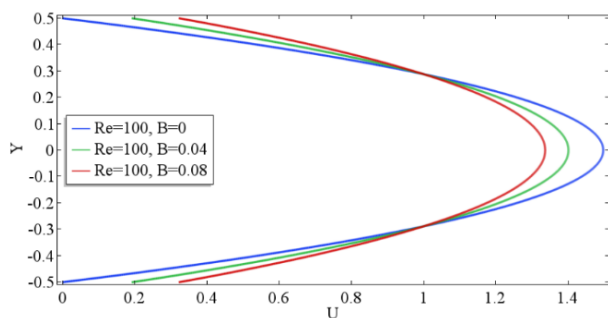


Figure 2. Velocity profile for different slip coefficients

Figure 3 depicts the value of Nusselt number for different values of volume percentage at a constant Reynolds number. One can see that as the volume fraction of the nanofluid is enhanced, the amount of heat transfer increases. Moreover, the Nusselt number is zero on the side of the insulated wall.

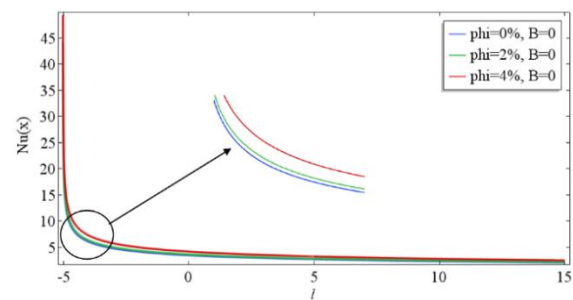


Figure 3. Local Nusselt number for different values of volume fraction

6. Conclusion

This study investigated the nanofluid flow in a microchannel. The results demonstrated that the velocity for the slip coefficient between zero and 0.04 is higher than that for the slip coefficient between 0.04 and 0.08. At a Reynolds number of 10, the temperature of the fluid increases rapidly due to its low velocity and the slip coefficient does not have a large impact on the velocity profile. While, at high values of Reynolds number, the temperature profile has a greater impact on the slip coefficient.



بررسی عددی جابه‌جایی اجباری در یک میکروکانال با وجود شرط لغزش و در حضور نانوسیال*

مقاله پژوهشی

افشین احمدی ندوشن^(۱)، داریوش بهرامی^(۲)، مرتضی بیاره^(۳)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.77928.1133

چکیده تجهیزات در حد میکرو دارای مزایای بسیار زیادی از جمله بازده گرمایی بالا، نسبت سطح انتقال گرما به حجم زیاد، اندازه کوچک، وزن کم، سیال موردنیاز کم و انعطاف‌پذیری بالای طراحی هستند. در پژوهش حاضر، جریان سیال درون میکروکانال با فرض جریان آرام، تراکم‌ناپذیر و دو بعدی مدل شده است. شرط لغزش روی دیوارها اعمال شده و خروجی کانال به‌صورت توسعه یافته در نظر گرفته شده است. تأثیر پارامترهای مختلفی همچون ضریب لغزش بی‌بعد، عدد رینولدز و کسر حجمی نانوسیال مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که مقدار سرعت در ضریب لغزش بین صفر و ۰/۰۴ از مقدار سرعت در ضریب لغزش بین ۰/۰۴ و ۰/۰۸ بیشتر است. همچنین، هرچه عدد رینولدز بیشتر می‌شود محلی که قرار است توسعه‌یافتگی حرارتی صورت گیرد به سمت مرکز کانال و به طرف خروجی کانال حرکت می‌کند. در عدد رینولدز ۱۰ دمای سیال به علت سرعت کم آن سریعاً افزایش می‌یابد و ضریب لغزش تأثیر زیادی بر پروفیل سرعت ندارد. در حالی که در مقادیر بالای عدد رینولدز، پروفیل دما برای ضرایب سرعت لغزشی تأثیری بیشتری دارد. طبق نتایج به‌دست آمده با افزایش درصد کسر حجمی نانوسیال مقدار انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی میکروکانال، ضریب لغزش، نانوسیال، توسعه‌یافتگی حرارتی.

Numerical Study of Forced Convection in a Microchannel in Presence of Nanofluid using the Slip Condition

Afshin Ahmadi Nadooshan Dariush Bahrami Morteza Bayareh

Abstract Micro-scale equipment has many advantages such as high thermal efficiency, high heat transfer surface-to-volume ratio, small size, lightweight, low required fluid, and high design flexibility. In the current study, the fluid flow inside the microchannel is modeled by assuming laminar, incompressible, and two-dimensional flow. The slip boundary condition is applied on the walls and the outlet of the channel is considered as fully developed. The effect of various parameters such as dimensionless slip coefficient, Reynolds number, and volume fraction of nanofluid is examined. The obtained results demonstrate that the velocity for the slip coefficient between 0 and 0.04 is higher than that for the slip coefficient between 0.04 and 0.08. Also, as the Reynolds number increases, the place where thermal development is supposed to occur moves towards the center of the channel and towards the outlet of the channel. At a Reynolds number of 10, the temperature of the fluid is enhanced rapidly due to its low velocity, and the slip coefficient does not have a large effect on the velocity profile. At high Reynolds numbers, the temperature profile has a greater effect on the slip velocity coefficient. According to the results, the amount of heat transfer is increased with the volume fraction of the nanofluid.

Key Words Microchannel, Slip Coefficient, Nanofluid, Thermal Development.

*تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۵/۶ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۸/۱۰ می‌باشد.

Email: ahmadi@sku.ac.ir

(۱) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد.

(۲) کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد.

(۳) دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد.

مقدمه

یکی از جدیدترین وسایل خنک‌کاری که در سالیان اخیر برای خنک‌کاری قطعات الکترونیکی و صنایع مختلف مانند هوافضا و... وجود دارد، میکروکانال‌ها هستند. عملکرد حرارتی یکی از عوامل مهم در طراحی میکروکانال‌ها است. رفتار حرارتی و سیالاتی میکروکانال‌ها اولین بار توسط توکرمن و پیس [1] بررسی شد. بعدها نتایج عددی و تجربی فراوانی درباره این موضوع صورت گرفت. محققان برای افزایش بیشتر انتقال حرارت به روش‌های متفاوتی دست یافته‌اند که یکی از مهم‌ترین روش‌ها استفاده از نانوسیال است. کریمی‌پور و همکاران در پژوهشی به بررسی عددی انتقال حرارت در میکروکانال تحت شار ثابت همراه با نانوسیال با سیال پایه آب پرداختند و تأثیر لغزش و عدم لغزش را در میکروکانال بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که این نوع نانوسیال باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود و میدان الکتریکی تأثیر به‌سزایی در انتقال حرارت دارد [2]. جلالی و کریمی‌پور یک میکروکانال که در آن تزریق وجود دارد را همراه با نانوسیال آلومینا با پایه آب مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد انتقال حرارت در اعداد رینولدز بالا تأثیر بیشتری دارد و افزایش کسر حجمی نانوسیال باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود [3]. محبی و همکاران انتقال حرارت را در یک کانال با سطوح گسترش‌یافته همراه با نانوسیال‌های مختلف با استفاده از روش بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوسیال از ۰ تا ۵٪ افزایش می‌یابد [4]. نیک‌خواه و همکاران یک میکروکانال را با شار متناوب روی دیواره کانال با شرط مرزی لغزش روی دیواره مورد بررسی قرار داده و نشان دادند سرعت روی دیواره کانال‌ها با افزایش ضریب لغزش افزایش می‌یابد و در اعداد رینولدز پایین، ضریب لغزش تأثیر زیادی در عدد ناسلت متوسط ندارد [5]. کمالی و بینش انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری آب و اکسید مس را در یک میکروکانال شار ثابت بررسی کردند و نشان دادند ضریب انتقال حرارت و عدد ناست افزایش می‌یابد [6].

ریسی و همکاران با بررسی یک میکروکانال دما ثابت نشان دادند ضرایب لغزشی تأثیر زیادی بر انتقال حرارت در اعداد رینولدز پایین ندارد ولی در اعداد رینولدز بالا با افزایش ضریب لغزش انتقال حرارت افزایش زیادی دارد [7]. نظری و

همکاران به‌صورت تجربی انتقال حرارت در یک لوله دما ثابت که داخل آن متخلخل بود را بررسی کردند و گزارش کردند انتقال حرارت با نانوسیال بیشتر آب خالص است [8]. طغریایی و همکاران جریان و انتقال گرما در یک میکروکانال صاف، سینوسی و زیگزاگ‌شکل را با نانوسیال و بدون نانوسیال بررسی کردند. اثرات دامنه و طول موج میکروکانال زیگزاگ‌شکل و سینوسی، کسر حجمی و عدد رینولدز بر انتقال گرما و معیار ارزیابی عملکرد مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که با افزایش کسر حجمی نانوذرات اکسید مس، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. همچنین، دریافت شد که اگر تنها افزایش انتقال گرما در نظر گرفته شود، استفاده از میکروکانال‌های سینوسی بدون نانوذرات روش مؤثرتری نسبت به استفاده از نانوذرات در میکروکانال‌های صاف است [9].

کریمی‌پور و همکاران تأثیر تورفتگی بر روی پارامترهای جریان سیال و گرما نانوسیال نقره-آب در یک میکروکانال دو بعدی مستطیلی را بررسی کردند. این امر شامل انتقال گرما نانوسیال آب-نقره در یک میکروکانال دنداندار تحت دمای ثابت بود. محاسبات برای دو محدوده عدد رینولدز انجام شد. در مواردی که دندانها عمق بیشتری داشتند، افت دمای بیشتری مشاهده شد که مربوط به قسمت مقطع خروجی میکروکانال بود. با افزایش عدد رینولدز، تعداد دندانها و کسر حجمی نانوذرات، افت دما بیشتر گزارش شد. حضور دندان در میکروکانال سرعت و دمای بدون بعد در خط مرکزی را افزایش یافت. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان دادند که نرخ انتقال گرما به طور قابل توجهی توسط کسر حجمی جامد و عدد رینولدز تحت تأثیر قرار می‌گیرد [10].

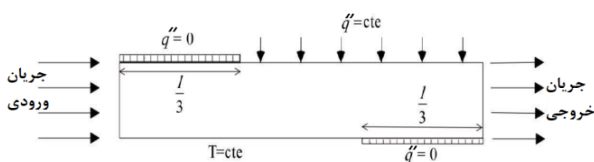
عربپور و همکاران با بررسی یک میکروکانال با شرایط مرزی لغزشی همراه با یک چاه حرارتی دریافتند که مقادیر مختلف عدد رینولدز، به همراه اعمال شار نوسانی گرما به میزان قابل توجهی بر عدد ناسلت تأثیر دارد و این اثربخشی در مقادیر عدد رینولدز بین ۱۰ و ۱۰۰ بیشتر قابل مشاهده است. همچنین، با افزایش ضریب لغزش در سطح لغزش، میزان کمینه حرارت به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد که این رفتار باعث افزایش انتقال گرما می‌شود [11].

کدوسی و همکاران به بررسی اثر شار ثابت و دمای ثابت در حالات مختلف بر روی یک کانال سه‌بعدی پرداختند. آنها

در کار حاضر، جریان سیال درون میکروکانال با فرض جریان آرام، تراکم‌ناپذیر و دو بعدی مدل شده است. شرط لغزش روی دیوارها اعمال شده و خروجی کانال به صورت توسعه یافته در نظر گرفته شده است. از آنجا که نسبت سطح به حجم در دستگاه‌های جریان محصور کوچک است، طول مشخصه کوچک مرتبط با دستگاه‌های میکرو اهمیت شرایط مرزی را نشان می‌دهد. محققان پیشنهاد کرده‌اند که شرط مرزی عدم لغزش پذیرفته شده برای هندسه‌های در مقیاس ماکرو ممکن است برای جریان در مقیاس میکرو و نانو مناسب نباشد. شرایط مرزی نامتقارن که دارای کاربرد عملی در طراحی میکروکانال چاه گرمایی است از نوآوری‌های این پژوهش به شمار می‌رود. همچنین، بررسی اثر شرط لغزش بر رفتار هیدرودینامیکی و گرمایی نانوسیال تأثیر نوآوری دیگر کار حاضر است. در تحقیق حاضر، تأثیر پارامترهای مختلفی همچون ضریب لغزش بی‌بعد، عدد رینولدز و کسر حجمی نانوسیال مورد بررسی قرار گرفته است.

شرح مساله

شکل (۱) شماتیک مسئله را برای یک کانال با نسبت ابعادی $\frac{1}{H} = 30$ نشان می‌دهد که l و H به ترتیب طول و ارتفاع کانال هستند. شرط مرزی لغزش برای تمامی دیواره‌ها در نظر گرفته می‌شود و تحلیل کانال به صورت دو بعدی صورت گرفته است. دیواره پایینی و فوقانی کانال به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. $1/3$ از دیواره بالایی عایق و $2/3$ دیگر آن تحت شارحرارتی ثابت q'' است. همچنین، $1/3$ دیواره پایینی عایق و $2/3$ دیگر آن دارای دمای ثابت 303 K است. جریان در میکروکانال آرام و تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده است.



شکل ۱ شماتیک مساله

خواص آب و نانو ذرات در جدول (۱) تعریف شده‌اند [19]:

دریافتند اگر یکی از دیواره‌ها در راستای طول دارای شار ثابت و سه دیواره دیگر آدیاباتیک باشند با افزایش نسبت منظری در یک عدد نادسن ثابت، عدد ناسلت کاهش و در حالتی که دیواره در راستای عرض کانال دارای شار ثابت و سه دیواره دیگر آدیاباتیک باشند، در یک عدد نادسن ثابت با افزایش نسبت منظری عدد ناسلت افزایش می‌یابد [12]. الفریجات و همکاران با مطالعه یک دسته کانال شش ضلعی با چهارسیال Al_2O_3 ، CuO ، SiO_2 و آب خالص دریافتند که با افزایش عدد رینولدز انتروپی کل ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. هرچه شار اعمالی روی دیواره‌ها افزایش یابد، انتروپی در اعداد رینولدز بزرگتری به مینیمم مقدار خود می‌رسد. از بین سیالات در این پژوهش آب کمترین تغییرات انتروپی با عدد رینولدز را دارا بود [13]. اسماعیلی‌نژاد و همکاران به بررسی یک کانال سه‌بعدی با شار ثابت روی دیواره پرداختند. آنها دریافتند با افزایش عدد رینولدز افت فشار سیال افزایش می‌یابد و در یک عدد رینولدز ثابت، افزایش کسر حجمی نانوسیال باعث افزایش افت فشار می‌شود [14]. انتقال حرارت جابه‌جایی در حضور نانوسیال در درون محفظه‌ها نیز مورد بررسی محققان زیادی قرار گرفته است. از جمله این تحقیقات، می‌توان به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی توأم در یک محفظه پر شده از میکروسیال با وجود استوانه‌ی دایره‌ای چرخان در مرکز محفظه [15] و انتقال حرارت جابه‌جایی توأم در یک محفظه پر شده از میکروسیال با وجود پره چرخان [16] اشاره نمود. همچنین، شبیه‌سازی انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیالات در میکروکانال چاه‌های گرمایی نیز مورد توجه بسیاری از محققان بوده است. به عنوان مثال، آجیب و همکاران [17] با استفاده از سیال پایه آب و نانولوله‌های کربنی چندجداره، انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیال غیرنیوتنی در میکروکانال را مورد بررسی قرار دادند و گزارش کردند که در عدد رینولدز ۱۰۰۰، افزودن نانولوله‌های کربنی چندجداره به سیال پایه می‌تواند میزان انتقال حرارت را تا ۳۳ درصد افزایش دهد.

اخیراً، وانگ و چن [18] از نانوسیال آلومینا-آب برای بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی در یک میکروکانال چاه گرمایی استفاده نمودند. آنها دریافتند که اگر کسر حجمی نانوسیال برابر با ۵ درصد باشد، مقدار مقاومت گرمایی نانوسیال تا $14/7$ درصد نسبت به سیال پایه آب کاهش می‌یابد.

جدول ۱ خواص آب و نانو ذرات

	Pr	Cp ($\frac{J}{kg \cdot K}$)	$\rho (\frac{kg}{m^3})$	$K (\frac{W}{m \cdot K})$
آب خالص	۰/۰	۴۱۷۹	۹۹۷/۱	۰/۶۱۳
Al ₂ O ₃	-	۳۹۷۰	۷۶۵	۴۰

یا

$$Nu_x(x)_{y=0;1} = \frac{1}{\theta^*(x)} \quad (10)$$

شرایط مرزی

سرعت لغزش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$u_s = \beta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0,h} \quad (11)$$

و به صورت بدون بعد چنین است:

$$U_s = \beta \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0,1} \quad (12)$$

خواص ترموفیزیکی نانوسیال برای نانوسیال آب-آلومینا از

روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (13)$$

$$\rho_{nf} \cdot C_{p,nf} = (1 - \phi) \cdot \rho_f \cdot C_{p,f} + \phi \cdot \rho_s \cdot C_{p,s} \quad (14)$$

$$k_{n,f} = \frac{[k_s + 2 \cdot K_f - 2 \cdot \phi \cdot (K_f - k_s)]}{k_s + 2 \cdot K_f + \phi \cdot (K_f - k_s)} \quad (15)$$

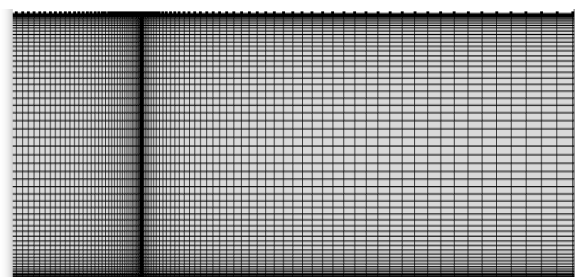
لزجت دینامیکی نانوسیال با استفاده از رابطه برینکمن

تعریف می‌شود [21]:

$$\mu_{nf} = \mu_f / (1 - \phi)^{2.5}$$

مطالعه شبکه حل و اعتبارسنجی

المان‌های در نظر گرفته شده برای شبکه حل به صورت المان-های با سازمان مربعی است و چون در نزدیکی دیوارها، گرادیان‌های دما و سرعت بیشتر است، اندازه شبکه در قسمت ریزتر است (مش لایه مرزی). از طرفی، چون گرادیان دما وقتی سیال از مرز عایق به مرز شار ثابت می‌رسد زیاد است، شبکه در این ناحیه نیز باید ریزتر باشد.



شکل ۲ شبکه حل مورد استفاده برای شبیه‌سازی‌های حاضر

جدول (۲) مقدار دمای بی‌بعد میانگین را برای خروجی

معادلات حاکم

معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس در مختصات دکارتی

به صورت زیر نوشته می‌شوند:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتوم در جهت X:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \theta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

معادله مومنتوم در جهت Y:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \theta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

اگر پارامترهای فوق به صورت زیر بی‌بعد شوند:

$$\theta^* = \frac{T - T_c}{\Delta T}, \quad B = \frac{\beta}{H}, \quad \Delta T = \frac{q''_h}{k_{nf}}$$

$$Re = \frac{u_{in} h}{\theta}, \quad X = \frac{x}{h}, \quad Y = \frac{y}{h} = 1$$

$$U = \frac{u}{u_{in}}, \quad Pr = \frac{\theta}{\alpha}, \quad V = \frac{v}{u_{in}}$$

معادلات پیوستگی، مومنتوم در جهت X، مومنتوم در

جهت Y و معادله انرژی بدون بعد به ترتیب به صورت زیر در

می‌آیند:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{1}{\theta_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (6)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{1}{\theta_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (7)$$

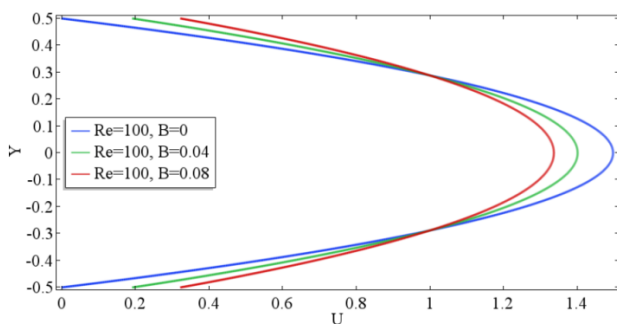
$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = + \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (8)$$

عدد ناسلت متوسط در طول کانال به صورت زیر نشان داده

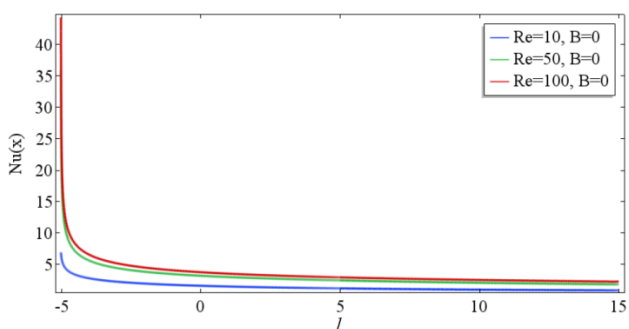
می‌شود [20]:

$$Nu_x \quad y=0,h = \frac{q''_h}{(T(x) - T)k_{nf}} \quad (9)$$

مختلف ضرایب لغزش نشان می‌دهد. همان طور که در شکل دیده می‌شود با افزایش ضریب لغزش سرعت ماکسیمم در وسط کانال کاهش می‌یابد و سرعت در کناره دیواره‌ها دیگر صفر نیست. به عبارت دیگر در حالی که سرعت در کنار دیواره‌ها افزایش می‌یابد مقدار آن در مرکز کانال کم می‌شود. علاوه بر این مقدار سرعت در ضریب لغزش بین صفر و ۰/۰۴ از مقدار سرعت در ضریب لغزش بین ۰/۰۴ و ۰/۰۸ بیشتر است. شکل (۵) مقدار ناسلت را برای مقادیر مختلف عدد رینولدز نشان می‌دهد مطابق این شکل با افزایش عدد رینولدز مقدار انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین، چون در کناره دیواره عایق عدد ناسلت صفر است، مقدار عدد ناسلت ماکزیمم از ابتدای مرز شار ثابت شروع می‌شود و هرچه در امتداد کانال حرکت می‌کند با شیب کاهشی مواجه می‌شود و در انتهای کانال مقدار آن ثابت می‌شود.



شکل ۴: پروفیل سرعت در ضرایب لغزش متفاوت



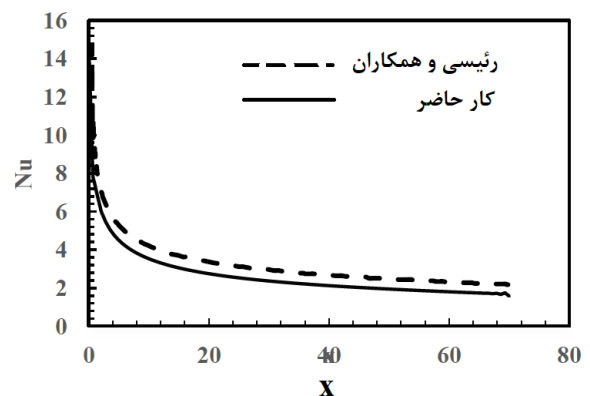
شکل ۵: عدد ناسلت موضعی در طول کانال

شکل (۶) مقدار عدد ناسلت را برای مقادیر مختلف درصد حجمی در عدد رینولدز ثابت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش درصد کسر حجمی نانوسیال مقدار انتقال حرارت افزایش می‌یابد و علاوه بر این، مانند حالت قبل، چون در کناره

میکروکانال برای شبکه‌های مختلف در عدد رینولدز ۱۰۰ و ضریب لغزش ۰/۰۴ برای آب خالص نشان می‌دهد. مطابق نتایج تغییرات دمای بدون بعد خروجی به دست آمده از شبکه‌ای با تعداد گره ۶۰×۴۵۰ نسبت به شبکه‌ای با تعداد گره ۱۰۰×۸۰۰ بسیار ناچیز است، بنابراین می‌توان آن را به عنوان شبکه حل بهینه انتخاب کرد. شکل (۳) مقادیر عدد ناسلت موضعی به دست آمده از کار حاضر و مقادیر گزارش شده توسط ریسی و همکاران [7] را مقایسه می‌کند. این شکل نشان می‌دهد که اختلاف ناچیزی بین نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر و نتایج ریسی و همکاران [7] وجود دارد. حداکثر خطا بین دو کار معادل ۷/۶ درصد است؛ بنابراین، اعتبار نتایج حاضر قابل قبول است.

جدول ۲ مقدار دمای بی‌بعد میانگین در خروجی میکروکانال برای شبکه‌های مختلف در عدد رینولدز ۱۰۰ و ضریب لغزش ۰/۰۴ برای آب خالص

تعداد گره	$\theta_{ave.out}^*$	درصد خطای نسبی
۲۰×۱۵۰	۰/۲۳۷	۰/۰۰۱۱
۴۰×۳۰۰	۰/۲۳۷۲۵	۰/۰۰۰۰۸
۶۰×۴۵۰	۰/۲۳۷۲۸	۰/۰۰۰۰۴
۸۰×۶۰۰	۰/۲۳۷۲۷	صفر
۱۰۰×۸۰۰	۰/۲۳۷۲۷	صفر

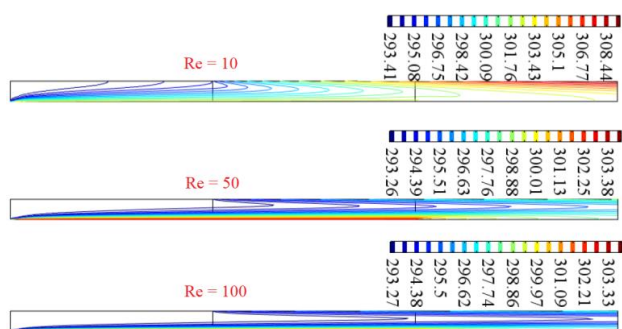


شکل ۳: اعتبارسنجی کار حاضر با نتایج ریسی و همکاران [7]

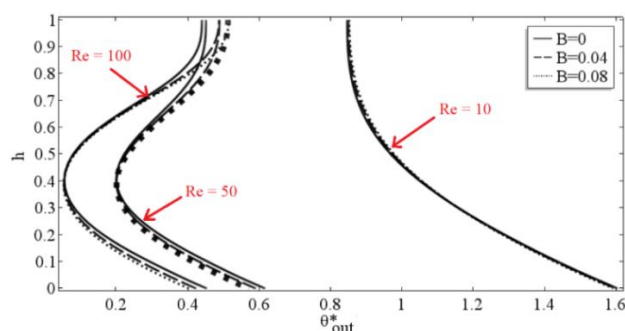
نتایج

تأثیر ضریب لغزش بر پروفیل سرعت

شکل (۴) پروفیل سرعت را در عدد رینولدز ۱۰۰ برای مقادیر



شکل ۸ خطوط هم‌دما برای آب



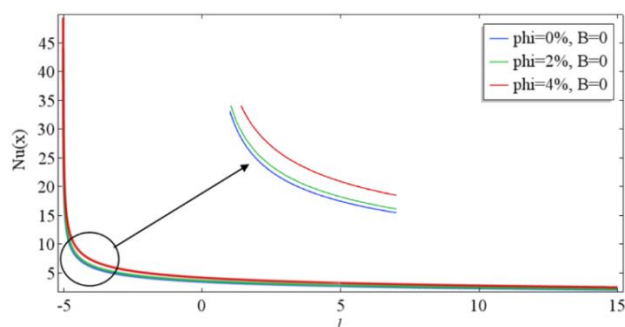
شکل ۹ دمای بی‌بعد میانگین در خروجی

شکل (۹) ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی بر حسب دمای بی‌بعد در خروجی برای مقادیر مختلف ضریب لغزش را نشان می‌دهد. دسته منحنی‌ها برای اعداد رینولدز ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ رسم شده‌اند. در عدد رینولدز ۱۰ دمای سیال به علت سرعت کم آن سریعاً افزایش می‌یابد و ضریب لغزش تأثیر زیادی بر پروفیل سرعت ندارد. در حالی‌که در مقادیر بالای عدد رینولدز، پروفیل دما با تغییر ضریب لغزش به طور قابل توجهی تغییر می‌یابد. می‌توان گفت که با افزایش تنش برشی در سطح تماس سیال، گرمای مبادله شده بیشتر می‌شود.

