نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک
شماره پیاپی ۲۹
سال ۳٤، شماره ۳، ۱٤۰۱

دانشگاه فردوسی مشهد

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

فصلنامه علمی

شماره پیاپی ۲۹

ISSN 2008 - 918X

بهبود توزیع جریان گاز در توده پیل‌سوختی پلیمری با خروج آب مایع از منیفولد ۱
احمد رضایی سنگتابی- علی کیانی فر - ابراهیم علیزاده

تاثیر ضرایب بستر وینکلر-پاسترناک بر فرکانس طبیعی سازه مشبک به روش گالرکین ۱۹
امیرحسین هاشمیان - احسانه محمدپور همدانی

استفاده از روش لتیس بولتزمن در تحلیل آنتروپی تولید شده طی انتقال حرارت دوگانه سیال با مدل توانی در حضور جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی ۳۵
محمد نعمتی - محمد سفید

بررسی عددی اثر هندسه و فوم فلزی در میزان جذب انرژی پروفیل‌های تودرتو ۶۷
حماد کشاورزپور - علی قاسمی - مهدی اویسی

طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم- تطبیقی با تحمل عیب برای سیستم تعلیق فعال مدل یک دوم خودرو ۷۹
حسن زرآبادی پور - مهدی فرهنگ رنجبر

بررسی عددی اثر مود ارتعاشی جدار الاستیک بر مشخصه‌های جریان داخلی ۹۷
حجت دانده اسکوئی -سید اسماعیل رضوی سید فرامرز رنجبر
ژاله اژدرزاده

سال ۳٤، شماره ۳
پاییز ۱٤۰۱

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

ISSN: 2008-918X

سردبیر: دکتر مهران کدخدایان

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیئت تحریریه:

دکتر اکبر آفاقی خطیبی	دانشیار، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر کاظم ابهری	دانشیار، دانشگاه استرالیای جنوبی، استرالیا
دکتر علی اکبر اکبرزاده	استاد، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر مسعود برومند	استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر حامد حداد خداپرست	دانشیار، دانشگاه سوانزی، انگلستان
دکتر سیدمحمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر احسان روحی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمود شریعتی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمدرضا کاظم پور مفرد	استاد، دانشگاه کالیفرنیا، گروه بیومکانیک سلول مولکولی، آمریکا
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید معین فرد	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر بهداد مقتدری	استاد، دانشگاه نیوکاسل، استرالیا
دکتر محمدرضا مه پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر سیمین ناصری	استاد، دانشگاه کنسا مریتا، آمریکا
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستار: الهام دهقان

کارشناس نشریه: تکتم هوشمند

ویرایش و صفحه‌آرایی: سیده عاطفه نوعی

نشانی: مشهد- دانشگاه فردوسی مشهد- دانشکده مهندسی- دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

تلفن: ۰۵۱-۳۸۸۰۶۰۲۴ دورنگار: ۰۵۱-۳۸۷۶۳۳۰۱

پست‌الکترونیکی: **mechanic-ferdowsi@um.ac.ir** وب سایت: **http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir**

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹

نمایه شده در پایگاه‌های معتبر: EBSCO, Magiran, SID, ISC

فهرست مطالب

بهبود توزیع جریان گاز در توده پیل‌سوختی پلیمری با خروج آب مایع از منیفولد	احمد رضایی سنگتابی- علی کیانی فر ابراهیم علیزاده	۱
تاثیر ضرایب بستر وینکلر-پاسترناک بر فرکانس طبیعی سازه مشبک به روش گالرکین	امیرحسین هاشمیان - احسانه محمدپور همدانی	۱۹
استفاده از روش لتیس بولتزمن در تحلیل آنتروپی تولید شده طی انتقال حرارت دوگانه سیال با مدل توانی در حضور جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی	محمد نعمتی- محمد سفید	۳۵
بررسی عددی اثر هندسه و فوم فلزی در میزان جذب انرژی پروفیل‌های تودرتو	حماد کشاورزپور – علی قاسمی – مهدی اویسی	۶۷
طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم- تطبیقی با تحمل عیب برای سیستم تعلیق فعال مدل یک دوم خودرو	حسن زرآبادی پور – مهدی فرهنگ رنجبر	۷۹
بررسی عددی اثر مود ارتعاشی جدار الاستیک بر مشخصه‌های جریان داخلی	حجت دانده اسکوئی - سید اسماعیل رضوی سید فرامرز رنجبر- ژاله اژدرزاده	۹۷

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics,34, 2022. (1-18)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Improving Gas Flow Distribution in a PEMFC Stack by Removing Liquid Water from the Manifold

Research Article

Ahmad Rezaei Sangtabi[1], Ali Kianifar[2], Ebrahim Alizadeh[3].

DOI: 10.22067/jacsm.2022.76562.1118

1. Introduction

The output voltage of a polymer electrolyte membrane (PEM) fuel cell is in the range of 1V. Several fuel cells are connected in series to achieve the applicable voltage and form a fuel cell stack. The output voltage of the stack is equal to the sum of the output voltages of individual fuel cells. Ideally, all fuel cells in the stack should have the same voltage, which requires equal flow distribution among the cells. Gas is distributed between the fuel cells through the manifold in the stack. A small amount of flow maldistribution in the stack is common, and with the increase in the number of cells in the stack, the severity of the maldistribution increases. Flow maldistribution can cause the cells to be flooded and create a variable temperature in the stack, which results in a decrease in the voltage of the cells.

The researchers have presented methods to reduce the flow maldistribution in the stack. In experimental and numerical studies, the flow inside the manifold has been investigated as a single phase. Proton conductivity of a fuel cell membrane improves with increasing humidity. In order to increase the efficiency of the stack, the relative humidity of the reaction gases before entering the stack is often increased. In this research, the effect of water vapor condensation in the manifold on the flow distribution was investigated and a method is proposed to improve the gas flow distribution

2. Computational domain

Figure 1 illustrates the computational domain. The cathode section of the stack includes 6 integrated humidifiers, an inlet manifold, 52 fuel cells, and an outlet manifold. One way of improving flow distribution is gradually reducing the height of the manifold. The height of end wall of the manifold is represented by H. The simulation is done with two rectangular (H=10) and trapezoidal (H=3) manifolds to see the effects of reducing the height of the manifold on the single-phase and two-phase flow distributions.

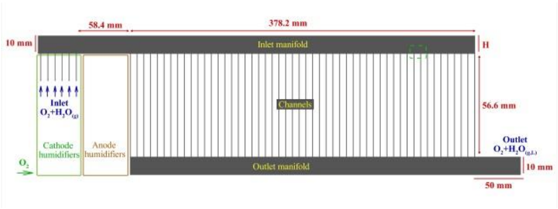


Figure 1. Computational domain

3. Results

Figure 2 shows the gas flow distribution between the stack cells obtained from the single-phase simulation with two different manifolds. The gradual reduction of the height of the manifold improved the flow distribution in the stack.

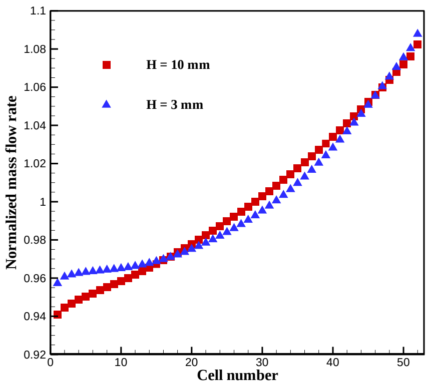


Figure 2. Gas flow distribution in fuel cell stack with single phase simulation

The heat transfer of the stack with the surrounding environment reduces the temperature of the gas inside the manifold. The saturation pressure of water vapor changes with the temperature, and decreasing the gas temperature causes water vapor to condense. The mass rate of phase change can be calculated from the following equation:

---

*Manuscript received: 7 May 2022, Revised, 30 May 2022, Accepted, 19 July 2022.

[1]. PhD Candidate, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

[2]. Corresponding author. Professor, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. **Email**: a-kiani@um.ac.ir

[۳]. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

$$\dot{m} = \begin{cases} \dfrac{k_{cond}(1-\alpha_1)M_g^{H_2o}}{\bar{R}T} P(x_g^{H_2o} - x_{sat}^{H_2o}) & x_g^{H_2o} \ge x_{sat}^{H_2o} \\ k_{evap}\alpha_1\rho_1 P(x_g^{H_2o} - x_{sat}^{H_2o}) & x_g^{H_2o} < x_{sat}^{H_2o} \end{cases} \qquad (1)$$

The temperature changes in the manifold are small and the phase change occurs slowly. Small water droplets are formed on the upper wall of the manifold and are pushed towards the end of the manifold by the force of the gas flow. Figure 3 shows that a larger droplet is formed at the end of the manifold by gathering small droplets.

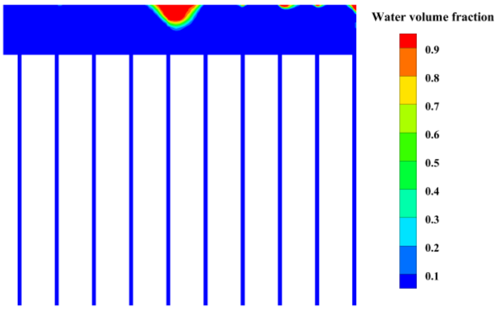


Figure 3. Contour of volume fraction of water at *t*=50.2s

By gathering smaller droplets, the radius of the bigger droplet increases, and due to the force of weight, it is separated from the upper wall and enters the cells. Figure 4 shows the entrance of water into the end cells.

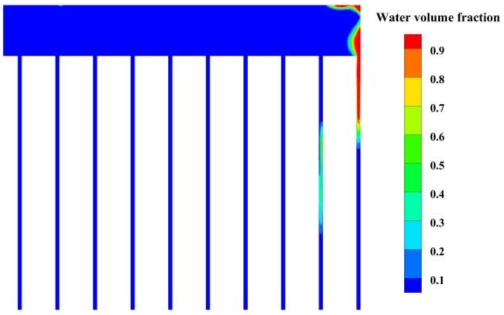


Figure 4. Contour of volume fraction of water at t=50.5s

With the gradual decrease in the height of the manifold, in addition to the gas flow force, the weight force also pushes the water drop towards the end of the manifold. As a result, liquid water enters the end cell with a smaller amount and at shorter time intervals. It was suggested to consider a chamber at the end of the manifold to collect liquid water. Figure 5 illustrates the proposed scheme.

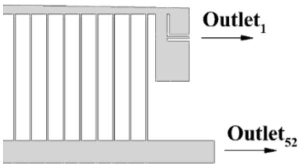


Figure 5. Suggested geometry for the end part of the manifold in order to remove liquid water from the manifold

In the proposed geometry, some gas is discharged from the water collection chamber and helps to transfer liquid water into the chamber. Figure 6 shows that liquid water is collected from the manifold and transferred into the chamber. The two-phase simulation results showed that with the proposed method, liquid water do not penetrate the cells of the stack, and the gas flow distribution in the stack will be according to the single-phase simulation.

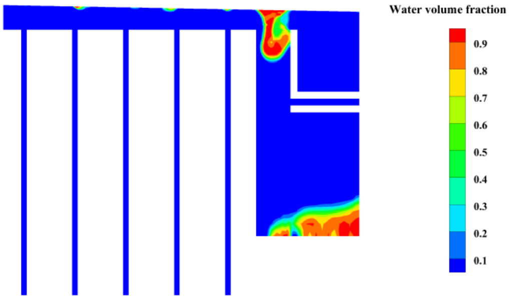


Figure 6. Water drops entering the chamber

4. Conclusion

The most important results obtained from this research are as follows:

- Single-phase simulation results showed that with the gradual reduction of the manifold height, the gas flow distribution among the cells of the stack improves;
- The results of the two-phase simulation showed that the condensation of water vapor causes the formation of water droplets on the manifold wall. The entry of liquid water into the cells reduces the flow of gas entering the cells. By gradually reducing the height of the manifold, the condensed water enters the end cell in shorter time intervals;
- It is suggested to install a chamber at the end of the manifold to collect liquid water. With the entry of liquid water into the chamber, the gas flow distribution between the cells obtained in the two-phase and single-phase simulations became almost the same.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، ۳۴، ۱۴۰۱. (۱۴-۱)

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

بهبود توزیع جریان گاز در توده پیل‌سوختی پلیمری با خروج آب مایع از منیفولد*

مقاله پژوهشی

احمد رضایی سنگتابی(۱) علی کیانی فر(۲) ابراهیم علیزاده(۳)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.76562.1118

چکیده در این مقاله، توزیع جریان اکسیژن در یک توده پیل‌سوختی پلیمری به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفت. در ابتدا توده به‌صورت تکفاز شبیه‌سازی شده و نقش کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد (منیفولد ذوزنقه‌ای) بر بهبود توزیع جریان میان سلول‌های سوختی بررسی گردید. از انحراف معیار و ضریب غیریکنواختی برای اندازه‌گیری بدتوزیعی جریان استفاده شده است. کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد تا ۷۰ درصد در منیفولد ذوزنقه‌ای، موجب بهبود ۶/۹ و ۸/۴ درصدی انحراف معیار استاندارد و ضریب غیریکنواختی گردید. نتایج شبیه‌سازی دوفازی نشان داد که چگالش بخارآب موجود در اکسیژن اشباع می‌تواند باعث تجمع آب مایع در انتهای منیفولد شود. با گذشت زمان و بهم پیوستن قطرات کوچک‌تر، شعاع قطره تشکیل شده در انتهای منیفولد افزایش یافته تا زمانی که از دیوار منیفولد جدا شده و وارد سلول‌های انتهایی گردد. در منیفولد ذوزنقه‌ای، آب مایع با مقدار کمتر و فواصل زمانی کوتاه‌تر وارد سلول انتهایی می‌گردد. پیشنهاد گردید با ایجاد محفظه‌ای در انتهای منیفولد، آب مایع جمع آوری شده و از توده تخلیه گردد. ورود مقداری گاز اضافه به منیفولد و خروج آن از محفظه جمع‌آوری آب می‌تواند باعث هدایت آب مایع به درون محفظه گردد بدون اینکه تغییرات محسوسی در افت فشار ایجاد کند.

واژه‌های کلیدی توزیع جریان، پیل‌سوختی پلیمری، جریان دوفازی، تخلیه آب، منیفولد.

Improving the Gas Flow Distribution in a PEMFC Stack by Removing Liquid Water from the Manifold

Ahmad Rezaei Sangtabi Ali Kianifar Ebrahim Alizadeh

Abstract *This paper studied the oxygen flow distribution in a PEM fuel cell stack numerically. At first, the flow in the stack was simulated as a single phase, and the effect of gradual reduction of manifold height (tapered manifold) on improving the flow distribution between fuel cells was investigated. Standard deviation and non-uniformity coefficient have been used to measure the flow maldistribution. Gradual reduction of manifold height up to 70% in the tapered manifold improved standard deviation and non-uniformity coefficient by 6.9% and 8.4%, respectively. The results of the two-phase simulation showed that the condensation of water vapor in the saturated oxygen could cause the accumulation of liquid water at the end of the manifold. As the smaller droplets merged, the droplet radius formed at the end of the manifold increased until it detached from the manifold wall and entered the last cells. Less liquid water entered the last cell at shorter intervals in the tapered manifold. It was suggested that by creating a water chamber at the end of the manifold, condensed water be collected from the manifold and discharged from the stack. Increasing the mass flow at the manifold inlet and discharging the excess gas through the water collection chamber can push the liquid water into the chamber without causing significant changes in pressure drop.*

Key Words Flow distribution, PEM fuel cell, Two-phase Flow, Water removal, Manifold.

*تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۲/۱۷ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۵/۸ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

(۲) نویسنده مسئول، استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

(۳) دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

Email: a-kiani@um.ac.ir

مقدمه

پیل‌سوختی وسیله‌ای است که انرژی شیمیایی سوخت را به طور مستقیم به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند [1]. در میان انواع پیل‌های سوختی، پیل‌سوختی پلیمری به دلیل دمای عملکردی پایین، چگالی توان بالا، الکترولیت جامد و قابلیت حمل‌ونقل دارای اهمیت فراوان بوده و می‌تواند جایگزینی برای موتورهای احتراق داخلی باشد [2].

یکی از محدودیت‌های پیل‌سوختی پلیمری، ولتاژ خروجی آن می‌باشد. ولتاژ خروجی هر پیل‌سوختی پلیمری در محدوده ۰/۶ تا ۱ ولت است. برای افزایش ولتاژ خروجی، چندین پیل‌سوختی به صورت سری به هم متصل شده و یک توده پیل‌سوختی را تشکیل می‌دهند. به‌دلیل سری بودن سلول‌ها، ولتاژ و بازده خروجی توده به عملکرد تک‌تک سلول‌ها وابسته بوده [3] و در شرایط ایده‌آل تمام سلول‌ها باید مقدار برابری گاز واکنش‌دهنده دریافت کنند. در توده پیل‌سوختی، گازهای واکنش‌دهنده به‌طور برابر میان سلول‌ها تقسیم نمی‌شوند و با افزایش تعداد سلول‌های توده، مقدار بدتوزیعی (Maldistribution) افزایش می‌یابد. از تاثیرات مخرب بدتوزیعی می‌توان به دمای متغیر سلول‌ها، امکان غرق شدگی سلول و کمبود گاز در برخی سلول‌ها اشاره کرد که باعث کاهش بازده و ولتاژ خروجی توده می‌گردد و در حالت بحرانی به غشای سلول‌ها آسیب می‌زند [4,5].

توزیع جریان و دمای سیال، افت فشار و جریان دوفازی در کانال‌های جریان یک پیل‌سوختی با روش‌های آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفته است [6,7]. اما مطالعات تجربی کمی به بررسی موضوع بدتوزیعی جریان در یک توده پرداخته‌اند. کیم و کیم [8] به صورت تجربی سرعت لحظه‌ای جریان هوا میان کانال‌های یک توده پیل‌سوختی را اندازه‌گیری کردند. نتایج آن‌ها نشان داد وجود زاویه قائمه در هندسه منیفولد می‌تواند باعث ایجاد گردابه و افزایش بدتوزیعی جریان شود و با خط جریانی کردن منیفولد می‌توان بدتوزیعی جریان را بهبود بخشید. نتایج تجربی لبیک و همکاران [9] نشان داد که ورود جریان از هندسه دایروی شکل لوله تغذیه به هندسه مستطیل شکل منیفولد می‌تواند باعث ایجاد جت جریان درون منیفولد شده و باعث توزیع نامتوازن جریان در توده شود. به همین‌دلیل استفاده از یک پخش‌کننده (Diffuser) جریان در ورودی توده را پشنهاد دادند. حسین و همکاران [10] با روابط تحلیلی، توزیع جریان در منیفولدی با ۳۳ کانال موازی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که به‌دلیل سرعت زیاد جریان در ورود به منیفولد بیشتر جریان از ۲۰ درصد کانال‌های انتهایی عبور می‌کند. که و همکاران [11] با استفاده از قانون دارسی نشان دادند که بدتوزیعی جریان در توده پیل‌سوختی با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد و بدتوزیعی در بخش کاتد پیل‌سوختی شدیدتر است. پارک و لی [12] نشان دادند با افزایش قطر هیدرولیکی منیفولد و کاهش قطر هیدرولیکی کانال‌های صفحات دوقطبی، میانگین ولتاژ خروجی از سلول‌ها در توده افزایش می‌یابد. کریمی و همکاران [13] با بررسی روش های مختلف ورود/خروج جریان به/از توده، پیشنهاد دادند که جریان از دو سمت توده وارد منیفولد ورودی شده و از مرکز منیفولد خروجی تخلیه گردد. کین و همکاران [14] به‌صورت تحلیلی نشان دادند که با کاهش عرض کانال‌های جریان از ۰/۶ به ۰/۲ میلی‌متر، میانگین ولتاژ خروجی سلول‌ها از ۰/۶۲ به ۰/٦٦ ولت افزایش می‌یابد درحالی که افت فشار در توده بیش از ۱۰ برابر می‌شود. موستاتا و همکاران [15] بیان کردند به‌دلیل تعداد زیاد خروجی‌های جریان گاز از منیفولد به کانال‌های جریان صفحات دوقطبی، استفاده از تقریب شبکه هیدرولیک در روش‌های تحلیلی، نمی‌تواند نتایج دقیقی برای توزیع جریان گاز در توده ارائه دهد.

در مطالعات تحلیلی فرض‌هایی برای ساده‌سازی مدل‌های پیشنهادی در نظر گرفته شده‌اند که باعث شده است که محققان از دینامیک سیالات محاسباتی برای افزایش دقت نتایج استفاده کنند. چن و همکاران [16] از دینامیک سیالات محاسباتی برای شبیه‌سازی جریان درون توده ۷۲ سلولی استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که افزایش افت‌فشار در کانال‌های جریان، کاهش دبی ورودی و افزایش عرض منیفولد می‌تواند در بهبود توزیع جریان موثر باشد. سو و همکاران [17] نشان دادند ورود جریان از لوله به منیفولد مستطیلی باعث شکل‌گیری گردابه‌هایی در منیفولد می‌گردد و سلول‌هایی که در نواحی شکل‌گیری گردابه قرار می‌گیرند، گاز کمتری دریافت می‌کنند. آن‌ها پیشنهاد دادند که سطح مقطع منیفولد توسط صفحاتی به بخش‌های کوچک‌تری تقسیم شود تا از قدرت گردابه‌ها کاسته شده و توزیع گاز بهبود یابد. جکسون و همکاران [18] یک رابطه برای تغییر ارتفاع منیفولد برحسب تعداد سلول‌های یک توده ارائه دادند. رابطه ارائه شده اگرچه باعث بهبود توزیع جریان گردید اما باعث افزایش

بیش از ۱۰ برابر ارتفاع منیفولد در یک توده ۲۶ سلولی گردید. با استفاده از نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی عددی، لیم و همکاران [19] پیشنهاد کردند جریان از دو سمت توده وارد مینفولد ورودی شده و پس از عبور کانال‌های جریان از دو انتهای توده خارج گردد.

افزایش رطوبت نسبی گازهای واکنش‌دهنده قبل از ورود به پیل‌سوختی، باعث بهبود عملکرد پیل‌سوختی می‌گردد [20]. به‌دلیل اینکه رسانایی پروتونی غشا پیل‌سوختی به رطوبت وابسته بوده، گازهای واکنش‌دهنده قبل از ورود به منیفولد فرآیند رطوبت‌زنی را طی می‌کنند. فرآیند رطوبت‌زنی می‌تواند در خارج از توده انجام پذیرد [21] و یا توسط رطوبت‌زن‌های تخت غشایی متصل به توده انجام شود [22]. نتایج عددی و تجربی ویلبرفورس و همکاران [23] نشان داد که استفاده از اکسیژن به‌جای هوا به‌عنوان اکسیدکننده به مقدار قابل توجهی عملکرد پیل‌سوختی را بهبود می بخشد. همچنین افزایش رطوبت نسبی گاز اکسیدکننده تا حالت اشباع، باعث افزایش بازده پیل‌سوختی می‌گردد.

در توده‌هایی که تعداد پیل‌های سوختی تشکیل‌دهنده آن زیاد و سطح فعال پیل‌های سوختی برای واکنش شیمیایی بزرگ می‌باشد، شبیه‌سازی کامل توده با درنظرگرفتن تمام جزییات، هزینه و زمان محاسبات بسیار زیادی به همراه خواهد داشت و نیاز به ابرکامپیوترهایی برای محاسبات می‌باشد. در نتیجه از روش‌های جایگزین برای بررسی توزیع جریان گاز در توده استفاده می‌شود. در دینامیک سیالات محاسباتی از کانال‌های موازی پرشده با محیط متخلخل برای شبیه‌سازی توزیع جریان در توده استفاده می‌شود [26-24]. ضرایب مربوط به محیط متخلخل باید به‌گونه‌ای محاسبه گردند که افت‌فشار ایجاد شده در توده معادل افت‌فشار کانال‌های جریان پیل‌سوختی گردد.

بدتوزیعی جریان در منیفولد کاتد توده شدیدتر بوده [11] و کاهش بدتوزیعی در بخش کاتد از اهمیت بیشتری برخوردار است. در این مقاله، بدتوزیعی جریان در بخش کاتد توده پیل‌سوختی ۵۲ سلولی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شبیه‌سازی توده از شرایط عملکردی یک توده پیل سوختی حقیقی استفاده شده است. در ابتدا توده به صورت تکفاز شبیه‌سازی می‌گردد و کاهش ارتفاع تدریجی منیفولد به‌عنوان راهکاری برای بهبود بدتوزیعی بررسی می‌گردد. سپس جریان گاز درون منیفولد توده به صورت دوفازی شبیه‌سازی می‌گردد تا نقش تغییرفاز بخارآب موجود در گاز واکنش‌دهنده بر توزیع جریان گاز در توده مطالعه گردد. در انتها راهکاری برای تخلیه آب مایع درون منیفولد پیشنهاد می‌گردد تا از ورود آب مایع به درون سلول‌های سوختی جلوگیری شود.

معادلات حاکم

معادلات حاکم برای شبیه‌سازی جریان دوفازی در منیفولد بخش کاتد توده پیل‌سوختی پلیمری، شامل معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی، کسر جرمی و بقای گونه‌ها و آشفتگی می‌باشد [26]. معادلات پیوستگی و اندازه حرکت به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho U) = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial \left(\rho U \right)}{\partial t} + \nabla.(\rho UU) = -\nabla P + \rho g + \nabla.\tau + F \qquad (۲)$$

در معادلات فوق ρ، U، p و τ به ترتیب چگالی، بردار سرعت، فشار و تانسور تنش می‌باشند. چگالی با استفاده از کسر حجمی فازهای مختلف بدست می‌آید:

$$\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 \qquad (۳)$$

چگالی مخلوط اکسیژن و بخار آب از روابط گاز ایده‌آل محاسبه می‌شود:

$$\rho_2 = \frac{PM_{mix}}{\bar{R}T} \qquad (٤)$$

عبارت آخر معادله اندازه حرکت، تاثیرات نیروی کشش سطحی و محیط متخلخل را نشان می‌دهد. برای بد ست آوردن نیروی کشش سطحی از مدل نیروی سطحی پیوسته [27] استفاده می‌شود. این نیرو به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$f = \sigma \kappa \nabla \alpha_1 \qquad (۵)$$

که در آن κ انحنای سطح و σ ضریب کشش سطحی می‌باشد. ضریب کشش سطحی آب مایع ثابت در نظر گرفته شده و انحنای سطح از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\kappa = \nabla.\hat{n} \quad (٦)$$

در رابطه فوق، $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر سطح مشترک فازهای مایع و گاز بوده و به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\vec{n} = \frac{\nabla\alpha_1}{|\nabla\alpha_1|} \quad (٧)$$

چسبندگی مایع به سطح دیوارها بر انحنای سطح مشترک فازها در نزدیک دیوار تاثیر می‌گذارد. بردار یکه در مجاورت دیوار و براساس زاویه تماس استاتیک از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\vec{n} = \vec{n}_w \cos(\theta_w) + \hat{t}_w \cos(\theta_w) \quad (٨)$$

که در رابطه فوق $\hat{n}_w$ و $\hat{t}_w$ به ترتیب بردارهای عمود و هم‌راستا با دیوار می‌باشند. θ_w زاویه تماس استاتیک بوده و به‌صورت زاویه بین دیوار و مماس سطح مشترک مایع-گاز بر روی دیوار تعیین می‌گردد. در مرجع [28]، کانال‌های جریان یک پیل‌سوختی به تنهایی شبیه‌سازی شده و افت‌فشار ناشی از عبور گاز از یک پیل‌سوختی محاسبه شده است. در این مطالعه از کانال‌های مستقیم پرشده از مواد متخلخل برای ایجاد افت فشاری معادل با افت‌فشار محاسبه شده در مرجع [28] استفاده می‌گردد. محیط متخلخل در معادله ممنتوم با اضافه شدن ترم زیر تعریف می‌گردد:

$$s = -\frac{\mu}{\vartheta} U \quad (٩)$$

در رابطه فوق ضریب ϑ به گونه‌ای باید محاسبه گردد تا افت فشاری معادل با عبور گاز از کانال‌های جریان یک پیل‌سوختی ایجاد کند. عبارت F در معادله اندازه حرکت مجموع روابط (٥ و ٩) می‌باشد.

در ورودی توده، عدد رینولدز جریان بیش از ١٧٠٠٠ می‌باشد که بیانگر جریان آشفته در منیفولد می‌باشد و به همین منظور از مدل k-ε استاندارد برای شبیه‌سازی جریان آشفته استفاده شده است [29]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla.(\rho U k) = \nabla.((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\nabla k) + P_k - \rho\varepsilon \quad (١٠)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla.(\rho U\varepsilon) = \nabla.((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\nabla\varepsilon) + \frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon) \quad (١١)$$

فشار اشباع آب موجود در اکسیژن ورودی به دما وابسته بوده و حتی تغییرات اندک دما نقشی موثر در چگالش یا تبخیر آب در فازهای گازی و مایع دارد. همچنین به دیوار منیفولد شرط انتقال حرارت جابه‌جایی اعمال شده که موجب می‌گردد دمای گاز درون منیفولد کاهش پیدا کند. معادله انرژی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} + \nabla.(\rho C_p U T) = \nabla.((K + C_p \frac{\mu_t}{Pr_t})\nabla T) + \dot{m} h_{fg} \quad (١٢)$$

که در آن μ_t و Pr_t به‌ترتیب ویسکوزیته و عدد پرانتل توربولانس می‌باشند [30]. عبارت انتهایی ناشی از اختلاف آنتالپی آب در حالت بخار و مایع می‌باشد. این مقدار برای چگالش به صورت مثبت و برای تبخیر منفی خواهد بود. در معادله بالا خواهیم داشت [31]:

$$\rho C_p = \rho_1 C_{p1}\alpha_1 + \rho_2 C_{p2}\alpha_2 \quad (١٣)$$

$$K = K_1\alpha_1 + K_2\alpha_2 \quad (١٤)$$

در معادله انرژی $\dot{m}$ نرخ جرمی آب تغییر فاز دهنده و h_{fg} اختلاف آنتالپی آب در حالت بخار و مایع می‌باشد.

مقدار جرمی که دچار تغییر فاز خواهد شد از رابطه زیر بدست خواهد آمد [31]:

$$\dot{m} = \begin{cases} \frac{k_{cond}(1-\alpha_1)M_g^{H_2o}}{\bar{R}T} P(x_g^{H_2o} - x_{sat}^{H_2o}) & x_g^{H_2o} \ge x_{sat}^{H_2o} \\ k_{evap}\alpha_1\rho_1 P(x_g^{H_2o} - x_{sat}^{H_2o}) & x_g^{H_2o} < x_{sat}^{H_2o} \end{cases} \quad (١٥)$$

در رابطه فوق k_{cond} و k_{evap} ضرایب تجربی هستند که مقادیر آن‌ها برای جریان درون پیل‌سوختی در مرجع [31] بیان شده است. برای بدست آوردن فشار اشباع بخار آب، از جدول ترمودینامیکی در محدوده دمایی ٢٧٣ تا ٣٧٣ درجه کلوین، رابطه‌ای برای فشار بخارآب برحسب دما به صورت زیر استخراج شده است [31]:

$$P_{sat} = -2846.4 + 411.24(T-273.15) -10.554(T-273.15)^2 + 0.166636(T-273.15)^3 \quad (16)$$

همچنین گرمای نهان آب برای محدوده دمایی ۲۷۳ تا ۳۷۳ کلوین با رابطه زیر و با دقت قابل قبولی تقریب زده می‌شود [31]:

$$h_{fg} = 307090(647.15-T)^{0.35549} \quad (17)$$

برای شبیه‌سازی جریان دوفازی از روش کسر حجمی [32] استفاده شده است. در روش کسر حجمی از یک معادله انتقال اضافی برای مشخص کردن میزان حجم هر یک از فازها در حجم کنترل استفاده می شود. اساس روش بر این استوار است که متغیری نشان‌دهنده نسبت حجم یکی از فازها به حجم کل است. برای مثال $\alpha_1 = 1$ نشان‌دهنده پر بودن حجم کنترل از مایع و $\alpha_1 = 0$ بیانگر پر بودن حجم کنترل از گاز خواهد بود. معادله کسر حجمی در فرآیند تغییرفاز به صورت زیر تعریف می‌گردد [32]:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \nabla.(U\alpha_1) + \nabla.(U_r\alpha_1(1-\alpha_1)) = -\dot{m}(\frac{1}{\rho_1} - \alpha_1(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2})) \quad (18)$$

در رابطه فوق U_r سرعت فشردگی نامیده می‌شود که در ناحیه سطح مشترک دو فاز و در جهت عمود بر آن در نظر گرفته می شود تا از انتشار عددی جلوگیری کند [33]. سرعت فشردگی در سطح هر سلول محاسباتی با استفاده از سرعت بیشینه در سطح مشترک و گرادیان کسر حجمی بدست می‌آید [34]:

$$U_r = \min[C_a|U|, \max(|U|)]\frac{\nabla\alpha_1}{|\nabla\alpha_1|} \quad (19)$$

در رابطه فوق ضریب C_a می‌تواند مقداری بین ۱ تا ٤ داشته باشد [34]. این ضریب در تحقیق حاضر ۱ در نظر گرفته می‌شود. گاز ورودی شامل اکسیژن و بخار آب می‌باشد و با حل معادله بقای گونه برای بخارآب، کسر جرمی بخارآب بدست می‌آید:

$$\frac{\partial(\rho y_i)}{\partial t} + \nabla.(\rho U y_i) = \nabla.((\rho D_i + \frac{\mu_t}{Sc_t})\nabla y_i) - S_i \quad (20)$$

در رابطه بالا y_i کسر جرمی و D_i ضریب نفوذ گونه iام در مخلوط گازها می‌باشد و ترم چشمه برابر با نرخ چگالش یا تبخیر خواهد بود.. ضریب نفوذ برای مخلوط اکسیژن و بخارآب از رابطه زیر بدست آمده است:

$$D_i = \frac{a}{P}(\frac{T}{\sqrt{T_{c,1}T_{c,2}}})^b (P_{c,1}P_{c,2})^{1/3}(T_{c,1}T_{c,2})^{5/12}\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)^{1/2} \quad (21)$$

ضرایب a و b برای بخارآب ۰/۰۰۰۳٦٤ و ۲/۳۳٤ و برای اکسیژن ۰/۰۰۰۲۷٤٥ و ۱/۸۳۲ می‌باشند [1]. ویسکوزیته و ضریب انتقال حرارت هدایتی فاز گاز براساس روابط مخلوط گاز ایده‌آل محاسبه می‌گردد [31]:

$$\mu_{mix} = \sum_i \frac{x_i\mu_i}{\sum_j x_j\phi_{ij}} \quad (22)$$

$$k_{mix} = \sum_i \frac{x_i k_i}{\sum_j x_j\phi_{ij}} \quad (23)$$

$$\phi_{ij} = \frac{\left[1+\left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{0.5}\left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{0.25}\right]^2}{\left[8\left(1+\frac{M_i}{M_j}\right)\right]^{0.5}} \quad (24)$$

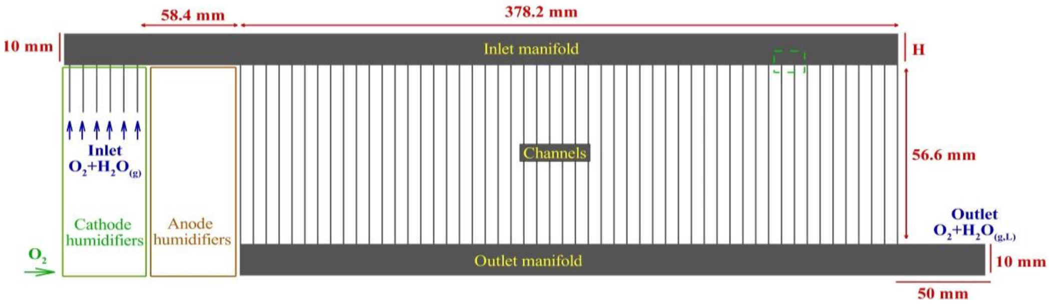
خواص فیزیکی سیالات مورد استفاده در این مطالعه در جدول (۱) گردآوری شده است.

تعریف مسئله

در این مطالعه، منیفولد بخش کاتد یک توده پیل سوختی پلیمری با ٥۲ سلول به صورت دوفازی شبیه سازی می شود. در شکل (۱)، فضای محاسباتی مورد مطالعه ترسیم شده است.

جدول ۱ خواص فیزیکی سیالات [35,36]

خاصیت	واحد	اکسیژن	بخارآب	آب مایع
C_p	$J.\ kg^{-1}.\ K^{-1}$	۲۰۱۴	۹۱۹/۳۱	۴۱۸۰
M	$g.\ mol^{-1}$	۳۲	۱۸	۱۸
$\bar{R}$	$J.\ kg^{-1}.\ K^{-1}$	۲۵۹/۸	۴۶۱/۸۹	–
μ	Pa. s	$۱/۹\times ۱۰^{-۵}$	$۱/۳\times ۱۰^{-۵}$	$۴/۱\times ۱۰^{-۴}$
K	$W.\ m^{-1}.\ K^{-1}$	۰/۰۲۴۶	۰/۰۲۶۱	۰/۵۸
T_c	K	۱۵۴	۶۴۷/۳	–
P_c	atm	۴۹/۸	۲۱۸	–



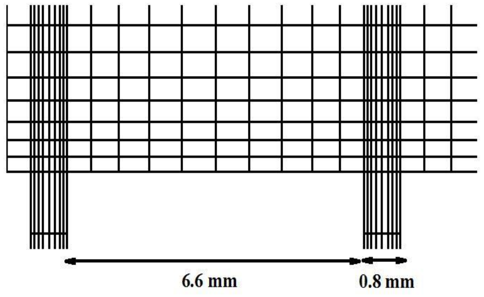
شکل ۱ فضای محاسباتی

فضای محاسباتی شامل ۶ ورودی جریان، منیفولد ورودی، کانال‌های جریان و منیفولد خروجی می‌باشد. در توده مورد مطالعه از رطوبت‌زن‌های تخت غشایی برای افزایش رطوبت نسبی گاز ورودی استفاده می‌گردد. همان‌طور که در شکل (۱) نمایش داده شده است، ابتدا ۶رطوبت‌زن‌های آند و سپس ۶رطوبت‌زن کاتد به توده متصل می‌شوند. فرض می‌شود که گاز اکسیژن از منبع تغذیه وارد رطوبت‌زن‌های کاتد شده و به صورت اشباع وارد منیفولد ورودی گردد. به‌همین جهت رطوبت‌زن‌ها شبیه‌سازی نشده و فقط ۶ ورودی با شرایط مرزی دبی جرمی ثابت و در حالت اشباع در نظر گرفته می‌شوند. ارتفاع منیفولدهای ورودی و خروجی ۱۰ میلی‌متر می‌باشد. کانال‌های جریان صفحات دوقطبی با کانال‌های موازی با ارتفاع ۵۶/۶ میلی‌متر جایگزین شده و برای ایجاد افت‌فشار معادل، از مواد متخلخل استفاده شده است. برای محاسبه ضرایب محیط متخلخل، یک کانال با ارتفاع ۵۶/۶ میلی‌متر و دبی میانگین گذرنده از سلول‌ها شبیه‌سازی شده و با روش سعی و خطا، ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل به‌گونه‌ای محاسبه می‌گردد تا افت‌فشاری معادل با افت‌فشار ناشی از عبور جریان از کانال صفحات دوقطبی بدست آمده در مرجع [28] در کانال ۵۶/۶ میلی‌متری ایجاد گردد. منیفولد خروجی به مقدار ۵۰ میلی‌متر ادامه یافته تا از ورود جریان برگشتی به درون توده جلوگیری گردد.

بخشی از شکل (۱) که به صورت خط‌چین و به رنگ سبز مشخص شده، در شکل (۲) بزرگنمایی شده است. از مش سازمان‌یافته برای شبکه‌بندی فضای محاسباتی استفاده شده و در نزدیک دیوارها شبکه تراکم بیشتری دارد. عرض هر کانال ۰/۸ میلی‌متر و فاصله بین دو کانال ۶/۶ میلی‌متر می‌باشد.

دبی جریان جرمی ورودی به منیفولد براساس سطح فعال سلول، استوکیومتری، جریان الکتریکی، ثابت فارادی، تعداد سلول‌ها و شرایط عملکردی توده بدست می‌آید. جریان اکسیژن با دبی ۸۳/۲۱۸ استاندارد لیتر بر دقیقه و در دمای ۷۰ درجه سانتی‌گراد وارد رطوبت‌زن‌ها شده و پس از افزایش رطوبت نسبی، به‌صورت اشباع وارد منیفولد می‌گردد. فرض می‌شود در ورودی، سیال به‌صورت گاز بوده و فاقد قطرات آب باشد ($\alpha_1 = 0$). کسر جرمی بخارآب در ورودی نیز با توجه به دما و فشار عملکردی توده تعیین می‌گردد. بر دیوارها شرایط عدم لغزش اعمال شده است. دمای دیوار کانال‌ها برابر با دمای

عملکردی توده است. بر دیوارهای منیفولد شرط مرزی انتقال حرارت جابه‌جایی با هوای محیط اعمال شده است. در خروجی فشار برابر با فشار عملکردی سیستم در نظر گرفته شده است و گرادیان متغیرهای دیگر برابر با صفر تعیین شده است. زاویه تماس قطره آب با دیوارهای کانال و دیوار منیفولد به ترتیب ۱۳۵ و ٤۵ تعیین شده است [37,38].



شکل ۲ بزرگنمایی شبکه بندی فضای محاسباتی

برای حل معادلات حاکم در نرم‌افزار اپن‌فوم (OpenFoam) از الگوریتم پیزو استفاده می‌گردد. برای گسسته سازی عبارات جابه‌جایی از روش ون‌لیر و برای گسسته‌سازی عبارت زمانی از روش اولر استفاده می‌شود. در هر گام زمانی، میزان باقی‌مانده برای تمام معادلات مقدار $۱۰^{-٦}$ قرار داده شد. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در معادلات حاکم و شرایط مرزی در جدول (۲) درج شده است.

جدول ۲ پارامترهای موجود در معادلات حاکم و شرایط مرزی [30,31]

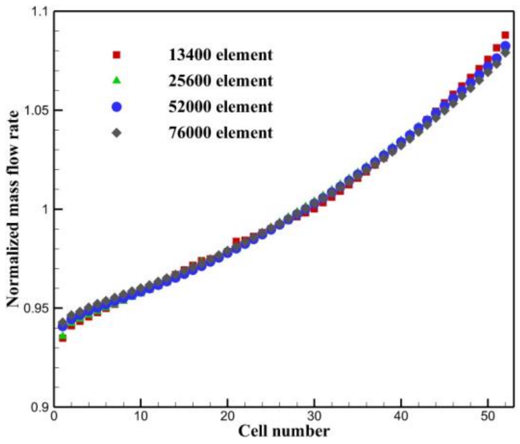
پارامتر	واحد اندازه‌گیری	مقدار
کشش سطحی (σ)	$kg.s^{-2}$	۰/۷
پرانتل آشفتگی (Pr_t)	-	۰/۸۵
اشمیت آشفتگی (Sc_t)	-	۰/۷
ضریب چگالش (k_{cond})	s^{-1}	۱۰۰
ضریب تبخیر (k_{evap})	$Pa^{-1}.s^{-1}$	$۹/۸\times۱۰^{-٦}$
دمای محیط (T_∞)	K	۲۹۸
ضریب هدایت حرارتی (h_∞)	$W.m^{-2}.K^{-1}$	۱۰۰
دمای عملکردی (T_{op})	K	۳٤۳
فشار عملکردی (P_{op})	bar	۲
نفوذپذیری محیط متخلخل (ϑ)	m^2	$۵/۱۵\times۱۰^{-۸}$

حل مستقل از شبکه

برای شبیه سازی جریان دوفازی بخش کاتد در این تحقیق، نیاز به توسعه کدهای موجود در نرم‌افزار متن‌باز اپن‌فوم می‌باشد. اعتبار کد مورد استفاده برای شبیه‌سازی جریان دوفازی در منیفولد کاتد توده پیل‌سوختی، در مرجع [28] بررسی شده و برای پرهیز از تکرار، نتایج مربوط به اعتبار سنجی در این تحقیق ارائه نمی‌گردد.

برای دستیابی به حل مستقل از شبکه، توزیع جریان گاز میان سلول‌های سوختی توده، توسط چهار شبکه متفاوت شبیه‌سازی شده و نمودار دبی جرمی بی‌بعد گذرنده از هر سلول در شکل (۳) آورده شده است. محور افقی در نمودارهای مقاله نشان دهنده شماره سلول سوختی در توده می‌باشد. سلول شماره ۱ نزدیک‌ترین سلول به ورودی توده و سلول شماره ۵۲ نزدیک‌ترین سلول به خروجی توده می‌باشد. دبی جرمی در هر سلول سوختی با استفاده از میانگین دبی جرمی گذرنده از تمام سلول‌ها بی‌بعد شده است تا میزان اختلاف دبی دریافتی توسط هر سلول از مقدار میانگین مشخص گردد.

تفاوت مقدار دبی جرمی گذرنده از اولین سلول سوختی برای شبکه‌هایی با تعداد ۵۲ و ۷٦ هزار سلول محاسباتی کمتر از ۰/۲ درصد می‌باشد. در نتیجه از هندسه با تعداد ۵۲ هزار سلول محاسباتی برای ادامه تحقیق استفاده شده است.



شکل ۳ بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی

نتایج

برای بررسی میزان بدتوزیعی جریان سیال بین سلول‌های توده از دو پارامتر استفاده می شود. پارامتر اول ضریب غیریکنواختی جریان [39] است که با استفاده از بیشترین و کمترین جریان جرمی عبوری از سلول‌های توده محاسبه می‌گردد:

$$F_1 = \frac{\max(\dot{m}_1...\dot{m}_{52}) - \min(\dot{m}_1...\dot{m}_{52})}{\max(\dot{m}_1...\dot{m}_{52})} \quad (۲۵)$$

پارامتر دوم انحراف معیار استاندارد می‌باشد که که با در نظر گرفتن اختلاف دبی گذرنده از هر سلول با مقدار میانگین (مقدار ایده‌آل) از رابطه زیر بدست می‌آید:

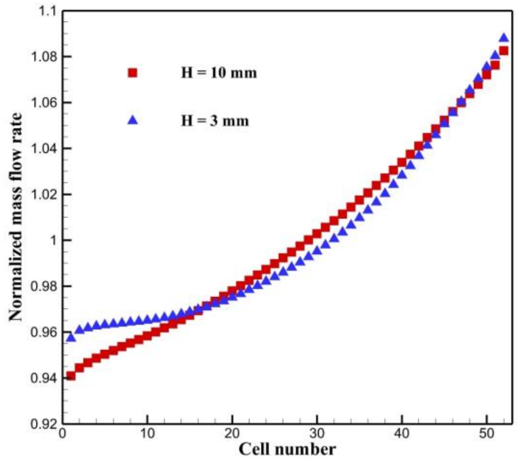
$$F_2 = \sqrt{\frac{\sum(\dot{m}_i - \dot{m}_{ave})^2}{N-1}} \quad (۲۶)$$

مقادیر کوچک‌تر این دو پارامتر به معنای توزیع بهتر جریان می‌باشد.

شبیه سازی تکفاز توده. در ابتدا، توزیع جریان اکسیژن میان سلول‌های سوختی به‌صورت تکفاز شبیه‌سازی شده و یکی از راهکارهای پیشنهادی در مطالعات پیشین برای بهبود توزیع جریان گاز میان سلول‌های سوختی توده مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در بسیاری از مطالعات، جریان درون منیفولد به‌صورت تکفازی شبیه‌سازی می‌شود. با توجه به تغییرات کم دمای گاز در منیفولد، هنگامی که گاز به صورت خشک و یا با رطوبت نسبی پایین وارد توده گردد، تغییرات کم دما موجب چگالش بخارآب موجود در گاز ورودی نمی‌گردد. در این حالت می‌توان از نتایج شبیه‌سازی تکفاز استفاده کرد.

یکی از راهکارهای بهبود توزیع جریان میان سلول‌های سوختی در توده، کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد ورودی می‌باشد. بدین صورت که ارتفاع میفولد از سلول اول تا انتهای توده با شیب یکسان کاهش می‌یابد. در شکل (۱) ارتفاع انتهایی منیفولد با حرف H نمایش داده شده است. در این مقاله کاهش ۷۰ درصدی ارتفاع منیفولد بررسی می‌شود و فرض می‌شود که ارتفاع منیفولد از ۱۰ میلی‌متر در ابتدا تا ۳ میلی‌متر در انتها (H=3mm) کاهش یابد. در شکل (٤) توزیع جریان گاز میان سلول‌های سوختی در حالت تکفاز نمایش داده شده است. با توجه به شکل (٤)، کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد موجب افزایش دبی جرمی ورودی به سلول‌های ابتدایی می‌گردد. سرعت گاز در ورود به منیفولد بیشینه است و با پیشروی در توده از سرعت آن کاسته شده و بر فشار استاتیک افزوده می‌شود. در انتهای منیفولد، فشار استاتیک به بیشترین مقدار خود می‌رسد و دبی بیشتری از سلول‌های انتهایی می‌گذرد. کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد موجب می‌گردد سرعت محلی جریان در طول منیفولد افزایش یابد و توزیع فشار استاتیک نسبت به حالت اولیه بهبود یابد. بهبود توزیع فشار موجب می‌گردد که دبی جرمی ورودی به سلول‌های ابتدایی افزایش یابد.

دبی بی‌بعد گذرنده از ســـلول اول از ۰/۹٤۱ در حالت اولیه H=10 mm به مقدار ۰/۹۵۷ در حالت H=3 mm ر سیده ا ست. در جدول (۳) پارامترهای توزیع جریان برای شکل (٤) محا سبه شـــده اســـت. با توجه به جدول (۳)، ضـــریب غیریکنواختی و انحراف معیار به‌ترتیب ۸/٤ و ٦/۹ درصد بهبود یافتند.



شکل ٤ توزیع جریان در توده پیل‌سوختی به صورت تکفاز

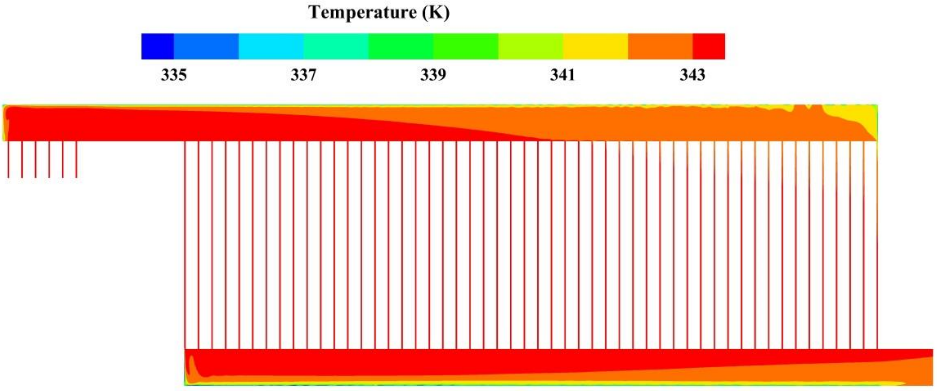
جدول ۳ پارامترهای توزیع جریان در شبیه‌سازی تکفاز

ارتفاع انتهای منیفولد	ضریب غیریکنواختی	انحراف معیار
H = 10 mm	۰/۱۳۱	۰/۰٤۰٦
H = 3 mm	۰/۱۲۰	۰/۰۳۷۸

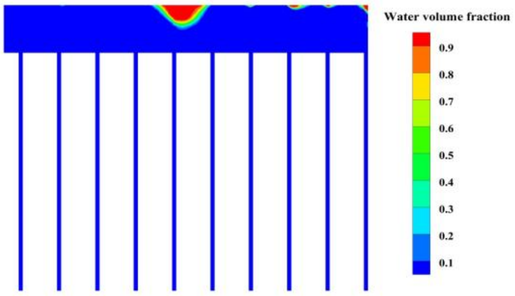
شبیه‌سازی دوفازی توده با ارتفاع ثابت منیفولد. در این بخش نقش تغییرفاز بخارآب بر توزیع جریان گاز مورد بررسی قرار می‌گیرد. هنگامی که گاز ورودی به منیفولد به‌صورت اشباع باشد، تغییرات ناچیز دما موجب چگالش بخشی از بخارآب موجود در مخلوط گاز ورودی می‌شود. در شکل (۵) کانتور دمای گاز در توده ترسیم شده است. در شکل (۵) مشخص است که کاهش دما در منیفولد ناچیز بوده و فرآیند چگالش به‌کندی صورت می‌گیرد. با توجه به انتقال حرارت از دیوار بالایی منیفولد، آب مایع نیز باید بر روی دیوار بالایی منیفولد تشکیل گردد. طول منیفولد که به تعداد سلول‌های سوختی در یک توده وابسته است

نقش مهمی در تغییرات دمای گاز درون منیفولد دارد و توده‌های طویل‌تر انتقال حرارت بیشتر و تغییرات دمایی بیشتری دارند. شبیه‌سازی عددی نشان داد که نرخ چگالش آب مایع بر روی دیوار بالایی بسیار پایین بوده و تشکیل قطره آب بر روی دیوار زمان‌بر است. به‌دلیل اینکه سرعت جریان درابتدای منیفولد زیادتر می‌باشد، آب مایع به سمت انتهای منیفولد هدایت می‌گردد. قطره‌های کوچک آب به‌هم پیوسته و قطراتی با شعاع بزرگ‌تر را تشکیل می‌دهند. در شکل (٦) کسر حجمی آب مایع و قطره آب تشکیل‌شده بر روی دیوار منیفولد پس از گذشت ۵۰/۲ ثانیه نشان داده شده است. برای نمایش بهتر، بخش انتهایی منیفولد بزرگنمایی شده است.

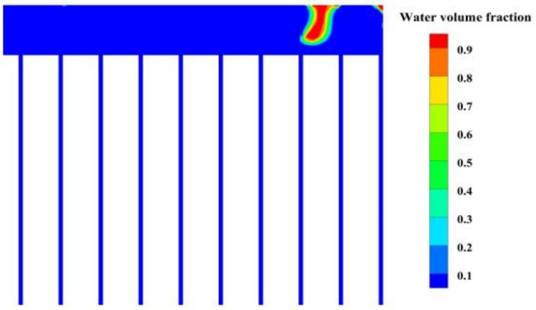
با توجه به شکل (۷) که کسر حجمی آب مایع را در زمان ۵۰/۵ ثانیه نشان می‌دهد، شعاع قطره شکل گرفته بر روی دیوار بالایی با پیوستن قطرات کوچک‌تر افزایش یافته تا جایی که نیروی وزن بر نیروی چسبندگی غلبه کند. آن‌گاه قطره از سطح دیوار بالایی منیفولد جدا می‌گردد. هنگامی که قطره آب در حال جدا شدن از سطح دیوار می‌باشد، بخش بزرگی از سطح منیفولد مسدود می‌گردد. نیروی وارد از گاز درون منیفولد، باعث تغییر شکل قطره می‌گردد.



شکل ۵ کانتور دما در توده



شکل ٦ کانتور کسر حجمی در ثانیه ۵۰/۲



شکل ۷ کانتور کسر حجمی در ثانیه ۵۰/۵

در شکل (۸) کانتور کسر حجمی آب مایع در زمان ۵۰/۶ ثانیه نشان داده شده است. نیروی جریان گاز موجب حرکت قطره به سمت انتهای منیفولد و نیروی وزن موجب حرکت قطره به سمت سلول‌ها می‌گردد. به‌همین دلیل انتهای قطره جداشده از دیوار بالایی منیفولد به ورودی سلول ۵۱ برخورد کرده و بخش کوچکی از آن وارد سلول ۵۱ می‌شود. بخش اعظم آب مایع به همراه جریان گاز به انتهای منیفولد رسیده و پس از برخورد به دیوار انتهایی توده، به‌دلیل نیروی وزن به سمت سلول ۵۲ حرکت می‌کند. باتوجه به اینکه شعاع قطره از عرض سلول‌ها بزرگ‌تر است، تمام آب مایع به یکباره وارد سلول انتهایی نمی‌شود که منجر به تجمع آب مایع در ورودی سلول ۵۲ می‌گردد. جریان گاز در کانال و وزن آب موجب تخلیه سریع آب از سلول انتهایی می‌شود.

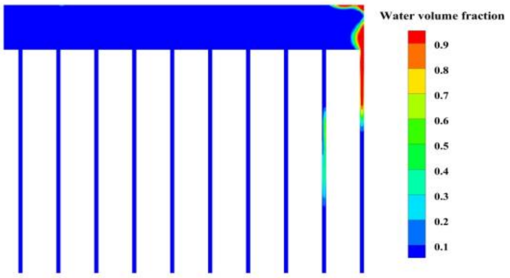
برای محاسبه آب مایع موجود در هر سلول از انتگرال زیر برای هر سلول سوختی استفاده می‌کنیم:

$$m = \int \rho dxdy \qquad (۲۷)$$

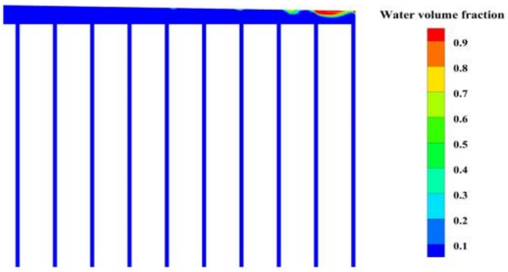
انتگرال فوق برای سلول ۵۲ در زمان ۵۰/۸ ثانیه برابر با ۲۶/۸۳ و برای سلول ۵۱ در زمان ۵۰/۶ ثانیه برابر با ۵/۱۲ محاسبه شده است. اختلاف ۰/۲ ثانیه در محاسبه انتگرال فوق برای سلول‌های ۵۱ و ۵۲ بدین دلیل می‌باشد که حجم آب ورودی به سلول ۵۲ بیشتر بوده و ۰/۲ ثانیه زمان لازم می‌باشد تا تمام آب مایع وارد کانال گردد.

شبیه سازی دوفازی توده با منیفولد ذوزنقه‌ای. در شبیه سازی تک‌فاز نشان داده شد که کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد می‌تواند باعث بهبود توزیع جریان گاز ورودی به سلول‌های ابتدایی شده و از بدتوزیعی بکاهد. کاهش ارتفاع منیفولد موجب افزایش سرعت جریان گاز در طول منیفولد و در نتیجه افزایش نیرو بر آب مایع تشکیل شده بر دیوار بالایی منیفولد می‌گردد. همچنین به دلیل شیب ایجاد شده، نیروی وزن نیز به حرکت آب مایع به سمت انتهای منیفولد کمک می‌کند و در نتیجه سرعت تشکیل قطره با شعاع بزرگ‌تر در انتهای منیفولد افزایش می‌یابد. در شکل (۹) کانتور کسر حجمی برای توده با منیفولد ذوزنقه‌ای در زمان ۱۰/۹ ثانیه نمایش داده شده است. در منیفولد مستطیلی (H=10 mm) بیش از ۵۰ ثانیه زمان برای تشکیل قطره و جدایش زمان لازم بوده است اما در منیفولد ذوزنقه‌ای در حدود ۱۱ ثانیه زمان برای شکل‌گیری قطره با حداکثر شعاع زمان لازم است.

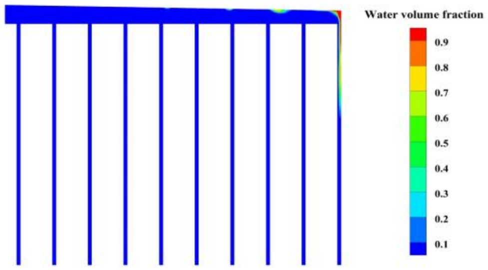
در منیفولد مستطیلی، شعاع قطره تا حدی افزایش می‌یابد تا وزن آن بر نیروی چسبندگی غلبه کرده و قطره از دیوار بالایی منیفولد جدا شود. اما در منیفولد ذوزنقه‌ای شعاع قطره رشد کمتری می‌کند، به‌دلیل اینکه سطح مقطع منیفولد تا ۷۰ درصد کاهش می‌یابد و جریان از فضای کوچک باقی‌مانده بین قطره و سلول‌ها باید وارد سلول انتهایی گردد. افزایش نیروی وارده از جریان گاز به قطره و همچنین کمک نیروی وزن موجب می‌گردد که قطره به آرامی به انتهای منیفولد رسیده و وارد سلول انتهایی گردد (شکل ۱۰).



شکل ۸ کانتور کسر حجمی در ثانیه ۵۰/۶



شکل ۹ کانتور کسر حجمی در ثانیه ۱۰/۹



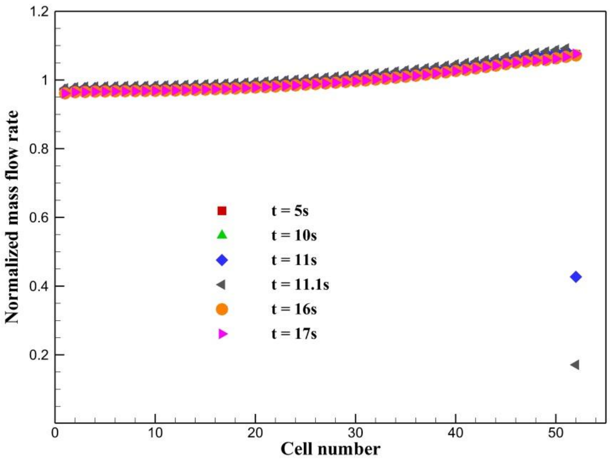
شکل ۱۰ کانتور کسر حجمی در ثانیه ۱۱

در منیفولد مستطیلی، جدایش قطره آب موجب گردید که آب مایع وارد سلول ۵۱ و ۵۲ گردد اما در منیفولد ذوزنقه‌ای، قطره آب به انتهای منیفولد رسیده و پس از برخورد با دیوار انتهایی توده فقط وارد سلول ۵۲ می‌گردد. انتگرال رابطه (۲۷) برای سلول ۵۲ در منیفولد ذوزنقه‌ای در زمان‌های ۱۱/۱، ۱۵/۱ و ۲۲/۹ ثانیه به ترتیب ۸/۱، ۲/۹۳ و ٤/٤٥ محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد در منیفولد ذوزنقه‌ای شکل، آب مایع به مقدار کمتر اما در فواصل زمانی کوتاه‌تر وارد سلول انتهایی می‌گردد. در شکل (۱۱) دبی جرمی گذرنده از سلول‌های توده با منیفولد ذوزنقه‌ای در زمان‌های مختلف ترسیم شده است. در زمان‌هایی که آب مایع وارد سلول انتهایی نشده است، توزیع گاز حالتی ثابت داشته و با زمان تغییر نمی‌کند و مشابه نتایج بدست آمده از حالت تکفاز می‌باشد. اما با ورود آب به سلول انتهایی، دبی گذرنده از سلول آخر کاهش قابل توجهی دارد و به دلیل بقای جرم، دبی گذرنده از بقیه سلول‌ها افزایش ناچیزی می‌یابد.

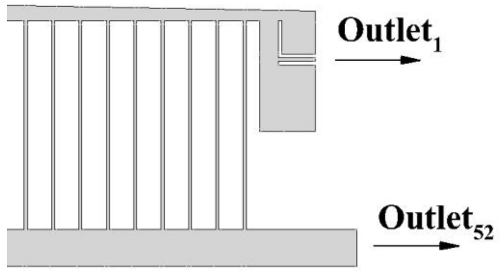
ورود آب مایع از منیفولد به سلول‌های یک توده می‌تواند موجب انسداد برخی کانال‌های جریان، کاهش جریان الکتریکی و یا غرق‌شدن سلول سوختی گردد. به همین‌جهت در ادامه راهکاری برای خروج آب مایع در منیفولد پیشنهاد می‌گردد.

منیفولد با محفظه جمع‌آوری آب مایع. در شکل (۱۲) هندسه پیشنهادی برای خروج آب مایع از منیفولد ورودی و جلوگیری از ورود آب به سلول انتهایی نمایش داده شده است. فرض می‌شود فضایی در انتهای توده برای جمع‌آوری و تخلیه آب مایع در نظر گرفته شود. این فضا می‌تواند در صفحه نگهدارنده انتهایی و یا جداساز تعبیه گردد. در برخی از توده‌ها، از جداساز متصل به توده برای تفکیک گاز و آب مایع خارج شده از منیفولد خروجی استفاده می‌کنند تا گاز اضافی خروجی از سلول‌ها دوباره مورد استفاده قرار گیرد. می‌توان در قسمت زیرین این محفظه یک شیر برقی قرار داد تا هنگامی که سطح آب مایع به مقدار مشخصی برسد فرآیند تخلیه آب صورت گیرد و از خروج گاز مورد نیاز برای واکنش های شیمیایی سلول‌ها از منیفولد جلوگیری شود.

