ISSN 2008 - 918X

بررسی عددی توربین بادی داریوس در کنار یک بزرگراه یک‌طرفه ۱
صادق تودرباری - محمدجواد مغربی

تحقیق عددی و تجربی روی یک متمرکزکننده سهموی خورشیدی ۱۷
محمد شفیعی دهج - محسن میرزایی - مصطفی زمانی محی‌آبادی

بررسی ترمو اکونومیک خشک‌کن خورشیدی کابینتی با کلکتور لولهٔ خلأ و ذخیره‌کنندهٔ انرژی ۳۹
محمدصالح برقی جهرمی - مسعود ایرانمنش هادی صمیمی اخیجهانی

مطالعهٔ عددی تنش حرارتی تابش لیزر روی بافت سالم و سرطانی پوست ۵۹
سجاد داودی - مصطفی اسماعیلی - حسن شکراللهی

بررسی عددی تمرکز و جداسازی سلول‌های هم‌اندازه با امواج آکوستیک سطحی ۷۷
دنیا شاهانی - عباس رامیار - آرش محبوبی دوست

حل عددی جابه‌جایی ترکیبی جریان نانوسیال غیرنیوتنی در کانال حاوی موانع ۹۳
کورش جواهرده - حبیب کریمی

تابع‌اولیه‌گیری به‌روش نیمه‌ضمنی از معادله‌های بنیادی با سخت‌شوندگی درهم ناخطی ۱۱۱
مجتبی عفیفه گل‌شیخی - مهرزاد شریفیان - مهرداد شریفیان

مدل‌سازی فرایند فراصوت لیزری در رژیم دما-ارتجاعی به‌روش اجزای محدود ۱۳۳
سلمان شمسایی - فرهنگ هنرور

انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل با استفاده از مدل دارسی- برینکمن - فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن ۱۵۳
ساعد بازخانه - ایمان زحمتکش

تحلیل عددی پدیده‌ی اختلاط مغناطیسی در یک جریان الکتروااسموتیک بین دو صفحه موازی ۱۷۳
مرتضی دلاکه نژاد - سید علی میربزرگی - حمید نیازمند

آنالیز عملکرد حرارتی برج‌های خنک‌کن خشک با مکش طبیعی بر مبنای روش نظری جدید ۱۹۱
امین خداکرم تفتی - علی‌اکبر گل‌نشان

بررسی تجربی و عددی نمونهٔ بتنی مسلح با ورق مشبک تحت بارگذاری ضربه ۲۱۱
حسین سپهوند- مجتبی حسینی - حسین حاتمی

ارائه رابطه‌ای جهت به‌دست آوردن میزان نشت گاز طبیعی از یک خط لوله مدفون فشار بالا در یک محیط متخلل ۲۳۱
رضا سبزیان - علی عبدالهی - سبحان امامی کوپائی

سال ۳۲، شماره ۱

پاییز و زمستان، ۱۳۹۹

دانشگاه فردوسی مشهد

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

دوفصلنامه علمی

شماره پیاپی ۲۳

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

ISSN: 2008-918X

سردبیر: دکتر مهران کدخدایان **مدیر مسئول:** دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیئت تحریریه:

دکتر اکبر آفاقی خطیبی	دانشیار، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر کاظم ابهری	دانشیار، دانشگاه استرالیای جنوبی، استرالیا
دکتر علی اکبر اکبرزاده	استاد، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر مسعود برومند	استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر حامد حداد خداپرست	دانشیار، دانشگاه سوانزی، انگلستان
دکتر سیدمحمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر احسان روحی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمود شریعتی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمدرضا کاظم پور مفرد	استاد، دانشگاه کالیفرنیا، گروه بیومکانیک سلول مولکولی، آمریکا
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید معین فرد	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر بهداد مقتدری	استاد، دانشگاه نیوکاسل، استرالیا
دکتر محمدرضا مه‌پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر سیمین ناصری	استاد، دانشگاه کنسا مریتا، آمریکا
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستار: دکتر یوسف بینا

کارشناس نشریه: تکتم هوشمند **ویرایش و صفحه‌آرایی:** سیده عاطفه نوعی

نشانی: مشهد- دانشگاه فردوسی مشهد- دانشکده مهندسی- دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

تلفن: ۳۸۸۰۶۰۲۴-۰۵۱ دورنگار: ۳۸۷۶۳۳۰۱-۰۵۱

پست‌الکترونیکی: **mechanic-ferdowsi@um.ac.ir** وب سایت: **http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir**

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹

نمایه شده در پایگاه‌های معتبر: EBSCO, Magiran, SID, ISC

فهرست مطالب

بررسی عددی توربین بادی داریوس در کنار یک بزرگراه یک‌طرفه	صادق تودرباری - محمدجواد مغربی	۱
تحقیق عددی و تجربی روی یک متمرکزکننده سهموی خورشیدی	محمد شفیعی دهج - محسن میرزایی مصطفی زمانی محی‌آبادی	۱۷
بررسی ترمو اکونومیک خشک‌کن خورشیدی کابینتی با کلکتور لولهٔ خلأ و ذخیره‌کنندهٔ انرژی	محمدصالح برقی جهرمی - مسعود ایرانمنش هادی صمیمی اخیجهانی	۳۹
مطالعهٔ عددی تنش حرارتی تابش لیزر روی بافت سالم و سرطانی پوست	سجاد داودی - مصطفی اسماعیلی حسن شکراللهی	۵۹
بررسی عددی تمرکز و جداسازی سلول‌های هم‌اندازه با امواج آکوستیک سطحی	دنیا شاهانی- عباس رامیار آرش محبوبی دوست	۷۷
حل عددی جابه‌جایی ترکیبی جریان نانوسیال غیرنیوتنی در کانال حاوی موانع	کورش جواهرده - حبیب کریمی	۹۳
تابع‌اولیه‌گیری به‌روش نیمه‌ضمنی از معادله‌های بنیادی با سخت‌شوندگی درهم ناخطی	مجتبی عفیفه گل‌شیخی - مهرزاد شریفیان مهرداد شریفیان	۱۱۱
مدل‌سازی فرایند فراصوت لیزری در رژیم دما-ارتجاعی به‌روش اجزای محدود	سلمان شمسایی - فرهنگ هنرور	۱۳۳
انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل با استفاده از مدل دارسی- برینکمن - فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن	ساعد بازخانه - ایمان زحمتکش	۱۵۳
تحلیل عددی پدیده‌ی اختلاط مغناطیسی در یک جریان الکترواسموتیک بین دو صفحه موازی	مرتضی دلاکه نژاد - سید علی میربزرگی حمید نیازمند	۱۷۳
آنالیز عملکرد حرارتی برج‌های خنک‌کن خشک با مکش طبیعی بر مبنای روش نظری جدید	امین خداکرم تفتی - علی‌اکبر گل‌نشان	۱۹۱
بررسی تجربی و عددی نمونهٔ بتنی مسلح با ورق مشبک تحت بارگذاری ضربه	حسین سپهوند- مجتبی حسینی حسین حاتمی	۲۱۱
ارائه رابطه‌ای جهت به‌دست آوردن میزان نشت گاز طبیعی از یک خط لوله مدفون فشار بالا در یک محیط متخلل	رضا سبزیان - علی عبدالهی سبحان امامی کوپائی	۲۳۱

بررسی عددی توربین بادی داریوس در کنار یک بزرگراه یک‌طرفه*

مقاله پژوهشی

صادق تودرباری[۱] محمدجواد مغربی[۲]

چکیده *استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر مانند انرژی‌های بادی و خورشیدی به یکی از موضوعات مهم و پرتکرار در میان محققان تبدیل شده است. ازاین‌رو تحقیقات فراوانی بر روی بهینه‌سازی وسایلی از جمله توربین‌های بادی و استفاده از آن‌ها در مناطقی که ظرفیت بهره‌برداری از انرژی‌های تجدیدپذیر را دارند، انجام شده است. در این مطالعه به امکان‌سنجی قرارگیری توربین بادی داریوس چهارپره در بزرگراه یک‌طرفه پرداخته شده است. این شبیه‌سازی با کمک مدل‌سازی دوبعدی و گذرا در نرم‌افزار تجاری فلوئنت انجام شده است. همچنین برای حل میدان جریان از روش دینامیک سیالات محاسباتی براساس مدل آشفتگی k-ω SST استفاده شده است. در اعتبارسنجی انجام‌شده، شبیه‌سازی حاضر توانست مطابقت مقبولی با نتایج آزمایشگاهی داشته باشد. در این پژوهش عملکرد توربین در سرعت‌های نوک پره مختلف بررسی شد که باتوجه‌به نتایج، حداکثر ضریب توان به‌دست‌آمده برابر ۰/۰۰۲۹۹ در سرعت نوک پره ۰/٦٤٤ اتفاق افتاده است و مقدار توان متناظر تولیدی در حدود ٦۱/۸۱ وات است.*

واژه های کلیدی انرژی باد، توربین بادی داریوس، دینامیک سیال محاسباتی، بزرگراه یک‌طرفه.

مقدمه

امروزه میزان استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر در دنیا افزایش یافته است، به‌طوری‌که انرژی بادی ذخیره‌شدهٔ جهانی از سال ۲۰۰۱ تا سال ۲۰۱۷، ۲۳ برابر شده است [1]. این افزایش گویای این است که اهمیت بهره‌برداری از انرژی‌های تجدیدپذیر روزبه‌روز در میان کشورهای مختلف افزایش یافته است. یکی از انرژی‌های تجدیدپذیر که امروزه به یکی از مباحث پرکاربرد در میان محققان رواج پیدا کرده است، انرژی بادی است که این انرژی درحقیقت با ایجاد اختلاف دما بین ۲قسمت از کرهٔ زمین، در اثر تابش خورشید به‌وجود می‌آید. برای بهره‌برداری از انرژی باد، توربین‌های بادی مختلفی از لحاظ کاربرد و شکل ظاهری به‌وجود آمده‌اند. به‌طوری‌که تحقیقات زیادی در زمینهٔ آزمایشگاهی و عددی برای بهینه‌سازی توربین‌های بادی در سال‌های گذشته انجام شده است. همان‌طور که در شکل (۱) ملاحظه می‌شود، باتوجه‌به اهمیت بهره‌برداری از انرژی بادی، روزبه‌روز استفاده از توربین‌های بادی افزایش پیدا می‌کند.

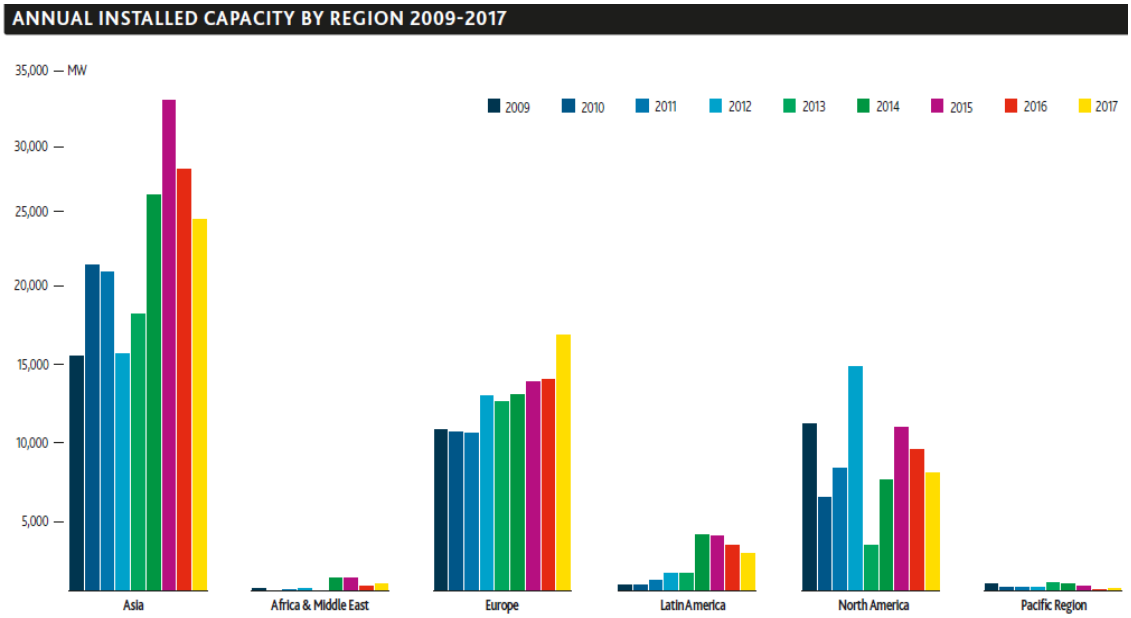
توربین‌های بادی از نقطه‌نظر راستای چرخش‌محور دورانشان به ۲ نوع کلی توربین‌های محور افقی و محور عمودی تقسیم‌بندی می شود [2]. در توربین‌های بادی محور افقی، محور دوران موازی سطح زمین است، درحالی‌که در توربین‌های محور عمودی، راستای محور دوران عمود بر سطح زمین است. توربین‌های محور عمودی خود به ۲ دسته کلی توربین‌هایی براساس نیروی لیفت (داریوس) و برپایه نیروی درگ (ساونیوس) نیز تقسیم‌بندی می‌شوند.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۹/۲۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۸/۲۵ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.56298.0

(۱) دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد. **Email:** mjmaghrebi@um.ac.ir



شکل ۱ میزان ظرفیت بادی نصب‌شده از سال ۲۰۰۱ تا سال ۲۰۱۷ [3]

توربین‌های محور عمودی می‌تواند انتخابی مناسب برای تولید انرژی در مقیاس‌هاس کوچک به شمار آید [4]. به‌طورکلی توربین‌های محور عمودی دارای مزایا و معایبی نسبت به توربین‌های محور افقی است. به‌عنوان مثال توربین‌های محور عمودی معمولا در نزدیکی سطح زمین نصب می‌شوند، درنتیجه نصب و نگهداری تجهیزات سنگین این نوع از توربین‌ها مانند ژنراتور و جعبه‌دنده آسان‌تر می‌شود، ولی مشکلی که وجود دارد این است که در نزدیکی سطح زمین باد با سرعت کمتری به ارتفاعات وزیده می‌شود. پس مقدار انرژی دریافتی توربین‌های محور عمودی کمتر از محور افقی است [5]. مزیت دیگر توربین‌های محور عمودی نسبت به توربین‌های محور افقی، نیازنداشتن به مکانیزمی برای تشخیص جهت وزش باد است که درنتیجه این نوع از توربین‌ها می‌توانند باد را از هر جهتی دریافت کنند، ولی این مزیت با چندین محدودیت همراه است، مانند تغییر قدرت خروجی با زمان به‌علت تغییر در توان یک پره در یک دور چرخش کامل [6].

علاوه‌براین، توربین‌های محور عمودی رفته‌رفته به موضوع جذاب‌تری نسبت به توربین‌های محور افقی به‌دلیل طراحی ساده، هزینهٔ کم و نگهداری آسان تبدیل شده است [7]. به‌علاوه در مناطق شهری و مسکونی باد بسیار آشفته و ناپایدار است و با تغییر سریع سرعت و جهت همراه است [8]. در این محیط‌ها توربین‌های محور عمودی دارای مزیت‌های فراوانی نسبت به توربین‌های محور افقی هستند [9]. همچنین محدودهٔ کاری سرعت نوک پره برای توربین‌های محور عمودی در بین ۱/۵ تا ٤ است، درحالی‌که برای توربین‌های محور افقی این محدوده بین ٦ تا ۱۰ است [10]. حال همین سرعت بالای نوک پره برای توربین‌های محور افقی خطراتی مانند ازبین‌رفتن پره‌ها در پی خواهد داشت [11]. ازاین‌رو، در این پژوهش برای محاسبهٔ عملکرد این نوع از توربین‌های بادی در بزرگراه، شبیه‌سازی دوبعدی ارزیابی شده است.

توربین‌های بادی داریوس نسب به توربین‌های بادی ساونیوس معایب و مزایا دارند که ازجمله مهم‌ترین مزایای آن می‌توان به بازده بالای آن اشاره کرد، درحالی‌که ضعف در خودراه‌اندازبودن یکی از معایب

توربین داریوس است. ازاین‌رو، تحقیقات فراوانی برای رفع این مشکل و افزایش کارایی توربین‌های داریوس انجام شده است. راستی و همکاران [12] روش‌های متفاوتی برای بررسی خودراه‌اندازی توربین داریوس ارزیابی شدند و توانستند تأثیرات مثبتی را بر روی خودراه‌اندازبودن این نوع توربین مشاهده کنند. محمد و همکاران [13] ۲۵ نوع مختلف ایرفویل را برای بهینه‌سازی توان خروجی بررسی کردند و با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی، افزایش ضریب توان ۱۶درصدی را پیش‌بینی کردند. حسینی و گودرزی [14] برای افزایش قابلیت خودراه‌اندازی و محدودهٔ کاری، مدل جدیدی از توربین بادی محور عمودی را که ترکیبی از توربین داریوس و مدل بچ است، به‌صورت عددی ارزیابی کردند. همچنین بررسی‌هایی برای تأثیر زاویهٔ گام پره بر عملکرد توربین بادی داریوس انجام شده است [16و15].

در جهان امروز توربین‌های بادی، دیگر مانند گذشته فقط در مزارع استفاده نمی‌شوند، بلکه در فضاها و مکان‌های مختلفی نیز برای بهره‌برداری از انرژی باد استفاده می‌شوند. توربین‌های بادی به‌ویژه توربین‌های بادی محور عمودی باتوجه‌به اندازهٔ کوچک آن‌ها نسبت به توربین‌های محور افقی، قابلیت نصب در بالای پشت‌بام‌ها، کنار ریل قطار، در مجاورت بزرگراه‌ها و... را دارند. علاوه‌براین، تحقیقاتی در زمینهٔ عملکرد این نوع توربین‌ها در این مکان‌ها طی سال‌ها انجام شده است. ژو و همکاران [17] طرح جدیدی از توربین بادی محور عمودی همراه با پره‌های V شکل پیشنهاد کردند و برای بررسی عملکرد این توربین، شبیه‌سازی دوبعدی انجام دادند. آن‌ها باتوجه‌به نتایج به‌دست‌آمده از این شبیه‌سازی، به این مطلب پی بردند که می‌شود با پره‌های راهنما سرعت باد را تا ٤٤ درصد افزایش داد. همچنین بلمیلی و همکاران [18] وسیله‌ای را که از ۳جزء تشکیل شده بود، برای بهره‌برداری از انرژی تجدیدپذیر پیشنهاد کردند. این وسیله که دارای یک توربین محور عمود از نوع ساونیوس است، می‌توان در مناطق مسکونی و حتی در مناطق دوردست مانند پمپ‌بنزین‌ها برای تأمین برق استفاده شود. باتوجه‌به نتایج، سیستم پیشنهادی دارای راندمان و قابلیت اطمینال مقبولی است. علاوه‌بر بررسی توربین‌های بادی بر روی پشت‌بام‌ها و مناطق دیگر، بررسی توربین‌های بادی در کنار ریل قطار هم می‌توانست موضوعی برای بحث در میان محققان باشد. ازاین‌رو بتی و همکاران [19] به شبیه‌سازی توربین محور عمودی از نوع ساونیوس در کنار قطار با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی با بهره‌گیری از نرم‌افزار اپن فوم پرداختند. باتوجه‌به اینکه توربین ساونیوس sشکل در این شبیه‌سازی با شکست روبه‌رو شد، آن‌ها مدل جدیدی از توربین ساونیوس ارائه و به بهینه‌سازی قطر و فاصله قرارگیری توربین نسبت به قطار پرداختند. باتوجه‌به نتایج می‌توان از انرژی الکتریکی تولیدشدهٔ توربین برای روشنایی برق چراغ‌های تول کمک گرفت.

بررسی قابلیت استخراج از انرژی به‌وجودآمده از حرکت اتومبیل‌ها در بزرگراه‌ها، در سال‌های گذشته در مرکز توجه بعضی محققان قرار گرفته است. خالید و همکاران [20] روند اتلاف انرژی حاصل از درگ اتومبیل را در جاده‌ها پژوهش کردند و ایدهٔ جدیدی برای استفاده از توربین محور عمودی برای استخراج انرژی هدررفتی که اتومبیل ایجاد می‌کرد، پیشنهاد کردند. موسی و همکاران [21] برای ارزیابی انرژی جنبشی تولیدشدهٔ اتومبیل در بزرگراه، مدل سه‌بعدی‌شکل احمد را مدل‌سازی کردند و توانستند رفتار جریان حول اتومبیل در بزرگراه را پیش‌بینی کنند. با درنظرگرفتن اینکه در طول سال بادهای موسمی تغییر می‌کنند، بررسی این تأثیرات بر عملکرد توربین بادی در بزرگراه از اهمیت برخوردار است. ازاین‌رو، سانتاکومار و همکاران [22] به بررسی عملکرد توربین ساونیوس در بزرگراه چهارلاینه پرداختند. باتوجه‌به نتایج حاصل‌شده، سرعت چرخش توربین ممکن است تا ٦٤درصد افزایش یابد.

تیان و همکاران [25-23] برای محاسبهٔ مقدار انرژی

قابل دریافت از حرکت اتومبیل‌ها در بزرگراه، با توربین محور عمودی شبیه‌سازی عددی انجام دادند. آن‌ها علاوه‌بر بررسی مقدار توان قابل دریافت از اتومبیل داخل بزرگراه، به بررسی سرعت‌های مختلف اتومبیل و همچنین فاصلهٔ بین اتومبیل و توربین در بزرگراه پرداختند.

باتوجه‌به مطالب بیان‌شده، توربین‌های داریوس نسبت به توربین‌های ساونیوس راندمان بالایی دارند ازاین‌رو، در این پژوهش برای محاسبه عملکرد این نوع توربین‌های بادی در بزرگراه، شبیه‌سازی دوبعدی ارزیابی شده است. در ضمن به ارزیابی توربین داریوس چهارپره با پره‌های مستقیم براساس روش دینامیک سیالات محاسباتی و مش متحرک تاکنون پرداخته نشده است.

معادلات حاکم

معادلات حاکم به کار برده شده در این مطالعه به شرح زیر است:

معادلهٔ پیوستگی:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (۱)$$

معادلهٔ مومنتم:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial {x_j}^2} - \acute{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + f_i \qquad (۲)$$

که در این معادلات ρ و ν به‌ترتیب چگالی هوا و لزجت سینماتیکی است و همچنین $\bar{u}$ و $\acute{u}$ میانگین سرعت و سرعت نوسانی است. همچنین f نمایانگر نیروهای وزنی و P نمایندهٔ فشار میانگین است.