نتیجه‌گیری

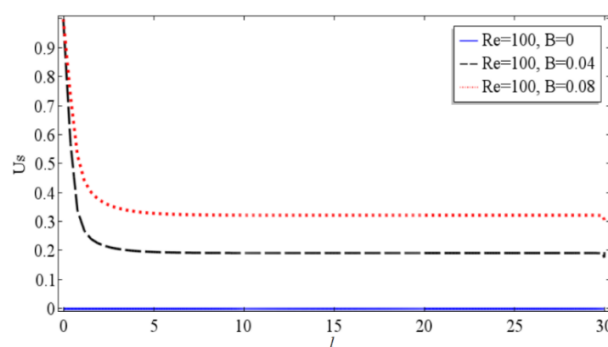
در کار حاضر، جریان نانوسیال در یک میکروکانال که به یک طرف آن شار ثابت اعمال می‌شود و طرف دیگر آن دما ثابت است مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که با اعمال شرط لغزش، سرعت کنار دیواره صفر نیست و با افزایش ضریب لغزش سرعت ماکزیمم در وسط کانال کاهش می‌یابد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که مقدار سرعت در ضریب لغزش بین صفر و ۰/۰۴ از مقدار سرعت در ضریب لغزش بین

دیواره عایق مقدار عدد ناسلت صفر است، عدد ناسلت از ابتدای مرز شار ثابت رسم شده و هرچه در امتداد کانال حرکت می‌کند با شیب کاهشی مواجه می‌شود و در انتهای کانال مقدار آن ثابت می‌شود.



شکل ۶ عدد ناسلت موضعی در درصد حجمی متفاوت نانوسیال

شکل (۷) تغییرات سرعت لغزش را برای ضرایب لغزش صفر، ۰/۰۴ و ۰/۰۸ نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که سرعت لغزش در ابتدای ورودی کانال بیشترین مقدار را دارد و در مقدار آن در امتداد کانال کاهش می‌یابد. بیشترین مقدار سرعت لغزش به بیشترین مقدار لغزش مربوط است.



شکل ۷ سرعت لغزش کنار دیواره

شکل (۸) خطوط هم‌دما را برای اعداد رینولدز ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ نشان می‌دهد. هرچه عدد رینولدز افزایش می‌یابد، چگالی خطوط هم‌دما کمتر می‌شود و انتقال حرارت کنار دیواره بالایی بیشتر می‌شود. علاوه بر این، انتقال حرارت در خروجی نیز بیشتر می‌شود. هرچه عدد رینولدز بیشتر می‌شود، محلی که قرار است توسعه‌یافتگی حرارتی صورت گیرد، به سمت مرکز کانال و به طرف خروجی کانال حرکت می‌کند (جهت پیکان افزایش عدد رینولدز را نشان می‌دهد).

سرعت لغزش	$(m/s)u_s$	۰/۰۴ و ۰/۰۸ بیشتر است. همچنین، هرچه عدد رینولدز بیشتر
مؤلفه سرعت در جهت y	$(m/s)v$	می شود محلی که قرار است توسعه یافتگی حرارتی صورت گیرد
راستای محورهای مختصات	x, y (m)	به سمت مرکز کانال و به طرف خروجی کانال حرکت می کند.
		در عدد رینولدز ۱۰ دمای سیال به علت سرعت کم آن سریعاً
		افزایش می یابد و ضریب لغزش تأثیر زیادی بر پروفیل سرعت
		ندارد. در حالی که در مقادیر بالای عدد رینولدز، پروفیل دما
		برای ضرایب سرعت لغزشی تأثیری بیشتری دارد. طبق نتایج
		به دست آمده با افزایش درصد کسر حجمی نانوسیال مقدار
		انتقال حرارت افزایش می یابد.

علائم یونانی

چگالی	$(kg/m^3)\rho$
ویسکوزیته سینماتیکی	$(m^2/s)\nu$
ضریب پخش گرما	$(1/K)\alpha$
ویسکوزیته دینامیکی	$(Pa \cdot s)\mu$
چگالی	$(kg/m^3)\rho$

تقدیر و تشکر

واژه نامه	Slip Coefficient	فهرست علائم	
ضریب لغزش	Forced Convection	ضریب لغزش	B
انتقال حرارت اجباری	Thermal development	ارتفاع کانال	H (m)
توسعه یافتگی حرارتی	Volume fraction	عدد ناسلت	Nu
کسر حجمی	Nanofluid	فشار	P (Pa)
نانوسیال		عدد پرانتل	Pr
		عدد رینولدز	Re
		دما	T (K)
		مؤلفه سرعت در جهت x	$(m/s)u$

مراجع

- [1] D. B. Tuckerman. and R. F. W. Pease, "High-performance heat sinking for VLSI", *IEEE Electron Device Letters*, vol. 2, Pp. 126-129, (1981).
- [2] A. Karimipour, A. Taghipour, and A. Malvandi, "Developing the laminar MHD forced convection flow of water/FMWNT carbon nanotubes in a microchannel imposed the uniform heat flux", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 419, Pp. 420-428, (2016).
- [3] E. Jalali, and A. Karimipour, "Simulation the effects of cross-flow injection on the slip velocity and temperature domain of a nanofluid flow inside a microchannel", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 29(5), Pp.1546-1562, (2019).
- [4] R. Mohebbi, M. Rashidi, M. Izadi, N. A. C. Sidik, and H. W. Xian, "Forced convection of nanofluids in an extended surfaces channel using lattice Boltzmann method", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 117, Pp. 1291-1303, (2018).

- [5] Z. Nikkhah, A. Karimipour, M. R. Safaei, P. Forghani-Tehrani, M. Goodarzi, M. Dahari, M., and W. Somchai., "Forced convective heat transfer of water/functionalized multi-walled carbon nanotube nanofluids in a microchannel with oscillating heat flux and slip boundary condition", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 68, Pp. 69-77, (2015).
- [6] R. Kamali, and A. Binesh, "Numerical investigation of heat transfer enhancement using carbon nanotube-based non-Newtonian nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, Pp. 1153-1157, (2010).
- [7] A. Raisi, B. Ghasemi., and S. Aminossadati, "A numerical study on the forced convection of laminar nanofluid in a microchannel with both slip and no-slip conditions", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 59, Pp. 114-129, (2011).
- [8] M. Nazari, M. Ashouri, and M. H. Kayhani, "Experimental investigation of forced convection of nanofluids in a horizontal tube filled with porous medium", *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, Pp. 109-116, (2014), (In Persian).
- [9] D. Toghraie, M. M. D. Abdollah, F. Pourfattah, O. A. Akbari, and B. Ruhani, "Numerical investigation of flow and heat transfer characteristics in smooth, sinusoidal and zigzag-shaped microchannel with and without nanofluid", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 131, Pp. 1757-1766, (2018).
- [10] A. Karimipour, H. Alipour, O. A. Akbari, D. T. Semiromi, and M. H. Esfe, "Studying the effect of indentation on flow parameters and slow heat transfer of water-silver nano-fluid with varying volume fraction in a rectangular two-dimensional micro channel", *Indian Journal of Science and Technology*, vol. 8 (15), Pp. 51707, (2015).
- [11] A. Arabpour, A. Karimipour, and D. Toghraie, "The study of heat transfer and laminar flow of kerosene/multi-walled carbon nanotubes (MWCNTs) nanofluid in the microchannel heat sink with slip boundary condition", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 131, Pp. 1553-1566, (2018).
- [12] L. Kuddusi, and E. Cetegen, "Prediction of temperature distribution and Nusselt number in rectangular microchannels at wall slip condition for all versions of constant heat flux", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 28, Pp. 777-786, (2007).
- [13] A. Alfaryjat, A. Dobrovicescu, and D. Stanciu, "Influence of heat flux and Reynolds number on the entropy generation for different types of nanofluids in a hexagon microchannel heat sink", *Chinese Journal of Chemical Engineering*, vol. 27 (3), Pp. 501-513, (2019).
- [14] A. Esmailnejad, H. Aminfar, and M. S. Neistanak, "Numerical investigation of forced convection heat transfer through microchannels with non-Newtonian nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 75, Pp. 76-86, (2014).
- [15] M. Shirazi, A. R. Shateri, M. Bayareh, "Numerical investigation of mixed convection heat transfer of a nanofluid in a circular enclosure with a rotating inner cylinder", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 133, Pp. 1061-1073, (2018).
- [16] M. Sepyani, A. R. Shateri, M. Bayareh, "Investigating the mixed convection heat transfer of a nanofluid in a square chamber with a rotating blade", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 135, Pp. 609-623, (2019).

- [17]W. Ajeeb, M. S. A. Oliveira, N. Martins, N. and S. M. Sohel Murshed, "Forced convection heat transfer of non-Newtonian MWCNTs nanofluids in microchannels under laminar flow", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 127, Pp. 105495, (2021).
- [18]H. Wang, H., and X. Chen, "Numerical simulation of heat transfer and flow of Al₂O₃-water nanofluid in microchannel heat sink with cantor fractal structure based on genetic algorithm", *Analytica Chimica Acta*, vol. 1221, Pp. 339927, (2022).
- [19]E. Abu-Nada, Z. Masoud, and A.Hijazi, "Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 35, Pp. 657-665, (2008).
- [20]S. Aminossadati, A. Raisi, and B. Ghasemi, "Effects of magnetic field on nanofluid forced convection in a partially heated microchannel", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 46, Pp. 1373-1382, (2011).
- [21]H. Brinkman, "The viscosity of concentrated suspensions and solutions", *The Journal of Chemical Physics*, vol. 20, Pp. 571-571, (1952).

Dynamic Stability Analysis of Rectangular Mindlin Plate in Contact with Fluid under Passage of Oscillating Rigid Bodies

Research Article

Mehran Ghomeshi Bozorg¹

DOI: [10.22067/jacsm.2022.71262.1037](https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.71262.1037)

1. Introduction

Investigating the dynamic stability of a flexible structure carrying a moving mass is an extensive problem embracing a wide variety of engineering applications, e.g., railway tracks and bridges under the action traversing trains or vehicles, loads transported along cranes span, and high-speed machining processes. Time-varying position of moving masses and considering all inertial components of the moving masses in the analysis leads to the appearance of time-varying matrices in the coefficients of the governing equation. The passage of continuous series of moving masses along the rectilinear path results in a parametrically excited system with periodic coefficients. In certain conditions, parametric excitations generate instability in the elastic structures under the moving masses. Therefore, the stability analysis of these systems is very important.

This study investigates the dynamic stability of a moderately thick rectangular plate floating on fluid under the periodic passage of oscillating rigid bodies. An approach based on Floquet theory is followed, contributing to a comprehensive evaluation of the influence of the moving object modeling method and contact of the plate with the fluid on the dynamic stability of the plate vibrations. To the best of the author's knowledge, the stability analysis concerning the aforementioned aspects has not been done yet. The results are presented as stability maps in mass-velocity planes. These results show that the modeling method and the value of the model parameters impact significantly the system stability.

2. Mathematical formulation

In this study, a uniform, moderately thick rectangular plate floating on stationary fluid is traversed by moving objects is considered. It is assumed that moving objects move along a rectilinear trajectory parallel to longitude edges of the plate with a constant velocity of V . For fluid, inviscid and incompressible fluid flow is assumed. Letters a , b and h stand for the length, width and thickness of the rectangular plate, respectively and h_f stands for the depth of the fluid.

The material of the plate is assumed to be undamped linear isotropic homogeneous with Young's modulus E ,

the density ρ , and Poisson's ratio ν . For the moving object, a moving oscillating rigid body with a two wheels suspension system is considered (Figure 1). In this model, the moving object chassis is considered a rigid body with a length L_0 , mass M_2 and moment of inertia about the center of mass $\bar{I}$. w_{M_2} is the transverse displacement of the center of mass, and ψ and θ denote the rotations about parallel and vertical axes to the plate, respectively.

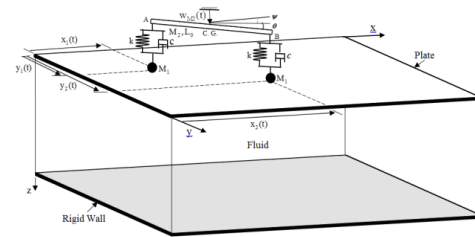


Figure 1. Rectangular plate floating on fluid under the effect of a moving oscillating rigid body

M_1 is the mass of each wheel, and k and c are the stiffness and damping of each suspension system, respectively. The fluid loading effect on the plate is modelled using the method of added mass. Through the use of the Mindlin plate theory, the assumed-mode method, Lagrange's equations and selecting the first vibrational mode of the plate in the assumed-mode method, the governing equations of a simply supported rectangular plate under the moving oscillating rigid body can be written as follows:

$$m(t)\ddot{\eta} + c(t)\dot{\eta} + k(t)\eta = f(t) \quad (1)$$

Here, $\eta = [A_1^{\psi_x}, A_1^{\psi_y}, A_1^w, w_{M_2}, \theta]^T$ and $A_1^{\psi_x}$, $A_1^{\psi_y}$ and A_1^w are the modal coordinates and the coefficient matrices $m(t)$, $c(t)$, $k(t)$ and vector $f(t)$ are all time-varying. By considering the entrance of a similar object on the plate following the exiting of the precedent object, the coefficients of Equation 1 become periodical with the period $T_p = (a + L_0)/V$.

*Manuscript received: January 24, 2022, Revised, April 13, 2022, Accepted, November 13, 2022.

¹. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Dezfoul University of Technology, Dezfoul, Iran.

Email: m.ghomeshiboazorg@jsu.ac.ir

In order to obtain general results, the following parameters are defined.

$$\Omega = \pi^2 h \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right), \quad I_A = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz,$$

$$m_f = -\frac{\rho_f}{\mu} \left[\frac{e^{-2\mu h_f} + 1}{e^{-2\mu h_f} - 1} \right], \quad \mu = \pi \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}, \quad \bar{m}_f = \frac{m_f}{I_A}$$

$$\alpha = \frac{2M_1 + M_2}{I_A ab}, \quad \gamma = \frac{\pi V}{a\Omega}, \quad \bar{\Omega} = \gamma\Omega,$$

$$r = \frac{2M_1}{2M_1 + M_2}, \quad \Omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{M_2}}, \quad \xi = \frac{2c}{2\Omega_0 M_2},$$

Here m_f and ρ_f are added mass and density of the fluid, respectively.

3. Floquet theory

Floquet theory is a general theory for linear differential equations with periodic coefficients. This theory can be performed on any equation in the form

$$\dot{q} = R(t)q, \quad R(t+T_p) = R(t) \quad (3)$$

According to the periodicity of $R(t)$, it can be deduced that $R(t+T_p)$ also forms a fundamental set of solutions and the following relation can be established

$$q(t+T_p) = Cq(t) \quad (4)$$

where C is a fundamental matrix solution of the periodic system (3). According to Floquet theory, computing the eigenvalues of the fundamental matrix determines the stability conditions as $\|\lambda_c\| \leq 1$.

4. Results and discussion

Throughout this study, the mechanical and geometrical properties of the plate are Young's modulus $E=200$ Gpa, density $\rho=7800$ kg/m³, Poisson's ratio $\nu=0.3$, length $a=5$ m, width $b=1$ m, and thickness $h=0.1$ m. The effect of varying ξ, Ω_0, r , and L_0 on instability boundary in the α - γ plane have been evaluated. For example, the results for parameters Ω_0, r and $\bar{m}_f$ have been presented in Figure 2, 3 and 4, respectively.

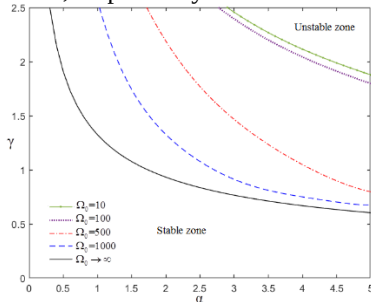


Figure 2. The impact of varying the frequency Ω_0 on the stability map ($r=0.05, \xi=1, L_0=1$ m, $\bar{m}_f=1$)

The results show that increasing each of the parameters ξ, Ω_0 and r cause the unstable zone to increase. The trend is revised for L_0 and $\bar{m}_f$. The effect of the modelling approach for moving objects on the stable/unstable border line was investigated. Figure 5 depicts the results of the Floquet theory for moving point mass and moving oscillating rigid body.

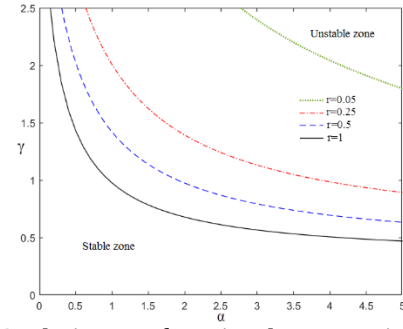


Figure 3. The impact of varying the mass ratio r on the stability map ($\Omega_0=100, \xi=1, L_0=1$ m, $\bar{m}_f=1$)

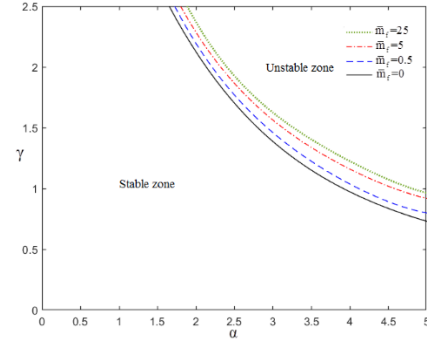


Figure 4. The impact of varying the non-dimensional added mass parameter $\bar{m}_f$ on the stability map ($r=0.05, \xi=1, L_0=1$ m, $\Omega_0=500$)

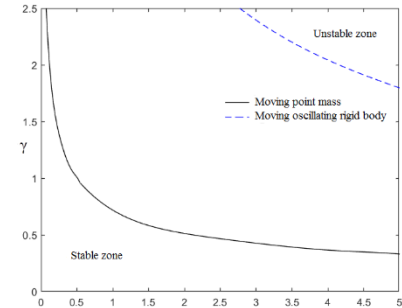


Figure 5. The impact of modeling approach on stability map: moving point mass (solid line), moving oscillating rigid body (dashed line) ($r=0.05, \xi=1, \Omega_0=100, L_0=1$ m, $\bar{m}_f=1$)

As can be seen, modeling approach has a significant influence on the results. The results are confirmed through numerical simulations.

5. Conclusion

Using Floquet theory, this study investigated the time-domain analysis of a moderately thick rectangular plate floating on fluid, subjected to the periodic passage of vehicles. For the moving object, instead of moving point mass, a moving oscillating rigid body with a two-wheels suspension system was used. The results permitted splitting the speed-mass parameter plane into two distinct regions of stability and instability. For the oscillating rigid body, the effects of various parameters on the stability conditions were discussed in detail. The results showed that the modeling method for moving objects has a significant impact on the dynamic stability analysis of this system and inappropriate modeling leads to inaccurate results.



آنالیز پایداری دینامیکی ورق میندلین مستطیلی در تماس با سیال تحت عبور جسم‌های صلب نوسان کننده*

مقاله پژوهشی

مهران قمشی بزرگ^(۱)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.71262.1037

چکیده در این مقاله، پایداری دینامیکی یک ورق مستطیلی نسبتاً ضخیم شناور بر روی یک سیال ساکن تحت حرکت متناوب جسم‌های صلب نوسان کننده متحرک مطالعه شده است. هر دو انتهای جسم صلب از طریق یک سیستم تعلیق به یک چرخ متصل شده‌اند. اثر نیروی سیال بر روی ورق با استفاده از روش جرم افزوده مدل شده است. با استفاده از روش مودهای فرضی، مبتنی بر تئوری ورق میندلین معادلات حاکم استخراج شده‌اند. تئوری فلاکه به عنوان یک روش عددی برای تعیین نواحی پایدار و ناپایدار در صفحه پارامترها به کار گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن مدل جسم نقطه‌ای متحرک، اثر مدل سازی جسم متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری نیز بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که تماس ورق با سیال، شرایط مرزی ورق، ضخامت ورق، سختی و میرایی سیستم تعلیق، نسبت جرم چرخ به جرم کل جسم صلب، طول جسم صلب و روش مدل سازی بر روی نواحی پایدار و ناپایدار سیستم کاملاً مؤثر هستند.

واژه‌های کلیدی ورق میندلین، جسم صلب نوسان کننده، پایداری دینامیکی، تئوری فلاکه.

Dynamic Stability Analysis of Rectangular Mindlin Plate in Contact with Fluid under Passage of Oscillating Rigid Bodies

M. Ghomeshi Bozorg

Abstract In this paper, the dynamic stability of a moderately thick rectangular plate floating on stationary fluid under the periodic passage of oscillating rigid bodies is studied. Each of the two ends of a rigid body is connected to a wheel through a suspension system. The fluid loading effect on the plate is modelled using the method of added mass. Using the assumed-mode method, the governing equations are derived based on the Mindlin plate theory. The Floquet theory is employed as a numerical method to obtain stable and unstable zones of the parameters plane. Considering the point moving object model, the effect of moving object modelling on the stability analysis results is also investigated. The results indicate that contact of the plate with the fluid, the plate boundary conditions, the plate's thickness, the stiffness and damping of the suspension system, the mass ratio of the wheels to the whole rigid body, the rigid body's length and the moving object modelling method are very effective in domains stability and instability of the system.

Key Words Mindlin Plate, Oscillating Rigid Body, Stability Analysis, Floquet Theory

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/۴/۱۱ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۸/۲۲ می‌باشد.

Email: m.ghomeshibozorg@jsu.ac.ir

(۱) نویسنده مسئول، استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی جندی شاپور.

مقدمه

مطالعه رفتار دینامیکی سازه‌های الاستیک تحت اثر بارهای متحرک یک موضوع مهم با کاربردهای گسترده صنعتی است که از نتایج حاصل از این مطالعه در مسائلی نظیر طراحی پل‌های بزرگراه‌ها، عرشه کشتی‌های حامل هواپیماها و خطوط ریلی تحت عبور وسایل نقلیه [1]، سازه‌های جرثقیل‌های سقفی و تسمه نقاله‌ها [2] و ماشین‌های ابزار با قابلیت ماشین کاری سریع [3] استفاده می‌شود.

یک بررسی جامع از پاسخ دینامیکی تیرها و صفحات تحت بارهای متحرک متمرکز و توزیع شده توسط فریبا [4] ارائه شده است. نیکخو و همکاران [5] پاسخ دینامیکی یک صفحه نازک مستطیلی تحت عبور یک جرم متحرک را تجزیه و تحلیل کردند. آنها از روش بسط تابع ویژه برای حل معادله حرکت صفحه استفاده کردند و لزوم لحاظ اینرسی جرم متحرک در معادلات حاکم را نشان دادند. قزوینی و همکاران [6] از یک روش محاسباتی برای بررسی رفتار دینامیکی یک صفحه مستطیلی با سطح مقطع متغیر تحت عبور یک جرم متحرک استفاده کردند. تجزیه و تحلیل ارتعاش صفحه تحریک شده توسط یک جرم متمرکز متحرک با استفاده از روش المان محدود توسط اسن [7] انجام شد. یک تکنیک جامع بر اساس روش ریلی - ریتز (Rayleigh-Ritz) برای تعیین پاسخ دینامیکی یک صفحه مستطیلی تحت تأثیر بارهای متحرک توسط سونگ و همکارانشان [8] ارائه شد. آنها نشان دادند که همگرایی و دقت این روش بهتر از روش اجزای محدود است. کاشانی‌راد و همکاران [9] به منظور استخراج معادلات حاکم بر ارتعاشات صفحات چند دهانه‌ای تحت عبور جرم متحرک، از اصل هامیلتون استفاده کردند و از روش ماتریس نمایی (Matrix Exponential) جهت معادلات استفاده کردند. آنها صفحات را فاقد هرگونه تکیه‌گاه در لبه‌های طولی و دارای تکیه‌گاه ساده در لبه‌های عرضی در نظر گرفتند. کریمی و همکاران [10] در مسئله ورق - جرم متحرک دو حالت کلی را در نظر گرفتند. آنها در حالت اول مقدار نیرویی را که لازم است بر جرم متحرک وارد شود تا در یک مسیر مستقیم یا دایره‌ای بر روی ورق حرکت کند، مورد مطالعه قرار دادند و در حالت دوم اثر ارتعاشات عرضی ورق را بر روی مسیر حرکت و سرعت جسم متحرک بررسی کردند. بسکو و همکاران [11] پاسخ دینامیکی یک صفحه نازک الاستیک واقع بر روی بستر الاستیک

ناهمسانگرد و تحت یک بار مستطیلی متحرک را به صورت تحلیلی به دست آوردند. صیفوری و همکاران [12] به تفصیل تنظیمات آزمایش طراحی شده برای سنجش تجربی پاسخ دینامیکی یک صفحه مستطیلی نازک با شرایط مرزی گیردار تحت عبور جرم متحرک را شرح دادند و نتیجه تجربی به دست آمده را با حل‌های نظری مقایسه کردند و اثر سرعت و جرم جسم متحرک و ضخامت ورق را بر روی پاسخ دینامیکی نقطه میانی ورق بررسی کردند.