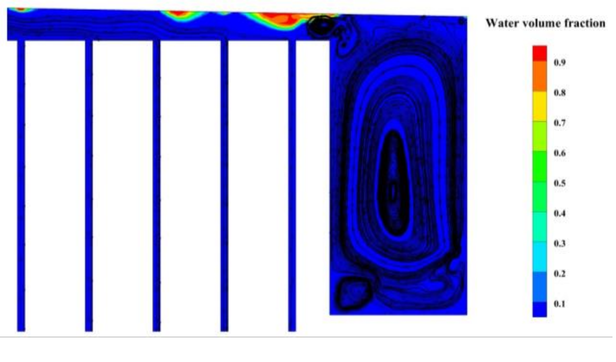
در ابتدا فرض می‌شود که یک محفظه بسته در انتهای منیفولد تعبیه شود و خروجی با زیرنویس ۱ در شکل (۱۲) وجود نداشته باشد. هدف از طرح پیشنهادی، استفاده از نیروی وزن برای هدایت آب مایع به درون محفظه می‌باشد. در شکل (۱۳) کانتور کسرحجمی آب مایع و خطوط جریان در بخش انتهایی منیفولد پیشنهادی ترسیم شده است. به‌دلیل بسته بودن فضای محفظه، گردابه‌هایی در محفظه شکل می‌گیرد. همچنین به‌دلیل انسداد بخش بزرگتری از سطح مقطع منیفولد، قطره آب به صورت مانع عمل کرده و در پشت قطره آب نیز گردابه کوچکی تشکیل شده است. نیروی وارد شده از گردابه‌ی پشت قطره و همچنین نیروی چسبندگی بر نیروی وزن قطره غلبه کرده و مانع حرکت قطره آب به درون محفظه می‌گردد.



شکل ۱۱ دبی جرمی گذرنده از سلول‌های توده با منیفولد ذوزنقه‌ای شکل



شکل ۱۲ هندسه پیشنهادی برای قسمت انتهایی منیفولد به‌منظور دفع آب مایع از منیفولد

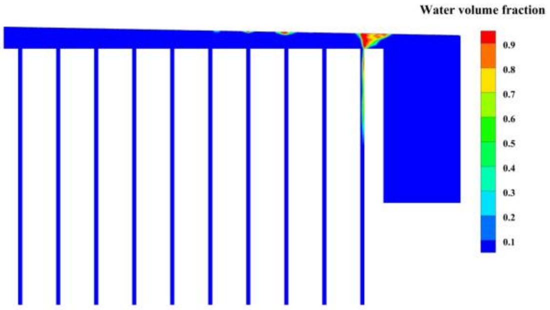


شکل ۱۳ خطوط جریان در انتهای منیفولد با محفظه

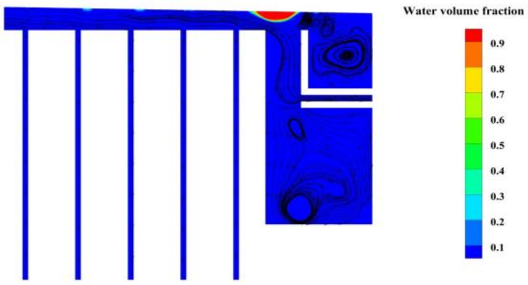
نتایج عددی نشان داد که قطره آب در بالای سلول ۵۲ ساکن باقی می‌ماند. با گذشت زمان و به‌بهم پیوستن قطرات کوچک‌تر، شعاع قطره بزرگ‌تر شده تا زمانی که قطره به ورودی سلول برخورد کند و بخشی از آب مایع جدا شده و به سلول ۵۲ وارد شود. در شکل (۱٤) کسر حجمی آب در زمان ۱۰/٦ ثانیه نمایش داده شده است. همان‌گونه که در شکل (۱٤) قابل مشاهده است، هندسه پیشنهادی نتوانست مانع ورود آب مایع به سلول انتهایی گردد. با جدایش بخشی از آب مایع و ورود آن به سلول سوختی، از شعاع قطره کاسته می‌شود. با گذشت زمان و چگالش بخارآب در سطح منیفولد، شعاع قطره بزرگ‌تر شده و دوباره به سلول انتهایی برخورد کرده و بخشی از آن وارد سلول انتهایی می‌گردد و این روند در فواصل زمانی مختلف تکرار می‌شود.

برای جلوگیری از ورود آب مایع به سلول سوختی و هدایت آن به درون محفظه، فرض می‌شود که گاز ورودی به منیفولد افزایش یابد. در این مقاله فرض می‌شود گاز ورودی به توده به اندازه یک سلول سوختی افزایش یابد. بدان معنا که گاز مورد نیاز برای ۵۳ سلول سوختی وارد توده گردد. در محفظه یک خروجی تعبیه می‌گردد تا گاز اضافی وارد شده به توده توسط آن تخلیه گردد. با توجه به شکل (۱۲)، گاز مورد نیاز برای واکنش ۵۲ سلول از میان کانال‌های جریان سلول‌های سوختی عبور کرده و پس از واکنش از خروجی $Outlet_{52}$ تخلیه می‌گردد. گاز اضافی که برای یک سلول بوده از خروجی $Outlet_{1}$ تخلیه می‌گردد. با توجه به اینکه گاز اضافی از کانال‌های جریان عبور نمی‌کند، فشار در ورودی توده افزایش چندانی ندارد و در مقایسه با فشار عملکردی سیستم و افت‌فشار در سلول‌های سوختی قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. در شکل (۱۵) کانتور کسر حجمی و خطوط جریان در زمان ۱۰ ثانیه برای هندسه پیشنهادی ترسیم شده است. عبور خطوط جریان از زیر قطره آب و نیروی وارد بر آن موجب می‌گردد تا قطره از بالای سلول‌ها عبور کرده و به سمت محفظه حرکت کند.

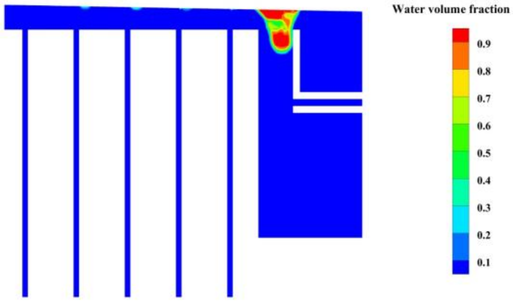
در شکل (۱٦) کانتور کسر حجمی آب مایع در زمان ۱۰/۵ ثانیه نمایش داده شده است. جریان گاز اضافی از خروجی تعبیه شده در بالای محفظه از توده خارج می‌گردد و به دلیل شکل‌گیری گردابه در قسمت انتهایی، قطره آب در بالای محفظه ثابت باقی مانده است. با افزایش شعاع قطره، قطره به ورودی محفظه برخورد می‌کند و باعث جدایش بخشی از قطره و ورود آن به درون محفظه می‌گردد. محل تشکیل قطره در بالای محفظه و محاسبه انتگرال ۲۷ برای سلول ۵۲ بیانگر عدم ورود آب مایع به سلول ۵۲ می‌باشد.



شکل ۱٤ کانتور کسر حجمی در منیفولد با محفظه در زمان ۱۰/٦ ثانیه

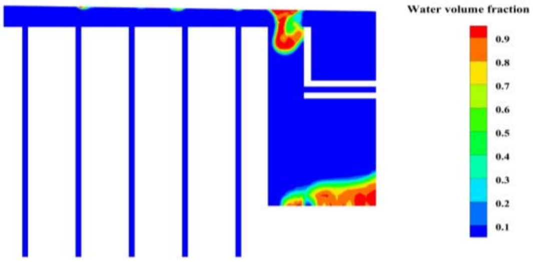


شکل ۱۵ خطوط جریان در انتهای منیفولد برای هندسه نهایی در زمان ۱۰ ثانیه



شکل ۱٦ جدایش قطره آب و ورود به محفظه

ادامه شبیه‌سازی نشان داد که با گذشت زمان ۱/٤ ثانیه از ورود اولین قطره به درون محفظه، با بهم‌پیوستن قطرات کوچک در انتهای توده، شعاع قطره تشکیل‌شده بزرگ‌تر شده و با برخورد با ورودی محفظه به درون آن چکه می‌کند (شکل ۱۷). فرآیند ورود آب مایع به درون محفظه با گذشت زمان ادامه خواهد داشت و هندسه پیشنهادی می‌تواند برای دفع آب مایع از درون منیفولد توده پیل‌سوختی کاربردی باشد.



شکل ۱۷ ورود قطرات بعدی به محفظه

نتیجه‌گیری

در این مقاله منیفولد بخش کاتد یک توده پیل‌سوختی پلیمری شامل ۵۲ سلول‌سوختی به صورت تکفاز و دوفازی شبیه‌سازی شد تا نقش چگالش آب مایع در توزیع جریان گاز میان سلول‌های سوختی و همچنین راهکار دفع آن از منیفولد توده بررسی گردد. کانال‌های جریان یک پیل‌سوختی در مطالعه قبلی ما [28] شبیه‌سازی گردید و افت‌فشار در یک پیل‌سوختی محاسبه گردیده بود و از مواد متخلخل برای ایجاد افت فشار معادل استفاده گردید. مهم‌ترین نتایج بدست آمده از این مقاله را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- شبیه‌سازی تکفاز نشان داد که کاهش تدریجی ارتفاع منیفولد راهکاری مناسب برای بهبود توزیع جریان میان سلول‌های سوختی یک توده می‌باشد. با کاهش ۷۰ درصدی ارتفاع منیفولد با شیب ثابت، ضریب غیریکنواختی و انحراف معیار استاندارد به ترتیب ۸/٤ و ٦/۹ درصد بهبود یافتند.
- شبیه‌سازی دوفازی نشان داد در صورت استفاده از گاز اشباع، بخشی از بخارآب بر روی دیوار بالایی منیفولد دچار چگالش می‌گردد. قطرات بسیار کوچک توسط جریان گاز به سمت انتهای منیفولد هدایت می‌گردند. با تجمع قطرات کوچک، قطراتی با شعاع بزرگ‌تر تشکیل می‌گیرد. در منیفولد مستطیلی، زمانی که وزن قطره از نیروی چسبندگی بیشتر گردد، قطره از منیفولد جدا شده و به سلول‌های سوختی وارد می‌گردد.
- در منیفولد ذوزنقه‌ای، افزایش سرعت جریان و مولفه وزن باعث می‌گردد که سرعت انتقال آب مایع به انتهای منیفولد افزایش یابد. در منیفولد ذوزنقه‌ای، آب مایع در فواصل زمانی کوتاه‌تر و با حجم کم‌تر وارد سلول انتهایی می‌گردد.
- ایجاد یک محفظه در انتهای منیفولد (در جداساز یا صفحه نگهدارنده انتهایی) می‌تواند محلی برای جمع‌آوری آب مایع باشد. نتایج عددی در منیفولد ذوزنقه‌ای نشان داد که آب مایع صرفا به‌دلیل وزن خود نمی‌تواند وارد محفظه گردد. در نتیجه پیشنهاد گردید مقداری به دبی ورودی اضافه گردد. دبی اضافی در ورودی از محفظه تعبیه شده خارج می‌گردد و افت‌فشار در منیفولد تغییرات زیادی نخواهد داشت. عبور جریان اضافی گاز از زیر قطره آب و ورود آن به محفظه موجب می‌گردد که نیروی لازم برای هدایت قطره به درون محفظه تامین گردد.

تقدیر و تشکر

واژه نامه

شماره پیل سوختی در توده	Cell number
پخش کننده جریان	Diffuser
روش شبکه هیدرولیک	Hydraulic Network Approach
بدتوزیعی	Maldistribution
رطوبت زن تخت غشایی	Planar membrane humidifier
استانداردلیتر بر دقیقه	SLPM
توده	Stack
منیفولد ذوزنقه ای	Tapered Manifold
کسر حجمی	Volume fraction

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	سطح مقطع، m^2
C_p	گرمای ویژه در فشار ثابت، J/(kg.K)
D	ضریب پخش، $m^2.s$
F	مجموع نیروهای حجمی، kg/(s.m)
F_1	پارامتر غیریکنواختی جریان
g	شتاب گرانش، m/s^2
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، $W/(m^2.K)$
H_{fg}	گرمای نهان تبخیر، J/kg
K	ضریب هدایت حرارتی، W/(m.K)
k_{cond}	ضریب نرخ تقطیر، 1/s
k_{evap}	ضریب نرخ تبخیر، 1/(Pa.s)
M	جرم مولکولی، kg.mol

$\dot{m}$	نرخ تغییر فاز، kg/(m.s)
m_2	ضریب مقاومت اینرسی، 1/m
P	فشار، Pa
$\bar{R}$	ثابت جهانی گازها، J/(K.mol)
T	دما، K
t	زمان، s
U	بردار سرعت، m/s
x	کسر مولی هر جزء از ترکیب
y	کسر جرمی هر جزء از ترکیب

علائم یونانی

α	کسر حجمی
ρ	چگالی، kg/m^3
μ	ویسکوزیته، kg/(s.m)
ϑ	ضریب نفوذپذیری، $1/m^2$
σ	ضریب کشش سطحی، kg/s^2
κ	انحنای سطح، 1/m

زیرنویس

1	فاز مایع
2	فاز گاز
g	گاز
c	حالت بحرانی
i	گونه‌ای از ترکیب
sat	اشباع

بالانویس

H_2O	آب

مراجع

1. Barbir, F., "PEM Fuel Cells", Academic Press, (2013).
2. Mench, M.M., "Introduction to Fuel Cells: Fuel Cell Engines, Hoboken", John and Wiley Sons Press, (2008).
3. Yu, X., Zhang, C., Fan, M., Deng, B., Huang, C., Xu, J., Liu, D. and Jiang, S., "Experimental study of dynamic performance of defective cell within a PEMFC stack", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 47, No. 13, Pp. 8480–8491, (2022).
4. Wang, J., Yan, J., Yuan, J. and Sundén, B., "On Flow Maldistribution in PEMFC Stacks", *International Journal of Green Energy*, Vol. 8, No. 5, Pp.585–606, (2011).
5. Rashidi, S., Karimi, N., Sunden, B., Kim, K.C., Olabi, A.G. and Mahian, O., "Progress and challenges on the thermal management of electrochemical energy conversion and storage technologies: Fuel cells, electrolysers, and supercapacitors", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 88, Pp. 966-1011, (2022).
6. Guo, H., Zhao, Q. and Ye, F., "An experimental study on gas and liquid two-phase flow in orientated-type flow channels of proton exchange membrane fuel cells by using a side-view method", *Renewable Energy*, Vol. 188, Pp. 603–18, (2022).
7. Huang, H., Liu, M., Li, X., Guo, X., Wang, T., Li, S. and et al., "Numerical simulation and visualization study of a new tapered-slope serpentine flow field in proton exchange membrane fuel cell". *Energy*, Vol. 246, 123406, (2022).
8. Kim, S.Y. and Kim, W.N., "Effect of cathode inlet manifold configuration on performance of 10-cell proton-exchange membrane fuel cell", *Journal of Power Sources*, Vol. 166, No. 2, Pp. 430-434, (2007).
9. Lebæk J., Bang M. and Kær S.K., "Flow and Pressure Distribution in Fuel Cell Manifolds", *Journal of Fuel Cell Science and Technology*, Vol. 7, No. 6, 61001, (2010).
10. Sajid, H.M., Shabani, B. and Cheung, C.P., "Enhanced gas flow uniformity across parallel channel cathode

flow field of Proton Exchange Membrane fuel cells", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 42, No. 8, Pp. 5272-5283, (2017).

11. Koh, J.H., Seo, H.K., Lee, C.G., Yoo, Y.S., and Lim, H.C., "Pressure and flow distribution in internal gas manifolds of a fuel-cell stack", *Journal of Power Sources*, Vol. 115, No. 1, Pp. 54-65, (2003).
12. Park, J. and Li, X., "Effect of flow and temperature distribution on the performance of a PEM fuel cell stack", *Journal of Power Sources*, Vol. 162, No. 1, Pp. 444-459, (2006).
13. Karimi, G., Baschuk, J.J. and Li, X., "Performance analysis and optimization of PEM fuel cell stacks using flow network approach", *Journal of Power Sources*, Vol. 147, No. 2, Pp. 162-177, (2005).
14. Qin, Y., Liu, G., Chang, Y. and Du, Q., "Modeling and design of PEM fuel cell stack based on a flow network method", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 144, Pp. 411-423, (2018).
15. Mustata, R., Valiño, L., Barreras, F., Gil, M.I. and Lozano, A., "Study of the distribution of air flow in a proton exchange membrane fuel cell stack", *Journal of Power Sources*, Vol. 192, No. 1, Pp. 185-189, (2009).
16. Chen, C.H., Jung, S.P. and Yen, S.C., "Flow distribution in the manifold of PEM fuel cell stack", *Journal of Power Sources*, Vol. 173, No. 1, Pp. 249-263, (2007).
17. Su, G., Yang, D., Xiao, Q., Dai, H. and Zhang, C., "Effects of vortexes in feed header on air flow distribution of PEMFC stack: CFD simulation and optimization for better uniformity", *Renewable Energy*, Vol. 173, Pp. 498-506, (2021).
18. Jackson, J.M., Hupert, M.L. and Soper, S.A., "Discrete geometry optimization for reducing flow non-uniformity, asymmetry, and parasitic minor loss pressure drops in Z-type configurations of fuel cells", *Journal of Power Sources*, Vol. 269, Pp. 274-283, (2014).
19. Lim, B.H., Majlan, E.H., Daud, W.R.W., Rosli, M.I. and Husaini, T., "Numerical analysis of flow distribution behavior in a proton exchange membrane fuel cell", *Heliyon*, Vol. 4, No. 10, Pp. 845-856, (2018).
20. Tsukamoto, T., Aoki, T., Kanesaka, H., Taniguchi, T., Takayama, T., Motegi, H. and et al., "Three-dimensional numerical simulation of full-scale proton exchange membrane fuel cells at high current densities", *Journal of Power Sources*, Vol. 488, 229412, (2021).
21. Chen, X., Fang, Y., Liu, Q., He, L., Zhao, Y., Huang, T and et al., "Temperature and voltage dynamic control of PEMFC Stack using MPC method", *Energy Reports*, Vol. 8, Pp. 798-808, (2022).
22. Yan, W.M., Lee, C.Y., Li, C.H., Li, W.K. and Rashidi, S., "Study on heat and mass transfer of a planar membrane humidifier for PEM fuel cell", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 152, 1195388, (2020).
23. Wilberforce, T., Ijaodola, O., Khatib, F.N., Ogungbemi, E.O., El-Hassan, Z., Thompson, J. and et al., "Effect of humidification of reactive gases on the performance of a proton exchange membrane fuel cell". *Science of the Total Environment*, Vol. 688, Pp. 1016-1035, (2019).
24. Lebæk, J., Andreasen, M.B., Andresen, H.A., Bang, M. and Kær, S.K., "Particle Image Velocimetry and Computational Fluid Dynamics Analysis of Fuel Cell Manifold", *Journal of Fuel Cell Science and Technology*, Vol. 7, No. 3, 31001, (2010).
25. Chen, W.H., Tsai, Z.L., Chang, M.H., You, S. and Kuo, P.C., "Geometry optimization and pressure

analysis of a proton exchange membrane fuel cell stack", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 46, No. 31, Pp. 16717-16733, (2021).

26. Huang, F., Qiu, D., Lan, S., Yi, P. and Peng, L., "Performance evaluation of commercial-size proton exchange membrane fuel cell stacks considering air flow distribution in the manifold", *Energy Conversion and Management*, Vol. 203, 112256, (2020).
27. Brackbill, J., Kothe, D. and Zemach, C., "A continuum method for modeling surface tension", *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No. 2, Pp. 335-354, (1992).
28. Sangtabi, A.R., Kianifar, A. and Alizadeh, E., "Effect of water vapor condensation on the flow distribution in a PEM fuel cell stack", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 151, 119471, (2020).
29. Ryu, J.B., Jung, C.Y. and Yi, S.C., "Three-dimensional simulation of humid-air dryer using computational fluid dynamics", *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, Vol. 19, No. 4, Pp. 1092-1098, (2013).
30. Famileh, I.Z., Esfahani, J.A. and Vafai, K., "Effect of nanoparticles on condensation of humid air in vertical channels", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 112, Pp. 470-483, (2017).
31. Jithesh, P.K., Bansode, A.S., Sundararajan, T. and Das S.K., "The effect of flow distributors on the liquid water distribution and performance of a PEM fuel cell", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 37, No. 22, Pp. 17158-17171, (2012).
32. Hirt, C. and Nichols, B., "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, Vol. 1, Pp. 201-225, (1981).
33. Samkhaniani, N. and Ansari, M.R., "Numerical simulation of bubble condensation using CF-VOF", *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 89, Pp. 120-131, (2016).
34. Marschall, H., Hinterberger, K., Schüler, C., Habla, F. and Hinrichsen, O., "Numerical simulation of species transfer across fluid interfaces in free-surface flows using OpenFOAM", *Chemical Engineering Science*, Vol. 78, Pp. 111-127, (2012).
35. Moran, M.J., Shapiro, H.N., Boettner, D.D. and Bailey, M.B., "Fundamentals of Engineering Thermodynamics", John and Wiley Sons Press, (2014).
36. Borgnakke, C. and Sonntag, R.E., "Fundementals of Thermodynamics", John and Wiley Sons Press, (2009).
37. Ding, Y., Bi, H.T. and Wilkinson, D. P., "Three dimensional numerical simulation of gas–liquid two-phase flow patterns in a polymer–electrolyte membrane fuel cells gas flow channel", *Journal of Power Sources*, Vol. 196, No. 15, Pp. 6284-6292, (2011).
38. Kim, J.H., Kim, W.T., "Numerical Investigation of Gas-Liquid Two-Phase Flow inside PEMFC Gas Channels with Rectangular and Trapezoidal Cross Sections", *Energies*, Vol. 11, No. 6; pp. 1403, (2018).
39. Maharudrayya, S., Jayanti, S. and Deshpande, A.P., "Flow distribution and pressure drop in parallel-channel configurations of planar fuel cells", *Journal of Power Sources*, Vol. 144, No. 1, Pp. 94-106, (2005).

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics,34 2022. (19-34)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

The Effects of Winkler-Pasternak Foundation Coefficients on the Natural Frequency of Cylindrical Lattice Structures Using Galerkin Method

Research Article

Amir Hossein Hahemian[1], Ehsaneh Mohammadpour Hamedani[2]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.73646.1069

1. Introduction

Modern composite materials, which are widely used in the structure of spacecraft and rockets due to their high strength, are now widely considered in the commercial airframe bodies. About 40 years ago, the first generation of composite structures was made from the combination of aluminum and carbon-epoxy structures. In this article, the governing equation for free vibrations of a lattice cylindrical composite shell is presented as a formula. The lattice shell consists of a large number of helical and circumferential ribs and is modeled as a continuous orthotropic thin cylinder with variable stiffness. The cylinder is considered with different boundary conditions and the solution of the dynamic equations of the shell is based on Fourier and Galerkin Decomposition Methods. By using these methods, analytical formula presented for calculating the fundamental frequency of the lattice structure is made starting from a specific density of the lattice structure and does not depend on the number of helical ribs. This result is verified by Finite Element Analysis (FEM). The applications of this formula are for determining the parameters of lattice structures and designing composite lattice shells based on fundamental frequencies. In this study, the governing equations for free vibrations of a lattice composite structure are analytically obtained by the Galerkin method and also the results of the analytical method are compared with the results of the FEM.

2. Governing equations

In this study, the governing equations of the lattice structure shell are derived and then the equation of Winkler-Pasternak foundation are added, which forms a new governing equation. The new governing equation is solved. The composite lattice cylindrical structure is considered as it is surrounded by a linear, homogeneous and elastic foundation in the axial direction from the outer radius. The Winkler-Pasternak foundation can be assumed as radial and shear layer springs with two stiffness coefficients K and G in the longitudinal axes. Since it is assumed that the springs have pure displacement, they are completely independent and have no combined and coupling effects on each other.

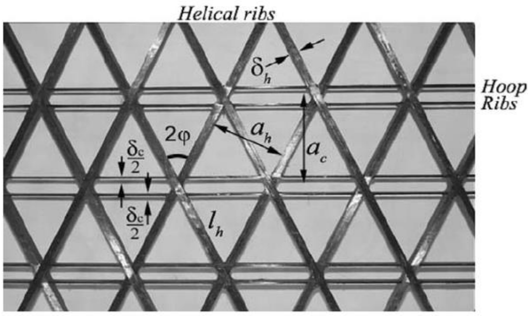


Figure 1. Parameters of the lattice structure

The equation of motion is derived using the classical theory of orthotropic cylindrical shells. Figure 1 shows the geometrical parameters of the lattice structure. The Winkler-Pasternak foundation term can be added to the third term of Equation 1;

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha}+\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta}-B_\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0\\
&\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha}+\frac{\partial N_\beta}{\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{M_{\alpha\beta}}{\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{M_\beta}{\partial \beta}-B_\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0\\
&\frac{\partial^2 M_\alpha}{\partial \alpha^2}+\frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha\partial \beta}+\frac{\partial^2 M_\beta}{\partial \beta^2}-\frac{N_\beta}{R}-B_\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=Kw-G\nabla^2 w
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

By solving the obtained equation with the assumed boundary conditions, the natural frequency is obtained for the lattice cylindrical shell rest on the Winkler-Pasternak elastic foundation. Now, trigonometric series can be used to find the response of the change of location along the circumference of the cylinder, which is repeated alternatively. The obtained formula is a direct relationship to obtain the natural frequency of a cylindrical lattice shell considering the Winkler-Pasternak elastic foundation,

*Manuscript received: ; Revised, , Accepted, .

[1]. Corresponding author: Assistant Professor, Department of Aerospace Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran. **Email**: amir_hashemian@srbiau.ac.ir

[2]. MSc, Department of Aerospace Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

which can be used in the design of lattice structures to reduce calculation time.

3. Numerical results and verifications

In order to obtain a unit model, it is considered that for the foundation a series of springs can be considered as spring elements along the radius of the cylindrical shell in the outer part as Winkler and Pasternak parameters. The results showed that by adding an elastic foundation, the Winkler and Pasternak modulus coefficients have a great effect on increasing the natural frequencies of the lattice structure. By deriving the governing equations with boundary conditions, using the Galerkin method, it is obtained with and without an elastic foundation, and it is in good agreement with the results of the FEM. Figure 2 shows that the results obtained from the analytical solutions are in good agreement with the results of reference 4 for the lattice structure without elastic foundation. It also shows that the results of the analytical solutions considering the elastic foundation are in good agreement with the results of the FEM.

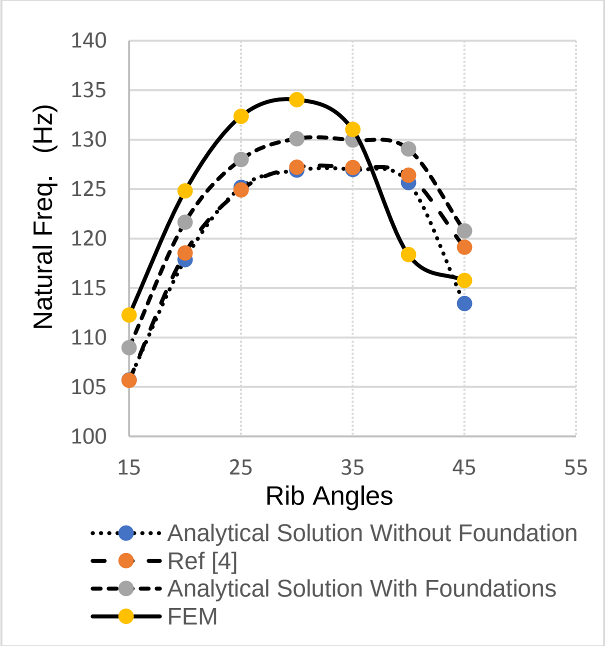


Figure 2. Comparison of Natural Frequencies of a Lattice Structure with/without Winkler-Pasternak Foundation with n_s=48 Ribs

Four mode shapes are shown in Figure 3 for values of k = 100 and G = 0 N/m³. The changes of the Winkler coefficient of the elastic foundation, K, from 0 to 2×10^6 and its effect on the fundamental frequency are shown.

4. Conclusion

The problem of free vibrations of the composite lattice cylindrical shell surrounded by the Winkler-Pasternak foundation is raised with different boundary conditions. Assuming the characteristics of effective orthotropic stiffness, the continuous model was replaced with a lattice structure, and the analytical formula was obtained using the Fourier and Galerkin method.

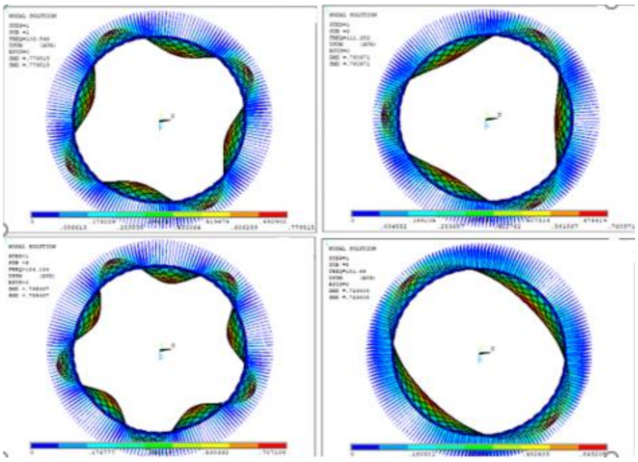


Figure 3. First, third, fifth and seven mode shapes

The continuous formula for the natural frequencies of the lattice shell enclosed in an elastic medium was solved and the results were checked and verified using the FEM. For FEM simulations, Winkler and Pasternak characteristic coefficients were replaced by shear and radial springs, respectively. The natural frequency of the base of the system depends on the characteristics of the elastic foundation, so changing the stiffness of the radial and shear springs causes change in the natural frequencies. It was observed that by increasing the stiffness of the springs, more stability in the system can be expected. The effectiveness of the analytical formula was checked and verified using numerical calculations. The obtained parametric formula can prove its efficiency and suitability for obtaining the free vibrations of the cylindrical lattice structure which are equalized by the Winkler-Pasternak foundation with radial and shear springs for analysis and also possible design. The designer can calculate the effects of changing materials, density, structure length, structure diameter, fiber texture angle, and the number of ribs in the substrate required for different missions and frequency control without spending significant time and money. By increasing the stiffness of shear and radial springs, it is possible to obtain the desired stability for sensitive aerospace structures. Increasing the length in the structure causes the natural frequency to decrease. Therefore, by designing a suitable foundation, sufficient stability is obtained for it.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

تاثیر ضرایب بستر وینکلر-پاسترناک بر فرکانس طبیعی سازه مشبک به روش گالرکین*

مقاله پژوهشی

امیرحسین هاشمیان(۱)   احسانه محمدپور همدانی(۲)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.73646.1069

چکیده سازه‌های مشبک کامپوزیتی از پرکاربرترین سازه‌ها در صنایع هوایی در سالهای اخیر می‌باشند. این سازه‌ها از تعداد زیادی دنده مایل و محیطی با فواصل مشخص از یکدیگر تشکیل شده و علاوه بر استحکام، از نظر وزنی بسیار سبک می‌باشند. مطالعه حاضر شامل یک بیان تحلیلی و راه حل برای مسئله ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیت می‌باشد. فرمول پیوسته‌ای برای محاسبه فرکانس طبیعی سازه مشبک استوانه‌ای با در نظر گرفتن بستر الاستیک وینکلر-پاسترناک از معادلات حاکم بر پوسته بر اساس روش فوریه و گالرکین حاصل گردید. نتایج بدست آمده در دو حالت بدون بستر و با بستر الاستیک بصورت تحلیلی محاسبه گردیده و صحت نتایج توسط مدل‌سازی به روش اجزای محدود مورد تأیید قرار گرفته است. برای شبیه سازی‌های روش اجزای محدود، ضرایب ویژگی‌های وینکلر و پاسترناک به ترتیب با فنرهای برشی و شعاعی جایگزین شده‌اند. فرکانس طبیعی پایه سیستم به ویژگی های بستر الاستیک بستگی داشته، بنابراین تغییر سختی فنرهای شعاعی و برشی باعث ایجاد تغییر در فرکانس‌های طبیعی می‌شود. روشهای ارایه شده در این مطالعه، علاوه بر آنکه برای تخمین فرکانس در مرحله طراحی اولیه بکار می‌رود، همچنین ابزاری برای ارزیابی تحلیل ارتعاشات پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیت در تجزیه و تحلیل مکانیکی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی سازه مشبک کامپوزیتی، فرکانس طبیعی، روش فوریه، روش گالرکین، اجزای محدود

The Effect of Winkler-Pasternak Foundation Coefficients on the Natural Frequency of Cylindrical Lattice Structures Using Galerkin Method

Amir Hossein Hashemian   Ehsaneh Mohammadpour Hamedani

Abstract Composite Lattice structures are one of the most widely used structures in the aerospace industry in recent years. These structures are composed of a large number of oblique and circumferential ribs with specific distances from each other and in addition to strength, they are very light in terms of weight. The present study includes an analytical expression and a solution to the problem of free vibrations of a composite lattice cylindrical shell. The continuous formula for calculating the natural frequency of a cylindrical lattice structure was obtained by considering the Winkler-Pasternak elastic foundation from the governing equations of the shell based on Galerkin methods. This formula, in addition to being used to estimate the frequency in the initial design phase, is also a tool for evaluating the vibration analysis of composite lattice shells in mechanical analysis. The results have been calculated analytically in two cases with and without elastic foundation and the accuracy of the results has been confirmed by finite element modeling. For finite element method simulations, Winkler and Pasternak coefficients have been replaced by shear and radial springs, respectively. The natural base frequency of the system depends on the properties of the elastic substrate, so changing the stiffness of the radial and shear springs causes a change in the natural frequencies.

Keywords Lattice Composite Structure, Natural Frequency, Fourier Method, Galerkin method, FEM

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/۸/۲٤ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۵/۱ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی هوافضا، واحد علوم وتحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران **Email**:amir_hashemian@srbiau.ac.ir

(۲) کارشناسی ارشد، گروه مهندسی هوافضا، واحد علوم وتحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

مقدمه

مواد کامپوزیتی مدرن که از خاصیت استحکام بالای آن‌ها در ساخت فضاپیماها و راکت‌ها به صورت گسترده‌ای استفاده می‌شود، هم‌اکنون بطور وسیعی در ساخت بدنه هواپیماهای تجاری مورد توجه قرار گرفته است. در حدود ٤٠ سال قبل اولین نسل از سازه‌های کامپوزیتی از ترکیب سازه‌های آلومینیومی وکربن- اپوکسی ساخته شده است. اصلی‌ترین موضوع در جریان ساخت سازه‌های مشبک چگونگی اختصاص کیفیت مناسب و خواص مکانیکی مشابه برای تمام دنده‌ها است که اعضاء اصلی تحمل بارها هستند. یک سازه مشبک کامپوزیتی که به خوبی طراحی شده باشد دارای خاصیت خود تعادلی است. قسمت نیروهای فشاری و محوری دنده‌های مایل نیروی فشاری را به دنده‌های محیطی و نیروی تنش محیطی تبدیل می‌کند و یا در پوسته اثری شبیه به فشار داخلی القا شده است، لذا فشار داخلی که سبب حفظ شکل و تعادل فرم‌دهنده‌های مایل است، حساسیت پوسته را به صورت تغییر شکل نامطلوب کاهش داده و یا به عبارتی آستانه نیروی بحرانی قابل افزایش است. لذا نو آوری در مدل‌سازی یا فرمول های سریع تحلیلی در بررسی های اولیه در طراحی و ساخت این سازه‌های پیچیده مورد توجه محققان بسیای قرار گرفته است. در این مقاله معادله حاکم بر ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی بصورت فرموله شده ارائه گردیده است. پوسته مشبک از تعداد زیادی دنده‌های مارپیچ و دنده‌های حلقه‌ای تشکیل گردیده و بصورت یک استوانه نازک ارتوتروپیک پیوسته با سختی متغیر مدل‌سازی شده است. استوانه با شرایط مرزی مختلف در نظر گرفته شده و حل معادلات دینامیکی پوسته بر اساس روش تجزیه فوریه و گالرکین می‌باشد. با استفاده از روش‌های بکار رفته، فرمول تحلیلی ارائه شده برای محاسبه فرکانس اساسی سازه مشبک، با شروع از تراکم خاصی از ساختار مشبک صورت پذیرفته و به تعداد دنده‌های مورب بستگی ندارد. این نتیجه با استفاده از تجزیه و تحلیل اجزای محدود

مورد تأیید قرار می‌گیرد. کاربردهای این فرمول برای تعیین پارامترهای سازه‌های مشبک و طراحی پوسته‌های مشبک کامپوزیتی بر اساس فرکانس‌های اساسی می‌باشد. بررسی‌های عددی ارائه شده نشانگر فرمول تحلیلی کارآمد و ابزاری برای محاسبه سریع فرکانس اساسی است که می‌تواند برای ارزیابی سختی ساختاری پوسته‌های مشبک کامپوزیتی در تجزیه و تحلیل طراحی استفاده گردد. به طور معمول، تجزیه و تحلیل مکانیکی پوسته های استوانه‌ای مشبک با استفاده از مدل‌های پیوسته و یا مدلهای گسسته انجام می شود. در مدل پیوسته، سیلندر مشبک با پوسته ارتوتروپیک پیوسته، "شبه معادل" جایگزین می‌گردد، که دارای پارامترهای سختی موثر وابسته به پوسته مشبک اصلی می-باشد. استفاده از این روش به دلیل سادگی نسبی آن به طور گسترده‌ای در تجزیه و تحلیل و طراحی پوسته‌های مشبک کامپوزیت استفاده می‌شود. مقالات متعددی از مدل‌های مختلف پیوسته‌ای از ساختارهای مشبک ان-ایزوگرید توسط واسیلیف و موروزوف در نشریات علمی منتشر شده‌اند [1]. همچنین تجزیه و تحلیل های مختلف پوسته‌های مشبک بر اساس مدل های پیوسته توسط توتارو و گوردال [2] ، بوراگواین و ولموروگان [3]، پاسچرو و هایر [4]، توتارو [5]، ژنگ و همکارانش گزارش شده است [6]. همچنین در مقالاتی توسط Hou و گرامول [7]، ژانگ و همکاران [8]، فرولونی و همکاران [9]، فن و همکاران [10] و موروزوف و همکاران [11]، نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای مشبک کامپوزیت را به روش اجزای محدود منتشر شده است. یوشیماسا و همکارانش تحلیل انتشار موج ارتعاشی با استفاده از تئوری ساختار تناوبی دو بعدی و روش اجزای محدود را برای ارزیابی عددی خواص فیلتر موج با محاسبات کمتر معرفی کردند. نتایج به‌دست‌آمده و پاسخ‌های شبیه‌سازی اجزای محدود مقایسه گردید. ایشان خواص هندسی ساختار شبکه با خواص مختلف فیلتر موج را با رویکردی برای طراحی سازه مشبک مرکب با خواص فیلتر موج گسترده تر و مطلوب و ترکیب چندین نوع ساختار مشبک ارائه دادند [12]. میکائیلی و همکارانش به مطالعه و بررسی ارتعاشات آزاد ورق های مشبک هدفمند در محیط‌های حرارتی بکار گرفته شده، پرداختند. معادلات تعادل حاکم، بر اساس نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول که شامل مؤلفه های جابجایی و دورانی می باشد، به دست آمده و با فرض شرایط مرزی چهار طرف گیردار به روش انرژی حل شده است. با حل مسأله مقدار ویژه، رفتار ارتعاشی سازه در محیط حرارتی (با حضور تنش حرارتی) تعیین شده است. نتایج تحلیلی و عددی با نتایج آثار گذشته مورد مقایسه و صحت سنجی قرار گرفته است [13]. لی و همکارانش به بررسی رفتارهای ارتعاش آزاد ایزوگرید با تقویت کننده

پرداخته‌اند. ایشان با تعیین خواص مواد، مزایای HISC نسبت به سیلندر تقویت شده ایزوگرید (ISC) مورد بحث قرار گرفت و می تواند به عنوان مرجعی برای طراحی بهینه فوق سبک و محکم عمل کند [14]. بانی جمالی و همکارانش رفتار ارتعاش آزاد یک پوسته مشبک مخروطی مدرج تابعی دوار و تقویت شده را بررسی کردند. ایشان معادلات حاکم بر اساس نظریه کلاسیک پوسته استخراج کرده با در نظر گرفتن اثرات شتاب گریز از مرکز و کوریولیس و همچنین کشش اولیه محیطی به دلیل چرخش پوسته در نظر گرفته اند. مسئله با روش گالرکین برای مرزهای مختلف حل گردیده و فرکانس‌های به دست آمده با فرکانس‌های موجود در سایر منابع مقایسه شده است. در ضمن نتایج نرم-افزاری اجزای محدود برای نشان دادن تأثیر پارامترهای مختلف مانند هندسی پوسته و خواص مواد، تقویت کننده‌ها، سرعت چرخش، و شرایط مرزی مورد بحث قرار گرفته است [15].

در این مقاله معادلات حاکم بر دینامیک و ارتعاشات آزاد یک سازه کامپوزیتی مشبک با شرایط مرزی مختلف با روش گالرکین بصورت تحلیلی بدست آمده و سپس نتایج حاصل از روش تحلیلی با نتایج حاصل از روش اجزای محدود مقایسه گردیده‌اند. انتخاب المان تیر که دارای خواص لازم برای محاسبه وتحلیل‌های مختلف ارتعاشی می‌باشد، از موارد مهم در رسیدن به نتایج دقیق و درصد خطای کمتر است.

معادلات حاکم

سازه‌های استوانه‌ای غیر ایزوگرید توسط شش متغیر طراحی معرفی می شوند. قطر D و طول L و پارامترهای هندسی سازهٔ مشبک کامپوزیتی شامل ضخامت پوسته (ارتفاع دنده مایل در قطع برش عرضی) h، زاویه دنده‌های مایل نسبت به طول φ، ضخامت ریب‌های عمودی و مایل در مقطع عرضی δ_h و δ_c و فاصله های ریب های عمودی و مایل a_c و a_h نمایش داده می‌شود. شکل‌های (۱-الف و ب) مختصات و پارامترهای هندسی سازه مشبک را نمایش می‌دهند. برای استخراج معادلات حاکم بر فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای مشبک، از یک نظریه و مدل سازی کلاسیک بر پایه الاستیک در جهت شعاعی استفاده شده است. در مقاله حاضر معادلات حاکم بر پوسته سازه مشبک استخراج گردیده و سپس معادلات بستر وینکلر-پاسترناک به آنها اضافه می‌گردد که معادلات حاکم جدیدی را تشکیل داده و نهایتا حل می‌گردد. به منظور بررسی دقیق مدل و بدست آوردن معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای مشبک، هر یک بطور جداگانه بحث شده است.

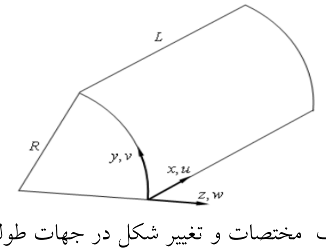
معادلات بستر. ساختار استوانه‌ای مشبک کامپوزیت بدین ترتیب در نظر گرفته شده است که از طرف شعاع خارجی، توسط یک بستر خطی، همگن و الاستیک در جهت محوری احاطه شده است. بستر وینکلر-پاسترناک را می‌توان به عنوان فنرهای لایه شعاعی و برشی با دو ضریب سختی K و G در محورهای طولی فرض کرد. فرض بر این است که فنرها دارای جابجایی خالص هستند، آنها کاملاً مستقل بوده و هیچ اثر تلفیقی و جفتی با یکدیگر ندارند. پاسخ ساده و معمول بستر به بارگذاری $P(x,y)$ را می‌توان به این صورت نوشت:

$$p(x,y) = Kw - G\nabla^2 w \qquad (۱)$$

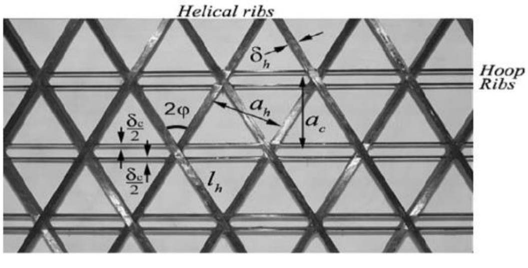
که در آن w جابجایی در امتداد y است و ∇^2 عملگر لاپلاس است.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \qquad (۲)$$

شکل (۱) محورهای مختصات، α، β و γ پوسته استوانه‌ای، با شعاع R و طول L را نشان می‌دهد.



شکل ۱-الف مختصات و تغییر شکل در جهات طولی، محیطی و شعاعی [1]



شکل ۱-ب نمایش پارامترهای هندسی سازه مشبک [1]

معادله حاکم بر پوسته مشبک استوانه‌ای. معادله حرکت با استفاده از نظریه کلاسیک پوسته‌های استوانه‌ای ارتوتروپیک ا ستخراج شده ا ست. برای ا ستفاده از مدل پیو سته پو سته، از تعداد دنده مارپیچ و حلقوی برای ساختار مشبک استفاده می‌شود. ساختار استوانه‌ای کامپوزیت مشبک با پوسته ارتوتروپیک پیوسته با سختی موثر معادل جایگزین می‌گردد. معادله حرکت در مختصات استوانه‌ای به شرح زیر است:

$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha}+\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta}-\beta_\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha}+\frac{\partial N_\beta}{\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{M_{\alpha\beta}}{\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{M_\beta}{\partial \beta}-\beta_\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0 \qquad (۳)$$

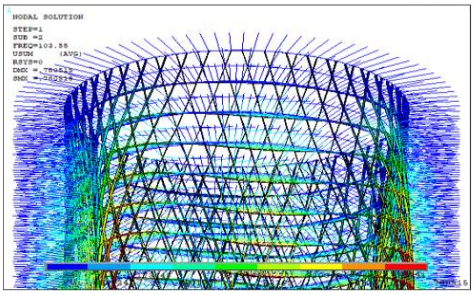
$$\frac{\partial^2 M_\alpha}{\partial \alpha^2}+\frac{2\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha\partial \beta}+\frac{\partial^2 M_\beta}{\partial \beta^2}-\frac{N_\beta}{R}-\beta_\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0$$

که در آن β_ρ جرم واحد سطح می‌باشد. همچنین $N_\alpha, N_\beta, N_{\alpha\beta}$ و$M_\alpha, M_\beta, M_{\alpha\beta}$ به ترتیب مولفه های تنش ناشی از خمش و پیچش می‌باشند. تغییر مکان‌های u، v و w به ترتیب در طول محورهای α، β و γ است. عبارت بستر وینکلر-پاسترناک را می‌توان به سومین عبارت معادله (۳) اضافه نمود بطوریکه عبارت (٤) بدست آید. شکل‌های (۲ و ۳) نشان دهنده فنرها در جهت شعاعی بعنوان محیط الاستیک می‌باشند که توسط سطح بیرونی سازه پوسته محدود می‌شوند.

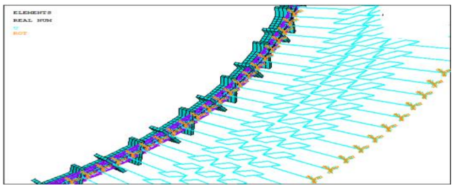
$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha}+\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta}-B_\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha}+\frac{\partial N_\beta}{\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{M_{\alpha\beta}}{\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{M_\beta}{\partial \beta}-B_\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0 \qquad (٤)$$

$$\frac{\partial^2 M_\alpha}{\partial \alpha^2}+\frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha\partial \beta}+\frac{\partial^2 M_\beta}{\partial \beta^2}-\frac{N_\beta}{R}-B_\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=Kw-G\nabla^2 w$$



شکل ۲ پوسته مشبک با محیط الاستیک در اطراف آن



شکل ۳ بستر الاستیک که توسط فنرهای شعاعی مدل‌سازی گردیده است

عبارات معادله (٤) باید با ایجاد معادلات ارتوتروپیک و شبه ارتوتروپیک که از مواد مرکب کامپوزیتی بدست می‌آیند، بصورت زیر قابل بیان خواهند بود:

$$\begin{bmatrix} N_\alpha \\ N_\beta \\ N_{\alpha\beta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varepsilon_\alpha \\ \varepsilon_\beta \\ \varepsilon_{\alpha\beta}\end{bmatrix} \qquad (۵)$$

$$\begin{bmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \\ M_{\alpha\beta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \kappa_\alpha \\ \kappa_\beta \\ \kappa_{\alpha\beta}\end{bmatrix}$$

بطوریکه B_{11}، B_{12}، B_{22} و B_{33} ($B_{12}=B_{21}$) و D_{11}، D_{12}، D_{22}، D_{22}، D_{33} ($D_{12}=D_{21}$) کرنش‌های غشایی سطح میانی؛ κ_α، κ_β و $\kappa_{\alpha\beta}$ تغییر مکان انحنای سطح میانی و ε_α، ε_β و $\varepsilon_{\alpha\beta}$ روابط تغییر مکان می‌باشند.

$$\varepsilon_{\alpha\beta}=\frac{\partial u}{\partial \beta}+\frac{\partial v}{\partial \alpha}\quad \varepsilon_\beta=\frac{\partial u}{\partial \beta}+\frac{W}{R}\quad \varepsilon_\alpha=\frac{\partial u}{\partial \alpha} \qquad (٦)$$

$$\kappa_\alpha=-\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2},\quad \kappa_\beta=-\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \beta},\quad \kappa_{\alpha\beta}=-2\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha\partial \beta}+\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \alpha}$$

چهار شرط مرزی مورد نیاز بصورت زیر در نظر گرفته می-شود:

$$u=0,\ v=0,\ \omega=0,\ \frac{\partial w}{\partial \alpha}=0$$

با جایگذاری روابط (۵ و ٦) در رابطه (٤)، معادله حاکم کلی حرکت که شامل خواص بستر وینکلر-پاسترناک نیز می‌باشد، در سومین عبارت از معادله (٦) بدست می‌آید.

$$-\frac{B_{12}}{R}\frac{\partial u}{\partial \alpha}-\frac{B_{22}}{R}\frac{\partial v}{\partial \beta}+\frac{D_{22}}{R}\frac{\partial^3 \upsilon}{\partial \beta^3}+\frac{D_{12}+2D_{33}}{R}\frac{\partial^3 \upsilon}{\partial \alpha^2\partial \beta} \qquad (۷)$$

$$-\frac{B_{22}}{R^2}w-D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4}-2\left(D_{12}+2D_{33}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2\partial \beta^2}$$

$$-D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4}-Kw+G\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}+\frac{G}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}+B_\rho\omega^2 w=0$$

جهت حل تحلیلی معادله (۷)، تغییر مکان‌های u، v و w بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{cases} u(\alpha,\beta,t)=u(\alpha,\beta)\cos\omega t \\ v(\alpha,\beta,t)=v(\alpha,\beta)\cos\omega t \\ w(\alpha,\beta,t)=w(\alpha,\beta)\cos\omega t \end{cases} \tag{۸}$$

با جایگذاری معادله (۸) در معادله (۷) می‌توان رابطه (۹) را داشت:

$$\begin{aligned} &-\frac{B_{12}}{R}\frac{\partial u}{\partial\alpha}-\frac{B_{22}}{R}\frac{\partial v}{\partial\beta}+\frac{D_{22}}{R}\frac{\partial^3 v}{\partial\beta^3}+ \\ &\frac{D_{12}+2D_{33}}{R}\frac{\partial^3 v}{\partial\alpha^2\partial\beta}-\frac{B_{22}}{R^2}w-D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial\alpha^4} \\ &-2\left(D_{12}+2D_{33}\right)\frac{\partial^4\omega}{\partial\alpha^2\partial\beta^2}-D_{22}\frac{\partial^4\omega}{\partial\beta^4}+ \\ &+B_\rho\omega_n^2 w-Kw+G\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\left(\omega\cos\omega t\right)+\frac{G}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\left(\omega\cos\omega t\right)=0 \end{aligned} \tag{۹}$$

با حل معادله بدست آمده با شرایط مرزی ذکر شده، فرکانس طبیعی برای پوسته استوانه‌ای مشبک قرار گرفته بر روی بستر الاستیک وینکلر-پاسترناک بدست می‌آید. حال می‌توان با استفاده از سریهای مثلثاتی برای یافتن پاسخ تغییر مکان در طول محیط استوانه که بصورت متناوب تکرار می‌گردد، استفاده نمود.

$$\begin{aligned} u(\alpha,\beta)&=\sum_{n=1}^{\infty}u_n(\alpha)\cos\lambda_n\beta \\ w(\alpha,\beta)&=\sum_{n=1}^{\infty}w_n(\alpha)\cos\lambda_n\beta \\ v(\alpha,\beta)&=\sum_{n=1}^{\infty}v_n(\alpha)\sin\lambda_n\beta \end{aligned} \tag{۱۰}$$

با جایگذاری معادله (۱۰) در معادله (۹) می‌توان به یک معادله دیفرانسیل ساده و همگن رسید.

$$\begin{aligned} &\frac{B_{12}}{R}\frac{\partial u_n}{\partial\alpha}-\frac{\lambda_n}{R}\left(B_{22}+D_{22}\lambda_n^2\right)\upsilon_n+ \\ &\frac{D_{12}+2D_{33}}{R}\lambda_n\frac{d^2v_n}{d\alpha^2}-\left(\frac{B_{22}}{R^2}+D_{22}\lambda_n^4\right)w_n \\ &-D_{11}\frac{\partial^4 w_n}{\partial\alpha^4}+2\left(D_{12}+2D_{33}\right)\lambda_n^2\frac{\partial^2 w_n}{\partial\alpha^2}-Kw+G\frac{\partial^2 w_n}{\partial\alpha^2} \\ &-\frac{1}{R^2}G\,w_n\lambda_n^2+B_\rho\omega_n^2 w_n=0 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

بطوریکه ω_n فرکانس طبیعی nام می‌باشد. لذا شرایط مرزی جدید مطابق با معادله (۱۱) بصورت زیر بیان می‌شود.

$$u_n=0,\ v_n=0,\ w_n=0,\ \frac{dw_n}{d\alpha}=0 \tag{۱۲}$$

روش گالرکین جهت حل یک مسئله مقدارمرزی مانند معادله (۱۱) همگن استفاده می شود. لذا تابعی تقریبی و مناسب برای پیدا کردن پاسخی سریع برای ارضاء شرایط مرزی گیردار-گیردار برای پیدا کردن مودهای ارتعا شی پایه پو سته ا ستوانه‌ای شکل مطرح شده در معادله (۱۲)، استفاده می‌گردد. تابع تقریبی بصورت زیر در فرض می‌گردد:

$$u_n=U_n\frac{dX}{d\alpha}\ ,\ \ v_n=V_nX,\quad w_n=W_nX \tag{۱۳}$$

بطوریکه:

$$X=\cosh\frac{\lambda\alpha}{L}-\cos\frac{\lambda\alpha}{L}-\sigma\left(\sinh\frac{\lambda\alpha}{L}-\sin\frac{\lambda\alpha}{L}\right)$$

در رابطه بالا λ و σ مقادیر ثابت هستند. با توجه به روش گالرکین رابطه میزان خطا بصورت زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned} &Z_\alpha=\left(B_{11}\frac{d^3X}{d\alpha^3}-B_{33}\lambda_n^2\frac{dX}{d\alpha}\right)U_n+\left(B_{12}+B_{33}\right)\lambda_nV_n\frac{dX}{d\alpha}+ \\ &\frac{B_{12}}{R}\frac{dX}{d\alpha}W_n+B\rho\omega_n^2\frac{dX}{d\alpha}U_n \\ &Z_B=-\left(B_{12}+B_{33}\right)\lambda_nU_n\frac{d^2X}{d\alpha^2}+ \\ &\left[\left(B_{33}+\frac{D_{33}}{R^2}\right)\frac{d^2X}{d\alpha^2}-\left(B_{22}+\frac{D_{22}}{R^2}\right)\lambda_n^2X\right]V_n \\ &+\lambda_n\left(\frac{D_{12}+2D_{33}}{R}\frac{d^2X}{d\alpha^2}-\frac{B_{22}+D_{22}\lambda_n^2}{R}X\right)W_n+B_\rho\omega_n^2XV_n \\ &Z_\gamma=\frac{-B_{12}}{R}\left[\frac{d}{d\alpha}U_n\frac{dX}{d\alpha}\right]-\frac{\lambda_n}{R}\left(B_{22}+D_{22}\lambda_n^2\right)V_nX+ \\ &\frac{D_{12}+2D_{33}}{R}\lambda_n\frac{d^2}{d\alpha^2}\left[V_nX\right]-\left(\frac{B_{22}}{R^2}+D_{22}\lambda_n^4\right)W_nX \\ &-D_{11}\frac{d^4}{d\alpha^4}\left(W_nX\right)+2\left(D_{12}+2D_{33}\right)\lambda_n^2\frac{d^2}{d\alpha^2}\left(W_nX\right)+ \\ &B_\rho\omega_n^2W_nX-KW_nX+G\frac{d^2}{d\alpha^2}\left(W_nX\right)-\frac{1}{R^2}G\lambda_n^2W_nX \end{aligned} \tag{۱۴}$$

محاسبه مقادیر نامعلوم U_n، V_n و W_n از طریق معادله (۱٤) امکان‌پذیر خواهد بود و بدین ترتیب تابع تقریبی X و $\frac{dX}{d\alpha}$ بدست می‌آید. با روش گالرکین عبارات زیر بدست می‌آید:

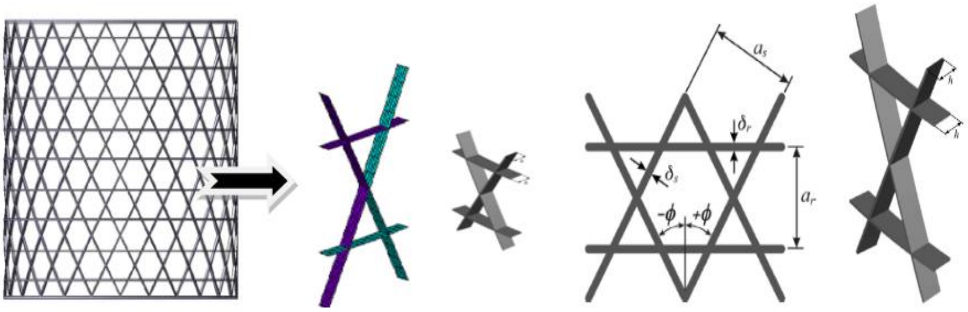
$$\int_0^L z_\alpha\frac{dX}{d\alpha}d\alpha=0\quad \int_0^L z_\beta Xd\alpha=0\quad \int_0^L z_\gamma Xd\alpha=0 \tag{۱۵}$$

با جایگذاری معادله (۱٤ در ۱۵) و فرض $\xi=\sigma\lambda\left(\sigma\lambda-2\right)$ رابطه (۱۱) بعد از برخی ساده‌سازی‌ها بصورت زیر مطرح می‌گردد.

$$-B_{12}\bar{U}_n\xi+n\left[\left(B_{22}+\frac{D_{22}}{R^2}n^2\right)s+\left(\frac{D_{12}+2D_{33}}{R^2}\frac{\xi}{s}\right)\right]V_n+\left[\begin{array}{l}\left(B_{22}+D_{22}\frac{n^4}{R^2}+\frac{D_{11}}{R^2}\frac{\lambda^4}{s^4}\right)+\\ 2\left(\frac{D_{12}+2D_{33}}{R^2}\right)n^2\frac{\xi}{s}+\\ G\frac{\xi}{s}+\left(K+G\frac{n^2}{R^4}\right)sR^2\end{array}\right]W_n-\omega_n^2B_\rho RLW_n=0 \qquad (۱٦)$$

بطوریکه $\bar{U}_n=\frac{U_n}{L}$ و $s=\frac{L}{R}$.

پارامترهای معادله (۱٦) از مدل پیوسته پوسته مشبک استوانه‌ای در ضمیمه (A_1) آورده شده است. پوسته مشبک استوانه‌ای شامل دنده‌های محیطی و مورب است که از میان یکدیگر مطابق شکل (٤) عبور می‌کنند. همچنین پارامترهای این سازه در جدول (۱) داده شده است.



شکل ٤ سازه مشبک استوانه‌ای شامل دنده‌های محیطی و مورب

جدول ۱ مقادیر و پارامترهای سازه مشبک

پارامترها	تعاریف	مقادیر
ρ	چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۵۵۰
E	ضریب الاستیک (نیوتن بر متر مربع)	۷۰×۱۰^{۹}
R	شعاع سطح مقطع مشبک (متر)	۰/۵
L	طول موثر استوانه مشبک (متر)	۲
δ_s	ضخامت دنده‌های مایل (میلی‌متر)	۲
δ_r	ضخامت دنده‌های محیطی (میلی‌متر)	۲
ρ_s	چگالی دنده‌های مایل (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۵۵۰
ρ_r	چگالی دنده‌های محیطی (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۵۵۰
H	ارتفاع دنده‌ها (میلی‌متر)	۸
L/R	نسبت طول به شعاع	٤
R/H	نسبت شعاع به ارتفاع دنده‌ها	٦۲/۵
υ	ضریب پوآسون	۰/۳۲
Φ	زاویه بین دنده‌های مایل	۱۵^{0}
n_s	تعداد دنده‌های مایل	٤۸
K	ضرایب پاسترناک	۰و۱۰و ۱۰۰و ۱۰۰۰و $۱۰^{٤}$ و $۱۰^{۵}$
G	ضرایب وینکلر	۵۰۰، ۱۰۰، ۷۵، ۵۰، ۲۵، ۱۰، ۰

با استفاده از پارامترهایی که در ضمیمه A_1 و A_2 آورده شده است و با جایگذاری در معادله (۱۶) و تقسیم نتیجه بر عبارت $E_s\sigma_s n_s \frac{h}{R}$، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$
\begin{aligned}
&-\frac{E}{s}\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{12} h\bar{U}_n\xi + \\
&n\left[\left(E_s\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{12}h+\frac{h^3}{12}E_s\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{12}\right)s+ \frac{1}{R^2}\left(\frac{h^2}{12}E_s\frac{\sigma_s}{R}n+f_{12}+\frac{2h^3}{12}E_s\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{12}\right)n^2\frac{\xi}{s}\right]V_n + \\
&\left[nt_s\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{22}+\frac{h^3}{12}E_s\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{22}\frac{n^4}{R^2}+ \frac{h^3}{12R^2}\frac{\lambda^4}{s^4}n_s f_n + \frac{2}{R^2}\left(\frac{h^3}{R}E_s\frac{\sigma_s}{R}n_s f_{12}+2\frac{h^3}{12}E_s\right)+ \frac{1}{R^2}G\frac{\xi}{s}+\left(K+\frac{1}{R^2}G\frac{n^2}{R^2}\right)sR^2\right]W_n \\
&-\omega_n^2 h\delta\frac{\sigma_s}{R}n_s\rho_p RLW_n = 0
\end{aligned} \qquad (۱۷)
$$

پارامتر بی بعد فرکانس بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$\eta_n = \omega_n^2\frac{\rho_s}{E_s}Rl \qquad (۱۸)$$

با صرفنظر از تغییر مکان در جهت α در مقایسه با تغییر مکان در راستای محیطی می‌توان معادله فشرده زیر را مطرح نمود:

$$
\begin{cases}
(c_{11}-\eta_n g_{11})V_n + c_{12}W_n = 0 \\
c_{21}V_n + (c_{22}-\eta_n g_{22}+p_{ss})W_n = 0
\end{cases} \qquad (۱۹)
$$

پارامترهای معادله (۱۹) در ضمیمه A3 آورده شده است. با قرار دادن دترمینان ضرایب برابر با صفر رابطه (۲۰) بدست می‌آید.

$$\det\begin{vmatrix} c_{11}-\eta_n g_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22}-\eta_n G_{22}+P_{ss}\end{vmatrix}=0 \Rightarrow \quad a\eta_n^2 - b\eta_n + c = 0 \qquad (۲۰)$$

ریشه معادله خواهد بود:

$$\eta_n = \frac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad (۲۱)$$

که با در نظر گرفتن عبارت منفی و فرض زیر می‌توان رابطه نهایی را بدست آورد.

$$a=g_{11}q_{22},\ b=c_{11}g_{22}+c_{22}g_{11}+P_{ss}g_{11} \qquad (۲۲)$$
$$c=c_{11}c_{22}-c_{12}^2+c_{11}P_{ss}$$

مقادیر فرکانس ω_n بصورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\omega_n = \xi_n\sqrt{\frac{E_s}{\rho_s Rl}} \qquad (۲۳)$$

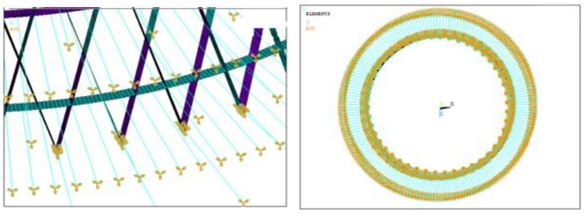
فرمول بدست آمده یک رابطه مستقیم برای بدست آوردن فرکانس طبیعی یک پوسته مشبک استوانه‌ای با در نظر گرفتن بستر الاستیک وینکلر-پاسترناک می‌باشد که می‌تواند در طراحی سازه‌های مشبک جهت کاهش زمان محاسبه استفاده گردد.