مدل آشفتگی k-ω SST ازجمله مدل‌های هیبریدی است که برای پیش‌بینی بهتر جریان در نزدیکی دیواره از ترکیب ۲ مدل بهره می‌گیرد. درعمل این مدل برای رفع مشکل در پیش‌بینی در نزدیکی دیواره در لایهٔ مرزی با گرادیان فشار معکوس در مدل $k-\varepsilon$ پیشنهاد شده است. این مدل از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد برای محاسبه خواص جریان در قسمت جریان آزاد آشفتهٔ دور از دیوار استفاده می‌کند و همچنین در مناطق نزدیک دیواره از مدل $k-\omega$ بهره می‌گیرد و درعمل همین تغییرحالت‌دادن از مدل $k-\varepsilon$ به $k-\omega$ و برعکس، باعث برتری این مدل شده است. در مدل $k-\omega$، معادلهٔ انتقال برای انرژی جنبشی آشفتگی k به‌صورت زیر تعریف می‌شود [26].

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \beta'\rho \qquad (۳)$$

که در معادلهٔ فوق β' ثابت‌های معادله هستند.

حال می‌توان معادلهٔ انتقال فرکانس آشفتگی را به‌صورت زیر تعریف کرد [26]:

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2 \qquad (٤)$$

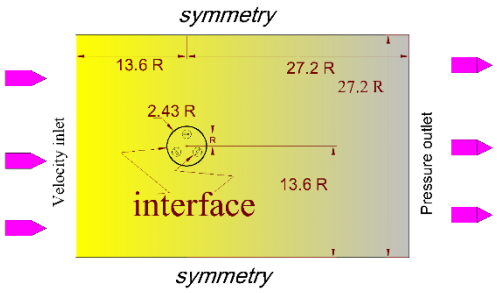
در معادلهٔ بالا β_1 ضریب ثابت بوده است.

که در روابط بالا P_k به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\left(3\mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k\right) \right) \qquad (۵)$$

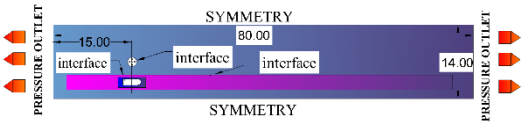
ابعاد ناحیهٔ حل و نواحی مرزی

در ابتدا برای شبیه‌سازی توربین در بزرگراه، لازم است برای اعتبارسنجی حل، توربین تحت‌تأثیر جریان باد ثابت با سرعت ۹ متر برثانیه قرار گیرد. ازاین‌رو دامنهٔ حل مطابق شکل (۲) طراحی و شبیه‌سازی شده است.



شکل ۲ ناحیهٔ حل و شرایط مرزی

سپس ابعادی که برای شبیه‌سازی توربین در کنار بزرگراه در نظر گرفته شده است، در شکل (۳) نمایش داده شده است. همچنین شرط مرزی فشار خروجی برای ۲ ضلع چپ و راست و شرط مرزی تقارن برای ۲ ضلع پایین و بالا در نظرگرفته شده است. علاوه‌براین، شرط مرزی عدم لغزش به پره‌های توربین و همچنین اتومبیل نسبت داده شده است.



شکل ۳ حوزهٔ حل

به‌علاوه، در شکل (۲) خطوطی به‌عنوان صفحهٔ میانی مشاهده می‌شود که این خطوط درواقع مرز بین ۲ ناحیهٔ مختلف است. ناحیهٔ حل به چندین ناحیه تقسیم می‌شود که ازجمله آن ناحیه‌ها می‌توان به ناحیهٔ توربین، ناحیهٔ بزرگراه، ناحیهٔ اطراف اتومبیل و همچنین ناحیهٔ ساکن اشاره کرد. به‌علاوه، اندازهٔ حوزهٔ حل باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که اتومبیل با عبور از توربین تا جایی به مسیر خود ادامه دهد که دیگر تأثیر چندانی بر روی توربین نداشته باشد.

مشخصات توربین

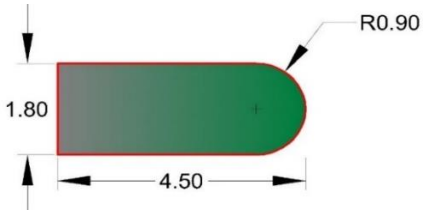
توربین استفاده‌شده در این پژوهش مشابه توربین پیشنهادشدهٔ کستلی و همکاران [27] است که در جدول (۱) مشخصات آن نمایش داده شده است.

جدول ۱ مشخصات هندسی توربین

مشخصه	مقدار
شعاع روتور	۰/۵۱۵ (متر)
تعداد پره	۳
نوع پره	ناکا ۰۰۲۱
طول وتر	۰/۰۸۵۸(متر)
مساحت جاروب‌شده توربین	۱/۰۳(مترمربع)

ابعاد هندسی اتومبیل

برای شبیه‌سازی دوبعدی اتومبیل از یک مستطیل و یک نیم‌دایره استفاده شده است که جزئیات آن در شکل (٤) نشان داده شده است.



شکل ٤ ابعاد هندسی اتومبیل

اعداد بی‌بعد

اعداد بی‌بعد تعریف‌شده در این مطالعه به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

عدد بی‌بعد سرعت نوک پره:

$$\lambda_t = \frac{r\omega}{V_\infty} \qquad (٦)$$

که در آن r شعاع روتور و ω سرعت دورانی توربین و V_∞ سرعت جریان ورودی که برابر ۹ متر برثانیه است.

$$C_{pt} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A V_\infty^{\,3}} \qquad (٧)$$

از پارامتر بی‌بعدشدهٔ ضریب گشتاور و ضریب

توان در این مطالعه استفاده شده است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \frac{r\omega}{V} \qquad (۸)$$

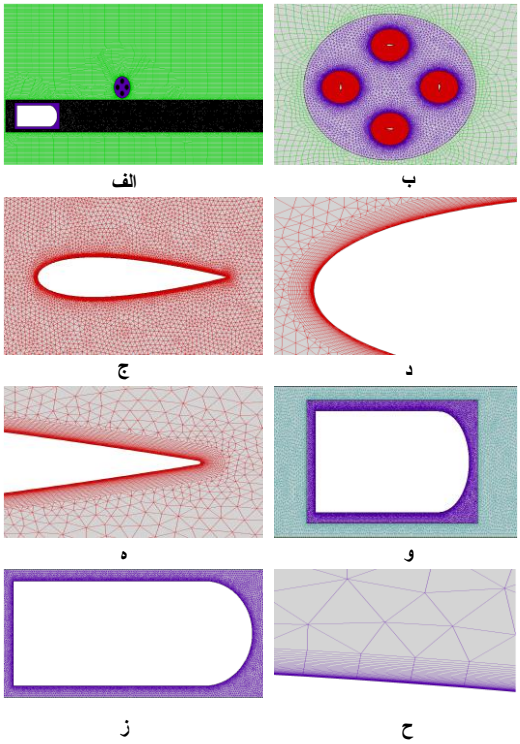
$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho V^2 Ar} \qquad (۹)$$

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A V^3} \qquad (۱۰)$$

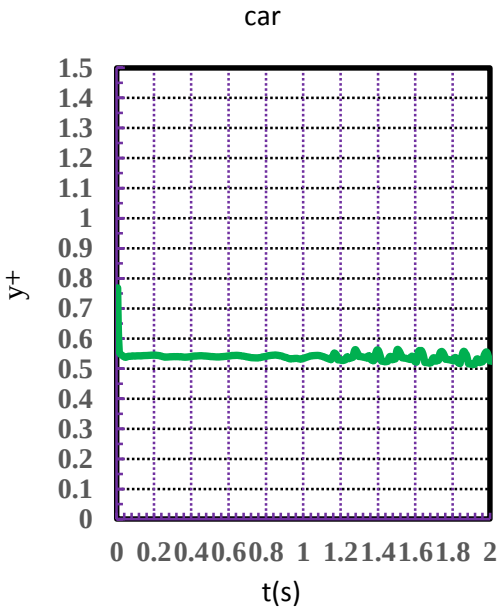
در عبارت بالا V سرعت اتومبیل که برابر ۳۲متر برثانیه و A مساحت جاروب‌شده است که باتوجه‌به دوبعدی‌بودن شبیه‌سازی، برابر قطر توربین در نظر گرفته شده است.

شبکه‌بندی حوزهٔ حل. در شکل (۵) نوع شبکه‌بندی در هر یک از قسمت‌های حوزهٔ حل نمایش داده شده است. نکتهٔ درخور ملاحظه در شبکه‌بندی موجود این است که برای نواحی توربین، بزرگراه، اطراف اتومبیل و اطراف پره‌ها از نوع مش مثلثی و برای ناحیهٔ ثابت از مش مربعی بهره گرفته شده است.

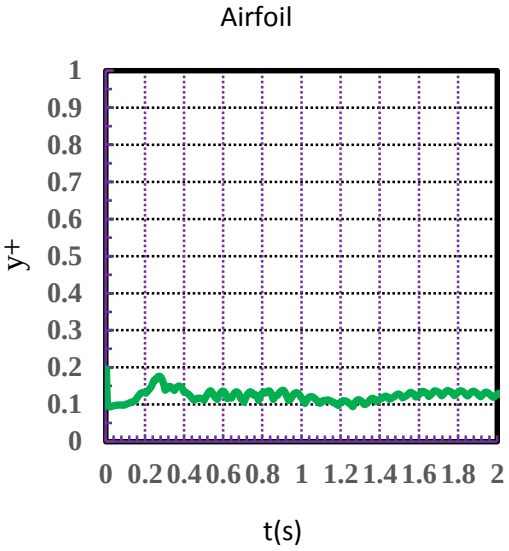
علاوه‌براین، باتوجه‌به اینکه در این پژوهش از مدل توربولانسی k-ω SST استفاده شده است، باید فاصلهٔ بین سطوح ازجمله پره‌ها و اتومبیل تا اولین سلول مش به‌گونه‌ای انتخاب شود که مقدار y^+ به زیر عدد یک برسد. به همین دلیل از مش لایهٔ مرزی برای سطوح پره‌ها و اتومبیل استفاده شده است که در شکل (۵) ملاحظه می‌شود. نیز به همین علت مقدار حداکثر y^+ برای سطوح ایرفویل و همچنین اتومبیل در شکل‌های (٦) و (۷) رسم شده است که به‌وضوح از این اشکال می‌توان این‌گونه برداشت کرد که مقدار y^+ در زمان حل برای هر یک از سطوح ایرفویل و اتومبیل به زیر مقدار یک رسیده است. تعداد سلول‌ها در بخش‌های مختلف ناحیهٔ حل عبارت‌اند از : ناحیهٔ ثابت با ۹٦۰۰۰ ، ناحیهٔ توربین ۳۵۰۰۰، ناحیهٔ هر پره ۹۹۰۰۰، ناحیهٔ بزرگراه ۹۸۰۰۰ و ناحیهٔ اطراف اتومبیل با ۷۱۰۰۰.



شکل ۵ نمایی از مش: الف) کل حوزهٔ حل ب) اطراف توربین ج) اطراف ایرفویل د) لایهٔ مرزی لبهٔ حمله ه) لایهٔ مرزی لبهٔ فرار و) بزرگراه ز) اطراف اتومبیل ح) لایهٔ مرزی اطراف اتومبیل

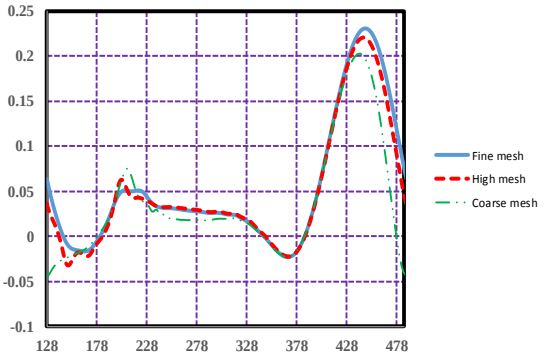


شکل ٦ مقدار y^+ در سطح اتومبیل



شکل ۷ مقدار y+ در سطح ایرفویل

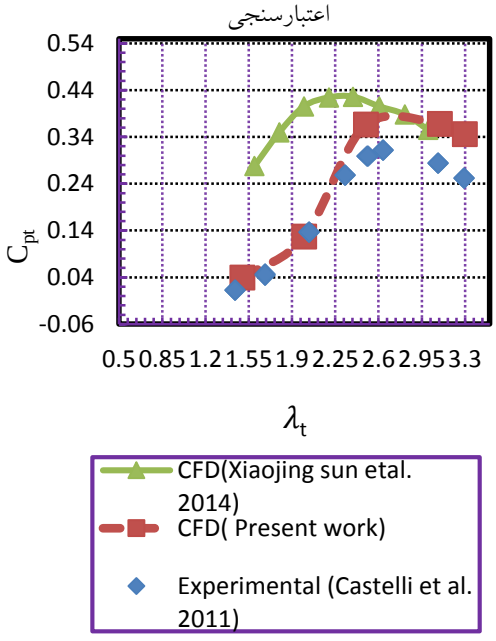
مطالعهٔ استقلال شبکه. قبل از اعتبارسنجی یک مطالعهٔ عددی نیاز است تا استقلال از شبکه در شبیه سازی عددی بررسی شود. ازاین‌رو، ۳ شبکه‌بندی مختلف با شبکه‌های ریز، متوسط و درشت بررسی شد که در شکل (۸) نمایش داده شده است. باتوجه‌به شکل، اختلاف نتایج بین شبکه ریز و متوسط اندک بوده، درنتیجه برای ضرفه‌جویی در زمان محاسبات و داشتن دقت کافی در شبیه‌سازی شبکه متوسط به‌عنوان شبکه مرجع انتخاب شده است.



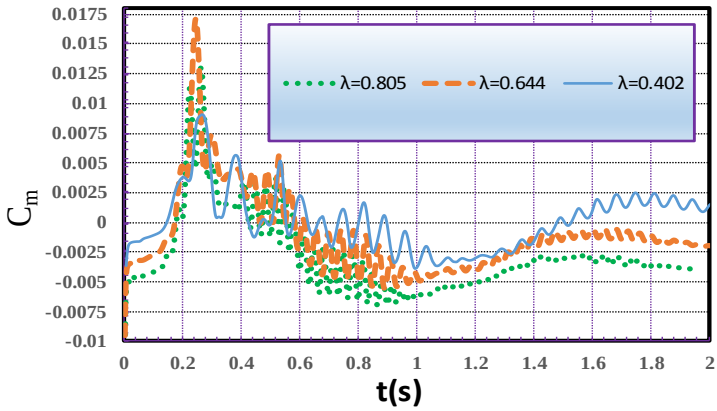
شکل ۸ استقلال از شبکه

اعتبارسنجی

اعتبارسنجی در هر یک از شبیه‌سازی‌های عددی نقش بسزایی ایفا می‌کند. برای اعتبارسنجی توربین حاضر، توربین تحت تأثیر باد ثابت قرار می‌گیرد و پس از به‌دست‌آوردن متوسط ضریب گشتاور در هر یک از سرعت‌های نوک پره، ضریب توان با ضریب توان آزمایشگاهی مقایسه خواهد شد. همان‌طور از شکل (۹) ملاحظه می‌شود، حل عددی حاضر مطابقت خوبی با حل تجربی داشته است. همچنین حل عددی حاضر با حل عددی انجام‌شده به‌وسیلهٔ ژیااوجینگ و همکاران [28] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود حل عددی حاضر نسبت به حل عددی نام‌برده‌شده دارای دقت بالاتری است که دلیل این امر را می‌توان انتخاب نوع مدل آشفتگی درنظرگرفته شده دانست. در حل عددی ژیااوجینگ و همکاران [28] از مدل آشفتگی Spalart-Allmaras استفاده شده است. این درحالی است که در مطالعهٔ حاضر از مدل آشفتگی k-ω SST استفاده شده است که این مدل ممکن است نسبت به مدل‌های دیگر، پیش‌بینی دقیق‌تری از عملکرد توربین‌های محور عمودی داشته باشد [29,30].



شکل ۹ اعتبارسنجی



شکل ۱۰ ضریب گشتاور بر حسب زمان

نتایج

ضریب گشتاور توربین

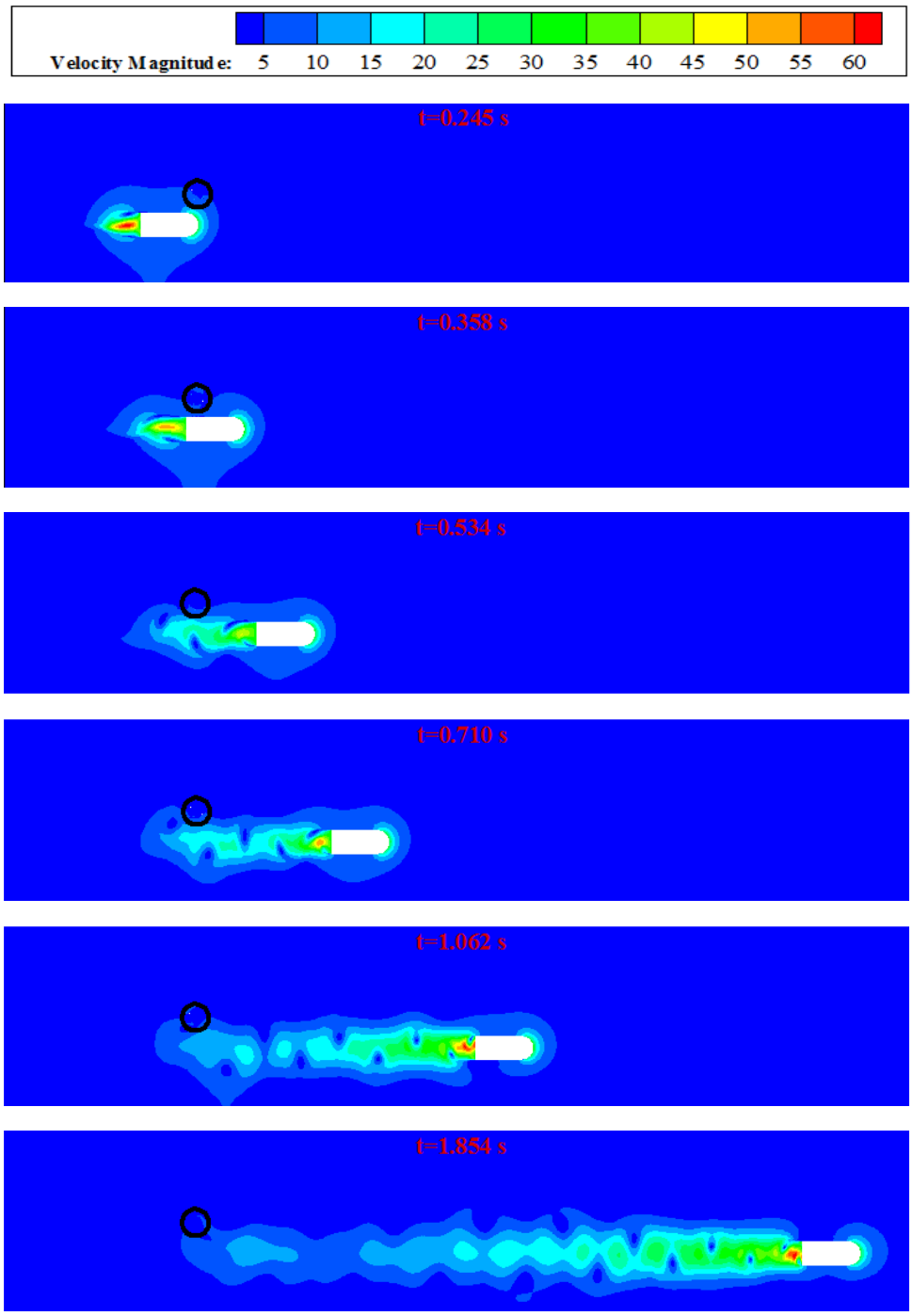
برای بررسی عملکرد توربین بادی داریوس چهارپره در بزرگراه، ضریب گشتاور توربین در ۳ سرعت نوک پره مختلف بررسی شده که جزئیات آن در شکل (۱۰) نمایش داده شده است. همان‌طور که از شکل (۱۰) پیداست، اولین تغییرات قابل ملاحظه در ضریب گشتاور در ثانیهٔ ۰/۲ رخ می‌دهد و هر ۳ نمودار شکل (۱۰) در حدود ثانیهٔ ۰/۲۵ به حداکثر مقدار خود می‌رسند. باتوجه‌به ضریب گشتاور هر ۳ سرعت نوک پرهٔ بیان‌شده در شکل (۱۰)، پس از ایجاد مقدار حداکثری در حدود ثانیهٔ ۰/۲۵ ضریب گشتاور شروع به کم‌شدن می‌کند و پس از ثانیهٔ ۰/۵۷ ضریب گشتاور در بازهٔ کوچکی شروع به نوسان می‌کند. این پدیده به‌علت تأثیر بسیار ناچیزی است که اتومبیل به‌دلیل فاصلهٔ زیادش بر روی توربین می‌گذارد.

کانتورهای سرعت و ورتیسیتی

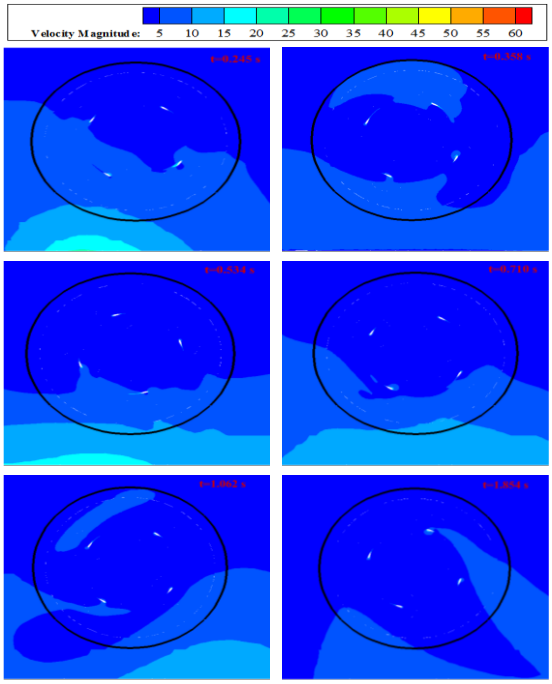
برای بررسی نحوهٔ جریان ایجادشده به وسیلهٔ اتومبیل و تغییرات این جریان در زمان‌های متفاوت، کانتورهای سرعت در زمان‌های متفاوت در شکل (۱۱) نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل (۱۱) ملاحظه می‌شود در ابتدا توربین تحت‌تأثیر ناحیهٔ جلو اتومبیل قرار می‌گیرد، سپس تحت‌تأثیر پشت اتومبیل. رفته‌رفته اتومبیل از توربین دور می‌شود و تأثیر اتومبیل بر توربین کمتر می‌شود تا اینکه دیگر تأثیر چندانی بر روی توربین نخواهد گذاشت. نکتهٔ مهم دیگر که در شکل (۱۱) دیده می‌شود، گردابه‌هایی است که در پشت اتومبیل به‌وجود می‌آید. این گردابه‌ها تأثیر بسزایی بر عملکرد توربین خواهند گذاشت. همچنین می‌توان مشاهده کرد که در شکل (۱۱) با دورشدن اتومبیل از توربین، این گردابه‌ها شروع به اضمحلال می‌کنند و درنتیجه بعد از مدتی، دیگر اتومبیل تأثیر چندانی بر روی توربین نخواهد گذاشت. همچنین باتوجه‌به شکل (۱۲) می‌توان دریافت که با دورشدن اتومبیل از توربین تأثیراتی که ممکن است اتومبیل بر توربین داشته باشد، رفته‌رفته کم می‌شود.