مسئله اندرکنش سیال - سازه توجه قابل ملاحظه‌ای را در بین محققان به خود جلب کرده است. برخی از مطالعات انجام شده در این زمینه، معطوف به بررسی جنبه‌های مختلف رفتار دینامیکی ورق در تماس با سیال است. کانالس و همکاران [13] تجزیه و تحلیل ارتعاشات ورق میندیلین غوطه‌ور در سیال را با استفاده از روش ریتز ارائه کرده و با استفاده از روش المان محدود سه‌بعدی اعتبارسنجی کردند. خورشیدی و همکاران [14] ارتعاش ورق کیرشلف (Krichhoff plate) غوطه‌ور در سیال را به ترتیب با استفاده از روش ریتز و روش تست آکوستیک به صورت تئوری و تجربی تجزیه و تحلیل کردند. بوچکارف و همکاران [15] با استفاده از ارتعاش سنج لیزری دیجیتال فرکانس‌های ارتعاشات آزاد صفحات مستطیلی غوطه‌ور در یک سیال را به طور تجربی اندازه‌گیری کردند. لی و همکاران [16] با استفاده از تئوری ورق میندیلین (Mindlin plate) ارتعاشات آزاد ورق‌های مدرج تابعی که فقط بخشی از ورق در یک سیال تراکم‌ناپذیر و غیرلزج غوطه‌ور است را تجزیه و تحلیل کردند. آنها اثر بارگذاری سیال بر روی ورق را با استفاده از روش جرم افزوده (Added Mass) مدل‌سازی کردند. لیو و همکاران [17] با استفاده از روش ریلی - ریتز، برای یک ورق نازک واقع در پایین یک ظرف مستطیلی شکل پر شده از یک سیال، فرکانس ارتعاشات آزاد و شکل مود مربوطه را تعیین کردند. آنها سیال را تراکم‌پذیر و غیرلزج فرض کردند. کربووا و همکاران [18] با استفاده از ترکیب روش اجزای محدود و تئوری پوسته ساندرز (Sanders' shell theory) ارتعاشات ورق‌های مستطیلی غوطه‌ور یا شناور بر روی سطح سیال را مورد مطالعه قرار دادند و فرکانس ارتعاشات آزاد و شکل مودهای مربوطه را تعیین کردند. سونی و همکاران [19] یک روش نیمه‌تحلیلی را برای تعیین فرکانس پایه ورق‌های مستطیلی دارای ترک و در تماس با سیال، پیشنهاد دادند. آنها هر

دو مدل غوطه‌وری کامل و جزئی را برای ورق در نظر گرفتند و ترک در تیر را به صورت یک فنر خطی مدل کردند و از تئوری ورق کلاسیک برای ورق استفاده کردند. یوسف‌زاده و همکاران [20] ارتعاشات آزاد یک ورق مستطیلی مدرج تابعی نسبتاً ضخیم شناور بر روی سطح یک سیال غیرقابل تراکم و لزج را بررسی کردند. معادلات حاکم را مبتنی بر تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استخراج کرده و از طریق مجزاسازی معادلات حاکم، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق را استخراج کردند. آنها در یک مطالعه دیگر [21] پاسخ دینامیکی یک ورق مستطیلی مدرج تابعی شناور بر روی سطح یک سیال ساکن و تحت بار نقطه‌ای متحرک را مورد مطالعه قرار دادند. آنها برای استخراج معادلات حاکم با صرف‌نظر از اثر اینرسی بار متحرک، آن را به صورت یک نیروی نقطه‌ای متحرک مدل کردند و برای مطالعه اثر فشار اعمال شده از سیال بر روی سطح ورق از مدل‌سازی جرم افزوده استفاده کردند.

در سازه‌های تحت عبور جرم متحرک به دلیل تغییر در موقعیت جرم متحرک بر روی سازه، در شرایطی که تمام مؤلفه‌های شتاب جرم متحرک در مطالعه لحاظ می‌شود ضرایب معادلات حاکم بر ارتعاشات این سیستم‌ها با زمان تغییر می‌کنند و بر این اساس این سیستم‌ها جزو سیستم‌های متغیر با زمان دسته‌بندی می‌شوند. این ضرایب وابسته به زمان می‌توانند نقش تحریکی موسوم به تحریک پارامتریک را برای سیستم ایفا کنند. این نوع تحریک در شرایط معینی می‌تواند سبب بروز ناپایداری دینامیکی و یا به عبارت دیگر سبب تشدید پارامتریک در سازه الاستیک تحت بار متحرک شود. بنابراین برای حفاظت از سیستم تحت بار متحرک، شناخت شرایطی که سبب بروز ناپایداری دینامیکی می‌شود از اهمیت فراوانی برخوردار است. به نظر می‌رسد که برای اولین بار نلسون و کانور [22] برای تیر اولر-برنولی با تکیه‌گاه ساده و تحت اثر عبور جرم‌های متحرک، نواحی پایدار و ناپایدار را در فضای پارامترهای سیستم تعیین کردند. آلدريم و باز [23] با استفاده از تئوری تحریک تکانشی، پایداری تیر تحت اثر حرکت متناوب جرم‌های متحرک را مطالعه کردند. ماکرتیچ [24] برای مطالعه پایداری دینامیکی سیستم تیر - جرم متحرک برای هر دو مدل تیر اولر - برنولی و تیموشنکو از روش تئوری فلاکه (Floquet theory) استفاده کرد. راثو [25] از روش مقیاس چندگانه (Multiple scales) جهت بررسی پایداری

دینامیکی تیر اولر - برنولی تحت بار متحرک استفاده کرد. ابراهیم‌زاده و همکاران [26] برای یک ورق مستطیلی نازک تحت عبور متوالی جرم‌های متحرک، رفوئی و همکاران [27] برای یک ورق نازک با شرایط مرزی دلخواه تحت عبور جرم متحرک و دارای وصله‌های پیزوالکتریک و نیکخو و همکاران [28] در مطالعه یک ورق مستطیلی نازک تحت عبور دو دسته جرم که در دو مسیر مخالف بر روی ورق حرکت می‌کردند، مقادیر سرعتی از جرم متحرک که سبب بروز تشدید در ورق می‌شوند را معرفی کردند. ترکان و همکاران [29] پایداری دینامیکی ورق مستطیلی نازک با تکیه‌گاه ساده تحت عبور پی‌درپی جرم‌های متحرک را با استفاده از روش پارامترهای فشرده (Strained parameters) مطالعه کردند. آنها در مطالعه دیگری [30] برای سه حالت حرکت متوالی جرم‌های متحرک بر روی خط راست، خط مورب و مسیر دایره‌ای بر روی یک ورق نسبتاً ضخیم، با استفاده از روش هارمونیک بالانس نموی (Incremental harmonic balance) نواحی پایدار و ناپایدار را در صفحه پارامترهای جسم متحرک تعیین کردند. پیرمادیان و همکاران [31] با در نظر گرفتن اثر ترم‌های غیرخطی ناشی از جابه‌جایی‌های بزرگ در تیر، پایداری دینامیکی سیستم تیر-جرم متحرک را مطالعه کردند. در تمام این مطالعات جرم متحرک به صورت یک جرم نقطه‌ای و متمرکز مدل شده است. واثقی امیری و همکاران [32] در بررسی ارتعاشات یک ورق مستطیلی نسبتاً ضخیم با شرایط مرزی دلخواه و تحت عبور جرم متحرک، برای تعیین محدوده مقادیر سرعت جسم متحرک که سبب بروز پاسخ فزاینده در ورق می‌شود از مدل بار توزیع شده برای جسم متحرک استفاده کردند. هاشمیان و همکاران [33] با استفاده از روش هارمونیک بالانس نموی پایداری دینامیکی یک نانو تیر تیموشنکو با تکیه‌گاه ساده و واقع بر بستر الاستیک پاسترناک (Pasternak) را که تحت حرکت متوالی نانوذرات قرار دارد مطالعه کردند و نواحی پایدار و ناپایدار را در صفحه جرم-سرعت جسم متحرک مشخص کردند. پیرمادیان و همکاران [34] با استفاده از روش نرخ انرژی (Energy-rate method) پایداری دینامیکی یک نانوصفحه را که همزمان تحت بار الکترومکانیکی و نانوذرات قرار دارد مورد بررسی قرار داده و مرزهای ناپایداری را در صفحه پارامترها تعیین کردند.

بررسی مطالعات انجام شده در زمینه آنالیز پایداری دینامیکی

ورق تغییر شکل نیافته، واقع شده‌اند. برای نشان دادن مؤلفه‌های جابه‌جایی نقاط ورق در امتداد محوره‌های x ، y و z به ترتیب از نماد u_x ، u_y و w استفاده می‌شود. مطابق با تئوری ورق میندیلین، مؤلفه‌های جابه‌جایی به صورت بیان می‌شوند که در آن ψ_x و ψ_y به ترتیب جابه‌جایی‌های زاویه‌ای حول محوره‌های y و x هستند.

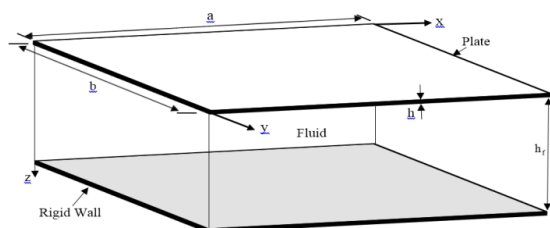
$$u_x = -z\psi_x(x, y, t)$$

$$u_y = -z\psi_y(x, y, t)$$

$$w = w(x, y, t)$$

(۱)

برای جسم متحرک دو مدل جسم صلب نوسان‌کننده متحرک و جرم نقطه‌ای متحرک در نظر گرفته شده است. شماتیک این دو مدل به ترتیب در شکل (۲) و (۳) نشان داده شده‌اند. در مدل جرم نقطه‌ای متحرک، جسم متحرک به صورت یک جرم متمرکز به جرم M در نظر گرفته می‌شود که موقعیت آن بر روی ورق در هر لحظه توسط مختصات (x_M, y_M, w_M) بیان می‌شود. اما در مدل جسم صلب نوسان‌کننده متحرک که مدلی کامل‌تر برای یک وسیله نقلیه به شمار می‌رود، شاسی جسم متحرک به صورت یک جسم صلب به جرم M_2 و طول L_0 و گشتاور اینرسی حول مرکز جرم $\bar{A}$ در نظر گرفته شده است که از هر دو انتها از طریق یک سیستم تعلیق یکسان به چرخ‌ها به جرم M_1 متصل شده است. هر سیستم تعلیق متشکل از یک فنر به ضریب سختی k و یک دمپر با ضریب میرایی لزجی C است. موقعیت چرخ جلو و عقب بر روی سطح ورق در هر لحظه به ترتیب با مختصات (x_1, y_1, w_1) و (x_2, y_2, w_2) نشان داده شده‌اند. هر دو مختص w_1 و w_2 از سطح ورق سنجیده می‌شوند. موقعیت مرکز جرم جسم صلب در هر لحظه توسط مختصات $(x_{M_2}, y_{M_2}, w_{M_2})$ مشخص می‌شود که w_{M_2} از موقعیت تعادل استاتیکی اندازه‌گیری می‌شود. ψ زاویه چرخش جسم صلب متحرک حول محور عمود بر صفحه ورق و زاویه θ میزان چرخش جسم صلب حول محور موازی با سطح ورق و عمود بر امتداد طولی جسم صلب است.



شکل ۱ ورق مستطیلی در تماس با سیال

سیستم‌های الاستیک تحت عبور جسم متحرک نشان می‌دهد که اثر تماس سیال با بستر الاستیک تحت عبور جرم متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی سیستم بررسی نشده است و همچنین محدود شدن مدل‌سازی جسم متحرک به دو صورت نیرو یا جرم نقطه‌ای متحرک سبب شده تا فقط اثر دو پارامتر جرم و سرعت جسم متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی مورد توجه قرار گیرد و به تأثیر مشخصات دیگر نظیر سختی و میرایی سیستم تعلیق، نسبت جرم چرخ به جرم کل جسم و طول جسم متحرک، که در یک مدل مناسب برای یک وسیله نقلیه می‌تواند مطرح باشد، توجه لازم انجام نشود. در این مطالعه به منظور بررسی دقیق‌تر شرایط پایداری دینامیکی یک بستر الاستیک تحت عبور وسایل نقلیه، با در نظر گرفتن یک مدل کامل‌تر برای این سیستم، آنالیز پایداری دینامیکی انجام شده است. به این ترتیب که وسیله نقلیه به صورت جسم صلبی که از هر دو انتها از طریق یک سیستم تعلیق به چرخ‌ها متصل می‌شود مدل شده و بستر الاستیک نیز به صورت یک ورق نسبتاً ضخیم که در بخش تحتانی در تماس با یک سیال قرار دارد در نظر گرفته شده است و سعی شده تا در یک بررسی جامع، علاوه بر مورد توجه قراردادن اثر جرم و سرعت جسم متحرک، اثر مقادیر سختی و میرایی سیستم تعلیق، نسبت جرم چرخ‌ها به جرم کل جسم متحرک، طول جسم متحرک و اثر تماس سیال با ورق بر روی مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار در صفحه پارامترها بررسی شده و از این جنبه مطالعات گذشته تکمیل شود. نتایج مبین اهمیت انتخاب مدل مناسب برای جسم متحرک، اثر تماس سیال با ورق و مقادیر پارامترهای فیزیکی مدل منتخب بر روی شرایط پایداری دینامیکی سیستم هستند.

مدل‌سازی دینامیکی

در این پژوهش، مطابق شکل (۱)، بستر جسم متحرک به صورت یک ورق مستطیلی نسبتاً ضخیم، به طول a ، عرض b و ضخامت h در نظر گرفته می‌شود. ماده ورق همگن و ایزوتروپیک با مدول الاستیسیته E ، چگالی ρ ، مدول برشی G و ضریب پواسون ν است. فرض می‌شود که وجه تحتانی ورق در تماس با یک سیال ساکن غیرقابل تراکم و غیرلزج با چگالی ρ_f و به عمق h_f قرار دارد. محوره‌های دستگاه مختصات کارتزین x ، y و z به ترتیب در امتداد طول، عرض و ضخامت ورق در نظر گرفته شده و محوره‌های x و y در صفحه میانی

و با در نظر گرفتن حالت تنش صفحه‌ای، طبق قانون هوک، مؤلفه‌های میدان تنش به صورت:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2}(-z\psi_{x,x} - \nu z\psi_{y,y}) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2}(-z\psi_{y,y} - \nu z\psi_{x,x}) \\ \sigma_{xy} &= -Gz(\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \\ \sigma_{xz} &= -k_s G(\psi_x - w_{,x}) \\ \sigma_{yz} &= -k_s G(\psi_y - w_{,y})\end{aligned}\quad (3)$$

به دست می‌آیند که در آن k_s ضریب اصلاح برش ورق است که مقدار آن $\frac{5}{6}$ در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس عبارت انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم به صورت (۴) می‌توانند نوشته شوند:

$$\begin{aligned}KE &= \frac{1}{2} \iint_A \left[\int_{-h/2}^{h/2} \rho(\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dz \right] dA \\ &+ \frac{1}{2} M_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \chi_1 \dot{w}_1^2) + \frac{1}{2} M_1 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \chi_2 \dot{w}_2^2) \\ &+ \frac{1}{2} M_2 (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{w}_M^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\psi}^2 \\ PE &= \frac{1}{2} \iint_A \left[\int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + \sigma_{yy}\epsilon_{yy} + \sigma_{zz}\epsilon_{zz} \right. \\ &+ 2\sigma_{xy}\epsilon_{xy} + 2\sigma_{xz}\epsilon_{xz} + 2\sigma_{yz}\epsilon_{yz}) dz \Big] dA \\ &+ \frac{1}{2} k \left(\left(w_{M_2} + \delta_0 + \frac{L_0}{2} \sin(\theta) \right) - \chi_1 w_1 \right)^2 \\ &+ \frac{1}{2} k \left(\left(w_{M_2} + \delta_0 - \frac{L_0}{2} \sin(\theta) \right) - \chi_2 w_2 \right)^2 \\ &- \chi_1 M_1 g w_1 - \chi_2 M_1 g w_2 - M_2 g w_{M_2}\end{aligned}\quad (4)$$

که در آن

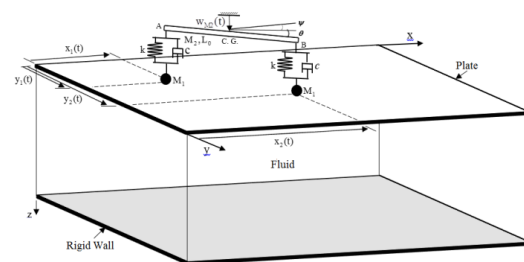
$$\chi_1 = H(t - \hat{t}_1) - H(t - \hat{t}_2) \quad \chi_2 = H(t - \hat{t}_3) - H(t - \hat{t}_4) \quad (5)$$

و $H(t - \hat{t}_i)$, $i=1,2,3,4$ نماد تابع هیوساید (Heaviside function) است که به صورت:

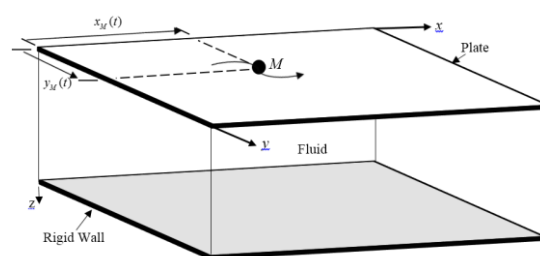
$$H(t - \hat{t}_i) = \begin{cases} 0 & t < \hat{t}_i \\ 1 & t \geq \hat{t}_i \end{cases} \quad i=1,2,3,4 \quad (6)$$

تعریف می‌شود که در آن $\hat{t}_1$ و $\hat{t}_3$ به ترتیب لحظه ورود چرخ جلو و عقب بر روی ورق و $\hat{t}_2$ و $\hat{t}_4$ به ترتیب لحظه خروج چرخ جلو و عقب از روی ورق هستند. δ_0 تغییر شکل استاتیکی ایجاد شده در فنر سیستم تعلیق تحت اثر نیروی وزن

جرم M_2 است که به صورت $\delta_0 = \frac{M_2 g}{2k}$ محاسبه می‌شود. w_1



شکل ۲ ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر عبور جسم صلب نوسان کننده متحرک



شکل ۳ ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر عبور جرم نقطه‌ای متحرک

معادلات حاکم بر دینامیک سیستم ورق-جسم صلب نوسان کننده متحرک

جهت استخراج معادلات حاکم از روش مودهای فرضی استفاده می‌شود. برای استفاده از این روش، ابتدا عبارت انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم ورق-جسم صلب نوسان کننده متحرک نوشته می‌شوند. عبارت انرژی کرنشی بخشی از عبارت انرژی پتانسیل سیستم است که برای تعیین آن لازم است تا مؤلفه‌های میدان کرنش و تنش ورق بیان شوند. با استفاده از مؤلفه‌های میدان جابه‌جایی (۱)، مؤلفه‌های کرنش به صورت (۲) حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z\psi_{x,x} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial u_y}{\partial y} = -z\psi_{y,y} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = -\frac{1}{2} z(\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \\ \epsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -\frac{1}{2} (\psi_x - w_{,x}) \\ \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -\frac{1}{2} (\psi_y - w_{,y})\end{aligned}\quad (2)$$

زاویه‌ای ψ_x و ψ_y و جابه‌جایی عرضی w هستند و $A_k^{\psi_x}(t)$ ، $A_k^{\psi_y}(t)$ و $A_k^w(t)$ ضرایب تأثیر متناظر با k امین تابع شکل مود مربوطه هستند که مختصات مودال نامیده می‌شوند. با استفاده از رابطه (۱۱)، جابه‌جایی و سرعت عرضی جرم M_1 چرخ جلو و عقب به صورت (۱۲) قابل بیان هستند:

$$\begin{aligned} w_j(t) &= w_j(x_j, y_j, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k^w(x_j, y_j) A_k^w(t), \\ \dot{w}_j(t) &= \dot{w}_j(x_j, y_j, t) \\ &= \sum_{k=1}^n (\phi_{k,x}^w(x_j, y_j) \dot{x}_1 + \phi_{k,y}^w(x_j, y_j) \dot{y}_1) A_k^w(t) \\ &\quad + \sum_{k=1}^n \phi_k^w(x_j, y_j) \dot{A}_k^w(t), \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن $j=1,2$ است. به دلیل غیرلزج فرض شدن سیال، از سوی سیال به ورق تنش برشی اعمال نمی‌شود و فشار دینامیکی سیال کاملاً بر سطح ورق عمود است. این فشار دینامیکی به عنوان تابعی از شتاب ورق در نظر گرفته شده و به صورت رابطه (۱۳) تعیین می‌شود [18]

$$p = m_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (13)$$

که در آن m_f جرم افزوده نامیده می‌شود و برای ورق شناور بر سطح آزاد شکل (۱) به صورت:

$$m_f = -\frac{\rho_f}{\mu} \left[\frac{e^{-2\mu h_f} + 1}{e^{-2\mu h_f} - 1} \right] \quad (14)$$

محاسبه می‌شود که در آن μ یک ثابت حقیقی است که به صورت:

$$\mu = \pi \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \quad (15)$$

تعیین می‌شود. کار مجازی حاصل از نیروی فشار دینامیکی سیال و نیروی میرایی دمپر سیستم تعلیق هر دو چرخ به صورت:

$$\begin{aligned} \delta W_{n.c.} &= \iint_A m_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dA \\ &+ c(\dot{w}_A - \chi_2 \dot{w}_2)(-\delta w_A + \chi_2 \delta w_2) \\ &+ c(\dot{w}_B - \chi_1 \dot{w}_1)(-\delta w_B + \chi_1 \delta w_1) \end{aligned} \quad (16)$$

محاسبه می‌شود که در آن w_A و w_B جابه‌جایی عرضی دو انتهای جسم صلب هستند که به سیستم تعلیق چرخ عقب و جلو متصل شده‌اند و به صورت (۱۷) به جابه‌جایی عرضی مرکز

و $\dot{w}_1$ به ترتیب موقعیت و سرعت عرضی جرم M_1 چرخ جلو و w_2 و $\dot{w}_2$ نیز به ترتیب موقعیت و سرعت عرضی جرم M_1 چرخ عقب را نشان می‌دهند. با جایگذاری عبارات (۱) تا (۳) در عبارت انرژی جنبشی و پتانسیل (۴)، عبارت (۷) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} KE &= \frac{1}{2} \iint_A [I_D (\dot{\psi}_x^2 + \dot{\psi}_y^2) + I_A \dot{w}^2] dA \\ &\quad + \frac{1}{2} M_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \chi_1 \dot{w}_1^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} M_1 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \chi_2 \dot{w}_2^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} M_2 (\dot{x}_{M_2}^2 + \dot{y}_{M_2}^2 + \dot{w}_{M_2}^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \bar{I} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \dot{\psi}^2 \\ PE &= \frac{1}{2} \iint_A [E_D (\psi_{x,x}^2 + \psi_{y,y}^2 + 2\nu \psi_{x,x} \psi_{y,y}) \\ &\quad + G_D (\psi_{x,y}^2 + \psi_{y,x}^2 + 2\psi_{x,y} \psi_{y,x}) \\ &\quad + k_s G_A (\psi_x^2 + \psi_y^2 + \psi_{z,x}^2 + \psi_{z,y}^2 - 2\psi_x \psi_{z,x} - 2\psi_y \psi_{z,y})] dA \\ &\quad + \frac{1}{2} k \left((w_{M_2} + \delta_0 + \frac{L_0}{2} \sin(\theta)) - \chi_1 w_1 \right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} k \left((w_{M_2} + \delta_0 - \frac{L_0}{2} \sin(\theta)) - \chi_2 w_2 \right)^2 \\ &\quad - \chi_1 M_1 g w_1 - \chi_2 M_1 g w_2 - M_2 g w_{M_2} \end{aligned} \quad (7)$$

که در این روابط پارامترهای E_D ، G_D ، G_A ، I_D ، I_A به صورت:

$$\begin{aligned} (I_A, I_D) &= \int_{-h/2}^{h/2} \rho (1, z^2) dz \\ (G_A, G_D) &= \int_{-h/2}^{h/2} G (1, z^2) dz \\ E_D &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E}{1-\nu^2} z^2 dz \end{aligned} \quad (8)$$

تعریف می‌شوند. برای استفاده از روش مودهای فرضی، جابه‌جایی‌های زاویه‌ای $\psi_x(x, y, t)$ و $\psi_y(x, y, t)$ و جابه‌جایی عرضی $w(x, y, t)$ به صورت:

$$\psi_x(x, y, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k^{\psi_x}(x, y) A_k^{\psi_x}(t) \quad (9)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k^{\psi_y}(x, y) A_k^{\psi_y}(t) \quad (10)$$

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k^w(x, y) A_k^w(t) \quad (11)$$

بیان می‌شوند که در آن $\phi_k^{\psi_x}(x, y)$ ، $\phi_k^{\psi_y}(x, y)$ و $\phi_k^w(x, y)$ به ترتیب k امین شکل مود متناظر با جابه‌جایی

انرژی جنبشی و پتانسیل (۷) و تشکیل عبارت لاگرانژین سیستم
 $(L=KE-PE)$ و سپس جایگذاری عبارت لاگرانژین حاصل و
 نیروی تعمیم یافته (۱۸) در معادلات لاگرانژ:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_j^{\psi_x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial A_j^{\psi_x}} &= 0, \quad j=1, \dots, n \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_j^{\psi_y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial A_j^{\psi_y}} &= 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_j^w} \right) - \frac{\partial L}{\partial A_j^w} &= Q_{n.c.A_j^w}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{w}_{M_2}} \right) - \frac{\partial L}{\partial w_{M_2}} &= Q_{n.c.w_{M_2}}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= Q_{n.c.\theta} \end{aligned} \quad (19)$$

و با فرض کوچک بودن زاویه θ ، معادلات حاکم بر
 مختصات مودال و مختص w_{M_2} و θ به صورت (۲۰) به دست
 می‌آیند:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} T^{\psi_x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T^{\psi_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{A}^{\psi_x} \\ \ddot{A}^{\psi_y} \\ \ddot{A}^w \\ \ddot{w}_{M_2} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ 0 & 0 & Y_2^T & 2c & 0 \\ 0 & 0 & Y_3^T & 0 & \frac{cL_0^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{A}^{\psi_x} \\ \dot{A}^{\psi_y} \\ \dot{A}^w \\ \dot{w}_{M_2} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 & 0 & 0 \\ \Lambda_2^T & \Lambda_4 & \Lambda_5 & 0 & 0 \\ \Lambda_3^T & \Lambda_5^T & \Lambda_6 & \Lambda_7 & \Lambda_8 \\ 0 & 0 & K_{43} & 2k & 0 \\ 0 & 0 & K_{53} & 0 & \frac{kL_0^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{\psi_x} \\ A^{\psi_y} \\ A^w \\ w_{M_2} \\ \theta \end{bmatrix} \\ & = [0 \ 0 \ \bar{f}(t) \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \quad (20)$$

که در آن A^{ψ_x} ، A^{ψ_y} و A^w بردار حاوی مختصات مودال
 هستند که به صورت:

جرم و زاویه چرخش جسم صلب مرتبط می‌شوند:

$$\begin{aligned} w_A &= w_{M_2} - \frac{L_0}{2} \sin(\theta), \\ w_B &= w_{M_2} + \frac{L_0}{2} \sin(\theta) \end{aligned} \quad (17)$$

و δw_1 و δw_B جابه‌جایی مجازی دو انتهای دمپر چرخ
 جلو و δw_2 و δw_A جابه‌جایی مجازی دو انتهای دمپر چرخ
 عقب را نشان می‌دهند. از جایگذاری روابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۷)
 در عبارت کار مجازی (۱۶)، نیروهای تعمیم‌یافته غیرکنسرواتو
 به صورت (۱۸) حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} Q_{n.c.A_j} &= \iint_A m_f \varphi_j^w(x,y) \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x,y) \ddot{A}_k^w(t) Da \\ & + \chi_1 c \varphi_j(x_1, y_1) \times \left[\dot{w}_{M_2} + \frac{L_0}{2} \dot{\theta} \cos(\theta) \right. \\ & \left. - \left(\sum_{k=1}^n (\varphi_{k,x}^w(x_1, y_1) \dot{x}_1 + \varphi_{k,y}^w(x_1, y_1) \dot{y}_1) A_k^w(t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x_1, y_1) \dot{A}_k^w(t) \right) \right] \\ & + \chi_2 c \varphi_j(x_2, y_2) \times \left[\dot{w}_{M_2} - \frac{L_0}{2} \dot{\theta} \cos(\theta) \right. \\ & \left. - \left(\sum_{k=1}^n (\varphi_{k,x}^w(x_2, y_2) \dot{x}_2 + \varphi_{k,y}^w(x_2, y_2) \dot{y}_2) A_k^w(t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x_2, y_2) \dot{A}_k^w(t) \right) \right] \\ Q_{n.c.w_{M_2}} &= c \times \left[-2\dot{w}_{M_2} + \chi_1 \left(\sum_{k=1}^n (\varphi_{k,x}^w(x_1, y_1) \dot{x}_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + \varphi_{k,y}^w(x_1, y_1) \dot{y}_1) A_k^w(t) + \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x_1, y_1) \dot{A}_k^w(t) \right) \right. \\ & \left. + \chi_2 \left(\sum_{k=1}^n (\varphi_{k,x}^w(x_2, y_2) \dot{x}_2 + \varphi_{k,y}^w(x_2, y_2) \dot{y}_2) A_k^w(t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x_2, y_2) \dot{A}_k^w(t) \right) \right] \\ Q_{n.c.\theta} &= \frac{cL_0}{2} \times \left[-L_0 \dot{\theta} + \chi_1 \left(\sum_{k=1}^n (\varphi_{k,x}^w(x_1, y_1) \dot{x}_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + \varphi_{k,y}^w(x_1, y_1) \dot{y}_1) A_k^w(t) + \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x_1, y_1) \dot{A}_k^w(t) \right) \right. \\ & \left. - \chi_2 \left(\sum_{k=1}^n (\varphi_{k,x}^w(x_2, y_2) \dot{x}_2 + \varphi_{k,y}^w(x_2, y_2) \dot{y}_2) A_k^w(t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=1}^n \varphi_k^w(x_2, y_2) \dot{A}_k^w(t) \right) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