نتایج عددی و صحت سنجی

در مدل‌سازی روش اجزای محدود، یک ترکیب المان سه بعدی برای سازه مشبک و لایه برشی برای پارامتر وینکلر (در جهت شعاع سطح مقطع استوانه) در نظر گرفته می‌شود. المان دارای قابلیت‌های سه بعدی و جابجایی خالص و بدون کوپلینگ می‌باشد. فرض می‌گردد که المان بدون چرخش باشد. همچنین المان فنر بدون جرم در جهت شعاعی فرض می‌گردد. در اولین قدم جهت مدل‌سازی یک سازه مشبک، کوچکترین سلول یک سازه مشبک ایجاد می‌گردد و با تکرار آن در طول محورها مدل کامل به‌دست می‌آید. برای این امر ابتدا یک بال از دنده‌های مایل وعمودی به همراه ضخامت H و شعاع R در دستگاه مختصات کارتزین با ۱۰ نقطه تعریف می‌شود. با انتخاب خط به مرز بندی نواحی پرداخته و امکان ایجاد سطح مقطع نیمی از یک دنده مایل یا عمودی انجام می‌پذیرد. سپس با قرینه‌سازی شکل بدست آمده نسبت به محور قائم سمت دیگر دنده‌ها ایجاد و به همین ترتیب مش‌بندی می‌گردد. در مرحله بعد اولین حلقه از سازه مشبک ایجاد می‌گردد. پس از اتمام مدل‌سازی شرایط مرزی لازم تمام درجات آزادی گره‌های ابتدایی و انتهایی بسته می‌شود. تمامی نقاط با هم مرج شده و تلورانس مدل‌سازی جهت بدست آوردن یک مدل واحد در نظر گرفته می‌شود برای بستر می‌توان از یک سری فنرهایی که در طول شعاع پوسته استوانه‌ای در قسمت خارجی به صورتی المان فنر به عنوان پارامترهای وینکلر و پاسترناک در نظرگرفت. جهت مدل‌سازی از المان shell-181 با چهار گره استفاده شده است. از این جهت مدل‌سازی سازه با

ضخامت متوسط استفاده می‌گردد. از چهار گره که هر کدام دارای ٦ درجه آزادی هستند، شامل سه جابجایی و سه درجه آزادی چرخشی است. برای بستر نیز از المان combine 14 استفاده گردیده است. شکل (٥) بستر مدل‌سازی شده با استفاده از المان‌های فنر که در یک انتها به سازه متصل و در انتهای دیگر بسته می‌باشند را، نمایش می‌دهد قبل از محاسبه فرکانس‌های طبیعی ساختار مشبک بر روی بستر الاستیک ، محاسبه تحلیلی برای اعتبار سنجی معادله، از طریق مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک، بدون بستر الاستیک با مطالعات قبلی انجام شده و سپس با افزودن بستر الاستیک، فرمول تحلیلی جدیدی بدست آمده است. در مدل‌سازی با روش اجزای، تعداد المان‌های موجود برای سازه مشبک با طول ۲ متر و تعداد حداقل دنده‌های n_s=48 به همراه فنرها جهت مدل‌سازی بستر پاسترناک، ۲۸٤۰۳ می‌باشد.

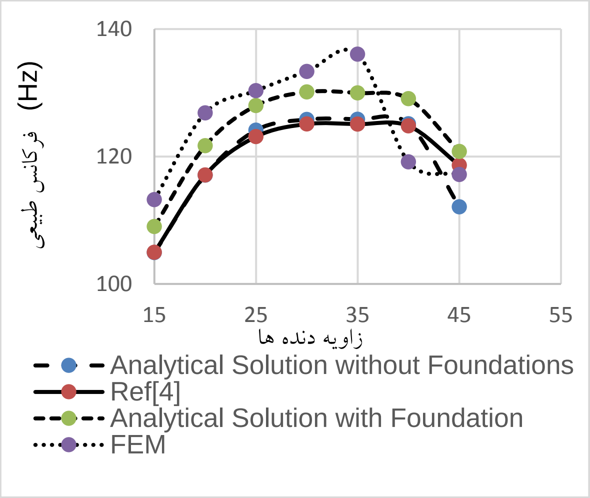
نتایج نشان داد که با افزودن بستر الاستیک، ضرایب مدول وینکلر و پاسترناک تأثیر فوق العاده‌ای در افزایش فرکانس‌های طبیعی ساختار مشبک دارند. همانطور که در نتایج جدول (۲) نشان داده شده است، با افزایش تعداد دنده های مارپیچ به طور خاص بیش از ٤۸، و با داشتن بستر الاستیک، فرکانس‌های طبیعی افزایش می یابد. نتایج در جدول (۲)، با استخراج معادلات حاکم با شرایط مرزی، با استفاده از روش گالرکین، با و بدون بستر الاستیک بدست آمده و با نتایج روش اجزای محدود مطابقت خوبی دارد. همچنین شکل (٦) نشان می‌دهد که نتایج حاصل از راه حل‌های تحلیلی با نتایج مرجع [4] برای سازه مشبک بدون بستر الاستیک مطابقت خوبی دارد. همچنین نشان می‌دهد که نتایج حاصل از راه حل‌های تحلیلی با در نظر گرفتن بستر الاستیک مطابقت خوبی با نتایج حاصل از روش اجزای محدود دارند.



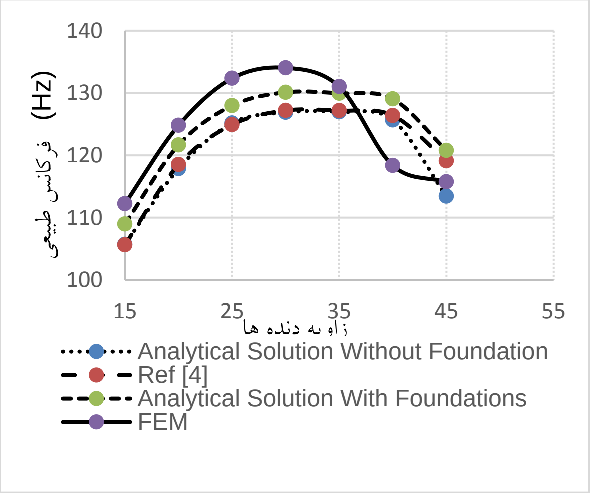
شکل ٥ مدل استوانه مشبک با بستر الاستیک

جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از روش تحلیلی با و بدون در نظر گرفتن بستر الاستیک برای طول ۲ متر

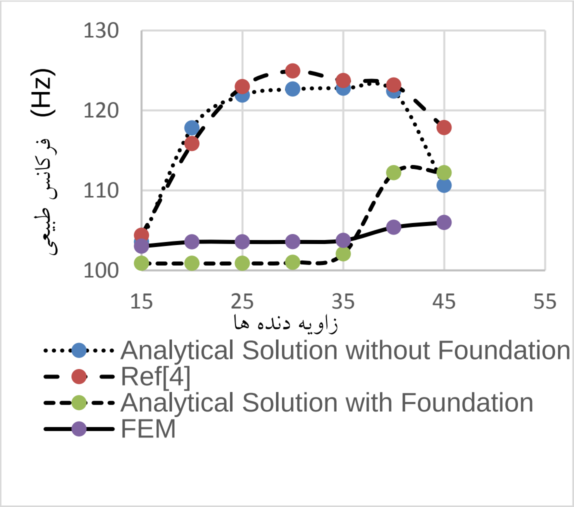
محاسبه فرکانس طبیعی بدون در نظر گرفتن بستر وینکلر-پاسترناک						
ns	٤۸		٦۰		۷۲	
زاویه دنده	تحلیلی	مرجع [4]	تحلیلی	مرجع [4]	تحلیلی	مرجع [4]
۱٥	۱۰۳/٥٥	۱۰٤/۳۷	۱۰٤/۹	۱۰٤/۹٦	۱۰٥/۷۰	۱۰٥/٦٤
۲۰	۱۱۷/۷۹	۱۱٥/۸۳	۱۱۷/۰۷	۱۱۷/۱۰	۱۱۷/۸٦	۱۱۸/٥۲
۲٥	۱۲۱/۸۹	۱۲۲/۹٦	۱۲٤/۱۲	۱۲۳/۱۱	۱۲٥/۱۷	۱۲٤/۹۱
۳۰	۱۲۲/٦٥	۱۲٤/۹۲	۱۲٥/۸۱	۱۲٥/۰۹	۱۲٦/۹۰	۱۲۷/۱۹
۳٥	۱۲۲/۷٦	۱۲۳/۷۳	۱۲٥/۸۲	۱۲٥/۰۸	۱۲٦/۹۷	۱۲۷/۱۷
٤۰	۱۲۲/۳۹	۱۲۳/۱۷	۱۲٥/۱۳	۱۲٤/۸۰	۱۲٥/٦٦	۱۲٦/۳۹
٤٥	۱۱۰/٦۱	۱۱۷/۸۳	۱۱۲/۱	۱۱۸/٦۲	۱۱۳/٤۳	۱۱۹/۱
محاسبه فرکانس طبیعی با در نظر گرفتن بستر وینکلر-پاسترناک						
ns	٤۸		٦۰		۷۲	
زاویه دنده	تحلیلی	FEM	تحلیلی	FEM	تحلیلی	FEM
۱٥	۱۰۰/۸٦	۱۰۰/۰۱	۱۰۹/۰۹	۱۳۳/۲۲	۱۰۸/۹۷	۱۱۲/۲٤
۲۰	۱۰۰/۸٦	۱۰۳/٥٥	۱۲۱/٦۸	۱۲٦/۸۳	۱۲۱/٦٥	۱۲٤/۸۰
۲٥	۱۰۰/۸۷	۱۰۳/٥٥	۱۲۷/۹۹	۱۳۰/۳۲	۱۲۷/۹۷	۱۳۲/۳٥
۳۰	۱۰۰/۹۸	۱۰۳/٥٦	۱۳۰/۱۲	۱۳۳/۳٥	۱۳۰/۱۰	۱۳٤/۰٤
۳٥	۱۰۲/۰٥	۱۰۳/۷۳	۱۲۹/۹۷	۱۳٦/۰٥	۱۲۹/۹٥	۱۳۱/۰۲
٤۰	۱۱۲/۱۹	۱۰٥/۳۷	۱۲۹/۰٦	۱۱۹/۱٦	۱۲۹/۰٤	۱۱۸/۳٦
٤٥	۱۱۲/۲۰	۱۰٥/۹۸	۱۲۰/۷۹	۱۱۷/۱۷	۱۲۰/۷۸	۱۱٥/۷٤



شکل ٦ مقایسه فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک با و بدون در نظر گرفتن بستر الاستیک با تعداد دنده‌های ns=48



شکل ۷ مقایسه فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک با و بدون در نظر گرفتن بستر الاستیک با تعداد دنده‌های ns=60



شکل ۸ مقایسه فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک با و بدون در نظر گرفتن بستر الاستیک با تعداد دنده‌های ns=72

در شکل های (٨-٦) مقادیر فرکانس‌های طبیعی برای تعداد دنده و زاویه‌های مختلف نشان داده شده است. همچنین مشاهده می‌گردد که فرکانس‌های طبیعی بدون بستر الاستیک کاهش می-یابند. برای مطالعه تأثیر ضرایب بستر، K و G، فرکانس‌های طبیعی

سازه، با استفاده از معادله جایگزین (۲۳) محاسبه گردیده است.

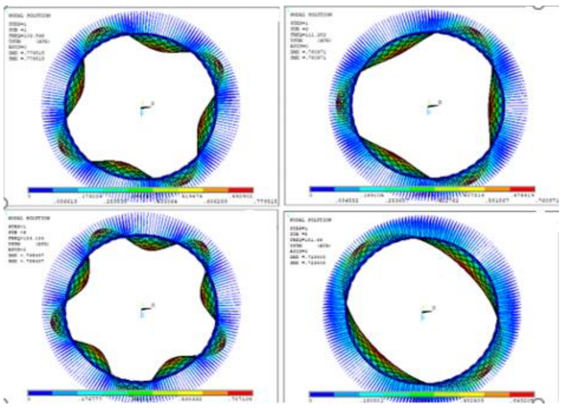
از آنجا که تجزیه و تحلیل مود با المان‌های بسیار زیادی برای طول ٤ متر و دنده های محیطی ٦٠ و ۷۲ زمان و محاسبات زیادی را می‌طلبد، بنابراین محاسبات برای استوانه بطول ۲ متر و زاویه دنده ۱۵ درجه انجام شده است. برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی استوانه با طول و زاویه دیگر، با تعداد دنده های مختلف محیطی، به کامپیوترهای پیشرفته با پردازنده‌های موازی نیاز است. جدول (۳) تغییرات ضرایب وینکلر و پاسترناک و تأثیر آنها بر فرکانس-های طبیعی را نشان می دهد. سختی سازه تحت تأثیر دو ضریب است و هر یک از آنها نقش مهمی در تغییر فرکانس‌های طبیعی دارد.

جدول ۳ فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده توسط فرمول‌های تحلیلی با تغییرات ضریب بستر الاستیک برای طول ۲ متر

فرکانس طبیعی (Hz)	(k,G)	فرکانس طبیعی (Hz)	(k,G)
۱۰۰/۸٦	(۱۰،۰)	۱۰۰/۹۲	(۱۰،۱۰)
۱۰۰/۸٦	(۱۰۰،۰)	۱۰۰/۹۳	(۱۰۰،۱۰)
۱۰۰/۸۹	(۲×۱۰^{۳} ،۰)	۱۰۰/۹۵	(۱۰۰۰،۱۰)
۱۰۱/۱۰	(۱۰^{٤}،۰)	۱۰۱/۱۷	(۱۰^{٤}،۱۰)
۱۰۳/۳۰	(۱۰^{٥}،۰)	۱۰۳/۳۷	(۱۰^{٥}،۱۰)
۱۲۳/۱۷	(۱۰^{٦}،۰)	۱۲۳/۲۲	(۱۰^{٦}،۱۰)
۱٤۲/۰۱	(۲×۱۰^{٦} ،۰)	۱٤۲/۰٦	(۰ ،۲×۱۰^{٦})
۱٥۸/٦۳	(۳×۱۰^{٦} ،۰)	۱٥۸/٦۷	(۳×۱۰^{٦} ،۱۰)
۱۰۱/۰۲	(۱۰،۲٥)	۱۰۱/۱۹	(۱۰،٥۰)
۱۰۱/۰۳	(۱۰۰،۲٥)	۱۰۱/۱۹	(۱۰۰،٥۰)
۱۰۱/۰٥	(۱۰۰۰،۲٥)	۱۰۱/۲۱	(۱۰۰۰،٥۰)
۱۰۱/۲۷	(۱۰^{٤}،۲٥)	۱۰۱/٤٤	(۱۰^{٤}،٥۰)
۱۰۳/٤۷	(۱۰^{٥}،۲٥)	۱۰۳/٦۳	(۱۰^{٥}،٥۰)
۱۲۳/۳۰	(۱۰^{٦}،۲٥)	۱۲۳/٤۸	(۱۰^{٦}،٥۰)
۱٤۲/۱۳	(۲×۱۰^{٦}، ۲٥)	۱٤۲/۲٥	(۲×۱۰^{٦}، ٥۰)
۱٥۸/۷٤	(۳×۱۰^{٦} ،۲٥)	۱٥۸/۸٤	(۳×۱۰^{٦} ،٥۰)
۱۰۱/٥۲	(۱۰،۱۰۰)	۱۰۱/۳٥	(۱۰،۷٥)
۱۰۱/٥۲	(۱۰۰،۱۰۰)	۱۰۱/۳٦	(۱۰۰،۷٥)
۱۰۱/٥٤	(۱۰۰۰،۱۰۰)	۱۰۱/۳۸	(۱۰۰۰،۷٥)
۱۰۱/۷۷	(۱۰^{٤}،۱۰۰)	۱۰۱/٦۰	(۱۰^{٤}،۷٥)
۱۰۳/۹٥	(۱۰^{٥}،۱۰۰)	۱۰۳/۷۹	(۱۰^{٥}،۷٥)
۱۲۳/۷۱	(۱۰^{٦}،۱۰۰)	۱۲۳/٥۷	(۱۰^{٦}،۷٥)
۱٤۲/٤۸	(۲×۱۰^{٦}، ۱۰۰)	۱٤۲/۳٦	(۲×۱۰^{٦}، ۷٥)
۱٥۹/۰٥	(۳×۱۰^{٦} ،۱۰۰)	۱٥۸/۹٥	(۳×۱۰^{٦} ،۷٥)
۱۰۷/۳۰	(۱۰،۱۰۰۰)	۱۰۱/٥۲	(۱۰،٥۰۰)
۱۰۷/۳۱	(۱۰۰،۱۰۰۰)	۱۰۱/٥۲	(۱۰۰،٥۰۰)
۱۰۷/۳۲	(۱۰۰۰،۱۰۰۰)	۱۰۱/٥٤	(۱۰۰۰،٥۰۰)
۱۰۷/٥۳	(۱۰^{٤}،۱۰۰۰)	۱۰۱/۷۷	(۱۰^{٤}،٥۰۰)
۱۰۹/٦۰	(۱۰^{٥}،۱۰۰۰)	۱۰۳/۹٥	(۱۰^{٥}،٥۰۰)
۱۲۸/٤۹	(۱۰^{٦}،۱۰۰۰)	۱۲۳/۷۱	(۱۰^{٦}،٥۰۰)
۱٤٦/٦٥	(۲×۱۰^{٦}، ۱۰۰۰)	۱٤۲/٤۸	(۲×۱۰^{٦}، ٥۰۰)
۱٦۲/۸۰	(۳×۱۰^{٦} ،۱۰۰۰)	۱٥۹/۰٥	(۳×۱۰^{٦} ،٥۰۰)

همانطور که در جدول (۳) ذکر شده است، افزایش K، برای بسترالاستیک در حالی که G را ثابت نگه داشته شود، (و بالعکس) فرکانس‌های طبیعی افزایش می‌یابد. برای مدل‌سازی به روش اجزای محدود برای پوسته استوانه‌ای مشبک از ۹۷۸۳۰ گره و ۳۹۸٤ المان فنر استفاده شده است. سختی کل المان فنرها از قوانین فنرهای موازی پیروی می‌کند و بر تعداد فنرهای تقسیم شده و در مدل‌سازی در نظر گرفته می‌شود.

ارتعاش اساسی و پایه برای پوسته مشبک استوانه‌ای که توسط بستر الاستیک با لبه‌های گیردار در نرم‌افزار اجزای محدود بدست آمده است. چهار شکل مود در شکل (۹) برای مقادیر $k = 100$ و $G = 0\ N / m^3$ نشان داده شده است. تغییرات ضریب وینکلر بستر الاستیک، K، از ۰ تا ۲×۱۰٦ و تأثیر آن بر فرکانس اساسی در جدول (٤) نشان داده شده است.

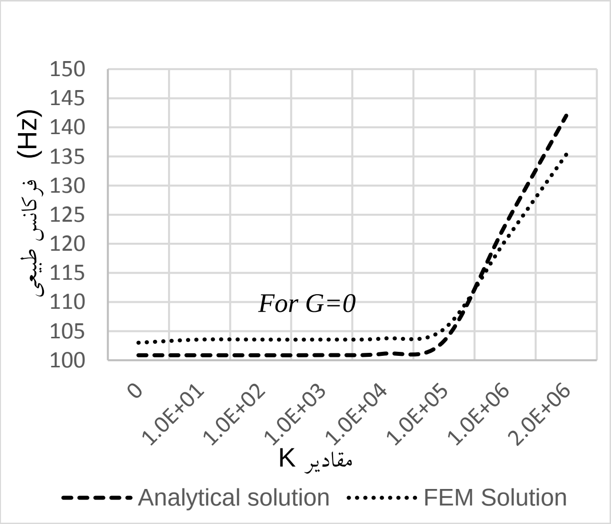


شکل ۹ شکل مودهای اول، سوم، پنجم و هفتم استوانه مشبک

جدول ٤ تغییرات فرکانس‌های طبیعی با در نظر گرفتن ضریب تغییرات بستر الاستیک برای n_s=48

درصد خطا ٪	فرکانس طبیعی به روش FEM	فرکانس طبیعی به روش تحلیلی	(K, G)
۲/۱۳	۱۰۳/۰۱	۱۰۰/۸٦	(۰،۰)
۲/٦۷	۱۰۳/۵۵	۱۰۰/۸٦	(۱۰۰،۰)
۲/٦۷	۱۰۳/۵۵	۱۰۰/۹۰	(۱۰۰۰،۰)
۲/٦۵	۱۰۳/٦۵	۱۰۰/۹۵	($۱۰^{٤}$،۰)
۲/٦	۱۰۳/۷۳	۱۰۱/۱۱	($۱۰^{۵}$،۰)
۲/۱	۱۰۵/۳۷	۱۰۱/۳۱	($۱۰^{٦}$،۰)
۲/۱۷	۱۲۰/٤۹	۱۲۳/۱۷	(۲×$۱۰^{٦}$،۰)
٤/۷۰	۱۳۵/۳۳	۱٤۲/۰۱	(۳×$۱۰^{٦}$،۰)

فرکانس‌های طبیعی حاصل از حل تحلیلی و روش اجزای محدود در جدول (٤) برای $n_s = 48$ دنده مقایسه شده و مقادیر خطا نیز محاسبه گردیده است. این محاسبات را می‌توان برای $n_s = 60$ و ۷۲ دنده به ازای زوایای دیگر تکرار کرد بطوریکه منجر به رسم نمودارهای زیادی می‌شود. روند افزایش فرکانس طبیعی پایه را می‌توان بین دو سری از نتایج را در یک جدول مقایسه کرد و به عنوان یک نمودار در شکل (۱۰) نشان داده شده است.



شکل ۱۰ روند افزایش فرکانس طبیعی پایه بین نتایج تحلیلی و اجزای محدود

فرکانس‌های طبیعی حاصل از حل تحلیلی و روش اجزای محدود در جدول (٤) برای $n_s = 48$ دنده مقایسه شده و مقادیر خطا نیز محاسبه گردیده است. این محاسبات را می‌توان برای $n_s = 60$ و ۷۲ دنده به ازای زوایای دیگر تکرار کرد بطوریکه منجر به رسم نمودارهای زیادی می‌شود. روند افزایش فرکانس طبیعی پایه را می‌توان بین دو سری از نتایج را در یک جدول مقایسه کرد و به عنوان یک نمودار در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

نتیجه‌گیری

مسئله ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی که توسط بستر وینکلر-پاسترناک احاطه گردیده است با شرایط مرزی گیردار مطرح شده است. با فرض ویژگی‌های سختی ارتوتروپی موثر، مدل پیوسته با سازه مشبک جایگزین گردیده و

فرمول تحلیلی با استفاده از روش فوریه و روش گالرکین بدست آمده است. فرمول پیوسته برای فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک محصور در یک محیط الاستیک حل گردیده و نتایج با استفاده از روش اجزای محدود بررسی و مورد تأیید قرار گرفته است. برای شبیه سازی‌های روش اجزای محدود، ضرایب ویژگی‌های وینکلر و پاسترناک به ترتیب با فنرهای برشی و شعاعی جایگزین شده-اند. فرکانس طبیعی پایه سیستم به ویژگی‌های بستر الاستیک بستگی داشته، بنابراین تغییر سختی فنرهای شعاعی و برشی باعث ایجاد تغییر در فرکانس‌های طبیعی می‌شود. مشاهده گردیده است که با افزایش سختی فنرها، می‌توان انتظار پایداری بیشتری در سیستم داشت. استفاده از هر دو روش تحلیلی و عددی، نشان می‌دهد که مقادیر بالاتر برای پارامترهای ساختاری سیستم برای سیستم با طول کوتاه‌تر مورد نیاز است. کارآیی فرمول تحلیلی با استفاده از محاسبات عددی (اجزای محدود) مورد بررسی و تأیید قرار گرفته است. فرمول پارامتری بدست آمده می‌تواند کارآمدی و مناسب بودن آنرا جهت بدست آوردن ارتعاشات آزاد سازه مشبک استوانه‌ای که توسط بستر وینکلر-پاسترناک که با فنرهای شعاعی و برشی معادل‌سازی گردیده‌اند را جهت تجزیه و تحلیل و همچنین طراحی امکان پذیر کند. طراح می‌تواند اثرات تغییر مواد، دانسیته، طول سازه، قطر سازه، زاویه بافت الیاف و همچنین تعداد دنده‌های مایل و عمودی را در بستر مورد نیاز در مأموریت‌های مختلف و کنترل فرکانس بدون صرف هزینه و وقت محسوسی محاسبه نماید. این عبارت یک بسته کامل جهت آغاز طراحی است بگونه‌ای محصول و بستر را به‌صورت یکپارچه و یکجا تحلیل می‌نماید. با افزایش سختی فنرهای برشی و شعاعی پایدار مطلوب را برای سازه‌های حساس هوافضایی ممکن می‌شود. افزایش طول در سازه سبب کاهش فرکانس طبیعی است. لذا با طراحی بستر مناسب پایداری کافی برای آن حاصل می‌گردد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان این مقاله از استاد محترم جناب آقای دکتر جعفر اسکندری جم به جهت راهنمایی علمی و از فصلنامه علمی و پژوهشی علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک فردوسی مشهد کمال سپاس و تشکر را دارد.

واژه نامه

سازه مشبک	Lattice structure
روش فوریه	Fourier method
روش گالرکین	Galerkin method
پایه الاستیک	Elastic foundation
دنده حلقوی	Helical rib
دنده محیطی	Circumferential rib
محیط الاستیک	Elastic ambient
بستر وینکلر پاسترناک	Winkler Pasternak foundation
روش اجزای محدود	Finite Element Method

فهرست علائم

چگالی	ρ
ضریب الاستیک	E
شعاع سطح مقطع مشبک (میلی‌متر)	R
طول موثر استوانه مشبک (میلی‌متر)	L
ضخامت دنده‌های مایل (میلی‌متر)	δ_s
ضخامت دنده‌های محیطی (میلی‌متر)	δ_r
چگالی دنده‌های مایل(کیلوگرم بر متر مکعب)	ρ_s
چگالی دنده‌های محیطی(کیلوگرم بر متر مکعب)	ρ_r
ارتفاع دنده‌ها (میلی‌متر)	H
نسبت طول به شعاع	L/R
نسبت شعاع به ارتفاع دنده‌ها	R/H
ضریب پوآسون	υ
زاویه بین دنده‌های مایل	φ
تعداد دنده‌های مایل	n_s
فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)	ω_n
جرم واحد سطح (کیلوگرم بر متر مربع)	β_ρ

مراجع

1. Wang, T.M. and Stephens, J.E., “Natural Frequencies of Timoshenko Beams on Pasternak Foundations”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 51, No. 2, Pp. 149-155, (1977).

2. Khalifa Ahmed M., “Natural Frequencies and Mode Shapes of Variable Thickness Elastic Cylindrical Shells Resting on a Pasternak Foundation”, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 17, No. 8, Pp. 1158–1172, (2016).
3. Paliwal, D.N. and Pandey, R., “Free Vibrations of An Orthotropic Thin Cylindrical Shell on a Pasternak Foundation”, *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 11, (2001).
4. Lopatin, A.V., Morozov, E.V. and Shaatov, A.V., “An Analytical Expression for Fundamental Frequency of The Composite Lattice Cylindrical Shell with Clamped Edges”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 141, No. 1, Pp. 232-239, (2016).
5. Lopatin, A.V., Morozov, E.V. and Shaatov, A.V., “Fundamental Frequency of a Cantilever Composite Filament-Wound Anisogrid Lattice Cylindrical Shell”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 133, Pp. 564–575, (2015).
6. Vasiliev, V.V and Brayan, V.A., “Anisogrid Composite Lattice Structures-Development and Aerospace Applications”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 94, No. 3, Pp.1117-1127, (2012).
7. Vasiliev, V.V., Brayan, V.A. and Rasin, A.F., “Anisogrid Lattice Structures-Survey of Development and Application”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 54, No. 2–3, Pp. 361-370, (2001).
8. Hou, A. and Gramoll, K., “Compressive Strength of Composite Lattice Structures”, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 17, No. 5, (1998).
9. Totaro, G., “Local Buckling Modelling of Isogrid and Anisogrid Lattice Cylindrical Shells with Hexagonal Cells”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 95, Pp. 403–410, (2013).
10. Xu, M. and Qiu, Z., “Free Vibration Analysis and Optimization of Composite Lattice Truss Cores and Sandwich Beams with Interval Parameters”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 106, No.1, Pp. 85–95, (2013).
11. Frulloni, E., Conti, K. and Torre, L., “Experimental Study and Finite Element Analysis of The Elastic Instability of Composite Lattice Structures for Aeronautic Applications”, *Journal of Composite Structures*, Vol. 78, Pp. 519–528, (2007).
12. Iwata Y. , Yokozeki T., “ Shock wave filtering of two-dimensional CFRP X-lattice structures: A numerical investigation”, *Composite Structures*, Vol. 265, (2021).
13. Mikaeili, E, Heydarnabi, M., Eskandari Jam, J, “Analysis of free vibrations of smart FGM lattice plates in thermal environments”, *Journal of Mechanical Eng. University of Tabriz*, Vol. 92, No. 50, Issue 3, Autumn, (1399). (In persian)
14. Li, M., Fan, H., "Free vibration behaviors and vibration correlation technique of hierarchical Isogrid stiffened composite cylindricals”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 159, (2020).
15. Banijamali, S. M. and Jafari, A., "Free vibration analysis of rotating functionally graded conical shells reinforced by lattice structure”, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, (2021).

پیوست‌ها

$$A_{11} = 2E_S \frac{\delta_S}{a_s}\cos^4\phi,\ \ A_{12} = A_{33} = 2E_S \frac{\sigma_S}{a_s}\cos^2\phi\sin^2\phi,$$
$$A_{22} = 2E_S \frac{\sigma_s}{a_s}\sin^4\phi + E_r\frac{\sigma_r}{a_r},\ \ A_\rho = 2\rho_s\frac{\delta_s}{a_s} + \rho_r\frac{\delta_r}{a_r} \quad \text{(A1)}$$

$$a_s = \frac{2\pi R}{n_s}\cos\phi,\ a_r = \frac{\pi R}{n_s\, tg\phi}$$
$$f_{11} = \frac{\cos^3\phi}{\pi},\ \ f_{12} = \frac{\cos\phi\sin^2\phi}{\pi},$$
$$f_{22} = \frac{\sin\phi}{\pi\cos\phi}\left(\sin^3\phi + \frac{E_r}{E_s}\frac{\sigma_r}{\sigma_s}\right),\ \ f_p = \frac{1}{\pi\cos\phi}\left(1 + \frac{\rho_r}{\rho_s}\frac{\delta_r}{\delta_s}\sin\phi\right)$$
$$B_{11} = A_{11}h,\ B_{12} = A_{12}h,$$
$$B_{22} = A_{22}h,\ B_{33} = A_{33}h,\ \ B_p = A_\rho h, \quad \text{(A2)}$$

$$D_{11}=A_{11}\frac{h^3}{12},\ D_{12}=A_{12}\frac{h^3}{12},\ D_{22}=A_{22}\frac{h3}{12},\ D_{33}=A_{33}\frac{h^3}{12}$$

$$c_{11}=a_1a_{32}-a_{12}{}^2\ \ c_{12}=c_{21}=a_{11}a_{23}-a_{12}a_{13},\ c_{22}=a_{11}a_{33}-a_{13}^2,\ g_{11}=e_{22}a_{11},\ \ g_{22}=a_{11}e_{33}\ P_{ss}=a_{11}P_s,$$

$$P_S=\frac{t}{E_s\sigma_s n_s}\left[G\frac{\xi}{S}+\left(K\frac{R^2}{L^2}+\frac{Gn^2}{L^2}\right)s\right]$$

$$a_{11}=f_{11}\frac{\lambda^4}{s}+f_{12}\xi sn^2,\ a_{12}=a_{21}=2f_{12}\xi n$$

$$a_{31}=a_{13}=f_{12}\xi,\ a_{12}=(1+Z)\left(f_{12}\frac{\xi}{s}+f_{22}sn^2\right)$$

$$a_{23}=a_{32}=n\left[f_{22}\left(1+zn^2\right)s+3f_{12}z\frac{\xi}{s}\right]$$

$$a_{33}=\left[f_{11}z\frac{\lambda^4}{s^4}+f_{22}\left(1+zn^4\right)\right]s+6f_{12}zn^2\frac{\xi}{s} \tag{A3}$$

$$a_{22}=(1+Z)\left(f_{12}\frac{\xi}{s}+f_{22}sn^2\right)$$

$$e_{11}=f_\rho\xi,\ e_{22}=e_{33}=f_\rho,\quad z=\frac{1}{12t^2},\quad t=\frac{R}{h}$$

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics,34, 2022. (35-66)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Non-Newtonian Conjugate Heat Transfer under the Impact of Uniform and Non-Uniform Magnetic Field Along with Heat Absorption/Production inside a Two-Dimensional Chamber Containing a Block at Different Temperatures; an Entropy Analysis with LBM*

Research Article

Mohammad Nemati[1], Mohammad Sefid[2]*

DOI: 10.22067/jacsm.2022.77136.1125

1. Introduction

The assessment of convection heat transfer inside closed chambers has various applications, such as cooling electronic equipment, designing solar collectors, and building air conditioning. Now, if the synchronic examination of thermal conductivity with the convection process is momentous (widely used in various industries, including the construction of heat exchangers), it reveals the necessity of this type of study. Since in reality and industrial applications, the used fluids show non-Newtonian behavior, it is very momentous to analyze the influence of different parameters on the flow caused by the presence of such fluids. Among the methods of controlling flow power, the amount of heat transfer and entropy is the use of active (energy consumption) and passive (without energy consumption) methods. Examples of passive and active methods are chamber inclination angle and applying the magnetic field, respectively. The presence of magnetic field and heat absorption/production, which are the tools for controlling fluid flow, are widely used in many industries, including the nuclear industry. The presence of an obstacle in the path of fluid flow, sometimes by force or sometimes voluntarily, leads to changes in the characteristics of the flow by which the entropy value can be controlled.

2. Statement of the problem

Figure 1 shows the conjugate heat transfer process caused by the free convection of electrically conductive fluid with the power-law model inside the two-dimensional chamber with L×L dimensions considered in the present work. A conductive wall with a thickness of 0.1H is assumed in the vicinity of the hot wall of the chamber, which transfers heat from the wall to the fluid. A rectangular obstacle is placed at temperature between the cold and hot walls in the flow path, while uniform heat absorption/production affects the fluid flow. The magnetic field affects the chamber horizontally from left to right in three different ways. The following are assumed in this numerical simulation: 1) two-dimensional flow; 2) incompressible and stable flow regime; 3) absence of thermal radiation and viscous loss; 4) the use of Boussinesq approximation for density; 5) non-surfaces permeable and non-slip fluid on surfaces; 6) applying the gravity field vertically.

Lattice Boltzmann Method (LBM) was developed for modeling the non-uniform magnetic field in the presence of heat absorption/production. Three separate distribution functions for flow, temperature, and magnetic fields were used for simulation.

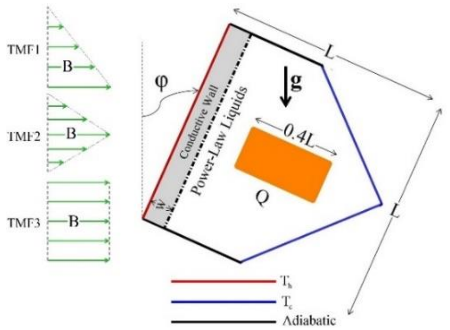


Figure 1. A view of the problem geometry under research

3. Results

Because non-Newtonian fluids used in real applications have a high Prandtl number, Pr=50 was set to perform calculations. Considering that LBM is based on square grid, the solution domain was chosen 100×100 and the bounce back model was used to model the boundary conditions. The studied parameters are listed in Table 1. Based on the results obtained: 1) in all modes, the enhancement of the Hartmann number causes a decrease in the flow velocity and consequently decreases the flow power and the mean Nusselt number. On average, this effect for the shear thinning fluid is about 32% more than the shear thickening fluid; 2) the type of magnetic field applied is a very momentous parameter in controlling the amount of heat transfer, and this variable can be used to

*Manuscript received: 14 June 2022; Revised, 12 July 2022, Accepted, 28 August 2022.

[1]. PhD Candidate, Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

[2]. Corresponding author. Professor, Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
Email: mhsefid@yazd.ac.ir

achieve flows with desired strength. Applying the magnetic field in a uniform manner leads to a further decrease in heat transfer and flow strength compared to other cases.

Table 1. The variables along with the corresponding values

Variable	Values
Hartmann number	Ha=0,20,40,60
Type of magnetic field	TMF1,TMF2,TMF3
Rayleigh number	Ra=10^3,10^5
Power-law index	n=0.75,1,1.25
Angle of chamber inclination	λ=-90˚,0,+90˚
Coefficient of heat absorption/production	-10,0,+10
Thermal conductivity ratio	0.5,1,10

The effect of changing the type of magnetic field applied decreases with increasing power-law index; 3) an increase in the power-law index leads to an increase in the viscosity of the fluid and causes the ease of movement of the fluid to decrease. Due to the low convection effects for the shear thickening fluid, the influence of augmentation of the Hartmann number for the shear thickening fluid is much less compared to the Newtonian and shear thinning fluid; 4) by changing the way the chamber is placed, the amount of heat transfer and the flow power can be controlled. By using this passive method, it is possible to control the effect of the magnetic field in such a way that the lowest value of the average Nusselt number, the entropy production, and the effect of the magnetic field are obtained for an inclination angle of +90 degrees. The average Nusselt number for the zero angle is about 1.25 and 2.6 times higher than the angles of -90 and +90 degrees, respectively; 5) the lower the thermal conductivity ratio, the lower the average Nusselt number and the produced entropy. With the augmentation of this variable, the impact of the magnetic field is more obvious and the change of this parameter has a negligible effect on the characteristics of the flow and heat transfer of the shear thickening fluid and on the Ra=10^3; 6) in the heat production mode, the lowest value of the mean Nusselt number is seen, but the influence of the magnetic field is the greatest in this state. The flow power increases with the increase of heat absorption/production coefficient. The heat absorption/production effect is the least for the shear thickening fluid; 7) in general, the largest contribution of the entropy produced for the shear thickening fluid in all cases belongs to the entropy produced due to heat transfer. By increasing the thermal conductivity ratio, increasing the Rayleigh number, decreasing the power-law index, and decreasing the Hartmann number, the Bejan number decreases (according Figure 2 (A-C)); 8) it was observed that in the case of heat production, the total entropy produced increases by about 20% with the increase of the Hartmann number, and in return, the increase of the Hartmann number leads to a decrease in entropy produced for $HAPC \leq 0$.

4. Conclusions

The motivation of the existing numerical simulation was evaluating and analyzing the conjugate heat transfer and entropy generation by the power-law fluid inside the two-dimensional chamber with a variable placement angle containing an exothermic barrier under effect of non-uniform magnetic field and uniform heat absorption/production based on the 1st and 2nd laws of thermodynamics. Simulation was done by writing computer codes in Fortran language using LBM. The results showed that LBM is a suitable alternative for solving problems in CFD due to its special features such as: 1) replacing quasi-linear equations instead of complex and nonlinear equations; 2) having a simple algorithm; and 3) explicitness of the equations. Using a separate distribution function to model the magnetic field results in higher accuracy compared to the case where two distribution functions are assumed for the flow field and the temperature field and the magnetic field is applied as a source term.

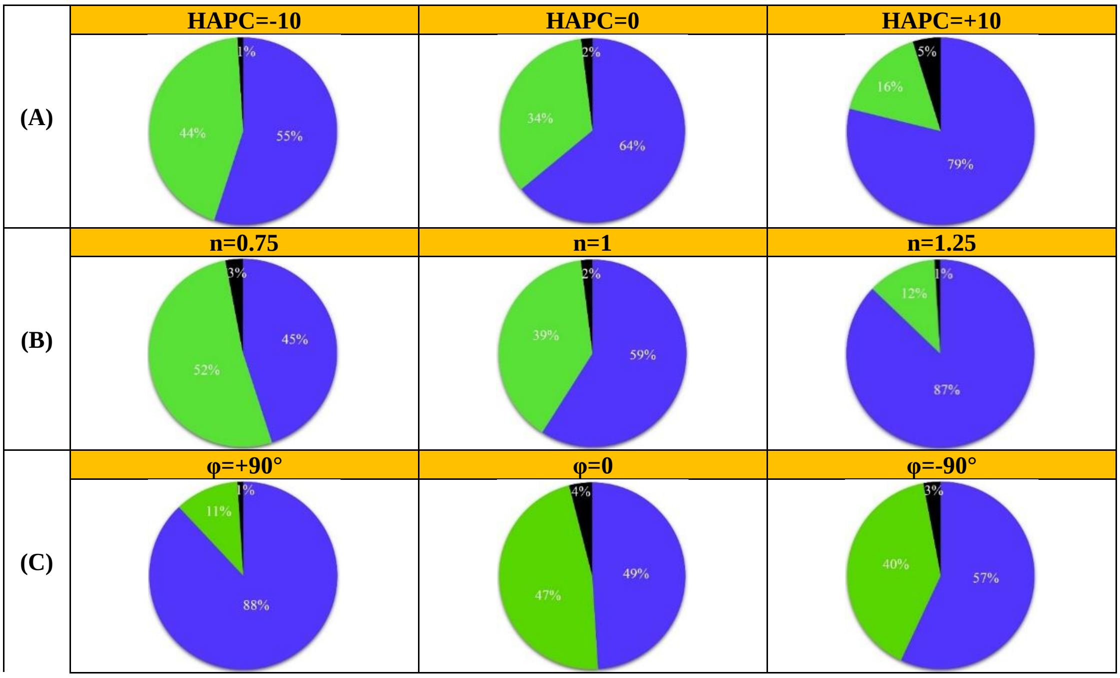


Figure 2. Distribution percentage of the share of each of the entropy production factors in the total entropy production

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

استفاده از روش لتیس بولتزمن در تحلیل آنتروپی تولید شده طی انتقال حرارت دوگانه سیال با مدل توانی در حضور جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی*

مقاله پژوهشی

محمد نعمتی[۱]　　محمد سفید[۲]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.77136.1125

چکیده *در کار حاضر مقدار آنتروپی تولید شده ناشی از انتقال حرارت دوگانه سیال با مدل توانی درون محفظه دو بعدی متمایل تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت با وجود جذب/تولید گرما بررسی شده است. بر اساس یافته‌های پژوهش، قدرت جریان، مقدار انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده با افزایش عدد هارتمن، کاهش عدد رایلی و افزایش شاخص توانی سیال، کاهش می‌یابد. با کاهش شاخص توانی سیال، اثر میدان مغناطیسی بارزتر می‌شود به نحوی که افزایش عدد هارتمن تا بیشترین مقدار، در حدود ۵۲ درصد برای سیال نازک‌شونده و تا حدود ۱۸ درصد برای سیال ضخیم‌شونده از مقدار عدد ناسلت متوسط می‌کاهد. هر اندازه عدد هارتمن بیشتر باشد، تغییر در نوع اعمال میدان مغناطیسی مشهودتر است که این اثر برای سیال ضخیم‌شونده کمترین است. با اعمال میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت می‌توان به جریانی با قدرت کمتر و عدد ناسلت کوچک‌تری دست یافت. چنانچه نسبت هدایت حرارتی افزایش یابد، بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط حاصل می‌شود که در این حالت اثر افزایش عدد هارتمن و عدد رایلی محسوس‌تر می‌شود. کمترین مقدار انتقال حرارت، قدرت جریان و اثر میدان مغناطیسی زمانی حاصل می‌شود که محفظه در زاویه ۹۰+ درجه قرار گیرد که در این حالت عدد ناسلت متوسط تا حدود ۸۲ درصد کمتر از زاویه صفر است. عدد بجان با افزایش ضریب جذب/تولید گرما، افزایش عدد هارتمن، کاهش عدد رایلی و کاهش نسبت هدایت حرارتی، افزایش می‌یابد و بیشترین مقدار عدد بجان در زاویه ۹۰+ درجه حاصل می‌شود.*

واژه های کلیدی انتقال حرارت دوگانه، سیال با مدل توانی، میدان مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت، تولید آنتروپی، جذب/تولید گرمای یکنواخت، زاویه تمایل محفظه.

Non-Newtonian Conjugate Heat Transfer under the Impact of Uniform and Non-Uniform Magnetic Field Along with Heat Absorption/Production Inside a Two-Dimensional Chamber Containing a Block; an Entropy Analysis by LBM

Mohammad Nemati　　Mohammad Sefid

Abstract *In the existing work, the amount of entropy produced due to power-law fluid conjugate heat transfer within an inclined 2D chamber under the influence of magnetic fields in different forms with absorption/production of heat has been evaluated. According to the research findings, flow power, heat transfer value and entropy production decline with enhancing Hartmann number, decreasing Rayleigh number and enhancing fluid power-law index. The increase of the Hartmann number to the maximum value reduces the value of the mean Nusselt number by about 52% for shear thinning fluid and by about 18% for the shear thickening fluid. The higher the Hartmann number, the more obvious is the change in the type of applied magnetic field, and this effect is the least for the shear thickening fluid. By applying the magnetic field in a uniform mode, a current with a lower power and a smaller Nusselt number can be achieved. If the thermal conductivity ratio increases, the highest mean Nusselt number is obtained, and in this case, the effect of increasing the Hartmann number and Rayleigh number becomes more noticeable. The lowest amount of heat transfer, current strength and magnetic field effect is obtained when the chamber is placed at an angle of +90 degrees, in which case the mean Nusselt number is about 82% less than the zero angle. Bejan number enhances with the increase of heat absorption/production coefficient, increase of Hartmann number, decrease of Rayleigh number and decrease of thermal conductivity ratio, and the highest value of Bejan's number is obtained at +90 degree angle.*

Keywords Conjugate heat transfer; Power-law liquids; Uniform and non-uniform magnetic field; Entropy generation; Uniform heat absorption/production; Inclination angle of chamber.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۳/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۶/۶ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

(۲) نویسنده مسئول، استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

Email: mhsefid@yazd.ac.ir

مقدمه

یکی از روش‌های کنترل انتقال حرارت ناشی از فرآیندهای همرفت از جمله جابجایی طبیعی، استفاده از تاثیر میدان‌های مغناطیسی بر جریان سیال است. تجزیه و تحلیل جریان سیال در معرض میدان‌های مغناطیسی به عنوان هیدرودینامیک مغناطیسی (Magnetohydrodynamics) شناخته می‌شود. از این نوع جریان می‌توان به عنوان محیط جدیدی برای اندازه‌گیری آزمایش‌های اشعه ایکس و گرم کردن بافت‌های سلولی با خواص سیال مغناطیسی در یک میدان متناوب استفاده نمود [1-4]. انتقال حرارت جابجایی طبیعی و هیدرودینامیک مغناطیسی که بر هم کنش‌های سیال و نیروی مغناطیسی را مطالعه می‌کند، کاربردهای مختلفی در صنعت دارد و بسیار مورد توجه محققین قرار دارد. از جمله این کاربردها می‌توان به خنک‌سازی قطعات الکترونیکی، رآکتورهای هسته‌ای، کلکتورهای خورشیدی، صنایع بهداشتی و غذایی و بسیاری موارد دیگر اشاره کرد. تاکنون روش‌های متعددی برای مدل کردن این نوع پدیده به کار گرفته شده است که از آن جمله می‌توان به روش حجم محدود، روش المان محدود، روش تفاضل محدود و روش لتیس بولتزمن (Lattice Boltzmann method) اشاره داشت [5-8].

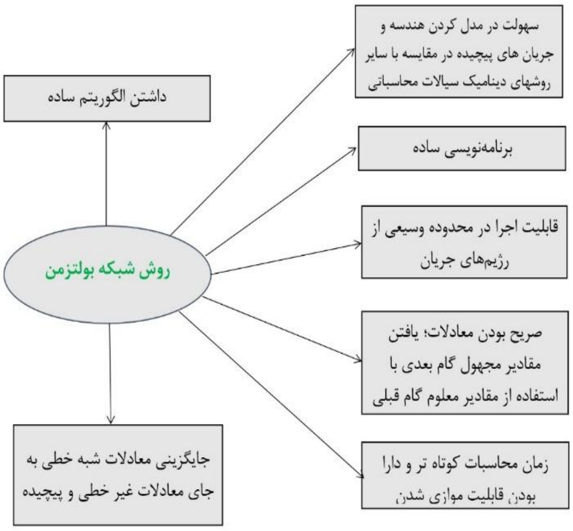
از جمله مهمترین دلایلی که محققان را واداشته جریان سیالات با خاصیت غیرنیوتنی را مورد تحلیل و ارزیابی قرار دهند، استفاده فراوان این دسته از سیالات در کاربردهای واقعی و صنایع گوناگون همچون صنایع شیمیایی است. ویژگی سیالات نیوتنی، ارتباط خطی بین تنش و نرخ برش است که ضریب ثابتی به نام لزجت (ویسکوزیته) عامل پیونده‌دهنده است در حالی که این ارتباط در مایعات و سیالات غیرنیوتنی دیده نمی‌شود. از آنجایی که در مایعات و سیالات نیوتنی، لزجت تنها تابعیت از دما و فشار دارد، بنابراین ویسکوزیته به نیروی خارجی وارد بر آن وابسته نیست. بر خلاف سیالات نیوتنی، در سیالات غیرنیوتونی ضریبی ثابت مانند لزجت برای توصیف وضعیت تنش برشی معنا نخواهد داشت. یکی از مهمترین و روزمره‌ترین جریان سیالات غیرنیوتنی، جریان خون در بدن است [9-12].

بررسی تأثیر شکل محفظه با توجه به تغییرات شرایط مرزی سرعت و دمایی مختلف بر میزان انتقال حرارت و قدرت جریان‌های شکل گرفته ناشی از آن یکی از مسائل مورد علاقه و توجه پژوهشگران از گذشته تا کنون به شمار می‌رود. با توجه به کاربرد جریان انتقال حرارت درون محفظه‌های بسته مانند استفاده در ماشین‌های الکتریکی، دستگاه‌های میکروالکترونیک و کلکتورهای خورشیدی، ضرورت استفاده بهینه از فضا در طراحی این دستگاه‌ها و استفاده از محفظه‌هایی با مقاطع مختلف می‌تواند به طور حتم مفید و ضروری باشد [13-16].

جذب/تولید گرما نقش بسیار مهمی در پدیده‌های مختلفی چون انرژی هسته‌ای و مدل‌سازی احتراق دارد. از جمله روش‌هایی که محققین در تقویت عملکرد حرارتی سیستم‌های انرژی به کار گرفته‌اند، انتقال حرارت در محفظه تحت اثر میدان مغناطیسی با جذب/تولید گرما است [17-20].

انتقال حرارت مزدوج (جامد-سیال) یک فرآیند رایج در انتقال حرارت تجهیزات صنعتی و مهندسی است. از جمله کاربردهای آن می‌توان انتقال حرارت در محفظه‌های احتراق، مبدل‌های حرارتی، میکروکانال‌ها و خنک‌کننده تجهیزات الکترونیکی اشاره داشت [21-23]. شبیه‌سازی مسائل انتقال حرارت مزدوج توسط محققان با استفاده از روش‌های عددی مرسوم در حل معادلات ناویر استوکس و معادلات انرژی مانند روش حجم محدود، روش اجزای محدود و روش تفاضل محدود اجرا شده است اما به دلیل خواص متفاوت ماده در تبادل حرارت بین مرزهای جامد و سیال، مشکلاتی را در شبیه سازی عددی ایجاد کرده است [24-26].

یکی از پر کاربردترین و مهمترین روش‌ها در مقیاس مزوسکوپیک، روش لتیس بولتزمن (LBM) است که در آن تعداد ذرات توزیع شده در میدان ارتباطی با تعداد مولکول‌ها ندارد و تنها وابسته به تعداد شبکه‌ها و گره‌ها است. ارائه یک مدل جنبشی ساده، ایده و طرح اصلی این روش عددی است که از طریق متوسط‌گیری خواص میکروسکوپیک، خواص ماکروسکوپیک حاصل می‌شود که از این طریق معادلات اصلی بر جریان سیال (بقای جرم، انرژی و مونتوم) ارضا می‌شود. خصوصیاتی و ویژگی‌های این روش عددی در شکل (۱) ارائه شده است. در کنار مزایای فراوانی که این روش برای مدل کردن جریان سیالات دارد، محدودیت‌هایی هم در تحلیل جریان سیال با استفاده از این روش وجود دارد که از آن جمله می‌توان به ناپایداری در لزجت پایین و افزایش زمان و حجم محاسبات در شبکه‌بندی‌های ریز به دلیل شبکه‌بندی مربعی در این روش اشاره داشت [27-30].



شکل ۱ خصوصیات و ویژگی‌های روش لتیس بولتزمن

از آنجایی که تعیین میزان انتقال حرارت بر اساس قانون اول ترمودینامیک حاصل می‌شود، بررسی کارایی تجهیزات و مدل-های فیزیکی هم بسیار با اهمیت است. یکی از پارامترهای مهم در تعیین بازده عملکرد دستگاه‌ها، آنتروپی است. این مفهوم که از قانون دوم ترمودینامیک نشأت می‌گیرد، بیان می‌کند هر اندازه مقدار آنتروپی تولید شده بیشتر باشد، به دلیل ایجاد بازگشت-ناپذیری، راندمان ترمودینامیکی سیستم کاهش می‌یابد. کاهش و یا از بین رفتن قابلیت کاردهی دستگاه‌ها و تجهیزات نتیجه تولید آنتروپی است. بنابراین با توجه به جمیع این موارد، محققان علاوه بر تحلیل قانون اول، قانون دوم ترمودینامیک را نیز مد نظر قرار می‌دهند و تمرکز بر این موضوع در سالیان اخیر از اهمیت بالایی برخوردار شده است [34-31].

از آنجایی که در پژوهش حاضر از روش عددی شبکه بولتزمن استفاده شده است و با توجه به تعدد کلمات کلیدی مرتبط با موضوع تحقیق حاضر، مروری بر مطالعات گذشته با تأکید بر اولویت بر سالیان اخیر در زیر ارائه شده است. مهمترین دستاوردها ارائه شده و در پایان نیز مواردی که در اثر ذکر شده با توجه به کار حاضر بررسی نشده و فقدان آن احساس می‌شود بیان شده تا نوآوری و ضرورت تحقیق حاضر به وضوح مشخص شود.

۱- ارزیابی تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت و نسبت ابعاد محفظه بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی با مدل توانی درون محفظه C شکل توسط آقاخانی و همکاران [35] با LBM در سال ۲۰۱۸: ۱- کاهش عدد ناسلت متوسط و قدرت جریان شکل گرفته درون محفظه با افزایش نسبت ابعاد محفظه به دلیل کاهش فضای چرخش سیال، ۲- کمترین اثر میدان مغناطیسی در کاهش قدرت جریان و میزان انتقال حرارت برای سیال ضخیم‌شونده، ۳- عدم بررسی اثرات نسبت هدایت جرارتی جامد-سیال، جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بر جریان سیال و عدم بررسی میزان آنتروپی تولید شده.

۲- ارزیابی عددی انتقال حرارت دوگانه طی جابجایی طبیعی سیال نیوتنی درون محفظه دو بعدی متخلخل با LBM توسط رضایی و مغربی [36] در سال ۲۰۱۹: ۱- افزایش نیروهای شناوری، قدرت جریان و مقدار انتقال حرارت به واسطه افزایش عدد رایلی، ۲- کاهش میزان انتقال حرارت با افزایش ضخامت دیواره‌ها، ۳- ، افزایش میزان انتقال حرارت با افزایش نسبت نفوذ حرارتی جامد به سیال، ٤- عدم در نظر گرفتن اثرات میدان مغناطیسی و جذب/تولید گرما در تولید آنتروپی برای سیال غیر نیوتنی.

۳- کاربرد LBM در شبیه‌سازی انتقال حرارت دوگانه سیال نیوتنی درون محفظه دو بعدی مربعی شکل با دیواره‌ای رسانا توسط فرهی و همکاران [37] در سال ۲۰۱۹: ۱- افزایش سرعت انتقال حرارت با افزایش نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال، ۲- افزایش تأثیر رشد نسبت هدایت حرارتی با افزایش قدرت نیروهای شناوری، ۳- عدم تحلیل آنتروپی برای سیال غیر نیوتنی بدون در نظر گرفتن جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی.

٤- تحلیل اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر میزان آنتروپی تولید شده در طی انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال با مدل توانی درون محفظه L شکل با استفاده از LBM توسط ژانگ و همکاران [38] در سال ۲۰۲۰: ۱- کاهش نرخ انتقال حرارت با افزایش نسبت ابعاد محفظه به دلیل کم شدن اثرات جابجایی، ۲- اثر بیشتر میدان مغناطیسی در کاهش عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی و کاهش شاخص توانی سیال، ۳- کاهش پیوسته مقدار انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده با افزایش عدد هارتمن برای سیال نازک‌شونده و نیوتنی، ٤- عدم تفاوت در اثر اعمال میدان مغناطیسی برای سیال ضخیم‌شونده، ٥- عدم بررسی اثر میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بدون در نظر داشتن اثرات جذب/تولید گرما و نسبت هدایت جرارتی جامد-سیال.

٥- استفاده از LBM در تحلیل اثر نوع توزیع دمای دیواره محفظه مربعی شکل بر انتقال حرارت نانوسیال تحت تأثیر میدان

مغناطیسی یکنواخت توسط عباسی و همکاران [39] در سال ۲۰۲۰: ۱- افزایش بیشینه مقدار تابع جریان با افزایش عدد رایلی و ضریب جذب/تولید گرما، ۲- کاهش مشهود اثر جذب/تولید گرما با افزایش عدد رایلی به خصوص در عدد رایلی ۱۰^۶، ۳- کاهش قدرت جریان با افزایش قدرت میدان مغناطیسی و کاهش قدرت نیروهای شناوری، ٤- تغییر چشمگیر الگوی جریان و مقدار انتقال حرارت با تغییر نوع توزیع دمای دیواره، ۵- عدم بررسی میزان آنتروپی تولید شده برای سیال غیر نیوتنی تحت اثر میدان مغناطیسی با در نظر داشتن اثرات نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال.

٦- شبیه‌سازی انتقال حرارت دوگانه در یک حفره مربعی متشکل از پارتیشن‌های رسانا توسط LBM توسط محبی و رسام [40] در سال ۲۰۲۰: ۱- دست‌یابی به دقت بالای شبیه‌سازی با LBM در مقایسه با سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، ۲- عدم بررسی آنتروپی تولیدی برای سیال غیرنیوتنی در حضور جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی.

۷- بررسی اثر میدان میدان مغناطیسی یکنواخت بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی با مدل توانی درون محفظه بیضوی شکل متمایل در حضور جذب/تولید گرمای یکنواخت به وسیله LBM توسط نعمتی و همکاران [41]: ۱- کاهش عدد ناسلت متوسط با افزایش ضریب تولید گرما و کاهش ضریب جذب گرما ، ۲- مشاهده کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط در بیشترین مقدار عدد هارتمن و ضریب تولید گرما، ۳- استفاده از زاویه قرارگیری محفظه به عنوان پارامتری کنترل کننده بر میزان انتقال حرارت و قدرت جریان بدون صرف انرژی و هزینه زیاد، ۳- عدم بررسی اثرات نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال و میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بر مشخصات جریان و انتقال حرارت و عدم ببررسی مقدار تولید آنتروپی.

۸- تحلیل اثر میدان مغناطیسی یکنواخت و پریودیک (توزیع سینوسی) بر جریان انتقال حرارت جابجایی ترکیبی تحت جذب/تولید گرما درون محفظه ربع‌دایره‌ای شکل متخلخل حاوی مانعی دایره‌ای شکل با LBM توسط نعمتی و همکاران [42] در سال ۲۰۲۱: ۱- دست‌یابی به جریانی با قدرت بیشتر با اعمال میدان مغناطیسی پریودیک به جای اعمال یکنواخت به دلیل اعمال کمتر متوسط نیروی حجمی لورنز به سیال، ۲- نزدیک شدن اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت به حالت یکنواخت با افزایش تعداد موج‌های نوسان، ۳- تغییر بارز در الگوهای دمایی و خطوط جریان با وجود جذب/تولید گرما، ٤- کنترل جریان با تغییر زاویه اعمال سرعت دیواره‌ها، ۵- عدم بررسی اثرات میدان مغناطیسی در شکل‌های مختلف برای سیال غیرنیوتنی و نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال در تعیین مقدار آنتروپی تولید شده.

۹- ارزیابی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر میزان آنتروپی تولید شده به واسطه انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال غیر نیوتنی با مدل توانی درون محفظه مستطیلی شکل با LBM توسط رحمان و همکاران [43] در سال ۲۰۲۱: ۱- وابستگی مشهود جریان و انتقال حرارت به عدد رایلی، عدد هارتمن و شاخص توانی سیال، ۲- تأثیر بیشتر میدان مغناطیسی در کاهش قدرت جریان و مقدار انتقال حرارت به ازای اعداد هارتمن بزرگتر از ۲۰، ۳- کاهش اثرات جابجایی با افزایش شاخص توانی سیال و کاهش عدد رایلی، ٤- تغییر ناچیز عدد ناسلت متوسط با تغییر شاخص توانی سیال در اعداد رایلی پایین و در حضور میدان مغناطیسی پر قدرت، ۵- کمتر بودن اثر تغییر عدد بجان با توجه به تغییر قدرت میدان مغناطیسی برای سیال ضخیم-شونده، ٦- عدم بررسی اثرات نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال و جذب/تولید گرما بدون در نظر گرفتن میدان مغناطیسی غیر یکنواخت در شکل‌های مختلف و عدم بررسی آنتروپی.

۱۰- تحلیل اثر تغییر هندسه محفظه ذوزنقه شکل با افزایش نسبت ابعاد بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال تحت میدان مغناطیسی یکنواخت و پریودیک (توزیع سینوسی) تحت زوایای مختلف و تولید/جذب گرما به وسیله توسط نعمتی و همکاران [44] در سال ۲۰۲۱: ۱- کمتر بودن عدد ناسلت تا حدود ۱۵ درصد با اعمال میدان مغناطیسی به صورت افقی، ۲- کاهش بیشتر عدد ناسلت متوسط برای حالت تولید گرما در حضور میدان مغناطیسی، ۳- بیشتر بودن قدرت جریان با اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت، ٤- آشکارتر شدن اثر نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش نسبت ابعاد محفظه، ۵- عدم بررسی اثرات جذب/تولید گرما برای سیال غیر نیوتنی و اثرات نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال در تولید آنتروپی.

۱۱- تعیین میزان اثر بخشی میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال با مدل توانی درون محفظه مربعی شکل با توزیع سینوسی دیواره‌های عمودی با دو مانع مربعی شکل گرمازا با LBM توسط رستمی و همکاران [45] در سال ۲۰۲۱: ۱- کاهش لزجت سیال با افزایش شاخص توانی سیال و به

تبع آن کاهش سرعت سیال درون محفظه، ۲- افزایش گرادیان دما در مجاورت دیواره‌های عمودی و افزایش نرخ انتقال حرارت به ویژه در مقادیر کم شاخص توانی سیال، ۳- تأثیر بارز نوع توزیع دما بر مقدار عدد ناسلت متوسط با توجه به تغییر الگوهای دما، ٤- عدم بررسی اثرات جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی غیریکنواخت در شکل‌های مختلف بر مشخصات جریان و عدم در نظر گرفتن نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال در تحلیل آنتروپی.

۱۲- بررسی تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت دوگانه درون یک محفظه دو بعدی حاوی دیواره‌های رسانا با ضریب پخش متغیر نسبت به سیال توسط فرهی و همکاران [46] در سال ۲۰۲۱: ۱- وابستگی شدید انتقال حرارت، عدد بجان و آنتروپی تولیدی به میدان مغناطیسی و جهت اعمال آن، ۲- افزایش نرخ انتقال حرارت با افزایش عدد رایلی و کاهش عدد هارتمن، ۳- کاهش مقدار آنتروپی تولید شده و افزایش عدد بجان با اعمال میدان مغناطیسی، ٤- اثر بارز اندازه دیواره‌های رسانا بر مقدار آنتروپی تولیدی و مقدار انتقال حرارت، ٥- عدم بررسی اثرات جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی غیر یکنواخت برای سیال غیرنیوتنی در تعیین میزان آنتروپی تولید شده.

۱۳- تحلیل اثر جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی یکنواخت بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه دو بعدی با هندسه مختلف با LBM توسط نعمتی و همکاران [47] در سال ۲۰۲۲: ۱- بیشتر بودن تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی در کاهش عدد ناسلت متوسط به ازای تولید گرما، ۲- تغییر محسوس اثر افزایش عدد هارتمن با تغییر در هندسه محفظه، ۳- عدم بررسی مقدار آنتروپی تولید شده بدون در نظر گرفتن انواع مختلف سیال و در نظر نگرفتن میدان مغناطیسی غیریکنواخت در شکل‌های مختلف بدون لحاظ نمودن اثرات هدایت حرارتی جامد-سیال.

۱٤- استفاده از LBM برای ارزیابی اثر زاویه اعمال میدان مغناطیسی بر میزان آنتروپی تولید شده در طی انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال با مدل توانی درون محفظه مستطیلی شکل توسط رحمان و همکاران [48] در سال ۲۰۲۲: ۱- تطابق قابل قبول نتایج حاصل شده از روش لتیس بولتزمن با سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، ۲- کاهش بیشتر عدد ناسلت متوسط با افزایش زاویه اعمال میدان مغناطیسی، ۳- کاهش کمتر عدد ناسلت متوسط ناشی از اعمال میدان مغناطیسی با افزایش شاخص توانی سیال، ٤- عدم بررسی اثرات جذب/تولید گرما، نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال و میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بر میزان آنتروپی تولید شده.

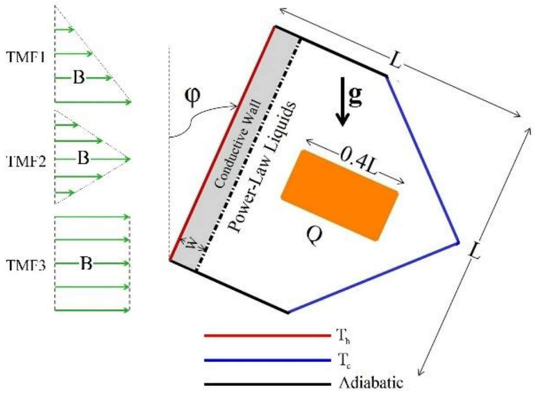
۱٥- شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال و بررسی مقدار آنتروپی تولید شده تحت میدان مغناطیسی یکنواخت درون محفظه L شکل با استفاده از LBM توسط فرهی و همکاران [49] در سال ۲۰۲۲: ۱- کنترل جریان و انتقال حرارت با تغییر در طراحی هندسه محفظه، ۲- تأثیر بیشتر تغییر عدد هارتمن بر مقدار انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده در اعداد رایلی بالاتر از $۱۰^۵$، ۳- ثابت ماندن عدد بجان با افزایش عدد هارتمن در حالت کم بودن اثرات جابجایی (اعداد رایلی پایین)، ٤- عدم ارزیابی اثرات جذب/تولید گرما و میدان مغناطیسی غیریکنواخت در شکل-های مختلف بر مقدار انتقال حرارت و اثرات نسبت هدایت حرارتی جامد-سیال در تولید آنتروپی.