در شکل (۱۳) نحوه ایجاد و قدرت گردابه‌های در پشت اتومبیل ملاحظه می شود. نکتهٔ قابل ملاحظه این است که در هنگام حرکت اتومبیل جریان روی ۲لبهٔ کناری اتومبیل حرکت می‌کند و بعد از رسیدن به پشت اتومبیل، جریان جدا می‌شود و گردابه‌هایی که خلاف جهت هم در چرخش‌اند به‌وجود می‌آیند. سپس هرچه زمان می‌گذرد، گردابه‌های ایجادشده در پشت اتومبیل بیشتر می‌شود. اما با دورشدن اتومبیل از توربین، قدرت

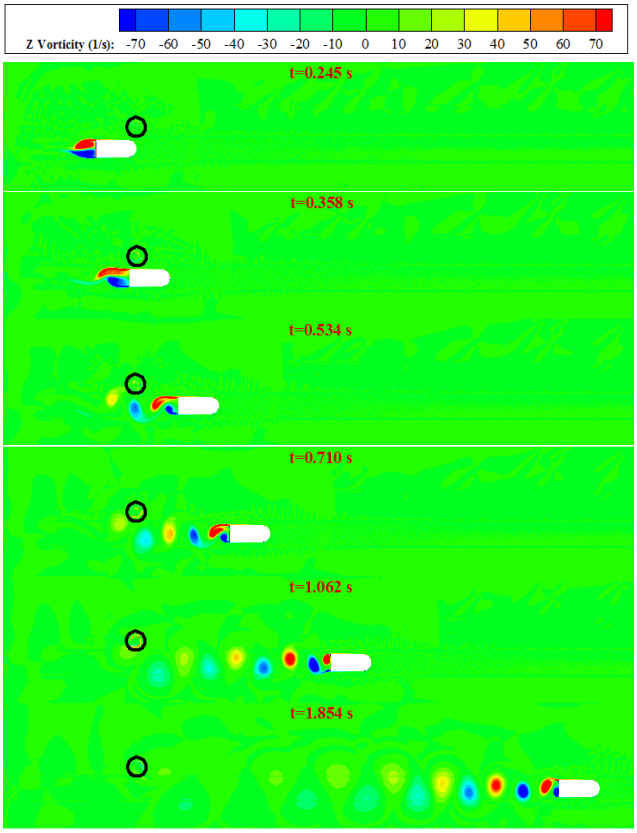
گردابه‌هایی که به توربین برخورد می‌کند کمتر می شود. پس قاعدتا تأثیری که ممکن اســـت اتومبیل بر توربین بگذارد، کمتر می‌شـود که می‌توان به‌وضـوح در شـکل (۱۰) این کاهش تأثیر را دید.



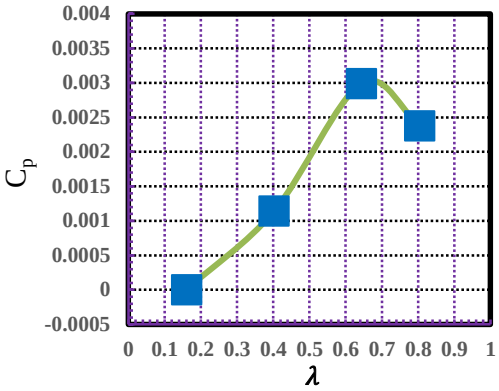
شکل ۱۱ کانتور سرعت در زمان‌های متفاوت



شکل ۱۲ کانتور سرعت در اطراف توربین در زمان‌های متفاوت



شکل ۱۳ کانتور ورتیسیتی در زمان‌های متفاوت



شکل ١٤ ضریب توان برحسب سرعت زاویه‌ای توربین

بحث و نتیجه‌گیری

برای ارزیابی عملکرد توربین میانگین ضریب توان در ٤ سرعت نوک پره مختلف در بازهٔ زمانی ۰/۲ تا ۰/۵۷ در شکل (١٤) نمایش داده شده است.

واژه نامه

انتقال تنش برشی	SST(Shear Stress Transport)
متقارن	Symmetry
سرعت ورودی	Velocity inlet
فشار خروجی	Pressure outlet
مرزمیانی	Interface
اتومبیل	Car
بالواره	Airfoil
فاصله بدون بعد تا دیواره	y^+
ضریب گشتاور	C_m
ضریب توان	C_p
سرعت اتومبیل	V
سرعت متوسط زمانی	$\bar{u}$
انرژی جنبشی آشفته	k
تولید انرژی جنبشی آشفته	P_k
لزجت سینماتیکی	ν
لزجت ادی	μ_t
چگالی	ρ
سرعت نوک پره	λ
سرعت زاویه‌ای	ω
سرعت ورودی	V_∞
ورتیسیته	Z

تشکر و قدردانی

بخشی از محاسبات این تحقیق در مرکز محاسبات سنگین دانشگاه فردوسی مشهد انجام شد که بدین‌وسیله تشکر می‌شود.

مراجع

1. GWEC. Global Wind Energy Council (GWEC), https://gwec.net/wp-content/ uploads/ vip/ GWEC_PRstats2017_EN-003_FINAL.pdf, (2017).
2. Pearson, C., "Vertical axis wind turbine acoustics", Doctoral dissertation, University of Cambridge, (2014).
3. Council, G. W. E., Global Wind Report 2017-Annual Market Update. (2017). https://gwec.net/wp-content/uploads/vip/GWEC_PRstats2017_EN-003_FINAL.pdf
4. Baniassadi, A., Shirinbakhsh, M., and Torabi, F., "Multivariate optimization of off-grid wind turbines

with variable demand-Case study of a remote commercial building", *Renewable Energy*, Vol. 101, pp. 1021-1029, (2017).

5. Wahab, A., Abas, M., and Saad, N., "Ac Voltage Stabilizer For Wind Powered Application In Malaysia", in International Symp. & Exhibition on Sustainable Energy & Environ, (ISESEE 2006), ,(2006).
6. Saad, M. M. M., and Asmuin, N., "Comparison of horizontal axis wind turbines and vertical axis wind turbines", *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, Vol. 4(08), pp. 27-30, (2014).
7. Saeidi, D., Sedaghat, A., Alamdari, P., Alemrajabi, A. A , "Aerodynamic design and economical evaluation of site specific small vertical axis wind turbines", *Applied Energy*, Vol. 101, pp. 765-775, (2013).
8. Kenjereš, S., de Wildt, S., and Busking, T., "Capturing transient effects in turbulent flows over complex urban areas with passive pollutants", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 51, pp. 120-137, (2015).
9. Tjiu, W., Marnoto, T., Mat, S., Hafidz Ruslan, M., Sopian, K., "Darrieus vertical axis wind turbine for power generation I: Assessment of Darrieus VAWT configurations", *Renewable Energy*, Vol. 75, pp. 50-67, (2015).
10. Paraschivoiu, I., "Wind turbine design: with emphasis on Darrieus concept", Presses inter Polytechnique, (2002).
11. Seifert, H., Westerhellweg, A., and Kröning, J., "Risk analysis of ice throw from wind turbines", *Boreas*, Vol. 6(9), pp. 2006-01, (2003).
12. Rossetti, A., and Pavesi, G., "Comparison of different numerical approaches to the study of the H-Darrieus turbines start-up", *Renewable Energy*, Vol. 50, pp. 7-19, (2013).
13. Mohamed, M. H., Dessoky, A., and Alqurashi, F., "Blade shape effect on the behavior of the H-rotor Darrieus wind turbine", Performance Investigation and Force Analysis, Energy, (2019).
14. Hosseini, A., and Goudarzi, N., "Design and CFD study of a hybrid vertical-axis wind turbine by employing a combined Bach-type and H-Darrieus rotor systems", *Energy Conversion and Management*, Vol. 189, pp. 49-59, (2019).

۱۵. ساغری‌چی، امیر و مغربی، محمدجواد و عرب گلارچه، علیرضا، "بررسی جریان و ضریب گشتاور توربین بادی داریوس برحسب تغییرات زاویهٔ گام و نسبت سرعت نوک پره"، https://civilica.com/doc/791618. (۱۳۹۵).

۱۶. ساغری‌چی، امیر و مغربی، محمدجواد و عرب گلارچه، علیرضا، "بررسی عددی تأثیر زاویهٔ گام‌های ثابت و متغیر پره بر واماندگی دینامیکی جریان حول پرهٔ توربین بادی داریوس"، https://civilica.com/doc/911971. (۱۳۹۵).

17. Zhou, H., Lu, Y., Liu, X., Chang, R., Wang, B., "Harvesting wind Energy in low-rise residential buildings: Design and optimization of building forms", *Journal of Cleaner Production*, Vol. 167, pp. 306-316, (2017).

18. Belmili, H., Cheikh, R., Smail, T., Seddaoui, N., Biara, R.W.,"Study, design and manufacturing of hybrid vertical axis Savonius wind turbine for urban architecture", *Energy Procedia*, Vol. 136, pp. 330-335, (2017).
19. Bethi, R.V., Laws, P., Kumar, P., Mitra, S., "Modified Savonius wind turbine for harvesting wind energy from trains moving in tunnels", *Renewable Energy*, Vol. 135, pp. 1056-1063, (2019).
20. Saqr, K. M., and Musa, M. N., "A perspective of the Malaysian highway energy consumption and future power supply", *Energy Policy*, Vol. 39(6), pp. 3873-3877, (2011).
21. Musa, N., Osman, K., and Hamat, A. M. A., "Renewable Energy from Induced Airflow Generated by Cruising Ground Vehicles in Tandem using RANS", *Energy Procedia*, Vol. 14, pp. 1877-1882, (2012).
22. Santhakumar, S., Palanivel, I., and Venkatasubramanian, K., "A study on the rotational behaviour of a Savonius Wind turbine in low rise highways during different monsoons", *Energy for Sustainable Development*, Vol. 40, pp. 1-10, (2017).
23. Tian, W., Mao, Z., An, X., Zhang, B., Wen, H., "Numerical study of energy recovery from the wakes of moving vehicles on highways by using a vertical axis wind turbine", *Energy*, Vol. 141, pp. 715-728, (2017).
24. Tian, W., Song, B., and Mao, Z., "Numerical investigation of wind turbines and turbine arrays on highways", *Renewable Energy*, Vol. 147, pp. 384-398, (2020).
25. Tian, W., Mao, Z., and Li, Y., "Numerical Simulations of a VAWT in the Wake of a Moving Car", *Energies*, Vol. 10(4), pp. 478, (2017).
26. Kaewbumrung, M., Tangsopa, W., and Thongsri, J., "Investigation of the Trailing Edge Modification Effect on Compressor Blade Aerodynamics Using SST k-ω Turbulence Model", *Aerospace*, Vol. 6(4), pp. 48, (2019).
27. Raciti Castelli, M., Englaro, A., and Benini, E., "The Darrieus wind turbine: Proposal for a new performance prediction model based on CFD", *Energy*, Vol.36 (8), pp. 4919-4934, (2011).
28. Sun, X., Wang, Y., An, Q., Cao, Y., Wu, G., "Aerodynamic performance and characteristic of vortex structures for Darrieus wind turbine", *I. Numerical Method and Aerodynamic Performance. Journal of Renewable and Sustainable Energy*, Vol. 6(4), pp. 043134, (2014).
29. Hassan, G. E., Hassan, A., and Youssef, M. E., "Numerical investigation of medium range re numbers aerodynamics characteristics for naca0018 airfoil", *CFD letters*, Vol. 6(4), pp. 175-187, (2015).
30. Wafula, D., Wang, C.,Wei, Y., N.Kamau, J., A, Louis., M.Danao., , "A numerical analysis of unsteady inflow wind for site specific vertical axis wind turbine", *Rew Energy*, Vol. 76, pp. 648-661, (2015).

Numerical Investigation of Darrieus Wind Turbine Near a One-Way Highway

Sadegh Toudarbari[1] Mohamad Javad Maghrebi [2]

1. Introduction

Nowadays, wind turbines is a controversial subject among researchers. Wind turbines, based on the rotational axis direction, are separated into horizontal axis wind turbines and vertical axis wind turbines. In the horizontal axis wind turbine type, the rotational axis is parallel with the earth, and in the vertical axis wind turbine, the rotational axis is perpendicular to the earth surface. The vertical axis wind turbines are desirable choices for urban areas. The vertical axis wind turbines could be used in several places such as at the top of the roof, beside railways and highways. Many studies have been conducted to investigate the operation of these turbines on the highway for harnessing the energy which is stored in the wake of vehicles. The vertical axis wind turbine is separated into two different types for instance drag-based (Savonius) and lift-based (Darrieus). Darrieus wind turbines have high efficiency in comparison with Savonius wind turbines. On the contrary, Darrieus wind turbines are weak in self-starting capability in comparison with Savonius wind turbines.

In this study, the operation of Darrieus wind turbine on the one-way highway was measured by simulating the turbine beside the highway. The CFD method is used by utilizing the URANS method. In order to model the rotation of the turbine, the sliding mesh method was used. Moreover, the dynamic mesh technique was applied to simulate the vehicle movement. First of all, mesh independency was evaluated. After that, the validation of the present work was performed. Furthermore, the effect of the vehicle on the turbine was assessed at different tip speed ratios.

2. Case Study

Specifications of the 4-blade Darrieus wind turbine which is considered in this study are shown in Table 1.

Table 1. Turbine specifications

Feature	Value
Radius of the rotor (R) $[m]$	0.515
Number of blades	4
Blade profile	NACA 0021
Swept area $[m^2]$	1.03
Blade chord $[m]$	0.0858

The computational domain and boundary conditions that was applied in this simulation is shown in Figure 1.

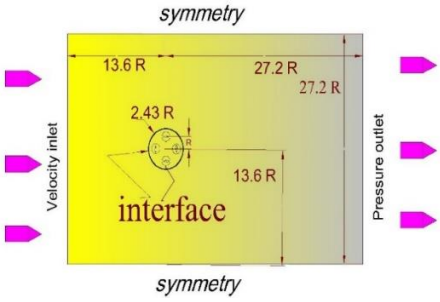


Figure 1. Computational domain

3. Mesh Independency and Validation

In the numerical simulation, the mesh independency plays a substantial role in time in terms of time-consuming and of results accuracy. Therefore, the mesh independency should be prepared. The mesh independency is illustrated in Figure 2. Consequently, in order to decrease the time solution and enhance the outcome accuracy the fine mesh was selected for simulations.

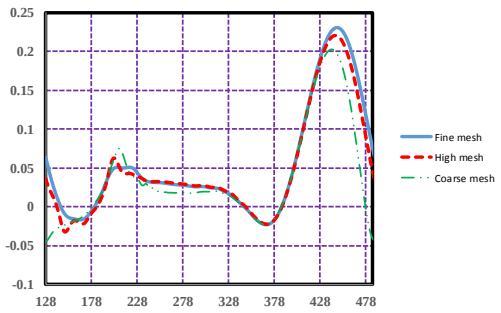


Figure 2. Mesh independency

[1] M.Sc., Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.
[2] Corresponding Author: Professor, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.
E-mail: mjmaghrebi@um.ac.ir .

The domain (Figure 1) is used to validate the numerical simulation. Power coefficients of the present study were compared with experimental outcomes that were created by Raciti Castili. The validation is shown in Figure 3. As Figure 3 shows, the results of the present study are in line with experimental results.

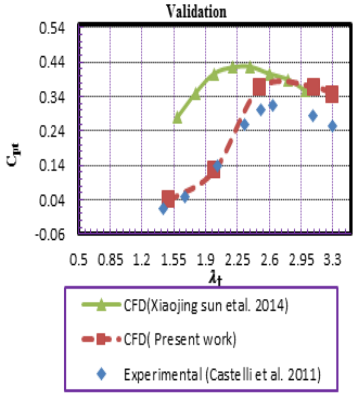


Figure 3. Validation

4. Computational Domain

In the next stage, the turbine beside a highway was simulated. The proposed computational domain is shown in Figure 4. For the purpose of simulating the rotation of the turbine and vehicle movement, the sliding mesh and dynamic mesh technique were used, respectively. The velocity of the vehicle is 32 meter per second.

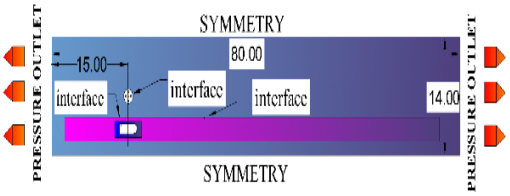


Figure 4. Computational domain and boundary conditions

5. Results

For the aim of evaluating the turbine performance on the highway, the toque coefficient of the turbine against the time at several tip speed ratios were examined according Figure 5. According to Figure 5, the turbine torque coefficient at $\lambda = 0.644$ has a better operation compared to the other tip speed ratios.

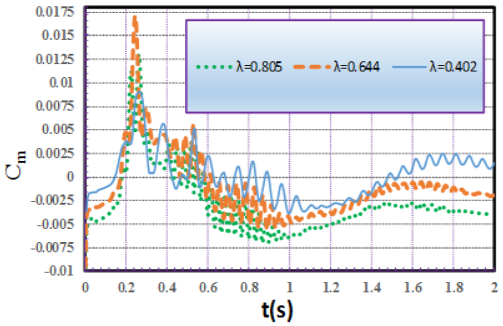


Figure 5. Torque coefficient against time

6. Conclusion

The mean power coefficient of the turbine versus tip speed ratios is demonstrated in Figure 6. As Figure 6 shows, the power coefficient of the turbine has a rising trend firstly and after the power coefficient touches the maximum value at $\lambda = 0.644$ the trend of the power coefficient starts to decline. Consequently, the optimum tip speed ratio is $\lambda = 0.644$ in which the power coefficient is maximum.

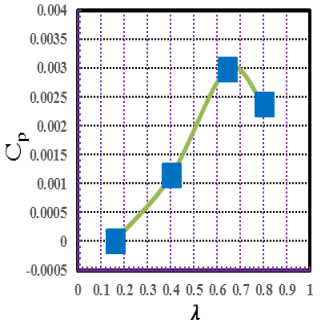


Figure 6. Power coefficient against time

تحقیق عددی و تجربی روی یک متمرکزکننده سهموی خورشیدی*

مقاله پژوهشی

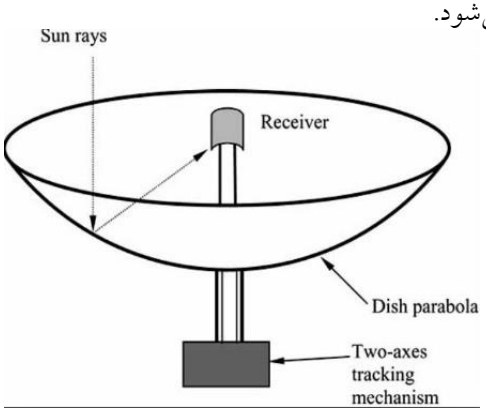
محمد شفیعی دهج[۱] محسن میرزایی[۲] مصطفی زمانی محی‌آبادی[۳]

چکیده *در این مقاله سیستم خورشیدی از نوع متمرکزکننده‌ای خورشیدی سهموی نقطه‌ای، مطالعه عددی و تجربی شده است. در کنار طراحی، ساخت و آزمایش کلکتور، سیستم در نرم‌افزار کامسول نیز مدل‌سازی شده است. آزمایشات و مدل‌سازی با استفاده از ۲جاذب لوله‌ای مارپیچ و صفحه‌ای فین شکل در نقطه کانونی با ۳دبی مختلف و در ۲ سیکل بسته و باز انجام شده است. مقایسهٔ نتایج تجربی و شبیه سازی تطابق خوبی را بین آن‌ها نشان می‌دهد و میزان خطا بین ۱ تا ٤درصد است. نتایج نشان می‌دهد که جاذب نوع اول در مقایسه با جاذب نوع دوم کارایی بهتری دارد. همچنین با افزایش دبی راندمان کلکتور افزایش می‌یابد.*

واژه های کلیدی مدل‌سازی، دیش شلجمی خورشیدی، تحلیل گرمایی، جاذب.

مقدمه

دیش سهموی نقطه‌ای دارای مقطعی سهموی است که به دور یک محور (شلجمی) می‌چرخد و به حالت بشقابی درمی‌آید. از این سیستم برای متمرکزکردن تشعشع‌های خورشیدی در یک نقطه استفاده می شود. این دیش‌ها قادر هستند شار حرارتی زیادی را در کانون خود تولید کنند. از این گرما می‌توان برای تولید الکتریسیته، گرم‌کردن سیال مبرد، آب شیرین‌کن‌ها و... استفاده کرد. این دیش ها معمولا دارای دنبال‌کننده خورشیدی و جاذب به شرح ذیل هستند. دنبال‌کردن خورشید به۲طریق اتفاق می‌افتد: ۱- دنبال‌کردن زاویه ارتفاع و زاویه عمود بر زمین. ۲- دنبال‌کردن قطبی. در روش اول متمرکزکننده روی صفحه‌ای موازی صفحه زمین می‌چرخد و جهت‌های عمودی و افقی را دنبال می‌کند. در روش دوم، کلکتور حول محوری موازی محور زمین می‌چرخد که نرخ حرکتش ۱۵در جه در ساعت است و محور دیگر، محور عمود بر محور قطبی است که گردش حول این محور به‌آهستگی انجام می‌شود و در طول سال، مثبت یا منفی رادیکال ۲۳درجه تغییر می‌کند. بیشتر سیستم‌ها در مقیاس کوچک از این روش پیروی می‌کنند (شکل ۱). انرژی بازتاب‌کننده پس از جمع‌آوری در کانون به موتور انتقال داده می‌شود.



شکل ۱ شماتیک دیش سهموی نقطه‌ای.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۹/۲/۲۷و تاریخ پذیرش ۱٤۰۰/۲/۱۱ آن می‌باشد. **DOI**: 10.22067/jacsm.2021.56667.0

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان.

Email: m.shafiey@vru.ac.ir

(۲) دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان.

(۳) دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان..