با جایگذاری روابط (۹)، (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) در عبارت

$$\begin{aligned}
& +2\dot{x}_1\dot{y}_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,xy}^w(x_1,y_1) \\
& +\dot{y}_1^2\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,yy}^w(x_1,y_1)) \\
& +\chi_2(\dot{x}_2^2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,xx}^w(x_2,y_2) \\
& +2\dot{x}_2\dot{y}_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,xy}^w(x_2,y_2) \\
& +\dot{y}_2^2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,yy}^w(x_2,y_2))) \\
& +c[\chi_1(\dot{x}_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,x}^w(x_1,y_1) \\
& +\dot{y}_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,y}^w(x_1,y_1)) \\
& +\chi_2(\dot{x}_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,x}^w(x_2,y_2) \\
& +\dot{y}_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,y}^w(x_2,y_2))] \\
& +k[\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_k(x_1,y_1)+\chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_k(x_2,y_2)]
\end{aligned}$$

$$\Lambda_{7j} = -k(\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)+\chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2))$$

$$\Lambda_{8j} = \frac{kL_0}{2}(-\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)+\chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2))$$

$$\begin{aligned}
K_{43} = & \Lambda_7^T(t) - c[\chi_1(\dot{x}_1\Phi_{,x}^{wT}(x_1,y_1) + \dot{y}_1\Phi_{,y}^{wT}(x_1,y_1)) \\
& +\chi_2(\dot{x}_2\Phi_{,x}^{wT}(x_2,y_2) + \dot{y}_2\Phi_{,y}^{wT}(x_2,y_2))]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{53} = & \Lambda_8^T(t) + \frac{cL_0}{2}[-\chi_1(\dot{x}_1\Phi_{,x}^{wT}(x_1,y_1) \\
& +\dot{y}_1\Phi_{,y}^{wT}(x_1,y_1)) + \chi_2(\dot{x}_2\Phi_{,x}^{wT}(x_2,y_2) \\
& +\dot{y}_2\Phi_{,y}^{wT}(x_2,y_2))]
\end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{f}_j = \left(M_1 + \frac{M_2}{2}\right)g \times (\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)+\chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2)) \quad (25)$$

که در آن $k=1,...,n$ و $j=1,...,n$ تعداد مختصات مودال در نظر گرفته شده است و $\Phi_{,x}^w$ و $\Phi_{,y}^w$ به صورت:

$$\begin{aligned}
\Phi_{,x}^w(x_i,y_i) &= [\varphi_{1,x}^w(x_i,y_i), \dots, \varphi_{n,x}^w(x_i,y_i)]^T \\
\Phi_{,y}^w(x_i,y_i) &= [\varphi_{1,y}^w(x_i,y_i), \dots, \varphi_{n,y}^w(x_i,y_i)]^T
\end{aligned} \quad (26)$$

تعریف می‌شوند که در آن $(i=1,2)$ است. برای ورق با شرایط مرزی منتخب، توابع مثلثاتی که شرایط مرزی را ارضا می‌کنند به عنوان توابع شکل در نظر گرفته می‌شوند. بر این اساس، برای ورق با هر چهار لبه تکیه گاه ساده (SSSS) توابع شکل:

$$\begin{aligned}
\varphi_i^w(x,y) &= \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
\varphi_i^{\psi x}(x,y) &= \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A^{\psi x} &= [A_1^{\psi x}(t), A_2^{\psi x}(t), \dots, A_n^{\psi x}(t)]^T \\
A^{\psi y} &= [A_1^{\psi y}(t), A_2^{\psi y}(t), \dots, A_n^{\psi y}(t)]^T \\
A^w &= [A_1^w(t), A_2^w(t), \dots, A_n^w(t)]^T
\end{aligned} \quad (21)$$

مشخص شده و درایه‌های ضرایب ماتریسی به صورت روابط (۲۲) تا (۲۵) تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned}
T_{jk}^{\psi x} &= \iint_A I_D \varphi_j^{\psi x}(x,y) \varphi_k^{\psi x}(x,y) dA \\
T_{jk}^{\psi y} &= \iint_A I_D \varphi_j^{\psi y}(x,y) \varphi_k^{\psi y}(x,y) dA \\
T_{jk}^w &= \iint_A (I_A + m_f) \varphi_j^w(x,y) \varphi_k^w(x,y) dA \\
&+ M_1(\chi_1 \varphi_j^w(x_1,y_1) \varphi_k^w(x_1,y_1) \\
&+ \chi_2 \varphi_j^w(x_2,y_2) \varphi_k^w(x_2,y_2))
\end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
Y_{1jk} &= 2M_1 \times [\chi_1(\dot{x}_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,x}^w(x_1,y_1) \\
&+ \dot{y}_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,y}^w(x_1,y_1)) \\
&+ \chi_2(\dot{x}_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,x}^w(x_2,y_2) \\
&+ \dot{y}_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_{k,y}^w(x_2,y_2))] \\
&+ c \times [\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_k^w(x_1,y_1) \\
&+ \chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2)\varphi_k^w(x_2,y_2)] \\
Y_{2j} &= -c(\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)+\chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2)) \\
Y_{3j} &= \frac{cL_0}{2}(-\chi_1\varphi_j^w(x_1,y_1)+\chi_2\varphi_j^w(x_2,y_2))
\end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_{1jk} &= \iint_A [E_D(\varphi_{j,x}^{\psi x} \varphi_{k,x}^{\psi x}) + G_D(\varphi_{j,y}^{\psi x} \varphi_{k,y}^{\psi x}) \\
&+ k_s G_A(\varphi_j^{\psi x} \varphi_k^{\psi x})] dA \\
\Lambda_{2jk} &= \iint_A [v E_D(\varphi_{j,x}^{\psi x} \varphi_{k,y}^{\psi y}) + G_D(\varphi_{j,y}^{\psi x} \varphi_{k,x}^{\psi y})] dA \\
\Lambda_{3jk} &= - \iint_A k_s G_A(\varphi_j^{\psi x} \varphi_{k,x}^w) dA \\
\Lambda_{4jk} &= \iint_A [E_D(\varphi_{j,y}^{\psi y} \varphi_{k,y}^{\psi y}) + G_D(\varphi_{j,x}^{\psi y} \varphi_{k,x}^{\psi y}) \\
&+ k_s G_A(\varphi_j^{\psi y} \varphi_k^{\psi y})] dA \\
\Lambda_{5jk} &= - \iint_A k_s G_A(\varphi_j^{\psi y} \varphi_{k,y}^w) dA \\
\Lambda_{6jk} &= \iint_A k_s G_A(\varphi_{j,x}^w \varphi_{k,x}^w + \varphi_{j,y}^w \varphi_{k,y}^w) dA \\
&+ M_1[\chi_1(\dot{x}_1^2\varphi_j^w(x_1,y_1)\varphi_{k,xx}^w(x_1,y_1)
\end{aligned}$$

می شوند:

$$m(t) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = \bar{K}_1 I_D ab,$$

$$m_{22} = \bar{K}_2 I_D ab,$$

$$m_{33} = \bar{K}_3 (1 + \bar{m}_f) + 0.5 \alpha Q_1(t)$$

$$c(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{21} & 2\xi\Omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{31} & 0 & 6\xi\Omega_0 \end{bmatrix}$$

$$c_{11} = 0.5 \alpha \bar{\Omega} Q_2(t) + \xi \Omega_0 \alpha (1 - r) Q_1(t),$$

$$c_{12} = -\xi \Omega_0 \alpha (1 - r) Q_3(t),$$

$$c_{13} = 0.5 L_0 \xi \Omega_0 \alpha (1 - r) Q_4(t),$$

$$c_{21} = -\xi \Omega_0 Q_3(t),$$

$$c_{31} = \frac{6\xi\Omega_0}{L_0} Q_4(t)$$

$$k(t) = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & 0 & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & 0 & 0 \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} \\ 0 & 0 & k_{43} & \Omega_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & k_{53} & 0 & 3\Omega_0^2 \end{bmatrix}$$

$$k_{11} = \pi^2 \left(\bar{K}_4 E_D \frac{b}{a} + \bar{K}_5 G_D \frac{a}{b} \right) + k_s ab \bar{K}_1 G_A,$$

$$k_{12} = \pi^2 (\bar{K}_6 v E_D + \bar{K}_7 G_D),$$

$$k_{13} = -\pi b k_s \bar{K}_8 G_A,$$

$$k_{21} = k_{12},$$

$$k_{22} = \pi^2 \left(\bar{K}_9 E_D \frac{a}{b} + \bar{K}_{10} G_D \frac{b}{a} \right) + k_s ab \bar{K}_2 G_A,$$

$$k_{23} = -\pi a k_s \bar{K}_{11} G_A,$$

$$k_{31} = \frac{-\pi k_s \bar{K}_8 G_A}{I_A a},$$

$$k_{32} = \frac{-\pi k_s \bar{K}_{11} G_A}{I_A b},$$

$$k_{33} = \frac{\pi^2 k_s G_A}{I_A ab} \left(\bar{K}_{12} \frac{b}{a} + \bar{K}_{13} \frac{a}{b} \right) - 0.5 \alpha \bar{\Omega}^2 Q_5(t) + 0.5 (1 - r) \alpha \Omega_0^2 Q_1(t) + 0.5 (1 - r) \alpha \bar{\Omega} \xi \Omega_0 Q_2(t),$$

$$\varphi_i^{\psi y}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (27)$$

و با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $x=a$ و $x=0$ و لبه‌های آزاد در $y=b$ و $y=0$ (SFSF) توابع شکل:

$$\begin{aligned} \varphi_i^w(x, y) &= \sin \frac{m\pi x}{a} \\ \varphi_i^{\psi x}(x, y) &= \cos \frac{m\pi x}{a} \\ \varphi_i^{\psi y}(x, y) &= \sin \frac{m\pi x}{a} \end{aligned} \quad (28)$$

و با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $x=a$ و $x=0$ و لبه‌های گیردار در $y=b$ و $y=0$ (CFCF) توابع شکل:

$$\begin{aligned} \varphi_i^w(x, y) &= \cos \frac{2m\pi x}{a} - 1 \\ \varphi_i^{\psi x}(x, y) &= \sin \frac{m\pi x}{a} \\ \varphi_i^{\psi y}(x, y) &= \sin \frac{m\pi x}{a} \end{aligned} \quad (29)$$

در نظر گرفته می‌شوند که در آنها m و n به ترتیب موده‌های ارتعاشی در راستای طولی و عرضی ورق هستند. در صورت در نظر گرفتن اولین شکل مود و حرکت با سرعت ثابت V جسم صلب نو سان کننده از روی خط میانی و موازی با امتداد طولی ورق:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \chi_1(Vt), y_1(t) = \chi_1 \frac{b}{2} \\ x_2(t) &= \chi_2(Vt - \frac{L_0}{2}), y_2(t) = \chi_2 \frac{b}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

و در نظر گرفتن ورود یک جسم صلب نو سان کننده متحرک بر روی ورق بلافاصله پس از خروج جسم صلب قبلی، به وسیله جایگذاری شکل مود ورق متناظر با شرایط مرزی منتخب از یکی از مجموعه توابع شکل (۲۷) تا (۲۹) در روابط (۲۲) تا (۲۵)، معادله پنج درجه آزادی حرکت سیستم پیوسته ورق-جسم صلب متحرک به صورت (۳۱) حاصل می‌شود:

$$m(t)\ddot{\eta} + c(t)\dot{\eta} + k(t)\eta = f(t) \quad (31)$$

که در آن $\eta = [A_1^{\psi x}, A_1^{\psi y}, A_1^w, w_{M_2}, \theta]^T$ و ضرایب ماتریسی توابعی متناوب با دوره تکرار بار $T_p = (a + L_0)/V$ هستند که در بازه زمانی $0 \leq t \leq T_p$ به صورت روابط (۳۲) تا (۳۵) تعیین

$$\bar{K}_1=\bar{K}_2=\bar{K}_3=\bar{K}_4=\bar{K}_8=\bar{K}_{10}=\bar{K}_{12}=0.5,$$

$$\bar{K}_5=\bar{K}_6=\bar{K}_7=\bar{K}_9=\bar{K}_{11}=\bar{K}_{13}=0$$

$$Q_1(t)=\chi_1 \sin^2(\tau)+\chi_2 \sin^2(\tau-\bar{L}),$$

$$Q_2(t)=\chi_1 \sin(2\tau)+\chi_2 \sin(2\tau-\bar{L}),$$

$$Q_3(t)=\chi_1 \sin(\tau)+\chi_2 \sin(\tau-\bar{L}),$$

$$Q_4(t)=\chi_2 \sin(\tau-\bar{L})-\chi_1 \sin(\tau),$$

$$Q_5(t)=Q_1(t),$$

$$Q_6(t)=\chi_1 \cos(\tau)+\chi_2 \cos(\tau-\bar{L}),$$

$$Q_7(t)=\chi_2 \cos(\tau-\bar{L})-\chi_1 \cos(\tau)$$

(۴۰)

$$\bar{K}_1=\bar{K}_2=\bar{K}_4=\bar{K}_{10}=0.5,$$

$$\bar{K}_5=\bar{K}_6=\bar{K}_7=\bar{K}_8=\bar{K}_9=\bar{K}_{11}=\bar{K}_{13}=0,$$

$$\bar{K}_3=1.5, \bar{K}_{12}=2$$

$$Q_1(t)=\chi_1 (\cos(2\tau)-1)^2+\chi_2 (\cos(2\tau-\bar{L})-1)^2,$$

$$Q_2(t)=-4(\chi_1 (\cos(2\tau)-1)\sin(2\tau)$$

$$+\chi_2 (\cos(2\tau-\bar{L})-1)\sin(2\tau-\bar{L})),$$

$$Q_3(t)=\chi_1 (\cos(2\tau)-1)+\chi_2 (\cos(2\tau-\bar{L})-1),$$

$$Q_4(t)=-\chi_1 (\cos(2\tau)-1)+\chi_2 (\cos(2\tau-\bar{L})-1),$$

$$Q_5(t)=4(\chi_1 (\cos(2\tau)-1)\cos(2\tau)$$

$$+\chi_2 (\cos(2\tau-\bar{L})-1)\cos(2\tau-\bar{L})),$$

$$Q_6(t)=-2(\chi_1 \sin(2\tau)+\chi_2 \sin(2\tau-\bar{L})),$$

$$Q_7(t)=2(\chi_1 \sin(2\tau)-\chi_2 \sin(2\tau-\bar{L}))$$

(۴۱)

که در این روابط

$$\tau = \bar{\Omega}t, \bar{L} = \frac{\pi L_0}{a}$$

(۴۲)

است.

معادلات دیفرانسیل حاکم بر دینامیک سیستم

ورق-جسم نقطه‌ای متحرک

به منظور استفاده از روش مودهای فرضی برای استخراج معادله حاکم بر دینامیک مسئله، ابتدا عبارت انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم ورق - جرم نقطه‌ای متحرک به صورت (۴۳) نوشته می‌شود:

$$KE = \frac{1}{2} \iint_A \left[\int_{-h/2}^{h/2} \rho (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dz \right] dA + \frac{1}{2} M (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{w}_M^2)$$

$$k_{34} = -0.5(1-r)\alpha\Omega_0^2 Q_3(t),$$

$$k_{35} = 0.25L_0(1-r)\alpha\Omega_0^2 Q_4(t),$$

$$k_{43} = -0.5\Omega_0^2 Q_3(t) - \bar{\Omega}\xi\Omega_0 Q_6(t),$$

$$k_{53} = \frac{1}{L_0} (3\Omega_0^3 Q_4(t) + 6\bar{\Omega}\xi\Omega_0 Q_7(t))$$

(۳۴)

$$f(t) = [000.5\alpha g Q_3(t) 00]^T$$

(۳۵)

و برای بازه زمانی $t > T_p$

$$m(t)=m(t-T_p), c(t)=c(t-T_p)$$

$$k(t)=k(t-T_p), f(t)=f(t-T_p)$$

(۳۶)

است و

$$\Omega = \pi^2 h \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \quad (۳۷)$$

و سایر پارامترها به صورت رابطه (۳۸) تعریف می‌شوند:

$$\alpha = \frac{2M_1+M_2}{I_A ab}, \quad \gamma = \frac{\pi V}{a\Omega}, \quad \bar{\Omega} = \gamma\Omega,$$

$$r = \frac{2M_1}{2M_1+M_2}, \quad \Omega_0 = \sqrt{\frac{2K}{M_2}},$$

$$\xi = \frac{2c}{2\Omega_0 M_2}, \quad \bar{m}_f = \frac{m_f}{I_A}$$

(۳۸)

که در آن $\bar{m}_f$ پارامتر بدون بعد جرم افزوده نامیده می‌شود و ثابت‌های $\bar{K}_1$ تا $\bar{K}_{13}$ و توابع $Q_1(t)$ تا $Q_7(t)$ به شرایط مرزی ورق بستگی دارند که برای شرایط مرزی (SSSS)، (SFSF) و (CFCF) به ترتیب از طریق روابط (۳۹)، (۴۰) و (۴۱) قابل تعیین هستند:

$$\bar{K}_1=\dots=\bar{K}_{13}=0.25$$

$$Q_1(t)=\chi_1 \sin^2(\tau)+\chi_2 \sin^2(\tau-\bar{L}),$$

$$Q_2(t)=\chi_1 \sin(2\tau)+\chi_2 \sin(2\tau-\bar{L}),$$

$$Q_3(t)=\chi_1 \sin(\tau)+\chi_2 \sin(\tau-\bar{L}),$$

$$Q_4(t)=\chi_2 \sin(\tau-\bar{L})-\chi_1 \sin(\tau),$$

$$Q_5(t)=Q_1(t),$$

$$Q_6(t)=\chi_1 \cos(\tau)+\chi_2 \cos(\tau-\bar{L}),$$

$$Q_7(t)=\chi_2 \cos(\tau-\bar{L})-\chi_1 \cos(\tau)$$

(۳۹)

$(x_M(t)=Vt, y_M(t)=\frac{b}{2})$ و بلافاصله پس از خروج جسم متحرک از روی ورق، جسم متحرک دیگری با همان مشخصات بر روی ورق وارد می شود، پس از انجام عملیات ریاضی لازم، معادله سیستم سه درجه آزادی که حرکت سیستم پیوسته ورق-جرم متحرک را توصیف می کند، به صورت (۴۸) حاصل می شود:

$$m(t)\ddot{\eta}+c(t)\dot{\eta}+k(t)\eta=f(t) \quad (48)$$

که در آن $\eta=[A_1^w, A_1^y, A_1^w]^T$ و ضرایب ماتریسی توابعی متناوب با دوره تکرار بار $(T_p=a/V)$ هستند که در بازه زمانی $0 \leq t \leq T_p$ به صورت روابط (۴۹) تا (۵۳) تعیین می شوند:

$$m(t)=\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$m_{11}=I_D ab,$$

$$m_{22}=I_D ab,$$

$$m_{33}=(1+\bar{m}_f)+4a\sin^2(\tau)$$

(۴۹)

$$c(t)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$c_{33}=4a\bar{\Omega}\sin 2\tau$$

(۵۰)

$$k(t)=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

$$k_{11}=\pi^2\left(E_D\frac{b}{a}+G_D\frac{a}{b}\right)+k_s ab G_A,$$

$$k_{12}=\pi^2(vE_D+G_D),$$

$$k_{13}=-\pi b k_s G_A,$$

$$k_{21}=k_{12},$$

$$k_{22}=\pi^2\left(E_D\frac{a}{b}+G_D\frac{b}{a}\right)+k_s ab G_A,$$

$$k_{23}=-\pi a k_s G_A,$$

(۵۱)

$$k_{31}=\frac{-\pi k_s G_A}{I_A a},$$

$$k_{32}=\frac{-\pi k_s G_A}{I_A b},$$

$$k_{33}=\frac{\pi^2 k_s G_A}{I_A ab}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)-4a\bar{\Omega}^2\sin^2(\tau)$$

$$f(t)=[0 \quad 0 \quad 4a\bar{g}\sin(\tau)]^T$$

(۵۲)

و برای بازه زمانی $t > T_p$

$$PE=\frac{1}{2}\iint_A\left[\int_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{xx}\varepsilon_{xx}+\sigma_{yy}\varepsilon_{yy}+\sigma_{zz}\varepsilon_{zz}+2\sigma_{xy}\varepsilon_{xy}+2\sigma_{xz}\varepsilon_{xz}+2\sigma_{yz}\varepsilon_{yz})dz\right]dA-Mgw_M \quad (43)$$

جایگذاری روابط (۱) تا (۳) در روابط (۴۳) منجر به رابطه

(۴۴) می شود:

$$KE=\frac{1}{2}\iint_A\left[I_D(\dot{\psi}_x^2+\dot{\psi}_y^2)+I_A\dot{w}^2\right]dA+\frac{1}{2}M(\dot{x}_M^2+\dot{y}_M^2+\dot{w}_M^2)$$

$$PE=\frac{1}{2}\iint_A\left[E_D(\psi_{x,x}^2+\psi_{y,y}^2+2v\psi_{x,x}\psi_{y,y})+G_D(\psi_{x,y}^2+\psi_{y,x}^2+2\psi_{x,y}\psi_{y,x})+k_s G_A(\psi_x^2+\psi_y^2+\psi_{z,x}^2+\psi_{z,y}^2-2\psi_x\psi_{z,x}-2\psi_y\psi_{z,y})\right]dA-Mgw_M \quad (44)$$

با استفاده از رابطه (۱۳)، کار مجازی حاصل از نیروی فشار

دینامیکی سیال به صورت (۴۵) تعیین می شود:

$$\delta w_{n.c.}=\iint_A m_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dA \quad (45)$$

با جایگذاری روابط (۹)، (۱۰) و (۱۱) در عبارات انرژی

جنبشی و پتانسیل (۴۴) و عبارت کار مجازی (۴۵) و تشکیل لاگرانژین سیستم $(L=KE-PE)$ و تعیین مؤلفه نیروی تعمیم یافته غیرکنسرواتو:

$$Q_{n.c.A_j}=\iint_A m_f \phi_j^w(x,y) \sum_{k=1}^n \phi_k^w(x,y) \ddot{A}_k^w(t) dA \quad (46)$$

و جایگذاری عبارت لاگرانژین و نیروی تعمیم یافته (۴۶)

در معادلات لاگرانژ:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_j^w}\right)-\frac{\partial L}{\partial A_j^w}=0, j=1,\dots,n$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_j^y}\right)-\frac{\partial L}{\partial A_j^y}=0,$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_j^w}\right)-\frac{\partial L}{\partial A_j^w}=Q_{n.c.A_j}^w \quad (47)$$

و با در نظر گرفتن اولین شکل مود ورق با تکیه گاه ساده،

برای وقتی که جرم نقطه ای متحرک از روی خط میانی و موازی با امتداد طولی ورق با سرعت ثابت V عبور می کند

$$q(t) = \phi_0(t)q_0 \quad (57)$$

در واقع $\phi_0(t)$ یک ماتریس پایه است که ستون‌های آن از حل‌های مستقل خطی معادله همگن (۵۶) تشکیل شده‌اند. با تعریف ماتریس C به صورت:

$$C = \phi_0(T_p) \quad (58)$$

می‌توان ملاحظه کرد که با انتگرال‌گیری عددی از رابطه (۵۶) در بازه زمانی یک دوره تناوب، می‌توان از (۵۸) ماتریس C را به دست آورد. تئوری فلاکه بیان می‌کند که اگر تمامی مقادیر ویژه ماتریس C در داخل یک دایره واحد به مرکز $(0,0)$ در صفحه مختلط باشند، سیستم پایدار است و اگر حداقل یکی از مقادیر ویژه در خارج از دایره مذکور قرار گرفته باشد، سیستم ناپایدار خواهد بود.

نتایج آنالیز پایداری

در این بخش یک ورق مستطیلی شناور بر روی سیال با تکیه‌گاه ساده به طول $5m$ ، عرض $1m$ ، ضخامت $1/10m$ ، مدول یانگ 200 GPa ، ضریب پواسون 0.3 و جرم واحد حجم 7850 kg/m^3 تحت عبور پی‌درپی جسم‌های متحرک در نظر گرفته شده است. به این ترتیب که فرض شده بلافاصله پس از خروج یک جسم متحرک از روی ورق، جسم متحرک دیگری با همان مشخصات جسم قبلی بر روی ورق وارد می‌شود.

با استفاده از روش تئوری فلاکه، نتایج آنالیز پایداری دینامیکی سیستم ورق-جسم متحرک برای دو مدل جرم نقطه‌ای متحرک و جسم صلب نوسان‌کننده متحرک از طریق مشخص کردن نواحی پایدار و ناپایدار در صفحه پارامترهای بی‌بعد (α, γ) ارائه شده و اثر شیوه مدل‌سازی جسم متحرک و پارامترهای مدل بر روی نتایج آنالیز پایداری مورد مطالعه قرار گرفته است.

بر این اساس، برنامه‌ای در محیط نرم‌افزار متلب (Matlab) نوشته شده است که به ازای مقادیر منتخب از پارامترهای مسئله، ماتریس پایه C را تشکیل داده و مقادیر ویژه این ماتریس را محاسبه می‌کند. سپس با استفاده از مقادیر ویژه حاصل شده، مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار توسط کانتور ($\|\lambda_C\| = 1$) تشخیص داده می‌شود. با اجرای این برنامه، نواحی پایدار و ناپایدار در بازه $0 < \alpha \leq 5$ و $0 < \gamma \leq 2.5$ از صفحه پارامترهای (α, γ) تعیین

$$m(t) = m(t - T_p), c(t) = c(t - T_p) \\ k(t) = k(t - T_p), f(t) = f(t - T_p)$$

(۵۳)

است که در این روابط پارامتر α به صورت

$$\alpha = \frac{M}{I_{ab}} \quad (54)$$

تعریف می‌شود.