بررسی و تحلیل انتقال حرارت درون محفظه‌های شکل‌دار به دلیل کاربردهای گسترده از جمله طراحی خنک‌کننده‌های الکترونیکی که باید حرارت تولید شده را برای در امان ماندن از خرابی دفع کنند، بسیار با اهمیت است. طبق مطالعات صورت گرفته مشخص می‌شود که اثر جذب/تولید گرما بر مقدار آنتروپی تولید شده در انتقال حرارت دوگانه برای سیال غیرنیوتنی تاکنون بررسی نشده است. از آنجایی که میدان‌های مغناطیسی اعمالی چه به صورت خواسته برای رسیدن به هدفی خاص و یا به صورت ناخواسته همواره به شکل یکنواخت اعمال نمی‌شوند، در کار حاضر این مورد لحاظ شده و مورد ارزیابی قرار گرفته است که یکی از ویژگی‌های بارز کار حاضر به شمار می‌رود. دلیل استفاده از روش لتیس بولتزمن در این شبیه‌سازی، سهولت در اعمال شرایط مرزی بین سطح جامد و سیال است که این عامل دلیل ارجحیت این روش نسبت به سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی در مدل‌سازی جریان سیال است.

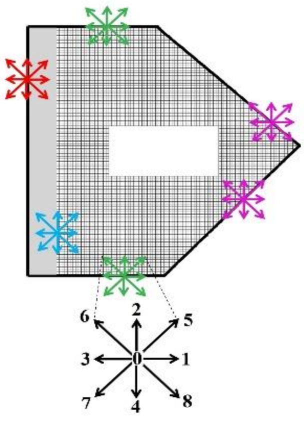
مدل ریاضی

بیان مسأله. فرآیند انتقال حرارت دوگانه ناشی از جابجایی طبیعی سیال رسانای الکتریکی با مدل توانی درون محفظه دو بعدی با ابعاد L×L که در کار حاضر نظر گرفته شده است، در شکل (۲-الف) نشان داده شده است. به منظور نشان دادن این مطلب که آیا با روش‌های ساده و کم هزینه مثل تغییر موقعیت

قرارگیری محفظه تا چه حد می‌توان بر جریان و مقدار انتقال حرارت اثر گذاشت، زاویه تمایلی با نماد φ برای محفظه در نظر گرفته شده است. بر اساس $\varphi=0$، دیواره‌های افقی، دیواره‌های مورب و دیواره عمودی محفظه به ترتیب آدیاباتیک، دارای دمای ثابت سرد و گرم در نظر گرفته شده‌اند. مانعی مستطیلی شکل با نسبت طول به ارتفاع ۲، در موقعیت (0.3L, 0.4L) در دمایی حد فاصل دیواره‌های سرد و گرم ($\theta=0.5$) درون محفظه تعبیه شده است. ضخامت دیوره رسانا که در مجاورت دیواره گرم قرار دارد و حرارت را به سیال منتقل می‌کند برابر $W=0.1L$ است. جذب/تولید گرمای یکنواختی با قدرت Q بر جریان سیال اثر می‌گذارد و میدان مغناطیسی در سه شکل مختلف از چپ به راست و عمود بر گرانش بر محفظه اثر می‌کند. جابجایی طبیعی بر اثر گرادیان چگالی ناشی از اختلاف دمای دیواره‌ها ایجاد می‌شود. فرضیاتی که در این شبیه‌سازی لحاظ شده است در جدول (۱) و پارامترهای مورد بررسی به همراه و مقادیر مربوطه در جدول (۲) ارائه شده است.



الف



ب

شکل ۲ الف- نمایی از هندسه مسأله مورد بررسی و ب- نمونه‌ای از دامنه محاسباتی به همراه سرعت‌های گسسته شبکه

جدول ۱ فرضیات لحاظ شده در شبیه‌سازی حاضر

(۱)	جریان دو بعدی، رژیم جریان غیر قابل تراکم و پایا
(۲)	عدم وجود تشعشع حرارتی و اتلاف ویسکوز
(۳)	استفاده از تقریب بوزینسک برای چگالی
(۴)	سطوح غیر قابل نفوذ و عدم لغزش سیال روی سطوح
(۵)	اعمال میدان گرانش به صورت عمودی از بالا به پایین

جدول ۲ متغیرهای مورد بررسی در شبیه‌سازی حاضر به همراه مقادیر مربوطه

متغیر	مقدار
عدد هارتمن	۰، ۲۰، ۴۰ و ۶۰
نوع اعمال میدان مغناطیسی	TMF1, TMF2, TMF3
نسبت هدایت حرارتی	۰/۵، ۱ و ۱۰
عدد رایلی	$۱۰^۳$ و $۱۰^۵$
زاویه تمایل محفظه	-۹۰، ۰ و +۹۰
ضریب جذب/تولید گرما	-۱۰، ۰ و +۱۰
شاخص توانی سیال	۰/۷۵، ۰ و ۱/۲۵

معادلات حاکم. روابط مربوط به معادلات بقای جرم، مومنتوم،انرژی و تابع جریان بر اساس مشخصات ماکروسکوپیک طبق روابط (۵-۱) نوشته می‌شود [41].

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad (۱)$$

$$\rho(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y})=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu(\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}) \\ ++\rho \mathbf{g}\beta(T\text{-}T_c)\sin\varphi \quad (۲)$$

$$\rho(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y})=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu(\frac{\partial^2 v}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2 v}{\partial^2 y}) \\ +\rho \mathbf{g}\beta(T\text{-}T_c)\cos\varphi\text{-}\sigma B^2 v \quad (۳)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial X}+v\frac{\partial T}{\partial Y}=\alpha(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2})+\frac{Q}{\rho C_p}(T\text{-}T_c) \quad (۴)$$

$$\psi(x,y)=\int u dy+\psi_0 \quad (۵)$$

در رابطه (۴)، $Q>0$ و $Q<0$ به ترتیب تولید و جذب گرما را نشان می‌دهد. ویسکوزیته دینامیکی در مدل توانی به‌صورت رابطه (۶) بیان می‌شود [9]. همچنین متغیرهای بدون بعدی که در حل معادلات و ارائه نتایج از آن‌ها استفاده شده است، طبق رابطه (۷)

بیان می‌شوند. در روابط ارائه شده، n بیانگر شاخص توانی سیال در مدل توانی است که $n=1$، $n<1$ و $n>1$ به ترتیب سیال نیوتنی، سیال نازک‌شونده و سیال ضخیم‌شونده را نشان می‌دهد. ویسکوزیته دینامیکی سیال نیوتنی با μ_0 نشان داده می‌شود. ویسکوزیته سینماتیکی سیال غیرنیوتنی طبق رابطه (۸) بیان می‌شود که γ نرخ برش است که به‌صورت رابطه (۹) بیان می‌شود [43]. υ_0 بیانگر ویسکوزیته سینماتیکی سیال نیوتنی است.

$$\mu=\mu_0\left\{2\left[(\frac{\partial u}{\partial x})^2+(\frac{\partial v}{\partial y})^2\right]+(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y})^2\right\}^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (۶)$$

$$\begin{aligned}&X=\frac{x}{L},\ Y=\frac{y}{L},\ U=\frac{uL}{\alpha\sqrt{Ra}},\ V=\frac{vL}{\alpha\sqrt{Ra}},\\ &Pr=\frac{\upsilon_0 L^{2-n}}{\alpha^{2-n}},\ \theta=\frac{T-T_c}{T_h-T_c},\ Ha=BL^n\sqrt{\frac{\sigma\alpha^{1-n}}{\mu_0}},\\ &Ra=\frac{\beta\theta \mathbf{g} L^{2n+1}}{\upsilon_0\alpha^n},\ P=\frac{pL^2}{\rho Ra\alpha^2},\ HAPC=\frac{QL^2}{\rho C_p\alpha},\\ &\alpha=\frac{\upsilon_0}{Pr},\ TCR=\frac{k_s}{k_f},\ \upsilon_0=\frac{\mu_0}{\rho}\end{aligned} \quad (۷)$$

$$\upsilon(\mathbf{x},t)=\upsilon_0|\gamma|^{(n-1)}=\frac{Pr}{Ra^{\frac{(2-n)}{2}}}|\gamma|^{(n-1)} \quad (۸)$$

$$\gamma_{ij}\equiv 0.5(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i})\ \text{and}\ |\gamma|=\sqrt{2\gamma_{ij}\gamma_{ij}} \quad (۹)$$

مجموع آنتروپی‌های تولیدی ناشی از انتقال حرارت، اصطکاک سیال و وجود میدان مغناطیسی، آنتروپی کل را به وجود می‌آورد که روابط آن در زیر ارائه شده است [23]. در روابط ارائه شده: $T_0=\frac{T_h+T_c}{2}$.

معادلات حاکم بدون بعد طبق روابط (۲۲-۱۴) بیان می‌شوند.

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \quad (۱۴)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+Pr\theta\sin\varphi+\frac{Pr}{Ra^{\frac{(2-n)}{2}}}\left[\frac{\partial}{\partial X}(2\chi\frac{\partial U}{\partial X})+\frac{\partial}{\partial Y}(\chi\frac{\partial U}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial Y}(\chi\frac{\partial V}{\partial X})\right] \quad (۱۵)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+Pr\,\theta\cos\varphi-\frac{PrHa^2}{\sqrt{Ra}}V+\frac{Pr}{Ra^{\frac{(2-n)}{2}}}\left[\frac{\partial}{\partial X}(\chi\frac{\partial V}{\partial X})+\frac{\partial}{\partial Y}(2\chi\frac{\partial V}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial X}(\chi\frac{\partial U}{\partial Y})\right] \quad (۱۶)$$

$$U\frac{\partial\theta}{\partial X}+V\frac{\partial\theta}{\partial Y}=\frac{1}{\sqrt{Ra}}(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2})+\frac{HAPC\theta}{\sqrt{Ra}} \quad (۱۷)$$

$$\chi=|\gamma|^{(n-1)}=\left\{2\left[(\frac{\partial U}{\partial X})^2+(\frac{\partial V}{\partial Y})^2\right]+(\frac{\partial V}{\partial X}+\frac{\partial U}{\partial Y})^2\right\}^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (۱۸)$$

$$S_T=S_T+S_F+S_F \quad (۱۹)$$

$$S_T=[(\frac{\partial\theta}{\partial X})^2+(\frac{\partial\theta}{\partial Y})^2] \quad (۲۰)$$

$$S_F=\eta_1\chi[2((\frac{\partial U}{\partial X})^2+(\frac{\partial V}{\partial Y})^2)+(\frac{\partial U}{\partial Y}+\frac{\partial V}{\partial X})^2] \quad (۲۱)$$

$$S_M=\eta_2Ha^2V^2 \quad (۲۲)$$

معادلات روش لتیس بولتزمن برای میدان‌های جریان، دما و مغناطیسی. روش لتیس بولتزمن، روشی مبتنی بر تئوری جنبشی گازها بوده که در آن سیال به عنوان مجموعه‌ای از ذرات با سرعت‌های گسسته شده بر روی دامنه‌ای مربعی شکل در جهات مختلف حرکت می‌کنند. ذرات مستقر روی هر یک از گره‌ها، به سمت گره‌های مجاور در همسایگی خود در دو زمان مختلف حرکت می‌کنند. روش لتیس بولتزمن متشکل از دو مرحله برخورد و جاری شدن است و در کار حاضر از روشی که توسط مرجع [47] ارائه شده است، بهره برده شده است. در کار حاضر، از سه تابع توزیع f، g و h که به ترتیب مربوط به جریان، دما و مغناطیسی است، استفاده شده است. معادلات شبکه بولتزمن برای میدان‌های جریان، دما و مغناطیسی به ترتیب به صورت روابط زیر بیان می‌شود [38]:

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i,t+1)=f_i(\mathbf{x},t)-\frac{\left[f_i(\mathbf{x},t)-f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right]}{\tau^*}+\mathbf{c}_i\mathbf{F}_i \quad (۲۳)$$

$$\mathbf{F}_i=F_y=3\omega_i\rho\mathbf{g}\beta\theta-3\rho\omega_i\frac{Ha^2\upsilon(\mathbf{x},t)}{L^2}V \quad (۲۴)$$

$$g_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i,t+1)=g_i(\mathbf{x},t)-\frac{\left[g_i(\mathbf{x},t)-g_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right]}{\tau^{**}}+\frac{Q}{(\rho C_p)}(T-T_c) \quad (25)$$

$$h_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i,t+1)=h_i(\mathbf{x},t)-\frac{\left[h_i(\mathbf{x},t)-h_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right]}{\tau^{***}} \quad (26)$$

توابع توزیع تعادلی مربوط به میدان های جریان، دما و مغناطیسی به ترتیب طبق روابط (۳۰-۲۷) بیان می‌شوند [4].

$$f_i^{eq}=\rho\omega_i\left(1+3\mathbf{c}_i.\mathbf{u}+\frac{9}{2}(\mathbf{c}_i.\mathbf{u})^2-\frac{3}{2}\mathbf{u}.\mathbf{u}\right)+\frac{3\omega_i}{2}\left(\frac{\mathbf{c}_i^2B^2}{2}-(\mathbf{c}_i.B)\right) \quad (27)$$

$$g_i^{eq}=\omega_i T\left(1+3\mathbf{c}_i.\mathbf{u}\right) \quad (28)$$

$$h_{ix}^{eq}=\lambda_i\left(B_x+3\mathbf{e}_{ix}(vB_x-uB_y)\right) \quad (29)$$

$$h_{iy}^{eq}=\lambda_i\left(B_y+3\mathbf{e}_{iy}(uB_y-vB_x)\right) \quad (30)$$

در روابط فوق، $\mathbf{c}_i$ سرعت گسسته شده ذرات در جهات مختلف شبکه و ω_i ضرایب وزنی در مدل D_2Q_9 است که در روابط (۳۱ و ۳۲) ارائه شده است. λ_i ضرایب وزنی مربوط به میدان مغناطیسی است که در پنج جهت طبق رابطه (۳۳ و ۳٤) بیان می‌شود [27].

$$\mathbf{c}_0=0$$
$$\mathbf{c}_{1-4}=[\cos(\frac{(i-1)\pi}{2}),\sin(\frac{(i-1)\pi}{2})] \quad (31)$$
$$\mathbf{c}_{5-8}=\sqrt{2}[(\cos(\frac{(i-5)\pi}{2}+\frac{\pi}{4}),\sin(\frac{(i-5)\pi}{2}+\frac{\pi}{4})]$$

$$\omega_0^f=4/9,\ \omega_{1-4}^f=1/9,\ \omega_{5-8}^f=1/36 \quad (32)$$

$$\mathbf{e}_0=0,\ \mathbf{e}_1=(1,0),\ \mathbf{e}_2=(0,1),\ \mathbf{e}_3=(-1,0),\ \mathbf{e}_4=(0,-1) \quad (33)$$

$$\lambda_0=1/3 \text{ and } \lambda_{1-4}=1/6 \quad (34)$$

زمان آسایش مربوط به میدان‌های جریان، دما و مغناطیسی به ترتیب طبق روابط (۳۷-۳۵) بیان می‌شوند. خواص ماکروسکوپیک بر اساس توابع توزیع شرح داده شده، به صورت رابطه (۳۸) است.

$$\tau^{*}=3\upsilon+0.5 \quad (35)$$

$$\tau^{**}=3\alpha+0.5 \quad (36)$$

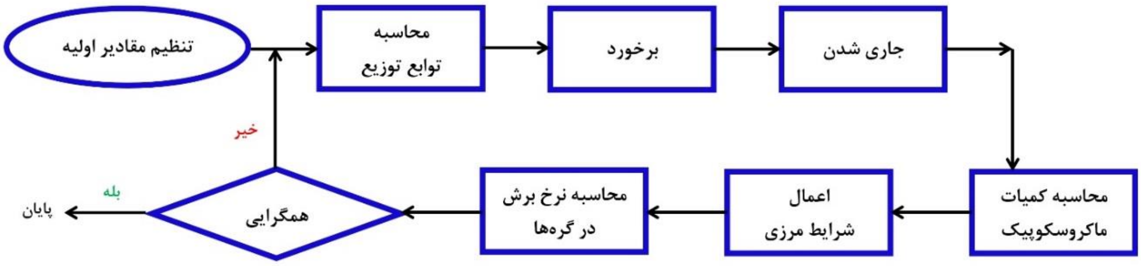
$$\tau^{***}=3\eta+0.5 \quad (37)$$

$$,\ \rho=\sum_{i=0}^{8}f_i$$
$$\rho=\sum f_i,\ \mathbf{u}=\frac{1}{\rho}\sum\mathbf{c}_i f_i,\ T=\sum g_i,\ B_x=\sum h_{ix},\ B_y=\sum h_{iy} \quad (38)$$

شرایط مرزی. اعمال شرایط مرزی، یکی از مهمترین قسمت‌های شبیه‌سازی عددی به شمار می‌رود. در روش لتیس بولتزمن، توابع توزیع خارج از دامنه طی مرحله جاری شدن، مشخص و معلوم هستند. توابع توزیع مجهول داخل دامنه نیز بر طبق مدل کمانه کردن محاسبه می‌شوند [23]. به ازای $\varphi=0$ و با توجه به شکل (۲-ب)، شرایط مرزی در روش لتیس بولتزمن برای میدان جریان به صورت روابط (٤٤-۳۹) و برای میدان دما طبق روابط (-٤٥ ٤۹) نوشته می‌شود. شرایط مرزی بر حسب متغیرهای ماکروسکوپیک به صورت رابطه (۵۰) می‌باشد.

برای حل به روش لتیس بولتزمن، الگوریتمی در نظر گرفته می‌شود که در شکل (۳) ارائه شده است.

مقدار آنتروپی تولیدی کل نیز طبق رابطه (۵۱) به دست می‌آید. عدد بیجان که معیاری است برای تعیین درصد آنتروپی ناشی از انتقال حرارت از آنتروپی تولیدی کل، طبق رابطه (۵۲) محاسبه می‌شود [9]. عدد بیجان بزرگتر از ۰/۵ بیان می‌دارد که انتقال حرارت، بیشترین سهم را در تولید آنتروپی دارد. عدد ناسلت متوسط که معیاری از میزان انتقال حرارت است، به ازای $\varphi=0$ به صورت رابطه (۵۳) محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که معیار همگرایی برای اتمام محاسبات طبق رابطه (٥٤) است. در این رابطه Γ متغیر عمومی (U, V, θ)، b و $b+1$ مراحل زمانی قدیم و جدید و N و M به ترتیب تعداد گره‌ها در راستای x و y را نشان می‌دهند.



شکل ۳ الگوریتم حل به روش لتیس بولتزمن

(۳۹) دیواره افقی بالایی $f_4(i,L)=f_2(i,L),\ f_7(i,L)=f_5(i,L),\ f_8(i,L)=f_6(i,L)$

(۴۰) دیواره افقی پایینی $f_2(i,0)=f_4(i,0),\ f_5(i,0)=f_7(i,0),\ f_6(i,0)=f_8(i,0)$

(۴۱) دیواره مورب بالایی $f_4(i,j)=f_2(i,j),\ f_7(i,j)=f_5(i,j),\ f_3(i,j)=f_1(i,j)$

(۴۲) دیواره مورب پایینی $f_2(i,j)=f_4(i,j),\ f_3(i,j)=f_1(i,j),\ f_6(i,j)=f_8(i,j)$

(۴۳) دیواره عمودی $f_2(i,j)=f_4(i,j),\ f_3(i,j)=f_1(i,j),\ f_6(i,j)=f_8(i,j)$

(۴۴) مرز بین جامد و سیال $f_1(W,j)=f_3(W,j),\ f_5(W,j)=f_7(W,j),\ f_8(W,j)=f_6(W,j)$

(۴۵) دیواره افقی بالایی $g_4(i,L)=f_4(i,L),\ g_7(i,L)=g_7(i,L),\ g_8(i,L)=g_8(i,L)$

(۴۶) دیواره افقی پایینی $g_2(i,0)=g_2(i,0),\ f_5(i,0)=g_5(i,0),\ g_6(i,0)=g_6(i,0)$

(۴۷) دیواره مورب بالایی $g_4(i,j)=-g_2(i,j),\ g_7(i,j)=-g_5(i,j),\ g_3(i,j)=-g_1(i,j)$

(۴۸) دیواره مورب پایینی $g_2(i,j)=-g_4(i,j),\ g_3(i,j)=-g_1(i,j),\ g_6(i,j)=-g_8(i,j)$

(۴۹) دیواره عمودی $g_2(i,j)=(\omega(2)+\omega(4))g_4(i,j),\ g_3(i,j)=(\omega(2)+\omega(4))g_1(i,j),\ g_6(i,j)=(\omega(2)+\omega(4))g_8(i,j)$

(۵۰)

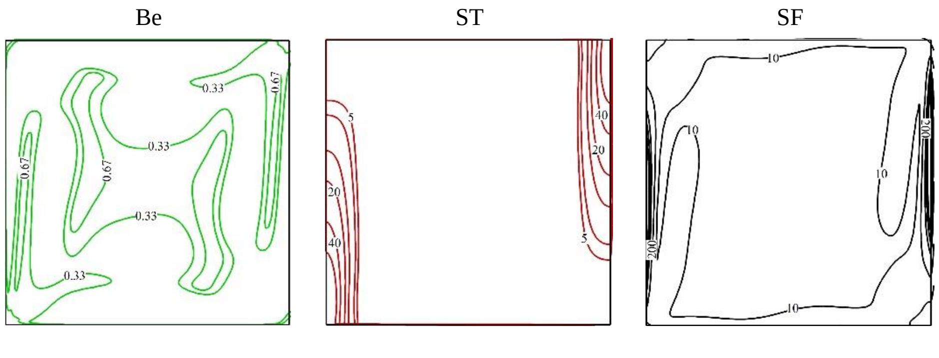
دیواره‌های افقی $U=V=0,\ \dfrac{\partial\theta}{\partial Y}=0$

دیواره‌های مورب $U=V=0,\ \theta=0$

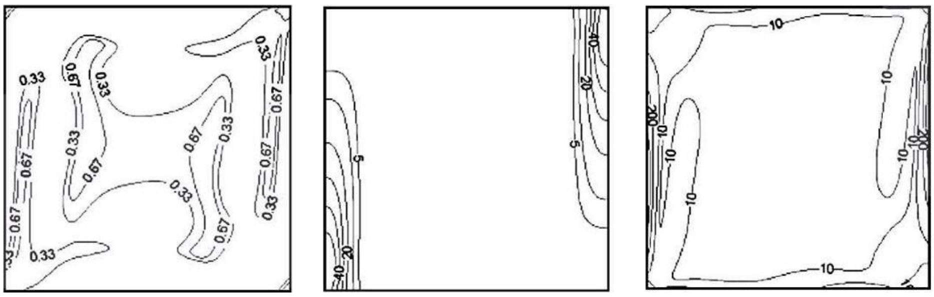
دیواره عمودی سمت چپ $U=V=0,\ \theta=1$

مرز بین جامد و سیال $TCR\left(\dfrac{\partial\theta}{\partial X}\right)_f=\left(\dfrac{\partial\theta}{\partial X}\right)_s$

کار حاضر

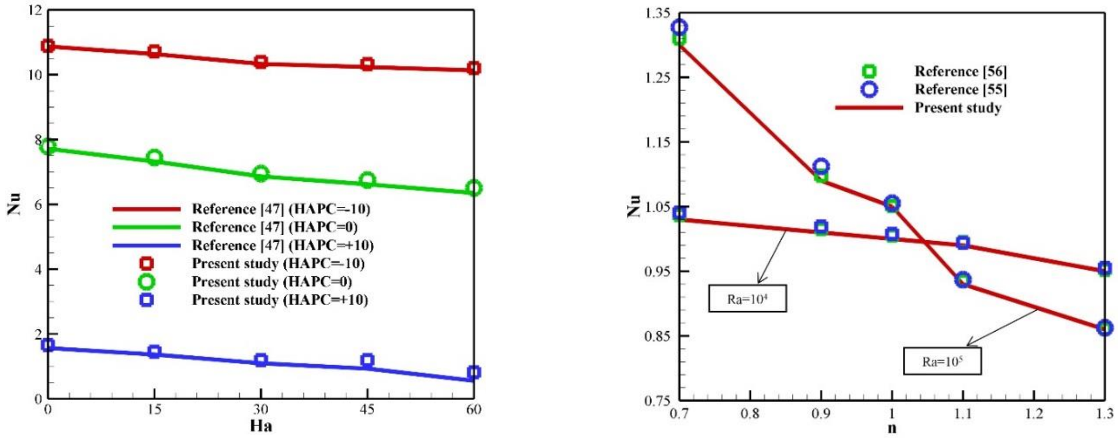


مرجع [50]



شکل ٤ مقایسه کانتورهای آنتروپی بین کار حاضر و مرجع [50]

(ب) (الف)



شکل ٥ مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بین کار حاضر و مراجع

صحت‌سنجی و استقلال حل از شبکه انتخابی

یکی از الزامات در شبیه‌سازی‌های عددی، اعتبارسنجی کار حاضر با مطالعات معتبر قبلی است. به این منظور و برای راستی‌آزمایی کد نوشته شده به زبان فرترن برای تعیین مقدار آنتروپی، کار حاضر به صورت کیفی با مرجع [50] در شکل (٤) مقایسه شده است. همچنین برای صحت‌سنجی کار حاضر در مواجهه با جریان سیال غیرنیوتنی، کار حاضر با مراجع [51,52] در قالب عدد ناسلت متوسط در شکل (٥–الف) مقایسه شده است. برای اطمینان از درستی نتایج به دست آمده ناشی از جابجایی طبیعی تحت اثر میدان مغناطیسی و جذب/تولید گرما، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم محفظه بین کار حاضر و مرجع [47] در شکل (٥–ب) مقایسه شده است.

$$S=\frac{\int s dV}{V} \qquad (٥١)$$

$$Be=\frac{S_T}{S} \qquad (٥٢)$$

$$Nu=\frac{1}{L}\int_0^1 -\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=w} dY \qquad (٥٣)$$

$$Error=\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\left|\Gamma^{b+1}-\Gamma^{b}\right|}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\left|\Gamma^{b}\right|}\le 10^{-8} \qquad (٥٤)$$

مشاهده می‌شود که نتایج حاصل شده از مطالعه عددی حاضر، تطابق مناسبی با نتایج مراجع دارد و می‌توان از درستی نتایج به دست آمده، اطمینان حاصل نمود.

به منظور سنجش حساسیت حل به شبکه انتخابی، عدد ناسلت متوسط با لحاظ کردن متغیرهای تأثیرگذار در جدول (٣) ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود می‌توان با انتخاب شبکه ١٠٠×١٠٠ مسأله را با صرفه‌جویی در وقت و هزینه و با دقت بالا، حل نمود.

تحلیل نتایج

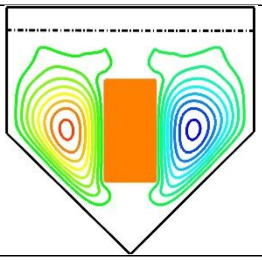
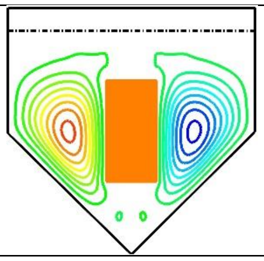
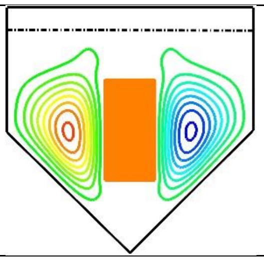
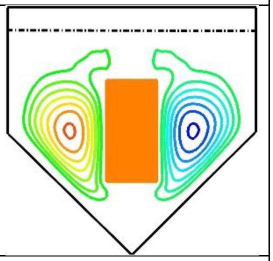
در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی به ازای تغییر متغیرهای ارائه شده در جدول (٢) در قالب جداول، نمودارها و کانتورهای خطوط جریان، خطوط همدما و خطوط آنتروپی ثابت ارائه و تحلیل می‌شود. لازم به ذکر است از آنجایی که در

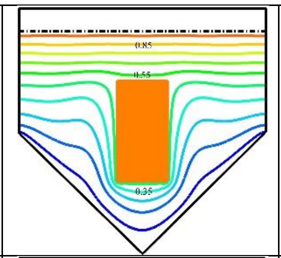
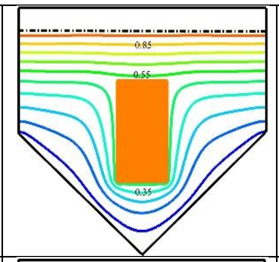
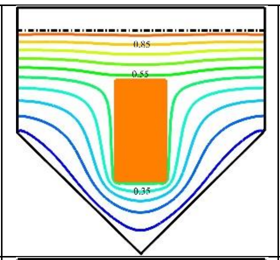
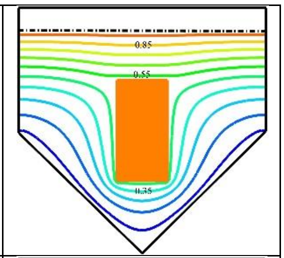
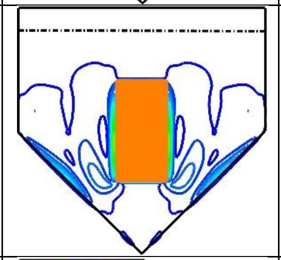
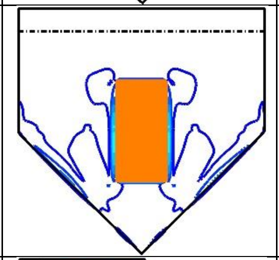
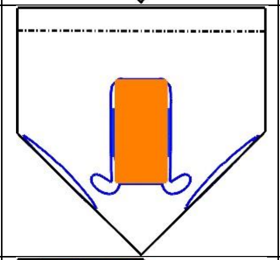
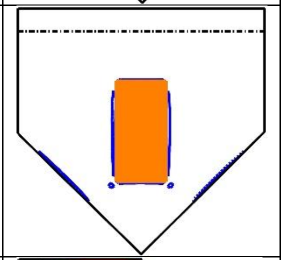
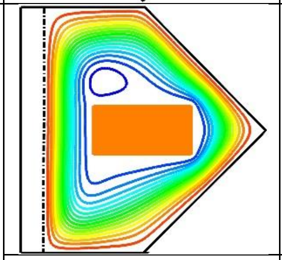
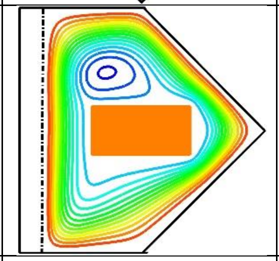
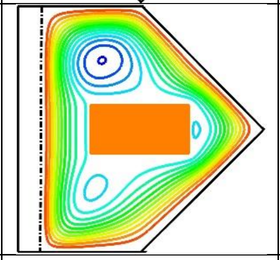
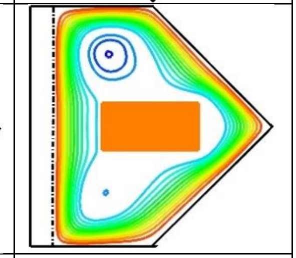
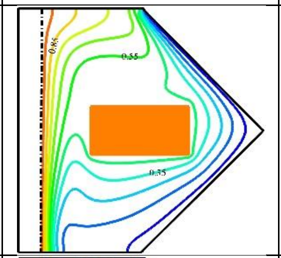
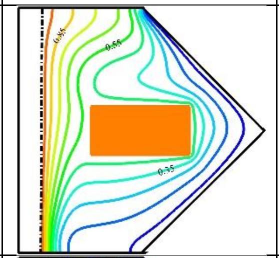
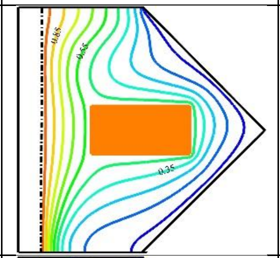
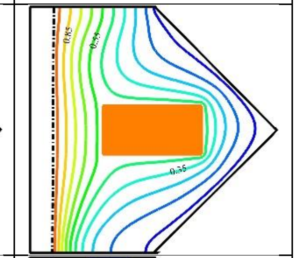
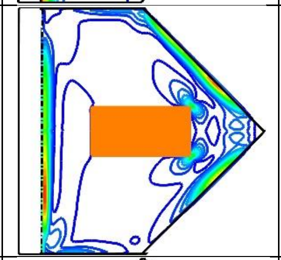
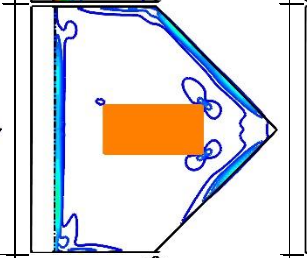
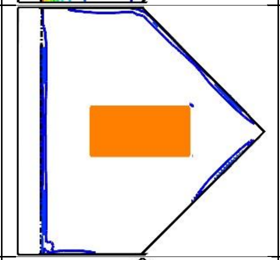
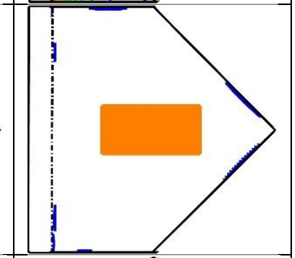
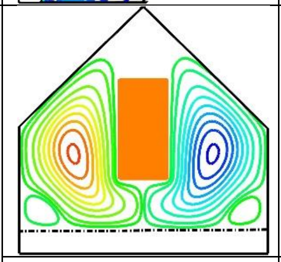
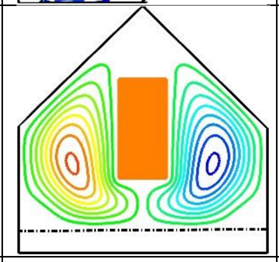
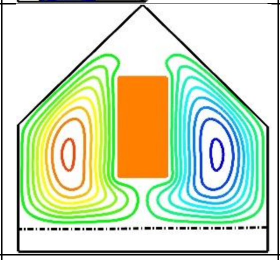
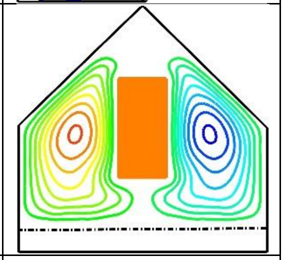
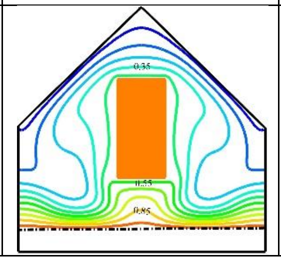
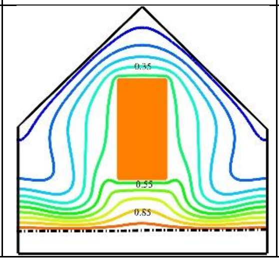
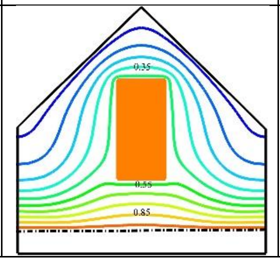
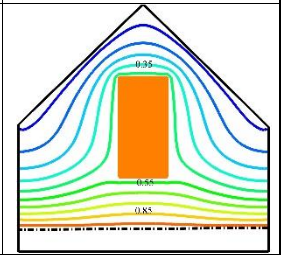
کاربردهای صنعتی و واقعی از سیالات با اعداد پرانتل بالا استفاده می‌شود، محاسبات به ازای عدد پرانتل ۵۰ انجام شده است [35].

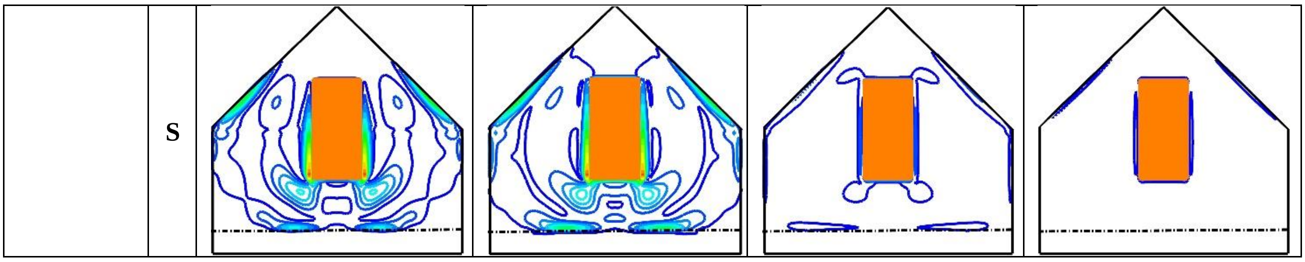
به منظور نشان دادن اثر افزایش قدرت میدان مغناطیسی و تغییر زاویه تمایل بر جریان سیال درون محفظه، خطوط جریان، خطوط همدما و خطوط آنتروپی ثابت در شکل (٦) نشان داده شده است. چند نکته قابل ذکر است: ۱- در تمامی حالات افزایش عدد هارتمن منجر به کم شدن قدرت جریان می‌شود. زیرا در این حالت متوسط نیروی مقاوم لورنز اثر کننده بر جریان سیال، افزایش می‌یابد. این نیرو با توجه به معادله (۳)، خلاف نیروی گرانش عمل می‌کند. ۲- افزایش عدد هارتمن به طور محسوس منجر به کاهش تراکم خطوط آنتروپی می‌شود به نحوی که به ازای Ha=60، تقریبا خطوط آنتروپی مشاهده نمی‌شود. ۳- افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش انحنای خطوط همدما می‌شود و از تراکم خطوط در مجاورت دیواره جامد می‌کاهد. ٤- با توجه به نحوه قرارگیری دیواره گرم با توجه به تغییر زاویه تمایل محفظه مشاده می‌شود که در $\varphi=0$ برخلاف دو زاویه دیگر، گردابه‌ای واحد درون محفظه شکل می‌گیرد که قدرت چرخش آن بیشتر از دو حالت دیگر است. در دو زاویه دیگر، گردابه‌هایی یکسان با قدرت‌های برابر که خلاف هم چرخش دارند درون محفظه شکل می‌گیرند. به عنوان نمونه قدرت جریان در غیاب میدان مغناطیسی در $\varphi=0$ به ترتیب در حدود ۷۲ و ۲۱ درصد بیشتر از زاویه ۹۰+ و ۹۰- درجه است. همچنین با توجه به بشینه مقدار خطوط جریان، بیشترین کاهش قدرت جریان با افزایش عدد هارتمن برای $\varphi=0$ قابل مشاهده است. نکته حائز اهمیت این است که به ازای $Ha>40$ قدرت جریان و الگوی خطوط همدما برای $\varphi=+90°$ تغییر نمی‌کند. ۵- با توجه به خطوط آنتروپی، بر خلاف زوایای ۹۰- و ۹۰+ که بیشترین تراکم خطوط در مجاورت مانع گرمازا دیده می‌شود در $\varphi=0$ بیشترین برگشت ناپذیری در مجاورت دیواره‌های مورب و در نزدیکی دیواره جامد دیده می‌شود، جایی که بیشترین گرادیان سرعت وجود دارد.

جدول ۳ عدد ناسلت متوسط به ازای شبکه با ابعاد مختلف در $HAPC = 0, TMF2, Ra = 10^5, TCR = 10, \varphi = 0$

		Mesh size	60×60	80×80	100×100	120×120	140×140
Ha=0	n=0.75	Nu	۳/۴۹	۳/۶۳	۳/۷۳	۳/۷۸	۳/۸۱
		Error (%)	-	۴/۰۱	۲/۷۵	۱/۳۵	۰/۷۹
		$\lvert\Psi_{max}\rvert$	۰/۱۳۵	۰/۱۴۱	۰/۱۴۵	۰/۱۵۱	۰/۱۵۸
	n=1.25	Nu	۲/۹۱	۲/۹۷	۳/۰۱	۳/۰۳۵	۳/۰۴۷
		Error (%)	-	۱/۹۵	۱/۳۱	۰/۹	۰/۴
		$\lvert\Psi_{max}\rvert$	۰/۰۸۳	۰/۰۸۴	۰/۰۸۵	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶
Ha=60	n=0.75	Nu	۲/۳۳۵	۲/۴۱	۲/۴۵	۲/۴۷	۲/۴۸
		Error (%)	-	۳/۲	۱/۶۵	۰/۹۱	۰/۵۱
		$\lvert\Psi_{max}\rvert$	۰/۰۵۳	۰/۰۵۴	۰/۰۵۶	۰/۰۵۸	۰/۰۵۹
	n=1.25	Nu	۲/۶۸	۲/۷۱	۲/۷۳	۲/۷۴	۲/۷۴
		Error (%)	-	۱/۰۵	۰/۷۳	۰/۴۵	۰
		$\lvert\Psi_{max}\rvert$	۰/۰۶۱۵	۰/۰۶۲۵	۰/۰۶۳	۰/۰۶۳	۰/۰۶۳

		Ha=0	Ha=20	Ha=40	Ha=60
$\varphi=+90^{\circ}$	ψ				
		$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.04$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.03$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.022$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.021$

	θ				
	S				
φ=0	Ψ				
		$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.14$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.09$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.04$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.02$
	θ				
	S				
φ=-90°	Ψ				
		$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.11$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.059$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.019$	$\lvert\Psi_{max}\rvert = 0.013$
	θ				



شکل ٦ خطوط جریان، خطوط همدما و خطوط آنتروپی ثابت به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و زاویه تمایل محفظه

در $\mathbf{HAPC = 0, TMF3, Ra = 10^5, n = 0.75, TCR = 50}$

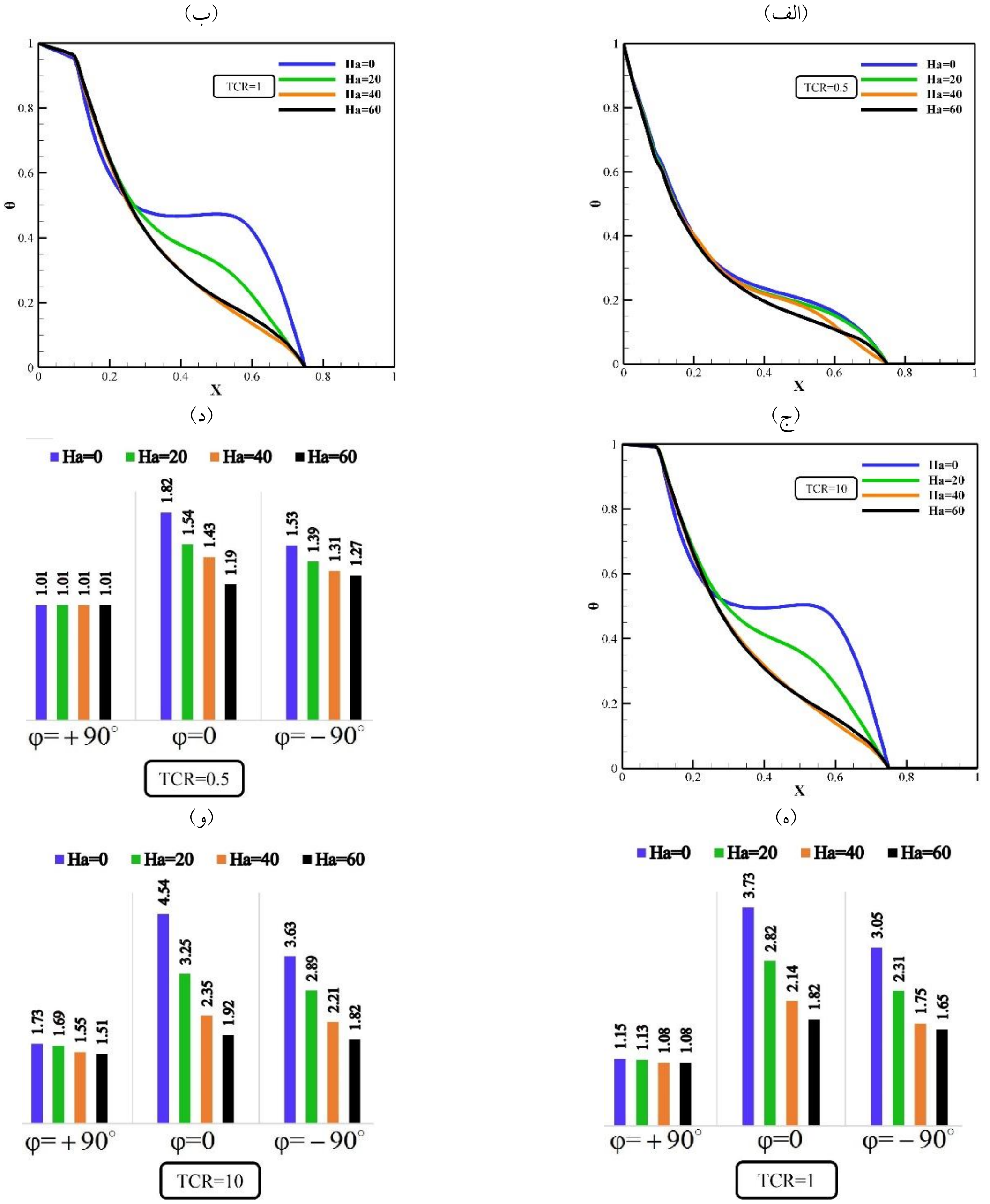
با توجه به شکل (۷) در قسمت‌های (الف) تا (ج) که دمای بدون بعد به ازای تغییرات نسبت هدایت حرارتی و عدد هارتمن را نشان می‌دهد، نکاتی قابل بیان است: ۱- هر اندازه نسبت هدایت حرارتی افزایش یابد، تغییر فرآیند انتقال حرارت از هدایت به جابجایی مشهودتر می‌شود. به ازای TCR=0.5، در طول X، پروفیل دما تقریبا خطی است ولی به ازای $TCR \geq 1$ دیده می‌شود که پروفیل دما در مرکز محفظه افقی شده که نشان از بیشتر شدن اثرات جابجایی دارد. در طول دیواره جامد که حرارت از دیواره گرم به سیال منتقل می‌شود، طبق قانون هدایت فوریه دیده می‌شود که هر چه نسبت هدایت حرارتی افزایش یابد، پروفیل دما به حالت افقی نزدیک‌تر می‌شود. ۲- افزایش عدد هارتمن منجر می‌شود که انحنای پروفیل دما از حالت افقی خارج شده و به صورت خطی تبدیل شود که نشان از کم شدن اثرات جابجایی دارد و به ازای Ha>40 تغییر محسوسی مشاهده نمی‌شود. نکته با اهمیت این است که در TCR=0.5 که هدایت فرآیند غالب انتقال حرارت است، اثر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بسیار ناچیز است. با توجه به شکل (۷) در قسمت‌های (د) تا (و) که عدد ناسلت متوسط را به ازای تغییرات نسبت هدایت حرارتی، عدد هارتمن و زاویه تمایل محفظه نشان می-دهد: ۱- کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط در زاویه ۹۰+ درجه به دست می‌آید. زیرا در این حالت منبع گرمایی در بالا و دیواره سرد در پایین قرار دارد و در این حالت کمترین اثرات جابجایی قابل مشاهده است و فرآیند اصلی انتقال حرارت، هدایت است. در مقایسه زوایای ۰ و ۹۰- درجه نیز بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به φ=0 است زیرا در این حالت محفظه از دیواره جانبی تحت گرمایش قرار می‌گیرد. در محفظه‌هایی که از سطح جانبی گرم می‌شوند، با ایجاد اختلاف دمای کوچک، پدیده جابجایی اتفاق می‌افتد. اما محفظه‌هایی که از سطوح بالا و پایینی گرمایش دارند، برای اینکه اثرات جابجایی مشاهده شود باید اختلاف دما به مقدار بحرانی برسد. ۲- افزایش نسبت هدایت حرارتی منجر به افزایش مقدار عدد ناسلت متوسط می‌شود که این اثر برای φ=+90° نسبت به دو زاویه دیگر بسیار کمتر است. به عنوان نمونه در Ha=0 افزایش نسبت هدایت حرارتی از ۰/۵ تا ۱۰ به ترتیب منجر به افزایش حدود ۷۰، ۱۵۰ و ۹۹ درصدی عدد ناسلت برای زوایای ۹۰+، ۰ و ۹۰- درجه می‌شود. ۳- افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از قدرت جریان و گرادیان دما در مجاورت دیواره‌ها، عدد ناسلت متوسط را کاهش می‌دهد. تنها یک استثنا وجود دارد و آن در φ=+90° به ازای نسبت هدایت حرارتی ۰/۵ است که میدان مغناطیسی هیچ اثری در مقدار عدد ناسلت ندارد. زیرا در این حالت هدایت حرارتی غالب است. ٤- هر اندازه نسبت هدایت حراتی بیشتر شود، اثر میدان مغناطیسی مشهودتر است. در حالت کلی کمترین تأثیر میدان مغناطیسی در حالتی است که منبع گرمایی در بالا قرار گرفته باشد.

با توجه به جدول (٤) چند نکته قابل بیان ا ست: ۱- افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش مقدار آنتروپی تولیدی می شود. اگر چه شـــاید این‌گونه به نظر برســـد که افزایش قدرت میدان مغناطیســـی با توجه به رابطه (۱۳) آنتروپی را افزایش می‌دهد، ولی باید توجه دا شت از آنجایی که افزایش عدد هارتمن سبب کاهش ســـرعت و گرادیان‌های ســـرعت می‌شـــود (طبق رابطه (۱۲))، پس مجموع این عوا مل را با ید مد نظر داشـــت. ۲- بیشترین مقدار آنتروپی تولید شده و اثر میدان مغناطیسی مربوط به حالتی اســـت که محفظه از دیواره جانبی تحت گرمایش قرار می‌گیرد. بـــه عنوان نمونـــه در TCR=10 و در غیـــاب میـــدان مغناطیـسی مقدار آنتروپی برای φ=0 به ترتیب در حدود ١٤ و ٥ در صد بیـشتر از زوایای ۹۰+ و ۹۰- درجه ا ست. ۳- با افزایش نـ سبت هدایت حرارتی، به دلیل افزایش سهم انتقال حرارت در

تولید آنتروپی، آنتروپی تولیدی کل تا حدود ۳۲ درصد افزایش می‌یابد.

مطابق با شکل (۸) دیده می شود که سهم انتقال حرارت در تولید آنتروپی (عدد بجان) برای $\varphi=+90°$ بیشتر از دو زاویه دیگر است، در حالی که بیشترین سهم اصطکاک سیال در تولید آنتروپی متعلق به $\varphi=0$ است. نکته حائز اهمیت این است که سهم میدان مغناطیسی در تولید آنتروپی با توجه به زاویه قرارگیری محفظه متغیر است به نحوی که بیشترین سهم مربوط به حالتی است که $\varphi=0$ است.

شکل (۹) قسمت (الف) و (ب) خطوط جریان، خطوط همدما و خطوط آنتروپی ثابت ناشی از حضور میدان مغناطیسی را به ترتیب برای سیال نازک‌شونده و ضخیم شونده به ازای تغییرات نسبت هدایت حرارتی و ضریب جذب/تولید گرما نشان می‌دهد.



شکل ۷ (الف) تا (ج) دمای بدون بعد به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نسبت هدایت حرارتی

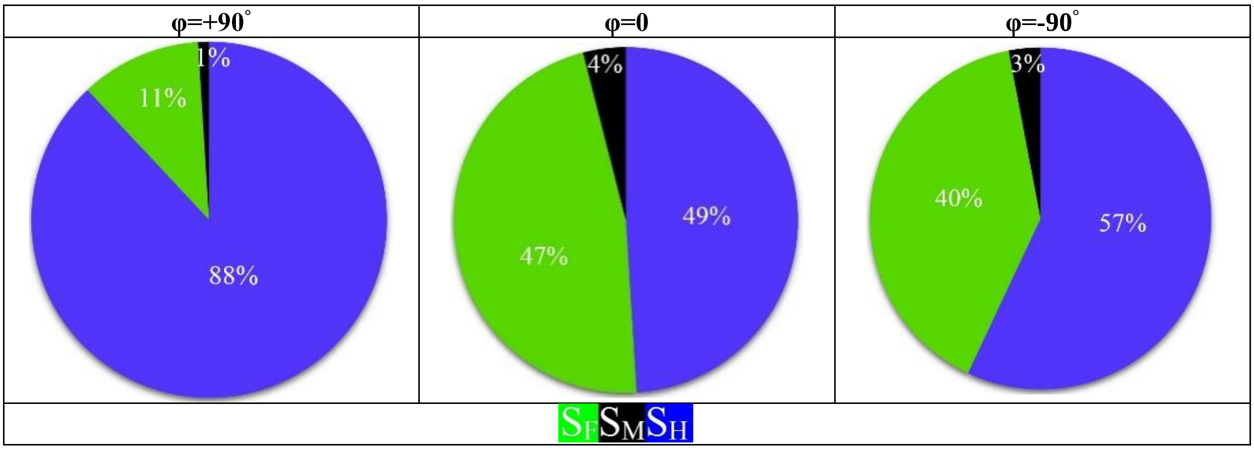
برای $\varphi = 0$ و (د) تا (و) عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، نسبت هدایت حراتی و زاویه تمایل محفظه

در $\mathbf{HAPC = 0, TMF3, Ra = 10^5, n = 0.75}$

جدول ٤ مقدار انتروپی تولید شده به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، نسبت هدایت حرارتی و زاویه تمایل محفظه

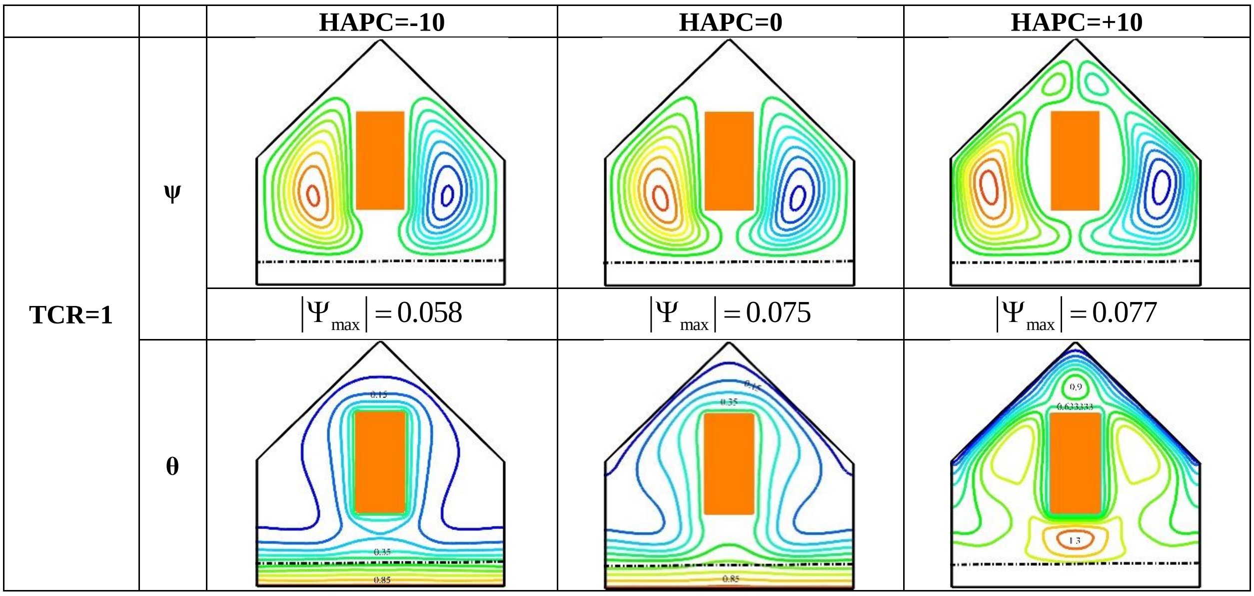
در $\mathbf{HAPC = 0, TMF3, Ra = 10^5, n = 0.75}$

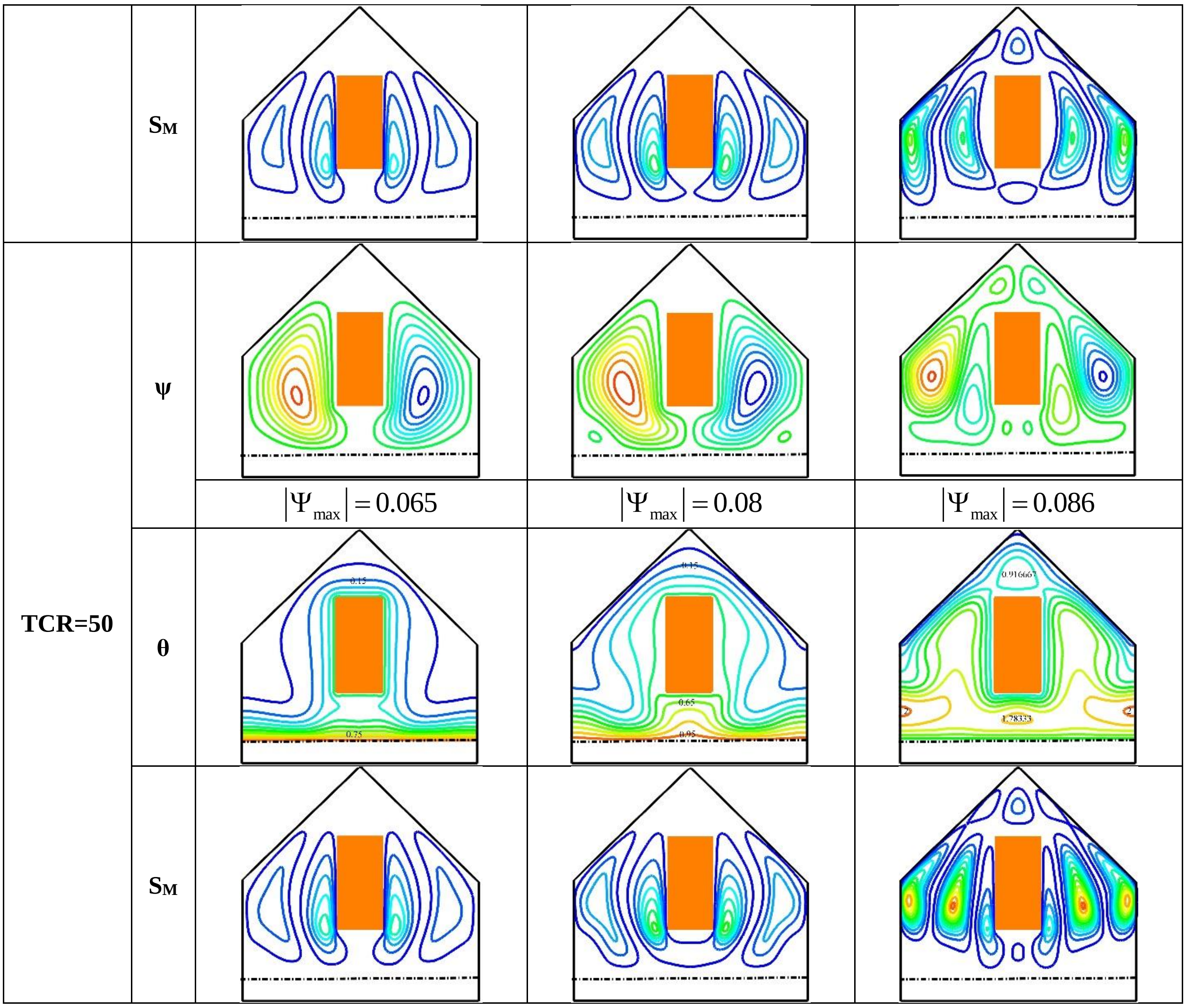
	TCR=0.5			TCR=1			TCR=10		
	φ=+90°	φ=0	φ=-90°	φ=+90°	φ=0	φ=-90°	φ=+90°	φ=0	φ=-90°
Ha=0	٢٩/١٥	٣٢/٧٥	٣١/٨٥	٣٨/٠٥	٤١/٥٥	٤٠/٥٧	٣٨/١٥	٤٤/٢٥	٤٢/٠٥
Ha=20	٢٨/٦٥	٣١/٧٥	٣١/٢١	٣٧/٢٥	٤٠/٥٤	٣٩/٣٥	٣٧/٥٥	٤٢/١١	٣٩/٩٣
Ha=40	٢٧/٩٥	٣٠/٤٥	٢٩/٩٥	٣٦/١٥	٣٨/٦٥	٣٧/٣٢	٣٦/٢٤	٣٨/٩٤	٣٨/١٨
Ha=60	٢٧/٩١	٢٩/١٥	٢٨/٩٨	٣٥/١٩	٣٦/١٥	٣٥/٣١	٣٥/٤٥	٣٦/٧٢	٣٦/٧٥



شکل ٨ درصد توزیع سهم هر یک از عوامل تولید آنتروپی در آنتروپی تولیدی کل به ازای مقادیر مختلف زاویه تمایل محفظه

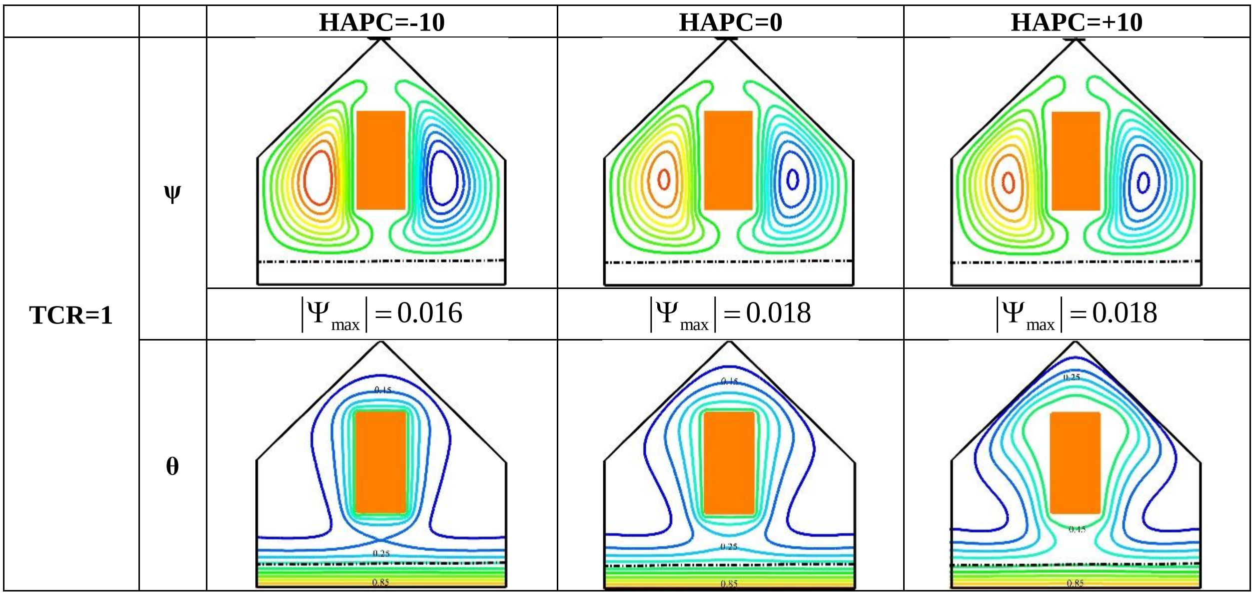
در $\mathbf{HAPC = 0, TMF3, Ra = 10^5, n = 0.75, TCR = 50, Ha = 20}$

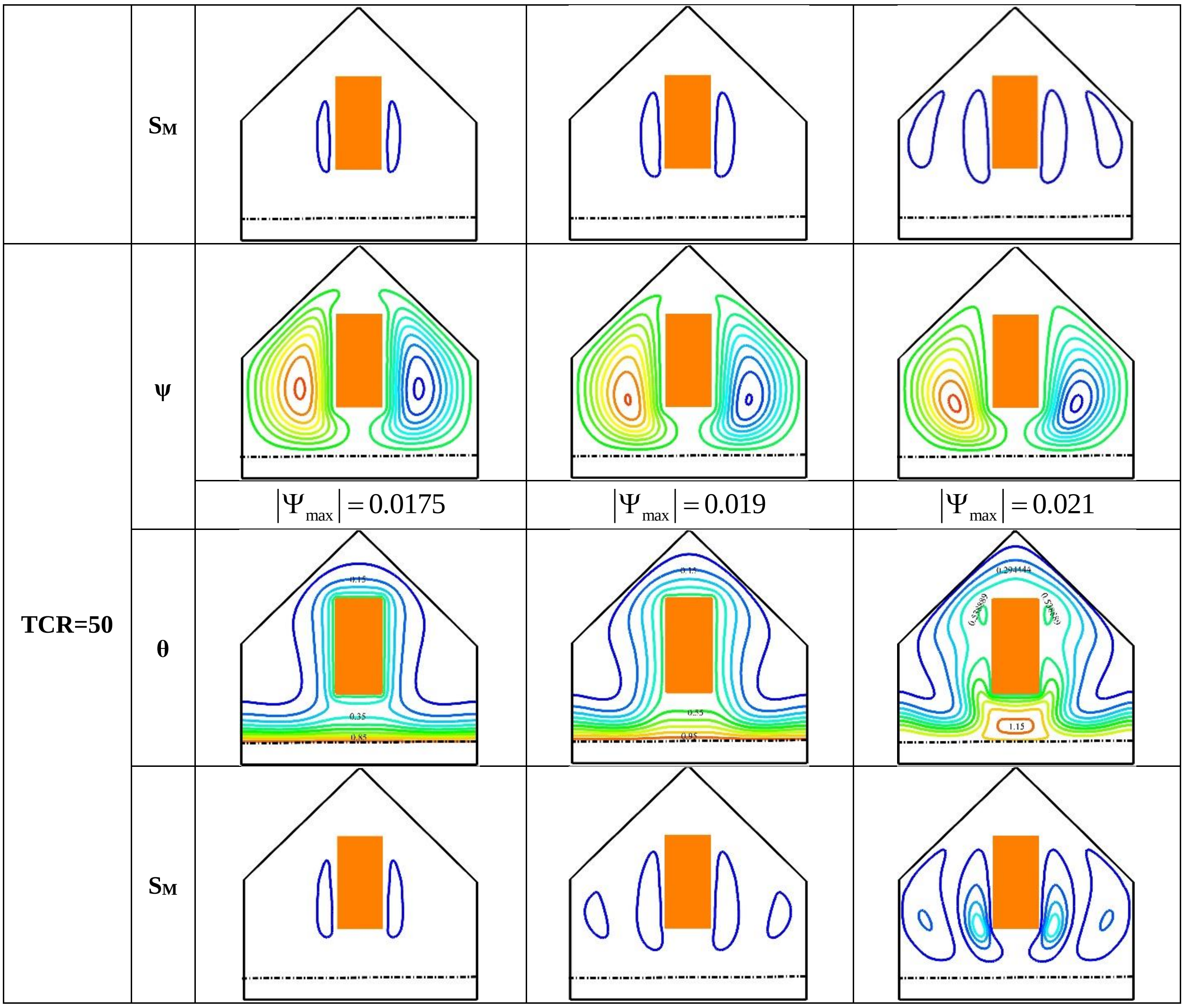




شکل ۹-الف) خطوط جریان، خطوط همدما و خطوط آنتروپی ثابت به ازای مقادیر مختلف نسبت هدایت حرارتی و ضریب جذب/تولید گرما در

$n = 0.75$, TMF2, $Ra = 10^5$, $Ha = 30$, $\varphi = -90^o$





شکل ۹-ب خطوط جریان، خطوط همدما و خطوط آنتروپی ثابت به ازای مقادیر مختلف نسبت هدایت حرارتی و ضریب جذب/تولید گرما در

$$\mathbf{n = 1.25, TMF2, Ra = 10^5, Ha = 30, \varphi = -90^o}$$

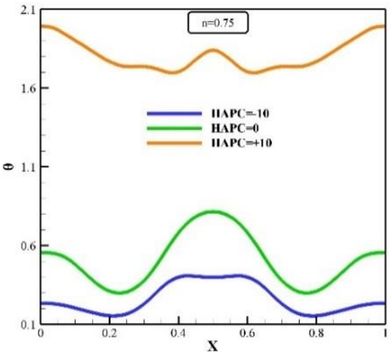
چند نکته نیاز به توضیح دارد: ۱- با توجه به گرمایش سیال از طریق کف محفظه، دو گردابه با قدرت یکسان و جهت خلاف گردش مخالف هم در دو طرف مانع شکل می‌گیرد. با توجه به افزایش ویسکوزیته ناشی از افزایش شاخص توانی سیال، سهولت حرکت و چرخش سیال درون محفظه کاهش می‌یابد و این امر منجر به کم شدن قدرت جریان می‌شود. قدرت جریان سیال نازک‌شونده به طور میانگین در حدود ٦٥ درصد بیشتر از سیال ضخیم‌شونده است. ۲- قدرت جریان با افزایش ضریب جذب/تولید گرما در هر دو نوع سیال افزایش می‌یابد ولی این اثر برای سیال نازک‌شونده در مجموع در حدود ۵۰ درصد بیشتر است. به ازای سیال نازک‌شونده و در حالت تولید گرما دیده می‌شود که الگوی جریان تغییر می‌کند و دو گردابه اصلی به چهار گردابه شکسته می‌شود که قدرت این گردابه‌ها در مجاورت دیواره‌های عمودی بیشتر است. ۳- افزایش ضریب جذب/تولید گرما منجر به تغییر مشهود در خطوط همدما به خصوص برای سیال نازک‌شونده می‌شود. در حالت تولید گرما به دلیل افزایش دمای مجموعه سیال، گرادیان و تراکم خطوط همدما در مجاورت دیواره گرم کاهش یافته و بر طبق قانون بقای انرژی، خطوط همدما در نزدیکی دیواره‌های سرد محفظه متراکم‌تر می‌شوند که نشان از میزان انتقال حرارت بیشتر در این نواحی دارد. همانطور که دیده می‌شود در حالت تولید گرما در هر دو مقدار نسبت هدایت حرارتی برای سیال نازک‌شونده و در TCR=10 برای سیال ضخیم‌شونده، دمای سیال بیشتر از دیواره گرم شده که این نشان از انتقال حرارت معکوس دارد (انتقال گرما از سیال به دیواره). ٤- در مورد خطوط آنتروپی بیان این مطلب اهمیت دارد که هر اندازه شاخص توانی سیال افزایش یابد، از تراکم خطوط

و مقدار آنتروپی کاسته می‌شود و حال آن که در هر دو مقدار شاخص توانی، افزایش ضریب جذب/تولید گرما منجر به افزایش تراکم خطوط آنتروپی می‌شود. نکته حائز اهمیت این است که در n=0.75، با افزایش ضریب جذب/تولید گرما، از میزان برگشت‌ناپذیری‌ها در مجاورت مانع کاسته شده و به همان نسبت بر میزان برگشت‌ناپذیری‌ها در مجاورت دیواره های عمودی افزوده می‌شود.