تاکنون تحقیقاتی در زمینه دیش‌های شلجمی انجام شده است که در ادامه به چند نمونه از مهم‌ترین آن‌ها اشاره می‌شود. در سال۱۸۷۸ موشوت اولین کلکتور خورشیدی با متمرکزکننده مخروطی‌شکل را طراحی کرد. آینه‌های داخل مخروط، اشعه‌های خورشید را در نقطه‌ای در وسط مخروط ناقص که جذب‌کننده‌ای در آن‌جا نصب شده بود، متمرکز می‌کرد. این کلکتور را اکسیکون (Axicon) نامیدند. در سال‌های بعد، انرژی دریافت‌شده از خورشید، در مواردی مانند تأمین قدرت ماشین‌های چاپ یا تقطیر و شیرین‌کردن آب استفاده شد [۱]. صالح علی و همکارانش مطالعاتی را با هدف توسعه سه‌بعدی مبحث استاتیک متمرکزکننده‌های خورشیدی با رویکرد کاهش هزینه ارائه کردند [2]. کاوشیکا و ردی از یک دیش ماهواره‌ای با قطر ۲/٤۰۵متر و قاب آلومینیمی استفاده کردند که کوچک‌بودن بازتابنده، وزن و هزینه سیستم را کاهش می‌داد [3]. اودرین و همکارانش، یک متمرکزکننده سهموی با قطر ۲/۲متر و با ضریب بازتابش ۸۵درصد را بررسی تجربی کردند که نتایج دمای مرکز کانون را ٤۰۰درجه سانتی‌گراد نشان می‌داد و میانگین دمای ثبت‌شده نیز ۳۸۰درجه سانتی‌گراد بود. همچنین بیشترین شار تابشی در منطقه آزمایش‌شده ۷۰۰وات بر مترمربع ثبت شد. همچنین آن‌ها نشان دادند که استفاده از این سیستم‌ها برای کاربردهای حرارتی با دماهای بالا امکان‌پذیر است [4]. رافو و آبکادیر طراحی ساده‌ای از یک دیش شلجمی ارائه کردند و ۲نمونه دیش از جنس‌های فولاد ضدزنگ و یک نوع ترکیب شیمیایی از نوع آکریلونیترال (Acrlonitrile butadiene styrenr) را ساختند [5]. نتایج نشان داد که هندسه جاذب تأثیرات زیادی روی بازده اپتیکی سیستم‌های سهموی دارد، همچنین افزایش عمق متمرکزکننده و استفاده از مواد با بازتابش مناسب تأثیرات زیادی روی بازده نوری می‌گذارد. یکییونگ لیو و همکارانش روش طراحی یک متمرکزکننده با مساحت کوچک در مقیاس آزمایشگاهی را برای تحقیق و مطالعه روی دمای میانگین متمرکز کننده‌های خورشیدی ارائه کردند. نتیجه کار آن‌ها تولید ۸/۱۵ کیلووات انرژی الکتریکی روی یک جاذب ۱۵سانتی‌متری با نسبت تمرکز ۱۰۸ بود [6]. کویانجون و همکارانش هزینه بهره‌وری و تأثیر آن را بر روی سیستم‌های خورشیدی بررسی و تحقیق کردند [7]. آن‌ها از روش جهت‌یابی مونت‌کارلو برای محاسبه توزیع شار تابشی روی جاذب استفاده کردند و همچنین برای محاسبهٔ تشعشع و مکانیزم انتقال حرارت جابه‌جایی از نرم‌افزار انسیس فلوئنت استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد دمای آب خروجی و انرژی ورودی به‌صورت خطی با افزایش تابش مستقیم سطحی افزایش می‌یابد، اما انرژی خروجی به‌صورت غیرخطی با افزایش تابش مستقیم سطحی افزایش می‌یابد. اسوانمورزی و شوانگووگام درباره بازده حرارتی خوراک‌پزهای خورشیدی تحقیق کردند [8]. ردی و همکارانش تحقیقات تجربی خود را روی یک دیش سهموی خورشیدی با مساحت ۲۰مترمربع انجام دادند. آن‌ها عملکرد یک جاذب تعدیل‌شده (اصلاح‌شده) را درباره میانگین تلفات حرارتی بررسی کردند [9]. آن‌ها مقدار اتلافات حرارتی جاذب را که بر اثر وزش باد (برخورد مستقیم باد به سطح جاذب و برخورد غیرمستقیم باد به اطراف جاذب) به وجود می‌آید، بررسی کردند. نتاج آن‌ها نشان داد وزش مستقیم باد روی سطح جاذب، تأثیر زیادی در اتلافات حرارتی نسبت به وزش غیرمستقیم باد دارد.

جونس و وانگ توزیع شار را روی جاذب استوانه‌ای با دیش سهموی محاسبه کردند و با استفاده از روش هندسهٔ نوری پارامترهایی ازقبیل خطای سطح متمرکزکننده و خطای نقطه‌یابی خمیدگی دیش را شرح دادند [10]. نتایج به‌دست‌آمده آن‌ها نشان داد توزیع شار تابشی روی سطح جاذب در اطراف (دورتادور)سیلندر جاذب مشهودتر از دیگر نواحی است و انحرافات سیستم همراه با نسبت قطر می‌تواند تأثیرات زیادی بر روی نتایج داشته باشد. این انحرافات حتی در نسبت

قطرهای خیلی کوچک هم می تواند روی مقادیر شدت تمرکز در پیرامون جاذب اثرگذار باشد. تاکار مطالعه خود را روی روش‌های صنعتی‌کردن دیش‌های سهموی متمرکز کرد و مدل‌های ریاضی برای کاربردهای گرمایی، اتلافات حرارتی، خطاهای سیستم و محاسبات مربوط به متمرکزکننده‌های سهمی‌گون ارائه داد [11]. بلازکویز آزمایش‌های اپتیکی برای دیش‌های سهموی با موتور استرلینگ را که نمونهٔ اولیهٔ آن را کتر ساخته بود، ارائه کرد [12]. هدف از این تحقیق شرح پارامترهای اپتیکی برای نمونهٔ اولیهٔ متمرکزکنندهای سهموی نقطه‌ای بود.

زیژانژ با آزمایش‌هایی که انجام داد، مقدار شار تابشی تولیدشده روی جاذب متمرکزکننده را با استفاده از روش جهت‌یابی مونت‌کارلو بررسی کرد [13]. وی همچنین روند تغییر شار تابشی را برای متمرکزکنندهٔ ایدئال و واقعی با استفاده از انتشار نور اشعهX برای قطرهای مختلف دهانهٔ ورودی کلکتور و جاذب‌های مختلف ارزیابی کرد. نتایج نشان داد زمانی که جاذب را به جلو یا عقب حرکت می‌دهیم، می‌توانیم شار توزیعی را یکنواخت‌تر کنیم، اما بازده متمرکزکننده به‌علت پراکندگی پرتوهای روی جاذب کاهش می‌یابد. شوای روش جهت‌یابی مونت‌کارلو را با خواص نوری برای پیش‌بینی عملکرد تشعشعی محفظه جاذب سیستم دیش متمرکزکننده خورشیدی ترکیب کرد [14]. همچنین تأثیر نحوهٔ تابش خورشیدی و خطای سطح مبتنی بر تابش یکسان را مطالعه کرد. شوای نشان داد که نحوهٔ تابش خورشیدی بر توزیع شار خورشیدی مؤثر است و مقدار گردهٔ خورشیدی تأثیر کمی روی نقطهٔ اوج منحنی نسبت تمرکز دارد، ولی شعاع کانونی با افزایش گردهٔ خورشیدی افزایش می‌یابد. با افزایش خطای سطح، شار توزیعی کاهش می‌یابد و شکل هندسی جاذب تأثیرات مهمی در توزیع شار حرارتی دارد. همچنین با بررسی ۵محفظهٔ جاذب نشان داد که جاذب کروی عملکرد بهتری نسبت به بقیه دارد. پاولوویک و همکارانش [15] با مدل‌سازی یک متمرکزکننده سهموی، مقدار بازده انرژی، اگزرژی و همچنین فاصله بهینه بین بازتابنده و جاذب را بررسی کردند. جتر [16]توزیع مقدار شار در صفحهٔ کانونی را تحقیق و بررسی کرد. او توانست مقدار انرژی توزیع‌شده به‌وسیلهٔ شار حرارتی را در صفحه کانونی در حالت ایدئال محاسبه و آن را روی نمودار ترسیم کند. این نمودار به‌عنوان نموداری مرجع برای استفاده در پژوهش‌هایی از این دست شد. شوبنل و همکارانش تأثیرات شکل خورشیدی را بر توزیع شار در متمرکزکننده‌های خورشیدی بررسی کردند [17]. آن‌ها برای انجام آزمایش‌های خود از روش‌های جهت‌یابی مختلفی استفاده کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که با افزایش طول موج، مقدار پهنای عرضی کانون افزایش می‌یابد و در مقابل نسبت تمرکز در جاذب نیز کاهش می‌یابد.

چین کین چام و همکارانش تأثیرات برخورد تابش مستقیم سطحی بر متمرکزکننده‌های سهموی خورشیدی را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی سیستم را انجام دادند [18]. نتایج آن‌ها نشان داد با کاهش تابش مستقیم سطحی، توان ورودی به جاذب کاهش می‌یابد و میزان تلفات پرتوهای خورشیدی افزایش می‌یابد. بنابراین برای افزایش توان ورودی به جاذب باید میزان تابش مستقیم سطحی افزایش یابد. کاپاتکار و همکارانش یک دیش سهموی با قطر ۱/٦متر و با ضریب بازتابش ۰/۸ را آزمایش کردند [19]. هدف آن‌ها بررسی عملکرد حرارتی یک جاذب از جنس مس بود. آن‌ها همچنین عملکرد نسبت تمرکز جاذب مدنظر را با تغییر گام در مارپیچ کویل بررسی کردند. لیفانگ لی و همکارانش مباحث طراحی دیش‌های سهموی را بررسی کردند [20]. یکی از نکات مهم در استفاده از دیش‌های سهموی برای رسیدن به بازده و دمای بالا، تولید متمرکزکننده‌هایی با قطر دهانه بزرگ است. در همین راستا در این مقاله یک طرحی ارائه شد که بتوان متمرکزکننده‌هایی با قطر ۳۰ متر و بازده ۹۰ درصد تولید کرد. مون و همکارانش از یک

سیستم سهموی خطی برای بررسی عددی عملکرد شار تابشی و تغییرات دما روی سطح جاذب استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار کامسول شبیه‌سازی سیستم را انجام دادند. آن‌ها از ۳ نوع سیال به‌عنوان سیال عامل استفاده و عملکرد حرارتی هر کدام را جداگانه بررسی کردند [21]. حافظ و همکارانش مقاله‌ای درباره طراحی، شبیه‌سازی و ارزیابی حرارتی سیستم‌های خورشیدی از نوع متمرکزکننده/بشقابی را ارائه کردند [22]. آن‌ها پس از بحث‌های تئوری درباره این نوع سیستم‌ها و ابعاد مختلف آن (شامل زاویه ریم، قطر دهانه دیش، قطر دهانه جاذب، محل کانون، فاصله کانون، ارزیابی حرارتی سیستم و...) و ارائه فرمول‌های طراحی مورد نیاز، طرح جدیدی ارائه کردند. ردی و همکارانش اثرات اتلافات حرارتی ناشی از جابه‌جایی طبیعی و اتلافات حرارتی ناشی از تابش بر روی جاذب را بررسی کردند [23]. نتایج آن‌ها نشان داد که اتلافات حرارتی ناشی از جابه‌جایی طبیعی بسیار تحت‌تأثیر موقعیت جاذب است و زمانی که جاذب در موقعیت زاویهٔ کمتر از ٤٥ درجه نسبت به افق قرار می‌گیرد، بیشترین اتلافات حرارتی را دارد. روجاس مورین و همکارانش با استفاده از نرم‌افزار کامسول ارزیابی حرارتی جاذب یک دیش سهموی نقطه‌ای را بررسی کردند [24]. جاذب استفاده‌شده از یک قطعهٔ استوانه‌ای تشکیل شده بود که این قطعه از ۲مکانیزم برای افزایش دما استفاده می‌کرد. مکانیزم‌های استفاده‌شده شامل گرمایش القایی و گرمایش به‌وسیلهٔ متمرکزکنندهٔ سهموی خورشیدی بود. نتایج آن‌ها نشان داد در گرمایش القایی، انرژی زیادی برای گرمایش قطعه نیاز است، اما زمانی که این ۲مکانیزم باهم ترکیب می‌شوند، انرژی زیادی را می‌توان ذخیره کرد.

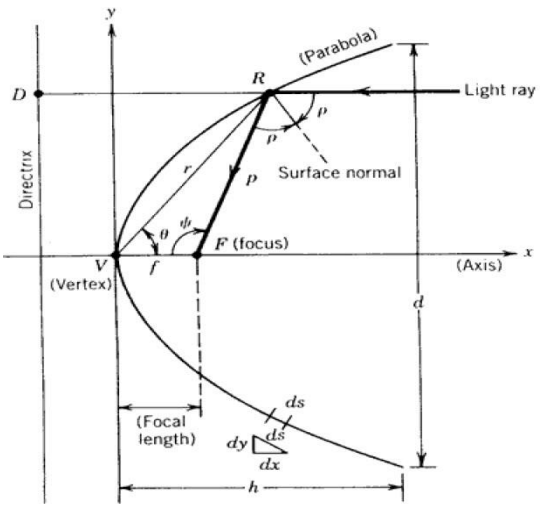
تیروناوکاراسو و چرالاتان عملکرد انرژی و اگزرژی یک نوع جاذب مارپیچی را در یک دیش متمرکزکنندهٔ سهموی خورشیدی به‌صورت آزمایشگاهی بررسی و نتایجش را ارائه کردند. آن‌ها تجزیه و تحلیل عملکرد تجربی در سطوح مختلف تابش را انجام دادند و متوسط بازده حرارتی گیرندهٔ لولهٔ مارپیچی را ٥٦/٢ درصد به‌دست آوردند [25]. در یک تحقیق دیگر، ونکاتاچالام و چرلاتان بازده حرارتی و ترمودینامیکی یک جاذب مخروطی با نسبت‌های منظری مختلف در یک دیش متمرکزکنندهٔ سهموی خورشیدی را به‌صورت آزمایشگاهی بررسی و آنالیز کردند. نتایج نشان داد که نسبت منظری تأثیر چشمگیری بر عملکرد جاذب خورشیدی دارد .[26] آوارگانی و همکاران یک سیستم جدید خورشیدی یکپارچه (شامل یک دیش متمرکزکنندهٔ سهموی خورشیدی، جاذب استوانه‌ای مارپیچی و ۲سری مبدل حرارتی فین–لوله) را برای بازسازی مواد خشک‌شویی در سیستم‌های تهویه مطبوع خورشیدی ارائه کردند. آن‌ها این سیستم را به‌صورت عددی و تجربی بررسی کردند و فهمیدند که عملکرد این سیستم در بازسازی مواد خشک‌کننده از سیستم‌های دیگر بهتر است [27]. چیف و همکاران یک مطالعهٔ پارامتریک از یک دیش متمرکزکنندهٔ سهموی خورشیدی به‌منظور تعیین بهترین تنظیمات و دستیابی به عملکرد بهینهٔ سیستم را بررسی کردند. آن‌ها برخی شبیه‌سازی‌های عددی برای ٤لولهٔ جاذب انجام دادند. تجزیه و تحلیل حرارتی اثبات کرد که داده‌های خروجی از جاذب تحت‌تأثیر خصوصیات هندسی جاذب است [28]. وانگ و همکاران تحولات مهم متمرکزکنندهٔ نقطه‌ای کوچک در دههٔ گذشته را بررسی و پیشرفت‌های فنی این متمرکزکننده‌ها و عملکرد مربوط به آن‌ها را ارائه کردند [29]. بیدیک و همکاران طرح‌های جدید و روش‌های تولیدی را در سال‌های گذشته برای متمرکزکننده‌های خورشیدی صفحهٔ سهموی ساختند. آن‌ها یک بررسی از چندین طرح خود را ارائه کردند که اکنون دارای حق ثبت اختراع در ایالات متحده، اسپانیا و مکزیک است و مزایای این نمونه‌های پیشنهادی را براساس ساختار، روش تنظیم سطح سهموی و الگوریتم‌های اتوماسیون ساخت و مونتاژ این دستگاه‌ها تجزیه و تحلیل کردند [30].

باتوجه‌به تحقیقات گذشـــته، در پژوهش پیش رو یک متمرکزکنندهٔ سهموی نقطه‌ای خورشیدی با استفاده از ۲ جاذب مختلف و در ۲ سیکل بسته و باز بررسی عددی و تجربی می‌شود. در پژوهش‌های انجام‌شده این موضوع بررسی نشده است. همچنین این جاذب‌ها که ایدهٔ طراحی و ساخت آن‌ها در همین پروژه ارائه شده، در پژوهش‌های دیگر تحقیق و بررسی نشده است.

مدل‌سازی و دستگاه آزمایشی

کلیات متمرکزکننده‌های سهموی خورشیدی

یک سهمی مکان هندسی نقاطی است که در طول یک خط و نقطهٔ ثابت حرکت می‌کند که در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲ دیش سهموی

در شـــکل فوق خط ثابت را directrix می‌نامند و نقطهٔ ثابت را کانون (F) می‌نامند. طول خط RD و FR باهم برابر است. زاویهٔ بین پرتوهای رسیده به سهمی و انتقال داده‌شده به کانون با ρ مشخص شده است. خط عمود نسـبت به خط ثابت که از نقطهٔ کانونی می‌گذرد، محور سهمی نام دارد. نقطهٔ برخورد سهمی با این خط رأس سهمی (V) را ایجاد می‌کند که حدفاصل بین خط ثابت و کانون(F) قرار می‌گیرد. قسـمت‌های مختلف و دیگر دیش به‌صورت زیر بیان می‌شود:

۱. سطح ناحیهٔ ورودی دیش: کل سطح متمرکزکننده که پرتوهای خورشیدی روی آن قرار می‌گیرد.
۲. قطر دهانه ورودی دیش: قطر دیش (در شـکل با d نشان داده شده است).
۳. فاصلهٔ کانونی: فاصله‌ای است بین رأس سهمی تا کانون سهمی که در شکل با (VF) مشخص شده است.
٤. زاویهٔ ریم: نسـبت بین فاصـلهٔ کانونی و قطر دیش (f/d).
۵. عمق دیش: بیشترین فاصله بین رأس دیش تا دهانهٔ ورودی سهمی (در شکل با h مشخص شده است).
٦. طول سهمی: مقدار اندازهٔ محیطی سهمی (در شکل با S مشخص شده است).

مدل‌سازی

شبیه‌سازی سیستم. در بخش شبیه‌سازی جریان، ابتدا باید بسیاری از شرایط شبیه‌سازی تعیین شود. در ابتدا، تجزیه و تحلیل داخل مسیر جاذب انتخاب می‌شود، زیرا آب در داخل لوله جریان می‌یابد. پس از این، باید ضریب هدایت حرارتی در جامدات و مقدار تابش خورشید را تعیین کرد. تابش به‌صورت ثابت و عمودی بر روی روزنهٔ (نقطهٔ کانون) بازتابنده انتخاب شده است. سپس باید جنس مادهٔ جاذب مشخص شود. جنس جاذب، آلومینیم و یک نوع آینهٔ خاص برای بازتابنده انتخاب شده است. آب به‌عنوان سیال کاری در این شبیه‌سازی انتخاب شده است. تولید مش این مدل با تأکید بر بهبود و اصلاح سلول‌ها با نرم‌افزار SolidWorks ایجاد شده است. با اصلاح مش زنی، هم‌گرایی بهتر و نتایج مقبول‌تر می‌شود [30]. حدود ۲ میلیون المان (سلول) در شبیه‌سازی حرارتی جاذب تولید شده است. در تجزیه و تحلیل نوری که با استفاده از ابزار شبیه‌سازی جریان انجام شده است، ۲ میلیون پرتو خورشیدی برای

شبیه‌سازی مسئله انتخاب شده است. شکل (۳) مدلی که در نرم‌افزار ایجاد شده است را نشان می‌دهد. این مدل در نرم‌افزار SolidWorks طراحی شد و برای تحلیل به نرم‌افزار کامسول منتقل شد. همان‌طور که در شکل (٤) می‌بینید، جاذب در نقطهٔ کانونی به‌صورت یک کویل که حول یک نقطه تابیده شده، مشخص است و جریان از سمت ورودی به‌سمت خروجی هدایت می‌شود.

در ورودی میزان دبی جرمی آب ورودی و دمای یکنواخت به‌عنوان شرط مرزی و ورودی جاذب انتخاب شد و شرط مرزی خروجی و فشار استاتیک در خروجی جاذب براساس فشار محیط اطراف تنظیم شد. آخرین شرط مرزی، تعیین نحوهٔ انتقال گرما بین سطح خارجی جاذب و محیط است. این نکته شایان ذکر است که برای تعیین شرایط کار متفاوت، دمای ورودی آب در شرایط مرزی مناسب تغییر کرده است. پس از این مرحله، سطح تابش انتخاب و منعکس‌کننده به‌عنوان یک سطح متقارن برای انعکاس اشعه خورشید تعیین شد. همچنین در روش ردیابی اشعه، بازتاب‌ها برای دستیابی به نتایج مطلوب تنظیم شدند. برای سطح خارجی جاذب، با تنظیم میزان انتشار و جذب مناسب، سطح تابش جدید ایجاد شده است.

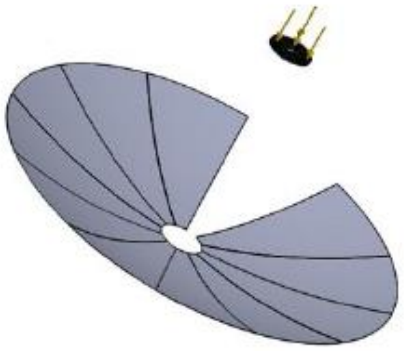
صفحهٔ کانونی پس از جذب انرژی گرمایی از کلکتور متمرکزکننده سهموی نقطه‌ای، انرژی خود را با مکانیزم انتقال حرارت هدایتی به دیوارهٔ لوله‌ها که متصل به صفحهٔ کانونی است، منتقل می‌کند. در نرم‌افزار کامسول برای ارتباط بین فیزیک نوری و فیزیک انتقال حرارت جامدات، گزینه‌ای را با عنوان مرز منبع حرارتی (Boundery Heat source) در نظر گرفته است که می‌توان این ۲ فیزیک را در این قسمت باهم ترکیب کرد (مدل مولتی‌فیزیک). برای محاسبه مقدار شار حرارتی ازدست‌رفته، برای محیط به‌دلیل انتقال حرارت بین صفحهٔ کانونی و محیط اطراف (در اثر جابه‌جایی طبیعی و اجباری) در این نرم‌افزار از گزینهٔ شار حرارتی (Heat flux) استفاده شده است. درنهایت، تعیین شرایط مناسب برای هم‌گرایی است. شرط دمای محیط برای مایعات و سطح دمای جامد به‌عنوان اولین شرط انتخاب شده است، زیرا این شرط منجر به هم‌گرایی می‌شود. همچنین دمای متوسط حجمی در خروجی جاذب و میانگین دمای سطح جاذب به‌عنوان دمای سطح انتخاب شده است. علاوه‌براین، انرژی خورشیدی گرفته‌شده به‌وسیلهٔ جاذب که یک پارامتر بسیار مفید برای بهینه‌سازی نوری است، به‌عنوان هدف انتخاب شده است [32].