تئوری فلاکه در آنالیز پایداری

برای دو مدل در نظر گرفته شده برای جسم متحرک در شکل (۲) و (۳)، از معادلات حاکم بر دینامیک سیستم ورق-جسم متحرک، شامل روابط (۳۱) تا (۳۶) و روابط (۴۸) تا (۵۳)، ملاحظه می‌شود که سیستم مذکور یک سیستم متغیر با زمان خطی با ضرایب متناوب است که در هر دو مدل، معادلات حاکم می‌توانند به شکل فضای حالت زیر نوشته شوند:

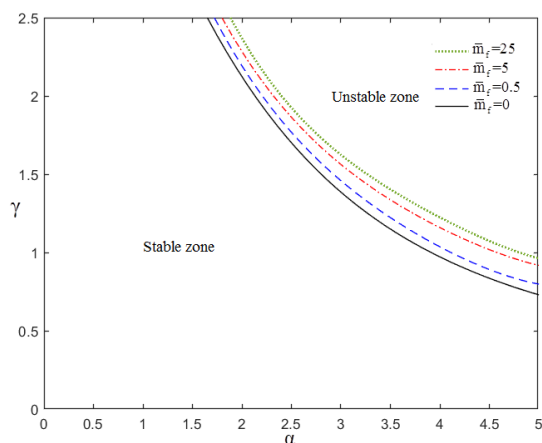
$$\begin{cases} \dot{q} = R(t)q + P(t) \\ R(t+T_p) = R(t), P(t+T_p) = P(t) \end{cases} \quad (55)$$

تئوری فلاکه، روشی است که امکان آنالیز پایداری سیستم‌های خطی همگن با ضرایب متناوب را فراهم می‌کند [35]. بر اساس این روش، با کنار گذاشتن بخش $P(t)$ در معادله فضا-حالت (۵۵) و در نظر گرفتن این معادله به فرم

$$\begin{cases} \dot{q} = R(t)q \\ R(t+T_p) = R(t) \end{cases} \quad (56)$$

امکان مطالعه پایداری پارامتریک سیستم ورق-جرم متحرک فراهم می‌شود. با توجه به اینکه ابعاد و درایه‌های ماتریس $R(t)$ به شیوه مدل‌سازی و مقادیر پارامترهای مدل بستگی دارد، این انتظار وجود دارد که با استفاده از روش تئوری فلاکه بتوان اثر شیوه مدل‌سازی و پارامترهای مدل را بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی سیستم ورق-جسم متحرک بررسی کرد.

در روش تئوری فلاکه پایداری تمام حل‌های معادلات دیفرانسیل معمولی و خطی با ضرایب متناوب به فرم (۵۶) مشخص می‌شوند. برای تبیین این تئوری، حل معادله (۵۶) برای شرایط اولیه $q_0 = q(0)$ در حالت کلی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:



شکل ۵ اثر تغییر پارامتر بدون بعد جرم افزوده $\bar{m}_f$ بر روی نقشه پایداری دینامیکی پایداری ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک ($r = 0.05, \xi = 1, \Omega_0 = 500, L_0 = 1m$)

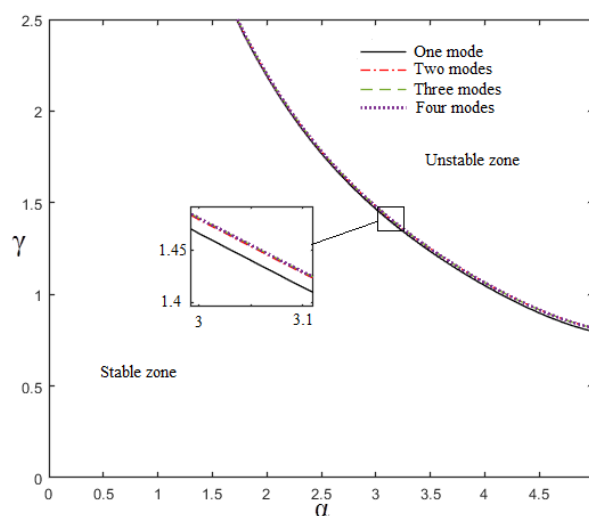
به منظور مطالعه اثر مقادیر پارامترهای جسم صلب نوسان‌کننده متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی، در این بخش اثر مقادیر پارامترهای ξ ، Ω_0 ، r و L_0 بر روی نتایج آنالیز بررسی شده است. نتایج در چهار مرحله، هر نوبت با ثابت در نظر گرفتن سه پارامتر از پارامترهای ξ ، Ω_0 ، r و L_0 و تغییر یکی از آنها، در صفحه $\gamma - \alpha$ ارائه شده‌اند. اثر تغییر مقادیر پارامترهای ξ ، Ω_0 ، r و L_0 بر روی نقشه پایداری به ترتیب در شکل (۶)، (۷)، (۸) و (۹) نشان داده شده است.

شکل (۶) و شکل (۷) نشان می‌دهند که افزایش مقدار ξ و Ω_0 سبب افزایش ناحیه ناپایدار در صفحه $\gamma - \alpha$ می‌شود و همچنین ملاحظه می‌شود که با افزایش هر یک از مقادیر ξ یا Ω_0 ، منحنی مرز پایداری دینامیکی ورق تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک به منحنی مرز پایداری دینامیکی ورق تحت اثر دو جرم نقطه‌ای متحرک متصل با یک میله صلب و با دوره تناوب عبور از روی ورق $T_p = (a + L_0)/V$ میل می‌کند. این نتیجه مبین این واقعیت فیزیکی است که در نتیجه افزایش بسیار مقادیر ξ یا Ω_0 ، در شکل (۲) اتصال دو چرخ به شاسی جسم متحرک، به اتصال صلب نزدیک شده و جسم متحرک نوسان‌کننده به دو جرم نقطه‌ای متحرک متصل با یک میله صلب تبدیل می‌شود.

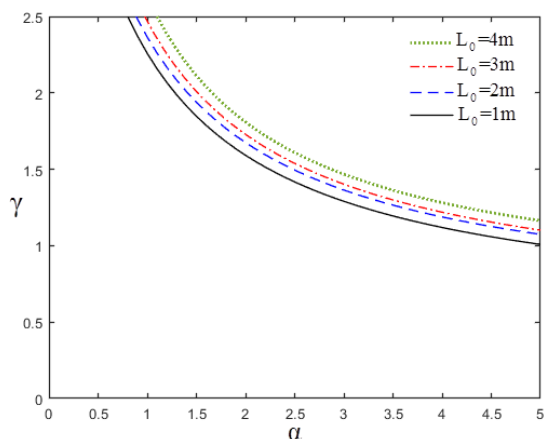
شده‌اند.

ابتدا برای بررسی اثر تعداد شکل مودها بر روی نتایج آنالیز پایداری، چهار شکل شامل مود اول، دوم، سوم و چهارم از مجموعه توابع شکل (۲۷) به ترتیب متناظر با $(m=1, n=1)$ ، $(m=1, n=2)$ ، $(m=2, n=1)$ و $(m=2, n=2)$ در نظر گرفته شده و در چهار مرحله به ترتیب با لحاظ یک شکل مود شامل فقط شکل مود اول، دو شکل مود شامل مودهای اول و دوم، سه شکل مود شامل مودهای اول، دوم و سوم و نهایتاً چهار شکل مود شامل مودهای اول، دوم، سوم و چهارم، آنالیز پایداری دینامیکی سیستم انجام و مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار در صفحه پارامترها تعیین و در شکل (۴) با هم مقایسه شده‌اند. این مقایسه نشان می‌دهد که مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار حاصل از در نظر گرفتن تعداد شکل مودهای متفاوت بسیار به هم نزدیک هستند. بر این اساس در ادامه روند بررسی آنالیز پایداری دینامیکی سیستم، فقط با در نظر گرفتن شکل مود متناظر با $(m=1, n=1)$ نسبت به انجام آنالیز پایداری دینامیکی اقدام و نتایج به دست آمده‌اند.

شکل (۵) اثر مقدار پارامتر بدون بعد جرم افزوده $\bar{m}_f$ را بر روی مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار نشان می‌دهد. همان گونه که ملاحظه می‌شود نسبت به حالتی که ورق با سیال در تماس نیست ($\bar{m}_f = 0$)، تماس سیال با سطح تحتانی ورق ناحیه ناپایدار سیستم را کاهش داده و با افزایش مقدار $\bar{m}_f$ پایداری سیستم تقویت می‌شود.



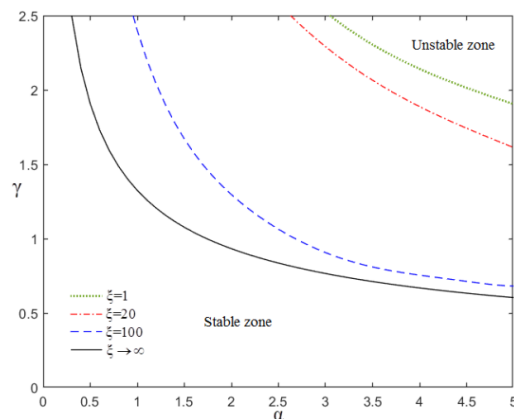
شکل ۴ اثر تعداد شکل مودها بر روی مرز بین ناحیه پایدار و ناپایدار پایداری ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک ($r = 0.05, \xi = 1, \Omega_0 = 100, L_0 = 1m, \bar{m}_f = 1$)



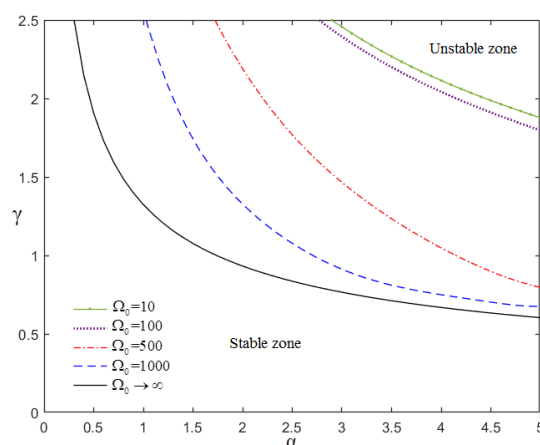
شکل ۹ اثر طول جسم صلب L_0 بر روی نقشه پایداری دینامیکی ورق در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
($r = 0.2, \xi = 1, \Omega_0 = 20, \bar{m}_f = 1$)

در شکل (۸)، اثر تغییر نسبت جرم r بر روی نقشه پایداری بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش نسبت جرم چرخ M_1 به جرم کل جسم متحرک، ناحیه ناپایدار افزایش می‌یابد. منحنی $r=1$ مبین حالتی است که مجموع جرم دو چرخ با جرم کل جسم متحرک برابر می‌شود و یا به عبارت دیگر جرم شاسی M_2 صفر شده و جسم صلب نوسان‌کننده متحرک به دو جرم نقطه‌ای به فاصله L_0 از هم تبدیل می‌شود. مقایسه منحنی $r=1$ با منحنی مرز پایداری مربوط به ورق تحت اثر دو جرم نقطه‌ای متحرک به فاصله $L_0 = 1m$ و با دوره تناوب عبور از روی ورق $T=(a+L_0)/V$ نشان می‌دهد که این دو منحنی کاملاً بر هم منطبق هستند.

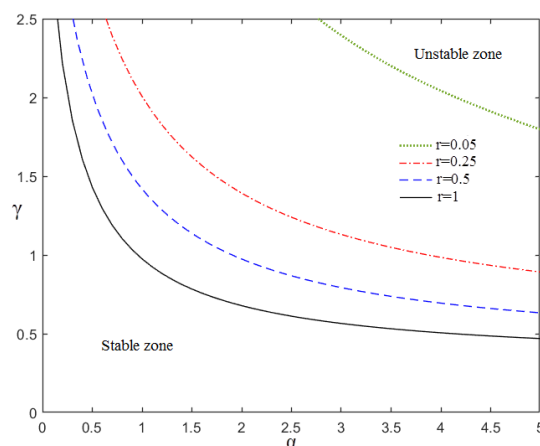
در شکل (۹) اثر تغییر طول جسم صلب متحرک L_0 بر روی نقشه پایداری بررسی شده است. برخلاف نتایج شکل (۶)، (۷) و (۸) که نشان می‌دهند که افزایش هر یک از پارامترهای ξ ، Ω_0 و r سبب افزایش ناحیه ناپایدار می‌شود، شکل (۹) نشان می‌دهد که افزایش طول جسم صلب L_0 سبب تقویت پایداری دینامیکی سیستم و کاهش ناحیه ناپایدار می‌شود.



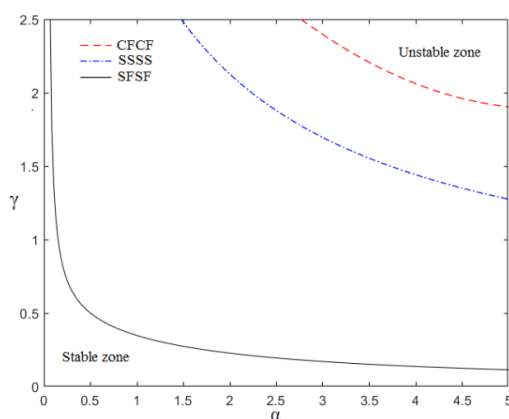
شکل ۶ اثر تغییر نسبت میرایی ξ بر روی نقشه پایداری دینامیکی ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
($r = 0.05, \Omega_0 = 10, L_0 = 1m, \bar{m}_f = 1$)



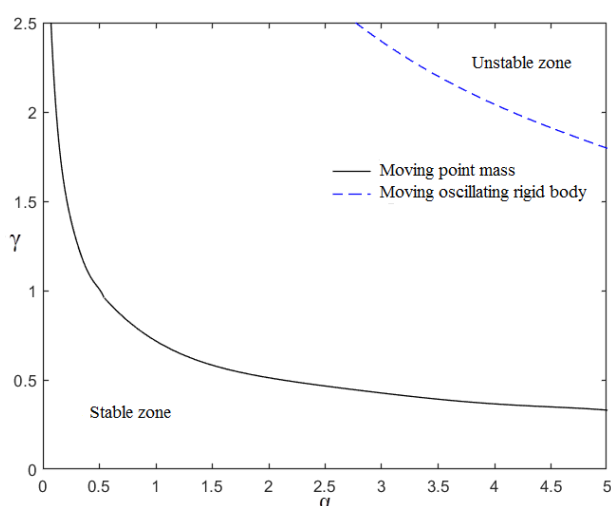
شکل ۷ اثر تغییر فرکانس Ω_0 بر روی نقشه پایداری دینامیکی ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
($r = 0.05, \xi = 1, L_0 = 1m, \bar{m}_f = 1$)



شکل ۸ اثر نسبت جرمی r بر روی نقشه پایداری دینامیکی ورق مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
($\Omega_0 = 100, \xi = 1, L_0 = 1m, \bar{m}_f = 1$)



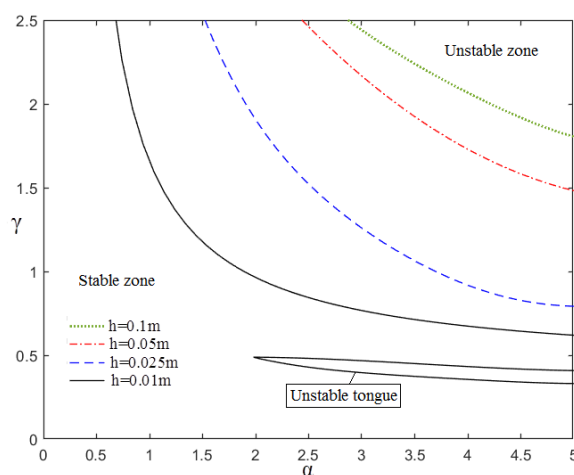
شکل ۱۱ اثر شرایط مرزی بر روی نقشه پایداری دینامیکی ورق در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
($r = 0.1, \xi = 1, \Omega_0 = 100, L_0 = 1m, \bar{m}_f = 1$)



شکل ۱۲ مقایسه بین نتایج آنالیز پایداری دینامیکی ورق در تماس با سیال حاصل از دو مدل جرم نقطه‌ای متحرک و جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
با مشخصه ($r=0.05, \xi=1, \Omega_0=100, L_0=1, \bar{m}_f=1$)

صحت‌سنجی نتایج

صحت نتایج این تحقیق به دو روش مورد بررسی قرار می‌گیرد. در روش اول مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار حاصل از این مطالعه برای سیستم ورق-جرم متحرک نقطه‌ای با نتیجه متناظر در مطالعه دیگر مقایسه می‌شود و در روش دوم از طریق شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی نقطه میانی ورق به ازای نقاط متعلق به نواحی پایدار و ناپایدار صحت نتیجه به دست آمده برای مرز بین این دو ناحیه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

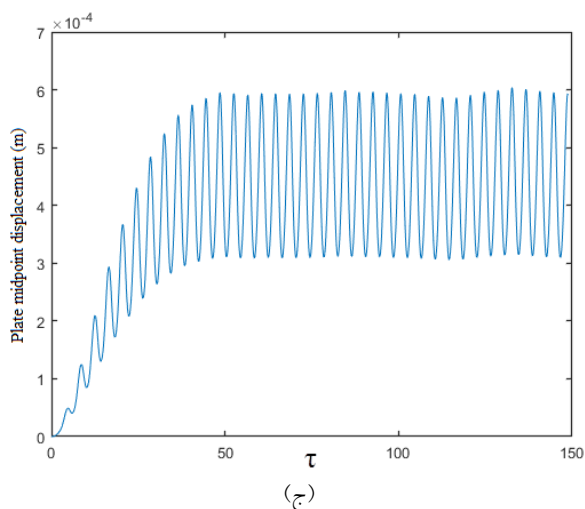
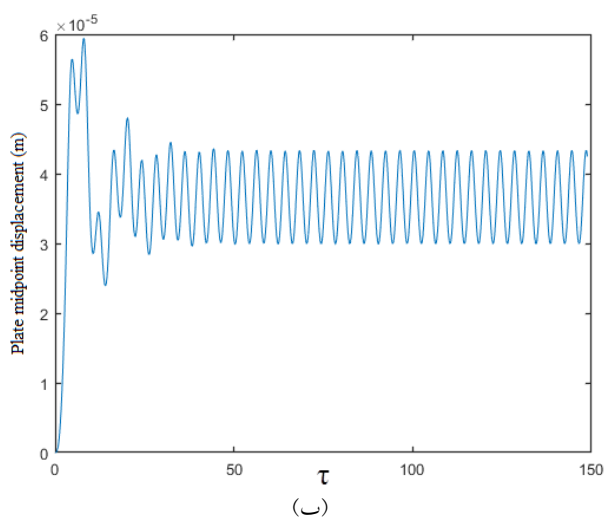
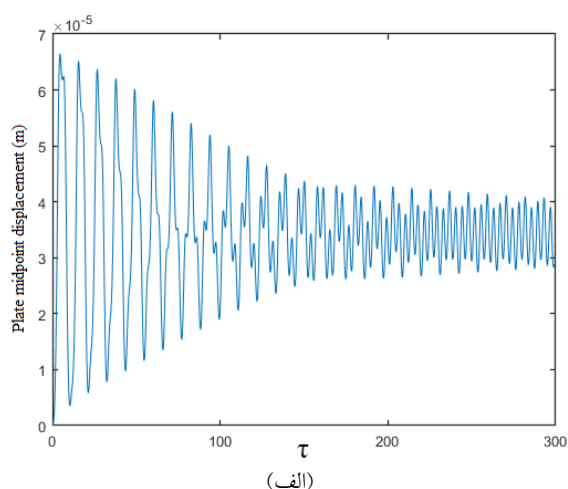


شکل ۱۰ اثر ضخامت ورق h بر روی نقشه پایداری دینامیکی ورق در تماس با سیال تحت اثر جسم صلب نوسان‌کننده متحرک
($r = 0.2, \xi = 1, \Omega_0 = 20, L_0 = 1m, \bar{m}_f = 1$)

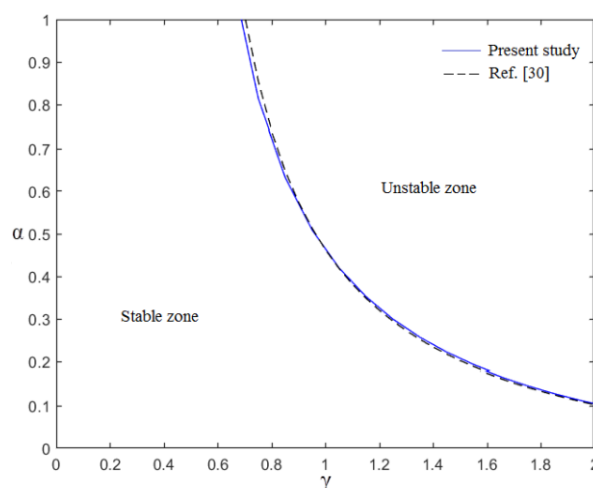
اثر ضخامت ورق بر روی شرایط پایداری دینامیکی سیستم در شکل (۱۰) مورد بررسی قرار گرفته است. همان گونه که ملاحظه می‌شود کاهش ضخامت ورق سبب تضعیف پایداری سیستم شده و همچنین با کاهش مقدار کافی ضخامت ورق یک زبانه ناپایدار به سطح ناحیه ناپایدار در صفحه پارامترها افزوده می‌شود.

در شکل (۱۱) اثر سه شرط مرزی (SFSF)، (SSSS) و (CFCF) بر روی مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار سیستم ورق-جسم صلب متحرک مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. همان گونه که ملاحظه می‌شود ورق با شرایط مرزی (SFSF) و (CFCF) به ترتیب بیشترین و کمترین ناحیه ناپایدار را به خود اختصاص داده‌اند. به این ترتیب ملاحظه می‌شود که با تنظیم قیود تکیه‌گاهی می‌توان سبب تقویت پایداری دینامیکی سیستم شد.

در شکل (۱۲) نتایج آنالیز پایداری دینامیکی حاصل از در نظر گرفتن دو مدل جرم نقطه‌ای متحرک و جسم صلب نوسان‌کننده با هم مقایسه شده است. تفاوت بین منحنی مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار به دست آمده از هر دو مدل جسم متحرک، مبین اثر قابل ملاحظه شیوه مدل‌سازی جسم متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی سیستم ورق-جسم متحرک و اهمیت انتخاب مدل مناسب برای جسم متحرک برای به دست آوردن نتایج صحیح در آنالیز پایداری است.



برای ورق مربعی واقع در خلأ، با شرایط تکیه‌گاهی ساده، به ضلع ۲ متر، ضخامت ۰/۳ متر، مدول الاستیسیته ۲۰۰ Gpa، چگالی 7850 kg/m^3 و تحت عبور متوالی جرم متحرک نقطه‌ای از روی خط میانی ورق، مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار سیستم ورق-جرم متحرک نقطه‌ای به دست آمده از روش تئوری فلاکه در مطالعه حاضر با نتیجه متناظر به دست آمده از روش هارمونیک بالانس نمودی در مرجع [30] در شکل (۱۳) با هم مقایسه شده‌اند. این مقایسه نزدیکی دو مرز به دست آمده را نشان می‌دهد و به این ترتیب نتیجه به دست آمده از مطالعه حاضر مورد تأیید قرار می‌گیرد.



شکل ۱۳ مقایسه بین نتیجه آنالیز پایداری دینامیکی ورق در خلأ تحت عبور جرم متحرک نقطه‌ای حاصل از مطالعه حاضر و مرجع [30]

به منظور بررسی صحت نتایج در روش دوم، به عنوان نمونه، نتایج شکل (۷) با به‌کارگیری معادله (۳۱) از طریق شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی نقطه میانی ورق بررسی می‌شود. پاسخ دینامیکی نقطه میانی ورق به عبور متوالی جسم‌های صلب متحرک با مشخصه $\alpha=3, \gamma=1$ و $r=0.05, \xi=1, L_0=1\text{m}$ در ناحیه پایدار $\Omega_0=10, 100, 500$ و ناحیه ناپایدار $\Omega_0=1000$ و $\Omega_0 \rightarrow \infty$ در شکل (۱۴) نشان داده شده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود پاسخ در شکل‌های (۱۴-الف)، (۱۴-ب) و (۱۴-ج) محدود و پایدار و در شکل‌های (۱۴-د) و (۱۴-ر) فزاینده و ناپایدار است و به این ترتیب نتایج به دست آمده در شکل (۷) مورد تأیید قرار می‌گیرند.

سیستم معرفی شده‌اند. اثر تماس سیال با ورق، ضخامت و شرایط مرزی ورق و همچنین اثر سختی و میرایی سیستم تعلیق، نسبت جرم چرخ به جرم جسم متحرک و طول جسم متحرک بر روی مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار بررسی شده است. به منظور بررسی اثر شیوه مدل‌سازی جسم متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی، با در نظر گرفتن مدل جرم نقطه‌ای، آنالیز پایداری دینامیکی سیستم نیز انجام شده و با نتیجه حاصل از در نظر گرفتن مدل جسم صلب نوسان کننده مقایسه شده است. نتایج به دست آمده را به شرح زیر می‌توان جمع‌بندی کرد.

۱. نتایج نشان می‌دهند که تماس سیال با ورق، شرایط مرزی و ضخامت ورق، پارامترهای سختی و میرایی سیستم تعلیق، نسبت جرم چرخ به جرم کل جسم متحرک و طول جسم صلب نوسان کننده متحرک بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی دارای اثر قابل ملاحظه هستند.

۲. افزایش مقدار پارامتر بدون بعد جرم افزوده سبب تقویت پایداری دینامیکی سیستم ورق در تماس با سیال-جرم متحرک می‌شود.

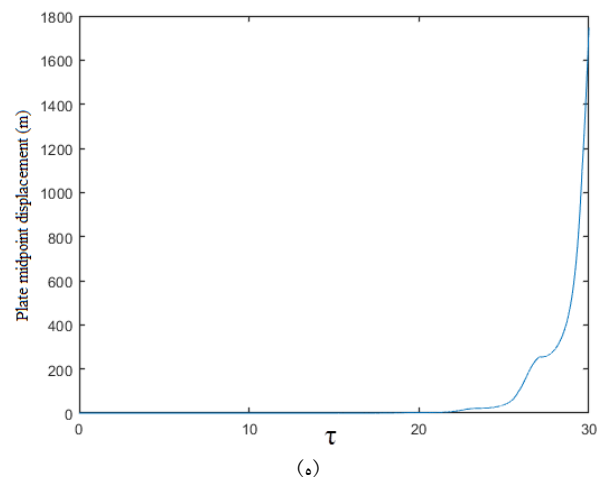
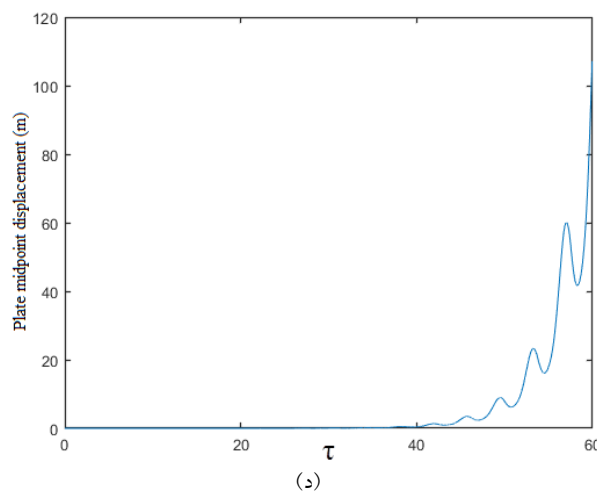
۳. قیود تکیه‌گاهی ورق اثر قابل ملاحظه‌ای بر روی شرایط پایداری دینامیکی ورق دارد و تنظیم مناسب قیود تکیه‌گاهی سبب تقویت پایداری سیستم ورق-جسم متحرک می‌شود.