شکل (۱۰) در قسمت‌های (الف تا ج) اثر تغییرات ضریب جذب/تولید گرما و شاخص توانی سیال را بر دمای بدن بعد نشان می‌دهد. بیان دو نکته ضروری است: ۱- افزایش ضریب جذب/تولید گرما منجر به افزایش دمای سیال می‌شود و درصد این تأثیر با افزایش شاخص توانی کاهش می‌یابد تا جایی که دما برای سیال نازک‌شونده، نیوتنی و ضخیم‌شونده به ترتیب تا ۲، ۱/۴۵ و ۱/۱۵ نیز می‌رسد و این بدان معناست که در حالت تولید گرما نه تنها حرارتی از دیواره به سیال منتقل نمی‌شود بلکه عکس این حالت به وقوع می‌پیوندد. ۲- بیشترین دما به واسطه حضور مانع گرمازا و دیواره‌های عمودی آدیاباتیک، در مرکز محفظه مشاهده می‌شود به جز در حالت تولید گرما زمانی که سیال نازک‌شونده است. در این حالت بیشترین دما روی دیواره‌های عایق دیده می‌شود، زیرا در این حالت بر طبق شکل (۹-الف)، دما در مجاورت دیواره‌های عمودی محفظه تا مقدار ۲ نیز می‌رسد. ذکر چند نکته راجع به شکل (۱۰) قسمت‌های (د) تا (و) (عدد ناسلت متوسط به ازای تغییرات ضریب جذب/تولید گرما، شاخص توانی سیال و نسبت هدایت حرارتی) ضروری است: ۱- در تمامی موارد، بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به سیال نازک‌شونده است و با افزایش شاخص توانی از مقدار این پارامتر کاسته می‌شود. به عنوان نمونه در TCR=0.5، TCR=1 و TCR=10 با افزایش شاخص توانی از ۰/۷۵ تا ۱/۲۵ در غیاب جذب/تولید گرما، عدد ناسلت متوسط به ترتیب در حدود ۱۳، ۱۷ و ۲۳ درصد کاهش می‌یابد. زیرا در این حالات، اثرات جابجایی کاهش می‌یابد. ۲- کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط به ازای تولید گرما، در جایی که دمای سیال افزایش می‌یابد، مشاهده می‌شود. مشاهده عدد ناسلت متوسط منفی در برخی حالات نشان از انتقال حرارت معکوس (سیال به دیواره) دارد. ۳- بیشترین اثر وجود جذب/تولید گرما به ازای سیال نازک‌شونده مشاهده می‌شود و با افزایش شاخص توانی این تأثیر کاهش می‌یابد. به عنوان نمونه در TCR=10 با افزایش ضریب جذب/تولید گرما از ۱۰- به ۱۰+ به ترتیب برای n=0.75، n=1 و n=1.25 عدد ناسلت متوسط در حدود ۲۳۵، ۱۰۸ و ۹۱ درصد کاهش می‌یابد که این اثر با کاهش نسبت هدایت حرارتی کاهش می‌یابد.

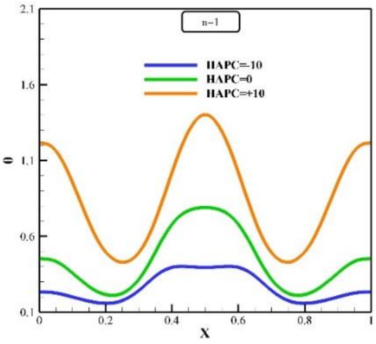
طبق جدول (۵) می‌توان دریافت که روند تغییرات آنتروپی تولید شده مشابه با عدد ناسلت است. به این ترتیب که کمترین میزان بازگشت‌ناپذیری به ازای استفاده از سیال ضخیم شونده حاصل می‌شود و در حالت تولید کرما، میزان آنتروپی به صورت چشمگیری افزایش می‌یابد به خصوص برای سیال نازک‌شونده که این اثر به طور محسوس قابل مشاهده است. زیرا سهم انتقال حرارت در تولید آنتروپی به شدت افزایش می‌یابد. هر اندازه نسبت هدایت حرارتی افزایش یابد، آنتروپی بیشتری وجود خواهد داشت.

(الف)

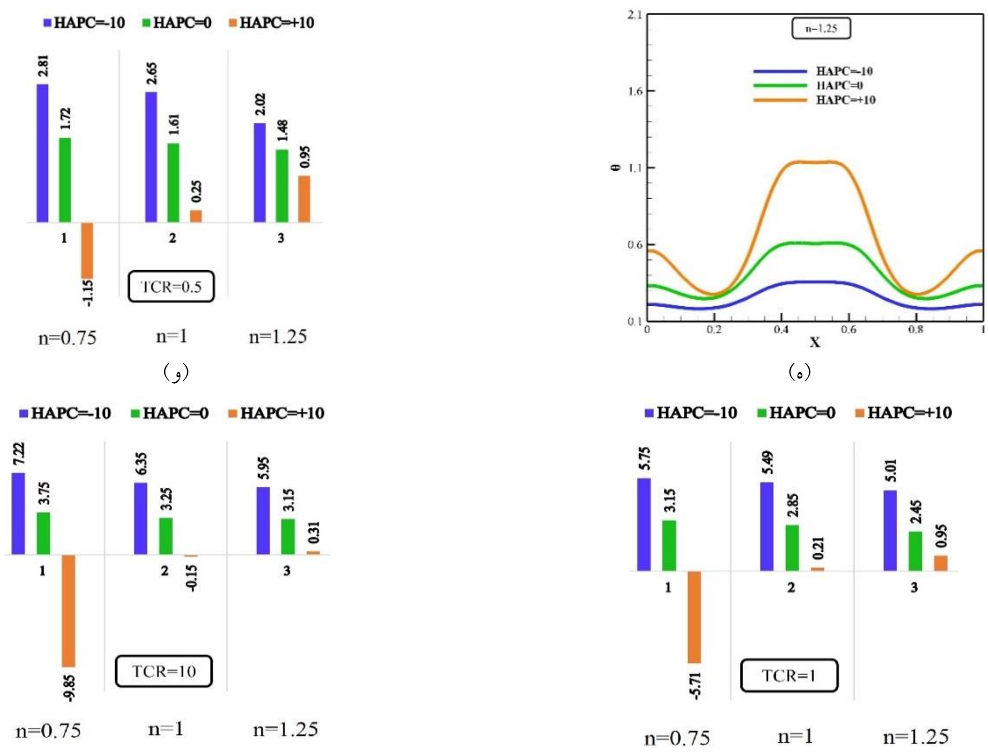


(ج)

(ب)



(د)



شکل ۱۰ (الف) تا (ج) دمای بدون بعد به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال و ضریب جذب/تولید گرما برای $\mathbf{TCR = 10}$ و (د) تا (و) عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال، نسبت هدایت حراتی و ضریب جذب/تولید گرما در $\mathbf{Ha = 20, TMF2, Ra = 10^5, \varphi = -90^o}$

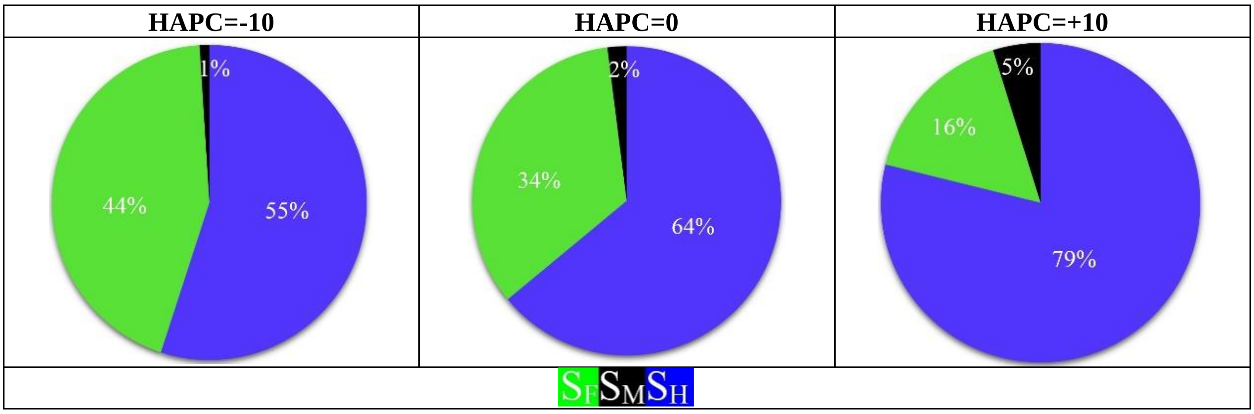
جدول ۵ مقدار انتروپی تولید شده به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال، نسبت هدایت حرارتی و ضریب جذب/تولید گرما در $\mathbf{Ha = 30, TMF2, Ra = 10^5, \varphi = -90^o}$

	HAPC=-10			HAPC=0			HAPC=+10		
	TCR=0.5	TCR=1	TCR=10	TCR=0.5	TCR=1	TCR=10	TCR=0.5	TCR=1	TCR=10
n=0.75	۳۲/۳۷	۳۳/۳۵	۳٤/۷۵	۳٤/۸۵	۳٦/۷۵	۳۹/۵۵	۵۷/۳۸	۱۰۱/۱۵	۱۱۱/٤۵
n=1	۲۹/۱۳	۲۹/۷۵	۳۱/۲۸	۳۱/۰۵	۳۲/۱۸	۳۳/۵۵	۳٦/۳۵	۵۵/٤۵	۵۹/۸۵
n=1.25	۲۵/۸۵	۲٦/۱۵	۲٦/۷۵	۲٦/۷۸	۲۷/۲۵	۲۷/۹۵	۳۱/۱۵	٤۱/۲۵	٤۳/٦۳

با توجه به شکل (۱۱–الف) دیده می‌شود که در حالت تولید گرما سهم میدان مغناطیسی در تولید آنتروپی کل بیشترین است و بیشترین مقدار عدد بجان نیز در این حالت دیده می‌شود. نکته حائز اهمیت در شکل (۱۱–ب) این است که با افزایش شاخص توانی سیال، سهم میدان مغناطیسی در تولید آنتروپی کاهش می‌یابد. علت این امر کاهش سرعت حرکت سیال درون محفظه با توجه به افزایش ویسکوزیته است. عدد بجان برای سیال نازک‌شونده کمتر از ۰/۵ است ولی برای سیال نیوتنی و ضخیم‌شونده سهم انتقال حرارت در تولید آنتروپی بیشتر از اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی است.

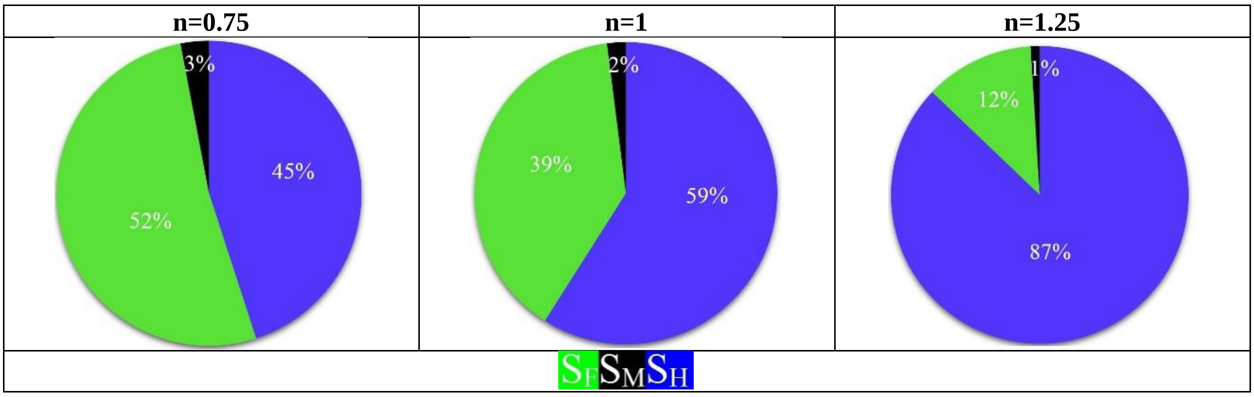
طبق شکل (۱۲) که سرعت افقی را به ازای تغییرات عدد هارتمن و عدد رایلی نشان می‌دهد، ذکر دو نکته با اهمیت است: ۱– افزایش عدد هارتمن سرعت جریان سیال را به شدت کاهش می‌دهد. زیرا زمانی که میدان مغناطیسی اعمال می‌شود، طبق رابطه (۳) نیرویی خلاف گرانش اعمال می‌شود و عملکرد جابجایی را ضعیف می‌کند. ۲– هر اندازه عدد رایلی بیشتر باشد، سرعت سیال به واسطه افزایش قدرت نیروهای شناوری بیشتر

می‌شود. همچنین با افزایش عدد رایلی، درصد اثر بخشی میدان مغناطیسی بیشتر می‌شود. زیرا قدرت نیروهای شناوری و اثرات جابجایی در این حالت بیشتر است. افزایش عدد هارتمن تا مقدار ۶۰، سبب کاهش بیشینه مقدار سرعت در حدود ۳۲ و ۷۷ درصد به ترتیب برای $Ra=10^3$ و $Ra=10^5$ می‌شود. در $Ra=10^5$ به ازای Ha=60 پروفیل سرعت تقریبا به صورت عمودی تبدیل می‌شود در حالی که در $Ra=10^3$ این اتفاق به ازای Ha=40 رخ می‌دهد. به این معنا که هر اندازه عدد رایلی پایین‌تر باشد، به قدرت میدان مغناطیسی کمتری برای کاهش سرعت نیاز است.



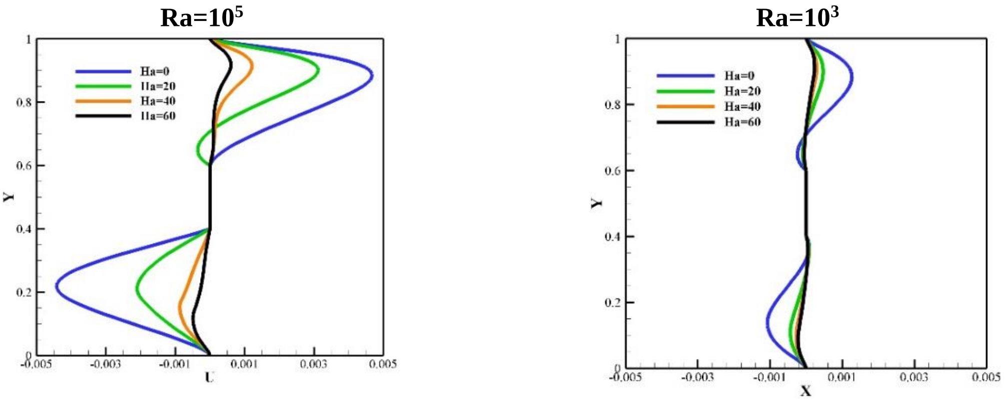
شکل ۱۱–الف درصد توزیع سهم هر یک از عوامل تولید آنتروپی در آنتروپی تولیدی کل به ازای مقادیر مختلف ضریب تولید جذب/گرما در

$\mathbf{TCR = 10, Ha = 30, TMF2, Ra = 10^5, \varphi = -90^o, n = 0.75}$



شکل ۱۱–ب درصد توزیع سهم هر یک از عوامل تولید آنتروپی در آنتروپی تولیدی کل به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال در

$\mathbf{TCR = 1, Ha = 30, TMF2, Ra = 10^5, \varphi = -90^o, HAPC = 0}$

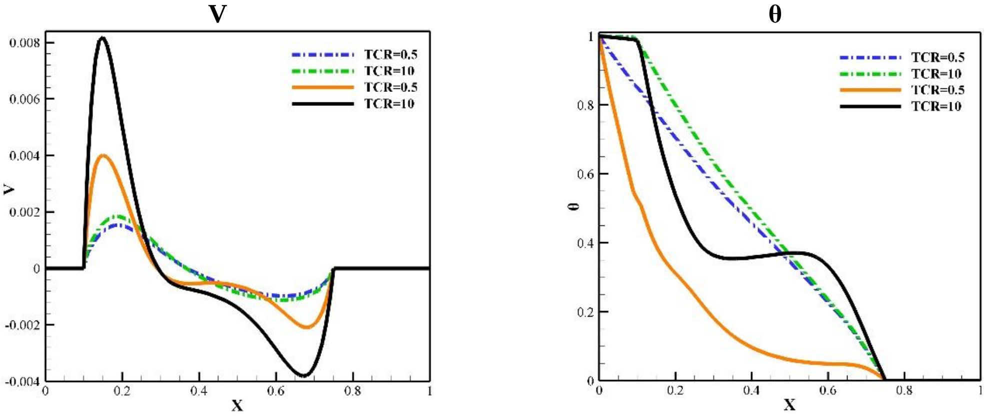


شکل ۱۲ سرعت افقی به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن

در $\mathbf{n = 1, TMF3, TCR = 10, \varphi = 0, HAPC = 0}$

جدول ٦ بیشینه مقدار خطوط جریان، عدد ناسلت متوسط و مقدار انتروپی تولید شده به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد هارتمن در
n = 1, TMF3, TCR = 10, φ = 0, HAPC = 0

	$Ra=10^3$				$Ra=10^5$			
	Ha=0	Ha=20	Ha=40	Ha=60	Ha=0	Ha=20	Ha=40	Ha=60
$\lvert\Psi_{max}\rvert$	۰/۰٦۵	۰/۰۵۲	۰/۰٤۵	۰/۰٤۱	۰/۱٤	۰/۰٦	۰/۰۲۸	۰/۰۱۸
Nu	۲/۰۵	۱/۹۲	۱/۸۸	۱/۸۵	٤/٤۵	۳/۳۳	۲/۷۱	۲/٤۵
S	۳٤/۵۵	۳۳/۱۵	۳۲/٤۸	۳۱/۹۸	٤۳/۸۵	۳۹/۸۵	۳۷/۹۵	۳٦/۱۵



شکل ۱۳ سرعت عمودی به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و نسبت هدایت حرارتی
$Ra=10^3$ (خطوط نا پیوسته) و $Ra=10^5$ (خطوط پیوسته) در **n = 1, Ha = 0, φ = 0, HAPC = 0**

بر اساس جدول (٦)، قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی تا حدود ۵۵ و ۵۱ درصد بیشتر می‌شود. روندی مشابه با عدد ناسلت متوسط برای آنتروپی نیز مشاهده می‌شود.

با توجه به شکل (۱۳) (سرعت عمودی و دمای بدون بعد به ازای تغییرات عدد رایلی و نسبت هدایت حرارتی) می‌توان به چند نکته اشاره داشت: ۱- سرعت گردش سیال درون محفظه با افزایش عدد رایلی به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. افزایش قدرت نیروی شناوری تا حدود چهار برابر بیشینه مقدار سرعت را افزایش می‌دهد. ۲- تغییرات نسبت هدایت حرارتی در عدد رایلی پایین نا محسوس است زیرا در این حالت هدایت حرارتی فرآیند غالب انتقال حرارت است ولی در عدد رایلی بالاتر، افزایش نسبت هدایت حرارتی تا دو برابر مقدار بیشینه سرعت را افزایش می‌دهد. ۳- در $Ra=10^3$ پروفیل دما با تغییر نسبت هدایت حرارتی چندان تغییر نمی‌کند و به صورت خطی است که نشان از عدم اثرات جابجایی دارد ولی برای $Ra=10^5$ تغییرات این پارامتر بسیار محسوس است.

بر طبق جدول (۷)، تغییر نسبت هدایت حرارتی از ۰/۵ به ۱۰ منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط در حدود ٦۱ و ۱۹۰ درصد به ترتیب برای اعداد رایلی ۱۰۳ و ۱۰۵ می‌شود. روندی مشابه با تغییرات عدد ناسلت متوسط برای آنتروپی تولیدی نیز مشاهده می‌شود. نکته حائز اهمیت، سهم انتقال حرارت در تولید آنتروپی است که برای عدد رایلی کمتر، بالای ۹۰ درصد است در حالی که در عدد رایلی بزرگتر به دلیل بیشترین شدن اثرات جابجایی، سهم انتقال حرارت کاهش می‌یابد و عدد بجان کمتری حاصل می‌شود.

چهار نکته حائز اهمیتی که در شکل (۱٤) قسمت‌های (الف) تا (ج) (تغییرات سرعت عمودی به ازای تغییرات عدد هارتمن، شاخص توانی سیال و نوع اعمال میدان مغناطیسی) وجود دارد عبارتند از: ۱- افزایش شاخص توانی، طبق رابطه (۸) ویسکوزیته سیال را افزایش می‌دهد، بنابراین از سهولت حرکت و گردش سیال داخل محفظه کاسته می‌شود به نحوی که سرعت برای سیال نازک‌شونده تا حدود بیش از دو برابر بیشتر از سیال ضخیم‌شونده است. ۲- با تغییر نوع اعمال میدان مغناطیسی می‌توان سرعت سیال در حال چرخش داخل محفظه را تحت کنترل قرار داد. با اعمال میدان مغناطیسی به صورت TMF1 با توجه به شکل (۲- الف)، نیروی مقاوم حجمی کمتری خلاف گرانش به سیال وارد

می‌شود و طبق رابطه (۳)، سرعت سیال در تمامی مقادیر عدد هارتمن و شاخص توانی در این حالت بیشترین است و کمترین سرعت با اعمال یکنواخت حاصل می‌شود. ۳- هر اندازه عدد هارتمن بیشتر شود، تغییر در نوع اعمال میدان مغناطیسی محسوس‌تر می‌شود. در Ha=20، Ha=40 و Ha=60 تغییر نوع اعمال میدان مغناطیسی از TMF1 به TMF3 به ترتیب در حدود ۲۶، ۵۰ و ٦٤ درصد از سرعت جریان سیال می‌کاهد. ٤- اثر افزایش عدد هارتمن و تغییر نوع اعمال میدان مغناطیسی برای سیال ضخیم‌شونده با توجه به کمتر بودن اثرات جابجایی نسبت به سیال نازک‌شونده، کمتر است.

طبق شکل (١٤) قسمت‌های (د) تا (و) که عدد ناسلت متوسط را به ازای تغییرات شاخص توانی سیال، عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی نشان می‌دهد: ۱- افزایش عدد هارتمن از صفر تا ٦٠ منجر به کاهش تا ٤٦، ۳۹ و ۱۸ در صدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای سیال نازک‌شونده، نیوتنی و ضخیم شونده می شود. ۲- بی شترین تأثیر کاهش عدد نا سلت متوسط با افزایش عدد هارتمن مربوط TMF3 است و هر اندازه عدد هارتمن بی شتر شود، تغییر در نوع اعمال میدان مغناطی سی محسوس‌تر ا ست. در Ha=20، چنانچه TMF1 به TMF3 تغییر کند، عدد ناسلت متوسط در حدود ۱۵ درصد کاهش می‌یابد که این تأثیر در Ha=60 در حدود ۲۸ درصد است.

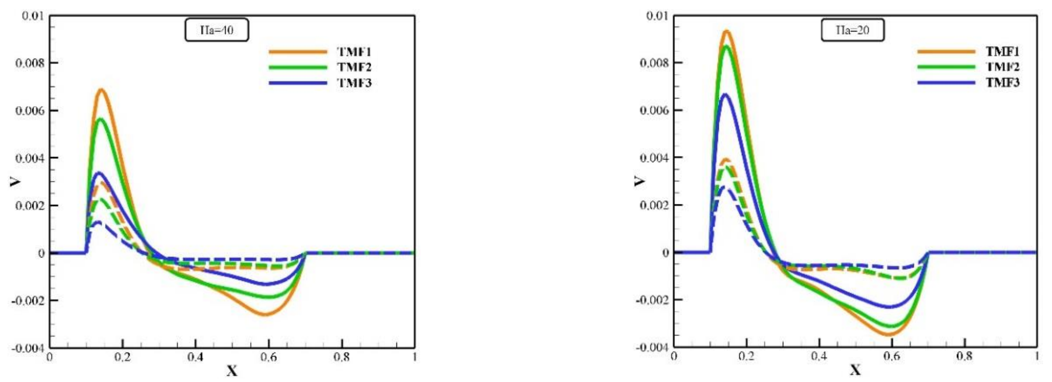
نکات قابل استباط از جدول (۸) که عدد ناسلت متوسط، بیشینه مقدار خطوط جریان و مقدار آنتروپی تولیدی را به ازای تغییرات عدد هارتمن و ضریب جذب/تولید گرما را ارائه می‌دهد: ۱- اثر اعمال میدان مغناطیسی در کاهش عدد ناسلت متوسط با افزایش ضریب جذب/تولید گرما افزایش می‌یابد. افزایش عدد هارتمن از صفر تا ٦٠ منجر به کاهش عدد نا سلت متوسط در حدود ۱۳/۵، ۱۹/۲ و ۱۳۱ درصد به ترتیب برای HAPC=-10، HAPC=0 و HAPC=+10 می‌شود. زیرا با افزایش ضریب جذب/تولید گرما، اثرات جابجایی بیشتر می‌شود. ۲- بیشترین قدرت جریان مربوط به حالت تولید گرما است و روند تغییرات قدرت جریان به ازای تغییرات عدد هارتمن، مشابه با عدد ناسلت متوسط است. ۳- به ازای $HAPC \le 0$ افزایش عدد هارتمن از مقدار آنتروپی تولیدی کل کم می‌کند همانطور که راجع به شکل (۹) و جدول (۵) بیان شد. اما در حالت تولید گرما، عکس این مطلب دیده می‌شود و مقدار آنتروپی تولیدی کل با افزایش عدد هارتمن تا ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

جدول (۷): عدد ناسلت متوسط، مقدار انتروپی تولید شده و عدد بجان به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی و نسبت هدایت حرارتی در

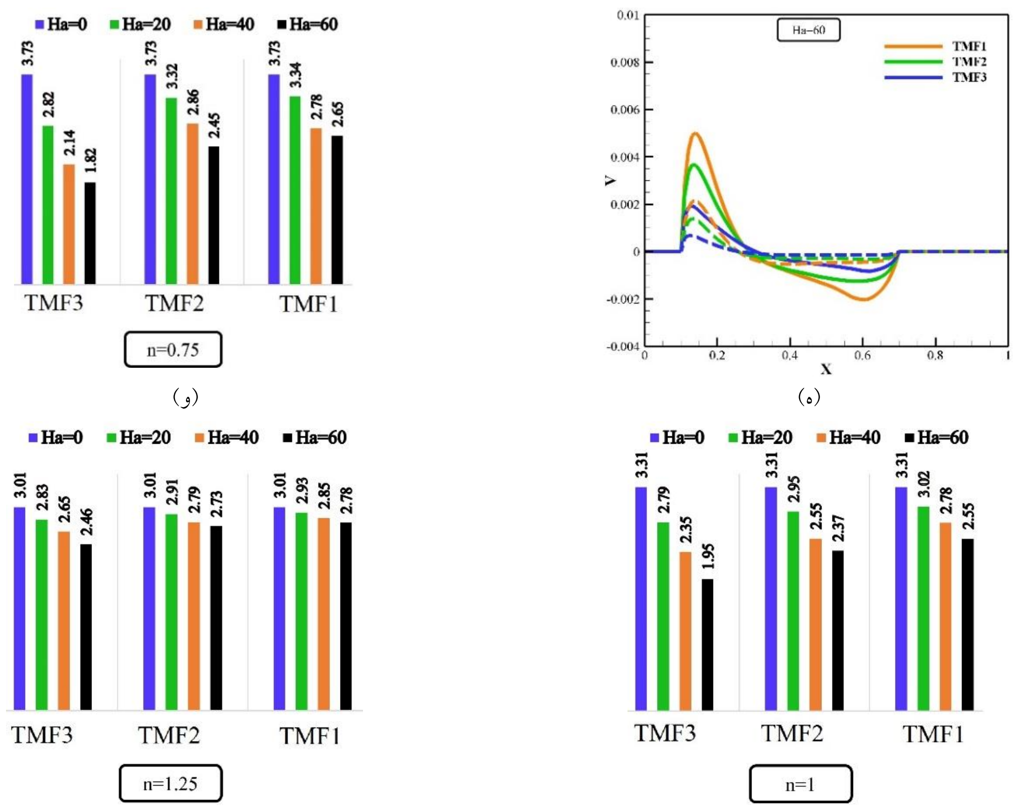
$n = 1, Ha = 0, \varphi = 0, HAPC = 0$

	$Ra=10^3$			$Ra=10^5$		
	TCR=0.5	TCR=1	TCR=10	TCR=0.5	TCR=1	TCR=10
Nu	۱/۰۱	۱/۲۷	۱/٦۳	۱/۵۳	۳/۸۲	٤/٤۵
S	۳٤/۵۵	۳۵/۷۱	۳٦/۲۵	٤۳/۸۵	٤۷/۰۵	٤۹/۵۵
Be	۰/۹۵	۰/۹۲	۰/۹۱	۰/۸۱	۰/۷۲	۰/٦۳

(الف) (ب)



(ج) (د)



شکل ۱٤ (الف) تا (ج) سرعت عمودی به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال، عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی خطوط پیوسته (n=0.75) و خطوط ناپیوسته (n=1.25) و (د) تا (و) عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال، عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی در $\mathbf{TCR = 1, HAPC = 0, Ra = 10^5, \varphi = 0}$

جدول ۸ بیشینه مقدار خطوط جریان، عدد ناسلت متوسط و مقدار انتروپی تولید شده به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و ضریب جذب/تولید گرما در $\mathbf{TCR = 10, n = 1, Ra = 10^5, \varphi = -90^\circ, TMF2}$

	HAPC=-10			HAPC=0			HAPC=+10		
	$\lvert\Psi_{max}\rvert$	Nu	S	$\lvert\Psi_{max}\rvert$	Nu	S	$\lvert\Psi_{max}\rvert$	Nu	S
Ha=0	۰/۰٤٦	٦/٦٨	٣٤/٧٥	۰/۰٥٤	٣/٥٣	٣٦/٨١	۰/۰٥٦	-۰/۰٨	٥٥/٦٦
Ha=20	۰/۰٤١	٦/٣٥	٣١/٢٨	۰/۰٤٧	٣/٢٥	٣٣/٥٥	۰/۰٤٩	-۰/١٥	٥٩/٨٥
Ha=40	۰/۰٣٣	٦/۰٣	٣۰/٢٥	۰/۰٣٦	٣/۰١	٣١/٤٥	۰/۰٣٣	-۰/١٦٨	٦٣/٤٤
Ha=60	۰/۰٣١	٥/٧٨	٢٩/٨٥	۰/۰٣٢	٢/٨٥	٢٩/٤٥	۰/۰٢٨	-۰/١٨٥	٦٦/٧٥

نتیجه‌گیری

انگیزه‌ی انجام از شبیه‌سازی عددی حاضر، بررسی و تحلیل انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده سیال با مدل توانی درون محفظه دو بعدی با زاویه قرارگیری متغیر حاوی مانعی گرمازا است. میدان مغناطیسی در سه شکل مختلف به صورت افقی و عمود بر نیروی گرانش بر محفظه اعمال شد در حالی که جذب/تولید گرما یکنواختی بر جریان سیال اثر می‌گذارد. شبیه‌سازی با نوشتن کد رایانه‌ای به زبان فرترن با استفاده از روش لتیس بولتزمن صورت پذیرفت. صحت نتایج به دست آمده در مقایسه با مطالعات مراجع مختلف به صورت کیفی و کمی تأیید شد. اثر عدد رایلی، عدد هارتمن، نوع اعمال میدان مغناطیسی، شاخص توانی سیال، ضریب جذب/تولید گرما، نسبت هدایت حرارتی و زاویه تمایل محفظه بر مشخصات جریان جابجایی طبیعی ارزیابی شد. مهمترین نتایج حاصل شده به شرح زیر است:

۱- در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن سبب کاهش سرعت جریان شده و به تبع آن از مقدار قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط می‌کاهد. به طور میانگین این اثر برای سیال نازک‌شونده در حدود ۳۲ درصد بیشتر از سیال ضخیم‌شونده

است.

۲- نوع اعمال میدان مغناطیسی پارامتر بسیار مهمی در کنترل میزان انتقال حرارت است و برای دست‌یابی به جریان‌هایی با قدرت دلخواه می‌توان از این متغیر استفاده کرد. اعمال میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت در مقایسه با سایر حالات منجر به کاهش بیشتر میزان انتقال حرارت و قدرت جریان می‌شود. اثر تغییر در نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش شاخص توانی، کاهش می‌یابد.

۳- افزایش شاخص توانی سیال منجر به افزایش ویسکوزیته سیال شده و سبب می‌شود که سهولت حرکت سیال کم شود که این عامل منجر به کاهش قدرت جریان و مقدار انتقال حرارت می‌شود به نحوی که هدایت حرارتی پدیده غالب انتقال حرارت برای سیال ضخیم‌شونده است. به دلیل کم بودن اثرات جابجایی برای سیال ضخیم‌شونده، اثر افزایش عدد هارتمن برای سیال ضخیم‌شونده در مقایسه با سیال نیوتنی و نازک‌شونده بسیار کمتر است.

٤- با تغییر دادن نحوه قرارگیری محفظه می‌توان مقدار انتقال حرارت و قدرت جریان را تحت کنترل درآورد. با استفاده از این روش که بدون صرف نیروی خارجی محقق می‌شود، می‌توان اثر میدان مغناطیسی را نیز کنترل کرد به نحوی که کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط، آنتروپی تولید شده و تأثیر میدان مغناطیسی به ازای زاویه تمایل ۹۰+ درجه حاصل می‌شود. عدد ناسلت متوسط برای زاویه صفر به ترتیب تا حدود ۱/۲۵ و ۲/٦ برابر بیشتر از زوایای ۹۰- و ۹۰+ درجه است.

۵- هر اندازه نسبت هدایت حرارتی کمتر باشد، مقدار عدد ناسلت متوسط و آنتروپی تولید شده نیز کمتر می‌شود. با افزایش این متغیر، اثر میدان مغناطیسی بارزتر است و تغییر این پارامتر اثر ناچیزی بر مشخصات جریان و انتقال حرارت سیال ضخیم‌شونده و در عدد رایلی ۱۰^{۳} دارد.

٦- در حالت تولید گرما، کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط دیده می‌شود ولی اثر میدان مغناطیسی در این حالت بیشترین است. قدرت جریان با افزایش ضریب جذب/تولید گرما افزایش می‌یابد. اثر جذب/تولید گرما برای سیال ضخیم‌شونده کمترین است.

۷- عموما بیشترین سهم آنتروپی تولید شده برای سیال ضخیم‌شونده در تمامی حالات متعلق به آنتروپی تولید شده ناشی از انتقال حرارت است. با افزایش نسبت هدایت حرارتی، افزایش عدد رایلی، کاهش شاخص توانی سیال و کاهش عدد هارتمن عدد بجان کاهش می‌یابد.

۸- براساس نتایج به دست آمده مشاهده شد که در حالت تولید گرما، آنتروپی تولیدی کل با افزایش عدد هارتمن، تا حدود ۲۰ درصد افزایش می‌یابد و به ازای $HAPC \leq 0$، افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش میزان آنتروپی تولید شده می‌شود.

۹- استفاده از تابع توزیع جداگانه برای مدل کردن میدان مغناطیسی دقت نتایج بالاتری را نتیجه می‌دهد در قیاس با حالتی که دو تابع توزیع برای میدان جریان و میدان دما فرض شود و میدان مغناطیسی به صورت عبارت چشمه اعمال شود. همچنین می‌توان برای در اختیار گرفتن مدیریت انرژی و دستیابی به جریان‌های دلخواه، از روشهای غیرفعال در کنار روش‌های فعال سود برد.

تقدیر و تشکر

واژه‌نامه

فهرست علائم

قدرت میدان مغناطیسی	B
عدد بجان	Be
سرعت گسسته شبکه	**c**
نیروی خارجی	**F**
تابع توزیع مربوط به میدان جریان	f
تابع توزیع مربوط به میدان دما	g
تابع توزیع تعادلی مربوط به میدان جریان	f^{eq}
تابع توزیع تعادلی مربوط به میدان دما	g^{eq}
شتاب جاذبه	**g**
طول و ارتفاع محفظه	L
عدد هارتمن	Ha
ضریب جذب/تولید گرما	HAPC
ضریب هدایت حرارتی	k
شاخص توانی سیال	n

عدد ناسلت	Nu	موقعیت مکانی	**x** (x,y)
تابع توزیع مربوط به میدان مغناطیسی	h	**علائم یونانی**	
تابع توزیع تعادلی مربوط به میدان مغناطیسی	h^{eq}	ضریب پخش حرارتی	α
		ضریب انبساط حرارتی	β
متغیر جذب/تولید گرما	Q	زمان آسایش مربوط به میدان جریان	τ^{*}
عدد رایلی	Ra	زمان آسایش مربوط به میدان دما	τ^{**}
آنتروپی	S	زمان آسایش مربوط به میدان مغناطیسی	τ^{***}
آنتروپی ناشی از اصطکاک سیال	S_F		
آنتروپی ناشی از انتقال حرارت	S_H	ویسکوزیته سینماتیکی	υ
آنتروپی ناشی از میدان مغناطیسی	S_M	دمای بی بعد	θ
دما	T	ویسکوزیته دینامیکی	μ
نسبت هدایت حرارتی	TCR	چگالی	ρ
نوع اعمال میدان مغناطیسی	TMF	تابع جریان	ψ
ضخامت دیواره جامد	W	ضریب وزنی	ω
سرعت	u (u,v)		

مراجع

1. Cao, X., Gao, D., Huang, Y., and Liu, X., "An Improved Lattice Boltzmann Model for Convection Melting in the Existence of an Inhomogeneous Magnetic Field", *Microgravity Science and Technology*, Vol. 33, Pp. 1-5, (2021).
2. Amine, B.M., Redouane, F., Mourad, L., Jamshed, W., Eid, M.R., and Al-Kouz, W., "Magnetohydrodynamics Natural Convection of a Triangular Cavity Involving Ag-MgO/Water Hybrid Nanofluid and Provided with Rotating Circular Barrier and a Quarter Circular Porous Medium at Its Right-Angled Corner", *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 46, Pp. 12573-12597, (2021).
3. Akgül, A., and Siddique, I., "Novel Applications of the Magnetohydrodynamics Couple Stress Fluid Flows Between Two Plates with Fractal-Fractional Derivatives", *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Vol. 37, Pp. 2178-2189, (2021).
4. Nemati, M., Sefid, M., and Rahmati, A.R., "The Effect of Changing the Position of the Hot Wall and Increasing the Amplitude and Number of Oscillations of Wavy Wall on the Flow and Heat Transfer of Nanofluid Inside the Channel in the Presence of Magnetic Field", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 10, Pp. 219-236, (2020).
5. Zhang, Y., Zhang, G., Zhang, Z., Zhang, Y., and Huang, Y., "Effect of Assisted Transverse Magnetic Field on Distortion Behavior of Thin-Walled components in WEDM Process", *Chinese Journal of Aeronautics,* Vol. 35, Pp. 291-307, (2022).
6. Roy, N.C., "MHD Natural Convection of a Hybrid Nanofluid in an Enclosure with Multiple Heat Sources", *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 61, Pp. 1679-1694 (2022).
7. Borrelli, A., Giantesio, G., and Patria, M.C., "Exact Solutions in MHD Natural Convection of a Bingham Fluid: Fully Developed Flow in a Vertical Channel", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*", Vol. 147, Pp. 5825-5838, (2022).

8. Mahdy, A., Hady, F.M., Mohamed, R.A., and Abo-zaid, O.A., "Internal Heat Generation Impact on MHD Natural Convection of Dusty Hybrid Nanomaterials within a Porous Cavity", *Heat Transfer*, Vol. 51, Pp. 1150-1169, (2022).
9. Nemati, M., Sefid, M., Mohammad Sajadi, S., Ghaemi, F., and Baleanu, D., "Lattice Boltzmann Method to Study Free Convection and Entropy Generation of Power-Law Fluids Under Influence of Magnetic field and Heat Absorption/Generation", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 147, Pp. 10569-10594, (2022).
10. Chen, Z., and Shu, C., "Simplified Lattice Boltzmann Method for Non-Newtonian Power-Law Fluid Flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 92, Pp. 38-54, (2020).
11. Ismael, A., Eldabe, N.T., Abouzeid, M., and Elshabouri, S., "Entropy Generation and Nanoparticles CuO Effects on MHD Peristaltic Transport of Micropolar Non-Newtonian Fluid with Velocity and Temperature Slip Conditions", *Egyptian Journal of Chemistry*, Vol. 65, Pp. 715-722, (2022).
12. Ho, C.D., Tu, J.W., Chang, H., Lin, L.P., Chew, T.L., "Optimizing Thermal Efficiencies of Power-Lw Fluids in Double-Pass Concentric Circular Heat Exchangers with Sinusoidal Wall Fuxes", *Mathematical Biosciences and Engineering*, Vol. 19, Pp. 8648-8670, (2022).
13. Rahmati, A.R., and Nemati, M., "Investigation of Magnetic Field Effect on Nanofluid Mixed Convection Inside Lid-Driven K-Shaped Enclosure Using Lattice Boltzmann Method", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 8, Pp. 111-126, (2018).
14. Sun, C., Zhang, Y., Farahani, S.D., Hu, C., Nemati, M., and Sajadi, S.M., "Analysis of Power-Law Natural Conjugate Heat Transfer Under the Effect of Magnetic Field and Heat Absorption/Production Based on the First and Second Laws of Thermodynamics for the Entropy via Lattice Boltzmann Method", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 144, Pp. 165-184, (2022).
15. Abdulkadhim, A., mejbel Abed ,I., and mahjoub Said, N., "An Exhaustive Review on Natural Convection within Complex Enclosures: Influence of Various Parameters", *Chinese Journal of Physics*, Vol. 74, Pp. 365-374, (2021).
16. Nemati, M., Sefid, M., and Rahmati, A., "Analysis of the Effect of Periodic Magnetic Field, Heat Absorption/Generation and Aspect ratio of the Enclosure on Non-Newtonian Natural Convection", *Journal of Heat and Mass Transfer Research*, Vol. 8, Pp. 187-203, (2021).
17. Khan, M.R., Mao, S., Deebani, W., and Elsiddieg, A.M., "Numerical Analysis of Heat Transfer and Friction Drag Relating to the Effect of Joule Heating, Viscous Dissipation and Heat Generation/Absorption in Aligned MHD Slip Flow of a Nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 131, Pp. 105843, (2022).
18. Ojemeri, G., and Hamza, M.M., "Heat Transfer Analysis of Arrhenius-Controlled Free Convective Hydromagnetic Flow with Heat Generation/Absorption Effect in a Micro-Channel", *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 61, Pp. 12797-12811, (2022).
19. Dar, A.A., "Effect of Thermal Radiation, Temperature Jump and Inclined Magnetic Field on the Peristaltic Transport of Blood Flow in an Asymmetric Channel with Variable Viscosity and Heat Absorption/Generation", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 45, Pp. 487-501, (2021).
20. Gambo, J.J., and Gambo, D., "On the Effect of Heat Generation/Absorption on Magnetohydrodynamic Free Convective Flow in a Vertical Annulus: An Adomian Decomposition Method", *Heat Transfer*, Vol. 50, Pp. 2288-

2302, (2021).

21. Al-Farhany, K., Al-Chlaihawi, K.K., Al-dawody, M.F., Biswas, N., and Chamkha, A.J., "Effects of Fins on Magnetohydrodynamic Conjugate Natural Convection in a Nanofluid-Saturated Porous Inclined Enclosure", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 126, Pp. 105413, (2021).
22. Siddiqa, S., Begum, N., Hossain, M.A., Abrar, M.N., Gorla, R.S., and Al-Mdallal, Q., "Effect of Thermal Radiation on Conjugate Natural Convection Flow of a Micropolar Fluid Along a Vertical Surface", *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 83, Pp. 74-83, (2021).
23. Nemati, M., and Sefid, M., "Evaluation of Amount the Entropy Production Due to MHD Hybrid Nanofluid Conjugate Heat Transfer with Heat Absorption/Generation", *Fluid Mechanics & Aerodynamics Journal*, Vol. 10, Pp. 141-168, (2022).
24. Faizan, M., Pati, S., and Randive, P.R., "Effect of Non-Uniform Heating on Conjugate Heat Transfer Performance for Nanofluid Flow in a Converging Duct by a Two-Phase Eulerian–Lagrangian Method", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, Vol. 236, Pp. 414-424, (2022).
25. Ren, Q., Wang, Z., Lai, T., Zhang, J., and Qu, Z.G., "Conjugate Heat Transfer in Anisotropic Woven Metal Fiber-Phase Change Material Composite", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 189, Pp. 116618, (2021).
26. Fureby, C., "Large Eddy Simulation of Turbulent Reacting Flows with Conjugate Heat Transfer and Radiative Heat Transfer", *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 38, Pp. 3021-3029, (2021).
27. Nemati, M., and Sefid M., "The Application of Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method to Simulate the Newtonian and Non-Newtonian MHD Natural Convection in Cavity with Lozenge Barrier", *Fluid Mechanics & Aerodynamics Journal*, Vol. 10, Pp. 17-35, (2021).
28. Nemati, M., Sefid, M., Jahromi, B., and Jahangiri, R., "The Effect of Magnetic Field and Nanoparticle Shape on Heat Transfer in an Inclined Cavity with Uniform Heat Generation/Absorption", *Computational Methods in Engineering*, Vol. 40, Pp. 109-126, (2022).
29. Shan, F., Du, H., Chai, Z., and Shi, B., "Lattice Boltzmann modeling of the Capillary Rise of Non-Newtonian Power-Law Fluids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 94, Pp. 251-271, (2022).
30. Gohari, E.M., Sefid, M., Malooze, A.R., and Mozafari-Shamsi, M., "Hydrodynamic Simulation of Liquid-Solid Fluidized Bed with Non-Newtonian Power-Law Fluids Using SPM-LBM Method", *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 51, Pp. 245-250, (2022).
31. Mehmood, A., Khan, S., Iqbal, M.S., and Butt, A.S., "Computational Analysis of Entropy Generation in Mixed Convection Flow Past a Vertical Wavy Cone", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 147, Pp. 6983-6992, (2022).
32. Al-Chlaihawi, K.K., Alaydamee, H.H., Faisal, A.E., Al-Farhany, K., and Alomari, M.A., "Newtonian and Non-Newtonian Nanofluids with Entropy Generation in Conjugate Natural Convection of Hybrid Nanofluid-Porous Enclosures: A Review", *Heat Transfer*, Vol. 51, Pp. 1725-1745, (2022).
33. Mliki, B., and Abbassi, M.A., "Entropy Generation of MHD Natural Convection Heat Transfer in a Heated Incinerator

Using Hybrid-Nanoliquid", *Propulsion and Power Research*, Vol. 10, Pp. 143-154, (2021).

34. Gal, S., Kolsi, L., Hassen, W., Ben Ali, N., Ben Khedher, N., and Chamkha, A.J., "Three-Dimensional Study of Magnetohydrodynamic Natural Convection, Entropy Generation, and Electromagnetic Variables in a Nanofluid Filled Enclosure Equipped with Inclined Fins", *ACS Omega*, Vol. 7, Pp. 12365-12373, (2022).
35. Aghakhani, S., Pordanjani, A.H., Karimipour, A., Abdollahi, A., and Afrand, M., "Numerical Investigation of Heat Transfer in a Power-Law Non-Newtonian Fluid in a C-Shaped Cavity with Magnetic Field Effect Using Finite Difference Lattice Boltzmann Method", *Computers & Fluids*, Vol. 176, Pp. 51-67, (2018).
36. Rezaie, M., and Maghrebi, M.J., "Numerical Investigation of Conjugate Natural Convection Heat Transfer in Porous Enclosure with Lattice Boltzmann Method", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 5, Pp. 217-231, (2019).
37. Ferhi, M., Djebali, R., Abboudi, S., and Kharroubi, H., "Conjugate Natural Heat Transfer Scrutiny in Differentially Heated Cavity Partitioned with a Conducting Solid using the Lattice Boltzmann Method", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 138, Pp. 3065-3088, (2019).
38. Zhang, R., Aghakhani, S., Pordanjani, A.H., Vahedi, S.M., Shahsavar, A., and Afrand, M., "Investigation of the Entropy Generation During Natural Convection of Newtonian and Non-Newtonian Fluids Inside the L-Shaped Cavity Subjected to Magnetic Field: Application of Lattice Boltzmann Method", *The European Physical Journal Plus*, Vol. 135, Pp. 184-201, (2020).
39. Mliki, B., Ali, C., and Abbassi, M.A., "Lattice Boltzmann Simulation of MHD Natural Convection Heat Transfer of Cu-Water Nanofluid in a Linearly/Sinusoidally Heated Cavity", *International Journal of Physical and Mathematical Sciences*, Vol. 14, Pp. 7-11, (2020).
40. Mohebbi, R., and Rasam, H., "Numerical Simulation of Conjugate Heat Transfer in a Square Cavity Consisting the Conducting Partitions by Utilizing Lattice Boltzmann Method", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 546, Pp. 123050, (2020).
41. Nemati, M., Sani, H.M., and Chamkha, A.J., "Optimal Wall Natural Convection for a Non-Newtonian Fluid with Heat Generation/Absorption and Magnetic Field in a Quarter-Oval Inclined Cavity", *Physica Scripta*, Vol. 96, Pp. 125234, (2021).
42. Nemati, M., Mohamadzade, H.M., and Sefid, M., "Investigation the Effect of Direction of Wall Movement on Mixed Convection in Porous Enclosure with Heat Absorption/Generation and Magnetic Feld", *Fluid Mechanics & Aerodynamics Journal*, Vol. 9, Pp. 99-115, (2020).
43. Rahman, A., Nag, P., Molla, M.M., and Hassan, S., "Magnetic Field Effects on Natural Convection and Entropy Generation of Non-Newtonian Fluids Using Multiple-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 32, Pp. 2150015, (2021).
44. Nemati, M., Sani, H.M., Jahangiri, R., Sefid, M., Mohammad Sajadi, S., Baleanu, D., and Ghaemi, F., "Convection Heat Transfer Under the Effect of Uniform and Periodic Magnetic Fields with Uniform Internal Heat Generation: a New Comprehensive Work to Develop the Ability of the Multi Relaxation Time Lattice Boltzmann Method", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 147, Pp. 7883-7897, (2022).

45. Rostami, S., Ellahi, R., Oztop, H.F., and Goldanlou, A.S., "A Study on the Effect of Magnetic Field and the Sinusoidal Boundary Condition on Free Convective Heat Transfer of Non-Newtonian Power-Law Fluid in a Square Enclosure with Two Constant-Temperature Obstacles Using Lattice Boltzmann Method", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 144, Pp. 2557-2573, (2021).
46. Ferhi, M., Djebali, R., Al-Kouz, W., Abboudi, S., and Chamkha, A.J., "MHD Conjugate Heat Transfer and Entropy Generation Analysis of MWCNT/Water Nanofluid in a Partially Heated Divided Medium", *Heat Transfer*, Vol. 50, Pp. 126-144, (2021).
47. Nemati, M., Sani, H.M., Jahangiri, R., and Chamkha, A.J., "MHD Natural Convection in a Cavity with Different Geometries Filled with a Nanofluid in the Presence of Heat Generation/Absorption Using Lattice Boltzmann Method", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 147, Pp. 9067-9081, (2022).
48. Rahman, A., Redwan, D.A., Thohura, S., Kamrujjaman, M., and Molla, M.M., "Natural Convection and Entropy Generation of Non-Newtonian Nanofluids with Different Angles of External Magnetic Field Using GPU Accelerated MRT-LBM", *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 30, Pp. 101769, (2022).
49. Ferhi, M., Djebali, R., Mebarek-Oudina, F., Abu-Hamdeh, N.H., and Abboudi, S., "Magnetohydrodynamic Free Convection Through Entropy Generation Scrutiny of Eco-Friendly Nanoliquid in a Divided L-Shaped Heat Exchanger with Lattice Boltzmann Method Simulation", *Journal of Nanofluids*, Vol. 11, Pp. 99-112, (2022).
50. Ilis, G.G., Mobedi, M., and Sunden, B., "Effect of Aspect Ratio on Entropy Generation in a Rectangular Cavity with Differentially Heated Vertical Walls", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, Pp. 696-703, (2008).
51. Khezzar, L., Siginer, D., and Vinogradov, I., "Natural Convection of Power Law Fluids in Inclined Cavities", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 53, Pp. 8-17, (2012).
52. Kefayati, G.R., "Mesoscopic Simulation of Magnetic Field Effect on Natural Convection of Power-Law Fluids in a Partially Heated Cavity", *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 94, Pp. 337-354, (2015).

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics,34, 2022. (67-78)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Numerical Study of the Effects of Geometry and Metal Foam on the Energy Absorption of Nested Profiles*

Research Article

Hemad Keshavarzpour[1], Ali Ghasemi[2], Mehdi Oveisi[3]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.76176.1110

1. Introduction

Aluminum tubes filled with aluminum foam have a special role in the industry in the field of energy absorption. Their applications can be mentioned in the military, marine, aviation, elevators, and automotive industries. Different structures for profiles and their combination with other absorbers have been considered to increase energy absorption. In order to increase the energy absorption of the profiles, various parameters have been investigated such as: 1) geometry, including considering profiles with different shapes such as square, circle, pentagon, etc., the effect of thickness, creating distortion in the geometry, nested samples (inside hollow tubes, hollow tube is placed smaller): 2) adding absorbers such as aluminum foams; 3) strengthening (thermal treatment, etc.). Researchers have done many practical kinds of research on the energy absorption of thin-walled structures, which include testing, theorizing, numerical simulation, and optimization.

In this study, nested thin wall profiles are considered. Considering the effect of the profile shape on the energy absorption rate, the energy absorption rate of nested profiles was investigated at first. Considering the increase in energy absorption with the addition of absorbers in thin wall profiles, in the next step, the effect of adding aluminum foam to nested thin wall profiles was discussed. It is worth mentioning that the effect of geometry in nested profiles and the effect of adding different percentages of aluminum foam on the amount of energy absorption of nested thin wall profiles are among the innovations of this article.

2. Energy absorption

In order to calculate the impact performance of the structure, some indicators, such as total energy absorption (EA) were defined. Structures with different masses have entirely different energy absorption, so it is necessary to define an index to measure energy absorption for the unit of mass, SEA.

3. Modeling and simulation

3.1. Effect of geometry in thin wall profiles

Abaqus finite element software/explicit method was used for numerical analysis of impact dynamics. In order to investigate the effect of geometry on the amount of energy absorption of thin wall profiles, different geometric models with equal cross-sectional areas were considered. In the Abaqus model, to apply the impact of the profile, a thin wall is placed between two plates, a fixed plate is placed under the profile, and a moving plate is placed at the top of the profile. These two pages are modeled using the shell element. Figure 1 shows the investigated geometries.

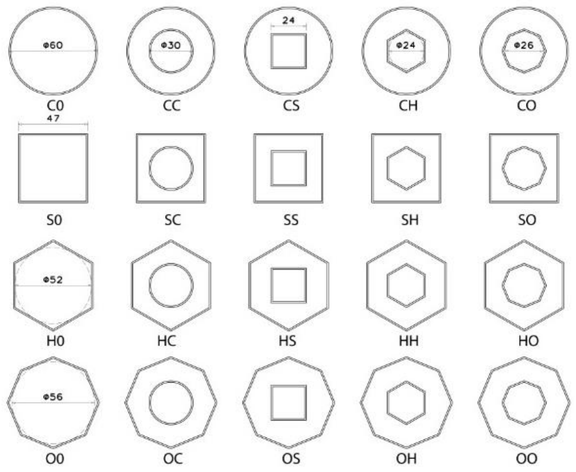


Figure 1. The cross-sectional area of geometry and dimensions of samples (in mm)

*Manuscript received: 11 April 2022; Revised, 28 June 2022, Accepted, 31 August 2022.

[1]. Corresponding Author: Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran. **Email**: hkeshavarzpour@iaurasht.ac.ir

[2]. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Tehran North Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

[3]. MSc., Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Tehran North Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

In the simulation, aluminum alloy profiles with a height of 150 mm and a thickness of 1 mm are considered. In order to apply the shock load, the upper plate with a speed of 1 m/s was applied to the thin wall profile for a period of 0.08 seconds. The type of element considered for the mesh is S4R with five integration points.

The results confirm that nested geometric models have more energy absorption than simple profiles. Among the considered simple profiles, the square profile with the specific energy absorption rate of 10763 J/kg was the worst and the circular profile with the specific energy absorption rate of 14814 J/kg had the best performance in terms of energy absorption. Moreover, the combination of the octagonal profile inside the aluminum tube (CO) had the best performance in terms of energy absorption. The amount of specific energy absorption in the CO state is 13.5%, and compared to a cylindrical tube (the commonly used profile) performed better regarding the amount of energy absorption.

Due to the best performance, the octagonal profile inside the aluminum tube was selected as a suitable example in terms of energy absorption, and then the effects of adding foam on its energy absorption was discussed.

3.2. The effect of aluminum foam percentage in nested thin wall profiles

In this section, the effects of adding different percentages of metal foam to selected CO thin wall profiles were investigated numerically. In order to check the accuracy of the modelling, a thin-walled aluminum tube made of 6060-T5 alloy with a diameter of 60 mm and a height of 150 mm filled with aluminum foam was simulated. The simulated force-displacement diagram is compared with the experimental results in Figure 2.

Now, according to the accuracy of the simulation results, the effects of adding foam to the profile of the selected nested thin wall (CO) were investigated. The foam is placed inside the tube in three different ways (only in the inner profile, in the space between the two profiles, and in the entire profile), and its effects on the energy absorption of the CO profile were investigated. Figure 3 shows the force-displacement results of the samples.

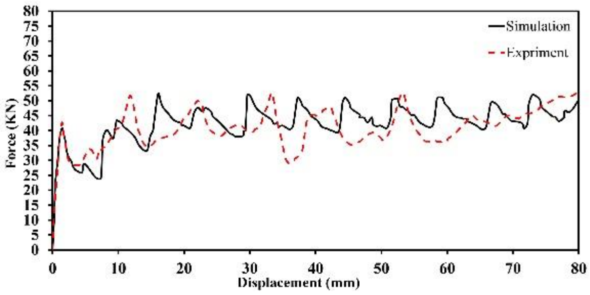


Figure 2. Comparison of the force-displacement results of the simulated and experimental sample

By adding more foam, the amount of energy absorption and the maximum force that can be tolerated increases. In terms of the amount of specific energy absorption, in the case where only the internal profile is filled with aluminum foam (COF-1), it performed better. It should also be mentioned that in the case where the aluminum foam is placed only in the space between the two walls (COF-2) compared to the case where the entire profile is filled with foam (COF-3), only about a 9% improvement in energy absorption was achieved. Moreover, adding foam can increase the amount of energy absorption with a change in weight. In other words, COF-1 and COF-3 increased energy absorption by 19% and 92%, respectively. Figure 4 shows the change in total energy of absorption (EA) of CO profile and COF-1 to COF-3 in the form of a column chart.