برخی دیگر از فرضیات برای این مدل‌سازی به‌صورت زیر است:

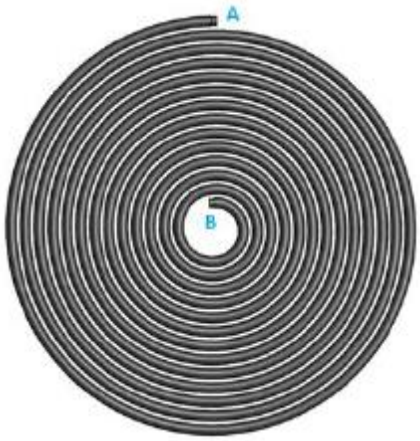
۱. توزیع شار در سطح لوله یکنواخت فرض می‌شود.
۲. فرض می شود که جریان سیال کاملا تو سعه یافته و غیرقابل تراکم است.
۳. انتقال حرارت حالت ثابت در نظر گرفته می‌شود تا شار گرما در دیوار تغییر نکند.
٤. ضریب هدایت گرمایی جاذب یکنواخت و ثابت است.

با تغییر دبی ورودی، کلکتور در شرایط مختلف کاری برر سی شده ا ست. همچنین، با تغییر فا صلهٔ بین جاذب و بازتابنده، تجزیه و تحلیل نوری انجام شده است.

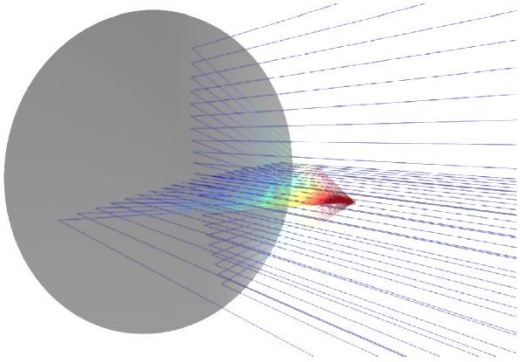
شبیه‌سازی اپتیکی. دیش‌های متمرکزکننده پرتوهای خورشید را در یک نقطه روی کانون متمرکز می‌کنند. همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود، پرتوهای خورشیدی که از سمت راست متمرکزکننده به متمرکزکننده برخورد کرده است، همه در یک نقطهٔ کانونی جمع‌آوری شده‌اند که در این نقطه شار حرارتی زیادی تولید می‌شود.



شکل ۳ شماتیک مدل شبیه‌سازی‌شده



شکل ٤ شماتیک جاذب لوله‌ای مارپیچ



شکل ۵ پرتوهای رسیده به متمرکزکننده و بازتابش‌شده

از مفاهیم کاربردی و اصلی دربارهٔ عملکرد سیستم‌های خورشیدی سهموی نقطه‌ای، مفهوم نسبت متمرکز است که منظور نسبت شار حرارتی مفید به‌دست‌آمده از شار خورشیدی رسیده به متمرکزکننده است. به‌نوعی نسبت تمرکز بالا را می‌توان قابلیت دیش سهموی در تولید شار گرمایی بیشتر در نقطهٔ کانونی به حساب آورد. اگر طراحی دیش هندسی به‌خوبی انجام نشده باشد یا ضریب جذب و خطای سطح متمرکزکننده مقادیر مناسبی نباشد، در مفهوم نسبت تمرکز تأثیرگذار بوده و ممکن است این مقدار را کم یا زیاد نشان دهد. برای محاسبهٔ این مقدار می‌توان شار خورشیدی به‌وجودآمده روی صفحهٔ کانونی یا محفظهٔ جاذب را محاسبه کرد. معمولا از روش‌های زیر برای محاسبهٔ نسبت تمرکز استفاده می‌شود:

۱. مدل شـوای که از روش جهت‌یابی مونت‌کارلو برای محاسبهٔ نسبت تمرکز استفاده کرده است.
۲. مدل جتر که از روش نیمه‌تحلیلی برای محاسـبهٔ نسـبت تمرکز و توزیع میزان شـدت پرتو های خورشیدی روی صفحه کانونی استفاده کرده است.
۳. روش اسـتا ندارد دیگری که در خیلی از مراکز تحقیقاتی خورشـیدی برای اندازه‌گیری شـار خورشیدی به کار می‌رود، استفاده از دستگاه CCD (charge coupled device) است.

روش استفاده‌شده جتر بیشتر مبتنی بر مبانی تئوری و به‌صورت ایدئال بررسی شده است، ولی روش شوای به‌صورت عملی بررسی شده و نزدیک به واقعیت است.

برای مدل‌سازی دیش، در قسمت کتابخانه نرم‌افزار کامسول [33] برای ارزیابی مبحث بازتابش (آینه ها)، مدل دیش‌های شلجمی مختلف طرح‌ریزی شده است که می‌توان با تغییر ابعاد و اندازه از آن برای مدل مدنظر استفاده کرد. پس از انتخاب دیش مدنظر، ابعاد سیستم که شامل f= ۹۰cm (فاصله کانونی) و زاویهٔ ریم ۳۸ درجه است، در آن وارد می‌شود و صفحهٔ دایروی نازک به شعاع ۵سانتی‌متر در نقطهٔ کانونی آن قرار داده می‌شود که اندازه‌گیری شار حرارتی و نسبت تمرکز روی آن صفحه تعیین می‌شود. یکی از شرایط مرزی که در قسمت تحلیل‌های نوری به کار رفته، شرط مرزی مربوط به خواص بازتابشی متمرکزکننده است که در روی

صفحهٔ متمرکزکننده به کار می‌رود. برای پرتوهای خارج‌شونده از این صفحه می‌توان مقادیر اولیه مربوط به پرتوها را که شامل ضریب جذب، بیشترین زاویه خورشیدی، شار خورشیدی انحراف سطح، زبری سطح و... است، در این بخش وارد کرد.

در این بخش شدت هر کدام از پرتوها به‌طور منحصربه‌فرد و جداگانه محاسبه می‌شود. هر کدام از پرتوها دارای مقدار انرژی هستند. برای معرفی صفحهٔ کانونی در این بخش از گزینهٔ دیوار استفاده می‌شود و برای محاسبه شدت شار توزیعی پرتوها روی کانون از گزینهٔ توان پرتوهای ذخیره‌شده استفاده می‌شود. با به‌دست‌آوردن میزان شار تصاحب‌شده در کانون، می‌توان نسبت تمرکز را محاسبه کرد [34]. در قسمت ضریب جذب می‌توان میزان جذب پرتوهای خورشیدی و بازتابش آن به کانون را وارد کرد که این میزان برای سیستم مدنظر ۲۵درصد در نظر گرفته شده است. این بدان معنی است که ۷۵درصد از پرتوهای رسیده به دیش به کانون بازتابش می‌شود. همهٔ پرتوهای رسیده از سمت خورشید به زمین به‌دلیل اختلاف زاویه بین زمین و خورشید کاملا موازی نیستند. این اختلاف زاویه بین زمین و خورشید که در بیشترین مقدار خود به (mrad) ٤/٦٥ می‌رسد، باعث می‌شود پرتوهایی که از طرف صفحهٔ خورشیدی به زمین می‌رسد، به‌شدت پرتوهای موازی خورشید نباشد، به همین دلیل پرتوهای ساطع‌شده از متمرکزکننده در وسط دیش دارای شدت بیشتری نسبت به اطراف دیش است که این پدیده را تاریکی نواحی اطراف خورشید می‌گویند. در بخش شرط مرزی خواص بازتابشی متمرکزکننده می‌توان این اختلاف زاویهٔ خورشید و زمین را وارد کرد.

دستگاه آزمایشی

سیستم خورشیدی دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان (شکل٦) از چند قسمت به شرح زیر تشکیل شده است:

۱. دیش سهموی: دیش سهموی از نوع نقطه‌ای دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان با زاویه ریم برابر با ۳۸درجه و فاصله کانونی ۹۱سانتی‌متر، سطح و قطری به‌ترتیب $A= ١/٣٤٤٦^2$ و $d=/٣٠٨٤\ m$ را تشکیل می‌دهد. سطح داخلی دیش مدنظر با آینه پوشانده شده که طبق آمار و نتایج تجربی و به‌استناد از مقالات مقدار خطای سطح و ضریب جذب به‌ترتیب ۲/۵ mrad و ۰/۳۵در نظر گرفته شده است.

۲. سازه: ساختمان سازه به‌نحوی است که تجهیزات استفاده‌شده در این سیستم روی آن سوار می‌شود. این سازه به‌نحوی طراحی شده است که می‌تواند خورشید را به‌وسیلهٔ ۲موتور خود در آسمان دنبال کند و در هر لحظه نقطهٔ کانون دیش سهوی را روی جاذب تنظیم کند. لوله‌های انتقال سیال و جاذب همراه با دیش حرکت می‌کنند. برای مقابله با نیروی باد در قسمت پایین سازه، ۲تکیه‌گاه در نظر گرفته شده است که می‌توان سازه را به‌وسیلهٔ آن‌ها روی زمین محکم کرد.

۳. لوله‌های انتقال سیال: برای این منظور از لوله ۱/۲ از جنس گالوانیزه استفاده شده است که با عایق‌بندی مناسب، اتلافات حرارتی آن کاسته شده است. طول لولهٔ به‌کاررفته ۸ متر است.

٤. پمپ و مخزن: برای به‌جریان درآوردن و همچنین ذخیرهٔ سیال از یک پمپ گریز از مرکز (توان W ۱۲۰، ظرفیت lit/min ۲۰ و هد m ۹) و یک مخزن استفاده شده است. حجم مخزن استفاده شده ۹لیتر است. دبی عبوری نیز با استفاده از رو تامتر اندازه‌گیری می‌شود. همچنین از یک شیر کنترل جریان برای تنظیم دبی نیز استفاده شده است.

۵. جاذب: جاذب قطعه‌ای است که برای جذب گرمای کانون در مرکز دیش سهوی قرار می‌گیرد. در این سیستم ۲ نوع جاذب طراحی و ساخته شده که هر کدام به‌صورت جداگانه بررسی و نتایج آن ثبت شده است:

جاذب صفحه‌ای فین‌دار (نوع اول): در این جاذب که از آلومینیم ساخته شده، محفظه‌ای طراحی شده و در آن از پره‌هایی برای انتقال حرارت ا ستفاده شده ا ست (شکل ۷-الف).

برای ورود و خروج جریان سیال یک ورودی و یک خروجی برای آن در نظر گرفته شده است. قسمتی از این جاذب که دقیقا جلو پرتوهای متمرکزکننده قرار می‌گیرد که صفحه‌ای به‌ضخامت ۱/۵میلی‌متر و پره‌هایی به‌ضخامت ۰/۵میلی‌متر است. پشت محفظه به‌وسیلهٔ قطعه‌ای فلزی بسته شده است که محفظه را آب‌بندی می‌کند. در وسط محفظه نیز برای سوارکردن قطعات روی همدیگر یک پیچ تعبیه شده است.

جاذب لو له‌ای مارپیچ (نوع دوم): در این جاذب لوله‌های آلومینیمی به‌قطر ۸ میلی‌متر به‌صورت کویل‌مانند دور هم تابیده شده‌اند. پشت آن یک صفحهٔ آلومینیمی به ضخامت ۲ میلی‌متر نصب می شود و سیال خنک‌کننده پس از حرکت در داخل این لوله و خروج از آن وارد مخزن می شود که در شکل ۷-ب نشان داده شده است.



شکل ٦ دیش خورشیدی سهموی نقطه‌ای دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان



(الف)



(ب)

شکل ۷ جاذب‌های به‌کاررفته در دیش خورشیدی. الف) صفحه‌ای فین‌دار (نوع اول)، ب) لوله‌ای مارپیچ (نوع دوم)

روش انجام آزمایش‌ها. سیکل بسته: در این سیکل، سیال (آب) پس از بازشدن شیر کنترل جریان (با حداکثر دبی lit/min ۱۵) که بعد از مخزن ۹لیتری قرار دارد، وارد پمپ می شود که بعد با فشار بالا و گذشتن از لوله‌های انتقال سیال وارد جاذب می‌شود. در این مرحله با جذب گرمای جاذب و افزایش دما دوباره وارد مخزن می‌شود و سیکل ادامه پیدا می‌کند. در این مسیر در خروجی از پمپ، یک رو تامتر (Zenner international GmbH & Co) به‌صورت عمودی با دقت lit/min ۰/۱ ± نصب شده است که میزان دبی

جریان عبوری از سیکل را نشان می‌دهد. اندازه‌گیری دمای سیال ورودی به جاذب، دمای سیال خروجی از جاذب و دمای محیط به کمک ترموکوپل (PT100) با دقت ۰/۲ ^{o}C ± انجام شده است. برای جلوگیری از تابش مستقیم خورشید به ترموکوپل‌ها، آن‌ها در یک پوشش مخصوص قرار داده شده‌اند. همهٔ سنسورهای استفاده شده در کلکتور به‌طور مداوم سیستم را کنترل می‌کنند، درحالی‌که سیگنال‌های خروجی هر ۵دقیقه در سیستم جمع‌آوری داده ثبت می‌شود.

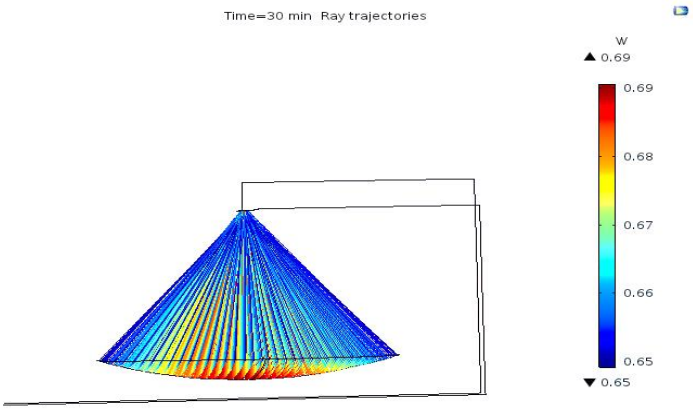
در ابتدا با آزمایش‌کردن میزان دمای محیط، وزش باد، شار خورشیدی رسیده به زمین در رفسنجان و صاف یا ناصاف‌بودن آسمان، سیکل راه‌اندازی شده است. دمای اولیهٔ سیکل به‌وسیلهٔ ترموکوپل اندازه‌گیری می‌شود. پس از هواگیری سیکل، آزمایش و ثبت داده‌ها انجام می‌شود. داده‌برداری سیستم، با دبی‌های ۳ و ٤ و ۵ لیتربردقیقه اندازه‌گیری انجام می‌شود. داده‌ها نیز هر ۵ دقیقه یک‌مرتبه ثبت می‌شود. هر آزمایش در چند روز انجام می‌شود و بهترین داده‌های آزمایشی انتخاب می‌شود.

سیکل باز: در این سیکل از یک مخزن که در ارتفاع بیشتری نسبت به جاذب قرار دارد استفاده شده است. در خروجی مخزن یک شیر تنظیم جریان و یک روتامتر نصب شده است. جریان سیال از سمت مخزن جاری می‌شود و پس از گذشتن از جاذب به محیط اطراف هدایت می‌شود. در خروجی از جاذب‌ها ترموکوپل نصب شده است. در این سیکل پس از بازکردن شیر خروجی مخزن و اندازه‌گیری میزان دبی جریان، سیکل راه‌اندازی می‌شود. پس از ثبت دمای خروجی سیال از جاذب که معمولا دما بعد از حدود ۹۰ثانیه ثابت می‌شود، میزان سیال جمع‌آوری‌شده در مخزن اندازه‌گیری می‌شود. لازم به ذکر است که آزمایش‌ها در ۲هفتهٔ متوالی و در ساعات ۱۱ تا ١٤ انجام شده است. همچنین میزان شدت تابش خورشیدی با استفاده تابش‌سنج خورشیدی (TES-1333R),) با دقت ۳۲ W/m^2 ± به‌دست آمده است.

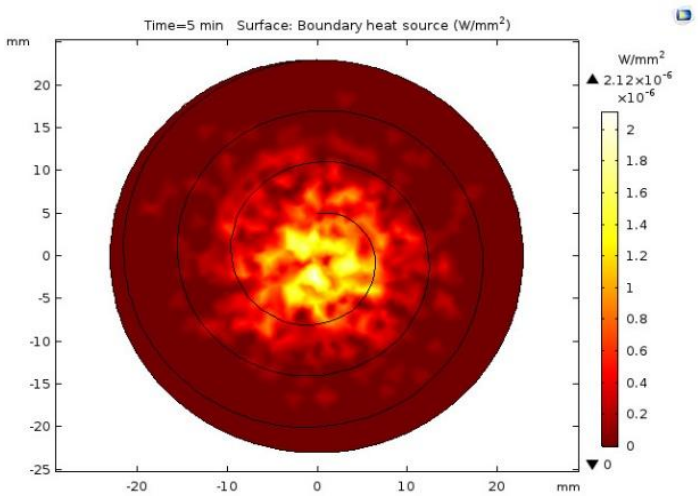
نتایج

نتایج اپتیکی(optic)

شکل (۸–الف و ب) به‌ترتیب دیش مدل‌شده در نرم‌افزار و شار حراتی ایجادشده در صفحهٔ کانونی آن را نشان می‌دهد. نتایج به‌دست‌آمده برای نسبت تمرکز که به‌روش جتر که قبلا توضیح داده شده، محاسبه شده است. شکل (۹) نسبت تمرکز را نشان می‌دهد. در این نمودار که به‌صورت متقارن محوری است برای ۲۰ میلی‌متر از صفحهٔ کانونی، نسبت تمرکز محاسبه شده است. همان‌طور که در نمودار مشخص است، خارج از این شعاع مقدار نسبت تمرکز بسیار ناچیز است و می‌شود از آن صرف‌نظر کرد.

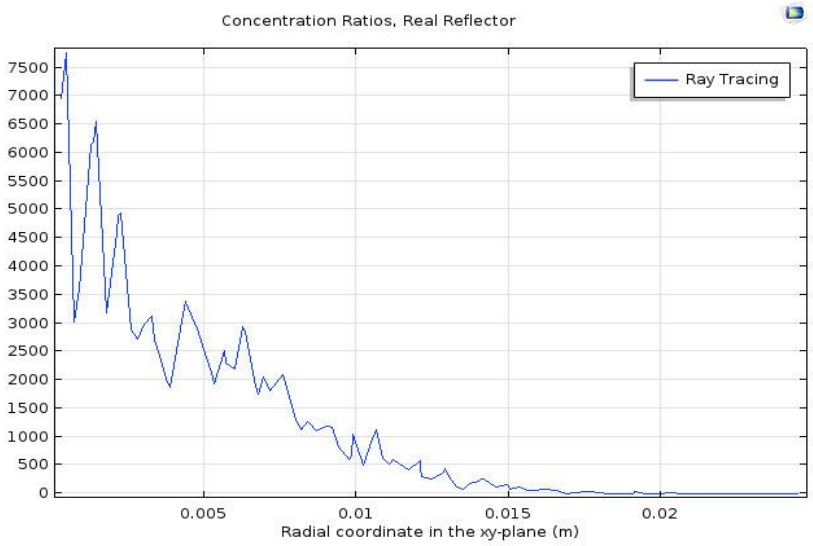


(الف)



(ب)

شکل ۸ (الف) کلکتور و پرتوهای بازتابش در صفحه کانونی، (ب) شار حرارتی ایجادشده در صفحهٔ کانونی



شکل ۹ نسبت تمرکز

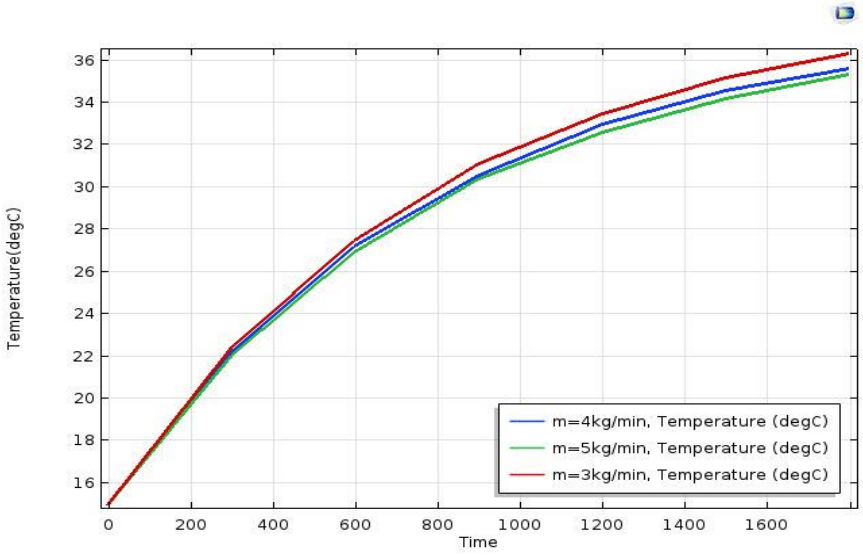
سیکل بسته

شـــکل(۱۰) دمای ســـیال خروجی را که با اســـتفاده از مدل‌سازی به‌دست‌آمده نشان می‌دهد. باتوجه‌به شکل با گذر زمان و افزایش دبی، دمای ســـیال خروجی نیز افزایش می‌یابد. نتایج شـــبیه‌ســـازی برای ســـیکل بســـته، مانند نتایج تجربی نشان می‌دهد که تغییرات دبی جرمی تأثیر چندانی در تغییرات دمایی ندارد. در این نمودار دما با نرم‌افزار برای هر دبی هر ۵دقیقه یک‌بار ثبت شده است. محل ثبت دما در سیکل بسته در خروجی سیال از جاذب است.