۴. کاهش ضخامت ورق سبب گسترش ناحیه ناپایدار و تضعیف پایداری سیستم می‌شود و با کاهش کافی مقدار ضخامت ورق، یک زبانه ناپایدار نیز به ناحیه ناپایدار در صفحه پارامترها افزوده می‌شود.

۵. افزایش میرایی دمپر یا سختی فنر سیستم تعلیق و افزایش نسبت جرم چرخ به جرم کل جسم متحرک سبب رشد ناحیه ناپایدار و تضعیف پایداری سیستم می‌شود.

۶. ملاحظه می‌شود که افزایش طول جسم صلب سبب تقویت پایداری دینامیکی سیستم و کاهش ناحیه ناپایدار می‌شود.

۷. مقایسه بین نتایج پایداری دینامیکی به دست آمده برای سیستم ورق-جسم متحرک حاصل از هر دو مدل جرم نقطه‌ای متحرک و جسم صلب نوسان کننده متحرک نشان می‌دهد که شیوه مدل‌سازی جسم متحرک اثر قابل ملاحظه‌ای بر روی نتایج آنالیز پایداری دینامیکی سیستم دارد و عدم انتخاب مدل مناسب برای جسم متحرک سبب به دست آمدن نتایج نادرست



شکل ۱۴ شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی نقطه میانی ورق در تماس با سیال تحت عبور متناوب جسم‌های صلب نوسان کننده

$$(r = 0.05, \xi = 1, L_0 = 1\text{m}, \bar{m}_f = 1, \alpha = 3, \gamma = 1)$$

(الف) $\Omega_0 = 10$ (ب) $\Omega_0 = 100$ (ج) $\Omega_0 = 500$ (د) $\Omega_0 = 1000$ (ه) $\Omega_0 \rightarrow \infty$

جمع‌بندی

در این پژوهش، با استفاده از روش تئوری فلاکه پایداری یک ورق نسبتاً ضخیم مستطیلی در تماس با سیال تحت اثر عبور متناوب جسم‌های متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. در مدل در نظر گرفته شده برای جسم متحرک، شاسی جسم متحرک به صورت یک جسم صلب با طول معین در نظر گرفته شده که از هر دو انتها از طریق یک سیستم تعلیق یکسان به چرخ‌های متصل شده است. معادلات دیفرانسیل متغیر با زمان حاکم بر ارتعاشات سیستم با استفاده از تئوری ورق میندلین و روش مودهای فرضی به دست آمده‌اند و نتایج آنالیز پایداری دینامیکی سیستم از طریق تعیین مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار در صفحه پارامترهای

در آنالیز پایداری می‌شود.	$A_k^{\Psi_y}(t)$	مختص k ام نظیر شکل مود $\Phi_k^{\Psi_y}$
	n	تعداد مختص مودال
تقدیر و تشکر		
	$\delta w_{n.c.}$	کار نیروی غیرکنسرواتیو
	W_A, W_B	جابه‌جایی دو انتهای جسم صلب
فهرست علائم		
	$Q_{n.c.}$	نیروی تعمیم یافته غیرکنسرواتیو
	L	لاگرانژین
	V	سرعت جسم متحرک
	T_p	زمان تناوب
	r	نسبت جرم چرخ‌ها به جرم کل
		جسم
	a	طول ورق
	b	عرض ورق
	h	ضخامت ورق
	h_f	عمق سیال
	x, y, z	مؤلفه‌ها در دستگاه مختصات
	t	زمان
	$w(x, y, t)$	جابه‌جایی در جهت محور z
	$u_x(x, y, t)$	جابه‌جایی در جهت محور x
	$u_y(x, y, t)$	جابه‌جایی در جهت محور y
	E	مدول الاستیسیته ورق
	$\bar{L}$	پارامتر بدون بعد طول
	G	مدول برشی ورق
	M	جرم جسم نقطه‌ای متحرک
	M_1	جرم چرخ جسم صلب متحرک
	M_2	جرم شاسی جسم صلب متحرک
	m_f	جرم افزوده
	$\bar{m}_f$	پارامتر بدون بعد جرم افزوده
	p	فشار دینامیکی سیال
	L_0	طول شاسی جسم صلب متحرک
	$\bar{I}$	گشتاور اینرسی حول مرکز جرم
	k	سختی فنر سیستم تعلیق
	c	میرایی دمپر سیستم تعلیق
	(x_1, y_1, w_1)	مختصات چرخ جلو
	(x_2, y_2, w_2)	مختصات چرخ عقب
	$H(t)$	تابع هیویساید
	$\hat{t}_1$	لحظه ورود چرخ جلو روی ورق
	$\hat{t}_2$	لحظه ترک ورق توسط چرخ جلو
	$\hat{t}_3$	لحظه ورود چرخ عقب روی ورق
	$\hat{t}_4$	لحظه ترک ورق توسط چرخ عقب
	$A_k^w(t)$	مختص k ام نظیر شکل مود Φ_k^w
	$A_k^{\Psi_x}(t)$	مختص k ام نظیر شکل مود $\Phi_k^{\Psi_x}$
واژه نامه		
Dynamic Stability	پایداری دینامیکی	
Floquet Theory	تئوری فلاکه	
Mindlin Plate	ورق میندلین	

Fluid-Structure Interaction	برهمکنش سیال -	Added Mass	جرم افزوده
	سازه	Vibration Amplitude	دامنه ارتعاشی
		Oscillating Rigid Body	جسم صلب نوسان کننده

مراجع

- [1] Y. B. Yang, J. D. Yau, and Y. S. Wu, *Vehicle Bridge Interaction Dynamics: With Applications to High Speed Railways*, World Scientific Company, 2004.
- [2] I. Gerdemeli, I. Esen, and D. Ozer, "Dynamic response of an overhead crane beam due to a moving mass using moving finite element approximation," *Key Engineering Materials*, vol. 450, Pp. 99-102, 2010.
- [3] T. N. Shiau, and K. H. Huang, F. C. Wang, and W. C. Hsu, "Dynamic response of a rotating multi-span shaft with general boundary conditions subjected to a moving load," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 323, no. 3-5, Pp. 1045-1060, 2009.
- [4] L. Fryba, *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Thomas Telford, 1999.
- [5] A. Nikkhoo, and F. R. Rofooei, "Parametric study of the dynamic response thin rectangular plates traversed by a moving mass," *Journal Achta Mechanica*, vol. 223, no. 1, Pp. 15-27, 2011.
- [6] T. Ghazvini, A. Nikkhoo, H. Allahyari, and M. Zapulli, "Dynamic response analysis of thin rectangular plate of varying thickness to traveling inertia loads," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 38, Pp. 403-411, 2015.
- [7] I. Essen, "A New finite element for transverse vibration of rectangular thin plates under a moving mass," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 66, Pp. 26-35, 2013.
- [8] Q. Song, J. Shi, Z. Liu, and Y. Wan, "Dynamic analysis of rectangular thin plates of arbitrary boundary conditions under moving loads," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 117, Pp. 16-29, 2016.
- [9] H. Kashani Rad, M. Ghalehnovi, and H. Shariatmadar, "Boundary characteristic orthogonal polynomials method in the vibration analysis of multi-span plates acting upon a moving mass," *Heliyon*, vol. 5, no. 6, Pp. 104537, 2019.
- [10] A. H. Karimi, S. Alahdadi, and M. Ghayour, "Dynamic analysis of a rectangular plate subjected to a mass moving with variable velocity on a predefined path or an arbitrary one," *Thin-Walled Structures*, vol. 160, Pp. 107340, 2021.
- [11] N. D. Beskou, E. V. Muho, and J. Qian, "Dynamic analysis of an elastic plate on a cross-anisotropic elastic half-space under a rectangular moving load," *Acta Mechanica*, vol. 231, Pp. 4735-4759, 2020.
- [12] S. Seifoori, A. Mahdian Parrany and S. Darvishinia, "Experimental studies on the dynamic response of thin rectangular plates subjected to moving mass," *Journal of Vibration and Control*, vol. 27, no. 5-6, Pp. 685-697, 2021.
- [13] F. G. Canales, and J. L. Mantari, "Vibrational behavior of isotropic plate structures in contact with a bounded fluid via unified formulation," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 32, no. 4, Pp. 155-171, 2019.
- [14] K. Khorshidi, F. Akbari, and H. Ghadirian, "Experimental and analytical modal studies of vibrating rectangular plates in contact with a bounded fluid," *Ocean Engineering*, vol. 140, Pp. 146-154, 2017.

- [15] S. A. Bochkarev, A. O. Kamenskikh, and S. V. Lekomtsev, "Experimental investigation of natural and harmonic vibrations of plates interacting with air and fluid," *Ocean Engineering*, vol. 206, Pp. 107341, 2020.
- [16] H. C. Li, L. L. Ke, Z. M. Wu, and J. Yang, "Free vibration of FGM mindlin plates submerged in fluid," *Engineering Structures*, vol. 259, Pp. 114144, 2022.
- [17] C. Y. Liao, and C. C. Ma, "Vibration characteristics of rectangular plate incompressible inviscid fluid," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 362, Pp. 228-251, 2016.
- [18] Y. Kerboua, A. A. Lakis, M. Thomas, and L. Marcouiller, "Vibration analysis of rectangular plates coupled with fluid," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 32, no. 12, Pp. 2570-2586, 2008.
- [19] S. Soni, N. K. Jain, P. V. Joshi, "Vibration analysis of partially cracked plate submerged in fluid," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 412, Pp. 28-57, 2018.
- [20] S. Yousefzadeh, A. Akbari, and M. Najafi, "Hydro-elastic vibration analysis of functionally graded rectangular plate in contact with stationary fluid," *European Journal of Computational Mechanics*, vol. 27, no. 3, Pp. 229-246, 2018.
- [21] S. Yousefzadeh, A. Akbari, and M. Najafi, "Dynamic response of FG rectangular plate in contact with stationary fluid under moving load," *Journal of Science and Technology of Composites*, vol. 6, no. 2, Pp. 213-224, 2019. (In Persian)
- [22] H. D. Nelson, and R. A. Conover, "Dynamic stability of a beam carrying moving masses," *Applied Mechanics*, vol. 38, no. 4, Pp. 1003-1006, 1971.
- [23] O. J. Aldraiham, and A. Baz, "Dynamic stability of stepped beams under moving loads," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 250, no. 5, Pp. 835-848, 2002.
- [24] S. Mackertich, "Dynamic stability of a beam excited by a sequence of moving mass particles," *Acoustical Society of America*, vol. 115, no. 4, Pp. 1416-1419, 2004.
- [25] G. V. Rao, "Linear dynamics of an elastic beam under moving loads," *Journal of Vibration and Acoustics k*, vol. 122, no. 3, Pp. 281-289, 2000.
- [26] M. Ebrahimzadeh Hassanabadi, K. A. Attari, A. Nikkhoo, and S. Mariani, "Resonance of a rectangular plate influenced by sequential moving masses," *Coupled Systems Mechanics*, vol. 5, no. 1, Pp. 87-100, 2016.
- [27] F. R. Rofooei, and A. Nikkhoo, Attapangittya, "Application of active piezoelectric patches in controlling the dynamic response of a thin rectangular plate under a moving mass," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, no. 11-12, Pp. 2429-2443, 2009.
- [28] A. Nikkhoo, M. Ebrahimzadeh Hassanabadi, S. E. Azam, and J. V. Amiri, "Vibration of a thin rectangular plate subjected to series of moving inertial loads," *Mechanical Research Communication*, vol. 55, Pp. 105-113, 2014.
- [29] E. Torkan, M. Pirmoradian, and M. Hashemian, "Stability analysis of transverse vibrations of rectangular plate under periodic passage of moving masses," *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, vol. 8, no. 3, Pp. 18-26, 2017. (In Persian)
- [30] E. Torkan, M. Pirmoradian, and M. Hashemian, "Instability inspection of parametric vibrating rectangular mindlin plates lying on winkler foundations under periodic loading of moving masses," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 35, no. 1, Pp. 242-263, 2019.

- [31] M. Pirmoradian, H. Karimpour, "Nonlinear effects on parametric resonances of a beam subjected to periodic mass transition," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 1, Pp. 284-292, 2017. (In Persian)
- [32] J. V. Amiri, A. Nikkhoo, M. R. Davoodi, and M. Ebrahimzadeh Hassanabadi, "Vibration analysis of a mindlin elastic plate under a moving mass excitation by eigenfunction expansion method," *Thin-Walled Structures*, vol. 62, Pp. 53-64, 2013.
- [33] M. Hashemian, M. Falsafioon, M. Pirmoradian, and D. Toghraie, "Nonlocal dynamic stability analysis of a timoshenko nanobeam subjected to a sequence of moving nanoparticles considering surface effects," *Mechanics of Materials*, vol. 148, Pp. 103452, 2020.
- [34] M. Pirmoradian, E. Torkan, M. Hashemian, and D. Toghraie, "Out-of-plane dynamic Instability of Nonlocal Shear Deformable Nanoplates Made of Polyvinylidene Fluoride Materials subjected to electromechanical forces," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 43, no. 145, Pp. 1-23, 2021.
- [35] H. D' Angelo, *Linear Time-Varying System: Analysis and Synthesis*, Allyn and Bacon, 1970.

Numerical Model Development of Dummy Fuel Rod under New Spacer Grids and End Constraints using Experimental Modal Analysis

Research Article

Reza Amirian¹, Gholamreza Zarepoor², Mansour Talebi³ 

DOI: [10.22067/jacsm.2022.75471.1103](https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.75471.1103)

1. Introduction

One of the most important parameters in the analysis of the vibration behavior of the fuel rod is the elastic characteristics of the spacer grids and how it is connected to the rod. In this research, finite element model of the dummy fuel rod related to a special circular fuel assembly was developed and updated in ABAQUS software to investigate its vibration behavior. Modal experimental tests were used to validate the developed numerical model. Moreover, in this research, using a set of experimental tests and numerical modal analysis of the empty rod, and using the analysis of the sensitivity of natural frequencies to the changes in the stiffness coefficients of the middle and end supports, the numerical model was updated.

2. Numerical model

The studied fuel rod is restrained by three elastic intermediate holders and two fixed end restraints. The numerical model considered for modal analysis is according to Figure 1.

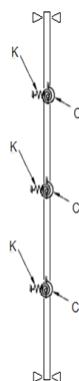


Figure 1. Numerical model of the fuel rod with linear and bending springs

3. Modal test

In order to perform the rod modal test, a dedicated system was designed, built and launched according to Figure 2.

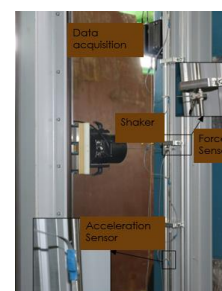


Figure 2. Modal test set-up

To determine the equivalent density of the virtual rod filled with lead tablets, the modal test of the hollow and solid rod with the same boundary conditions and excitation was performed. As Table 1 shows, the equivalent density of the solid rod is different for every motion mode. This means that the effective weight of the tablets in the equivalent density of the rod will depend on the movement form of the rod due to the distance between the tablet and the internal wall of the rod.

Table 1. Natural frequencies of clad and fuel rod

Mode No.	first	Second	Third	Forth
Clad (Hz)	246	288	321	373
Fuel Rod (Hz)	136	150	178	202
Equivalent Density (kg/m ³)	21400	24200	21300	22300

4. Numerical modal analysis

After obtaining the stiffness coefficients and the equivalent density of the fuel rod, it is possible to analyze the numerical modal analysis of the rod in ABAQUS software, which includes the natural frequencies and modes of the structure. Table 2 shows the natural frequencies and mode shapes of the rod obtained from the numerical analysis.

*Manuscript received: February 22, 2022, Revised, September 14, 2022, Accepted, October 31, 2022.

¹. PhD student, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

². Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

³. Corresponding author. Associate Professor, Reactor and Nuclear Safety Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, Tehran, **Email:** mansour_talebi@yahoo.com

Table 2. The natural frequencies of the rod as a result of the initial simulation

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Experimental modal test (Hz)	136	150	178	202
Numerical modal analysis (Hz)	158	178	219	249
Error (%)	16	17	23	23
MAC	0.89	0.79	0.75	0.88

The results of the error values and the Modal Assurance Criterion (MAC) indicate that the simulation results have a significant difference with the modal test.

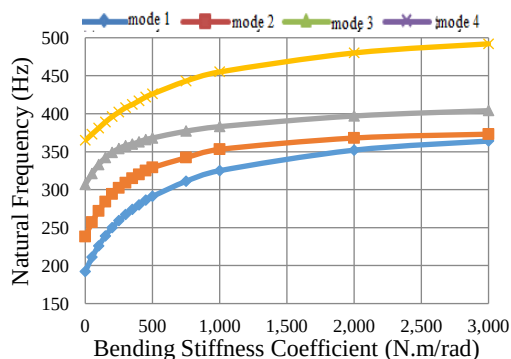
5. Updating the finite element model of the rod

In order to determine the effective stiffness coefficients of the middle supports and the end constraints, the sensitivity analysis of the simulated natural frequencies has been used in relation to the boundary conditions applied in the experimental test. So, by comparing the simulation results with the modal test results, the effective values of stiffness coefficients are obtained. For this purpose, two modal experimental tests are defined on the empty fuel rod (clad). The defined tests are: 1) with end boundary conditions similar to the middle supports in order to determine their effective stiffness coefficients; and 2) with actual end boundary conditions to determine the equivalent bending stiffness coefficient. Table 3 shows the results of the modal tests.

Table 3. The natural frequencies of the clad

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Test 1 (Hz)	257	295	351	377
Test 2 (Hz)	246	288	321	373

In order to determine the effective linear and bending stiffness coefficients of middle and end supports, the effect of these coefficients on the change of natural frequencies of the clad was investigated independently using modal numerical analysis similar to the conditions of modal tests 1 and 2. Figure 3 shows, for example, the influence of the bending stiffness coefficient on the natural frequencies of the rod.

**Figure 3. The changes of the natural frequencies of the rod according to the changes of the bending coefficient of the middle supports**

The results of the simulation and experimental test of the clad modal show that the effective stiffness coefficients of the constraints are dependent on the mode shape of the

rod. Table 4 shows the results.

After applying the effective stiffness coefficients of the supports, the simulation results of the updated model are shown in Table 5. These results agree well with the modal test results so that the natural frequency calculation error has reached less than 5%.

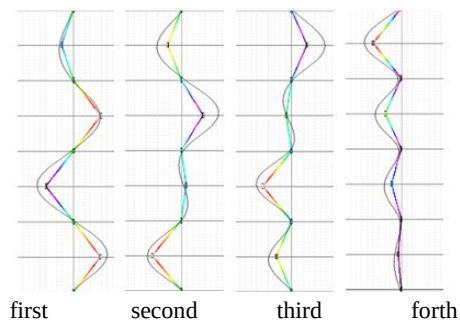
Table 4. Effective stiffness coefficients

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Linear Stiffness Coefficient (N/mm)	750	750	1250	550
Bending Stiffness Coefficient (N.m/rad)	250	200	225	75
End Bending Spring Coefficient (N.m/rad)	200	300	100	300

Table 5. Comparison of the natural frequencies of the rod as a result of the updated simulation

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Updated numerical model (Hz)	142	152	186	204
Error (%)	+4.4	+1.3	+4.5	+1.0
MAC	0.99	0.95	0.98	0.99

Figure 4 shows the shape of the natural modes of the rod resulting from the updated simulation along with the experimental test. The shape of the modes has increased from the average value of 0.83 in the initial model to the average value of 0.98 in the updated model based on the quantity of the modal assurance criterion.

**Figure 4. The shape of the natural mode shapes of the rod resulting from the updated simulation**

7. Conclusion

The summary of the results is as follows:

- The equivalent density of the rod is different for every motion mode;
- The results of the initial simulation and modal test for the rod with specific boundary conditions showed up to 23% difference between the natural frequencies;
- The bending coefficients of the middle supports are 30% and the end restraints are 20% of the parameters influencing the natural frequency of the fuel rod;
- After analyzing the natural frequency sensitivity, it was found that the effective spring coefficients of the constraints dependent on the mode shape of the rod;
- Comparing the results of the updated model with the experimental test shows on average a decrease in the frequency difference from 20% to 2% and an improvement in the shape of the natural modes based on the modal confidence criterion from 0.83 to 0.98.



توسعه مدل عددی میله سوخت مجازی تحت شبکه‌های نگهدارنده و قیدهای انتهایی به کمک

تحلیل تجربی مودال*

مقاله پژوهشی

رضا امیریان^(۱) غلامرضا زارع‌پور^(۲) منصور طالبی^(۳)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.75471.1103

چکیده یکی از مهم‌ترین پارامترها در تحلیل رفتار ارتعاشی میله سوخت خصوصیات الاستیک شبکه‌های نگهدارنده است. در این پژوهش برای تعیین ضرایب فنریت این نگهدارنده‌ها که مربوط به یک مجتمع سوخت خاص است، از ترکیب تست‌های آزمایشگاهی و فرمول تئوری بهره گرفته شده است. به منظور صحت‌گذاری مدل عددی یک سامانه تست مودال ویژه این پژوهش طراحی، ساخته و راه‌اندازی شده است. نتایج تست مودال بیانگر آن است که چگالی معادل میله سوخت مجازی به شکل مود طبیعی میله وابسته است. سپس ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و قیدهای انتهایی به کمک مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج تست‌های مودال تعریف شده در حالت‌های مختلف قیدگذاری میله توخالی، اصلاح شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر این موضوع است که علاوه بر نگهدارنده‌های میانی، قیدهای انتهایی نیز تأثیر به‌سزایی بر فرکانس‌های طبیعی میله دارد. نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که این ضرایب به شکل مود طبیعی میله وابسته است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با به‌روزرسانی ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و انتهایی به مقدار قابل ملاحظه‌ای خطای تخمین فرکانس‌های طبیعی کاهش و تخمین شکل مودهای طبیعی بر اساس معیار اطمینان مودال بهبود یافته است.

واژه‌های کلیدی تحلیل عددی و تجربی مودال، میله سوخت، شبکه نگهدارنده، فرکانس و شکل مود طبیعی، تحلیل حساسیت.

Numerical Model Development of Dummy Fuel Rod under Spacer Grids and End Constraints Using Experimental Modal Analysis

Reza Amirian

Gholamreza Zarepoor

Mansoor Talebi

Abstract In this research the combination of laboratory tests and theoretical formula was used to determine the stiffness coefficients of these spacers that is related to a special fuel assembly. In order to validate the numerical model a spatial modal test set-up has been designed, constructed and set up to perform the modal test. The modal test results indicate that equivalent density of the dummy fuel rod depends on the natural mode of the rod. Then, the spring coefficients of the middle spacers and end constraints have been modified by comparing the results of numerical simulation with the results of modal tests defined in different supporting states of the hollow rod. The simulation results show that in addition to the middle spacers, also the end constraints have a significant effect on the natural frequencies of the rod. The Sensitivity Analysis results show that these coefficients depend on the natural mode of the rod. In addition, the results show that by updating the stiffness coefficients of the middle spacers and end constraints the estimation error of natural frequencies has been significantly reduced and the estimation of natural mode shapes based on the modal assurance criterion has been significantly improved.

Key Words: Numerical and Experimental Modal Analysis, Fuel Rod, Spacer Grid, Natural Frequency and Mode Shape, Sensitivity Analysis.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/۱۲/۳ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۸/۹ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

(۲) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

(۳) نویسنده مسئول، دانشیار، پژوهشگاه راکتور و ایمنی هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران، ایران.

Email: mansour_talebi@yhoo.com

مقدمه

مجتمع سوخت هسته‌ای شامل اجزای بسیاری است که از مهم‌ترین آنها می‌توان به میله‌های سوخت و شبکه‌های نگهدارنده (Spacer Grid) اشاره کرد. این میله‌ها به وسیله تعدادی شبکه نگهدارنده در فواصل مختلف مهار شده‌اند. در نیروگاه‌های آبی تحت فشار گرمای تولید شده میله‌ها توسط آب تحت فشار که خنک‌کننده نامیده می‌شود، به سمت مبدل‌های حرارتی منتقل می‌گردد. برای دست یافتن به بالاترین توان خروجی ممکن در یک نیروگاه هسته‌ای، خنک‌کننده باید تا حد امکان گرمای تولید شده را جذب کند. این ویژگی به وسیله سرعت بالا و شدت آشفته‌گی جریان سیال خنک‌کننده به وجود می‌آید. ارتعاش میله‌ها ناشی از جریان سیال و پدیده سایش ناشی از ارتعاش به عنوان مهم‌ترین خسارت ایجاد شده ظاهر می‌شود. بنابراین به منظور افزایش توان مجتمع‌ها، تخمین رفتار ارتعاش میله ضروری است. یک اصل اساسی در طراحی اجزایی که تحت بار دینامیکی قرار دارند این است که فرکانس تحریک باید به مقدار کافی از محدوده فرکانس‌های طبیعی سازه فاصله داشته باشد تا دچار افزایش دامنه نوسان و در نهایت تخریب نشود [1]. یکی از مهم‌ترین پارامترها در تحلیل رفتار ارتعاشی میله ویژگی‌های الاستیک شبکه‌های نگهدارنده و نحوه اتصال آن به میله است. نحوه اتصال شبکه‌های نگهدارنده به میله در طرح‌های مختلف مجتمع سوخت متفاوت است. شبکه‌های نگهدارنده طرح PWR به شکل مربع و میله سوخت در هر سلول از چهار طرف با تکیه‌گاه‌ها در تماس است. شبکه‌های نگهدارنده طرح VVER شش ضلعی و هر سلول از سه طرف با میله سوخت در تماس است. شکل (۱) طرح‌های شبکه نگهدارنده مربوط به مجتمع‌های PWR و VVER را نشان می‌دهد.

محققان بسیاری در مورد تحلیل رفتار ارتعاشی میله سوخت طرح PWR پژوهش نموده‌اند. پرمونت [2] یک مدل المان محدود میله با ضرایب فنری خمشی برای تعیین مقدار مینیمم نیروی فنر سلول شبکه نگهدارنده بر اساس حداکثر دامنه ارتعاش مجاز ارائه کرد.

کانگ و همکاران در مجموعه مقاله‌های خود [3-6] با تکمیل مدل عددی میله سوخت به تحلیل رفتار ارتعاشی آن پرداختند. آنها ابتدا نگهدارنده را با تکیه‌گاه ساده، سپس با فنرهای خطی و خمشی و در نهایت با المان محدود سه‌بعدی مدل کردند و با

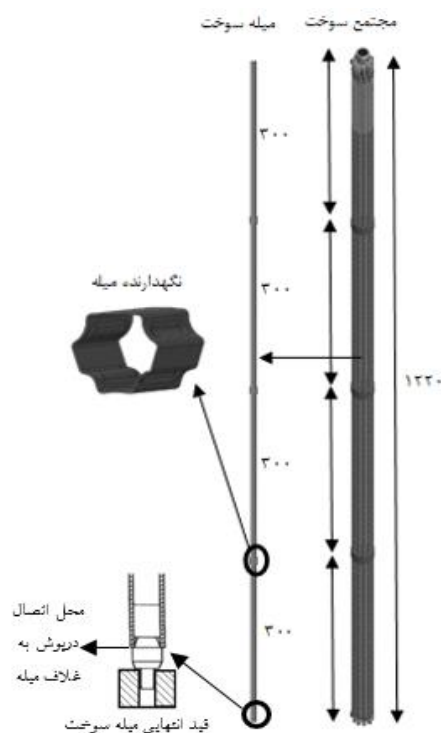
استفاد از تست تجربی مودال به صورت افقی استفاده مدل را تأیید و به‌روزرسانی کردند. مون و همکاران [7] یک مدل المان محدود میله با فنرهای خطی ارائه و با استفاده از تست تجربی مودال میله به صورت عمودی مدل را بهینه کردند. کیم [8] تأثیر فاصله بین میله و شبکه نگهدارنده را به عنوان تابعی از زمان بر کم شدن ضریب سفتی سلول شبکه نگهدارنده بررسی کرد. حسین و همکاران [9] نتایج تحلیل مودال حاصل از مدل عددی دو بعدی میله سوخت پیاده شده در نرم‌افزار متلب (MALAB) و سه‌بعدی پیاده شده در نرم‌افزار آباکوس (ABAQUS) را با نتایج تست تجربی مقایسه کردند. جیانگ و همکاران [10] نیز یک مدل المان محدود با فنرهای خطی به منظور بررسی رفتار ارتعاشی میله سوخت به نیروهای جریان سیال ارائه کردند. فراری و همکاران [11-13] در مجموعه پژوهش‌های خود به تحلیل تجربی رفتار ارتعاش غیرخطی میله سوخت تحت نگهدارنده‌های طرح PWR پرداخته‌اند. یان [14] یک مدل تئوری به منظور استخراج فرکانس‌ها و مودهای طبیعی میله سوخت تحت چندین شبکه نگهدارنده ارائه کرد.