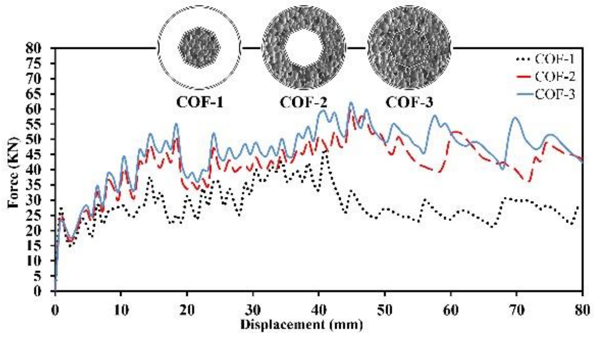


Figure 3. Force-displacement diagram for different states of adding foam to the nested profile for the CO geometry cross-section

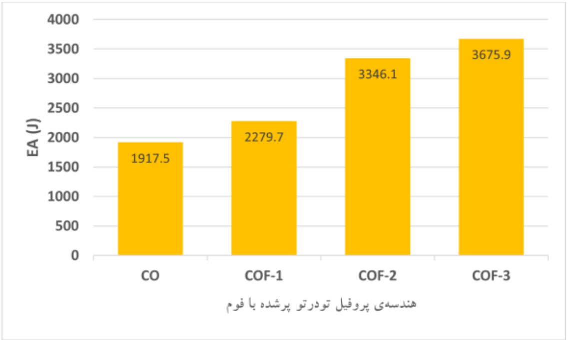


Figure 4. The effect of adding foam on the total absorption energy

4. Conclusion

After examining the profiles resulting from the combination of circular, square, hexagonal and octagonal profiles, the combination of the octagonal aluminum profile inside the aluminum tube has the best performance in terms of energy absorption. In the following, the effect of adding different modes of aluminum foam in the selected geometry was investigated. By placing the foam inside these profiles, on the one hand, it stabilizes the position of the nested samples relative to each other, and on the other hand, by filling the empty space between the profiles with foam, it increases the absorption of energy from the impact. In the case that only the inner profile is filled with aluminum foam, it performed better in terms of specific energy absorption.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، ۳٤، ۱٤۰۱. (۷۸-٦۷)

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

بررسی عددی اثر هندسه و فوم فلزی در میزان جذب انرژی پروفیل‌های تودرتو*

مقاله پژوهشی

حماد کشاورزپور[۱]   علی قاسمی[۲]   مهدی اویسی[۳]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.76176.1110

چکیده در این مقاله به بررسی اثر هندسه و اضافه‌شدن جاذب‌های فوم آلومینیوم در میزان جذب انرژی پروفیل‌های جدار نازک تودرتو تحت بار محوری فشاری پرداخته شده است. به منظور بررسی عددی، از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس استفاده شده است. پروفیل‌های تودرتو از جنس آلومینیوم 6060-T5 و با سطوح مقطع دایره، مربع، شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی انتخاب شده‌اند. نمودار نیرو و جابجایی به منظور بررسی میزان جذب انرژی هندسه‌های مختلف به همراه محاسبه‌ی جذب انرژی کلی و ویژه استفاده شده‌اند. در انتها، برای بررسی اثر فوم آلومینیوم، سه حالت اضافه‌شدن فوم به پروفیل تودرتو بررسی شده است. پروفیل‌های جدار نازک تودرتو با فوم فلزی نسبت به حالت توخالی جذب انرژی بیشتری دارند. همچنین، تعامل بین دیواره‌های فوم و لوله باعث افزایش بیشتر اتلاف انرژی می‌شود.

واژه‌های کلیدی پروفیل‌های جدار نازک، پروفیل‌های تودرتو، هندسه، فوم آلومینیومی

Numerical Study of the Effect of Geometry and Metal Foam on the Energy Absorption of Nested Profiles

Hemad Keshavarzpour   Ali Ghasemi   Mehdi Oveisi

Abstract In this paper, the effect of geometry and addition of aluminum foam adsorbents on the energy absorption of thin-walled nested profiles under axial compressive load is investigated. ABAQUS finite element software has been used for numerical analysis. The nested profiles are made of 6060-T5 aluminum and the outer and inner profiles with circular, square, hexagonal and octagonal cross sections are selected. Force and displacement diagrams have been used to study the energy absorption of different geometries along with the calculation of general and specific energy absorption. Finally, to evaluate the effect of foam, three modes of adding aluminum foam to the nested profile have been investigated. Thin-walled profiles with metal foam absorb more energy than hollow ones. Also, the interaction between the foam walls and the pipe increases the energy dissipation further.

Keywords Thin-walled profiles, Nested profiles, Geometry, Aluminum foam

*تاریخ دریافت مقاله۱٤۰۱/۱/۲۲ و تاریخ پذیرش آن ۱٤۰۱/٦/۹ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد رشت، رشت.

Email: hkeshavarzpour@iaurasht.ac.ir

(۲) استادیار، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران

(۳) کارشناسی ارشد، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران

مقدمه

لوله‌های آلومینیومی پرشده با فوم آلومینیوم در زمینه‌ی جذب انرژی، بخش ویژه‌ای در صنعت را به خود اختصاص داده‌اند. از کاربردهای آنها می‌توان در صنایع نظامی، دریایی، هوایی، آسانسورها و همچنین صنعت خودروسازی نام برد [1]. ساختارهای مختلفی برای پروفیل‌ها و ترکیب آن‌ها با جاذب‌های دیگر برای افزایش جذب انرژی در نظر گرفته شده است. جهت افزایش میزان جذب انرژی پروفیل‌ها، پارامترهای مختلفی همچون ۱- هندسه شامل در نظر گرفتن پروفیل‌هایی با اشکال مختلف همانند مربع، دایره، پنج‌ضلعی و ...، اثر ضخامت، ایجاد اعوجاج در هندسه، نمونه‌های تودرتو (در داخل لوله‌های توخالی، لوله‌ی توخالی کوچک‌تری قرار داده شود)، ۲- اضافه کردن جاذب‌هایی مانند فوم‌های آلومینیومی، ۳- مقاوم‌سازی (عملیات حرارتی و ...) بررسی شده است.

محققین پژوهش‌های مؤثر زیادی را روی جذب انرژی ساختارهای جداره نازک انجام داده‌اند که شامل تست، تئوری، شبیه‌سازی عددی و بهینه‌سازی بوده است. به‌منظور افزایش توانایی جذب انرژی در این ساختارها، فوم یا لانه‌زنبوری درون ساختار قرار داده شده است و بین ماده پرکننده و جداره‌ی لوله تأثیرات برهمکنش قابل توجهی مشاهده شده است [2-3]. هانسن و همکاران [4-5] مطالعات جامعی روی ستون‌های جدار نازک پرشده با فوم انجام داده و زیرساخت مناسبی برای مطالعات تحلیلی و تجربی بر روی لوله‌های پرشده با فوم ایجاد کرده‌اند. در سال‌های اخیر لوله‌های جدار نازک پرشده با مواد مختلفی نظیر لوله‌ها با پروفیل دایروی [6]، لوله‌ها با پروفیل مربعی [7]، لوله‌های تودرتو [8]، لوله‌های چندوجهی [9]، لوله‌های مخروطی [10]، لوله‌های چروک [11]، لوله‌ها با پروفیل بیضوی [12] به‌صورت گسترده‌ای انجام شده است. گان و همکاران [13] خصوصیات جذب انرژی ساختارهای مخروطی تحت بار ضربه محوری را بررسی کردند. نتیجه مطالعات آن‌ها نشان داد که جذب انرژی ویژه حدود ۲۲/۹ درصد بیشتر از جذب انرژی ویژه‌ی لوله‌ی خالی است که به دلیل تأثیر تماس بین ساختارهای مخروطی می‌باشد. وینایاگار و همکاران [14] مطالعه‌ای روی عملکرد ضربه‌پذیری ساختارهای جدار نازک دو لوله‌ای انجام دادند که شامل لوله‌های داخلی و خارجی با پروفیل‌های مختلف نظیر مثلث، مربع و شش وجهی بوده است. مگوید و همکاران [15] به بررسی عددی و تجربی میزان جذب انرژی مخروط‌های آلومینیومی توخالی و پرشده از فوم آلومینیوم پرداختند. تأثیر پارامترهایی نظیر زاویه مخروط و تأثیر فوم و ... مطالعه شد. بیگدلی و نوری [16] به بررسی تجربی و عددی مدل‌های تودرتو آلومینیومی و تأثیر ابعاد نمونه‌ی داخلی پرداختند. در این مقاله، پروفیل مربعی به دو حالت داخل لوله آلومینیومی قرار گرفت. در حالت اول، پروفیل مربعی با اتصالاتی از گوشه‌ها به لوله وصل شده است و در حالت دوم اتصال پروفیل از دیواره‌ها با لوله انجام شده و درنهایت ابعاد مختلف پروفیل بررسی شده است. لی و همکاران به بررسی عددی و تجربی پروفیل‌های تودرتو آلومینیومی پرشده از فوم و بررسی درصد اضافه‌شدن فوم آلومینیوم پرداختند. نمونه‌های تودرتو شامل پروفیل‌های مربعی آلومینیومی داخل یکدیگر و نیز لوله‌های آلومینیومی داخل هم بودند [17].

از این‌رو، در این مقاله پروفیل‌های جدار نازک تودرتو در نظر گرفته شده است. با توجه به تأثیر شکل پروفیل در میزان جذب انرژی، در ابتدا به بررسی اثر هندسه در میزان جذب انرژی پروفیل‌های تودرتو پرداخته شده است. با توجه به افزایش میزان جذب انرژی با اضافه شدن جاذب‌ها در پروفیل‌های جدار نازک، در گام بعدی به اثر اضافه شدن فوم آلومینیومی به پروفیل‌های جدار نازک تودرتو پرداخته شده است. قابل‌ذکر است که اثر هندسه در پروفیل‌های تودرتو و اثر اضافه شدن درصدهای مختلف فوم آلومینیومی در میزان جذب انرژی پروفیل‌های جدار نازک تودرتو از نوآوری‌های این مقاله می‌باشد.

روش بررسی میزان جذب انرژی

به‌منظور محاسبه‌ی عملکرد ضربه‌پذیری سازه، برخی از شاخص‌ها نظیر جذب انرژی کلی تعریف شدند. جذب انرژی کلی به‌صورت رابطه‌ی (۱) می‌باشد:

$$EA=\int_0^d F(x)\mathrm{d}x \tag{۱}$$

که F(x) بیانگر نیروی لحظه‌ای ضربه به ساختار در طول ضربه و d مسافت ضربه است.

ساختارها با جرم‌های مختلف، جذب انرژی کاملاً متفاوتی دارند از این‌رو لازم است که شاخصی برای اندازه‌گیری جذب

انرژی برای واحد جرم تعریف شود. جذب انرژی ویژه به‌صورت رابطه‌ی (۲) بیان می‌شود:

$$SEA = \frac{EA}{m} \quad (۲)$$

در این رابطه، m جرم کلی ساختار است. جذب انرژی ویژه بیشتر، به مفهوم عملکرد ضربه‌پذیری بهتر است.

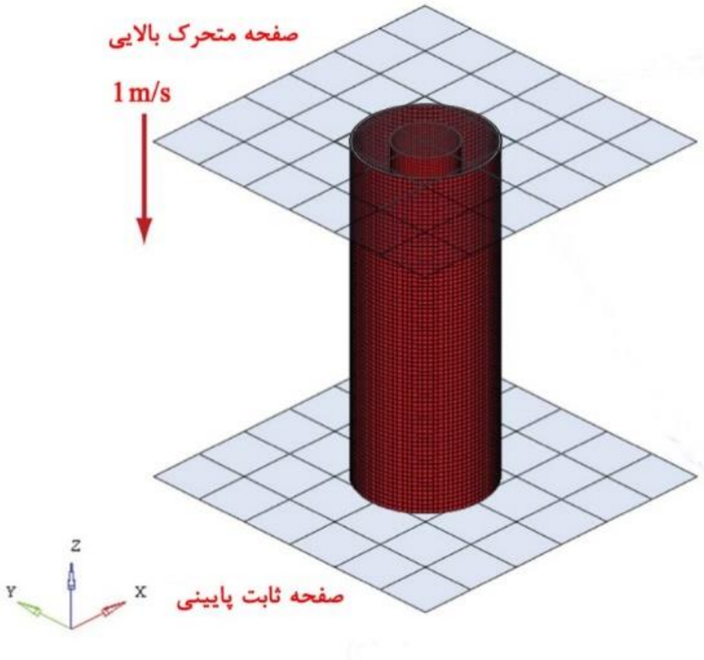
$F_{\max}$ بیشینه نیروی واکنش سازه در طول ضربه می‌باشد. برای فشار محوری بیشینه نیروی ضربه معمولاً در ابتدای برخورد اتفاق می‌افتد که به قله‌ی نیروی اولیه معروف است.

مدل‌سازی و شبیه‌سازی

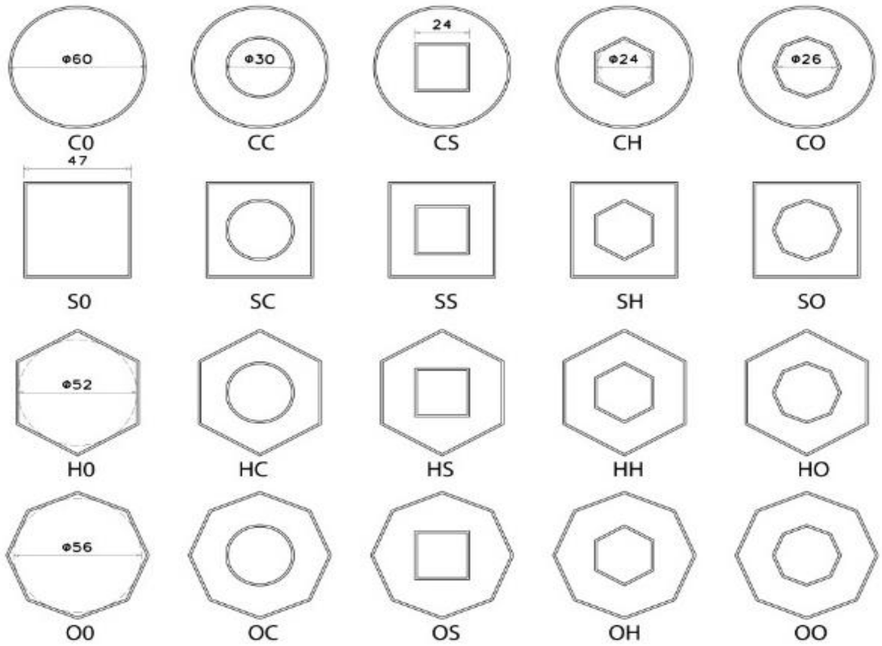
اثر هندسه در پروفیل‌های جدار نازک. برای بررسی عددی دینامیک ضربه از نرم‌افزار المان محدود آباکوس/روش صریح استفاده شده است. به‌منظور بررسی اثر هندسه در میزان جذب انرژی پروفیل‌های جدار نازک، مدل‌های هندسی متفاوت با سطوح مقطع برابر در نظر گرفته شده است. در مدل آباکوس، برای اعمال ضربه پروفیل جدار نازک مابین دو صفحه قرار می‌گیرد که یک صفحه ثابت در زیر پروفیل و یک صفحه متحرک در قسمت بالای پروفیل قرار داده شده است (شکل ۱). این دو صفحه با استفاده از المان پوسته مدل سازی شده‌اند. هندسه‌های مورد بررسی شده در شکل (۲) نشان داده شده است.

در شبیه‌سازی پروفیل‌ها از جنس آلیاژ آلومینیوم، با ارتفاع ۱۵۰ میلی‌متر و ضخامت ۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. خواص مکانیکی آلومینیوم و فوم آلومینیوم در جدول (۱) بیان شده است.

به‌منظور اعمال بار ضربه‌ای، صفحه‌ی بالائی با سرعت 1m/s در مدت زمان ۰/۰۸ ثانیه بر پروفیل جدار نازک اعمال شده است. نوع المان در نظر گرفته شده برای مش، S4R با پنج نقطه‌ی انتگرال‌گیری می‌باشد. نمودار نیرو-جابجایی هر یک از هندسه‌های در نظر گرفته شده (شکل ۲)، در شکل‌های (۳ – ۷) نشان داده شده است.



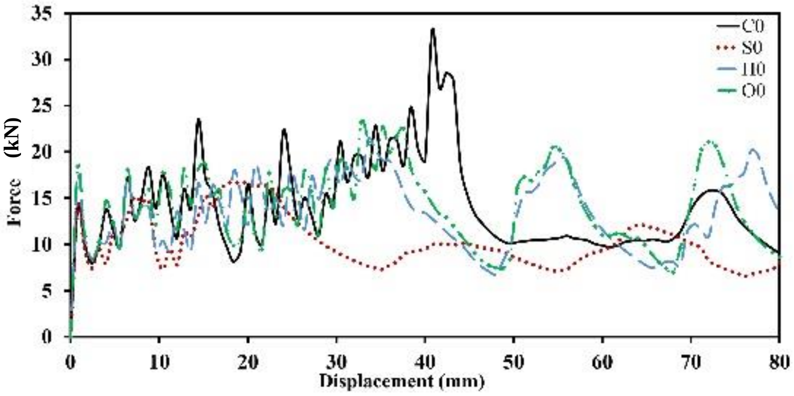
شکل ۱ نمایی از مدل اجزاء محدود در نرم‌افزار آباکوس



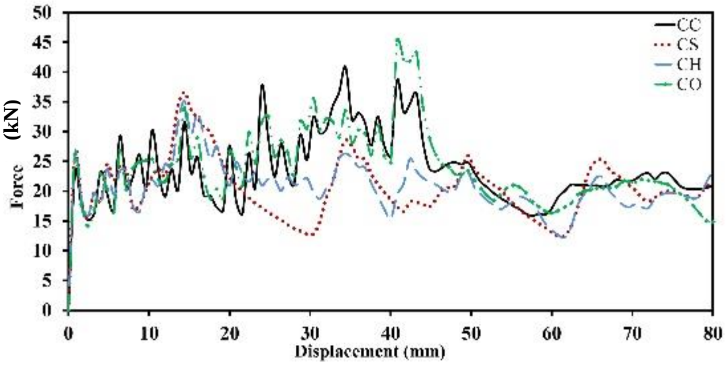
شکل ۲ سطح مقطع هندسه و ابعاد نمونه‌ها (ابعاد به میلی‌متر)

جدول ۱ خواص مکانیکی پروفیل‌های 6060 و فوم آلومینیوم

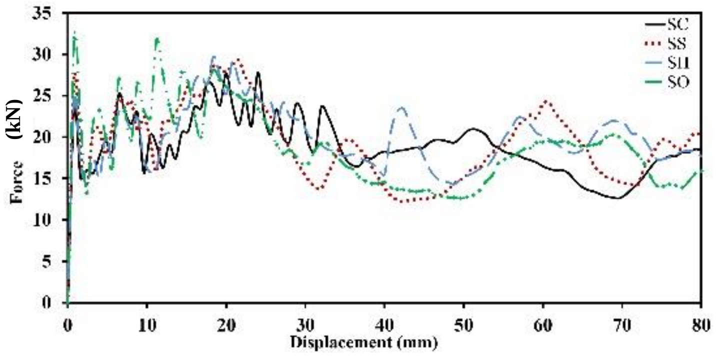
خواص مکانیکی	علامت اختصاری	آلومینیوم	فوم
مدول یانگ (MPa)	E	۵۰۸۶۰	٦۵
تنش تسلیم (MPa)	σ_y	۱۸۸/٤	٦/۹۵
ضریب پواسون	ϑ	۰/۳٦٦	۰/۰۵
چگالی (g/cm^3)	ρ	۲/۷	۰/٤۵



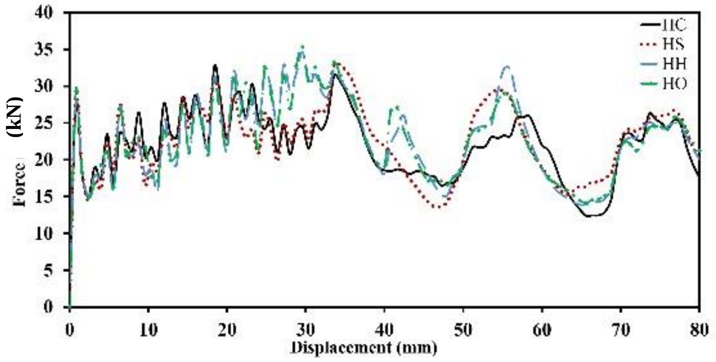
شکل ۳ نمودار نیرو–جابجایی مدل‌های CO، SO، HO، OO.



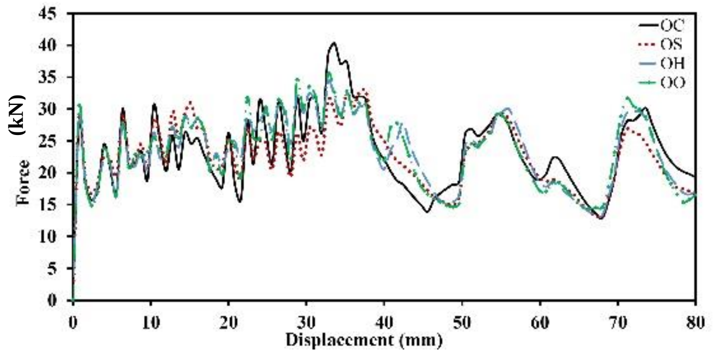
شکل ٤ نمودار نیرو–جابجایی مدل‌های CC، CS، CH، CO.



شکل ٥ نمودار نیرو–جابجایی مدل‌های SC، SS، SH، SO.



شکل ٦ نمودار نیرو–جابجایی مدل‌های HC، HS، HH، HO.



شکل ۷ نمودار نیرو–جابجایی مدل‌های OC، OS، OH، OO

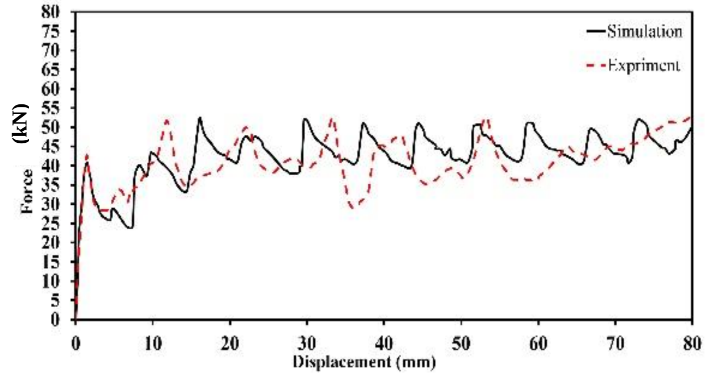
به‌منظور بررسی بهتر اثر هندسه بر روی میزان جذب انرژی پروفیل‌های جدار نازک تودرتو، شاخص‌های جذب انرژی در جدول (۲) آورده شده است.

نتایج جدول (۲) مؤید این موضوع می‌باشد که مدل‌های هندسی تودرتو میزان جذب انرژی بیشتری نسبت به پروفیل‌های ساده دارند. در بین پروفیل‌های ساده در نظر گرفته شده، پروفیل مربعی با میزان جذب انرژی ویژه ۱۰۷۶۳ ژول بر کیلوگرم بدترین و پروفیل دایره‌ای با میزان جذب انرژی ویژه ۱۴۸۱۴ ژول بر کیلوگرم بهترین عملکرد را در میزان جذب انرژی داشتند. همچنین ترکیب پروفیل هشت‌ضلعی در داخل لوله آلومینیوم (CO) بهترین عملکرد را در میزان جذب انرژی داشته است. میزان جذب انرژی ویژه در حالت CO ۱۳/۵ ٪ نسبت به یک لوله استوانه‌ای (پروفیل رایج مورد استفاده) عملکرد بهتری در میزان جذب انرژی داشته است. با توجه به بهترین عملکرد، پروفیل هشت‌ضلعی در داخل لوله آلومینیوم در میزان جذب انرژی به‌عنوان نمونه‌ی مناسب انتخاب و در ادامه به اثرات اضافه شدن فوم بر روی میزان جذب انرژی آن پرداخته شده است.

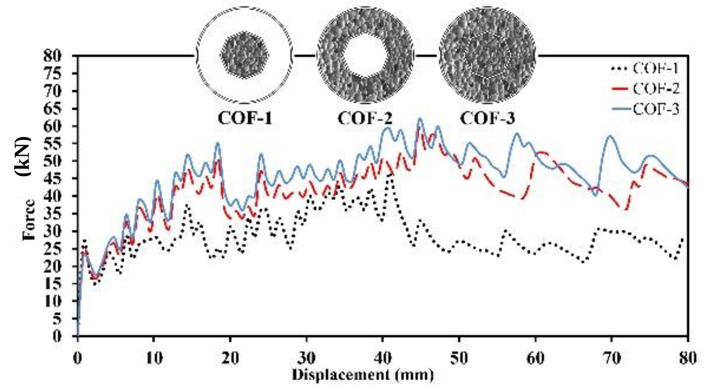
جدول ۲ اثر هندسه بر میزان شاخص‌های جذب انرژی پروفیل‌های جدار نازک تودرتو

نمونه	m (kg)	EA (J)	SEA (J/kg)	F_{max} (N)
C	۰/۰۷۶۳	۱۱۳۰/۳	۱۴۸۱۴	۳۳۱۷۷
CC	۰/۱۱۵	۱۸۸۸/۶	۱۶۴۲۳	۴۰۸۵۲
CS	۰/۱۱۳	۱۶۳۹/۶	۱۴۵۰۹	۳۶۶۱۸
CH	۰/۱۱	۱۶۶۲	۱۵۱۰۹	۳۵۱۲۳
CO	۰/۱۱۴	۱۹۱۷/۵	۱۶۸۲۰	۴۵۳۵۲
S	۰/۰۷۶۱	۸۱۹/۰۶	۱۰۷۶۳	۱۶۶۷۵
SC	۰/۱۱۴	۱۵۰۵/۳	۱۳۲۰۴	۲۷۷۷۵
SS	۰/۱۱۵	۱۵۳۳	۱۳۳۳۱	۲۹۲۵۲
SH	۰/۱۱۳	۱۵۹۵/۸	۱۴۱۲۲	۲۹۷۰۸
SO	۰/۱۱	۱۴۹۷/۱	۱۳۶۱۰	۳۱۹۳۸
H	۰/۰۷۵۸	۱۰۸۰/۹	۱۴۲۵۹	۲۱۳۸۰
HC	۰/۱۱۱	۱۷۵۸/۶	۱۵۸۴۳	۳۲۷۰۹
HS	۰/۱۱۵	۱۷۹۸/۳	۱۵۶۳۷	۳۲۸۸۷
HH	۰/۱۱۲	۱۸۳۵	۱۶۳۸۴	۳۴۶۰۳
HO	۰/۱۱۳	۱۸۳۴/۶	۱۶۲۳۵	۳۵۳۰۶
O	۰/۰۷۷۸	۱۱۳۰/۵	۱۴۵۳۱	۲۳۱۸۹
OC	۰/۱۱۶	۱۸۵۵/۷	۱۵۹۹۸	۴۰۳۰۶
OS	۰/۱۱۳	۱۸۰۸/۶	۱۶۰۰۵	۳۲۹۰۹
OH	۰/۱۱۴	۱۸۷۳/۶	۱۶۴۳۵	۳۴۳۰۵
OO	۰/۱۱۵	۱۸۶۹/۴	۱۶۲۵۵	۳۵۵۳۱

اثر درصد فوم آلومینیومی در پروفیل‌های جدار نازک تودرتو. در این بخش به بررسی عددی اثر اضافه شدن درصدهای مختلف فوم فلزی به پروفیل‌های جدار نازک انتخابی CO پرداخته شده است. به‌منظور بررسی صحت مدل‌سازی، لوله آلومینیومی جدار نازک از آلیاژ 6060-T5 با قطر ۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۵۰ میلی‌متر پرشده با فوم آلومینیوم که نتایج تجربی آن در [1] موجود است، شبیه‌سازی شده و نمودار نیرو–جابجایی شبیه‌سازی صورت گرفته با نتایج تجربی در شکل (۸) با یکدیگر مقایسه شده‌اند. حال با توجه به صحت نتایج شبیه‌سازی، به بررسی اثر اضافه‌شدن فوم در پروفیل جدار نازک تودرتو منتخب (CO) پرداخته شده است. فوم به سه حالت مختلف (تنها در پروفیل داخلی، در فضای بین دو پروفیل و در تمام پروفیل) داخل لوله قرارگرفته و تأثیر آن در میزان جذب انرژی پروفیل CO بررسی شده است. نتایج نیرو–جابجایی نمونه‌ها در شکل (۹) نشان داده شده است. همچنین به‌منظور بررسی بهتر اثر اضافه‌شدن درصدهای مختلف فوم آلومینیومی بر روی میزان جذب انرژی پروفیل‌های جدار نازک تودرتو CO، شاخص‌های جذب انرژی در جدول (۳) آورده شده است.



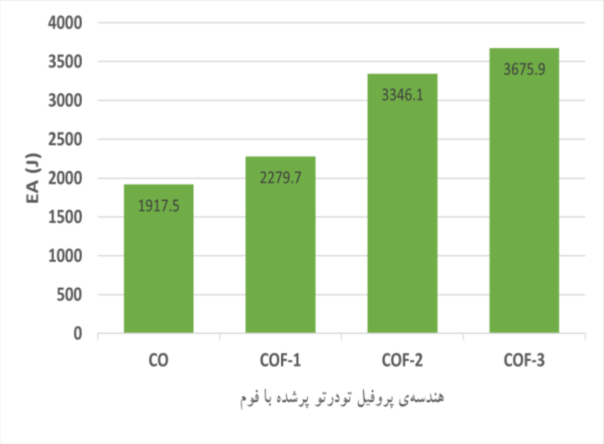
شکل ۸ مقایسه نتایج نیرو–جابجایی نمونه شبیه‌سازی شده و تجربی



شکل ۹ نمودار نیرو–جابجایی برای حالات مختلف اضافه شدن فوم به پروفیل تودرتو برای سطح مقطع هندسه CO

جدول ۳ اثر حالات مختلف اضافه شدن فوم بر میزان شاخص‌های جذب انرژی برای سطح مقطع هندسه CO

نمونه	m (kg)	EA (J)	SEA (J/kg)	F_{max} (N)
COF-1	۰/۱۵۱۸	۲۲۷۹/۷	۱۵۰۱۸	٤٦٥٧٣
COF-2	۰/۲٤۸	۳۳٤٦/۱	۱۳٤۹۲	٥۹٦۳۲
COF-3	۰/۲۸٦	۳٦۷٥/۹	۱۲۸٥۳	٦۱۹۹٦



شکل ۱۰ اثر اضافه‌شدن فوم بر انرژی کلی جذب

نتایج جدول (۳) مؤید این موضوع است که با اضافه شدن بیشتر فوم، میزان جذب انرژی و حداکثر نیروی قابل تحمل افزایش می‌یابد. از لحاظ میزان جذب انرژی ویژه در حالتی که تنها پروفیل داخلی از فوم آلومینیوم پر شده باشد (COF-1)، عملکرد بهتری داشته است. همچنین قابل ذکر است که در حالتی که فوم آلومینیوم تنها در فضای بین دوجداره قرار گیرد (COF-2) نسبت به حالتی که تمام پروفیل از فوم پر گردد (COF-3) تنها حدود ۹٪ در میزان جذب انرژی بهبود حاصل شده است. همچنین با مقایسه نتایج جدول (۲ و ۳) می‌توان به این موضوع پی برد که اضافه کردن فوم می‌تواند میزان جذب انرژی را با تغییر در وزن افزایش دهد. به عبارتی حالت COF-1 و COF-3 نسبت پروفیل تودرتو انتخابی (CO) به ترتیب حدود ۱۹٪ و ۹۲٪ افزایش جذب انرژی داشتند. شکل (۱۰) نحوه‌ی تغییر انرژی کلی جذب (EA) پروفیل CO و COF-1 تا COF-3 را به صورت نمودار ستونی نمایش می‌دهد.

نتیجه‌گیری

بعد از بررسی پروفیل‌های حاصل از ترکیب پروفیل‌های دایره، مربع، شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی، ترکیب پروفیل آلومینیومی هشت‌ضلعی در داخل لوله‌ی آلومینیوم بهترین عملکرد را در میزان جذب انرژی دارا می‌باشد. در ادامه به بررسی اثر اضافه شدن حالت‌های مختلف فوم آلومینیومی در هندسه منتخب پرداخته شده است. با قرار گرفتن فوم داخل این پروفیل‌ها از یک‌سو باعث ثبات موقعیت قرارگیری نمونه‌های تودرتو نسبت به یکدیگر و از سوی دیگر با پر شدن فضای خالی بین پروفیل‌ها توسط فوم باعث افزایش جذب انرژی حاصل از ضربه شده است. در حالتی که تنها پروفیل داخلی از فوم آلومینیوم پرشده باشد، از لحاظ میزان جذب انرژی ویژه عملکرد بهتری داشته است.

تقدیر و تشکر

واژه نامه

فوم فلزی	Metal Foam
پروفیل تودرتو	Nested profile
جذب انرژی	Energy absorption

مراجع

1. Zhu, G., Sun, G., Li, G., Cheng, A. and Li, Q., “Modeling for CFRP structures subjected to quasi-static crushing”, *Composite Structures*, Vol. 184, Pp. 41-55, (2018).
2. Liu, Q., Fu, J., Wang, J., Ma, J., Chen, H., Li, Q. and Hui, D., “Axial and lateral crushing responses of aluminum honeycombs filled with EPP foam”, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 130, Pp. 236-247, (2017).
3. Mozafari, H., Khatami, S., Molatefi, H., Crupi, V., Epasto, G. and Guglielmino, E., “Finite element analysis of foam-filled honeycomb structures under impact loading and crashworthiness design”, *International Journal of Crashworthiness*, Vol. 21, No. 2, Pp. 148-160, (2016).
4. Hanssen, A. G., Langseth, M. and Hopperstad, O. S., “Static and dynamic crushing of circular aluminium extrusions with aluminium foam filler”, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 24, No. 5, Pp. 475-507, (2000).
5. Hanssen, A. G., Langseth, M. and Hopperstad, O. S., “Optimum design for energy absorption of square aluminium columns with aluminium foam filler”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 43, No. 1, Pp. 153-176,

(2001).

6. Djamaluddin, F., Abdullah, S., Ariffin, A. K. and Nopiah, Z. M., “Optimization of foam-filled double circular tubes under axial and oblique impact loading conditions”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 87, Pp. 1-11, (2015).
7. Zhang, Y., Sun, G., Li, G., Luo, Z. and Li, Q., “Optimization of foam-filled bitubal structures for crashworthiness criteria”, *Materials & Design*, Vol. 38, Pp. 99-109, (2012).
8. Zhang, Y., Ge, P., Lu, M. and Lai, X., “Crashworthiness study for multi-cell composite filling structures”, *International Journal of Crashworthiness*, Vol. 23, No. 1, Pp. 32-46, (2018).
9. Hussein, R. D., Ruan, D., Lu, G., Guillow, S. and Yoon, J. W., “Crushing response of square aluminium tubes filled with polyurethane foam and aluminium honeycomb”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 110, Pp. 140-154, (2017).
10. Yin, H., Fang, H., Xiao, Y., Wen, G. and Qing, Q., “Multi-objective robust optimization of foam-filled tapered multi-cell thin-walled structures”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 52, No. 6, Pp. 1051-1067, (2015).
11. Mozafari, H., Lin, S., Tsui, G. C. and Gu, L., “Controllable energy absorption of double sided corrugated tubes under axial crushing”, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 134, Pp. 9-17, (2018).
12. Gao, Q., Wang, L., Wang, Y. and Wang, C., “Crushing analysis and multiobjective crashworthiness optimization of foam-filled ellipse tubes under oblique impact loading”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 100, Pp. 105-112, (2016).
13. Gan, N., Yao, S., Dong, H., Xiong, Y., Liu, D. and Pu, D., “Energy absorption characteristics of multi-frusta configurations under axial impact loading”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 122, Pp. 147-157, (2018).
14. Vinayagar, K. and Kumar, A. S., “Crashworthiness analysis of double section bi-tubular thin-walled structures”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 112, Pp. 184-193, (2017).
15. Liu, Z., Huang, Z. and Qin, Q., “Experimental and theoretical investigations on lateral crushing of aluminum foam-filled circular tubes”, *Composite Structures*, Vol. 175, Pp. 19-27, (2017).
16. Bigdeli, A. and Nouri, M. D., “A crushing analysis and multi-objective optimization of thin-walled five-cell structures”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 137, Pp. 1-18, (2019).
17. Li, Z., Chen, R. and Lu, F. “Comparative analysis of crashworthiness of empty and foam-filled thin-walled tubes”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 124, Pp. 343-349, (2018).

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics,34 2022. (79-96)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Robust-Adaptive Sliding Mode Controller Design with Fault Tolerance for Active Suspension of Half-Car Model*

Research Article

Hassan Zarabadipour[1], Mahdi Farhang Ranjbar[2]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.71589.1043

1. Introduction

Different control methods for vehicle suspension system have been of interest in the past four decades, both scientifically and in the global automotive industry. The suspension system is responsible for keeping the vehicle on the road surface and isolating the vehicle body from road disturbances. In recent years, researches have been directed towards the use of various types of intelligent and robust controllers. The existence of noise, disturbances, unmodeled dynamics and parameter changes during the system work, causes the use of traditional controllers to become problematic in practice. Today, advanced control methods such as fuzzy control, adaptive control, robust control, sliding control, etc., have been used to overcome unforeseen problems in the system to a large extent automatically. It is only necessary to estimate the maximum amount of error in order to improve the performance of this type of controller. The existence of some faults in the mentioned controllers has caused the researchers to turn to the combination of these methods to improve the performance of the controller. The system studied in this research is the active suspension system. In this type of system, not only energy can be wasted or stored, but also, if needed, force can be injected into the suspension system. In addition to the presence of springs and shock absorbers like conventional car suspension systems, in the active suspension system, a hydraulic or pneumatic actuator applies force to the car body to prevent car oscillations. This type of power can be created by active power sources such as pneumatic tire actuators, hydraulic pumps or compressors. The actuator is closed in parallel with the spring and shock absorber.

2. The design of the control law

Classical control systems design methods are based on complete information about the planet and the environment. While in some cases the studied plan is very complex and all the physical processes that make it up are not known. As mentioned earlier, the existence of uncertainty in the suspension model encourages us to use robust or adaptive controllers.

Sliding mode control (SMC) is an effective technique and its applications have increased greatly in recent decades.

Sliding mode control is insensitive to changes and disturbances in system parameters and external disturbances. In addition, it provides a fast transient response. In the sliding mode control method proposed in this research, a switching plate is introduced and, in the following, the sliding mode control law is designed for the asymptotic stability of the error closed loop system.

Sliding mode control is one of nonlinear controllers suitable for controlling nonlinear systems in the presence of modeling uncertainties and disturbances. In addition, adaptive controllers, in addition to robust control, due to their time-varying nature, although usually impose a high cost on the system, still provide the possibility that even without accurate knowledge of the system model, whether it is a dynamic model or a kinematic model, can make the suspension system follow a desired path. In general, due to the presence of the sign function, the sliding mode control will not have a good ability to control the system, and it will cause the phenomenon of chattering. To solve this problem, the saturation function can be used.

3. A method for state and error estimations

In many cases, the state variables of the vehicle suspension are not available to use the fault tolerant control law. In addition, in some cases, it is necessary to estimate accurately the terms included in order to deal with and identify the defect. In this section, a method for system state estimation and error estimation is presented.

*Manuscript received: 22 July 2021; Revised, 09 August 2022, Accepted, 07 September 2022.

[1]. Corresponding author. Associate Professor in Electrical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran.
Email: hzarabadi@eng.ikiu.ac.ir

[2]. MSc. Student in Electrical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran.

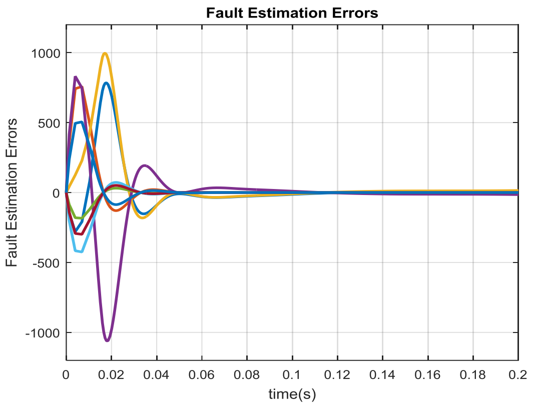


Figure 1. The fault estimation errors

Figure 1 shows the fault estimation error by fault viewer. In this figure, it can be clearly seen that the error estimation rule estimates the error set well, the unknown input and disturbance. The estimation error becomes zero in less than 0.1 seconds.

4. Conclusion

In this research, the vehicle suspension system of the one half model was considered to check the comfort of the car passengers against any faults from the road (external disturbances), actuator defects, and sensor defects. A controller for the desired system was designed by using a fault-tolerant control law of the robust-adaptive sliding mode. The reason for choosing the sliding mode controller was being robust to model disturbances and uncertainties, and adaptive controllers are able to adapt to changing conditions during the control operation.

The controller was designed in two stages, scalar and functional, assuming that the upper band of the error is unknown. In both cases, we estimated the upper band of total disturbances, errors, and faults using an adaptive rule. As a result, by applying the designed sliding mode error control law, both outputs of the system have followed the desired sinusoidal path well. At the end, the designed robust-adaptive sliding model control was compared with the conventional sliding model control, which shows the superiority of the designed controller.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم- تطبیقی با تحمل عیب برای سیستم تعلیق فعال مدل یک دوم خودرو*

مقاله پژوهشی

حسن زرآبادی پور[۱]		مهدی فرهنگ رنجبر[۲]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.71589.1043

چکیده راحتی سرنشینان خودرو یکی از موارد بسیار مهم در حین رانندگی می‌باشد، از این جهت سیستم تعلیق نقش به سزایی در برآورده شدن این امر دارد. برای بررسی این موضوع در این پژوهش طراحی سیستم کنترل تحمل پذیر عیب برای سیستم تعلیق فعال مدل یک دوم خودرو انجام گرفته است. در این مقاله هدف، طراحی کنترل کننده مدلغزشی مقاوم-تطبیقی جهت پایدار سازی سیستم تعلیق خودرو و همگرایی پاسخ خروجی به پاسخ مطلوب می‌باشد. به این منظور، ابتدا مدل سیستم تعلیق یک دوم خودرو در حضور عیب‌های عملگر، سنسور، عدم قطعیت‌های مدل سازی و نیز اغتشاشات محدود خارجی در نظر گرفته شده است. سپس، با فرض عدم اطلاع از باند بالای ترم شامل عیب های سیستم و اغتشاشات، به طراحی قانون کنترل تحمل پذیر خطا پرداخته شده تا پاسخ خروجی سیستم در مقابل هر گونه عیب ناگهانی به مقدار مطلوب (پایدار) همگرا شده و همچنین خروجی مسیر مطلوبی را دنبال کند.

واژه‌های کلیدی سیستم تعلیق، مدل یک دوم خودرو، کنترل‌مدلغزشی‌مقاوم-تطبیقی، عدم قطعیت.

Robust-Adaptive Sliding Mode Controller Design with Fault Tolerance for Active Suspension of one Half-car model

Hassan Zarabadipour		Mahdi Farhang Ranjbar

Abstract *The comfort of car passengers is one of the most important issues while driving, therefore the suspension system plays a significant role in this matter. To investigate this issue, in this research, the design of a fault-tolerant control system for the active suspension system of the one half- car model has been considered. In this article, the goal is to design a robust-adaptive sliding mode controller to stabilize the vehicle suspension system and converge the output response to the desired response. For this purpose, firstly, the model of the suspension system of the one half of the car is considered in the presence of actuator, sensor, modeling uncertainties and limited external disturbances. Then, with the assumption of not knowing the upper band of the term, including system faults and disturbances, the error tolerant control law has been designed so that the output response of the system in front of any sudden fault converges to the desired(stable) value and also the output of a desired path*

Key Words Suspension, Half- car model, Robust-adaptive Sliding mode control, uncertainty.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/٤/۳۱و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/٦/۱٦ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول: دانشیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی، قزوین، ایران.

(۲) دانشجو، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی، قزوین، ایران.

Email: hzarabadi@eng.ikiu.ac.ir

مقدمه

سیستم تعلیق خودرو به منظور کاهش و یا حذف لرزش‌های ناشی از ناهمواری های سطح جاده بکار گرفته می‌شود تا به این وسیله راحتی سفر در یک حد مطلوب باقی بماند. در ابتدا سیستم تعلیق خودرو با استفاده از عناصر غیر فعال ساخته می‌شد. این عناصر غیر فعال مانند فنر و کمک فنر انرژی را به ترتیب ذخیره و تلف می‌کنند.

وظایف اصلی سیستم تعلیق خودرو به شرح زیر است:

- جداسازی بدنه و سرنشینان از ناهمواری های جاده
- نگهداری چرخ در زاویه فرمان مناسب
- واکنش مناسب در برابر نیروهای جانبی، نیروهای ناشی از شتاب و ترمز، گشتاور رانشی و...
- مقاومت در برابر غلتش(Roll) ناشی از حرکت شاسی
- نگهداری تایر در تماس با جاده با حداقل تغییرات بار وارد بر تایر و با چسبندگی مناسب [2-1].

روش‌های کنترلی مختلف برای سیستم تعلیق وسایل نقلیه در چهار دهۀ گذشته، هم به‌صورت علمی و هم در صنعت خودروسازی جهانی مورد توجه بوده است. سیستم تعلیق وظیفه نگه داشتن در سطح جاده و ایزوله نمودن بدنه وسیله نقلیه را از اختلالات جاده بر عهده دارد. در سال های اخیر، پژوهش‌ها بیشتر به سوی استفاده از انواع کنترل کننده‌های هوشمند و مقاوم سوق شده است. وجود نویز، اغتشاش، دینامیک های مدل نشده و تغییرات پارامترها در طول کار سیستم، باعث می‌شود تا در عمل، استفاده از کنترل کننده‌های سنتی، دچار مشکل شود. امروزه روش های کنترلی پیشرفته ای همچون کنترل فازی، کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم، کنترل لغزشی و...، مورد استفاده قرار گرفته اند تا بر مسائل پیش بینی نشده در سیستم، تا حد زیادی به طور خودکار غلبه کنند. تنها بایستی حداکثر میزان خطا را برآورد کرد تا عملکرد این نوع کنترل کننده ها بهبود یابد. وجود برخی نقایص در کنترل کننده های ذکر شده، سبب شده است تا پژوهشگران به ترکیب انواع این روش ها روی آورند تا عملکرد کنترل کننده را بهبود بخشند.

در مرجع [3] یک کنترل کننده که ترکیبی از شبکه عصبی و تطبیقی می‌باشد، برای سیستم تعلیق مدل یک دوم خودرو در حضور اغتشاشات وارد از جاده به کار گرفته شده است. شبکه عصبی با کنترل کننده تطبیقی ترکیب شده تا غیرخطی بودن سیستم را لغو نماید. طراحی کنترلر با استفاده از روش پایداری لیاپانف انجام شده است. همچنین این کنترلر با کنترل کننده PID مقایسه گردیده که نتایج شبیه سازی بیانگر برتری کنترلر طراحی شده می‌باشد.

شناسایی و تشخیص به موقع عیوب موجود در ماشین آلات می‌تواند از خسارات مالی و جانی احتمالی جلوگیری به عمل آورد. در مرجع [4] برای اطمینان از اعلام هشدار صحیح و به موقع و به حداقل رساندن احتمال خطا در تشخیص عیوب، ساختاری مناسب با بهره گیری از قابلیت‌های سیستم‌های فازی- عصبی برای سیستم عیب یاب طراحی و شرایط مناسب برای تشخیص دقیق تر عیوب با بررسی ها و آزمون‌های متعدد تعیین شده است. ارائه راهکاری نو و ساده باقابلیت کاربرد عملی، استفاده از رفتار دینامیکی بجای سیگنال‌های ارتعاشی که در سایر مقالات از آن استفاده شده، عدم نیاز به استفاده از تجهیزات و آزمونهای خاص جهت تشخیص عیوب، کاهش تعداد و نوع حسگرها (استفاده از تنها حسگر شتاب سنج) و عدم اتکا به نرخ داده برداری بالا ازجمله مزیت های روش پیشنهادی به شمار می‌رود و موجب می‌شوند تا پیاده سازی سیستم عیب یاب از بعد اقتصادی مقرون به صرفه بوده و استفاده از آن توجیه پذیر باشد. اعلام هشدار و تعیین موقعیت و اندازه عیوب در حین عبور خودرو از موانعی با دارا بودن آستانه تحریک لازم همانند سرعت گیرهای جاده، راهکار ابتکاری و مؤثری را برای سیستم های عیب یاب ارائه می‌دهد.

یک رویتگر اغتشاش برای سیستم تعلیق فعال مدل یک دوم خودرو در [5] طراحی شده است. این سیستم توسط کنترل کننده مبتنی بر سطح کنترل می‌شود که قادر است تحت اغتشاشات قطعی جاده و عدم قطعیت‌های مدل، کنترل کننده‌ای کارآمد باشد.

در مشکل کنترل کننده مقاوم با تحمل عیب در حضور عیب عملگر مورد بررسی قرار گرفته است. اهمیت کنترل تحمل پذیر خطا با استفاده از کنترل مقاوم برای سیستم تعلیق فعال خطی با عیب محرک نشان داده شده و اثبات پایداری مجانبی با کنترل پیشنهادی تضمین گردیده است. برای ارزیابی کارایی این کنترل کننده، از سیستم تعلیق مدل یک دوم خودرو استفاده شده است[6].

در به طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم تعلیق نیمه فعال خودرو، با استفاده از نامعادلات ماتریسی خطی پرداخته شده است. در سیستم‌های کنترل خودرو، قابلیت میرایی ارتعاشات با توجه به طیف وسیع اغتشاشات خارجی و داخلی اهمیت بسیاری دارد. به طور کلی نمی‌توان تمام ارتعاشات وارد شده را به طور کامل از بین برد. براین اساس ضرورت استفاده از روش‌های مقاوم کنترلی اجتناب ناپذیر می‌شود[7] .

طراحی کنترل مد لغزشی از دو مرحله تشکیل شده است: ۱) انتخاب یک سطح لغزشی که عملکرد حلقه بسته مطلوب را نشان می‌دهد. ۲) طراحی قانون کنترل به گونه‌ای که مسیر حالت سیستم به طرف سطح لغزشی متمایل گردد [8]. مزایای اصلی کنترل مد لغزشی عبارتنداز:

۱) استحکام آن در برابر آشفتگی ها یا عدم قطعیت مدل

۲) توانایی آن برای تثبیت برخی سیستم های غیرخطی که با قوانین فیدبک حالت پیوسته قابل تثبیت نیستند.

۳) اتکا به مقدار کم اطلاعات در مقایسه با تکنیک های کنترل کلاسیک [9-11].

کنترل تطبیقی L1 از دسته کنترل کننده‌های مدل مرجع است. در این روش کنترلی، سعی در انطباق رفتار سیستم حلقه بسته با یک مدل مرجع می‌باشد. در واقع، مدل مرجع رفتار سیستم حلقه بسته را تعیین می‌کند. همچنین یک مکانیزم تطبیق وظیفه این انطباق را بر عهده دارد. کنترل کننده در هر لحظه از اطلاعات مکانیزم تطبیق برای تطبیق خود با شرایط محیطی و همگرایی سیستم حلقه بسته به رفتار مدل مرجع استفاده می‌کند [12].

به‌طور خلاصه و با توجه به مطالبی که در مورد مقالات انجام شده تاکنون بیان شد، در این پژوهش برای طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطای مد لغزشی مربوطه، ابتدا صفحه لغزشی شامل خطا انتخاب شده و سپس قانون دسترسی و قانون کنترل مد لغزشی برای صفر شدن صفحه لغزشی و خطا، طراحی و اثبات پایداری انجام شده است. سپس، به منظور واقعی‌تر کردن مساله و با توجه به اینکه با فرض وجود عدم قطعیت های مدل سازی در کنار اغتشاش و انواع عیب‌ها، ترم شامل اغتشاشات وابسته به حالت های سیستم تعلیق است؛ فرض شده است که باند بالای اغتشاشات نه یک مقدار اسکالر، بلکه تابعی خطی از ترم حالت های سیستم تعلیق و با ضرایب نامعلوم است و سپس قانون کنترل تحمل پذیر خطای طراحی شده، با فرض واقعی‌تر باند بالای نامعلوم تابعی اغتشاشات نیز تعمیم داده شده است.

در واقع، هدف، طراحی یک قانون کنترل تحمل پذیر خطا است که علاوه بر اینکه نسبت به وجود اغتشاش، عیب محرک و عیب سنسور دارای تحمل است، بدون اطلاع از خود خطاها و یا باند بالای آنها، سیستم تعلیق خودرو را پایدار می‌کند. بنابر این طراحی قانون کنترل تحمل پذیر خطای $u(t)$ بگونه ایست که در حضور انواع خطاها، اغتشاشات و خطاهای ورودی و عملگر و سنسور با باند بالای نامعلوم، خروجی سیستم به مقدار مطلوب $y_d(t)$ همگرا شود.

سیستم مورد مطالعه در این پژوهش سیتم تعلیق فعال است. در این نوع از سیستم ها نه تنها می‌توان انرژی را تلف و یا ذخیره کرد بلکه در صورت نیاز می‌توان نیرویی را به سیستم تعلیق تزریق نمود. علاوه بر وجود فنر و کمک فنر همانند سیستم‌های متداول تعلیق خودرو، در سیستم تعلیق فعال یک عملگر هیدرولیکی یا نیوماتیکی نیرویی را به بدنه خودرو اعمال می‌کند تا از نوسانات خودرو جلوگیری نماید . این نوع نیرو را می‌تواند به وسیله منابع قدرت فعال مانند عملگرهای لاستیک بادی، پمپ‌های هیدرولیکی و یا کمپرسورها ایجاد نمود.عملگر به طور موازی با فنر و کمک فنر بسته می‌شود.

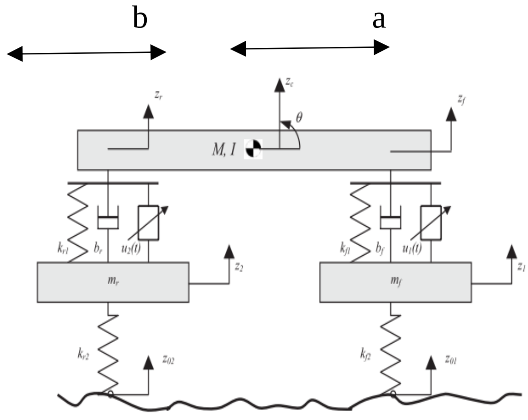
در سیستم تعلیق فعال سنسورهای مورد نیاز در نقاط متفاوت خودرو برای اندازه گیری حرکات بدنه سیستم تعلیق قرار داده میشوند. این اطلاعات در کنترل کننده On Line به منظور فرمان به عملگر برای تامین نیروی کنترل مصرف می‌شود. به همین دلیل است که سیستم تعلیق فعال مقدار زیادی از انرژی برای تامین نیروی کنترل مصرف می‌کند [13].

در بخش‌های بعد ابتدا به مدل‌سازی سیستم تعلیق خودرو مدل یک دوم پرداخته شده است سپس این مدل را در معرض عیب های گوناگون قرار داده و برای آن کنترل کننده طراحی نموده ایم. در انتهای کار نتیجه عملکرد کنترل کننده مدلغزشی مقاوم-تطبیقی نسبت به کنترل کننده مدلغزشی معمولی مقایسه شده است.

مدل سیستم تعلیق یک دوم خودرو

در تعدادی از مقالات از مدل یک دوم خودرو با چهار درجه آزادی برای مدل کردن دینامیک خودرو استفاده شده است که از این چهار درجه آزادی، دو درجه مربوط به جابجایی چرخ‌ها، یک

درجه برای جابجایی بدنه خودرو و یک درجه هم برای زاویه چرخش حول محور عرضی خودرو می‌باشد. البته در این موارد از شتاب طولی خودرو صرف نظر شده است [16- 14]. در شکل (۱) مدل یک دوم خودرو نشان داده شده است. معادلات حاکم بر این مدل به‌صورت زیر است:



شکل ۱ مدل یک دوم سیستم تعلیق فعال خودرو

$$M\ddot{z}_c = f_f + f_r \quad (۱)$$

$$I\ddot{\theta} = f_f\, a - f_r\, b \quad (۲)$$

$$m_f\ddot{z}_1 = -K_{f2}(z_1 - z_{01}) - f_f \quad (۳)$$

$$m_r\ddot{z}_2 = -K_{r2}(z_2 - z_{02}) - f_r \quad (٤)$$

$$f_f = K_{f1}(z_1 - z_c - a\theta) + b_f(\dot{z}_1 - \dot{z}_c - a\dot{\theta}) + u_1 \quad (٥)$$

$$f_r = K_{r1}(z_2 - z_c + b\theta) + b_r(\dot{z}_2 - \dot{z}_c + b\dot{\theta}) + u_2 \quad (٦)$$

که در آنهاM ، m_f، m_r به‌ترتیب جرم بدنه نصف خودرو، جرم چرخ های جلو و عقب، I و θ به‌ترتیب ممان جرم بدنه نصف خودرو و زاویه چرخشی بدنه، K_{f1}، K_{r1}، K_{f2}، K_{r2} به‌ترتیب ثابت فنر سیستم تعلیق جلو و عقب و ثابت فنر چرخ های جلو و عقب، z_c، z_f، z_r، z_1، z_2 به‌ترتیب جابجایی عمودی بدنه نصف خودرو در مرکز ثقل خودرو، جابجایی عمودی جلو و عقب خودرو، جابجایی چرخ های جلو و عقب، b_f و b_r به‌ترتیب ثابت کمک فنرهای جلو وعقب، a و b به‌ترتیب فواصل سیستم‌های تعلیق جلو وعقب از مرکز ثقل خودرو می‌باشند و[17-18].

در [19] نتایج نشان داده شده بیانگر این موضوع است که مدل نصف خودرو همچون مدل کامل از دقت خوبی برخوردار است. نمودارهای ارائه شده نشان می‌دهد که مدل های با درجات آزادی بیشتر، نتایج دقیق تری ارائه می‌کنند اما مدل های با درجات آزادی بیشتر مستلزم داده ها و زمان حل بیشتری می‌باشند. پس برای راحتی کار در این پژوهش ما از مدل یک دوم خودرو استفاده می‌کنیم که نسبت به مدل کامل از پیچیدگی محاسباتی کمتری برخوردار است. حال برای بررسی بیشتر در مورد مسئله تحمل عیب و طراحی کنترلر، مدل فضای حالت سیستم نصف خودرو را به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل و معادلات مدل یک دوم خودرو (شکل ۱)، در این مدل برای توصیف خودرو دو چرخ در نظر گرفته می‌شود که شامل دو چرخ جلو و عقب از یک طرف خودروی سواری است و چنین فرض شده است که خودرو تنها در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. با در نظر گرفتن این فرضیه حرکت بدنه خودرو از نظر ارتعاشات وارده تنها در جهت عمودی و زاویه پیچ (pitch) است. اگر مبنای ما براین باشد که چرخ عقب بر همان مسیر چرخ جلو حرکت می‌کند پس z_{02} همان تابع z_{01} را خواهد داشت اما با یک مقدار تأخیر زمانی که برابراست با [20-21].

$$z_{02}(t) = z_{01}(t-\tau) \quad ; \quad \tau = \frac{(a+b)}{v} \quad (۷)$$

که در آن v سرعت خودرو و $(a+b)$ فاصله دو چرخ جلو و عقب می‌باشد.

به‌منظور بیان مدل فضای حالت سیستم تعلیق یک دوم خودرو، متغییر های حالت و اغتشاش را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} &x_1 = z_c + a\theta - z_1; \quad x_2 = \dot{z}_c + a\dot{\theta} \\ &x_3 = z_c - b\theta - z_2 \\ &x_4 = \dot{z}_c - b\dot{\theta}\ ; \quad x_5 = z_1 - z_{01}\ ; \quad x_6 = \dot{z}_1 \\ &x_7 = z_2 - z_{02}; \qquad x_8 = \dot{z}_2 \\ &w_1(t) = \dot{z}_{01}(t); \quad w_2(t) = \dot{z}_{02}(t) \end{aligned} \quad (۸)$$

و در ادامه با در نظر گرفتن بردارهای حالت، ورودی و اغتشاش به‌صورت زیر،

$$\begin{aligned} &x = (x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ x_4\ \ x_5\ \ x_6\ \ x_7\ \ x_8)^T \\ &u = (u_1\ \ u_2)^T \\ &w = (w_1\ \ w_2)^T \end{aligned} \quad (۹)$$

معادلات سیستم تعلیق خودرو را می‌توان به‌فرم فضای حالت زیر نوشت:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Lw \qquad (۱۰)$$

که در آن A و B و L ماتریس های ثابت و عبارت اند از:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -K_{f1}a_1 & -b_f a_1 & -K_{r1}a_2 & -b_r a_2 & 0 & b_f a_1 & 0 & b_r a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -K_{f1}a_2 & -b_f a_2 & -K_{r1}a_3 & -b_r a_3 & 0 & b_f a_2 & 0 & b_r a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{f1}}{m_f} & \frac{b_f}{m_f} & 0 & 0 & \frac{-K_{f2}}{m_f} & \frac{-b_f}{m_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{K_{r1}}{m_r} & \frac{b_r}{m_r} & 0 & 0 & \frac{-K_{r2}}{m_r} & \frac{-b_r}{m_r} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_1 & a_2 \\ 0 & 0 \\ a_2 & a_3 \\ 0 & 0 \\ \frac{-1}{m_f} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{m_f} \end{bmatrix} \quad ; \quad L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که در آن‌ها داریم:

$$a_1 = \frac{1}{M} + \frac{a^2}{I}; \qquad a_2 = \frac{1}{M} - \frac{ab}{I} \;; \qquad a_3 = \frac{1}{M} + \frac{b^2}{I}$$

در این پژوهش خروجی قابل اندازه گیری و قابل قبول برای محاسبات عددی اندازه فاصله قسمت جلوی بدنه خودرو تا سطح جاده و همچنین قسمت عقب آن تا سطح جاده فرض شده است.

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_f - z_{01} \\ z_r - z_{02} \end{bmatrix}$$

و یا اینکه:

$$Y = \begin{bmatrix} x_1 + x_5 \\ x_3 + x_7 \end{bmatrix}$$

در نتیجه، معادله فضای حالت خروجی سیستم عبارت است از:

$$Y = Cx \qquad (۵)$$

که در آن داریم:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

مدل سیستم در معرض خطا و عیب. به‌طور کلی، همیشه در عمل اغتشاشات خارجی به‌عنوان یک اختلال در دینامیک انواع سیستم‌ها از جمله سیستم‌های تعلیق خودرو وجود دارند. در بخش قبل، تنها اغتشاشات خارجی در مدل یک دوم خودرو در نظر گرفته شده است. در این بخش بردارهای عیب یا خطای عملگر (یا محرک) و نیز عیب سنسور (یا عیب خروجی) نیز در معادلات سیستم تعلیق خودرو مدل می‌شوند.

با در نظر گرفتن عیب های عملگر و سنسور، مدل سیستم تعلیق خودرو در (۱۰و۱۱) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت که همزمان عیب‌های سنسور و محرک را به‌همراه دارد [22-23].

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Lw + F_a f_a + D\eta, \\ y = Cx + F_s f_s, \end{cases} \qquad (٦)$$

که در آن $u \in R^2$ ورودی شناخته شده (قابل سنجش)، $\eta \in R^k$ و بردار ورودی ناشناخته (یا عدم قطعیت مدل‌سازی) و $w \in R^2$ بردار اغتشاش خارجی *هستند*. بعلاوه، بردارهای عیب محرک و عیب سنسور به‌ترتیب $f_a \in R^{n_a}$ و $f_s \in R^{n_s}$ می‌باشند. عیب سنسور f_s یک تابع پیوسته متمایز است. می‌تواند در بسیاری از اشکال و فرم ها باشد: بردار ثابت، متغیر با زمان یا حتی بدون محدودیت (بی‌کران). ماتریس‌های A ، B، L، D، F_a و F_s معلوم و با ابعاد مناسب هستند.

در عمل اولاً در کنار اغتشاشات خارجی، انواع عیب محرک و سنسور در سیستم، مشابه با آنچه در معادله (۱۲) مدل شد وجود دارند. دوماً، در بسیاری از موارد اطلاع از باند بالای این خطا و عیب ها در عمل امکان پذیر نیست. این امر باعث می‌شود که بدلیل اطمینان از بالاتر بودن پارامتر کنترل کننده از باند بالای اختلالات، از یک گین بزرگ در قانون کنترل تحمل پذیر خطا استفاده شود؛ که این گین بزرگ باعث افزایش دامنه نیروی دمپر ورودی و آسیب به سیستم می‌شود. لذا، طراحی قانون کنترل تحمل پذیر خطا که بدون اطلاع از این باند بالا، سیستم را پایدار کند، دستاورد بزرگی در این زمینه است. در این حالت، باند بالای مجموع اغتشاشات و خطا و عیب ها، با استفاده از یک قانون تطبیقی تخمین زده می‌شود.

طراحی قانون کنترل تحمل پذیری خطای مد لغزشی مقاوم-تطبیقی

روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل کلاسیک بر پایه اطلاعات کاملی از پلنت و محیط عمل می‌کنند. در حالی که در بعضی موارد پلنت مورد مطالعه بسیار پیچیده بوده و کلیه فرآیندهای فیزیکی تشکیل دهنده‌ی آن شناخته شده نیست. همانطور که پیش تر گفته شد، وجود عدم قطعیت در مدل تعلیق، ما را به استفاده از کنترل کننده‌های مقاوم و یا تطبیقی ترغیب می‌کند.

کنترل مقاوم غیرخطی مد لغزشی (SMC) تکنیک موثری بوده و کاربردهای مورد استفاده آن در دهه‌های اخیر بسیار افزایش پیدا کرده است. مهمترین ویژگی کنترل مد لغزشی ، عدم حساسیت به تغییرات و اختلالات در پارامترهای سیستم و اغتشاشات خارجی است. علاوه بر آن، پاسخی با زمان گذرای سریع را فراهم می‌آورد. در روش کنترل مد لغزشی پیشنهاد شده در این پژوهش، یک صفحه سویچینگ معرفی شده و در ادامه، قانون کنترل مد لغزشی برای پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته خطا طراحی می‌شود.