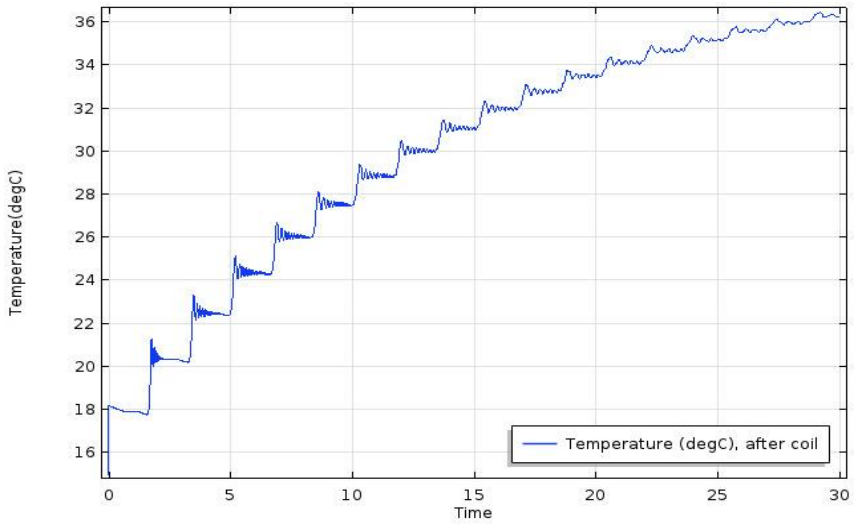
در شـــکل (۱۱) برای دبی ۳کیلوگرم بر دقیقه در فواصـــل زمانی ۰/۱ثانیه می‌توان روند تغییرات دما را در طول زمان مشاهده کرد. فرق شکل (۱۱) با شکل(۱۰) در این اســـت که در شـــکل قبل دما هر ۵ دقیقه یک‌بار

ثبت شـــده و در نمودار نمایش داده شـــده، ولی در این شکل دما با گام‌های زمانی خیلی کوچک‌تر ثبت شده و روی نمودار نمایش داده شـده اسـت تا بتوان وضـعیت تغییر دما را طول زمان مشاهده کرد.

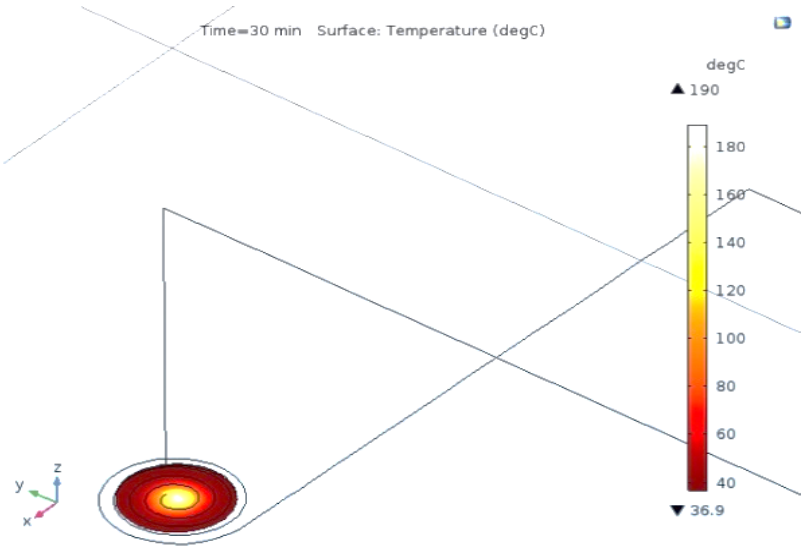
در شـــکل (۱۲) دمای صـــفحه کانونی که پشـــت جاذب نوع دوم قرار دارد، نشان داده شده است (صفحه آلومینیمی با ضخامت ۱/۵میلی‌متر که در قسمت معرفی جاذب نوع دوم توضیح داده شده است). در شکل (۱۳) تغییرات دمای سـیال در سـیکل بسـته در طول مسـیر حرکت را می‌توان مشـاهده کرد. همان‌طور که مشـاهده می‌شـود، دمای سـیال پس از خروج از جاذب افزایش می‌یابد و پس از حرکت در مسـیر لوله‌ها و گذشـتن از مخزن به‌دلیل اتلافات حرارتی مســـیر، دمای آن کم می شود تا این‌که دوباره به ورودی جاذب بر سد و پس از گذشـــتن دوباره از جاذب دمای آن افزایش می‌یابد و این سیکل به همین طریق ادامه پیدا می‌کند.



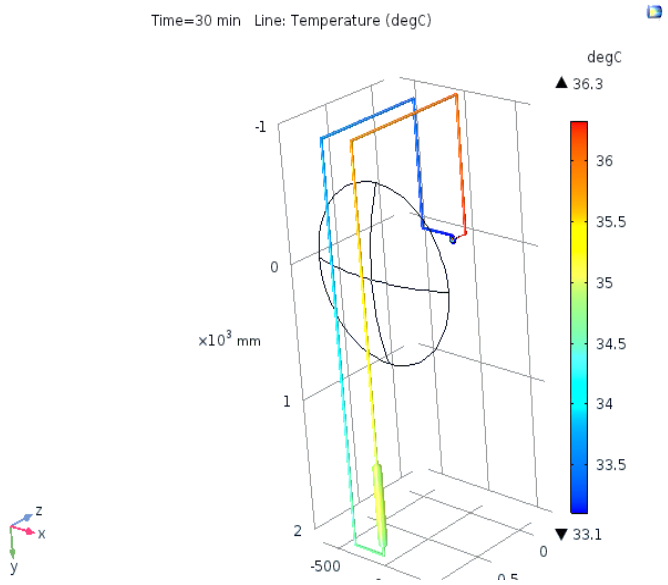
شکل ۱۰ نتایج شبیه‌سازی برای سیکل بسته با سیال آب و جاذب لوله‌ای مارپیچ (نوع دوم)



شکل ۱۱ روند تغییرات دما در طول زمان در سیکل بسته در ۳۰ دقیقه



شکل ۱۲ دمای صفحهٔ کانونی در سیکل بسته

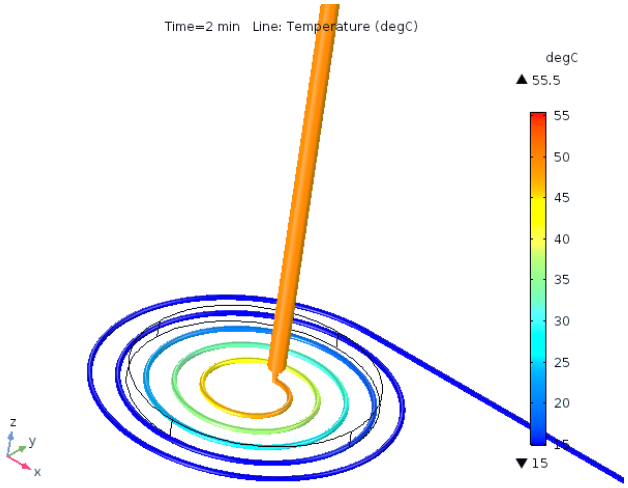


شکل ۱۳ تغییر دمای سیال در طول مسیر سیکل بسته

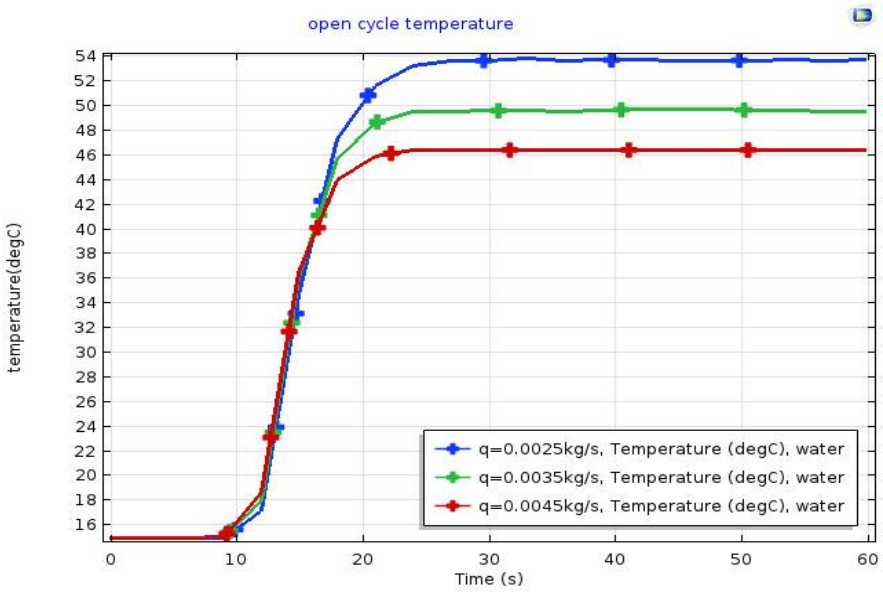
سیکل باز

جاذب نوع دوم. همان‌طور که در شکل (۱٤) مشاهده می‌شود، دمای صفحهٔ کانونی در سیکل باز خیلی بیشتر از سیکل بسته است که علت اصلی این موضوع کمتربودن دبی جریان در سیکل باز است. تغییرات دمای سیال برای جاذب نوع دوم در سیکل باز در شکل (۱٤) مشخص است. سیال از سمت ورودی وارد جاذب می‌شود و پس از افزایش دما در نقطه کانونی از سمت دیگر خارج و به‌سمت مخزن هدایت می‌شود. در سیکل بسته به‌دلیل این‌که دبی جریان زیاد است، تغییرات دما نسبت به سیکل باز که دبی آن خیلی پایین‌تر است، خیلی کمتر است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بازهٔ تغییرات دما در سیکل باز بیشتر از سیکل بسته است.

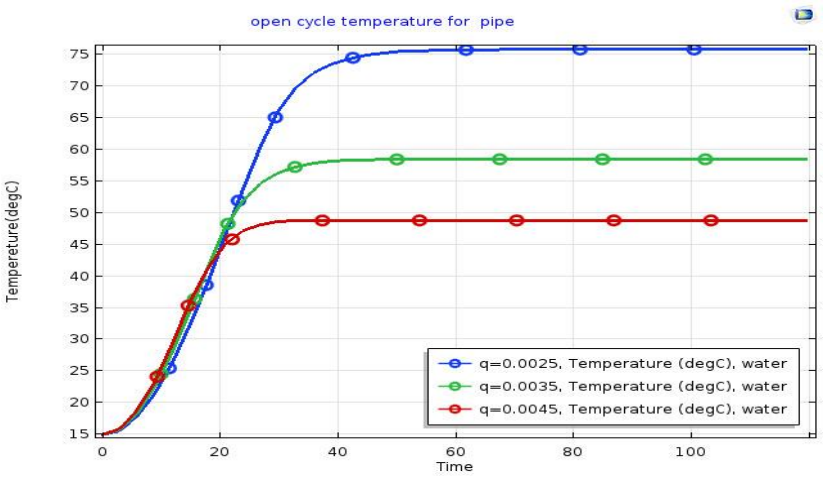
جاذب نوع اول. روند تغییرات دما برای جاذب نوع اول و دوم در سیکل باز در شکل (۱۵) نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است در جاذب نوع اول دما سریع‌تر از جاذب نوع دوم ثابت می‌شود و دمای خروجی برای هر کدام از دبی‌ها کمتر از دمای خروجی در همان دبی برای جاذب نوع دوم است. شکل (۱۶) تغییرات دمای سیال برای جاذب نوع اول در سیکل باز که در ۲ نما مشخص شده است (تصویر سمت راست نمای روبه‌رو و تصویر سمت چپ نمای بالا) را نشان می‌دهد. در سمت راست تصویر می‌توان تغییرات دمای سیال در کانون را مشاهده کرد. سیال از سمت ورودی با دمای محیط وارد شده و پس از افزایش دما در کانون از لولهٔ خروجی خارج شده است. محل ثبت دمای خروجی ۱۵سانتی‌متر بعد از جاذب در لولهٔ خروجی است که در نرم‌افزار میانگین دمای مقطع عرضی در آن محل ثبت شده است.



شکل ۱۴ تغییرات دمای سیال در سیکل باز / جاذب نوع دوم:

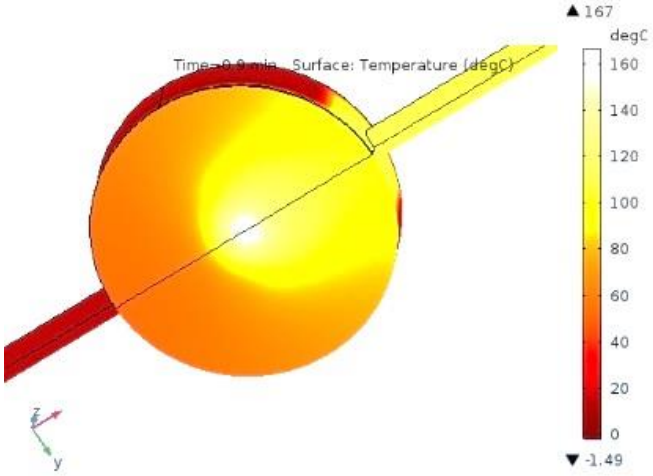


(الف)



(ب)

شکل ۱۵ نتایج مدل‌سازی برای سیکل باز با جاذب. (الف) نوع اول. (ب) نوع دوم



شکل ١٦ تغییرات دمای سیال در سیکل باز / جاذب صفحه‌ای فین‌دار (نوع اول)

مقایسه نتایج تئوری و تجربی

جدول (۱) مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی را که شامل دمای خروجی و محاسبه راندمان کلکتور است، در سیکل بسته در دبی‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، حداقل خطای شبیه‌سازی ۲/۱ و حداکثر ٤/٩درصد است. همچنین جدول (۲) مقایسهٔ نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی را که شامل دمای خروجی و محاسبهٔ راندمان کلکتور است، در سیکل باز و در دبی‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید حداقل خطای شبیه‌سازی ۱/۲ و حداکثر ٥درصد است. باتوجه‌به این جدول، با افزایش دبی دمای خروجی کاهش می‌یابد و همچنین جاذب نوع دوم به‌علت جذب بیشتر انرژی خورشیدی در مقایسه با جاذب نوع اول کارایی بهتری دارد. همچنین راندمان با افزایش دبی افزایش می‌یابد. دلیل این امر این است که در دبی‌های پایین به‌علت این‌که مدت زمان اقامت سیال در کلکتور بیشتر است، سیال افزایش دمای بیشتری را نسبت به دبی‌های بالاتر تجربه می‌کند، اما اتلافات

حرارتی جابه‌جایی و تشعشعی بیشتری را به‌دنبال دارد، درنتیجه با افزایش دبی، به‌دلیل آن‌که سیال مدت کمتری در معرض تابش خورشید است، اتلاف حرارتی به محیط بیرون کمتر است و درنتیجه کارایی کلکتور با زیادترشدن دبی افزایش می‌یابد. دلیل دیگر این است که حاصل‌ضرب دبی در افزایش دما باتوجه‌به رابطه زیر به‌گونه‌ای است که همچنان با افزایش دبی میزان جذب انرژی بیشتر بوده است و در نتیجه کارایی افزایش می‌یابد. در دبی‌های کم، کارایی با افزایش دبی افزایش بیشتری می‌یابد، اما در دبی‌های بالاتر مستقل از آن است، به‌عبارت دیگر، با افزایش دبی کارایی تقریبا مستقل از تغییرات آن است [35].

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_s} = \frac{\dot{m}C_p(T_o - T_i)}{A_c G}$$

در معادلهٔ فوق، η راندمان حرارتی، Q_u انرژی مفید جذب‌شده توسط سیال، Q_s انرژی خورشیدی، $\dot{m}$ دبی جرمی سیال، C_p ظرفیت گرمایی سیال، T_i دمای ورودی به کلکتور، T_o دمای خروجی از کلکتور، A_c سطح مقطع مؤثر کلکتور و G شدت تابش خورشید است. به‌عبارت دیگر، با بیشترشدن دبی سیال عامل، عدد رینولدز جریان بیشتر می‌شود و این موضوع باعث افزایش ضریب انتقال حرارت کلی و و افزایش تلفات حرارتی می‌شود، اما اثر مثبت به این نکته برمی‌گردد که با افزایش دبی، دمای سیال در کلکتور کمتر افزایش پیدا می‌کند و اتلاف حرارتی کمتری با محیط اطراف خواهد داشت. از آن‌جا که رابطه افت حرارتی با اختلاف دما به‌صورت مستقیم و با ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به‌طور غیرمستقیم است، می‌توان گفت که با افزایش دبی بازده کلکتور افزایش می‌یابد.

جدول ۱ مقایسه نتایج (دمای خروجی و بازده) تجربی و عددی برای سیکل بسته در دبی‌های مختلف

		دمای خروجی (°C)			راندمان (درصد)	
جاذب	دبی(kg/min)	تجربی	عددی	خطا (درصد)	تجربی	عددی
نوع اول	۳	۲۹/۲	۳۱/۲	٤/۹	۳۰	۳٤
	٤	۲۹/۷	۳۰/۲	۲/۱	٤۱	٤۲
	٥	۳۲/٥	۳۳/۹	٤/۲	٦۱	٦٦
نوع دوم	۳	۳٤/۸	۳٦/۳	٤/۳	٤۲	٤٥
	٤	۳٤/۱	۳٥/٦	٤/٤	٥۳	٥۷
	٥	۳۳/۷	۳٥/۳	٤/۷	٦٥	۷۱

جدول ۲ مقایسه نتایج (دمای خروجی و بازده) تجربی و عددی برای سیکل باز در دبی‌های مختلف

		دمای خروجی (°C)			راندمان (درصد)	
جاذب	دبی(kg/s)	تجربی	عددی	خطا(درصد)	تجربی	عددی
نوع اول	۰/۰۰۲٥	٥۲/٥	٥۳/۷	۲/۳	۳۹	٤۰
	۰/۰۰۳٥	٤۹	٤۹/۷	۱/٤	٤۹	٥۱
	۰/۰۰٤٥	٤٤/٥	٤٦/٥	٤/٥	٥٦	٥۹
نوع دوم	۰/۰۰۲٥	۷٥	۷٥/۹	۱/۲	٥٥	٥٦
	۰/۰۰۳٥	٥٦/۳	٥۸/٥	۳/۹	٥۹	٦۱
	۰/۰۰٤٥	٤٦/۲	٤۸/٥	٥/۰	٦۲	٦٦

جمع‌بندی

در این تحقیق سیستم خورشیدی از نوع متمرکزکننده‌ای خورشیدی سهموی نقطه‌ای با استفاده از نرم‌افزار کامسول شبیه‌سازی شد. همچنین این سیستم در سایت خورشیدی دانشگاه ولی‌عصر(عج) طراحی، ساخته و آزمایش شد. از آب به‌عنوان سیال کاری استفاده شد. شبیه‌سازی و آزمایش‌ها در ۳دبی مختلف و با ۲جاذب لوله‌ای مارپیچ و صفحه‌ای فین‌شکل در ۲سیکل بسته و باز انجام شده است. مقایسهٔ نتایج تجربی و شبیه‌سازی باهم، تطابق خوبی را نشان می‌دهد و میزان خطا بین ۱ تا ۵درصد است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش دبی دمای خروجی کم می‌شود و همچنین جاذب نوع دوم به‌علت جذب بیشتر انرژی خورشیدی در مقایسه با جاذب نوع اول کارایی بهتری دارد. همچنین با افزایش دبی راندمان کلکتور افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که در سیکل بسته تغییرات دبی جریان تأثیرات زیادی روی دمای خروجی ندارد. در سیکل باز و جاذب نوع اول، دما خیلی سریع‌تر از جاذب نوع دوم ثابت می‌شود و در سیکل باز عملکرد جاذب نوع دوم مناسب‌تر از عملکرد جاذب نوع اول است. دمای صفحهٔ کانونی در سیکل باز بیشتر از سیکل بسته است که علت اصلی این موضوع پایین‌بودن دبی جریان و در سیکل باز است. اگر این سیستم به‌عنوان آب‌گرم‌کن خورشیدی در نظر گرفته شود، می‌توان از آن به‌عنوان آب‌گرم‌کن‌هایی که به‌صورت لحظه‌ای آب را گرم می‌کنند، استفاده کرد؛ البته در ابعاد و اندازه متمرکزکننده‌های بزرگ که به‌صورت سیکل باز یک ورودی آب سرد و یک خروجی آب گرم داشته باشند. می‌توان سیستم را به‌صورت بسته طراحی کرد تا در زمان‌هایی که سیستم نیاز به خروجی ندارد، سیال به‌وسیلهٔ یک پمپ در سیکل حرکت کند و آب را گرم نگه دارد. از همین نظر در این طرح سیستم به‌صورت سیکل باز و بسته بررسی شده است. برای به‌دست‌آوردن یک نقطهٔ کانونی ایدئال نیاز به یک سطح دیش فوق‌العاده هموار است تا پرتوهای خورشیدی رسیده به متمرکزکننده را دقیقا در یک نقطهٔ بسیار کوچک متمرکز کند. همچنین طرح آزمایش‌شده علاوه بر این‌که از لحاظ ابعاد و اندازه کوچک است، به‌علت مشکلاتی که در طراحی و ساخت (ازجمله شکستگی زیاد آینه‌ها، نبود تمرکز مناسب در کانون و خطاهای سطح متمرکزکننده) وجود داشته است، منجر به عدم دستیابی به هدف ایدئال خطا شده است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که برای استفاده و بهره‌برداری از چنین طرح‌هایی در مقیاس صنعتی، باید از دیش‌های شلجمی در ابعاد بزرگ‌تر استفاده شود تا بتوان انرژی لازم را به‌دست آورد.

واژه نامه

راندمان حرارتی	η
انرژی مفید جذب‌شده توسط سیال	Q_u
نرژی خورشیدی	Q_s
دبی جرمی سیال	$\dot{m}$
ظرفیت گرمایی سیال	C_p
دمای ورودی به کلکتور	T_i
دمای خروجی از کلکتور	T_o
سطح مقطع مؤثر کلکتور	A_c
شدت تابش خورشید	G

مراجع

۱. حاج سقطی، اصغر، "اصول و کاربرد انرژی خورشیدی"، چاپ دوم، تهران: مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۸۰).

2. Ali, I. M. S., O'Donovan, T. S., Reddy, K. S., & Mallick, T. K. "An optical analysis of a static 3-D solar concntrator", *Solar Energy*, Vol. 88, pp. 57-70, (2013).