در زمینه تحلیل رفتار ارتعاشی میله سوخت با طرح VVER مطالعات به نسبت کمی صورت گرفته است. نظری و همکاران [15] در مدل‌سازی خود از معادل‌سازی نگهدارنده‌ها با یک ضریب فنری خطی منفرد بدون لحاظ کردن تأثیر سایر نگهدارنده‌های مجاور و همچنین بدون فنر خمشی معادل استفاده کرده‌اند. زمان و لاواک [16] یک مدل ریاضی برای تعیین ضریب فنری خطی معادل برای میله سوخت ارائه کردند. مرور مطالعات انجام شده نشان می‌دهد در مدل‌های عددی ارائه شده برای تحلیل ارتعاشی میله سوخت VVER تنها از فنر خطی استفاده شده است و تأثیر قید خمشی نگهدارنده و قیدهای انتهایی میله در نظر گرفته نشده است. در این پژوهش مدل المان محدود میله سوخت مجازی مربوط به یک مجتمع سوخت خاص در نرم‌افزار آباکوس به منظور بررسی رفتار ارتعاشی آن توسعه یافته و به‌روزرسانی شده است. در مدل اولیه این نگهدارنده‌های میانی علاوه بر فنر خطی با فنر خمشی نیز مدل شده‌اند. در این مطالعه روشی برای به دست آوردن ضریب فنری خمشی نگهدارنده‌های میانی که ترکیبی از تست‌های آزمایشگاهی و فرمول تئوری است، ارائه شده است. به منظور صحت‌گذاری مدل عددی توسعه داده شده از تست‌های تجربی مودال استفاده شده است. به این منظور یک سامانه آزمایشگاهی خاص برای انجام

مدل سازی عددی

هندسه مسئله

در این مطالعه به بررسی رفتار ارتعاشی میله سوخت مجازی در یک مجتمع سوخت خاص پرداخته شده است. شکل (۲) مجتمع سوخت مورد مطالعه به همراه سایر اجزا از جمله میله سوخت و نگهدارنده‌ها را نشان می‌دهد. هر میله توسط چند نگهدارنده میانی الاستیک و قیدهای انتهایی ثابت مهار شده است. طرح تماس این نگهدارنده مشابه مجتمع‌های سوخت VVER است. خصوصیات ابعادی و فیزیکی میله در جدول (۱) آمده است.

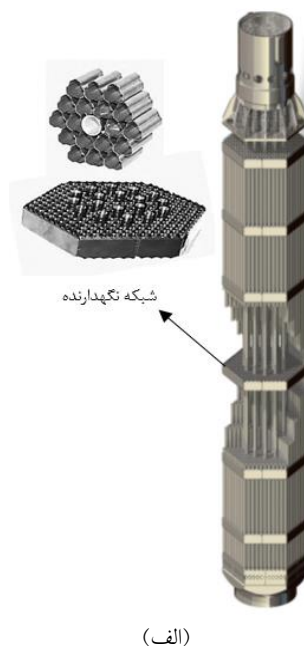


شکل ۲ مجتمع سوخت مورد مطالعه و اجزاء آن
(ابعاد به میلیمتر است)

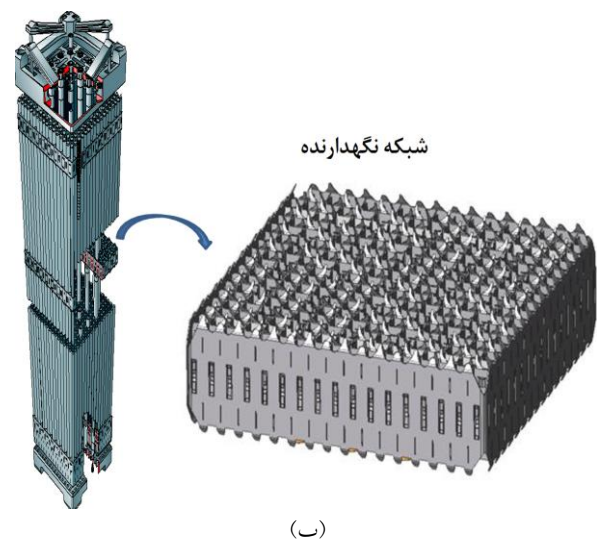
جدول ۱ خصوصیات ابعادی و فیزیکی میله

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار (میلیمتر)
مدول یانگ (گیگاپاسکال)	95	طول کل	1220
چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	6550	فاصله بین نگهدارنده‌ها	300
نسبت پواسون	33/0	قطر خارجی	1/9

تست‌های تجربی مودال میله به صورت عمودی طراحی، ساخته و راه‌اندازی شده است. همچنین در مطالعات انجام شده پژوهشی که به بررسی تأثیر قیدهای انتهایی و نحوه استخراج ضرایب فنریت آنها پرداخته شده باشد، مشاهده نشد. در این پژوهش با استفاده از مجموعه تست‌های تجربی و تحلیل عددی مودال میله توخالی و با استفاده از تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی به تغییرات ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و انتهایی مدل عددی به‌روزرسانی شده است. به عنوان کاربرد اصلی از این مدل توسعه داده شده می‌توان برای تعیین فرکانس‌های طبیعی میله در حالت‌های مختلف عملکردی بهره گرفت.



(الف)



(ب)

شکل ۱ طرح‌های مختلف نگهدارنده‌ها: (الف) VVER، (ب) PWR

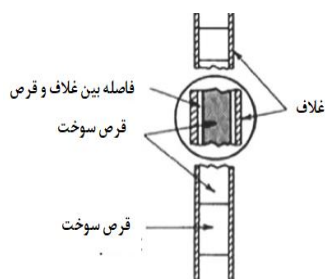
قرص بهره گرفته‌اند. این روش بر این فرض استوار است که تمام وزن قرص بر میله تأثیرگذار است. اما به نظر می‌رسد با توجه به فاصله بین قرص‌ها و جداره داخلی میله تنها بخشی از وزن قرص‌ها بر چگالی کل میله مؤثر خواهد بود. برای بررسی این موضوع از روش پارک و همکاران [18] که برای در نظر گرفتن تأثیر قرص‌ها بر رفتار ارتعاشی میله از مفهوم چگالی معادل که بر اساس نسبت فرکانس‌های طبیعی میله در دو حالت بدون قرص سربی و با قرص سربی استوار است، استفاده شده است:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_r}\right)^2 = \frac{k_c}{k_r} \times \frac{m_r}{m_c} \quad (1)$$

بنابراین از رابطه بالا میزان جرم واحد طول معادل میله با به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی میله بدون قرص و با قرص صورت به زیر به دست می‌آید:

$$m_r = \left(\frac{\omega_c}{\omega_r}\right)^2 \times m_c \quad (2)$$

همچنین بر اساس پژوهش زرگر و همکاران [19] مدول صلبیت یا همان سفتی خمشی برای میله در دو حالت بدون قرص و با قرص با توجه به اینکه قرص‌ها نقشی در خمش میله در محدوده دامنه ارتعاشی میله (کمتر از ۵۰ میکرون) ندارند، تقریباً یکسان خواهد بود و می‌توان از اثر آن صرف‌نظر کرد.



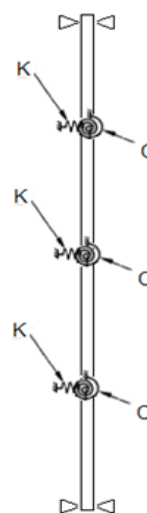
شکل ۴ نحوه قرارگیری قرص درون میله سوخت

شرایط مرزی: تعیین ضرایب فنریت نگهدارنده‌ها

برای به دست آوردن ضریب فنریت خطی تست نیرو جابه‌جایی بر روی سلول نگهدارنده با استفاده از دستگاه کشش در نظر گرفته شده است. این سلول توسط یک قاب مشابه شرایط مونتاژ در مجتمع سوخت ثابت شده است. برای به دست آوردن ضریب فنریت خمشی نیز تست جابه‌جایی میله مهار شده با دو نگهدارنده در دو طرف همانند شکل (۵) با استفاده از دستگاه کشش انجام شده است. ضریب فنریت خطی حاصل تقسیم نیرو بر جابه‌جایی

مدل المان محدود

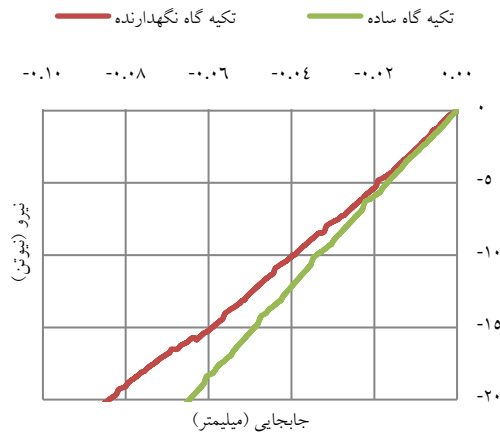
همان طور که بیان شد خصوصیات سازه‌ای شبکه‌های نگهدارنده از جمله تعداد و میزان ضرایب فنریت خطی و خمشی تأثیر به‌سزایی در رفتار ارتعاشی میله دارد. هر سلول نگهدارنده با توجه به نازک بودن به میله امکان جابه‌جایی در راستای شعاعی و به دلیل تماس با میله در چهار خط مقاومت خمشی در برابر حرکت میله ایجاد می‌کند. بنابراین همان طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود هر نگهدارنده به صورت یک فنر خطی و یک فنر خمشی مدل شده است.



شکل ۳ مدل دو بعدی میله با فنرهای خطی و خمشی

قیدهای ابتدا و انتهای میله با توجه به شکل (۲) اجازه حرکت به میله را در تمامی جهات نمی‌دهند و بنابراین یک قید ثابت (خطی و زاویه‌ای) فرض می‌شوند. ولی همان طور که در بخش تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی بیان خواهد شد ثابت فرض کردن این تکیه‌گاه‌ها تا حدی با خطا همراه است و باید با یک تکیه‌گاه الاستیک معادل شوند.

به منظور تکمیل مدل‌سازی میله دو پارامتر مدول صلبیت و چگالی باید تعیین شوند. شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی قرص‌ها با توجه به تماس بین قرص‌ها و جدار داخلی میله و نیز امکان حرکت قرص‌ها در جهت‌های مختلف نسبت به یکدیگر بسیار پیچیده و غیرخطی خواهد بود (شکل ۴). نظری و همکاران [17] برای حل مشکل مربوط به شبیه‌سازی ارتعاشات میله ناشی از جریان، از معادل‌سازی چگالی به صورت مجموع چگالی میله و

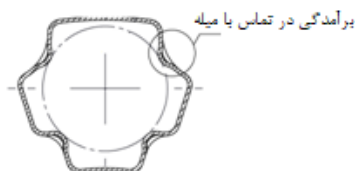


شکل ۷ نمودار نیرو و جابجایی وسط میله توخالی

جدول ۲ ضرایب فنریت نگهدارنده میله

ضریب فنریت خمشی (نیوتن متر بر رادیان)	ضریب فنریت خطی (نیوتن بر میلیمتر)
400-300	650-500

بر اساس شکل (۸) بازه تغییرات ضریب فنریت خطی مؤثر از برآیندگیری این ضریب‌ها در راستای محور تقارن نگهدارنده ۱۲۵۰-۱۶۵۰ نیوتن بر میلی متر به دست می‌آید.



شکل ۸ نمای روبروی سلول نگهدارنده

سامانه تست مودال

جهت انجام تست مودال میله یک سامانه اختصاصی طراحی، ساخته و راه اندازی شد. این سامانه شامل سازه نگهدارنده به همراه تکیه‌گاه‌ها، حسگرهای شتاب (MEMS)، نیروسنج، لرزاننده (Shaker)، سیستم پردازش داده‌ها و نرم‌افزار آنالیز مودال است (شکل ۹-الف). سیستم پردازش داده‌ها نرم‌افزار تحلیل مودال با توجه به دیجیتال بودن انتقال داده‌ها به صورت اختصاصی برای تست مودال توسعه داده شده است. در شکل (۹-ب) و (۹-ج) نحوه اتصال قیدهای میانی و انتهایی را نشان داده شده است.

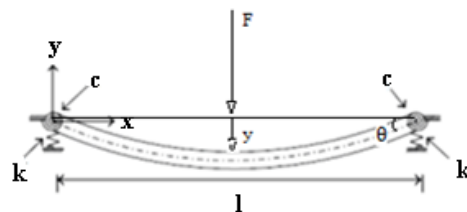
است و ضریب فنریت خمشی نیز بر اساس تئوری تیر اوایلر-برنولی، قانون برهم‌نهی جابه‌جایی‌ها و تعادل استاتیکی از روابط (۳) و (۴) به دست می‌آید:

$$\theta = \frac{Fl}{8C} \quad (۳)$$

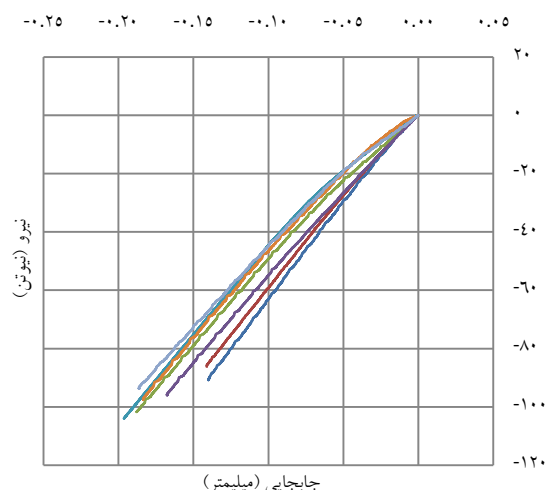
$$y = \frac{Fl^3}{192EI} + \frac{F}{2k} + \frac{l\theta}{2} \quad (۴)$$

تست نیرو و جابه‌جایی بر روی ۷ نمونه از سلول‌های نگهدارنده به منظور تعیین بازه تغییرات ضرایب فنر صورت گرفته است. نتایج تست‌ها در شکل‌های (۶) و (۷) آورده شده است.

جدول (۲) ضرایب فنریت خطی و خمشی به دست آمده از نتایج تست و با استفاده از فرمول‌های (۱) و (۲) را نشان می‌دهد. بازه گزارش شده در جدول (۲) برای ضریب فنریت خمشی بر اساس فرمول (۲) و بازه تغییرات ضریب فنریت خطی به دست می‌آید.



شکل ۵ مدل فنر خطی و خمشی نگهدارنده



شکل ۶ نمودار نیرو و جابجایی ۷ نمونه سلول نگهدارنده

تست مودال

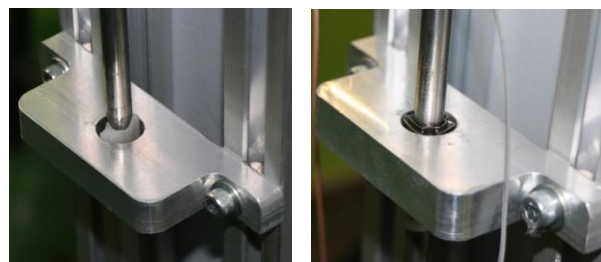
روش تست مودال به این صورت است که ابتدا حسگرهای شتاب را در وسط فاصله بین هر دو نگهدارنده بر روی میله نصب کرده و سپس با استفاده از لرزاننده، موج جاروب سینوسی ایجاد شده و نوسان میله با استفاده از نیروسنج و شتاب‌سنج‌ها اندازه‌گیری می‌شود. با به دست آوردن پاسخ‌های فرکانسی هر یک از حسگرها و تجمیع آنها، فرکانس‌ها و شکل مودهای طبیعی میله به دست خواهد آمد.

تست مودال: تعیین چگالی معادل میله

برای تعیین چگالی معادل میله مجازی پر شده با قرص‌های سربی تست مودال میله توخالی و توپر با شرایط مرزی و تحریک یکسان انجام شده است. نتایج حاصل از تست مودال شامل نمودار پاسخ فرکانسی و شکل مودهای طبیعی میله توخالی و توپر در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) آمده است. همان طور که در جدول (۳) مشخص است چگالی معادل میله توپر برای هر مود حرکتی متفاوت است. بدین معنا که میزان وزن مؤثر قرص‌ها در چگالی معادل میله به دلیل وجود فاصله بین قرص و جداره داخلی میله به شکل حرکتی میله وابسته خواهد بود. البته می‌توان همانند روش پارک و همکاران [18] با پذیرفتن خطای متوسط‌گیری مقدار چگالی معادل میله را ۲۲۳۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفت.



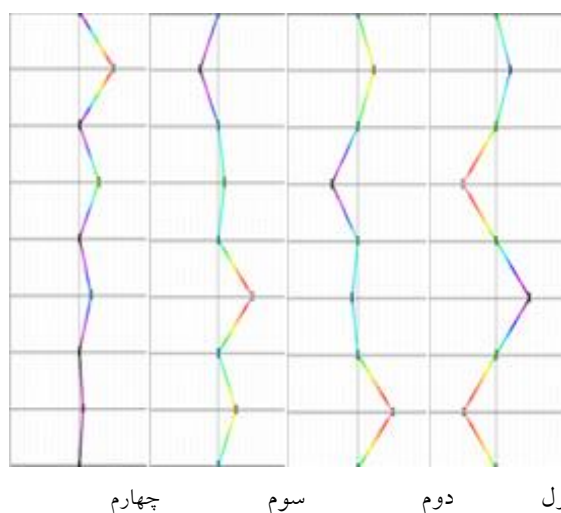
(الف)



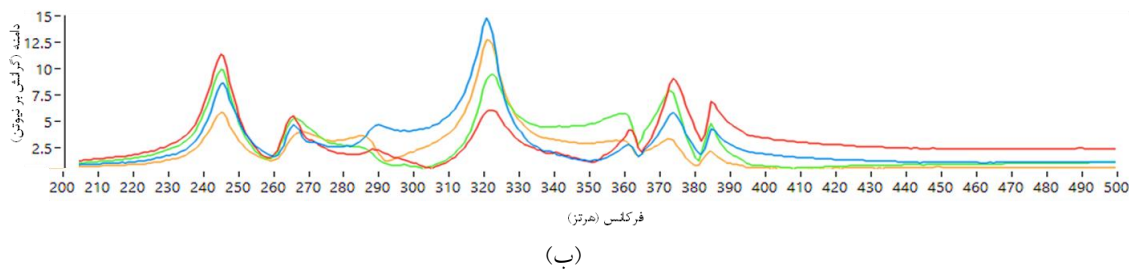
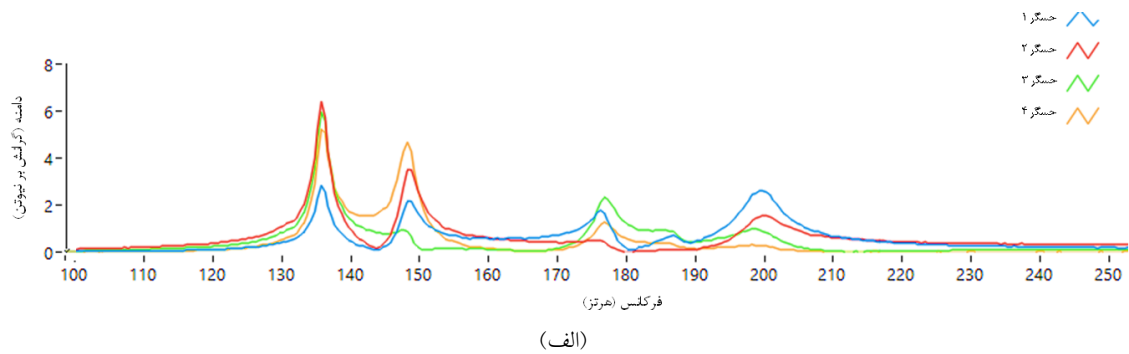
(ج)

(ب)

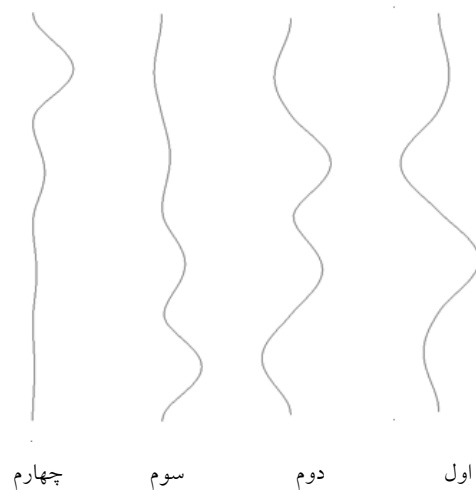
شکل ۹ (الف) سامانه تست مودال، (ب) نحوه اتصال قیدهای نگهدارنده میانی، (ج) نحوه اتصال قیدهای انتهایی



شکل ۱۰ شکل مودهای طبیعی میله حاصل تست تجربی



شکل ۱۱ پاسخ‌های فرکانسی میله: (الف) توپر، (ب) توخالی



شکل ۱۲ شکل مودهای طبیعی میله حاصل شبیه‌سازی اولیه

جدول ۴ فرکانس‌های طبیعی میله توپر

مود	اول	دوم	سوم	چهارم
تست تجربی (هرتز)	۱۳۶	۱۵۰	۱۷۸	۲۰۲
تحلیل عددی مجزا (هرتز)	۱۵۸	۱۷۶	۲۱۹	۲۴۹
خطا (درصد)	۱۶	۱۷	۲۳	۲۳
تحلیل عددی متوسط بر اساس مرجع [18] (هرتز)	۱۵۶	۱۸۴	۲۱۵	۲۴۹
خطا (درصد)	۱۵	۲۳	۲۱	۲۳
معیار اطمینان مودال	۰/۸۹	۰/۷۹	۰/۷۵	۰/۸۸

تحلیل عددی مودال

بعد از به دست آوردن ضرایب فنریت و چگالی معادل میله توپر، می‌توان به تحلیل عددی مودال میله در نرم‌افزار آباکوس که شامل فرکانس‌ها و مودهای طبیعی سازه است، پرداخت. در این شبیه‌سازی‌ها از مقادیر متوسط ضرایب فنریت به دست آمده یعنی ۱۴۵۰ نیوتن بر میلی‌متر و ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان استفاده شده است. شکل مودهای به دست آمده از تحلیل عددی در شکل (۱۲) نمایش داده شده است. به منظور مقایسه کمی شکل مودهای به دست آمده از تست تجربی و تحلیل عددی از معیار اطمینان مودال (Modal Assurance Criteria) استفاده شده است [20]:

$$MAC = \frac{|(\{\psi_F\}^T \{\psi_E\})|^2}{(\{\psi_F\}^T \{\psi_F\})(\{\psi_E\}^T \{\psi_E\})} \quad (5)$$

نتایج شبیه‌سازی بر اساس مقدار مجزا و متوسط چگالی معادل با نتایج تست مودال در جدول (۴) مقایسه شده است. مقایسه مقادیر خطای فرکانس‌های طبیعی این دو شبیه‌سازی نشان می‌دهد که به غیر از مود دوم با اختلاف ۵ درصد نسبت به نتایج تست تجربی در سایر مودها این اختلاف کمتر از ۲ درصد است. همچنین نتایج مقادیر خطا و معیار اطمینان مودال بیانگر این است که نتایج شبیه‌سازی اختلاف معناداری با تست مودال دارد.

تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی پارامترهای مؤثر بر فرکانس‌های طبیعی

در زمینه علت‌های اختلاف بین نتایج تحلیل عددی با تست تجربی مودال میله سوخت پژوهش‌هایی صورت گرفته است. مون و همکاران [7] با تحلیل حساسیت ضرایب فنریت نگهدارنده‌ها، جرم اضافه شده و میزان نیروی اعمال شده مدل عددی میله را بهینه کردند. زرگر و همکاران [21] تأثیر شرایط قیدهای انتهایی میله بر روی فرکانس‌های طبیعی در دو حالت مختلف قید انتهایی را تست کردند. دسانتیس و شمس [22] نتایج عددی ارتعاش ناشی از جریان را در دو حالت مختلف شرایط نگهداری انتهای میله با نتایج تست آزمایشگاهی مقایسه کردند. بر اساس پژوهش پرس و همکاران [23] محل و شدت اعمال اعمال نیرو، طول و جنس میله واسط و زاویه حسگر نیرو تأثیر به‌سزایی در فرکانس‌ها و شکل مودهای طبیعی یک سازه سبک و ظریف مانند میله دارد.

بنابراین از مهمترین علت‌های اختلاف بین نتایج تحلیل عددی با تست تجربی می‌توان به عدم قطعیت مربوط به شرایط مرزی اعمال شده در شبیه‌سازی، پارامترهای مرتبط با نحوه تنظیم لرزاننده از جمله محل و شدت اعمال نیرو، طول و جنس میله واسط و زاویه حسگر نیرو و همچنین عدم قطعیت‌های مربوط به ساخت میله و نگهدارنده‌ها از جمله مدول یانگ و ابعاد نهایی اشاره کرد. در مورد عدم قطعیت‌های مربوط به ساخت می‌توان از خصوصیات مواد به کار رفته در ساخت میله از جمله چگالی و مدول یانگ استفاده کرد که در این پژوهش مدول یانگ بر اساس تست‌های آزمایشگاهی بر روی قطعات ساخته شده به دست آمده است. همچنین به منظور کاهش اثر جرم اضافه شده محل اعمال نیرو نزدیک نگهدارنده دوم و برای کاهش اثر شدت اعمال نیرو کمترین ولتاژ قابل تنظیم توسط لرزاننده در نظر گرفته شده است.

تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی بر حسب ضرایب فنریت تکیه‌گاه‌ها

در این پژوهش به منظور تعیین ضرایب فنریت مؤثر نگهدارنده‌های میانی و قیدهای ابتدا و انتهای از تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی شبیه‌سازی شده نسبت به شرایط مرزی اعمال

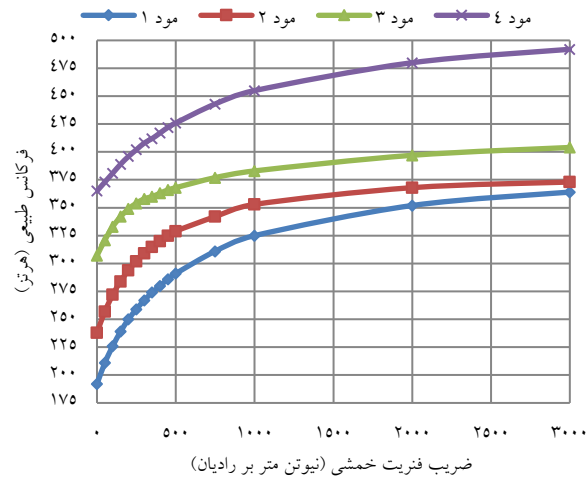
شده در تست تجربی بهره گرفته شده است. به طوری که با مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست مودال مقادیر مؤثر ضرایب فنریت به دست می‌آید. به این منظور دو تست تجربی مودال بر روی میله سوخت توخالی تعریف شده است. تست‌های تعریف شده عبارتند از: ۱. با شرایط مرزی انتهایی مشابه با نگهدارنده‌های میانی جهت تعیین ضرایب فنریت مؤثر آنها و ۲. با شرایط مرزی انتهایی واقعی جهت تعیین ضرایب فنریت خمشی معادل آن. نتایج حاصل از تست‌های مودال در جدول (۵) آورده شده است. لازم به ذکر است علت کاهش فرکانس در تست دوم (در حالی که باید با شرایط یکسان به دلیل افزایش قید خمشی فرکانس افزایش یابد) افزایش فاصله‌های ابتدایی و انتهایی بین نگهدارنده‌ها به دلیل شرایط متفاوت قیدهای انتهایی در این دو تست است.

جدول ۵ فرکانس اصلی میله توخالی

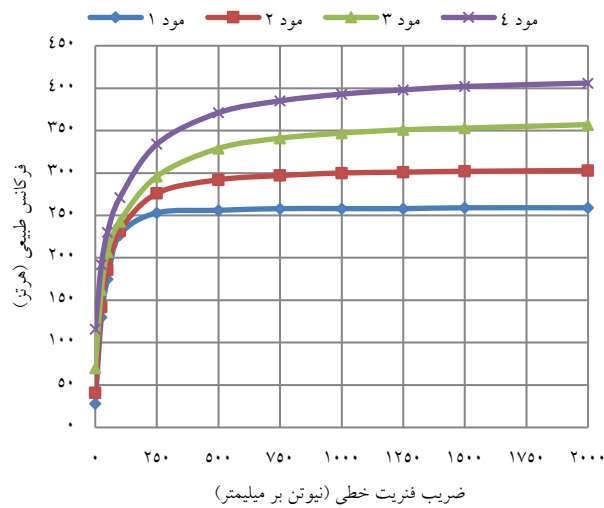
چهارم	سوم	دوم	اول	مود
۳۷۷	۳۵۱	۲۹۵	۲۵۷	تست مودال ۱ (هرتز)
۳۷۳	۳۲۱	۲۸۸	۲۴۶	تست مودال ۲ (هرتز)

لازم به ذکر است که با توجه به فیزیک قیدهای ابتدا و انتهایی (شکل ۲) امکان جابه‌جایی خطی (شعاعی) برای میله وجود نداشته و تنها می‌تواند به دلیل بازوی ایجاد شده از انتهای غلاف (ناحیه جوش شده به درپوش‌ها) تا محل اتصال درپوش‌ها امکان حرکت زاویه‌ای داشته باشد. بنابراین قیدهای ابتدا و انتهایی تنها با یک فنر خمشی معادل می‌شوند.

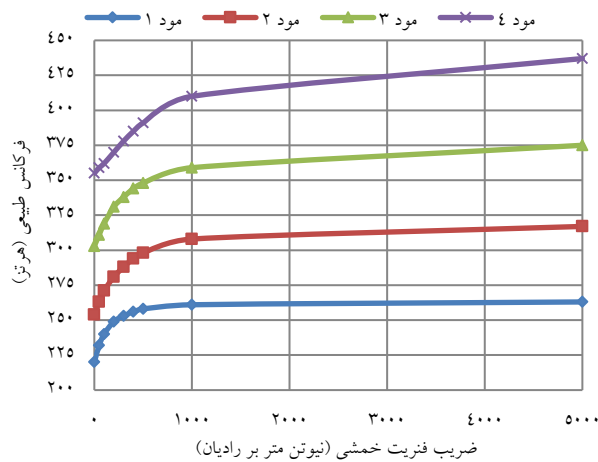
برای تعیین ضرایب فنریت خطی و خمشی مؤثر نگهدارنده‌های میانی به بررسی تأثیر این ضرایب‌ها به صورت مستقل بر تغییر فرکانس‌های طبیعی میله توخالی با استفاده از تحلیل عددی مودال مشابه شرایط تست‌های مودال ۱ پرداخته شده است. همچنین برای تعیین ضرایب فنریت خمشی معادل قیدهای ابتدا و انتهایی به بررسی تأثیر این ضرایب به صورت مستقل بر تغییر فرکانس‌های طبیعی میله توخالی با استفاده از تحلیل عددی مودال مشابه شرایط تست‌های مودال ۲ پرداخته شده است. این ضرایب از مقدار صفر (بدون قید) تا مقدار بی‌نهایت (بدون جابه‌جایی) تغییر داده می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی مودال در شکل‌های (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) نشان داده شده است.



شکل ۱۳ تغییرات فرکانس‌های طبیعی میله بر حسب تغییرات ضریب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی با ضریب فنریت خطی ثابت ۱۴۵۰ نیوتن بر میلی‌متر



شکل ۱۴ تغییرات فرکانس‌های طبیعی میله بر حسب تغییرات ضریب فنریت خطی نگهدارنده‌های میانی با ضریب فنریت خمشی ثابت ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان



شکل ۱۵ تغییرات فرکانس‌های طبیعی میله بر حسب تغییرات ضریب فنریت خمشی قیدهای انتهایی با ضرایب فنریت ثابت خمشی ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان و خطی ۱۴۵۰ نیوتن بر میلی‌متر

به‌روزرسانی مدل المان محدود میله

نتایج شبیه‌سازی و تست تجربی مودال میله توخالی نشان می‌دهد که ضرایب فنریت مؤثر قیدها به شکل مود میله وابسته است. این نتیجه با این واقعیت هم‌خوانی دارد که نحوه تغییر شکل میله بر نحوه تغییر شکل نگهدارنده و در نتیجه بر میزان ضریب فنریت مؤثر قیدها مخصوصاً ضرایب فنری خمشی آنها تأثیرگذار است. به عبارت دیگر به معنای غیرخطی بودن این ضرایب خواهد بود. ضرایب مؤثر مربوط به نگهدارنده میانی از مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست مودال ۱ و ضرایب مؤثر مربوط به قیدهای انتهایی از مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست مودال ۲ به دست آمده است. نتایج حاصل در جدول (۶) آورده شده است. البته می‌توان همانند پژوهش مون و همکاران [7] با پذیرفتن خطای مصالحه بین مودهای مختلف یک مقدار متوسط را برای ضرایب فنریت تعیین کرد.

بعد از اعمال ضرایب فنریت معادل مجزا و متوسط نگهدارنده‌ها نتایج شبیه‌سازی مدل به‌روزرسانی شده در جدول (۷) آمده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی در دو حالت مجزا و متوسط نشان می‌دهد که اختلاف معناداری با هم ندارند و این نتایج به خوبی با نتایج تست مودال مطابقت دارد به طوری که خطای محاسبه فرکانس طبیعی به کمتر از ۵ درصد رسیده است. همچنین شکل (۱۶) شکل مودهای طبیعی میله حاصل از شبیه‌سازی به‌روز شده به همراه تست تجربی را نشان می‌دهد. شکل مودها بر اساس کمیت معیار اطمینان مودال از مقدار متوسط ۰/۸۳ در مدل اولیه به مقدار متوسط ۰/۹۸ در مدل به‌روز شده افزایش یافته است.

جدول ۶ ضرایب فنریت مؤثر

مود	اول	دوم	سوم	چهارم	متوسط
خطی قید میانی (نیوتن بر میلی‌متر)	۷۵۰	۷۵۰	۱۲۵۰	۵۵۰	۸۲۵
خمشی قید میانی (نیوتن متر بر رادیان)	۲۵۰	۲۰۰	۲۲۵	۷۵	۱۹۰
خمشی قید انتهایی (نیوتن متر بر رادیان)	۲۰۰	۳۰۰	۱۰۰	۳۰۰	۲۲۵

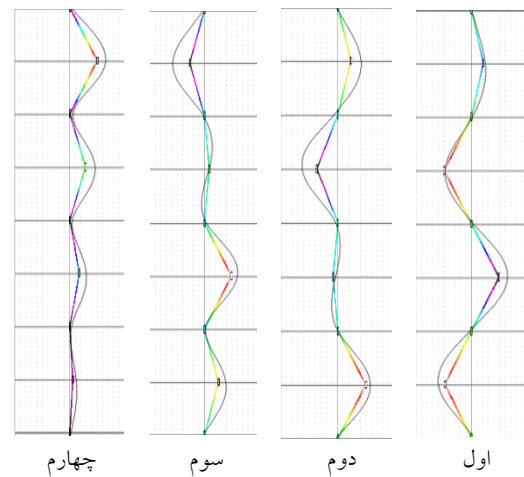
همان طور که انتظار می‌رفت با افزایش ضریب فنریت، فرکانس‌های طبیعی میله به مقدار نهایی خود در حالت تکیه‌گاه ثابت میل می‌کند. از شکل (۱۳) می‌توان نتیجه گرفت که در محدوده ضریب فنریت به دست آمده از تست‌های آزمایشگاهی (مقدار متوسط جدول (۲) یعنی ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان) میزان حساسیت فرکانس‌های طبیعی به تغییر ضریب فنریت خمشی سلول‌های نگهدارنده (به جهت تغییر خصوصیات سلول نگهدارنده و همچنین تغییر قطر غلاف و سست شدن سلول نگهدارنده بر اثر حرارت و تشعشع در طول عمر میله) بالا است. فرکانس‌های طبیعی میله به میزان حدود ۳۰ درصد در بازه تغییرات ضریب فنریت خمشی از مقدار صفر تا ۲۵۰ نیوتن متر بر رادیان تغییر می‌کند. این تغییر نشان می‌دهد که در نظر گرفتن ضریب فنریت خمشی به مقدار قابل توجهی باعث بهبود مدل عددی می‌شود. در حالی که در شکل (۱۴) مشاهده می‌شود در محدوده ضریب فنریت مؤثر متوسط به دست آمده از تست‌های آزمایشگاهی (۱۴۵۰ نیوتن بر میلی‌متر) میزان حساسیت فرکانس‌های طبیعی به تغییر ضریب فنریت خطی سلول‌های نگهدارنده در صورت حفظ تماس بین غلاف و سلول نگهدارنده ناچیز بوده و فرکانس‌های طبیعی میله تغییر محسوسی نخواهد داشت. البته همان طور که در شکل (۱۳) دیده می‌شود میزان تغییرات فرکانس‌های طبیعی در محدوده کمتر از ۲۵۰ نیوتن بر میلی‌متر بسیار زیاد بوده و فرکانس‌های طبیعی به شدت افت می‌کند.

نکته حائز اهمیت دیگر این است که مقدار ضریب فنریت خمشی قید انتهایی همان طور که در شکل (۱۵) دیده می‌شود موجب تغییر ۲۰ درصدی فرکانس طبیعی اصلی میله می‌شود.

البته در واقعیت مقادیر ضرایب فنریت به یکدیگر وابسته بوده و فرض تغییر مستقل با کمی خطا همراه خواهد بود. اما همین تقریب نیز منجر به به‌روزرسانی قابل توجه و حداکثری مدل المان محدود همان طور که در بخش بعد مشاهده می‌شود، شده است. بنابراین تحلیل حساسیت هم‌زمان ضرایب فنریت منجر به بهبود قابل توجه نسبت به روش تحلیل حساسیت مستقل نخواهد شد.

جدول ۷ مقایسه فرکانس‌های اصلی میله توپر

چهارم	سوم	دوم	اول	مود
۲۰۲	۱۷۸	۱۵۰	۱۳۶	تست تجربی مودال (هرتز)
۲۴۹	۲۱۵	۱۸۴	۱۵۶	مدل اولیه (هرتز)
+۲۳	+۲۱	+۲۳	+۱۵	اختلاف فرکانس‌ها (درصد)
۰/۸۸	۰/۷۵	۰/۷۹	۰/۸۹	معیار اطمینان مودال
۲۰۴	۱۸۶	۱۵۲	۱۴۲	مدل بروز شده مجزا (هرتز)
+۱	+۴/۵	+۱/۳	+۴/۴	اختلاف فرکانس‌ها (درصد)
۲۰۹	۱۸۳	۱۵۵	۱۳۵	مدل بروز شده متوسط (هرتز)
+۳/۵	+۲/۸	+۳/۳	-۰/۷	اختلاف فرکانس‌ها (درصد)
۰/۹۹	۰/۹۸	۰/۹۵	۰/۹۹	معیار اطمینان مودال



شکل ۱۶ شکل مودهای طبیعی میله حاصل از شبیه‌سازی بروز شده نهایی

تعیین فرکانس‌های طبیعی میله در شرایط بحرانی

به عنوان کاربرد اصلی می‌توان از این مدل توسعه داده شده جهت تعیین فرکانس‌های طبیعی میله در حالت‌های مختلف عملکردی بهره گرفت. در شرایط بحرانی در صورتی که یک نگهدارنده به هر علتی تماس خود را با میله از دست دهد، فرکانس طبیعی اول سیستم به شدت افت کرده و در محدوده فرکانس تحریک نیروگاه و پمپ سیال خنک کننده قرار خواهد گرفت که باید به شدت از این موضوع اجتناب کرد. میزان نیروی تماسی بین میله و نگهدارنده در ابتدا باید به مقداری باشد که با تغییر قطر غلاف و سست شدن المان نگهدارنده بر اثر حرارت و تشعشع این تماس در انتهای عمر کارکرد از بین نرود. همان‌طور که در جدول (۸) مشاهده می‌شود فرکانس طبیعی اصلی میله با از دست دادن تماس میله با نگهدارنده به شدت افت کرده و در محدوده فرکانس

تحریک درون رآکتور یعنی ۰ تا ۵۰ هرتز قرار می‌گیرد که باید از این موضوع اجتناب کرد.

جدول ۸ فرکانس‌های طبیعی میله با از دست دادن نگهدارنده

۳	۲	۲	۱	۰	نگهدارنده‌های از دست رفته
۱۲	۲۱	۳۹	۴۶	۱۳۶	فرکانس طبیعی اصلی (هرتز)

جمع‌بندی

در این پژوهش به منظور بررسی رفتار ارتعاشی یک میله سوخت مجازی مربوط به یک مجتمع سوخت خاص مقید به نگهدارنده‌های الاستیک از مدل عددی دوبعدی استفاده شد. در این مدل نگهدارنده‌های الاستیک میانی علاوه بر فنر خطی با یک فنر خمشی و قیدهای انتهایی با یک فنر خمشی مدل شدند. در این پژوهش روشی تجربی-تئوری برای به دست آوردن ضریب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی ارائه شد. به منظور صحت‌گذاری مدل عددی یک سامانه تست مودال خاص طراحی، ساخته و راه‌اندازی گردید.

همچنین در جهت به‌روزرسانی مدل عددی میله تست‌های مودال بر روی میله توخالی تعریف و با استفاده از تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی به عدم قطعیت‌ها، ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و قیدهای انتهایی اصلاح گردید. خلاصه نتایج به شرح ذیل است:

۱. چگالی معادل میله برای هر مود حرکتی متفاوت است که نشان می‌دهد با توجه به وجود فاصله بین قرص‌های سربی و میله تنها بخشی از وزن قرص بر فرکانس طبیعی میله مؤثر خواهد بود. چگالی متوسط معادل میله حدود ۲۲۳۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب به دست آمد.
۲. نتایج شبیه‌سازی اولیه و تست مودال برای میله با شرایط مرزی مشخص تا ۲۳ درصد اختلاف بین فرکانس‌های طبیعی را نشان داد.
۳. ضرایب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی به میزان ۳۰ درصد و قیدهای انتهایی به میزان ۲۰ درصد از پارامترهای تأثیرگذار بر فرکانس طبیعی میله سوخت هستند.
۴. بعد از تحلیل حساسیت فرکانس طبیعی مشخص شد که

ρ	چگالی (kgm^{-3})	ضرایب فنریت مؤثر قیدها به شکل مود میله وابسته بوده و
θ	زاویه تعادل محل تکیه‌گاه میله (rad)	ضرایب به دست آمده در جدول (۶) ارائه شده است.
ω	فرکانس (Hz)	۵. نتایج شبیه‌سازی بیانگر این موضوع است که علاوه بر
ψ	بردار شکل مود	نگهدارنده‌های میانی، قیدهای انتهایی نیز تأثیر به‌سزایی بر
		فرکانس‌های طبیعی میله دارد.

بالانویس‌ها

T ترانواده

زیرنویس‌ها

c	میله توخالی (بدون قرص)
E	حاصل از نتایج تست
F	حاصل از شبیه‌سازی
p	قرص
r	میله توپر (با قرص)

واژه نامه

Dummy fuel rod	میله سوخت مجازی
Linear and bending stiffness	فنریت خطی و خمشی
MEMES	حسگر شتاب
Modal assurance criteria	معیار اطمینان مودال
Nuclear fuel assembly	مجتمع سوخت هسته‌ای
Pellet	قرص سوخت
PWR	راکتور هسته‌ای آب تحت فشار
Shaker	لرزاننده
Sine sweep wave	موج جاروب سینوسی
Spacer grid cell	سلول شبکه نگهدارنده
VVER	راکتور هسته‌ای آب تحت فشار طرح روسی

۶. مقایسه نتایج مدل به‌روزرسانی شده با تست تجربی به طور متوسط نشان از کاهش اختلاف فرکانس‌ها از ۲۰ درصد به ۲ درصد و بهبود شکل مودهای طبیعی بر اساس معیار اطمینان مودال از ۰/۸۳ به ۰/۹۸ می‌دهد.

۷. در صورت از دست رفتن تماس حتی یک نگهدارنده با میله فرکانس طبیعی اول سیستم در محدوده فرکانس تحریک راکتور قرار خواهد گرفت.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای و شرکت سوخت راکتورهای هسته‌ای که شرایط انجام این پژوهش را فراهم نمودند، تشکر می‌کنند.

علائم و نشانه‌ها

A	مساحت (m^2)
C	ضریب فنریت خمشی (Nmrad^{-1})
E	مدول یانگ (Nm^{-2})
F	نیرو (N)
k	ضریب فنریت خطی (Nm^{-1})
I	ممان اینرسی سطح (m^4)
m	جرم (kg)
y	جابه‌جایی مرکز میله (m)

مراجع

- [1] M.P. Paidoussis, "Review of Flow-Induced Vibrations in Reactors and Reactor Components," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 74, Pp. 31-60, 1983.
- [2] A. Premount, "On the Vibrational Behavior of Pressurized Water Reactor Fuel Rods," *Nuclear Technology*, vol. 58, Pp. 481-491, 1982.
- [3] H. S. Kang, K. N. Song, K. H. Yoon, Y. H. Jung and J. S. Yim, "A Study on the Vibrational Behavior of the Fuel Rods Continuously Supported by a Rotary and Bent Spring System," *Korea Sound and Vibration Society*, Pp. 454-

- 460, 1998.
- [4] H.S. Kang, K.N. Song and Y.H. Jung, "Axial-flow-induced vibration for a rod supported by translational spring at both ends," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 220, Pp. 83-90, 2003.
- [5] H.S. Kang, H.K. Kim and Y.H. Jung, "Verification Test and Model Updating for a Nuclear Fuel Rod with the Supporting Structure," *Journal of the Korean Nuclear Society*, vol. 33, Pp. 73-82, 2001.
- [6] H.S. Kang, M.H. Choi, K.H. Yoon and K.N. Song, "Vibration Analysis of a Dummy Fuel Rod Continuously Supported by Spacer Grids," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 232, Pp. 185-196, 2004.
- [7] H. I. Moon, N. G. Park, H. N. Rhee, Y. K. Jang, S. T. Lee and J. I. Kim, "Modal Testing and Model Updating of Nuclear Fuel Tube," *NURI Project*, Korea, 2007.
- [8] K. T. Kim, "The effect of fuel rod supporting conditions on fuel rod vibration characteristics and grid-to-rod fretting wear," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 240, Pp.1386-1391, 2010.
- [9] S. Hussain, M. Rafique, A. Ahmad and S. W. Akhtar, "CNPP fuel rod vibration analysis using finite element method," *Technical Journal, University of Engineering and Technology Taxila, Vibration analysis issue*, Pp. 23-33, 2012.
- [10] N. Jiang, G. Min, Z. Fang and H. Qi, "Investigation on vibration response characteristics and influencing factors of the fuel rods of EPR," *Front. Energy Res*, vol. 10, Pp. 990525, 2022.
- [11] G. Ferrari, P. Balasubramanian, S. Le Guisquet, L. Piccagli, K. Karazis, B. Painter and M. Amabili, "Non-linear vibrations of nuclear fuel rods," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 338, Pp. 269-283, 2018.
- [12] G. Ferrari, G. Franchini, P. Balasubramanian, F. Giovanniello, S. Le Guisquet, K. Karazis and M. Amabili, "Nonlinear vibrations of a nuclear fuel rod supported by spacer grids," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 361, Pp. 110503, 2020.
- [13] G. Ferrari, G. Franchini, L. Faedo, F. Giovanniello, S. Le Guisquet, P. Balasubramanian and M. Amabili, "Nonlinear vibrations of a 3×3 reduced scale PWR fuel assembly supported by spacer grids," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 364, Pp. 110674, 2020.
- [14] B. H. Yan, "A theoretical model for the vibration of fuel rod with multi spans supported by springs," *Annals of Nuclear Energy*, vol. 119, Pp. 257-263, 2018.
- [15] T. Nazari, A. Rabiee and H. Kazeminejad, "Numerical investigation of the modal characteristics for a VVER-1000 fuel assembly," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 345, Pp. 1-6, 2019.
- [16] V. Zeman, Z. Hlavac, "Mathematical Modeling of Friction-Vibration Interactions of Nuclear Fuel Rods," *Applied and Computational Mechanics*, vol. 10, Pp. 57-70, 2016.
- [17] T. Nazari, A. Rabiee and H. Kazeminejad, "Flow-induced vibration analysis of nuclear fuel rods using equivalent fuel element model," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 363, Pp. 110639, 2020.
- [18] N.G. PARK, H.N. Rhee, H.I. Moon, Y.K. Jang, S.Y. Jeon and J.I. Kim, "Modal Testing and Model Updating of a Real Scale Nuclear Fuel Rod," *Nuclear Engineering and Technology*, vol. 41, Pp. 821-830, 2009.
- [19] S. Zargar, R.A. Medina and L. Ibarra, "Effect of pellet-cladding bonding on the vibration of surrogate fuel rods," *In Proceedings of International High-level Radioactive Waste Management (IHLRWM) Conference*, Charlotte, (2017).
- [20] R. J. Allemang, "The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse," *Sound and vibration*, vol. 37, Pp.14-

23. 2003.

- [21] S. Zargar, R.A. Medina, L. Ibarra and J. Coleman, "Numerical and Experimental Modal Analysis of Fuel Rods," *The 23th International Conference on SMiRT*, Manchester, United Kingdom, 2015.
- [22] D. De Santis, A. Shams, "Numerical modeling of flow induced vibration of nuclear fuel rods," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 320, Pp. 44-56, 2017.
- [23] M.A. Peres, R.W. Bono and P. Avitabile, "Effects of shaker, stinger and transducer mounting on measured frequency response functions," *The 25th International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA-USD (ISMA)*, Belgium, Pp.1475-1490, (2012).

CONTENTS

Free Vibration Analysis of Sandwich Panel Plate with FML Face Sheet and Flexible Core Using Third-Order Shear Deformation Theory	Mohammad Heravi - Mohammad Mahdi Khatibi Alireza Albooyeh	1
Evaluation of an Integrated Solar Geothermal Energy System to Provide Power, Heat and Cooling	Amin Kardgar	19
Investigating the Effect of Phase Change Materials on Energy Consumption in Lightweight Prefabricated Relief Buildings	Ali Amiri-Jaghargh – Amir Yarinezhad	35
Numerical Study of Forced Convection in a Microchannel in Presence of Nanofluid using the Slip Condition	<u>Afshin Ahmadi Nadooshan</u> - <u>Dariush Bahrani</u> <u>Morteza Bayareh</u>	53
Dynamic Stability Analysis of Rectangular Mindlin Plate in Contact with Fluid under Passage of Oscillating Rigid Bodies	Mehran Ghomeshi Bozorg	65
Numerical Model Development of Dummy Fuel Rod under Spacer Grids and End Constraints Using Experimental Modal Analysis	Reza Amirian - Gholamreza Zarepoor Mansoor Talebi	89



JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. Mehran Kadkhodayan

General Director: Dr. Hamid Niazmand

Concessionaire: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

Dr. Akbar Afaghi Khatibi	Associate Professor	RMIT University, Australia
Dr. Kazem Abhary	Associate Professor	University of South Australia, Australia
Dr. Aliakbar Akbarzadeh	Professor	RMIT University, Australia
Dr. Hamed Haddad Khodaparast	Associate Professor	Swansea University, UK
Dr. Masoud Boroomand	Professor	Amirkabir University of Technology
Dr. S.Mohammad Reza Khalili	Professor	K.N. Toosi University of Technology
Dr. Ehsan Roohi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mahmoud Shariati	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Ebrahim Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
Dr. Masoud Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mohammad Reza Kazempour Mofrad	Professor	University of California, United States
Dr. Mehran Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Moeenfar	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Behdad Moghtaderi	Professor	University of Newcastle, Australia
Dr. Mohammad Reza Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Simin Nasser	Professor	Kennesaw, United States
Dr. Hamid Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: E. Dehghan

Executive Director: T. Hooshmand

Typesetting: A. Noie

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN

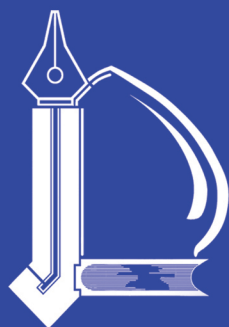
Tel: +98 51 38806024

Fax: +98 51 38763301

Email: ejour@um.ac.ir

Web site: <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of
Applied and
Computational Sciences
in Mechanics

Serial No. 30

ISSN 2008 - 918X

- Free Vibration Analysis of Sandwich Panel Plate with FML Face Sheet and Flexible Core Using Third-Order Shear Deformation Theory** 1
Mohammad Heravi - Mohammad Mahdi Khatibi
Alireza Albooyeh
- Evaluation of an Integrated Solar Geothermal Energy System to Provide Power, Heat and Cooling** 19
Amin Kardgar
- Investigating the Effect of Phase Change Materials on Energy Consumption in Lightweight Prefabricated Relief Buildings** 35
Ali Amiri-Jaghargh - Amir Yarinezhad
- Numerical Study of Forced Convection in a Microchannel in Presence of Nanofluid using the Slip Condition** 53
Afshin Ahmadi Nadooshan - Dariush Bahrami
Morteza Bayareh
- Dynamic Stability Analysis of Rectangular Mindlin Plate in Contact with Fluid under Passage of Oscillating Rigid Bodies** 65
Mehran Ghomeshi Bozorg
- Numerical Model Development of Dummy Fuel Rod under Spacer Grids and End Constraints Using Experimental Modal Analysis** 89
Reza Amirian - Gholamreza Zarepoor
Mansoor Talebi

Vol. 34, No.4
Winter 2022