کنترل مد لغزشی، یکی از انواع کنترل کننده‌های غیر خطی مناسب برای کنترل سیستم‌های غیر خطی در حضور عدم قطعیت‌های مدل سازی و اغتشاشات است. بعلاوه، کنترل کننده‌های تطبیقی نیز با اضافه شدن به کنترل مقاوم، به‌دلیل ماهیت متغییر با زمان خود اگر چه معمولاً هزینه بالایی را به سیستم تحمیل می‌کنند، اما با این حال این امکان را فراهم می‌کنند که حتی بدون اطلاع دقیق از مدل سیستم، چه مدل دینامیکی و چه مدل سینماتیکی، بتوان سیستم تعلیق را به دنبال کردن یک مسیر مطلوب واداشت. کنترل کننده‌های تطبیقی نیز انواع مختلفی دارند نظیر کنترل کننده‌های تطبیقی مدل مرجع و یا کنترل کننده‌های تطبیقی بر پایه لیاپانف که در ترکیب کنترل کننده‌های تطبیقی با کنترل مد لغزشی، از روش لیاپانف برای اثبات پایداری استفاده می‌شود و بر همین اساس این نوع کنترل کننده‌های تطبیقی را مبتنی بر لیاپانف می‌نامند.

طراحی قانون کنترل تحمل پذیر خطا با فرض باند بالای نامعلوم اختلالات. در این بخش به طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطای مد لغزشی مقاوم-تطبیقی برای سیستم تعلیق در معرض اغتشاشات خارجی و انواع عیب های محرک و عیب سنسور می‌پردازیم.

تعریف صفحه لغزشی. اولین گام در طراحی کنترل مد لغزشی، انتخاب صفحه لغزشی است. صفحه لغزشی می‌بایست به گونه ای باشد که با صفر شدن آن، خطا به سمت صفر میل کند.

$$e = y - y_d \qquad (۱۳)$$

حال صفحه لغزشی $s \in R^2$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s = e + \lambda \int_0^t e \qquad (۱٤)$$

که در آن $\lambda \in R^+$ یک مقدار ثابت مثبت است.

در کنترل مد لغزشی صفحه سویچینگ و مشتق آن می‌بایست شروط زیر را برآورده سازند:

$$s = 0,\ \ \dot{s} = 0 \qquad (۱۵)$$

در واقع در روش کنترل تحمل پذیر خطای مد لغزشی، یک صفحه سویچینگ به گونه ای طراحی می‌شود که بعد از اعمال کنترل کننده، معادله زمانی این صفحه و مشتق آن صفر شود و با صفر شدن آنها حالت‌های سیستم نیز به سمت صفر بروند.

با صفر شدن صفحه لغزشی داریم:

$$\begin{aligned} & e + \lambda \int_0^t e = 0 \ \Rightarrow e = -\lambda \int_0^t e \\ & \Rightarrow \dot{e} = -\lambda e \Rightarrow e \to 0 \end{aligned} \qquad (۱٦)$$

طراحی قانون کنترل. با مشتق گرفتن از صفحه لغزشی در (۱٤) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{e} + \lambda e = \dot{y} - \dot{y}_d + \lambda e \\ &= C\dot{x} + F_s \dot{f}_{s,} - \dot{y}_d + \lambda e \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

حال با جایگذاری مقدار $\dot{x}$ از رابطه (۱۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{s} = {} & C(Ax + Bu + Lw + F_a f_a + D\eta) + F_s \dot{f}_{s,} \\ & -\dot{y}_d + \lambda e = \ CAx(t) + CBu(t) + CLw \\ & +CF_a f_a + CD\eta + F_s \dot{f}_{s,} - \dot{y}_d + \lambda e \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

می دانیم در رابطه (۱۸) مقدار بردار $CLw + CF_af_a +$ $CD\eta + F_s\dot{f}_{s,}$ نامعلوم است. ترم های شامل عیب عملگر عیب سنسور و اغتشاشات خارجی و مشتقات آنها در عمل همیشه محدود هستند. با تجمیع اغتشاشات و مقادیر عیب به‌صورت زیر:

$$E(t) = CLw + CF_af_a + CD\eta + F_s\dot{f}_{s,} \quad (۱۹)$$

که در آن $E(t)$ نماینده مجموع عیب های عملگر (محرک) و سنسور (خروجی)، اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های مدل‌سازی است. با این تعریف، مشتق صفحه لغزشی در (۱۸) به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{s} = CAx(t) + CBu(t) + E(t) - \dot{y}_d + \lambda e \quad (۲۰)$$

در این بخش فرض زیر را در نظر می‌گیریم:

فرض ۱: فرض می‌کنیم مقدار اغتشاشات خارجی و عیب های سیستم به‌صورت زیر محدود باشد:

$$\|E(t)\| \le \gamma \quad (۲۱)$$

که در آن $\gamma \in R^+$، باند بالای ترم شامل عیب ها و اغتشاشات و نامعلوم است.

باید توجه کرد که هر چند مقدار عیوب سیستم و اغتشاشات همیشه محدود هستند، اما اطلاع از باند بالای آنها در عمل و شرایط واقعی همیشه مقدور نیست. لذا، اگر بتوان قانون کنترل تحمل پذیر خطا را بدون اطلاع از مقدار γ در (۲۱) طراحی کرده و راهی یافت که مقدار باند بالای به‌صورت آنلاین محاسبه شود، دستاورد بزرگی در این زمینه به¬دست خواهد آمد. لذا، ما بدلیل واقعی تر کردن مساله، فرض کرده ایم که نه تنها اطلاعی از خود مقدار نمایش دهنده مجموع عیب های محرک، عیب سنسور و اغتشاشات نداریم، بلکه مقدار باند بالای آنها نیز نامعلوم است. لذا فرض ۱ را به عنوان یک فرض واقعی در نظر گرفته ایم.

هدف این بخش این است که قانون کنترل تحمل پذیر خطای مدلغزشی مقاوم-تطبیقی در سیستم تعلیق خودروی یک دوم، تحت خطا و عیب و اغتشاش در (۱۲) به گونه ای طراحی شود که با وجود فرض ۱، سیستم حلقه بسته پایدار گردد. در این شرایط باند بالای اختلالات در (۲۱) توسط یک قانون تطبیقی تخمین زده می‌شود.

در ادامه برای برقراری شرط مد لغزشی، قانون دسترسی (Reaching Law) را به‌صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$\dot{s} = -\mu s - \rho sgn(s) \quad (۲۲)$$

که در این رابطه ضرایب μ و ρ ثابت‌های نا منفی بوده و $sgn(.)$، تابع علامت است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$sgn(s) = \begin{cases} +1, & s > 0, \\ 0, & s = 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases} \quad (۲۳)$$

در ادامه قانون کنترل تحمل پذیر خطا را به‌صورت زیر انتخاب کرده و در قالب قضیه با استفاده از روش لیاپانف اثبات پایداری می‌شود:

$$u(t) = (CB)^{-1}\{-CAx(t) + \dot{y}_d - \lambda e - \mu s \\ -\rho\hat{\gamma}sgn(s)\} \quad (۲٤)$$

که در این رابطه $\hat{\gamma}$ تخمین باند بالای مجموع عیب‌ها و اغتشاشات و خطاها، یعنی تخمین γ در رابطه $\|E\| \le \gamma$ در (۲۱) بوده و از رابطه تطبیقی زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{\hat{\gamma}} = k\rho s sgn(s) \quad (۲۵)$$

قضیه ۱. سیستم تعلیق خودرو در (۱۲) را با فرض ۱ در نظر بگیرید. با اعمال ورودی کنترل تحمل پذیر خطای (24) در کنار قانون تطبیقی (۲۵)، اگر ثابت‌های ρ, μ و k بگونه ای انتخاب شوند که $\mu > 0, \rho > 1$ و $k > 0$، آنگاه مقدار خطای e در (۱۳) به صفر میل کرده و y به مقدار مطلوب y_d میل خواهد کرد.

اثبات: تابع لیاپانوف را به‌صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$V = \frac{1}{2}s^T s + \frac{1}{2k}\tilde{\gamma}^2 \quad (۲٦)$$

که در آن داریم$\tilde{\gamma} = \hat{\gamma} - \gamma$. یعنی $\tilde{\gamma}$ خطای تخمین باند بالای مجموع عیب ها و اغتشاشات و خطاها،$\hat{\gamma}$ مقدار تخمین و γ مقدار واقعی این باند بالا است که نامعلوم است.

حال با مشتق گرفتن از V داریم:

$$\dot{V} = s^T\dot{s} + \frac{1}{k}\tilde{\gamma}\dot{\tilde{\gamma}} \quad (۲۷)$$

با جایگذاری $\dot{s}$ از رابطه (۲۰) در رابطه (۲۷) داریم:

$$\dot{V} = s^T(CAx(t) + CBu(t) + E(t) - \dot{y}_d + \lambda e) + \frac{1}{k}\tilde{\gamma}\dot{\tilde{\gamma}} \quad (۲۸)$$

با اعمال قانون کنترل (۲٤) در (۲۸)، مشتق تابع لیاپانف به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{V} = s^T(-\mu s - \rho\hat{\gamma}sgn(s) + E) + \frac{1}{k}(\hat{\gamma} - \gamma)\dot{\hat{\gamma}} \quad (۲۹)$$

با توجه به اینکه $\dot{\hat{\gamma}} = \dot{\tilde{\gamma}}$ است، رابطه (۲۹) را با جایگذاری قانون تطبیق در (۲۵) و نیز ساده سازی، به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\mu\|s\|^2 - \rho\hat{\gamma}\|s\| + s^TE + (\hat{\gamma} - \gamma)\rho s sgn(s) \\ &= -\mu\|s\|^2 - \rho\hat{\gamma}\|s\| + s^TE + \rho\hat{\gamma}\|s\| - \gamma\rho\|s\| \\ &= -\mu\|s\|^2 + E - \gamma\rho\|s\| \\ &\le -\mu\|s\|^2 + \|S\|\|E\| - \gamma\rho\|s\|\end{aligned} \quad (۳۰)$$

حال با توجه به فرض ۱ و اینکه $\gamma \le \|E\|$ است داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} &\le -\mu\|s\|^2 + \|S\|\gamma - \gamma\rho\|s\| \\ &= -\mu\|s\|^2 + \gamma\|s\|(1 - \rho)\end{aligned} \quad (۳۱)$$

و در نتیجه با شرط $\rho > 1$ و $\mu > 0$ چون تابع لیاپانف مثبت معین بوده و مشتق زمانی آن منفی شده‌است، می‌توان نتیجه گرفت که به توجه به قضیه پایداری لیاپانف صفحه لغزشی s و در نتیجه مقادیر خطا مطابق رابطه (۱٦) به صفر همگرا می‌شود.

توجه: توجه کنید که ماتریس C به گونه ای است که CB معکوس پذیر است لذا مشکلی در تحقق قانون کنترل تحمل پذیر خطای ورودی در (۲٤) وجود ندارد.

طراحی با فرض باند بالای تابعی خطا ها و اغتشاشات. در قضیه ۱ و فرض ۱، ما فرض کردیم که مقدار $E(t) = CLw + CF_af_a + CD\eta + F_s\dot{f}_s,$ محدود است. اما در بسیاری از مواقع، ترم شامل خطا و عیب در سیستم وابسته به حالت های سیستم تعلیق اند. مثلاً، تاثیر دست اندازهای جاده به عنوان اغتشاش، بسته به ارتفاع سرنشی ها متفاوت است. بعلاوه، اگر در کنار اغتشاشات و خطاها، عدم قطعیت های مدل‌سازی جمعی را نیز به‌صورت زیر به سیستم اضافه کنیم (یعنی فرض وجود عدم قطعیت در درایه های ماتریس های A و B شامل عدم قطعیت در جرم ها و ضرایب سختی و غیره که در عمل این عدم قطعیت اجتناب ناپذیر است)

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + Lw + F_af_a + D\eta \quad (۳۲)$$

در این حالت، ترم شامل عدم قطعیت های مدل‌سازی، عیب های محرک و خروجی و نیز اغتشاشات عبارت خواهد بود با:

$$E(x,t) = CLw + CF_af_a + CD\eta + F_s\dot{f}_s + C\Delta Ax(t) + C\Delta Bu \quad (۳۳)$$

لذا، با این فرض عملی تر، به دلیل وجود ترم های شامل $x(t)$ در ترم شامل اختلالات سیستم، ممکن است فرض ۱، یعنی تنها باند بالا را به‌صورت یک عدد اسکالر در نظر گرفتن، در عمل چندان واقعی نباشد. در این بخش ما اولا عدم قطعیت های جمعی مدل سازی را مطابق (۳۲ و ۳۳) در نظر می‌گیریم و دوماً فرض می‌کنیم که باند بالای عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات و خطاهای سیستم نه یک عدد ثابت بلکه به‌صورت تابعی خطی از حالت سیستم باشد؛ در این حالت داریم:

$$\begin{aligned}&\|E(x,t)\| = \|CLw + CF_af_a + CD\eta + F_s\dot{f}_s + C\Delta Ax(t) + C\Delta Bu\| \le \Delta A\|x(t)\| + \\ &\|CLw + CF_af_a + CD\eta + F_s\dot{f}_s + C\Delta Bu\| \le \alpha\|x\| + \beta\end{aligned} \quad (۳٤)$$

یعنی فرض ۱ را به‌صورت واقعی تر و عملی تر زیر در نظر می‌گیریم:

فرض ۲: فرض کنید در مدل (۳۲)؛ مقدار عدم قطعیت ها و اغتشاشات و عیب‌های سیستم به‌صورت زیر محدود باشند:

$$\|E(x,t)\| \le \alpha\|x\| + \beta \quad (۳۵)$$

که در آن مقدار α و β نامعلوم هستند.

این فرض، فرضی واقعی‌تر است و ما می‌خواهیم این فرض را در حالتی در نظر گرفته و مساله را حل کنیم که اطلاعی از ضرایب باند بالا یعنی α و β نداریم و می‌بایست این ضرایب را با طراحی قوانین تطبیقی تخمین بزنیم.

فرض کنید $\hat{\alpha}$ تخمین مقدار α و $\hat{\beta}$ تخمین مقدار β باشد. در این حالت قانون کنترل تحمل پذیر خطای مد لغزشی تطبیقی را این بار به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$u(t) = (CB)^{-1}\{-CAx(t) + \dot{y}_d - \lambda e - \mu s - (\rho + \hat{\beta} + \hat{\alpha}\|x\|)sgn(s)\} \quad (۳۶)$$

که در آن قانون بروز کردن تطبیقی پارامترها را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{\hat{\alpha}}(t) = k_1\|x\|s^T\,sgn(s) \quad (۳۷)$$

$$\dot{\hat{\beta}}(t) = k_2 s^T\,sgn(s) \quad (۳۸)$$

که در این رابطه $k_1, k_2 > 0$ گین‌های مثبت در ترم‌های تطبیقی هستند.

قضیه ۲. سیستم (٦) را با فرض ۲ در نظر بگیرید. با اعمال ورودی کنترل (٣٦) در کنار قوانین تطبیقی (۳۷ و ۳۸)، اگر ثابت‌های ρ, μ و k_1, k_2 بگونه ای انتخاب شوند که $\mu > 0, \rho > 0$ و $k_1, k_2 > 0$، آنگاه مقدار خطای e در (۷) به صفر میل کرده و y به مقدار مطلوب y_d میل خواهد کرد.

اثبات: تابع لیاپانوف را به‌صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$V = \frac{1}{2}s^T s + \frac{1}{2k_1}\tilde{\alpha}(t)^2 + \frac{1}{2k_2}\tilde{\beta}(t)^2 \quad (۳۹)$$

که در آن داریم $\tilde{\alpha}(t) = \hat{\alpha} - \alpha$ و $\tilde{\beta}(t) = \hat{\beta} - \beta$ هستند. آنگاه با مشتق گرفتن از V و جایگذاری از (۲۷) داریم:

$$+\frac{1}{k_1}\tilde{\alpha}\dot{\hat{\alpha}} + \frac{1}{k_2}\tilde{\beta}\dot{\hat{\beta}} \quad (٤٠)$$

با جایگذاری قانون کنترل از (٣٦)، رابطه (٤٠) به‌صورت زیر در خواهد آمد:

$$\dot{V} = s^T\big(-\mu s - (\rho + \hat{\beta} + \hat{\alpha}\|x\|)sgn(s) + E\big) + \frac{1}{k_1}\tilde{\alpha}\dot{\hat{\alpha}} + \frac{1}{k_2}\tilde{\beta}\dot{\hat{\beta}} \quad (٤١)$$

در ادامه با جایگذاری قوانین تطبیقی از(۳۷ و ۳۸) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s^T\big(-\mu s - \big(\rho + \hat{\beta} + \hat{\alpha}\|x\|\big)sgn(s) + E\big) + \frac{1}{k_1}(\hat{\alpha} - \alpha)\dot{\hat{\alpha}} + \frac{1}{k_2}\big(\hat{\beta} - \beta\big)\dot{\hat{\beta}} \\ &= s^T\big(-\mu s - (\rho + \hat{\beta} + \hat{\alpha}\|x\|)sgn(s) + E\big) + (\hat{\alpha} - \alpha)\|x\|s^T\,sgn(s) + \big(\hat{\beta} - \beta\big)s^T\,sgn(s)\end{aligned} \quad (٤٢)$$

با ساده سازی داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\mu\|s\|^2 - \rho\|s\| - \hat{\beta}\|s\| - \hat{\alpha}\|x\|\|s\| + s^T E + \hat{\alpha}\|x\|\|s\| - \alpha\|x\|\|s\| + \hat{\beta}\|s\| - \beta\|s\| \\ &= -\mu\|s\|^2 - \rho\|s\| + s^T E - \alpha\|x\|\|s\| - \beta\|s\| \\ &\le -\mu\|s\|^2 - \rho\|s\| + \|s\|\|E\| - \alpha\|x\|\|s\| - \beta\|s\|\end{aligned} \quad (٤٣)$$

با توجه به فرض ۲ داریم:

$$\dot{V} \le -\mu\|s\|^2 - \rho\|s\| + \|s\|(\alpha\|x\| + \beta) - \alpha\|x\|\|s\| - \beta\|s\| \quad (٤٤)$$

که با حذف مقادیر مشابه، رابطه زیر به¬دست می‌آید:

$$\dot{V} \le -\mu\|s\|^2 - \rho\|s\| \quad (٤٥)$$

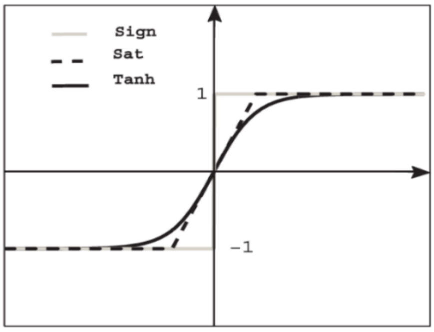
در نتیجه با شرط $\rho > 0$ و $\mu > 0$ چون تابع لیاپانف مثبت معین بوده و مشتق زمانی آن منفی شده‌است، می‌توان نتیجه گرفت که به توجه به قضیه پایداری لیاپانف صفحه لغزشی s و در ادامه مقادیر خطا به صفر همگرا می‌شوند.

بهبود ناپیوستگی در کنترل‌کننده

در کنترل‌کننده‌ها و نیز قوانین تطبیقی به‌دست آمده، از تابع علامت استفاده شده است. تابع علامت به‌صورت $u = sign(s)$ که به‌صورت $u = \frac{s}{\|s\|}$ هم قابل بیان است، یک تابع ناپیوسته حول $s = 0$ است.

این ناپیوستگی در قانون کنترل، خود را نشان خواهد داد و باعث بروز پدیده‌ای به نام چترینگ (chattering) می‌شود. این پدیده باعث بروز نوسانات در مقدار ورودی سیستم می‌شود، مخصوصاً وقتی سیستم در معرض نویز باشد. برای مقابله با پدیده چترینگ، می‌باست مقدار دارای تابع علامت در u را در قانون کنترل به گونه‌ای تغییر داد که ناپیوسته نباشد.

در مقابله با این مشکل، پیشنهاداتی نظیر اینکه به جای $\frac{s}{\|s\|}$ از $tanh(s)$ و یا تابع اشباع یعنی $sat(s)$ استفاده شود شده است. شکل (۲) مقایسه توابع علامت، تابع اشباع و تابع تانژانت هایپربولیک را نشان می‌دهد.



شکل ۲ مقایسه توابع علامت، اشباع و تانژانت هایپربولیک از نظر پیوستگی حول صفر

با این حال، در این بخش ایده دیگری استفاده خواهد شد. با توجه به اینکه این ناپیوستگی در زمان همگرایی s به صفر و در نزدیک صفر رخ می‌دهد، بهترین انتخاب برای جلوگیری از ناپیوستگی و نا همواری در u، اضافه کردن یک ترم به آن و در نظر گرفتن آن به‌صورت زیر است:

$$u = \frac{\rho^2 s}{\rho\|s\| + \sigma(t)} \quad (٤٦)$$

در این رابطه $\sigma(t)$ یک تابع مثبت است بطوری که $\int_0^\infty \sigma(t)dt < \infty$ باشد.(یعنی با گذشت زمان به صفر میل کند) با انتخاب تابع علامت در قانون کنترل به‌صورت (٤٦)، مشکل ناپیوستگی در قانون کنترل حل خواهدشد. انتخاب این تابع دلخواه است و مثلا یکی از گزینه‌ها می‌تواند به‌صورت زیر باشد:

$$\sigma(t) = \frac{1}{1+t^n} \quad n \geq 2 \quad (٤٧)$$

دقت شود که با صفر شدن $\sigma(t)$، مقدار u در (٤٦)، مشابه حالت قبل $\gamma\frac{s}{\|s\|}$ خواهد شد.

روشی برای تخمین حالت و تخمین خطا

در بسیاری از موارد، متغیرهای حالت سیستم تعلیق خودرو، برای استفاده از قانون کنترل تحمل پذیر خطا در دسترس نیستند. بعلاوه، در مواردی لازم است برای مقابله و شناسایی عیب بتوان ترم های شامل آن را به طور دقیق تخمین زد. در این بخش، روشی برای تخمین حالت سیستم و نیز تخمین خطا ارائه می‌شود.

مجددا سیستم را در (۱۲) به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Lw + F_a f_a + D\eta$$

ابتدا قضیه زیر را در نظر بگیرید:

قضیه [24,25] در سیستم زیر:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2\\ \dot{z}_2 &= F(z_1, z_2)\end{aligned} \quad (٤٨)$$

اگر پاسخ سیستم شرط $z_1(t) \to 0$ و $z_2(t) \to 0$ را به ازای $t \to \infty$ برآورده کند، آنگاه برای هر تابع ورودی دلخواه $v(t)$ محدود و انتگرال‌پذیر، $T > 0$ و $R > 0$، پاسخ سیستم زیر:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= R^2 F\left(x_1 - v(t), \frac{x_2}{R}\right)\end{aligned} \quad (٤٩)$$

رابطه زیر را برآورده می‌کند:

$$\lim_{R\to\infty} \int_0^T |x_1 - v(t)|dt = 0 \quad (٥٠)$$

که به معنی همگرایی x_1 به $v(t)$ است.

در ادامه سیستم زیر را در نظر بگیرید که پایداری و همگرایی آن در [26] اثبات شده است:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= R^2\left(v - x_1 - \frac{x_2}{R}\right)\end{aligned} \quad (٥١)$$

با در نظر گرفتن $d = Lw + F_a f_a + D\eta$ در سیستم (٤٨)، فرم کلی رویتگر را به‌صورت زیر برای سیستم (٤٨) در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= Ax(t) + Bu(t) + \hat{d}\\ \dot{\hat{d}} &= R^2 F\left(\hat{x} - x, \frac{\hat{d}}{R}\right)\end{aligned} \quad (٥٢)$$

که در آن $\hat{x}$ تخمین x و $\hat{d}$ تخمین d است که اگر $R,T > 0$ باشند داریم:

$$\lim_{R\to\infty}\int_0^T |\hat{x} - x| dt = 0 \qquad (۵۳)$$

و در نتیجه طبق رابطه اول در (۵۳) و رابطه (۵۲) داریم: $\hat{d} \to d$.

اثبات: وقتی $R \to \infty$، مقدار $\left|\dot{\hat{d}}\right| = \left|R^2 F(\hat{x} - x, \frac{\hat{d}}{R})\right|$ به بینهایت میل کرده و این یعنی تغییر $\hat{d}$ خیلی سریع‌تر از تغییر $Ax(t) + Bu(t)$ است. بعلاوه، داریم:

$$\lim_{R\to\infty}\frac{d\left(Ax(t) + Bu(t) + E\phi(x,t) + \hat{d}\right)}{dt} = \dot{\hat{d}} \qquad (۵٤)$$
$$\lim_{R\to\infty}\frac{Ax(t) + Bu(t) + E\phi(x,t) + \hat{d}}{R} = \frac{\hat{d}}{R}$$

در نتیجه معادلات (۵۳ و ۵٤) با قراردادن $Ax(t) + Bu(t) + \hat{d}$ به جای x_2 بر قرار خواهد بود و این اثبات را کامل می‌کند. با در نظر گرفتن (۵۲ و ۵۳)، در نهایت تخمین گر زیر را برای سیستم در نظر می‌گیریم [16]:

$$\dot{\hat{x}} = Ax(t) + Bu(t) + \hat{d} \qquad (۵۵)$$

$$\dot{\hat{d}} = R^2\left(x - \hat{x} - \frac{\hat{d}}{R}\right) \;\; ; \;\; R > 0 \qquad (۵٦)$$

نتایج شبیه‌سازی

پارامترهای دینامیکی سیستم در جدول (۱) مشخص شده است.

جدول ۱ پارامترهای دینامیکی مدل سیستم تعلیق خودرو [19-21]

parameter	value	parameter	value
M	۵۰۰kg	I	۹۱۰kgm^2
m_1	۳۰kg	m_2	40kg
a	۱,۲۵m	b	۱,٤۵m
k_{f1}	۱۰۰۰۰N/m	k_{r1}	۱۰۰۰۰N/m
k_{f2}	۱۰۰۰۰۰N/m	k_{r2}	۱۰۰۰۰۰N/m
b_f	۱۰۰۰Ns/m	b_r	۱۰۰۰Ns/m

• خطای عملگر:

$$F_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, f_a = \begin{bmatrix} f_{a1} \\ f_{a2} \end{bmatrix};$$

$$f_{a1} = \begin{cases} 3, & 9 \le t \le 14 \\ 0, & \text{other}, \end{cases} \qquad f_{a2} = \begin{cases} 5, & 12 \le t \le 18 \\ 0, & \text{other}. \end{cases}$$

• خطای سنسور:

$$F_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, f_s = \begin{bmatrix} 1.5\cos(3.6t) + 4.8 \\ \sin(0.5t) + 3 \end{bmatrix};$$

• ورودی نامعلوم:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \eta = 2.5\sin(2.5t);$$

• اغتشاش خارجی:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_1 \end{bmatrix}$$

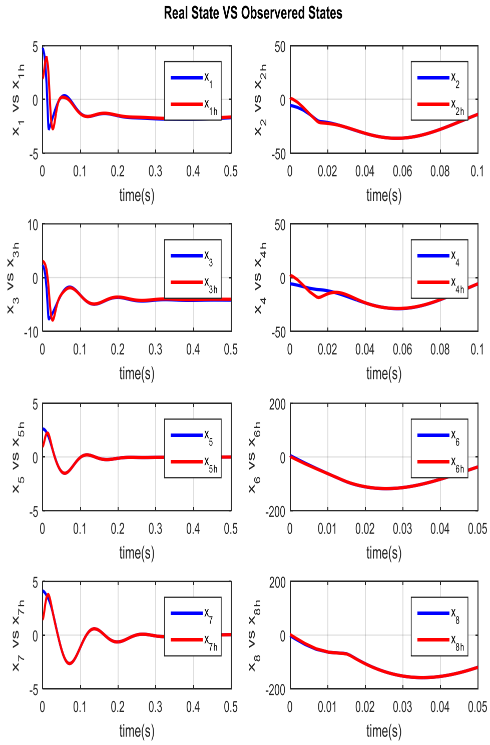
$$w_1 = \begin{cases} \sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right), & \frac{\pi}{2} < t < \pi \\ 0, & others \end{cases}$$

$$w_2 = w_1(t - 0.2)$$

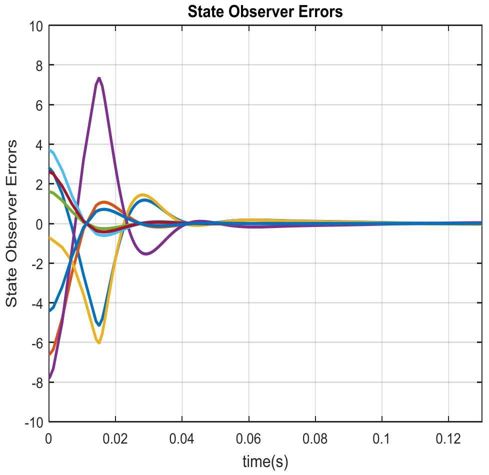
جدول۲ پارامترهای کنترل کننده و رویتگر [22]

R	k_2	k_1	$\sigma(t)$	ρ	μ	λ
۲۲۰	۳	۲	$\frac{1}{1+t^{0.05}}$	۳	۱۰	۰,۷

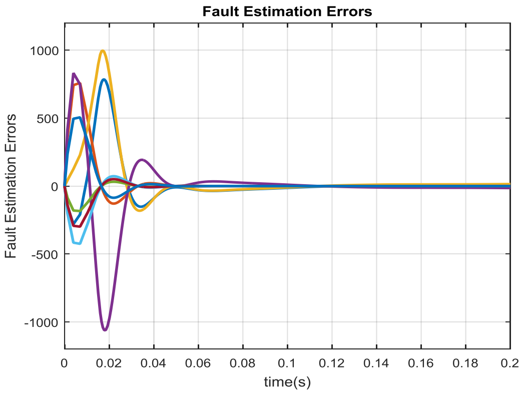
شکل (۳) نتایج همگرایی حالت های سیستم به مقادیر تخمین زده شده توسط رویتگر رسم شده است. بعلاوه، شکل (٤) خطاهای رویتگر برای تمام متغیرهای حالت سیستم را نشان می- دهد. از این دو شکل به روشنی بر می‌آید که رویتگر در تخمین تمامی حالت‌های سیستم به خوبی عمل کرده است.



شکل ۳ حالت های سیستم و حالت های تخمین زده شده توسط رویتگر

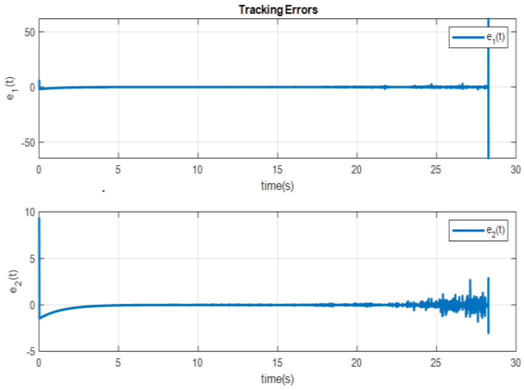


شکل ٤ خطاهای رویتگر برای تمام متغیرهای حالت سیستم

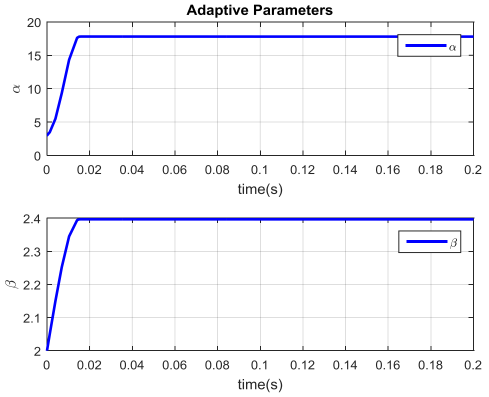


شکل ۵ خطاهای تخمین عیب توسط رویتگر

شکل (۵) خطای تخمین عیب را توسط رویتگر عیب نشان می‌دهد. در این شکل نیز به روشنی می‌توان نتیجه گرفت که قانون تخمین خطا، به خوبی مجموعه خطا، ورودی نامعلوم و اغتشاش را تخمین زده و خطای تخمین در زمانی کمتر از ۰٫۱ ثانیه صفر می‌گردد.

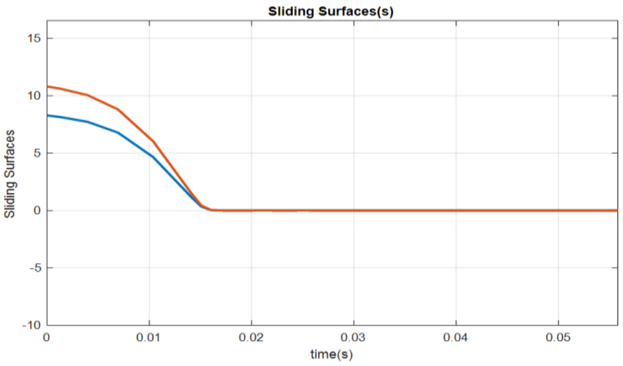


شکل ٦ خطاهای دنباله روی متغیرهای حالت به مسیر مطلوب

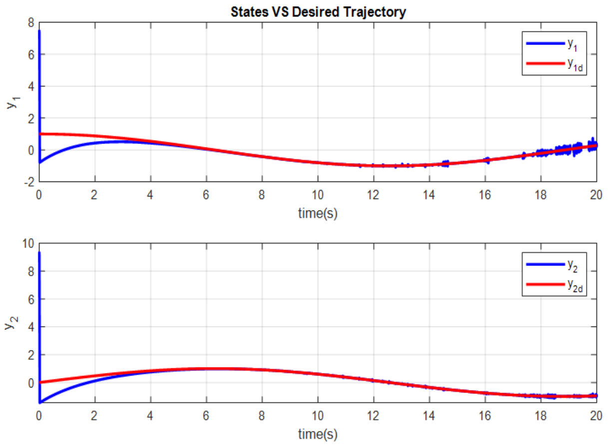


شکل ۷ پارامترهای تطبیقی

در شکل (۶) خطاهای دنباله روی متغیرهای حالت به مسیر مطلوب با اعمال قانون کنترل تحمل پذیر خطای مد لغزشی مقاوم–تطبیقی نشان داده شده است. در این شکل در کنار شکل (۸)، می‌توان صحت قانون کنترل مد لغزشی را در همگرایی سیستم به مقادیر مطلوب در حضور عیب عملگر و عیب خروجی، ورودی های نامعلوم و اغتشاش خارجی به روشنی مشاهده نمود. شکل (۷) پارامترهای تطبیقی α و β هستند که با توجه به رابطه (۳۷ و۳۸) به دست می‌آیند. که از این پارامترها برای به دست آوردن کنترل کننده مدلغزشی مقاوم–تطبیقی استفاده می‌شود.



شکل ۸ صفحات لغزشی



شکل ۹ دنباله روی حالت های سیستم به مقادیر مطلوب

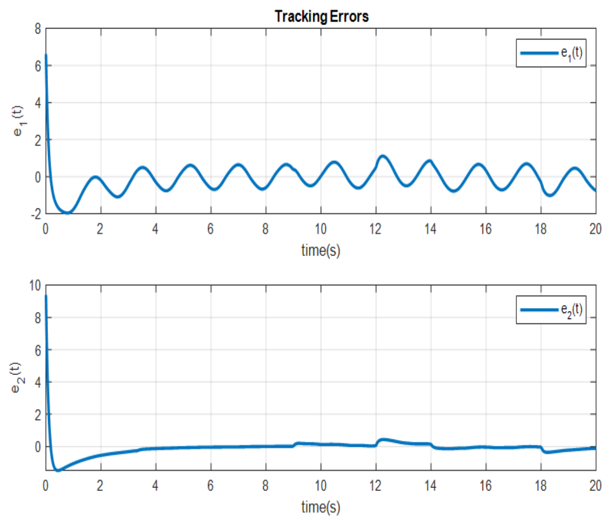
صفحات لغزشی در شکل(۸) رسم شده است. مطابق آنچه در گزارش قبل اثبات شد، صفحات لغزشی همانطور که از این شکل بر می‌آید در زمان محدود به صفر همگرا می‌شوند. همگرایی در زمان محدود خود را به‌صورت شکستگی سریع به صفر نشان می‌دهد که در شکل (۸)کاملا مشهود است. در واقع با صفر شدن صفحات لغزشی، در زمانی کم، خطاهای دنباله روی نیز صفر شده و متغیرهای حالت سیستم به مقادیر مطلوب از پیش تعیین شده همگرا می‌گردند. همگرایی متغیرهای حالت به مقادیر مطلوب نیز در شکل (۹) نشان داده شده است. در واقع با اعمال قانون کنترل تحمیل پذیر خطای مد لغزشی طراحی شده، هر دو خروجی سیستم، مسیر سینوسی مطلوب را به خوبی دنبال کرده اند.

مقایسه کنترل کننده مدلغزشی مقاوم–تطبیقی با کنترل مدلغزشی معمولی

در این بخش مقایسه قانون کنترل مد لغزشی مقاوم–تطبیقی طراحی شده با قانون کنترل مد لغزشی معمولی ارائه خواهد شد. در قانون کنترل مد لغزشی معمولی، با حذف قوانین تطبیقی و پارامترهای تطبیقی یعنی $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$، قانون کنترل به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u(t) = (CB)^{-1}\{-CAx(t) + \dot{y}_d - \lambda ek - \mu s - \rho sgn(s)\} \quad (۵۷)$$

در مقالات مرتبط با کنترل مد لغزشی، عموما فرض می‌شود که از باند بالای اغتشاشات و عدم قطعیت ها اطلاع داریم و لذا کنترل کننده مقاوم مد لغزشی را برای پایدار سازی مساله طراحی می‌کنند. در این کنترل کننده، با فرض $\rho > \gamma$ که در آن مقدار γ در رابطه (۲۱) باند بالای اختلالات است، از قانون کنترل رابطه (۵۰) برای پایدار سازی سیستم استفاده می‌شود. در واقع، در این حالت می‌بایست از مقدار باند بالا اطلاع داشته باشیم. اگر از باند بالا اطلاع نداشته باشیم، مجبور هستیم برای اطمینان از درست شدن رابطه $\rho > \gamma$، مقدار پارامتر مثبت ρ در (۵۰) را بسیار بزرگ در نظر بگیریم؛ این خود باعث مشکل دیگری می‌گردد و باعث می‌شود که دامنه سیگنال ورودی $u(t)$ بسیار بزرگ باشد، تا حدی که حتی در عمل، امکان پیاده سازی آن وجود نداشته باشد. اما تمامی این مشکلات با استفاده از قوانین کنترل مد لغزشی مقاوم –تطبیقی که طراحی شد، از بین خواهند رفت.

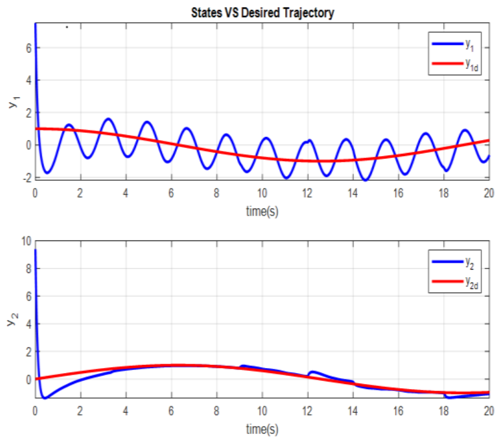


شکل ۱۰ خطاهای دنباله روی متغیرهای حالت به مسیر مطلوب در حضور عدم قطعیت و اغتشاش با استفاده از قانون کنترل مد لغزشی معمولی

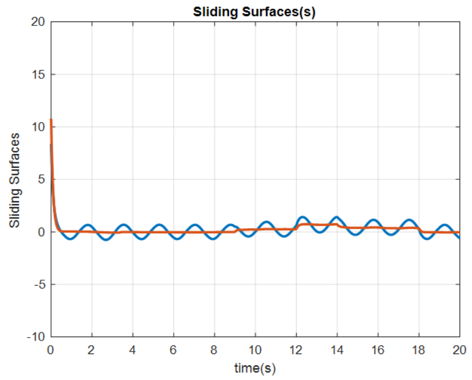
در شکل (۱۰) به روشنی معلوم است که قانون کنترل مد لغزشی معمولی، در شرایطی که عدم قطعیت ها و اغتشاشات وابسته به حالت های سیستم هستند، اگر چه همگرایی را کم و بیش بدلیل ماهیت مقاوم آن برآورده می‌کند، اما همگرایی مقادیر خطا نسبت به قانون کنترل طراحی شده در شکل(٦) ضعیف تر است و اثر اختلالات در همگرایی خطا کاملا مشهود است. این مهم در شکل(۱۱) واضح تر است.

در شکل (۱۱) اثر اغتشاشات و خطاهای اعمال شده به سیستم تعلیق که با ماهیت سینوسی تعریف شده اند روی خروجی سیستم، در شرایطی که از قانون کنترل مد لغزشی معمولی استفاده می‌کنیم مشهودتر است. مخصوصا مقدار خروجی y_1 در همگر ایی به مقدار مطلوب در استفاده از قانون کنترل مد لغزشی معمولی نسبت به مد لغزشی مقاوم–تطبیقی طراحی شده در شکل(۹) ضعیف عمل می‌کند و عملا در مقابله با اغتشاشات خارجی وابسته به حالت های سیستم ناتوان است. قانون کنترل مد لغزشی معمولی نتوانسته است در شرایط یکسان، با تمامی اغتشاشات اعمال شده بر سیستم مقابله کند.

در نهایت، در شکل(۱۲) مقادیر صفحات لغزشی برای مقایسه بهتر، رسم شده اند. مقادیر صفحات لغزشی در استفاده از قانون کنترل مد لغزشی مقاوم–تطبیقی در شکل (۸) در زمانی حدود ۰،۰۲ ثانیه صفر شده اند؛ اما در اعمال قانون کنترل مد لغزشی معمولی، اولاً زمان نشست همگرایی به صفر بسیار بیشتر است و عملاً در حدود ۱،۵ ثانیه این همگرایی صورت می‌گیرد. دوماً صفحات لغزشی به طور کامل در استفاده از مد لغزشی معمولی به صفر همگرا نمی شوند و حول صفر دارای نوسانات ناخواسته هستند.



شکل ۱۱ دنباله روی حالت های سیستم تعلیق به مقادیر مطلوب در حضور عدم قطعیت و اغتشاش با استفاده از قانون کنترل مد لغزشی معمولی



شکل ۱۲ صفحات لغزشی با اعمال قانون کنترل در حضور عدم قطعیت و اغتشاش با استفاده از قانون کنترل مد لغزشی معمولی

نتیجه گیری

در این پژوهش سیستم تعلیق خودرو مدل یک دوم را برای بررسی راحتی سرنشینان خودرو در برابر هرگونه عیب‌های موجود از طرف جاده (اغتشاشات خارجی)، عیب محرک و عیب سنسور در نظر گرفته شده است. سپس برای سیستم مورد نظر با استفاده از یک قانون کنترل تحمل پذیرخطای مد لغزشی مقاوم–تطبیقی، کنترلر طراحی نموده‌ایم. علت انتخاب کنترل کننده مد لغزشی، مقاوم بودن در برابر اغتشاشات و نامعینی های مدل و همچنین کنترل کننده های تطبیقی قادرند در طول عمل کنترل، خود را با شرایط متغیر وفق دهند.

کنترل کننده را در دو مرحله اسکالر و تابعی با فرض نامعلوم بودن باند بالای خطا، طراحی کرده و در هر دو مورد باند بالای مجموع اغتشاشات و خطا و عیب ها را با استفاده از یک قانون تطبیقی تخمین زده ایم. در نتیجه با اعمال قانون کنترل تحمیل پذیر خطای مد لغزشی طراحی شده، هر دو خروجی سیستم، مسیر سینوسی مطلوب را به خوبی دنبال کرده اند. در پا یان کنترل مدلغزشی مقاوم-تطبیقی طراحی شده را با کنترل مدلغزشی معمولی مقایسه نموده که نشان از برتری کنترل کننده طراحی شده دارد.

تقدیر و تشکر

واژه نامه

سیستم تعلیق	Suspension System
عدم قطعیت	Uncertainty
تطبیقی	Adaptive
مقاوم	Robust
عیب	Fault
اغتشاش	Disturbance
راحتی	Comfort

مراجع

1. Gillespie,TD., " Fundumental of Vehicle Dynamic", SAE International, (1992).
2. Rahi, A., Pataft, H. and Nazari, M.M., " Optimization of Car Suspension System Using Genetic Algorithm" , Proceeding of the *27th International conference of Mechanical Engineer ,Tehran, Iran, (2019), (In Persian).*
3. Pedro, J.O., Baloyi, N., "Design of Direct Adaptive Controller for a Half-Car Suspension System" , *IEEE Africon*, Pp. 467-472, (2017).
4. Shahab, M., Mavenian, M.," Fault Diagnosis based on Model and Dynamic Behavior of Vehicle Suspension System", *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 52, No.1, Pp27-42, (2020), (In Persian).
5. Velagic, J., Hrusto, A., "Design of Coupled Disturbance Observers for Nonlinear Half-Car Active Suspension System", *IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM),* Germany, Pp. 547-552, July 3-7, (2017).
6. Mrazgua, J., Tissir, E. and Ouahi, M., " Fault-Tolerant H∞ Control Approach, Application to Active Half-Vehicle Suspension Systems with Actuators Failure Accounts", *IEEE Proceedings of the 8th International Conference on Systems and Control,* Morocco, Marrakesh, Pp. 271-276, October 23-25, (2019).
7. Bagheri, A., Asghari Ganji, A.M.," Robust Control of Electro Rheological Suspension System Based on LMI Approach", *Journal of Modeling In Engineering,* Vol. 18, No. 62, Pp.153-163, Pp.1-9, (2020), (In Persian).
8. Shtessel,Y., Edward, C., Friedman, L. and Levang, A., "Sliding Mode Control and Observation" , Springe, New York, (2014).
9. Veici, M., Soltanpour, M. R.," Design and Simulation of the Fuzzy Sliding Mode Control of the Angular Position of the Warship Roll in the Presence of Structure Uncertainties and External Disturbances Caused by Sea Waves ", *Marine Science and Technology Sea*, Vol. 23, No. 93, (2019), (In Persian).
10. Hu, R., Deng, H. and Zhang, Y., "Novel dynamic-sliding-mode-manifold-based continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode control for a class of second-order nonlinear systems", *IEEE*, 22 January, (2020).
11. Nourisola, H., Ahmadi, B., Azizi., A. and Rikhtegare Giasi, A.," Robust Magnetic Levitation Using Feed Back Linearization Back-Stepping and Nonlinear Disturbance Observer", *Journal of Modeling In Engineering* , Vol.15, No. 49, Pp. 29-38, (2017), (In Persian).
12. Abbasi, A., Sadat aghaamo, S.," Designing L1 Adaptive Control for Stabilizing Chaotic Systems with Uncertainty in

the Model", *Journal of Modeling In Engineering*, Vol.16, No.52, Pp. 171-178, (2018), (In Persian).

13. Esmailzadeh, E., Batenj, H., "Optimal active vehicle suspensions with full state feedback control", *SAE Transactions Journal of Commercial Vehicles*, (1992).
14. Hac, A., Youn, I., " Optimal Design of Active and simi-Active Suspension Including Time Delay and Preview", *Asme Journal of Dynamic Systems m.& C*, Vol. 115, Pp. 498-508, (1993).
15. Li,W.Xie., Z. Xie. And Zhao, J.," Static-Output-Feedback Based Robust Fuzzy Wheelbase Preview Control for Uncertain Active Suspensions with Time Delay and Finite Frequency Constraint", *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, Vol. 8, NO. 3, Pp. 664 – 678, March, (2021).
16. Li, Y., Chen, H., " Adaptive Sliding Mode Control for Uncertain Active Suspension Systems with Prescribed Performance", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Systems*, Vol. 51, Issue. 10, Pp. 6414 – 6422, October, (2021).
17. Abdolahifar, A., Foladivanda, M. and Saranjam, B., "Analysis and Simulation of the Dynamic Behavior of a Quarter and Half Model with Passive Suspension System ," *Proceeding of the 4th National Conference and 2th International Conference of the Applied in Engineering, Mechanics,* Mechatronics, Theran, Iran, (2016), (In Persian).
18. Walters, R.B., “Hydrraulicc and Elecctro- Hydrraulicc Control Systems”, Elsevier Science, New York, (1991).
19. Kurimoto, M., Yushimura, T, "Active Suspension of Passenger Cars Using Sliding mode Controllers Based on Reduced Models", *International Journal of Vehicle Design* , Vol. 19, No. 4, Pp. 402-414, (1998).
20. Choi, H., Ahn, C. and Lim, M. Lim. "Dynamic Output-Feedback H∞ Control for Active Half-vehicle Suspension Systems with Time-varying Input Delay”, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Pp. 59-68, (2116).
21. Marzbarad, M., Ahmadi, G., Zohor, H. and Hojat, Y., "Stochastic optimal preview control of a vehicle suspension", *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 275, No. 3-5, Pp. 973-990, (2004).
22. Yang, U., Fanglai, Z, Fanglai Zhu, Xin Wang, and Xuhui Bu, "Robust Sliding-mode Observer based Sensor Fault Estimation, Actuator Fault Detection and Isolation for Uncertain Nonlinear Systems", *International Journal of Control Automation and Systems*, Vol.13, No. 5, Pp.1-10, (2015).
23. Pang, H., Shan, Y, and Wang, P, " Design of a Sliding Mode Observer-Based Fault Tolerant Controller for Automobile Active Suspensions with Parameter Uncertainties and Sensor Faults", *IEEE Access*,Vol.8, Pp 186963 – 18697512, (2020).
24. Bu, X.W., Wu, X. Yan., Chen, Y. X. and Bai, R. Y., "Design of a Class of New Nonlinear Disturbance Observers based on Tracking Differentiators for Uncertain Dynamic Systems", *International Journal of Control Automation and Systems*, Vol. 13, No. 3, Pp.1-8, (2015).
25. Han, J. Q., Wang, W., " Nonlinear tracking differentiator", *Journal of Systems Science and Mathe-matical Sciences,* Vol. 14, No. 2, Pp. 177-183, April, (1994).
26. Qi, G. Y., Chen, Z. Q. and Yuan, Z. Z., " New tracking-differentiator design and analysis of its stability and convergence", *Journal of Systems Engineering and Electronics*, Vol. 15, No. 4, Pp. 780-787, August, (2004).

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics,34 2022. (97-112)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Numerical Study of the Effects of Elastic Wall Vibration Mode on Internal Flow Parameters*

Research Article

Hojjat Danandeh Oskuei[1], Seyed Esmail Razavi[2], Seyed Faramarz Ranjbar[3], Zhaleh Azhdarzadeh[4]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.74523.1082

1. **Introduction**

Different methods have been suggested for enhancing the heat transfer rate, one of the newest of which is using an elastic vibrating surface. Examining the previous studies shows that theoretically and from simulation perspective, heat transfer issues in fluid-solid interaction flows have rarely been examined. Hence, considering fluid flow and a channel with a vibrating elastic wall, one can examine the effect of the vibrating elastic surface on the rate of heat transfer in various geometries and conditions. Thus, by considering fluid flow and a channel with an oscillating elastic surface, one can study the effect of the vibration of the elastic surface on the rate of heat transfer in various geometric combinations. The study considered a conduit with solid and elastic surfaces, where the solid surface is accompanied by heat transfer and the elastic surface is oscillating and insulating. The study tried to examine the effects of elasticity and the maximum vibration amplitude of the surface on the rate of heat transfer by considering the elastic surface and developing the design.

2. Geometry and the governing equations

Figure 1 illustrates the physical model of the geometry of the elastic channel, where the elastic wall has replaced the rigid wall of the basic geometry in a part of the upper boundary. In the problem in question, the working fluid is air that enters the two-dimensional channel at a uniform speed. The circular cylinder inside this channel is kept at a constant temperature of 343.15 K and all the surfaces of this channel are insulated. The inlet uniform flow temperature is 293.15 K, the height of the channel 4D, the length of the channel 30D, the distance of the cylinder from the inlet of the channel 12D, and the uniform velocity of the inlet has been determined based on various Reynolds numbers examined. The length of the replaced elastic surface is 10D, its thickness $\frac{D}{4}$, and its Young's modulus is 50 MPa, and the rest of the conditions are like those of the rigid channel.

Investigated physics are simulated COMSOL 5.5 software. The base of this software is the finite element method (FEM), solved by the direct LU method. Furthermore, Galerkin method was used to solve the nonlinear equations and all the equations were coupled together. Moreover, moving meshing was used due to the change of the problem boundaries and the optional Euler-Lagrange method was used for solving its equations.

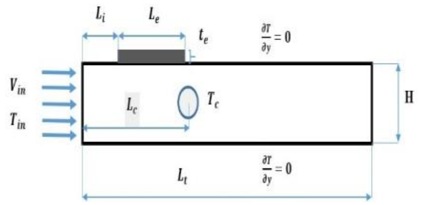


Figure 1. Geometric and boundary conditions of rigid and elastic physics

The optional Euler-Lagrange method is as follows and given the slow, two-dimensional, unsteady, and incompressible flow with forced displacement heat transfer in the horizontal channel and regardless of the effect of gravity, the governing equations of continuity (1), momentum (2), energy (3) for the fluid, and the elastic surface (4).

$$\nabla . V = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{t}} + (V - \boldsymbol{V}^{ms}).\nabla V = -\frac{1}{\rho_f}\nabla p + v_f \nabla^2 V \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{t}} + (V - \boldsymbol{V}^{ms}).\nabla T = \alpha_f \nabla^2 T \tag{3}$$

$$\rho_f . \frac{\partial^2 \boldsymbol{d}_s}{\partial t^2} = F_f + \nabla . \sigma_s \tag{4}$$

3. Results

The results are compared with each other and the results of the rigid channel. Two parameters of vibration amplitude and frequency were considered for the elastic channel, each of which is examined in three various

*Manuscript received: 03 January 2022; Revised, 08 May 2022, Accepted, 24 September 2022.

[1] Corresponding author. Ph.D, Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. **Email**: Hdanandeh@tabrizu.ac.i

[2] Professor, Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

[3] Professor, Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

[4] MSc, Mechanical Engineering, Osku Branch, Islamic azad university, Osku, Iran.

modes. Thus, three different frequencies were checked and this check was done at Reynolds numbers of 100 and 200 in the first, second and third vibration modes in each domain. The obtained results become stable after a certain period of about 30 seconds in the periods corresponding to the vibration frequency.

The domains examined are 1D, 0.75D, 0.5D with frequencies of 0.5, 1, and 2 HZ considered for simulation where the temperature distribution along the channel at 1 HZ frequency is shown below for better understanding. Ultimately, the diagram of Nusselt number, average outlet temperature and cylinder drag coefficient at each speed and each mode was calculated in terms of frequency and compared with the results of the rigid channel to summarize the findings. Nusselt number diagrams show that heat transfer increases with increase in frequency in all modes. Moreover, as expected, the average Nusselt number in the third mode, especially the second mode, has the lowest increase, and the vibration of the oscillator in the first mode brings a significant increase in the average Nusselt number.

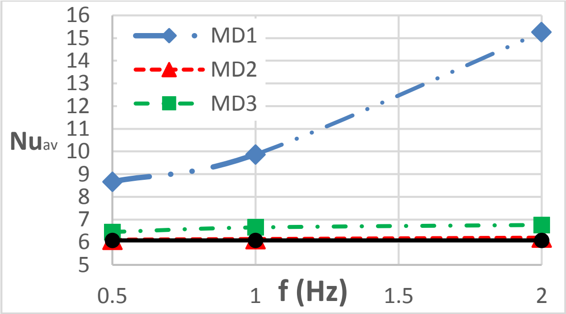


Figure 2. The average Nusselt number of the elastic channel at $A1$=0.5D, and Re=100

Furthermore, the results indicated that increasing the amplitude and frequency increases the average Nusselt number and the average outlet temperature. Indeed, by increasing amplitude, more fluid is affected by the oscillator, and because of more changes in the channel cross-section, the flow velocity increases and leads to an increase in the average Nusselt number and the average outlet temperature. On the other hand, the elastic wall vibrates faster with increase in frequency and the fluid is more affected by the oscillator, and the average Nusselt number and the average outlet temperature increases more.

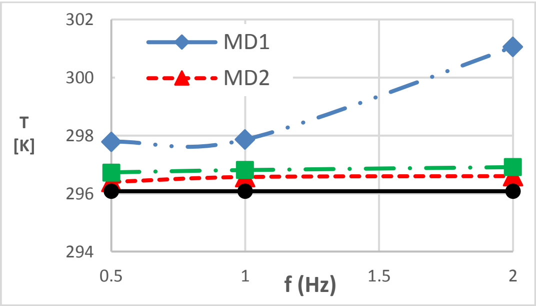


Figure 3. The average temperature of the outlet of the elastic channel at A1=0.5D, and Re=100

It is also seen that the drag coefficient of the cylinder increases with the increase of the oscillation range, which results in severe pressure changes along the channel. On the other hand, the drag coefficient is close to the drag coefficient of the cylinder enclosed in the rigid channel in the low oscillation range. Additionally, the results indicate that the drag coefficient of the cylinder increases with increase in frequency.

4. Conclusion

The study examined fluid-solid interaction by Galerkin FEM and using arbitrary Euler-Lagrange equations in a two-dimensional horizontal channel with air as the operating fluid. A cylinder is placed in the center of the insulated channel at a constant temperature.

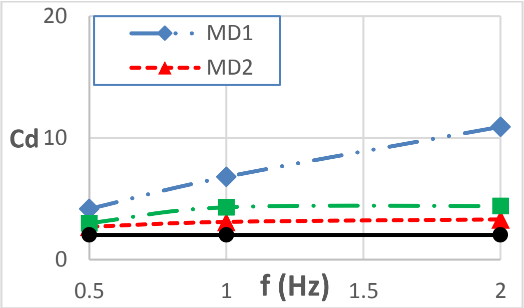


Figure 4. Drag coefficient of cylinder enclosed in elastic channel at $A1$=0.5D, and Re=100

A part of the upper surface of the channel was replaced with an elastic surface. The amplitude, frequency and vibration mode of the elastic surface were examined in various Reynolds numbers. The vibration of the elastic wall leads to a change in the flow behavior, the results obtained from the numerical solution are presented below.

1. Fluctuation of the elastic surface leads to the flow lines to be unstable, unlike the rigid channel, and they change every moment, and vortices with various strengths are created along the channel;
2. By increasing the range and increasing the cross-section area, the downstream fluid moves upstream because of the increase in the volume inside the channel and the decrease in pressure near the elastic wall, causing a return flow inside the channel. On the other hand, with the movement of the domain in the direction of reducing the cross-sectional area because of the constant flow rate entering the channel, the flow speed increases and by passing the surface of the hot cylinder, besides receiving heat again, it causes the creation of new vortices in the channel. The results indicate that the Nusselt number and the average outlet temperature increase with increase in the maximum amplitude and frequency;
3. The creation of return currents due to the fluctuation of the elastic surface causes more flow interference and in addition to the uniformity of the temperature distribution inside the channel, it increases the rate of heat transferred from the surface to the flow. This value increases continuously with the increase of the maximum frequency range;
4. Because of the existence of the transverse component of the flow velocity caused by the vibration of the elastic wall and the diagonality of the flow lines, the descaling of the surfaces could be stated as one of the advantages of replacing the elastic surface in the rigid channel.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

بررسی عددی اثر مود ارتعاشی جدار الاستیک بر مشخصه‌های جریان داخلی*

مقاله پژوهشی

حجت داننده اسکوئی[(۱)] سید اسماعیل رضوی[(۲)] سید فرامرز رنجبر[(۳)] ژاله اژدرزاده[(٤)]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.74523.1082

چکیده *در این پژوهش اثر جایگزینی جدار الاستیک در کانال دوبعدی برای جریان همرفت اجباری حول استوانه دایروی محصور با جریان تراکم ناپذیر مطالعه عددی شده است. با عبور جریان از اطراف استوانه گرم و نوسان جدار الاستیک، آهنگ انتقال گرما در هر لحظه تغییر می‌کند که این تغییرات تابع شرایط ارتعاش نوسانگر الاستیک می‌باشد. دامنه، فرکانس و مود ارتعاشی از اصلی‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر جریان عبوری از کانال می‌باشند. ازاین‌جهت در این پژوهش تأثیر ارتعاش نوسانگر در مود های اول، دوم و سوم بررسی‌شده و در هر مود، سه دامنه متفاوت و در هر دامنه سه فرکانس مختلف بررسی شده است و محاسبات برای دو عدد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ حل شده و با یکدیگر و نتایج کانال صلب مقایسه شده است. نتایج بیانگر این است که با در مود اول برخلاف مودهای دوم و سوم نوسان جدار الاستیک تأثیر بسیار زیادی بر عدد نوسلت متوسط، دمای متوسط خروجی و ضریب پسای استوانه دارد. از طرفی در تمامی مود ها با افزایش دامنه و فرکانس، عدد نوسلت متوسط، دمای متوسط خروجی و ضریب پسای استوانه افزایش می‌یابند.*

واژه‌های کلیدی برهمکنش شاره-جامد؛ معادلات ناویر-استوکس؛ همرفت اجباری؛ جریان تراکم ناپذیر

Numerical Study of the Effect of Elastic Wall Vibration Mode on Internal Flow Parameters

Hojjat Danandeh Oskuei   Seyed Esmail Razavi   Seyed Faramarz Ranjbar   Zhaleh Azhdarzadeh

Abstract *In this study, the effect of replacing the elastic wall in a two-dimensional channel for forced convection flow around a circular cylinder surrounded by an incompressible flow has been studied numerically. As the current passes around the hot cylinder and the elastic wall oscillates, the rate of heat transfer changes at any time, which is a function of the vibration conditions of the elastic oscillator. Amplitude, frequency and vibration mode are the main parameters affecting the current passing through the channel. The2refore, in this study, the effect of oscillator vibration in the first, second and third modes has been investigated and in each mode, three different amplitudes and in each amplitude three different frequencies have been investigated and the calculations for two Reynolds numbers 100 and 200 have been solved. Rigid channels are compared. The results show that in the first mode, unlike the second and third modes, the elastic wall oscillation has a great effect on the average Nusselt number, average output temperature and cylinder drag coefficient. in all modes, with increasing amplitude and frequency, the average Nusselt number, the average output temperature and the drag coefficient of the cylinder increase.*

Keywords Fluid-Solid interaction, Navier-Stokes equations, Forced convection, Incompressible flow

*تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/۱۰/۱۳ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۷/۲ می‌باشد.

(۱) دکتری تخصصی، مهندسی مکانیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

(۲) استاد، مهندسی مکانیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

(۳) استاد، مهندسی مکانیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

(٤) کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اسکو، اسکو، ایران.

Email: Hdanandeh@tabrizu.ac.ir

مقدمه

امروزه بحث توزیع دما و شارش گرما در بسیاری از شاخه‌های علمی و مهندسی مطرح است و راهکارهای مختلفی برای بهبود آهنگ انتقال گرما ارائه‌شده است که یکی از جدیدترین روش‌ها، اســتفاده از جدار الاســتیک در حال ارتعاش می‌باشــد. از طرفی جریان حول استوانه از موضوعات مهم در مکانیک سیالات است که در گذشته مورد توجه پژوهشگران زیادی قرار گرفته است.

با بررسی پژوهش‌های قبلی مشاهده می‌شود که از جهت نظری و شبیه‌سازی، مباحث انتقال گرما در جریان‌های برهم‌کنش شاره-جامد به‌ندرت مورد بررسی قرارگرفته است؛ بنابراین با در نظر گرفتن جریان سیال و کانالی با جدار الاستیک در حال ارتعاش، می‌توان تأثیر سطح الاستیک مرتعش را بر آهنگ انتقال گرما در هندسه و شرایط مختلف بررسی کرد. ازاین‌رو به‌مرور چندین کار صورت گرفته درزمینه کانال صلب و برهمکنش شاره جامد پرداخته‌شده است.