3. Kaushika, N. D., and Reddy, K. S., "Performance of a low cost solar paraboloidal dish steam generating system", *Energy Conversion and Management*, Vol. 41.7, pp. 713-726, (2000).
4. El Ouederni, A. R., Salah, M. B., Askri, F., Nasrallah, M. B., & Aloui, F. "Experimental study of a parabolic solar concentrator", *Revue des Energies Renouvelables*, Vol. 12.3, pp. 395-404, (2009).
5. Rafeeu, Y., and Ab Kadir, M. Z. A., "Thermal performance of parabolic concentrators under Malaysian environment: A case study", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 16.6, pp. 3826-3835, (2012).
6. Liu, Z., Justin, L., and Wojciech, L., "Optical design of a flat-facet solar concentrator", *Solar Energy* Vol. 86.6, pp. 1962-1966, (2012).
7. Qianjun, M., Ming, X., Yong, S., & Yuan, Y. "Study on solar photo- thermal conversion efficiency of a solar parabolic dish system", *Environmental progress & Sustainable energy*, Vol. 33.4, pp. 1438-1444, (2014).
8. Eswaramoorthy, M., and Shanmugam, S., "The thermal performance of a low cost solar parabolic dish collector for process heat", *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects* Vol. 34.18, pp. 1731-1736, (2012).
9. Reddy, K. S., Sendhil, K. Natarajan., and Veershetty, G., "Experimental performance investigation of modified cavity receiver with fuzzy focal solar dish concentrator", *Renewable Energy*, Vol. 74, pp. 148-157, (2015).
10. Jones, Peter D., and Wang, L., "Concentration distributions in cylindrical receiver/paraboloidal dish concentrator systems", *Solar Energy*, Vol. 54.2, pp. 115-123, (1995).
11. Thakkar, Vanita, Ankush Doshi, and Akshaykumar Rana, "Performance analysis methodology for parabolic dish solar concentrators for process heating using thermic fluid", *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)*, Vol. 12.1, pp. 101-114, (2015).
12. Blázquez, R., Carballo, J., Cadiz, P., Frasquet, M., Silva, M., Fontela, P., & Ballesteros, J. C. "Optical test of the DS1 prototype concentrating surface", *Energy Procedia*, Vol. 69, pp. 41-49, (2015).
13. Li, Z., Tang, D., Du, J., & Li, T. "Study on the radiation flux and temperature distributions of the concentrator–receiver system in a solar dish/Stirling power facility", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31.10, pp. 1780-1789, (2011).
14. Shuai, Yong, Xin-Lin Xia, and He-Ping Tan, "Radiation performance of dish solar concentrator/cavity receiver systems", *Solar Energy*, Vol. 82.1, pp. 13-21, (2008).
15. Pavlovic, S. R., Stefanovic, V., & Bellos, E. "Design and Simulation of a Solar Dish Concentrator with Spiral-Coil Smooth Thermal Absorber", *International Review of Applied Sciences and Engineering*, Vol. 8.1, pp. 45-50, (2017).
16. Jeter, S. M., "The distribution of concentrated solar radiation in paraboloidal collectors", *Journal of*

Solar Energy Engineering, Vol. 108.3, pp. 219-225, (1986).

17. Schubnell, M., "Sunshape and its influence on the flux distribution in imaging solar concentrators", *Journal of solar energy engineering*, Vol. 114.4, pp. 260-266, (1992).
18. Affandi, R., Ab Ghani, M. R., Ghan, C. K., & Pheng, L. G. "The impact of the solar irradiation, collector and the receiver to the receiver losses in parabolic dish system", *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, Vol. 195, pp. 2382-2390, (2015).
19. Sakhare, Vinayak, and Kapatkar, V. N., "Experimental analysis of parabolic solar dish with copper helical coil receiver", *International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering (IJIRAE)*, Vol. 1.8, pp. 199-204, (2014).
20. Li, L., and Steven, D., " A New Design Approach for Solar Concentrating Parabolic Dish Based on Optimized Flexible Petals", *Journal Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46.10, pp. 1536-1548, (2011).
21. Mon, Mya Mya, Myat Myat Soe, and Maw Maw Htay. "3D Modeling of Temperature Distribution for Absorber Tube of Parabolic Trough Collector", *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 2.6, pp. 99-103, (2015).
22. Hafez, A. Z., et al., "Solar parabolic dish Stirling engine system design, simulation, and thermal analysis." *Energy Conversion and Management*, Vol. 126, pp. 60-75, (2016).
23. Reddy, K. S., and N. Sendhil Kumar. "Combined laminar natural convection and surface radiation heat transfer in a modified cavity receiver of solar parabolic dish", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47.12, pp. 1647-1657, (2008).
24. Rojas-Morín, A., Flores-Salgado, Y., Barba-Pingarrón, A., Valdez-Navarro, R., Méndez, F., Alvarez, O., and Salgado-Baltazar, M., "Thermal analysis for the solar concentrating energy and induction heating for metals", *in: Proceedings of the 2013 COMSOL Conference*, Rotterdam, Holland, Vol. 1, pp. 1-16, (2013).
25. Thirunavukkarasu, V., and Cheralathan, M., "An experimental study on energy and exergy performance of a spiral tube receiver for solar parabolic dish concentrator", *Energy*, Vol. 192, pp. 116635, (2020).
26. Venkatachalam, T., and Cheralathan, M., "Effect of aspect ratio on thermal performance of cavity receiver for solar parabolic dish concentrator: An experimental study", *Renewable energy*, Vol. 139, pp. 573-581, (2019).
27. Avargani, V. M., Karimi, R., and Gheinani, T. T., "Mathematical modeling of an integrated system for regeneration of solid desiccants using a solar parabolic dish concentrator", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 142, pp. 118479, (2019).
28. Cherif, H., Ghomrassi, A., Sghaier, J., Mhiri, H., & Bournot, P., "A receiver geometrical details effect

on a solar parabolic dish collector performance", *Energy Reports*, Vol. 5, pp. 882-897, (2019).

29. Wang, L., Yuan, Z., Zhao, Y., & Guo, Z., "Review on development of small point-focusing solar concentrators", *Journal of Thermal Science*, Vol. 28(5), pp. 929-947, (2019).
30. Baydyk, T., Kussul, E., and Wunsch II, D. C., "Solar Concentrators with Flat Mirrors", *In Intelligent Automation in Renewable Energy, part of Computational Intelligence Methods and Applications book series*, Springer, Cham, pp. 23-43, (2019).
31. Pavlović, S. R., Bellos, E. A., Stefanović, V. P., Tzivanidis, C., and Stamenković, Z. M., "Design, simulation and optimization of a solar dish collector with spiral-coil thermal absorber", *Thermal science*, Vol. 20(4), pp. 387-1397, (2016).
32. Pavlović, S. R., Bellos, E. A., Stefanović, V. P., Tzivanidis, C., and Stamenković, Z. M., "Design, simulation and optimization of a solar dish collector with spiral-coil thermal absorber", *Thermal science*, Vol. 20(4), pp. 1387-1397, (2016).
33. Álvarez-Brito and Salgado-Baltazar, M., "Thermal Analysis for the Solar Concentrating Energy and Induction Heating for Metals", *In: Proceedings of the 2013 COMSOL Conference*, Rotterdam, Holland, Vol. 1, pp. 1-16, (2013).
34. Comsol, A. B. Heat Transfer Module, *User´s Guide*, COMSOL. *COMSOL Multiphysics R, Stockholm, Sweden*, Version 5, (2018).
35. Dehaj, M. S., and Mohiabadi, M. Z., "Experimental investigation of heat pipe solar collector using MgO nanofluids", *Solar Energy Materials and Solar Cells*, Vol. 191, pp. 91-99, (2019).

A Numerical and Experimental Investigation on the Parabolic Dish Solar Concentrator

Mohammad Shafiey Dehaj[1] Mohsen Mirzaei[2]
Mostafa Zamani Mohiabadi[3]

1. Introduction

A parabolic dish concentrator is used to concentrate solar radiation at one point. This dish is able to generate a lot of heat flux in its focus. This heat can be used to generate electricity, heat refrigerant, desalination plants, etc. These dishes usually have a solar tracker and absorber as follows. In the present study, a parabolic concentrator of solar points (Figure 1) is used numerically and experimentally in two closed and open cycles using two different absorbers, the design and construction idea of which was done in the same project.



Figure 1. Parabolic Dish Solar Concentrator

2. Modeling and Simulating the System with COMSOL Software

Many simulation conditions must be specified in the flow simulation section. First, the analysis inside the adsorbent path is selected. Water is selected as the working fluid in this simulation. Mesh production of this model with emphasis on improving and modifying cells was created by SolidWorks software and transferred to COMSOL software. At the inlet, the mass flow rate of the inlet water and the uniform temperature were selected as the boundary condition of the sorbent inlet and the boundary condition of the outlet, the static pressure at the sorbent outlet was adjusted based on the ambient pressure. The last boundary condition is to determine how heat is transferred between the external surface of the adsorbent and the environment. After this step, the level of reflective radiation was determined as a symmetrical surface to reflect the sun's rays. To model the dish, in the library section, COMSOL software used it for the desired model by changing the dimensions and size.

In this system, two types of finned plate and helical tube absorbers were designed and made. In finned plate absorber (type 1), which is made of aluminum, a chamber is designed and in which blades are used for heat transfer. In helical tube absorber (type 2), 8 mm diameter aluminum tubes are wound in a coil-like manner (Figure 2).

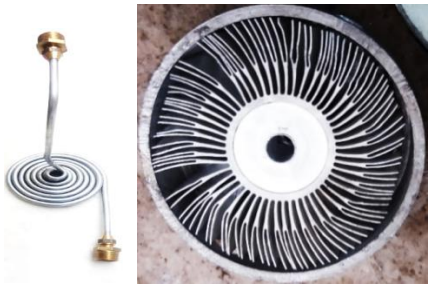


Figure 2. Absorbents used in solar dish

Closed cycle: In this cycle, the fluid (water) enters the pump after loading the flow control valve (with a maximum flow rate of 15 lit/min), which is located after the 9-liter tank, which is then pressed with high pressure and, passing through the fluid transfer pipes, enters the absorber. At this stage, by absorbing the adsorbent heat and increasing the temperature, it enters the tank again and the cycle continues. Open cycle: In this cycle, a tank that is located at a higher height than the absorber is used, a flow regulating valve and a rotameter are installed at the outlet of the tank. The fluid flow flows from the tank and after passing through the absorber, is directed to the surrounding environment. A thermocouple is installed at the outlet of the absorber.

3. Results

Figure 3 shows the dish modeled in the software and the heat flux created in its focal plane.

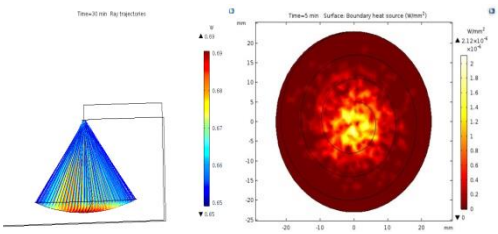


Figure 3. The collector and its reflected rays on the focal plane as well as the heat flux created on the focal plane

[1]. Corresponding Author: Associate Professor, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Iran.
Email: m.shafiey@vru.ac.ir
[2]. Associate Professor, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Iran.
[3]. MSc. Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Iran.

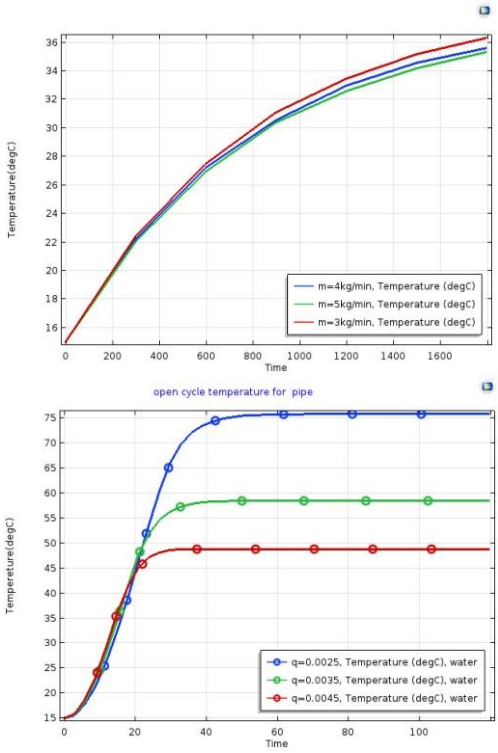


Figure 4. Temperature changes of closed and open cycles in the adsorbent

Figure 4 shows the trend of temperature changes of the second type adsorbent for closed and open cycles. The simulation results for the closed cycle, like the experimental results, show that the changes in mass flow rate have little effect on the temperature changes, the maximum value of the changes is about 0.5 °C, which is much larger in the open cycle. Tables 1 and 2 show the comparison of simulation results with experimental results which include outlet temperature and calculation of collector efficiency in closed and open cycle at different flow rates, respectively. The minimum simulation error in closed cycle is 1/2 and the maximum is 4.9%. Moreover, the minimum simulation error in the open cycle is 1.2 and the maximum is 5%. As the flow rate increases, the output temperature decreases and the second type adsorbent has better performance compared to the first type adsorbent due to the greater absorption of solar energy. Efficiency also increases with increasing flow rate.

4. Summary

In this research, the solar system of point parabolic solar concentrators was simulated using COMSOL software. This system was also designed, made, and tested on the solar site of Vali-e-Asr University. Simulations and experiments were performed in three different discharges with two helical tubular absorbers and a fin-shaped plate in two closed and open cycles with water. Comparison of experimental and simulation results shows a good agreement. As the flow rate increases, the output temperature decreases and also the second type absorber has better performance compared to the first type due to the absorption of more solar energy. Moreover, the collector efficiency increases with increasing flow. The results show that in the closed cycle, the flow rate changes do not have much effect on the output temperature. In the open cycle and the adsorbent of the first type, the temperature is fixed much faster than the adsorbent of the second type and in the open cycle, the performance of the second type of adsorbent is more suitable than the performance of the first type of adsorbent. The focal plane temperature in the open cycle is higher than the closed cycle, which is the main reason for the low flow rate in the open cycle.

Table 1. Comparison of results (output temperature and efficiency) of experimental and numerical for closed cycle in different discharges

absorbent	flow	T_{out} (°C)		Efficiency (%)	
	L/min	Exp	Nu	Exp	Nu
	3	29.2	31.2	30	34
Type 1	4	29.7	30.2	41	42
	5	32.5	33.9	61	66
	3	34.8	36.3	42	45
Type 2	4	34.1	35.6	53	57
	5	33.7	35.3	65	71

Table 2. Comparison of results (output temperature and efficiency) experimental and numerical for closed cycle in different discharges

absorbent	flow	T_{out} (°C)		Efficiency (%)	
	kg/s	Exp.	Num.	Exp.	Nu
	0.0025	52.5	53.7	39	40
Type 1	0.0035	49	49.7	49	51
	0.0045	44.5	46.5	56	59
	0.0025	75	75.9	55	56
Type 2	0.0035	56.3	48.5	59	61
	0.0045	46.2	48.5	62	66

بررسی ترمو اکونومیک خشک‌کن خورشیدی کابینتی با کلکتور لولهٔ خلأ و ذخیره‌کنندهٔ انرژی*

مقاله پژوهشی

محمدصالح برقی جهرمی[۱] مسعود ایرانمنش[۲] هادی صمیمی اخیجهانی[۳]

چکیده *در این تحقیق تأثیر استفاده از مواد تغییرفازدهنده (PCM) در مخزن ذخیره‌کنندهٔ حرارت بر عملکرد یک خشک‌کن خورشیدی بررسی شده است. آزمایش‌ها برای PCM در ۳سطح ۱/۵٤، ۲/٤۵، ۳/٦کیلوگرم و برای دبی سیال در ۲سطح ۰/۲ و ۰/٤لیتربردقیقه انجام شد. با افزایش دبی سیال بازده حرارتی جمع‌کننده از ۲۰/۲ تا ٦۲/٤درصد تغییر می‌کند. نتایج نشان داد تغییرات انرژی حرارتی برای دبی سیال ۰/۲ و ۰/٤لیتربردقیقه به‌ترتیب بین ۱۳/۳۱ تا ۱۳/٦۳ و ۱٤/٤۵ تا ۱٤/۹۲مگاژول به‌دست آمد. همچنین نتایج نشان داد بازده کلی خشک‌کن با افزایش PCM افزایش یافته و تغییرات آن برای دبی ۰/۲لیتربردقیقه از ۳۲/۹۲ تا ۳۵/۵۵درصد و برای دبی ۰/٤لیتربردقیقه از ۳۲/۱۹ تا ۳٦/۰۲درصد است. باتوجه‌به مقادیر انرژی ویژه و بازده کلی خشک‌کن، دبی ۰/۲لیتربردقیقه با مقدار PCM به‌میزان ۳/٦کیلوگرم گزینهٔ مناسبی برای خشک‌کردن است. دورهٔ بازگشت سرمایه برای سامانه حدود ۲۰ماه به‌دست آمد.*

واژه های کلیدی انرژی خورشیدی، بازده حرارتی جمع‌کننده، دبی حجمی سیال، مواد تغییرفازدهنده.

مقدمه

از محورهای اصلی حوزهٔ انرژی، بازده انرژی سامانه‌های تأمین انرژی است. ایران کشوری است که در آن به‌دلیل فراوانی انرژی‌های فسیلی توجه کمتری به نحوه مصرف انرژی و بهینه‌سازی سامانه‌های مصرف‌کننده انرژی می‌شود. اما در دهه‌های گذشته باتوجه‌به روبه‌پایان‌بودن منابع سوخت‌های فسیلی و آلودگی حاصل از مصرف این نوع سوخت‌ها، در سند جامع توسعهٔ کشور مقرر شده است تا سال ۱٤۳۰ باید دست‌کم ۳۰ درصد از شبکهٔ تولید برق، از انرژی‌های نو و تجدیدپذیر تأمین شود که از این میزان بیش از ۱۵درصد مربوط به انرژی خورشیدی خواهد بود. بنابراین طراحی و ساخت سامانه‌هایی که بتواند مستقل یا ترکیبی از انرژی‌های نو و تجدیدپذیر بهره‌برداری کند، امری مهم و ضروری است [1]. انرژی خورشیدی از منابع مهم انرژی‌های نو بوده و به‌دلیل فراوانی و دردسترس‌بودن، بیشتر در مرکز توجه طراحان و مهندسان انرژی قرار گرفته است. ایران با قرارگرفتن در موقعیت جغرافیایی بین ۲۵ تا ٤۰درجهٔ شمالی و ٤۳ تا ۵۵درجهٔ شرقی و متوسط ۳۰۰روز آفتابی، از مستعدترین مناطق برای استفاده از تابش خورشیدی در زمینه‌های مختلف به‌ویژه خشک‌کردن است [2]. بیش از ۳۰درصد انرژی تولیدی در جهان در بخش کشاورزی مصرف می‌شود که حدود ۱۲درصد آن برای خشک‌کردن محصولات کشاورزی استفاده می‌شود [3]. محصول خشک‌شده به روش صنعتی به‌دلیل کیفیت خوب، قیمت مناسب‌تری دارد و کشاورزان نسبت به روش سنتی بیشتر به آن توجه می‌کنند. اما در این روش به‌دلیل استفاده از سوخت‌های فسیلی، هزینهٔ محصول خشک‌شده افزایش می‌یابد و قدرت خرید محصول کم می‌شود [4]. علاوه‌برآن، استفاده از سوخت‌های فسیلی باعث به‌وجودآمدن مشکلات زیست‌محیطی مانند به‌وجود آمدن گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود [5].

*تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۱/۲۰ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۱۰/۲۹ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.56640.0

(۱) دانش‌آموخته کارشناسی‌ارشد، گروه پژوهشی انرژی‌های تجدیدپذیر و تبدیل انرژی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان.

(۲) استادیار، گروه پژوهشی انرژی‌های تجدیدپذیر و تبدیل انرژی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان.

(۳) نویسندهٔ مسئول، استادیار، گروه مهندسی بیوسیستم دانشکدهٔ کشاورزی، دانشگاه کردستان، کردستان. **Email:** h.samimi@uok.ac.ir

دراین‌بین، استفاده از خشک‌کن‌های خورشیدی می‌تواند تا حد زیادی از مصرف سوخت‌های فسیلی در این حیطه جلوگیری کند و علاوه بر افزایش کیفیت محصول خشک‌شده، باعث کاهش آلودگی‌های زیست‌محیطی شود [6]. مشکل عمده‌ای که در زمینهٔ استفاده از خشک‌کن‌های خورشیدی وجود دارد، عملکرد پایین و بازده کم آن‌ها نسبت به انرژی حرارتی رسیده به خشک‌کن است. به این امر به‌ویژه در فصل برداشت به‌دلیل فراوانی و اتلاف بیش از حد محصول، بیشتر توجه شده است و کشاورزان تمایلی به استفاده از این نوع خشک‌کن‌ها در مقایسه با خشک‌کن‌های هوای داغ صنعتی پیدا نمی‌کنند. طولانی‌بودن و ناپیوستگی خشک‌شدن محصول پس از غروب آفتاب، باعث کاهش میزان انتقال جرم محصول در طول شب و حتی در برخی مناطق باعث بازگشت رطوبت به محصول می‌شود و بازده خشک‌کردن را کم می‌کند [4]. میزان انتقال جرم تحت‌تأثیر ٤شاخص دمای هوا، ضخامت محصول، سرعت و رطوبت نسبی هوای دمیده‌شده به محصول است که بهینه‌سازی سامانه نیز ممکن است تحت‌تأثیر این عوامل باشد [7]. در این راستا برای افزایش کارایی خشک‌کن‌های خورشیدی و بهبود عملکرد و بهینه‌سازی آن‌ها، تحقیقات متعددی انجام شده است، مانند: استفاده از سامانه تحت خلأ [8]، ترکیب جمع‌کننده صفحهٔ تخت و متمرکزکنندهٔ سهموی [9]، متمرکزکننده‌های تابش خورشیدی [10]، ترکیب جمع‌کننده با پمپ حرارتی [11]، بهبود ساختار و ابعاد جمع‌کننده [12]، استفاده از سامانه PVT بین شیشه و صفحهٔ جاذب [13]، استفاده از منعکس‌کننده‌ها [1]، استفاده از صفحهٔ متخلخل در جمع‌کننده تخت [14]، استفاده از نانوسیال‌ها [15] و استفاده از جمع‌کننده با قابلیت تعقیب پرتوهای خورشید [16].