اولین مطالعات بر روی سطوح الاستیک در بیش از پنج دهه پیش توسط کارمر برای کاهش ضریب پسا انجام گرفت و در سال ۱۹۶۰ مطالعات دیگری بر روی سطوح الاستیک توسط بینجامین و لانهال شروع شد که اکثر مطالعات در مورد جریان‌های خارجی و لایه مرزی بود، درحالیکه اولین مطالعات بر روی جریان‌های داخلی از سال ۱۹۸۰ شروع شده بود [1]. آیدین و آواچی انتقال حرارت جابجایی اجباری یک سیال نیوتنی را در بین دو صفحه موازی صلب به صورت تحلیلی مطالعه کردند و تغییرات دما و سرعت را در ناحیه توسعه یافته در دو شرایط مرزی دما ثابت و شار ثابت مورد بررسی قرار دادند و در هر یک از شرایط مرزی عدد نوسلت را محاسبه کردند. نتایج این پژوهش بیانگر کاهش عدد نوسلت با افزایش عدد رینولدز است [2]. خان و همکاران به بررسی میدان جریان، فشار و دما با عبور سیال از استوانه گرم بین صفحات موازی صلب ساده پرداخته‌اند و عدد نوسلت متوسط را در شرایط مختلف بررسی کردند [3]. آن‌ها همچنین در یک مطالعه عددی دیگر جریان متقاطع هوا در اطراف استوانه‌های هم‌دما را در آرایش‌های مختلفی ازجمله تک سیلندر بررسی کردند. عدد نوسلت متوسط ، ضریب فشار محلی و ضریب اصطکاک موضعی در اطراف سیلندرها ارائه‌شده است [4]. تیواری و همکاران به پیش‌بینی عددی جریان و انتقال گرما در یک کانال صلب در حضور یک لوله دایره‌ای با یک صفحه جداکننده صلب پرداختند و باحالت بدون صفحه جداکننده مقایسه کردند و نشان دادند که وجود باله باعث افزایش انتقال گرما از سطح لوله می‌شود [5]. چن و همکاران در یک پژوهش جالب به بررسی عددی اثرات ارتعاش ناشی از گردابه بر انتقال حرارت استوانه بیضی پرداختند. آن‌ها حرارت منتقل شده در نسبت قطرهای مختلف بیضی راتحت ارتعاش ازاد ناشی از عبور جریان مطالعه کردند. در این مطالعه استوانه تحت شرط دما ثابت قرار دارد. نتایج نشانگر این است که هر چه نسبت قطر عمودی به قطر افقی استوانه بیشتر شود انتقال حرارت بیشتر شده و عدد ناسلت افزایش می‌یابد [6]. کومار و همکاران به بررسی ارتعاش یک استوانه با مقطع D ناشی از عبور سال هوا در داخل کانال پرداختند که سطوح این کانال تحت شرایط دما ثابت قرار دارند. آر نتایج مشاهده می‌شود با ارتعاش استوانه در هرلحظه رژیم چریان در پایین دست تغییر کرده و نسبت به کانال ساده بدون استوانه آهنگ انقال حرارت و عدد نوسلت افزایش می‌یابد [7]. فو و تنگ به بررسی عددی انتقال گرما از یک استوانه گرم در حال نوسان داخل کانال صلب پرداخته‌اند. در این شبیه‌سازی عددی اثرات عدد رینولدز، دامنه نوسان، فرکانس نوسان بر روی ساختارهای جریان و ویژگی‌های انتقال گرما موردبررسی قرارگرفته است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهند که اثر متقابل بین استوانه در حال نوسان، بر بهبود عدد نوسلت تأثیر قابل‌توجهی داشته است [8]. چراغی و همکاران انتقال گرما در کانال با دیواره‌های صلب تحت شار ثابت را بررسی کردند و اثرات فاصله بین استوانه و سطح پایینی کانال را بر انتقال گرما و افت فشار جریان در رینولدزهای مختلف و فاصله‌های مختلف را موردمطالعه قراردادند. نتایج افزایش انتقال گرما در مقایسه با کانال بدون استوانه را نشان می‌دهند. همچنین مشخص شد که وقتی مانع در وسط کانال قرار می‌گیرد، انتقال گرما از دیواره‌های کانال افزایش می‌یابد. همچنین جابجایی استوانه دایروی به سمت دیواره پایینی منجر به ایجاد جریان ثابت و کاهش انتقال گرمای دیواره و افت فشار می‌شود [9]. شاهین و آتالیک در این کار اثرات افزودنی بر انتقال گرما را برای جریان آرام روی سیلندر در داخل کانال صلب بررسی کرده و آهنگ انتقال گرما را در شرایط مختلف با سیال بدون افزودنی مقایسه کردند. نتایج بیانگر افزایش انتقال گرما تحت اثرات افزودنی‌ها از طریق افزایش عدد نوسلت متوسط می‌باشد [10]. قلم باز و همکاران تأثیر پره‌های انعطاف پذیر در آهنگ انتقال گرمای طبیعی را در یک حفره مربعی شکل با روش المان محدود به کمک روش دلخواه اویلری-لاگرانژی مورد تحلیل عددی قرار دادند. سطوح بالایی و پایینی در این طرح

عایق بوده و یکی از سطوح عمودی سرد و دیگری گرم می‌باشد و پره الاستیک بر روی سطح گرم قرار داده شده و مرتعش در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش طول باله درحال نوسان، عدد نوسلت به طور قابل ملاحظه افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل اختلاط جریان آهنگ انتقال گرما در پره الاستیک نسبت به پره ثابت افزایش می‌یابد [11]. علی و همکاران انتقال گرما با نوسان آزاد باله را موردمطالعه قراردادند و نقش نوسانات باله را در فرآیند اختلاط و انتقال گرما در یک جریان آرام دوبعدی به‌صورت عددی بررسی کردند. دامنه محاسباتی شامل چهار باله نصب‌شده بر روی دو دیوار مقابل است. در موارد انعطاف‌پذیر، نوسان باله باعث افزایش گرادیان سرعت و ایجاد گردابه می‌شود که گردابه‌های ایجادشده تأثیر قابل‌توجهی در بهبود انتقال گرما دارد [12]. اوزتوپ و فاتح مطالعات مختلفی را بر روی اثر برهمکنش شاره-جامد در انتقال حرارت در هندسه‌های مختلف صورت داده‌اند. آن‌ها اثر همرفت در یک حفره مثلثی گرم پرشده با نانو سیال که دارای یک جدار انعطاف‌پذیر می‌باشد را بررسی کردند.. نتایج نشان می‌دهد که انتقال گرما به عدد ریچاردسون و عدد رایله بستگی دارد. همچنین با افزایش اندازه الاستیسیته دیواره آهنگ انتقال گرما افزایش می‌یابد [13]. از دیگر مطالعات آن‌ها می‌توان به بررسی همرفت اجباری را در یک کانال منشعب با دیواره‌های الاستیک تحت تأثیر میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار دادند که از یک مانع رسانای L شکل برای کنترل میدان جریان استفاده شده است. برای حل معادلات حاکم از روش اجزای محدود گالرکین استفاده شده و روش دلخواه-لاگرانژی-اویلری برای توصیف حرکت سیال با دیواره‌های الاستیک تحت ارتعاش آزاد در کانال استفاده شده است. در این پژوهش اثرات پارامترهای مختلف مانند مدول الاستیک، طول الاستیک و اندازه موانع در ویژگی‌های جریان سیال و ویژگی‌های انتقال گرما همرفتی بررسی شده است. نتایج بیانگر این می‌باشد که اندازه و مدول الاستیک دیواره انعطاف پذیر در اندازه انتقال گرما مؤثر است. عدد نوسلت متوسط با بزرگتر شدن طول دیواره الاستیک حدود ۹٪ کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده شد که اندازه و جهت مانع L شکل تأثیر قابل توجهی در سرعت انتقال گرما دارد [14]. السابری و همکاران بر هم کنش شاره-جامد در انتقال گرمای جابجایی آزاد در یک محفظه مورب با یک پره نوسانی انعطاف پذیر و گرمایش جزئی را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش دو منبع حرارتی مختلف در مکان‌های مختلف در داخل گودال مایل قرار دارند که دیواره مایل درست در دمای پایین ثابت نگه‌داشته می‌شود، در حالی که سمت چپ با یک گرم‌کن هم دمای محلی، عایق حرارت داده می‌شود. همچنین یک باله الاستیک در بخش مرکزی دیواره عایق بالا قرار دارد. درآنالیز این کار روش المان محدود Galerkin با کمک روش دلخواه لاگرانژی-اویلری ALE در تحلیل عددی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده تأثیر اساسی یک پره نوسانی انعطاف‌پذیر بر جریان سیال و انتقال گرما در داخل حفره مایل است [15].صابر و همکاران به بررسی جریان همرفت در یک کانال دارای حفره با دیوار الاستیک پرداختند که یک منبع گرما مجزا در پایین حفره ثابت نگه‌داشته شده است درحالی‌که دیواره‌های دیگر عایق حرارتی هستند. سمت بالایی حفره در معرض جریان کانال قرار دارد. اثرات مدول الاستیسیته، شناوری و اینرسی به نسبت ویسکوز با در نظر گرفتن رینولدزهای مختلفی بررسی‌شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که حضور دیواره الاستیک در مقایسه با دیواره‌های صلب حفره، نرخ انتقال حرارت را تا ۱۷٪ بهبود می‌بخشد [16]. هاشم زاده و همکاران تأثیر انعطاف‌پذیری یک صفحه نازک گرم بر انتقال گرما را بررسی کردند. در این طرح صفحه گرم به‌صورت افقی بین دو صفحه عمودی سرد در نظر گرفته‌شده است و برای سیال‌های مختلف، عدد نوسلت را موردبررسی قرار داده‌اند. نتایج گزارش‌شده نشانگر این است که عدد پرانتل برعکس عدد رایله تأثیر ناچیزی بر مقدار عدد نوسلت دارد [17]. اسماعیل انتقال گرما در کانال با دیواره الاستیک را موردبررسی قرار داده است. در این کار سطح پایین جامد بوده و تحت شار گرمایی ثابت قرارگرفته و سطح بالایی الاستیک بوده و تحت ارتعاش آزاد موردبررسی قرارگرفته است. در دو طرف سطح الاستیک دو بفل جامد قرار داده‌شده است و نتایج در این حالت با یک کانال مشابه بدون بفل مقایسه شده است. نتایج ، نشانگر افزایش ۹۴٪ عدد نوسلت متوسط در این طرح در مقایسه با کانال بدون بفل می‌باشد [18]. رضوی و دانnده با در نظر گرفتن جریان پوازی که جدار پایینی تحت دمای ثابت بوده و جدار فوقانی عایق می‌باشد، جایگزینی جدار الاستیک را بررسی کرده و به تأثیر اندازه دامنه ارتعاشی جدار الاستیک بر انتقال گرما پرداختند. نتایج بررسی نشان می‌دهد به افزایش دامنه ارتعاشی عدد نوسلت متوسط افزایش یافته و دمای متوسط خروجی بیشتر از حالت کانال با جدار صلب می‌باشد [19].

در بیشتر مطالعات صورت گرفته به بررسی تغییرات میدان سرعت و دمای ناشی از ارتعاش سطح گرم الاستیک پرداخته‌شده است؛ اما در این پژوهش سعی شده است به بررسی تأثیر مود های

ارتعاشی نوسانگر پرداخته شود. در حقیقت در این پژوهش مجرایی با سطوح جامد و الاستیک عایق در نظر گرفته‌شده است و استوانه محصور در کانال در دمای ثابت با سیال عامل عبوری تبادل گرما دارد. ارتعاش سطح الاستیک، سیال عبوری از کانال را تحت تأثیر قرار می‌دهد و موجب می‌شود پروفیل سرعت در هرلحظه تغییر یابد. به همین دلیل اندازه آهنگ انتقال گرما و پروفیل دما با زمان تغییر خواهند کرد. درحقیقت در این مطالعه با در نظر گرفتن سطح الاستیک و توسعه این طرح، تأثیر مکان، دامنه و فرکانس ارتعاشی جدار الاستیک بر آهنگ انتقال گرما بررسی شود؛ اما نوآوری اصلی این کار ارتعاش اجباری بودن نوسانگر هست. در بیشتر کارهای صورت گرفته سطح الاستیک تحت نیروی واردشده از سیال عامل عبوری شروع به نوسان آزادانه کرده و سطح الاستیک تحت ارتعاش آزاد بر جریان تأثیر می‌گذارد در این‌گونه موارد مدول یانگ عامل اصلی در میزان نوسان سطح می‌باشد؛ اما در کار حاضر سطح الاستیک تحت ارتعاش اجباری سینوسی در دامنه و فرکانس‌های مختلف و معین قرار دارد. ازاین‌رو در هر دامنه، هر سه فرکانس مورد نظر بررسی شده است و تاثیر هر پارامتر در تغییر عدد نوسلت، متوسط دمای خروجی و ضریب پسای استوانه در هر سه مود ارتعاشی در دو عدد رینولدز بررسی شده است که قبلاً بررسی همه این شرایط به‌ندرت موردمطالعه قرارگرفته است که نوآوری دیگر این کار است. از جمله موارد استفاده از جدار الاستیک میتوان به هواسازها، مبدل‌های حرارتی و خنک کاری قطعات الکترونیکی اشاره کرد.

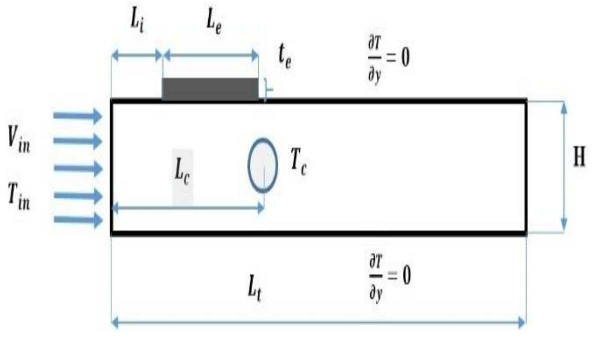
هندسه و معادلات حاکم

با توجه به اینکه قبلاً جریان روی استوانه محصور در کانال با مرزها الاستیک بررسی نشده است، نتایج کانال صلب این مسئله با نتایج پژوهش شاهین و آتالیک [10] مورد راستی آزمایی قرارگرفته است. نتایج اعتبار سنجی در جدول (۱) آورده شده است که با توجه به خطای کم، قابل‌قبول می‌باشد. بعد از اطمینان از نتایج حاصل از کانال صلب، اقدام به جایگزینی جدار الاستیک در همان هندسه راستی آزمایی شده گردیده است و نتایج کانال با جدارهای الاستیک با نتایج کانال صلب اعتبار سنجی شده مقایسه شده است؛ بنابراین تنها تفاوت هندسه کانال الاستیک با هندسه کانال صلب جایگزین شدن جدار الاستیک در قسمتی از سطح بالایی کانال صلب می‌باشد.

جدول ۱ اعتبار سنجی عدد نوسلت متوسط با سیال عامل آب با مرجع [10]

	عدد نوسلت میانگین
پژوهش حاضر	۱۳/۳۴
شاهین و آتالیک [7]	۱۳/۳۶
خطا	۰/٪۱۵

مدل فیزیکی هندسه موردنظر کانال الاستیک در شکل (۱) نشان داده‌شده است که در بخشی از مرز بالایی، جدار الاستیک جایگزین جدار صلب هندسه پایه شده است. در مسأله موردنظر سیال عامل هوا می‌باشد که با سرعت یکنواخت وارد کانال دوبعدی می‌شود. استوانه مدور در داخل این کانال در دمای ۳۴۳/۱۵ K ثابت نگه‌داشته شده و تمام سطوح این کانال عایق می‌باشد. دمای جریان یکنواخت ورودی ۲۹۳/۱۵ K ارتفاع کانال 4D، طول کانال 30D، فاصله استوانه از ورودی کانال 12D و سرعت یکنواخت ورودی با توجه به رینولدزهای مختلف بررسی‌شده، تعیین گردیده است. طول سطح الاستیک جایگزین شده ۱۰D ضخامت آن$\frac{D}{4}$و مدول یانگ آن 50MPa می‌باشد و بقیه شرایط مشابه شرایط کانال صلب می‌باشد.



شکل ۱ مشخصات هندسی و شرایط مرزی کانال صلب و الاستیک

فیزیک معرفی شده در نرم افزار کامسول ۵/۵ شبیه‌سازی شده است. اساس این نرم افزار روش المان محدود می‌باشد که با روش مستقیم LU حل شده است. همچنین برای حل معادلات غیرخطی از روش گالرکین استفاده شده است و تمام معادلات به هم کوپل شده‌اند. همچنین با توجه به تغییر مرز های مساله از مش بندی متحرک استفاده شده است که برای حل معادلات آن از روش اختیاری اویلر-لاگرانژی استفاده شده است. برای همگرا شدن و دقت کافی نتایج گام زمانی حلگر طبق جدول (۲)، حداکثر ۰/۰۳ در نظر گرفته شده است.

جدول ۲ استقلال نتایج از گام زمانی

	عدد نوسلت میانگین
۰/۱	۱۵/۱
۰/۰۵	۱۵/۱۶
۰/۰۳	۱۵/۲۱
۰/۰۱	۱۵/۲۲

با در نظر جریان آرام، دوبعدی، ناپایا و تراکم ناپذیر همراه با انتقال گرمای جابجایی اجباری در کانال افقی و صرف‌نظر از اثر نیروی گرانش، معادلات حاکم پیوستگی (۲)، مومنتوم (۳) و انرژی (٤) برای سیال و سطح الاستیک از روش اختیاری اویلر-لاگرانژی به‌صورت زیر می‌باشد [11,20].

$$\nabla.V = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V - \boldsymbol{V}^{ms}).\nabla V = -\frac{1}{\rho_f}\nabla p + v_f \nabla^2 V \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (V - \boldsymbol{V}^{ms}).\nabla T = \alpha_f \nabla^2 T \qquad (۳)$$

$$\rho_f.\frac{\partial^2 \boldsymbol{d_s}}{\partial t^2} = F_f + \nabla.\sigma_s \qquad (٤)$$

در روابط بالا t زمان، υ ویسکوزیته سینماتیکی، V^{ms} سرعت حرکت شبکه، α ضریب پخش، ρ چگالی، d_s جابجایی سطح الاستیک، σ_s تانسور تنش کوشی و F_s نیروی خارجی می‌باشد. از طرفی با توجه به شکل (۱) شرایط مرزی مساله به‌صورت معادلات (٦و٥) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &u = V_{in}, v = 0 \ , T = T_{in} \quad at \quad x = 0 \\ &p = p_{out} \ at \quad x = L \\ &u = 0, v = 0\frac{\partial T}{\partial y} \ at \quad y = 0 \\ &u = 0, v = 0, T = T_s \quad \text{سطح استوانه} \end{aligned} \qquad (٥)$$

در این روابط p_O فشار مقطع خروجی کانال می‌باشد. برای تعیین شرط مرزی فوقانی کانال با توجه به صلب و الاستیک بودن هر قسمت از رابطه (٦) استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} &u = 0, v = 0\frac{\partial T}{\partial y} \ \ at \ \ y = H \quad \text{بخش صلب کانال} \\ &u = u_s, v = v_s \ , \frac{\partial T}{\partial y} \ \ at \ \ y = H \quad \text{بخش الاستیک کانال} \end{aligned} \qquad (٦)$$

u_s و v_s به ترتیب سرعت در جهت x و y است. همچنین در حل معادلات برهم‌کنش شاره- جامد باید دو شرط مرزی نشان داده‌شده در معادله (۷) که شرط مطابقت جابجایی و تنش است برقرار باشد [11].

$$\frac{\partial \boldsymbol{d_s}}{\partial t} = \boldsymbol{V} \ , \ \sigma_s = \sigma_f \qquad (۷)$$

که σ_f تنش سیال می‌باشد. برای تعیین اثر برهم‌کنش شاره-جامد بر آهنگ انتقال گرما عدد نو سلت میانگین لحظه‌ای موردبرر سی قرار می‌گیرد که به‌صورت معادله (۸) محاسبه می‌شود [21].

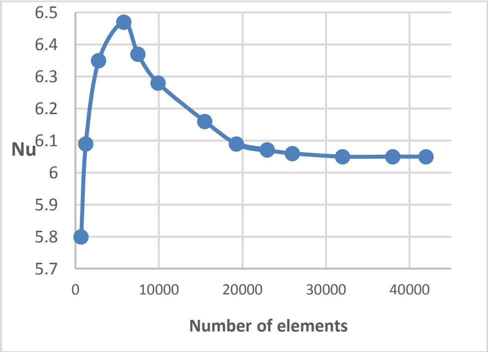
$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}.D_h}{k_f}, h_x = \frac{q"}{T_s - T_{in}} \ , \bar{h} = \frac{1}{L}\int h_x dx \qquad (۸)$$

در این روابط $\overline{Nu}$ عدد نوسلت میانگین لحظه‌ای، $\bar{h}$ ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط، D_h قطر هیدرولیکی کانال، k_f ضریب رسانش سیال، h_x ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی، q'' شار حراتی منتقل‌شده از سطح می‌باشد. یکی دیگر از پارامترهای موردبررسی، ضریب اصطکاک در کانال است که با تنش روی سطح استوانه ارتباط داشته و مقدار تحلیلی آن در رابطه (۹) آورده شده است [2].

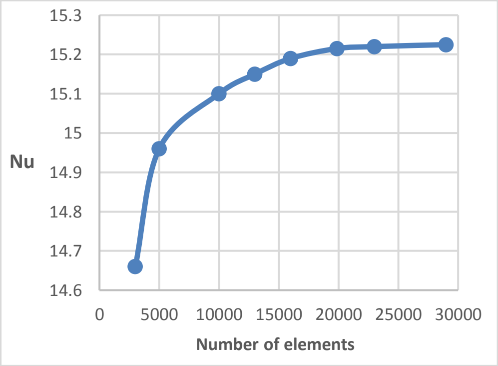
$$C_d = 2\frac{\oint \tau_c.dA}{\rho.V_{in}.A} \qquad (۹)$$

که در این روابط C_d ضریب درگ، τ_c تنش روی سطح استوانه و A سطح تصویر شده استوانه می‌باشد.

با در نظر گرفتن شبکه‌بندی مثلثی و سیال عامل هوا، به بررسی استقلال نتایج از شبکه پرداخته‌شده است. از طرفی با توجه به ارتعاش جدار الاستیک، باید شبکه‌بندی در اطراف جدار الاستیک ریزتر باشد بنابراین برای هردو کانال الاستیک و صلب استقلال نتایج از شبکه بررسی شده است. مساله موردنظر در تعداد شبکه‌های مختلف برای عدد نوسلت میانگین حل‌شده است و بر این اساس با تکرار حل مساله در تعداد شبکه مختلف و اطمینان از استقلال جواب‌ها، شبکه با تعداد ۲۳۲۲۱ سلول برای هندسه صلب و شبکه با تعداد ۱۹۹۵٦ سلول برای کانال الاستیک موردنظر انتخاب‌شده است که نتایج مربوط به آن‌ها به ترتیب در شکل‌های (۲ و ۳) نشان داده‌شده است.



شکل ۲ نمودار استقلال جواب عدد نوسلت متوسط از شبکه در کانال صلب در Re=100 با سیال عامل هوا

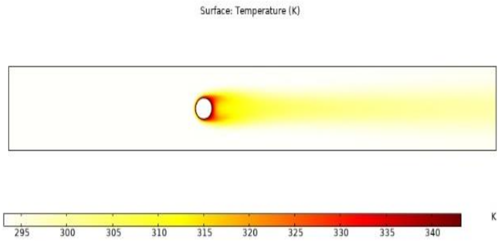


شکل ۳ نمودار استقلال جواب عدد نوسلت متوسط از شبکه در کانال الاستیک در Re=100 با سیال عامل هوا

تفسیر و تحلیل نتایج

بعد از انتخاب شبکه مناسب ابتدا هندسه پایه حل‌شده و سپس کانال الاستیک در شرایط مختلف تحت ارتعاش سینوسی مورد شبیه‌سازی قرارگرفته و نتایج حاصل از آن‌ها با یکدیگر و بانتایج کانال صلب مقایسه شده است. برای کانال الاستیک دو پارامتر دامنه و فرکانس ارتعاشی هرکدام در سه حالت متفاوت مورد بررسی قرارگرفته است. به صورتیکه در مود های اول، دوم و سوم ارتعاشی در هر دامنه، سه فرکانس مختلف بررسی شده است و این بررسی در اعداد رینولدزهای ۱۰۰ و ۲۰۰ انجام گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده بعد از طی مدت معینی در حدود ۳۰ ثانیه در دوره تناوب‌های متناظر با فرکانس ارتعاشی، پایدار می‌شوند. ازاین‌رو پارامترهای موردنظر با توجه ثابت بودن جواب‌ها در یک دوره تناوب به دست می‌آید. با توجه به فراوانی نتایج، توزیع دماهای هر مورد تنها در رینولدز ۱۰۰ و در دو زمان خاص نشان داده‌شده است. در حقیقت با توجه به ناپایا بودن مساله و جواب ها، با گذشت مدت زمان ۳۰ ثانیه نتایج تقریبا ثابت شده و نتایج گزارش شده، میانگین جواب های ناپایا در دوره تناوب مختص آن فرکانس می‌باشد.

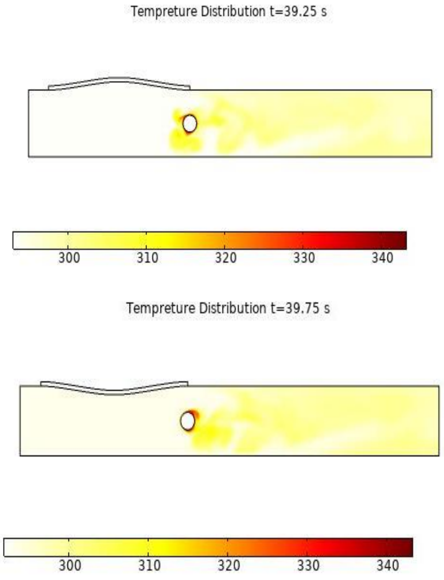
کانال صلب. بعد از اعتبار سنجی نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان در کانال صلب، مساله در رینولدزهای مختلف دیگر در کانال صلب بررسی شده است. همان‌طور که شکل (٤) توزیع دما در کانال صلب را نشان می‌دهد، هوا با عبور از روی استوانه گرم شده و فقط در ناحیه ویک دمای سیال افزایش می‌یابد و دمای سیال در نزدیکی جدارها بدون هیچ افزایشی از کانال خارج می‌شود.



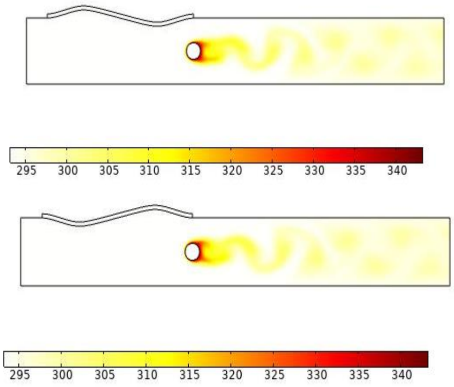
شکل ٤ توزیع دما در طول کانال صلب در Re=100

کانال الاستیک. در کانال الاستیک با در نظر گرفتن شکل (۱) و هندسه تعریف شده، ارتعاش جدار در مود های اول، دوم و سوم را بررسی کرده و نتایج با کانال صلب مقایسه شده است. در این قسمت در هر مود، سه دامنه مختلف و در هر دامنه، سه فرکانس مختلف بررسی شده است. دامنه‌های مورد بررسی ۰/۵D,۰/۷۵D,۱D می‌باشد و فرکانس‌های ۲Hz، ۱ و ۰/۵ برای شبیه سازی در نظر گرفته شده است که توزیع دما در طول کانال در فرکانس ۱Hz برای درک بهتر در ادامه نشان داده شده است. لازم به ذکر است محاسبات در دو سرعت متفاوت و رینولدزهای ۱۰۰ و ۲۰۰ انجام گرفته است که توزیع دما در رینولدز ۱۰۰ برای نمونه در این بخش آورده شده است.در ادامه به بررسی توزیع دما در هر سه مود و دامنه تعریف شده پرداخته شده است. شکل‌های (۷-۵) که توزیع دما در دامنه ۰/۵D در هر سه مود را نشان می‌دهد بیانگر این است که مودهای دوم و سوم تفاوت کمی با توزیع دما کانال صلب دارند و کانتور مود اول بیشترین تفاوت را دارد؛ بنابراین در صورتیکه جدار الاستیک در مود اول نوسان کند با توجه به اینکه بیشترین حجم از سیال را تحت تأثیر

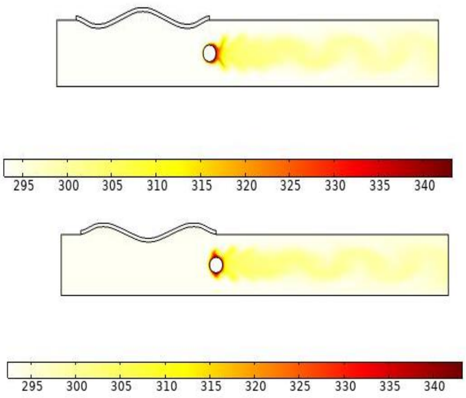
قرار می‌دهد در مشخصه‌های سیال اثر زیادی دارد. از طرف دیگر وقتی نوسانگر در مود دوم ارتعاش می‌کند، عملاً در جابجایی سیال اتفاق خاصی نمی‌افتد و جریان بین دو قله نوسان جابجا می‌شود و به همین دلیل تفاوت چندانی با جدار صلب ندارد. شکل‌های (۱۰-۸) و شکل‌های (۱۳-۱۱) توزیع دما را به ترتیب در دامنه‌های ۰/۷۵ D و 1D نشان می‌دهند. در این فیزیک‌ها نیز اهمیت ارتعاش در مود اول نسبت به مودهای دوم و سوم نمایان است.



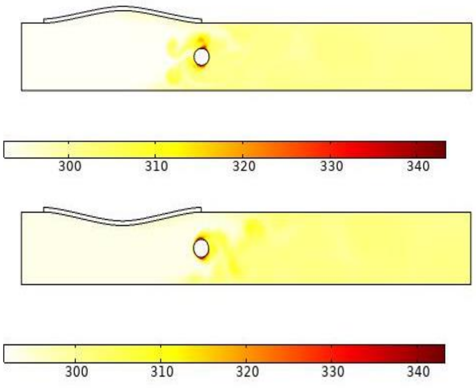
شکل ۵ توزیع دما کانال الاستیک مود اول در A_1=0.5D f_2=1Hz و Re=100



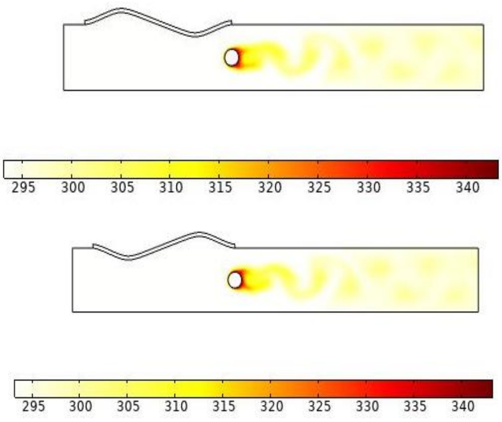
شکل ٦ توزیع دما کانال الاستیک مود دوم در A_1=0.5D f_2=1Hz و Re=100



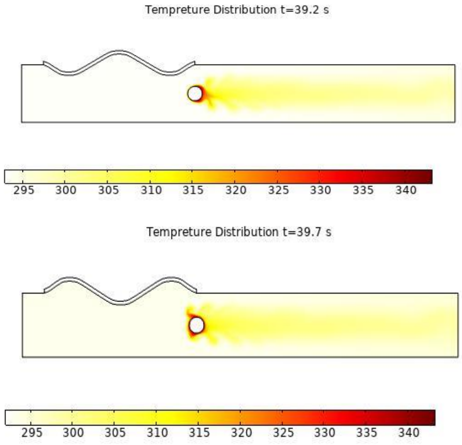
شکل ۷ توزیع دما کانال الاستیک مود سوم در A_1=0.5D f_2=1Hz و Re=100



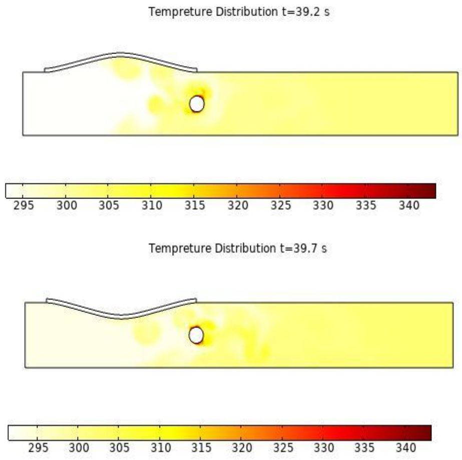
شکل ۸ توزیع دما کانال الاستیک مود اول در A_2=0.75D f_2=1Hz و Re=100



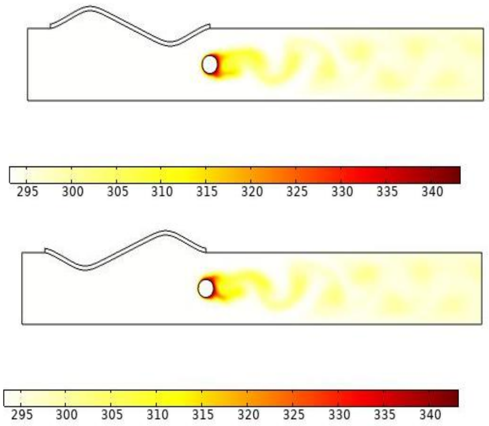
شکل ۹ توزیع دما کانال الاستیک مود دوم در A_2=0.75D f_2=1Hz و Re=100



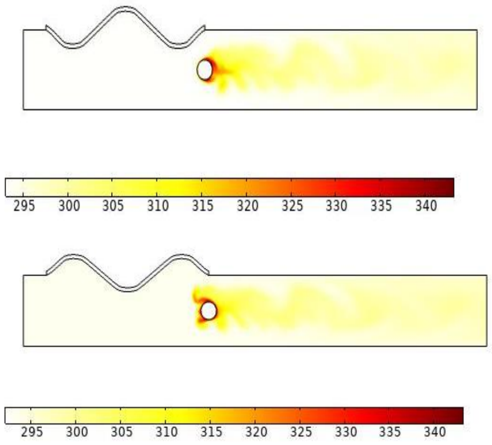
شکل ۱۰ توزیع دما کانال الاستیک مود سوم در A_2=0.75D f_2=1Hz و Re=100



شکل ۱۱ توزیع دما کانال الاستیک مود اول در A_3=1D f_2=1Hz و Re=100

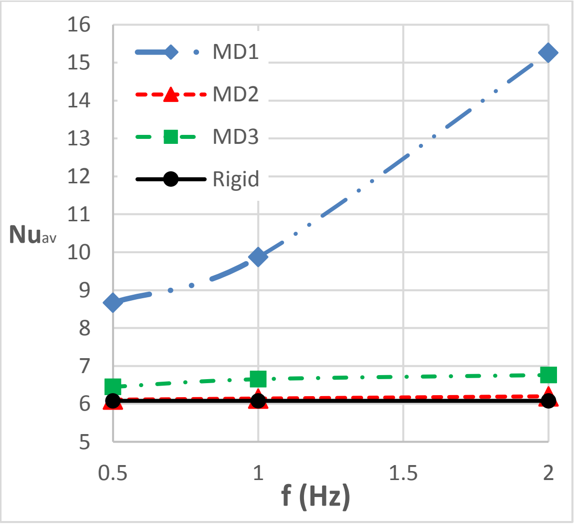


شکل ۱۲ توزیع دما کانال الاستیک مود دوم در A_3=1D f_2=1Hz و Re=100

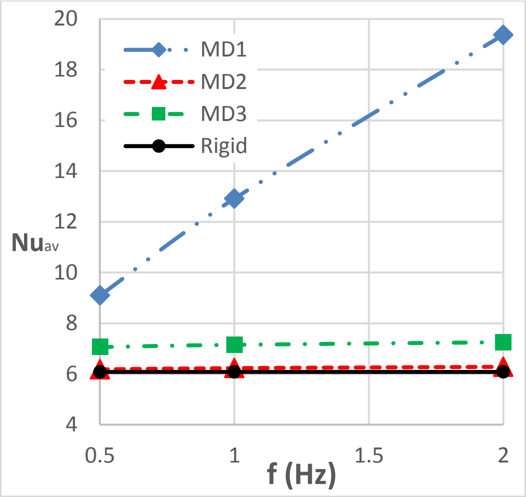


شکل ۱۳ توزیع دما کانال الاستیک مود سوم در A_3=1D f_2=1Hz و Re=100

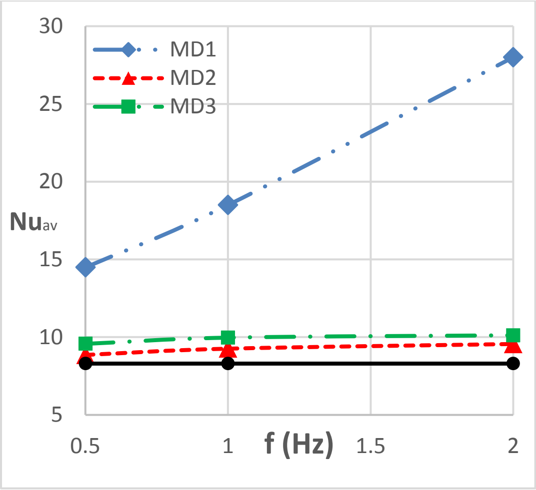
در انتها برای جمع‌بندی نتایج، نمودار عدد نوسلت، دمای متوسط خروجی و ضریب پسای استوانه را در هر سرعت و هر مود برحسب فرکانس نشان داده و با نتایج کانال صلب مقایسه شده است. با مشاهده نمودارهای عدد نوسلت مشاهده می‌شود با افزایش فرکانس در همه مودها انتقال گرما افزایش می‌یابد. با توجه به شکل‌های (۱۴–۱۹) مشاهده می شود که مطابق انتظار عدد نوسلت متوسط در مود سوم و مخصوصاً مود دوم کمترین افزایش را داشته است و ارتعاش نوسانگر در مود اول افزایش قابل توجهی در خصوص عدد نوسلت متوسط را به همراه دارد.



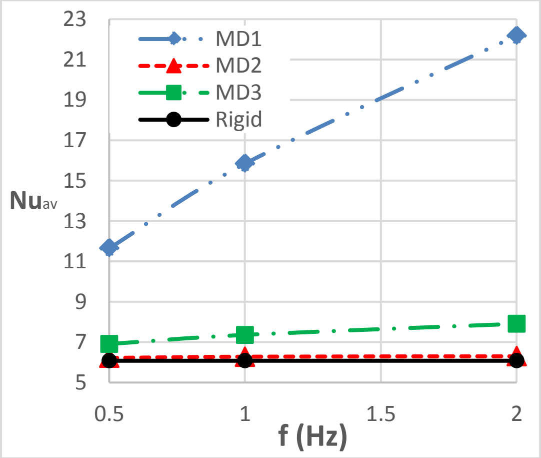
شکل ۱۴ عدد نوسلت متوسط کانال الاستیک در A_1=0.5D و Re=100



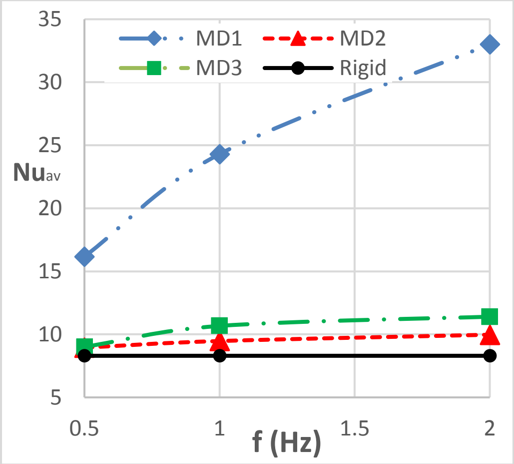
شکل ۱۵ عدد نوسلت متوسط کانال الاستیک در $0.75DA_2=$ و Re=100



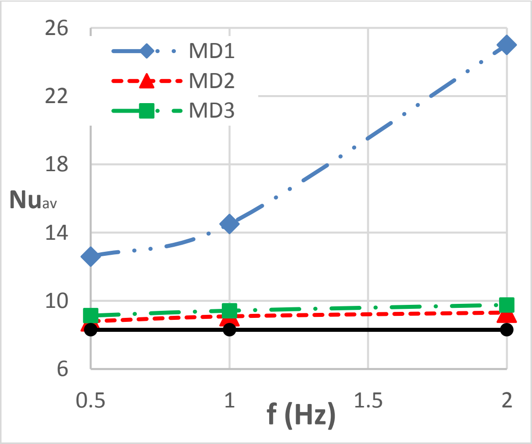
شکل ۱۸ عدد نوسلت متوسط کانال الاستیک در $0.75DA_2=$ و Re=200



شکل ۱۶ عدد نوسلت متوسط کانال الاستیک در $1DA_3=$ و Re=100

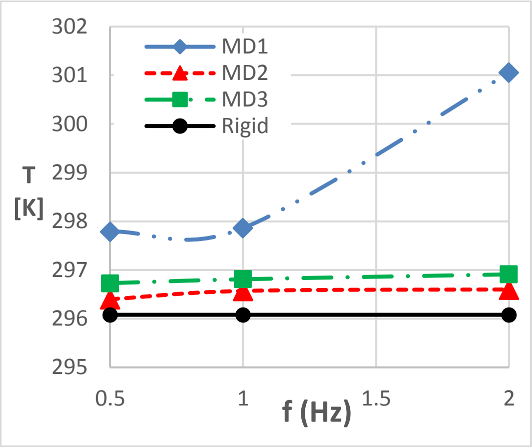


شکل ۱۹ عدد نوسلت متوسط کانال الاستیک در $1DA_3=$ و Re=200

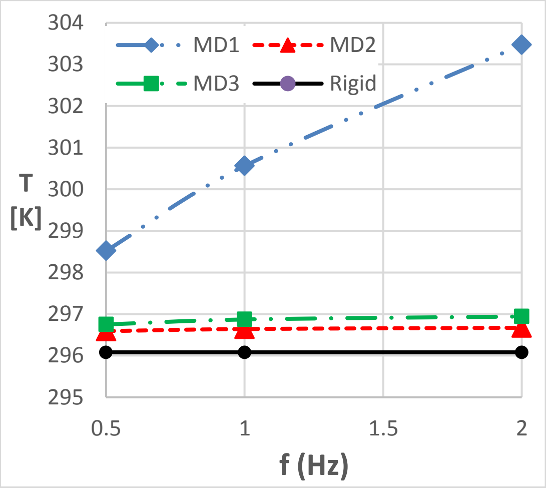


شکل ۱۷ عدد نوسلت متوسط کانال الاستیک در $0.5DA_1=$ و Re=200

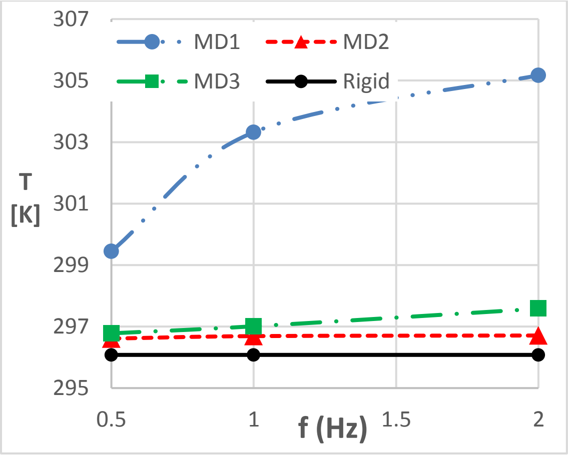
در ادامه نمودارهای متوسط دمای خروجی در شکل‌های (۲۰–۲۵) نشان داده شده است. مطابق نتایج ارتعاش نوسانگردر مود اول تأثیر بسیار زیادی بر افزایش عدد نوسلت دارد. از افزایش عدد نوسلت متوسط در مود های دوم و سوم نسبت به کانال صلب کم‌تر می‌باشد. از طرفی نتایج نشان می‌دهد با افزایش دامنه و فرکانس موجب افزایش عدد نوسلت متوسط و دمای خروجی متوسط می‌شود. در حقیقت با افزایش دامنه سیال بیشتری تحت اثر نوسانگر قرار می‌گیرد و با توجه به تغییرات بیشتر سطح مقطع کانال، سرعت جریان افزایش داشته و موجب افزایش عدد نوسلت متوسط و دمای خروجی متوسط می‌شود. از طرف دیگر با افزایش فرکانس، جدار الاستیک سریعتر ارتعاش کرده و سیال بیشتر تحت تأثیر نوسانگر قرار گرفته و عدد نوسلت متوسط و دمای خروجی متوسط بیشتر افزایش می‌یابد.



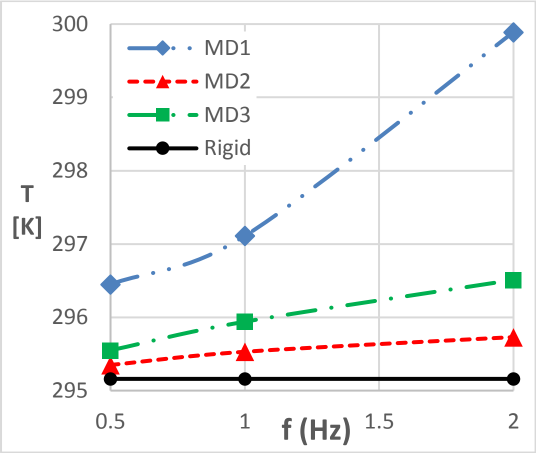
شکل ۲۰ دمای متوسط خروجی کانال الاستیک در A_1=0.5D و Re=100



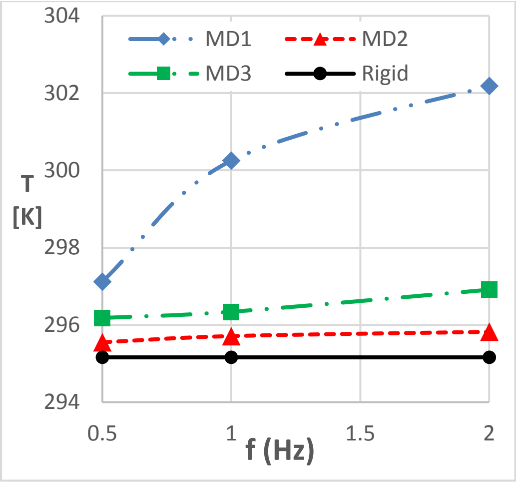
شکل ۲۱ دمای متوسط خروجی کانال الاستیک در A_2=0.75D و Re=100



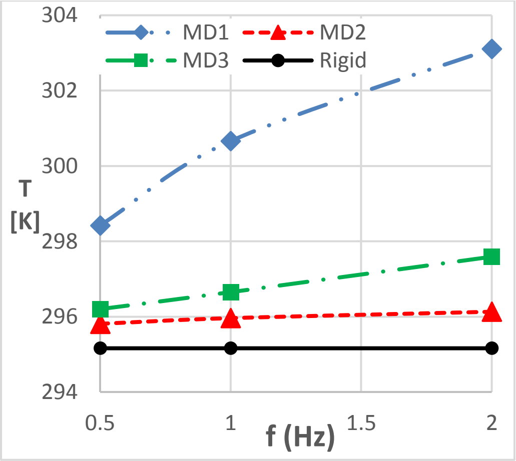
شکل ۲۲ دمای متوسط خروجی کانال الاستیک در A_3=1D و Re=100



شکل ۲۳ دمای متوسط خروجی کانال الاستیک در A_1=0.5D و Re=200

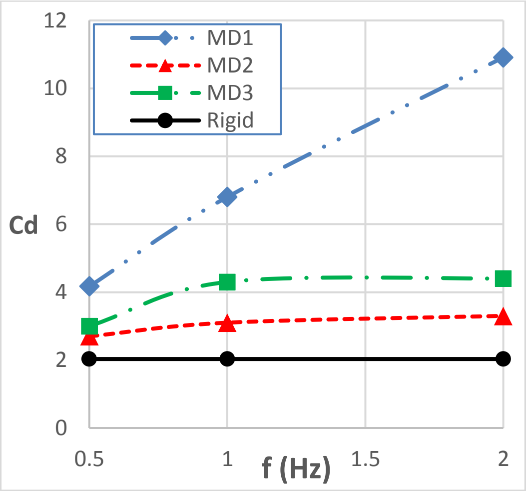


شکل ۲٤ دمای متوسط خروجی کانال الاستیک در A_2=0.75D و Re=200

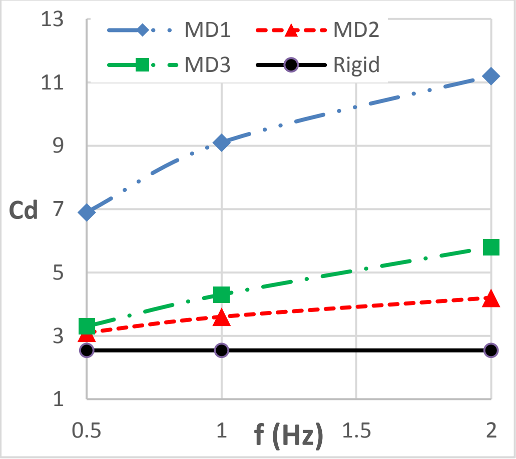


شکل ۲۵ دمای متوسط خروجی کانال الاستیک در A_3=1D و Re=200

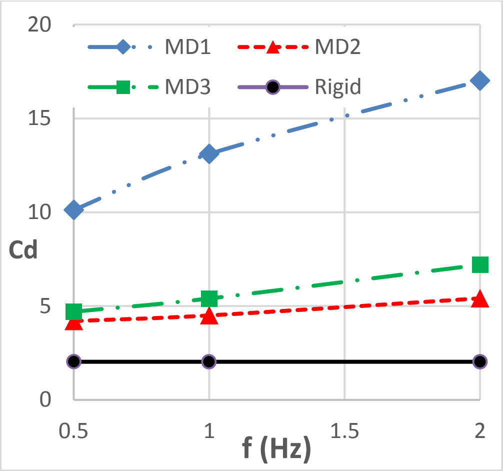
در انتها در شکل‌های (۲۶–۳۱) ضریب پسای استوانه در مود های مختلف بررسی شده است که نتایج مشابه پارامترهای قبلی تأثیر زیاد ارتعاش در مود اول نسبت به مودهای دوم و سوم را نشان می‌دهد. از طرفی ضریب پسای استوانه با افزایش دامنه نوسانی که منجر به تغییرات شدید فشار در طول کانال می‌باشد، افزایش می‌یابد. از طرفی در دامنه نوسانی کم ضریب پسا به ضریب پسای استوانه محصور در کانال صلب نزدیک می‌باشد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که ضریب پسای استوانه با افزایش فرکانس افزایش می‌یابد.



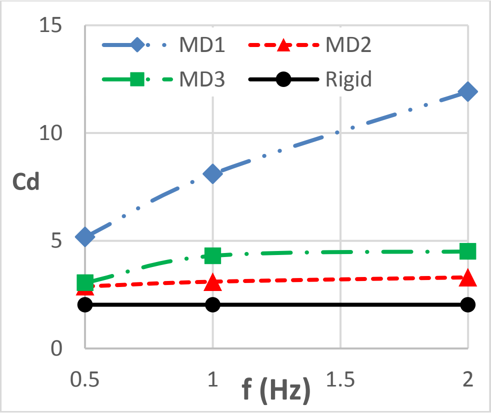
شکل ۲۶ ضریب پسای استوانه محصور درکانال الاستیک در $A_1=0.5D$ و Re=100



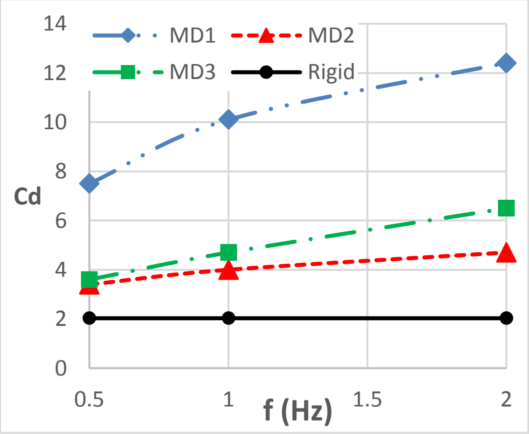
شکل ۲۷ ضریب پسای استوانه محصور درکانال الاستیک در $A_2=0.75D$ و Re=100



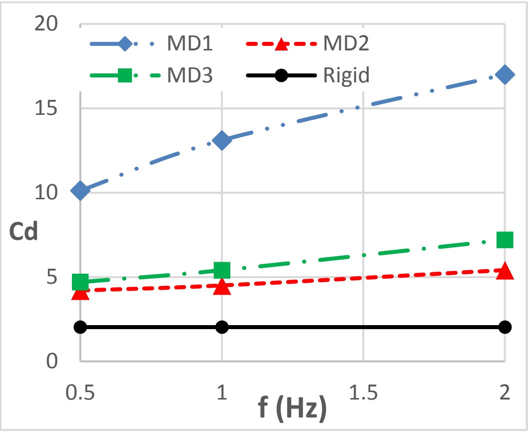
شکل ۲۸ ضریب پسای استوانه محصور درکانال الاستیک در $A_3=1D$ و Re=100



شکل ۲۹ ضریب پسای استوانه محصور درکانال الاستیک در $A_1=0.5D$ و Re=200



شکل ۳۰ ضریب پسای استوانه محصور درکانال الاستیک در $A_2=0.75D$ و Re=200



شکل ۳۱ ضریب پسای استوانه محصور درکانال الاستیک در A_3=1D و Re=200

همانطور که در نمودارها و توزیع دما مشاهده می‌شود با افزایش فرکانس قدرت گردابه ها افزایش می‌یابد. در حقیقت با افزایش فرکانس سرعت اختلاط افزایش یافته و سیال بیشتر تحت تاثیر نوسانگر قرار می‌گیرد که در بهترین حالت ارتعاشی که مود اول می‌باشد این تاثیر گذاری اثر بخشی بیشتری دارد.

همچنین با مشاهده نتایج مشاهده می‌شود که عدد نوسلت در بهترین حالت که ارتعاش در مود اول می‌باشد ۳۵۰٪ افزایش می‌یابد که این میزان موجب افزایش تا ۱۰ درجه ای دمای سیال خروجی می‌باشد. از طرف دیگر ضریب پسا استوانه نیز در این حالت ۵۰۰٪ افزایش یافته است که در مجموع با توجه به میزان بهبود انتقال حرارت قابل قبول است.

نتیجه گیری

در این پژوهش برهم‌کنش سیال - جامد با روش المان محدود گالرکین و با استفاده از معادلات دلخواه اویلری- لاگرانژی در یک کانال دوبعدی افقی با سیال عامل هوا بررسی‌شده است. یک استوانه در مرکز کانال عایق در دمای ثابت قرارگرفته است. قسمتی از سطح بالایی کانال با سطح الاستیک جایگزین شده است. دامنه، فرکانس و مود ارتعاشی سطح الاستیک در رینولدزهای مختلف موردبررسی قرارگرفته است. ارتعاش جدار الاستیک موجب تغییر در رفتار جریان می‌شود که نتایج به‌دست‌آمده از حل عددی در زیر آورده شده است.

۱. نوسان سطح الاستیک موجب می‌شود خطوط جریان برخلاف کانال صلب پایدار نبوده و هرلحظه تغییر کرده و گردابه‌هایی با قدرت‌های مختلف در طول کانال به وجود آید.

۲. با افزایش دامنه و افزایش سطح مقطع عبوری، سیال پایین‌دست به دلیلی افزایش یافتن حجم داخل کانال و کاهش فشار در نزدیکی جدار الاستیک به سمت بالادست حرکت کرده و موجب ایجاد جریان بازگشتی در داخل کانال می‌شود. از طرف دیگر با حرکت دامنه در جهت کاهش سطح مقطع با توجه به ثابت بودن دبی ورودی به کانال، سرعت جریان افزایش‌یافته و با عبور از سطح استوانهٔ گرم علاوه بر دریافت مجدد گرما، موجب به وجود آمدن گردابه‌های جدید در کانال می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد با افزایش بیشینه دامنه و فرکانس عدد نوسلت و متوسط دمای خروجی افزایش می‌یابد.

۳. ایجاد جریان‌های برگشتی نا شی از نو سان سطح الا ستیک موجب تداخل بیشتر جریان شده و علاوه بر یکنواخت شدن توزیع د ما در دا خل کا نال مو جب افزایش آهنگ گر مای منتقل شده از سطح به جریان می شود. این مقدار با افزایش بیشینه دامنه و فرکانس نیز به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد.

٤. با توجه به وجود مؤلفه عرضی سرعت جریان ناشی از ارتعاش جدار الاستیک و مورب بودن خطوط جریان، می‌توان رسوب‌زدایی از سطوح را نیز از مزیت‌های جایگزینی سطح الاستیک در کانال صلب نام برد.

تقدیر و تشکر

بدینوسیله نویسندگان برخود لازم میدانند از مدیریت و تیم فنی کارخانجات سیمان صوفیان بابت همکاری در زمینه آنالیز ارتعاشات تقدیر و تشکر کنند.

واژه نامه

برهمکنش شاره- جامد	Fluid Solid Interaction
دامنه ارتعاشی	Vibration Amplitude
فرکانس ارتعاشی	Vibration Frequency
عدد نوسلت	Nusselt Number

فهرست علائم

علائم انگلیسی

D	قطر (m)
d	بردار جابجایی (m)

E	مدول الاستیسیته (N/m^2)	**علائم یونانی**	
F	نیروی وزن (N)	τ	تنش برشی (pa)
A	مساحت سطح تصویر شده (m^2)	α	ضریب نفوذ گرمایی ($\frac{m^2}{s}$)
H	ارتفاع کانال (m)	ρ	چگالی ($\frac{kg}{m^3}$)
h	ضریب انتقال گرما جابجایی ($\frac{W}{m^2.K}$)	μ	ویسکوزیته دینامیکی (pa.s)
k	ضریب انتقال گرما رسانش ($\frac{W}{m.K}$)	σ	تانسور تنش کوشی (pa)
L	طول کانال (m)	α	ضریب نفوذ گرمایی ($\frac{m^2}{s}$)
Nu	عدد نوسلت	**زیرنویس‌ها**	
P	فشار (pa)	in	ورودی
Δp	افت فشار (pa)	out	خارج
Re	عدد رینولدز	f	سیال
T	دما (K)	s	جامد
t	زمان (s)	x	محلی
C_d	ضریب درگ استوانه	av	متوسط
u	سرعت درجهت x ($\frac{m}{s}$)	h	هیدرولیکی
v	سرعت درجهت y ($\frac{m}{s}$)	c	استوانه
V	بردار سرعت ($\frac{m}{s}$)	e	الاستیک
q	شار حرارت انتقالی ($\frac{W}{m^2}$)	t	کل

مراجع

1. Shankar V., "Stability of fluid flow through deformable tubes and channels", *An overview, Sadhana*, Vol.40, No.3, Pp.925-943, (2015).
2. Aydın,O. and Avcı, M.," Analysis of laminar heat transfer in micro-Poiseuille flow", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.46, Vol. 1, Pp.30-47, (2017).
3. Khan,W., Culham, J. and Yovanovich M.," Fluid flow and heat transfer from a cylinder between parallel planes", *Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 18, No.3, Pp.395-403, (2004;).
4. HAIDER,MJ., Danish,SN., Khan,W., Mehdi,SU.and Abbasi,BA.," Heat transfer and fluid flow over circular cyclinders in cross flow", *NUST Journal of Engineering Sciences*, Vol.3, No. 1, Pp.67-77, (2004;).
5. Tiwari,S., Chakraborty,D., Biswas,G. and Panigrahi,P.," Numerical prediction of flow and heat transfer in a channel in the presence of a built-in circular tube with and without an integral wake splitter", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.48, No. 2, Pp.439-53, (2005).
6. Chen,G., Liang, X-F., Li, X-B., Zhou, D. and Lien, F-s.," Numerical investigation of vortex induced vibration effects on the heat transfer for various aspect ratios ellipse cylinder", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.170, Pp.107-138, (2021).
7. Kumar,V., Garg, H., Sharma, G. and Bhardwaj, R.," Harnessing flow-induced vibration of a D-section cylinder for

convective heat transfer augmentation in laminar channel flow", *Physics of Fluids*, Vol.32, No. 8, Pp.083-103, (2020).

8. Fu, W-S. and Tong, B-H., " Numerical investigation of heat transfer from a heated oscillating cylinder in a cross flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.45, No. 14, Pp.33-43, (2002).
9. Cheraghi, M., Raisee, M.and Moghaddami, M.," Effect of cylinder proximity to the wall on channel flow heat transfer enhancement", *Comptes Rendus Mécanique*, Vol.342, No. 2, Pp63-72, (2014).
10. Şahin, Ç. and Atalık, K., " Effects of polymer/surfactant additives on forced convective heat transfer in vortex shedding flow past a circular cylinder", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 145, Pp.106-131, (2019).
11. Ghalambaz, M., Jamesahar, E., Ismael, MA. and Chamkha, AJ., "Fluid-structure interaction study of natural convection heat transfer over a flexible oscillating fin in a square cavity", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.111, Pp256-273, (2017).
12. Ali, S., Habchi, C., Menanteau, S., Lemenand, T. and Harion, J-L., " Heat transfer and mixing enhancement by free elastic flaps oscillation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.85, Pp.250-264, (2015).
13. Selimefendigil, F. and Öztop, HF., " Mixed convection in a partially heated triangular cavity filled with nanofluid having a partially flexible wall and internal heat generation", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol.70, Pp.168-78, (2017).
14. Selimefendigil, F. and Öztop, HF., " Forced convection in a branching channel with partly elastic walls and inner L-shaped conductive obstacle under the influence of magnetic field", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.144, Pp.118-138, (2019).
15. Alsabery, A., Sheremet, M., Ghalambaz, M., Chamkha, A. and Hashim, I., " Fluid-structure interaction in natural convection heat transfer in an oblique cavity with a flexible oscillating fin and partial heating", *Applied Thermal Engineering*, Vol.145, Pp.80-97, (2018).
16. Sabbar, WA., Ismael, MA. and Almudhaffar, M., " Fluid-structure interaction of mixed convection in a cavity-channel assembly of flexible wall", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.149, Pp.73-83, (2018).
17. Zadeh, SMH., Mehryan, S., Izadpanahi, E. and Ghalambaz, M.," Impacts of the flexibility of a thin heater plate on the natural convection heat transfer", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.145, Pp.106-111, (2019).
18. Ismael MA., " Forced convection in partially compliant channel with two alternated baffles*", International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.142, Pp.118-145, (2019).
19. Razavi, S. E, Danandeh Oskuei, H., “Investigating the Fluid-Solid Interaction in Incompressible Flow and The Effect of Oscillation Amplitude on Heat Transfer”, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 53, No.9, Pp.1-24, (2021). (In Persian)
20. White, FM. and Majdalani, J., " Viscous fluid flow", McGraw-Hill New York, (2006).
21. Bergman, TL., Lavine, AS., Incropera, FP. and DeWitt, DP., " Introduction to heat transfer, John Wiley & Sons (2011).

CONTENTS

Improving the Gas Flow Distribution in a PEMFC Stack by Removing Liquid Water from the Manifold	Ahmad Rezaei Sangtabi - Ali Kianifar Ebrahim Alizadeh	1
The Effect of Winkler-Pasternak Foundation Coefficients on the Natural Frequency of Cylindrical Lattice Structures Using Galerkin Method	Amir Hossein Hashemian Ehsaneh Mohammadpour Hamedani	19
Non-Newtonian Conjugate Heat Transfer under the Impact of Uniform and Non-Uniform Magnetic Field Along with Heat Absorption/Production Inside a Two-Dimensional Chamber Containing a Block; an Entropy Analysis by LBM	Mohammad Nemati - Mohammad Sefid	35
Numerical Study of the Effect of Geometry and Metal Foam on the Energy Absorption of Nested Profiles	Hemad Keshavarzpour - Ali Ghasemi Mehdi Oveisi	67
Robust-Adaptive Sliding Mode Controller Design with Fault Tolerance for Active Suspension of one Half-car Model	Hassan Zarabadipour - Mahdi Farhang Ranjbar	79
Numerical Study of the Effect of Elastic Wall Vibration Mode on Internal Flow Parameters	Hojjat Danandeh Oskuei - Seyed Esmail Razavi Seyed Faramarz Ranjbar - Zhaleh Azhdarzadeh	97

JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. Mehran Kadkhodayan **General Director:** Dr. Hamid Niazmand

Concessionaire: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

Dr. Akbar Afaghi Khatibi	Associate Professor	RMIT University, Australia
Dr. Kazem Abhary	Associate Professor	University of South Australia, Australia
Dr. Aliakbar Akbarzadeh	Professor	RMIT University, Australia
Dr. Hamed Haddad Khodaparast	Associate Professor	Swansea University, UK
Dr. Masoud Boroomand	Professor	Amirkabir University of Technology
Dr. S.Mohammad Reza Khalili	Professor	K.N. Toosi University of Technology
Dr. Ehsan Roohi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mahmoud Shariati	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Ebrahim Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
Dr. Masoud Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mohammad Reza Kazempour Mofrad	Professor	University of California, United States
Dr. Mehran Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Moeenfard	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Behdad Moghtaderi	Professor	University of Newcastle, Australia
Dr. Mohammad Reza Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Simin Nasseri	Professor	Kennesaw, United States
Dr. Hamid Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: E. Dehghan **Executive Director:** T. Hooshmand
Typesetting: A. Noie

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN
Tel: +98 51 38806024 Fax: +98 51 38763301
Email: ejour@um.ac.ir Web site: http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO

ISSN 2008 - 918X

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Improving the Gas Flow Distribution in a PEMFC Stack by Removing Liquid Water from the Manifold 1
Ahmad Rezaei Sangtabi- Ali Kianifar
Ebrahim Alizadeh

The Effect of Winkler-Pasternak Foundation Coefficients on the Natural Frequency of Cylindrical Lattice Structures Using Galerkin Method 15
Amir Hossein Hashemian
Ehsaneh Mohammadpour Hamedani

Non-Newtonian Conjugate Heat Transfer under the Impact of Uniform and Non-Uniform Magnetic Field Along with Heat Absorption/Production Inside a Two-Dimensional Chamber Containing a Block; an Entropy Analysis by LBM 29
Mohammad Nemati - Mohammad Sefid

Numerical Study of the Effect of Geometry and Metal Foam on the Energy Absorption of Nested Profiles 45
Hemad Keshavarzpour - Ali Ghasemi - Mehdi Oveisi

Robust-Adaptive Sliding Mode Controller Design with Fault Tolerance for Active Suspension of one Half-car Model 61
Hassan Zarabadipour - Mahdi Farhang Ranjbar

Numerical Study of the Effect of Elastic Wall Vibration Mode on Internal Flow Parameters 87
Hojjat Danandeh Oskuei - Seyed Esmail Razavi
Seyed Faramarz Ranjbar - Zhaleh Azhdarzadeh

Serial No. 29

Vol. 34, No.3
Autumn 2022

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک
شماره پیاپی ۲۹
سال ۳۴، شماره ۳، ۱۴۰۱