سیب (Malus domestica) یکی از محصولات باغی مهم در ایران به شمار می‌آید و ایران با تولید سالانه ۲/۷۹میلیون تن از انواع سیب‌ها مقام ششم را در جهان به خود اختصاص داده است [17] که علاوه بر مصرف داخلی به کشورهای منطقه نیز صادر می‌شود. خشک‌کردن سیب به روش سنتی همان‌طور که اشاره شد، کیفیت مناسبی ندارد و استفاده از خشک‌کن‌های خورشیدی با روش‌های ترکیبی می‌تواند تا حد زیادی به بهبود کیفیت و سرعت خشک‌شدن محصول کمک کند. خشک‌کن خورشیدی کابینتی مجهز به جمع‌کننده لوله خلأ و مخزن ذخیره‌کننده انرژی حرارتی یکی از روش‌های مناسب برای تسریع روند خشک‌کردن، افزایش کیفیت محصول و عملکرد سامانه است. جمع‌کننده لوله خلأ به‌دلیل دوجداره‌بودن و شکل دایره‌ای، امکان جذب تشعشع خورشیدی در شدت تابش‌های کم (حتی در زمستان) در طول روز را دارد و به‌دلیل جدابودن لوله‌ها از همدیگر قابلیت نگهداری با هزینه اندک را فراهم می‌کند [15,18]. بازده حرارتی این نوع جمع‌کننده‌ها به‌اندازه ٤٠ تا ٢٥ درصد بیشتر از نوع صفحه‌تخت [19] و ٨ درصد بیشتر از نوع Uشکل تخمین زده شده است [20]. استفاده از این نوع جمع‌کننده‌ها در انواع مختلف خشک‌کن‌های خورشیدی صورت گرفته [21-23] و عملکرد آن‌ها با استفاده از فناوری‌های نوین بهبود پیدا کرده است [24-26]. یکی‌دیگر از راه‌های افزایش میزان بازدهی خشک‌کن‌های خورشیدی، استفاده از مواد تغییرفازدهنده (PCM) در مخازن ذخیره‌کننده انرژی حرارتی است که با افزایش زمان انرژی‌دهی در سامانه، باعث کاهش زمان خشک‌شدن محصول می‌شود. گزارش ارائه‌شدهٔ آژانس بین‌المللی انرژی (IEA) نشان می‌دهد که استفاده از مواد تغییرفازدهنده برای فرایندهایی که تغییرات درجه حرارت سامانه بین ٢٠ تا ٧٠ درجه سلسیوس باشد، بسیار مؤثر است و تا حد زیادی باعث ذخیره‌سازی انرژی در سامانه می‌شود [27]. در طول روز با افزایش شدت تابش خورشید، انرژی حرارتی جذب‌شدهٔ جمع‌کننده در سیال و مواد تغییرفازدهنده ذخیره می‌شود و با غروب خورشید، سیال و مواد تغییرفازدهنده انرژی حرارتی خود را برای ادامه روند خشک‌شدن در اختیار خشک‌کن قرار می‌دهند. محققان بسیاری از مواد تغییرفازدهنده برای سامانه‌های مختلف حرارتی بهره گرفته‌اند: استفاده از PCM در خشک‌کن‌های خورشیدی

[28-31] به‌عنوان جذب‌کننده حرارت در صنعت ساختمان [32]، به‌عنوان ذخیره‌کننده انرژی در طول صفحات موازی [33]، در طراحی یک دودکش خورشیدی [34] و در طراحی گرم‌کن خورشیدی [35,36]. علاوه‌برآن، تحقیقات عمده‌ای در زمینهٔ مدل‌سازی و اصول طراحی سامانه‌های ذخیره‌کنندهٔ انرژی خورشیدی با استفاده از PCM انجام شده است که ازجمله آن‌ها می‌توان به مدل‌سازی ریاضی PCM در کورهٔ خورشیدی برای خشک‌کردن چوب [9]، بررسی استفاده از کپسول‌های PCM در داخل سیال و مدل‌سازی آن [37]، مدل‌سازی ریاضی رفتار PCM در مخزن ذخیره‌کننده [38] و بررسی چگونگی رفتار مخرن و مواد PCM در یک مبدل حرارتی [39] اشاره کرد.

کرمان یکی از استان‌های وسیع ایران است که محصولات میوه‌ای زیادی مانند سیب از شهرهای مختلف این استان به عمل می‌آید. شهر کرمان نیز به‌عنوان مرکز استان، بسیاری از کارخانجات فراوری و بسته‌بندی محصولات باغی را در خود جای داده است. این شهر با قرارگرفتن در موقعیت جغرافیایی ۵۱/٦ درجهٔ شرقی و ۳۵/٤درجهٔ شمالی و تابش سالانه به‌میزان ۷۰۰۰ کیلوکالری بر مترمربع، منطقهٔ مناسبی برای ایجاد تجهیزات خورشیدی مانند خشک‌کن‌های خورشیدی است. علاوه‌برآن، ترکیب ۲ سامانهٔ جمع‌کنندهٔ لوله‌تحت خلأ و منبع ذخیره‌کننده همراه با PCM می‌تواند تا حدودی بازده حرارتی سامانه خشک‌کن را افزایش دهد و کشاورزان را به استفاده از این نوع خشک‌کن‌ها تشویق کند. بدین منظور باید مقدار PCM قرار داده شده در سامانه و سرعت جریان سیال در سامانه، طوری به‌دست آورده شود که بتواند در زمان مورد نیاز، میزان حرارت لازم را برای سامانهٔ خشک‌کن فراهم کند. در این حالت باید درجه حرارت درونی خشک‌کن بیشتر از درجه حرارت محیط اطراف باشد. باتوجه‌به بررسی‌ها، مطالعات اندکی درباره تأثیر استفادهٔ ترکیبی از مواد تغییرفازدهنده و جمع‌کننده‌های لولهٔ خلأ با خشک‌کن‌های خورشیدی انجام شده است. بنابراین در این تحقیق با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، همچنین روند خشک‌شدن محصول با استفاده از ورقه‌های سیب ارزیابی شده و بازده حرارتی مخزن ذخیره‌کننده و بازده خشک‌کن به‌دست آورده شده است و مقدار حجم مورد نیاز و دبی جرمی مناسب برای بالاترین بازده حرارتی معرفی می‌شود.

مواد و روش‌ها

خشک‌کن استفاده‌شده در این تحقیق خشک‌کنی کابینتی شامل یک جمع‌کننده خورشیدی لولهٔ خلأ، منبع ذخیره‌کننده همراه با PCM، مبدل حرارتی، فن الکتریکی و کابینت خشک‌کن است. جمع‌کننده لوله خلأ (SK-H15-45) شامل ۱۵لولهٔ دوجداره به‌طول ۱۸۰۰میلی‌متر، با مساحت مؤثر ۱/۹مترمربع با جذب‌کننده مسی به‌قطر داخلی و خارجی ٤۵ و ۵۸میلی‌متر است [48]. منبع ذخیره‌کننده سیال یک مخزن استوانه‌ای از جنس استیل به‌قطر ۵۰۰میلی‌متر، ارتفاع ٦۰۰میلی‌متر و ضخامت ۲میلی‌متر است که با پشم شیشه به‌ضخامت ٤۰میلی‌متر عایق‌بندی شده است. PCM استفاده‌شده در این تحقیق پارافین بود که در داخل یک لولهٔ مسی مارپیچ قرار داده شد. همهٔ داده‌برداری‌ها از ساعت۸ صبح شروع شده و تا ساعت۲٤ ادامه پیدا کرده است. برای سازگاری دستگاه با محیط و رسیدن به وضعیت پایدار، یک ساعت قبل از داده‌برداری، دستگاه در معرض تابش خورشید قرار داده شد. با افزایش شدت تابش خورشیدی میزان جذب جمع‌کننده افزایش یافته است و به‌تبع آن دمای سیال افزایش پیدا می‌کند که بخشی از آن در سیال انتقال‌دهنده و PCM ذخیره شده است و بخشی دیگر از طریق مبدل وارد سامانه خشک‌کن می‌شود. با گذشت زمان و کاهش شدت تابش خورشیدی از ساعت۲۰ به بعد، مسیر حرکت سیال به‌سمت جمع‌کننده بسته می‌شود و سیال فقط با جریان‌یافتن بین منبع ذخیره‌کننده و مبدل حرارتی، حرارت مورد نیاز برای خشک‌کردن محصول را تأمین می‌کند. جزئیات کامل مربوط به خشک‌کن خورشیدی

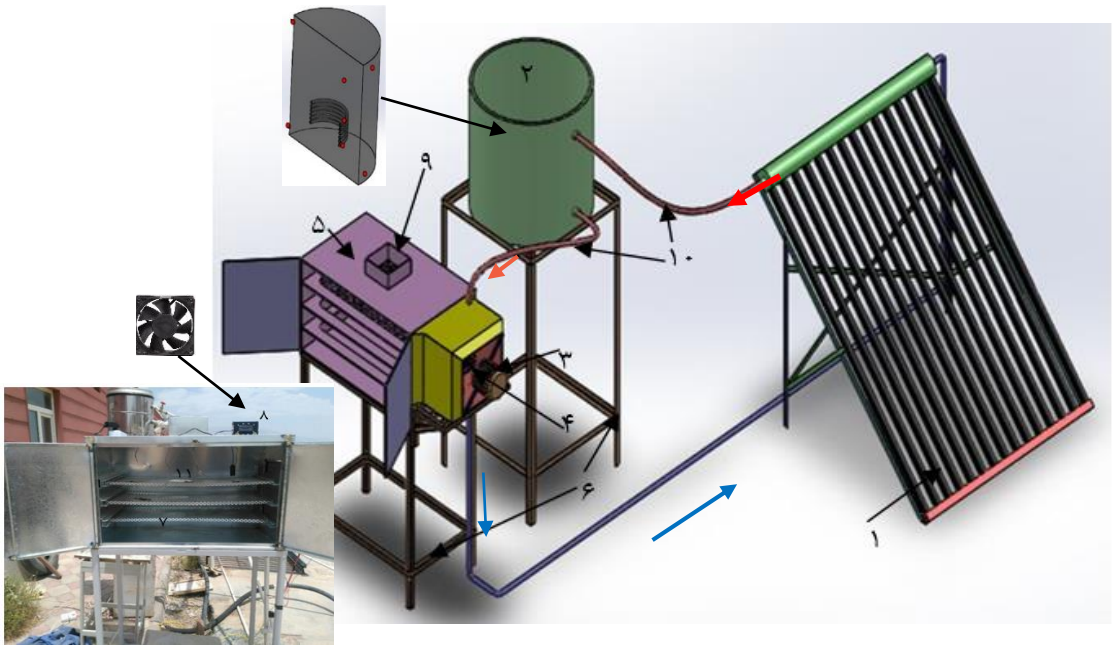
در شکل (۱) نمایش داده شده است.

آزمایش‌ها برای ۳وزن ۱/۵٤ و ۲/٤۵ و ۳/٦کیلوگرم از مواد PCM و ۲دبی حجمی ۰/۲ و ۰/٤لیتربردقیقه از سیال در نظر گرفته شد. دبی جرمی هوای دمیده‌شده به خشک‌کن نیز ۰/۰۲۵کیلوگرم بر ثانیه در نظر گرفته شد. برای انجام آزمایش خشک‌شدن محصول، از ورقه‌های سیب به‌ضخامت ۵میلی‌متر استفاده شد. برای به‌دست‌آوردن رطوبت اولیهٔ نمونه‌های سیب، ۱۸۰گرم از نمونه‌ها در ٤تکرار در آون با دمای ۲ ± ۱۰۵درجهٔ سلسیوس به‌مدت ۵ساعت قرار داده شد. میانگین رطوبت اولیهٔ نمونه‌ها ۱±۸۳/۹درصد به‌دست آمد. برای هر آزمایش ۱۵۰۰گرم از ورقه‌های سیب روی سینی‌ها پهن و داخل خشک‌کن قرار داده شد. تغییرات وزن محصول در حین خشک‌شدن با استفاده از ترازوی دیجیتال به‌ظرفیت ۱۵۰۰گرم و با دقت ۰/۰۵گرم گزارش می‌شد. نسبت رطوبت ورقه‌های سیب برای توصیف روند خشک‌شدن با استفاده از رابطهٔ (۱) محاسبه شد:

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_0 - M_e} \qquad (۱)$$

که در آن M_t، M_e و M_o به‌ترتیب محتوای رطوبتی در هر لحظه، محتوای رطوبتی در حالت تعادل و محتوای رطوبتی اولیهٔ محصول (kg water/kg dry solid) هستند.

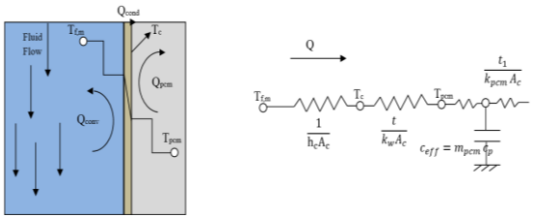
درجه حرارت قسمت‌های مختلف خشک‌کن با استفاده از ترموکوپل K قرائت شده است. همچنین سرعت هوای جاری در سامانه خشک‌کن و سرعت هوای محیط با استفاده از سرعت‌سنج مدل (Testo-454, Lutron, Taiwan) با دقت ۰/۱ متربرثانیه کنترل می‌شد. رطوبت هوای محیط نیز با استفاده از رطوبت‌سنج مدل (HT, 3600, Lutron, Taiwan) با دقت ۳درصد اندازه‌گیری می‌شد. تمام آزمایش‌ها در مرکز تحقیقات انرژی‌های تجدیدپذیر دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان در ٦روز متوالی از ۱۲ تا ۱۸تیر۹٦ انجام شد.



شکل ۱ جزئیات مربوط به خشک‌کن خورشیدی کابینتی شامل: ۱) جمع‌کنندهٔ لولهٔ خلأ، ۲) مخزن ذخیرهٔ سیال، ۳) فن دمندهٔ هوا، ٤) مبدل حرارتی، ۵) کابینت خشک‌کن، ٦) شاسی، ۷) سینی نمونه، ۸) کنترلر فن الکتریکی، ۹) خروجی، ۱۰) لولهٔ انتقال سیال، ۱۱) ترموکوپل‌ها [47,48]

بازده جمع‌کننده خورشیدی

انرژی‌ای که در فرایند گرمادهی جذب می شود، شامل ۲قسمت است که قسمت اول ظرف حاوی مادۀ PCM همان لولۀ مارپیچ مسی و قسمت دوم پارافین است. در شکل (۲)، مدار حرارتی منبع ذخیره‌کننده انرژی شامل سیال، مادۀ جاذب و پوستۀ مادۀ جاذب (مسی) نشان داده شده است. گرما با سیال از طریق همرفت به دیوارۀ مسی و سپس از طریق هدایت، به پارافین داخل لولۀ مارپیچ منتقل می شود. در این حالت حرارت منتقل شده از جمع‌کننده خورشیدی با سیال و پارافین ذخیره یا آزاد می‌شود.



شکل ۲ مدار انتقال حرارت برای سیال، لولۀ مسی و پارافین به‌عنوان مادۀ PCM

شار حرارتی جذب‌شده با سیال با استفاده از رابطۀ (۲) مشخص می‌شود:

$$Q_f = \dot{m} c_p \left(T_{f,in} - T_{f,out}\right) \qquad (۲)$$

شار حرارتی انتقال‌یافته بر اثر جریان همرفتی به دیوارۀ مسی لولۀ مارپیچی و شار حرارتی هدایت شده از لولۀ مارپیچ به پارافین به‌صورت رابطۀ (۳) به‌دست می‌آید [37]:

$$Q_{conv} = h_c A_{co} \left(T_{f,m} - T_{c,m}\right)$$

$$Q_{cond} = k_w A_{co} \frac{\left(T_{c,m} - T_{pcm}\right)}{t_c} \qquad (۳)$$

که در آن h_c ضریب انتقال حرارت همرفت است که با استفاده از عدد رینولدز و عدد ناسلت محاسبه می‌شود. $T_{f,m}$، $T_{c,m}$ و T_{pcm} به‌ترتیب درجه حرارت متوسط برای سیال، دیوارۀ مسی و درجه حرارت PCM، k_w ضریب هدایت حرارتی مس و t_c ضخامت دیوارۀ لولۀ مسی مارپیچ است.

انرژی حرارتی جذب‌شده با PCM در فرایند جذب و دفع (آزاد سازی) انرژی حرارتی (Q_{pcm}) با استفاده از رابطۀ (٤) توصیف می‌شود [37-40]:

$$Q_{pcm} = m_{pcm} c_s \left(T_{pcm} - T_{melt}\right) \quad T_{pcm} < T_{melt}$$

$$Q_{pcm} = 0 \qquad T_{pcm} = T_{melt}$$

$$Q_{pcm} = m_{pcm} c_l \left(T_{pcm} - T_{melt}\right) \quad T_{pcm} > T_{melt} \qquad (٤)$$

c_l و c_s نشانگر ظرفیت گرمایی ویژه پارافین به‌ترتیب در حالت مایع و جامد است. در حالت اول دمای PCM کمتر از دمای ذوب، در حالت دوم برابر و در حالت سوم PCM به‌طور کامل مذاب است. بنابراین انرژی ذخیره و آزادشده از PCM در هر کدام از مراحل اشاره‌شده متفاوت خواهد بود. انرژی کل ذخیره‌شده از طریق سامانه از مجموع انرژی ذخیره شده در سیال و انرژی ذخیره‌شده در PCM حاصل می‌شود:

$$E_{st} = Q_f + Q_{pcm} \qquad (۵)$$

همان‌طور که اشاره شد، پارافین از موادی است که در بلندمدت خواص فیزیکی و شیمیایی خود را بدون تخریب ساختار حفظ می‌کند و مناسب‌ترین ماده برای استفاده در سامانه‌های ذخیره‌ساز انرژی حرارتی است. علاوه‌برآن، این ماده هیچ‌گونه اثر نامطلوبی بر سلامتی انسان ندارد و کاربر می‌تواند در آزمایش‌ها از دست برای قراردادن ماده در داخل لولۀ مسی استفاده کند. خواص ترموفیزیکی پارافین در جدول (۱) نمایش داده شده است.

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی پارافین

ویژگی	مقدار
گرمای ویژه (kJ/kg K)	۲/۱
هدایت حرارتی (W/m K)	۰/۲
گرمای نهان (kJ/kg)	۱۶۶
ضریب انبساط حجمی (1/K)	۰/۰۰۰۵۶۱
چگالی (kg/m^3)	۷۸۳
دمای حالت مایع (K)	۳۲۵
دمای حالت جامد (K)	۳۱۷/۳

یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در انتخاب جمع‌کننده برای یک فرایند گرمایی، بازده حرارتی است که عبارت است از انرژی حرارتی خروجی از جمع‌کننده به انرژی حرارتی (خورشیدی) رسیده به سطح جمع‌کننده. برای محاسبهٔ میزان انرژی رسیده به سطح جمع‌کننده از رابطهٔ (٦) استفاده می‌شود:

$$Q_u = AF_R([I_{b,T}(\tau\alpha)] - U_L(T_i - T_a)) \qquad (٦)$$

که در آن A سطح جمع‌کننده، F_R ضریب انتقال گرمای جمع‌کننده، $I_{b,T}$ شدت تابش خورشیدی، $\tau\alpha$ حاصل ضرب ضریب مؤثر عبور و ضریب جذب، T_a دمای محیط و T_i دمای خروجی سیال از جمع‌کننده است.

همچنین در رابطهٔ (٦)، U_l افت کلی از جمع‌کننده است که برابر است با مجموع ضریب افت حرارت از لولهٔ جاذب و ضریب افت حرارت از قسمت انتهای لوله.

بازده حرارتی محاسبه‌شده برای جمع‌کنندهٔ لولهٔ خلأ به صورت لحظه‌ای است و با استفاده از رابطهٔ (۷) به‌دست می‌آید [19].

$$\eta = \frac{Q_f}{AI_{b,T}} = \frac{\dot{m}c_p(T_{f,o} - T_{f,i})}{A\, I_{b,T}} \qquad (۷)$$

بازده خشک‌کن خورشیدی

برای توصیف چگونگی تأثیر استفاده از PCM و سامانه ذخیره‌کنندهٔ انرژی حرارتی در روند خشک‌شدن محصول، از بازده خشک‌کن استفاده شد. نسبت انرژی (حرارتی و مکانیکی) مصرف‌شده برای گرم‌کردن محصول و استخراج رطوبت از محصول (Q_m) به انرژی کل مصرف‌شده در فرایند خشک‌کردن شامل انرژی حرارتی سیال (Q_f) و انرژی مکانیکی (E_{mec}) است که به‌عنوان بازده خشک‌کن در نظر گرفته می‌شود [41].

$$\eta_{ef} = \frac{Q_m}{Q_f + E_{mec}} \qquad (۸)$$

انرژی لازم برای استخراج رطوبت از نمونه با درنظرگرفتن محتوای رطوبتی محصول و گرمای ویژهٔ محصول محاسبه می‌شود:

$$Q_m = w_d c_m (T_{m2} - T_{m1}) \qquad (۹)$$

گرمای ویژهٔ نمونه (c_m) را می‌توان از رابطهٔ (۱۰) به‌دست آورد:

$$c_m = 1465 + 3560\left(\frac{M_p}{1 + M_p}\right)$$
$$M_p = \left(\frac{W_w - W_d}{W_d}\right) \qquad (۱۰)$$

که در رابطهٔ فوق W_w و W_d به‌ترتیب وزن رطوبت تبخیر شده از ماده و وزن مادهٔ خشک شده به کیلوگرم است.

عملکرد یک خشک‌کن خورشیدی با استفاده از پارامترهای زیادی ممکن است ارزیابی شود. معمولا از پارامتر میزان مصرف انرژی ویژه (SEC) [42] برای به‌دست‌آوردن انرژی مورد نیاز برای خشک‌کردن یک کیلوگرم از محصول (سیب) استفاده می‌شود که با استفاده از رابطهٔ (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$SEC = \frac{Q_m}{W_o} \qquad (۱۱)$$

که در آن W_o وزن نمونهٔ قراردادهشده در خشک‌کن به کیلوگرم در نظر گرفته می‌شود.

بررسی اقتصادی سامانه خشک‌کن

علاوه بر آنالیز ترمودینامیکی خشک‌کن و بررسی عوامل مؤثر بر بازده حرارتی آن، لازم است به‌لحاظ اقتصادی نیز بررسی شود. عوامل متعددی بر هزینهٔ تولید محصول تأثیر می‌گذارند که آن‌ها را به‌طورکلی به ۲بخش هزینه‌های مستقیم و غیرمستقیم تفکیک می‌کنیم و به شرح زیر به‌عنوان هزینه‌های کل محصول تعریف می‌شود [43]:

$$C_t = \text{Direct cost} + \text{Indirect cost} \quad (۱۲)$$

علاوه‌برآن، برای سرمایه‌گذاری در یک طرح باید میزان سرمایه، سود و مدت زمان بازگشت برآورد شود [44,45]. بازپرداخت سالانه به بانک و دوره بازگشت سرمایه از رابطهٔ (۱۳) و (۱٤) به‌دست می‌آید:

$$B = \frac{S \times u}{1 - \frac{1}{(1+u)^x}} \quad (۱۳)$$

$$t = \frac{C_t}{G_t} \quad (۱٤)$$

که در آن B بازپرداخت بانک در هر دوره (ریال)، s وام بانکی (ریال)، u بهره (درصد)، x مدت زمان بازپرداخت وام (سال) و t دوره برگشت سرمایه و G_t سود سالانه محصول است. در جدول (۲) خلاصه‌ای از هزینه‌های مستقیم و غیرمستقیم صرف‌شده برای ساخت خشک‌کن و خشک‌کردن محصول ارائه شده است.

جدول ۲ خلاصه‌ای از روند محاسبهٔ اقتصادی هزینهٔ تولید

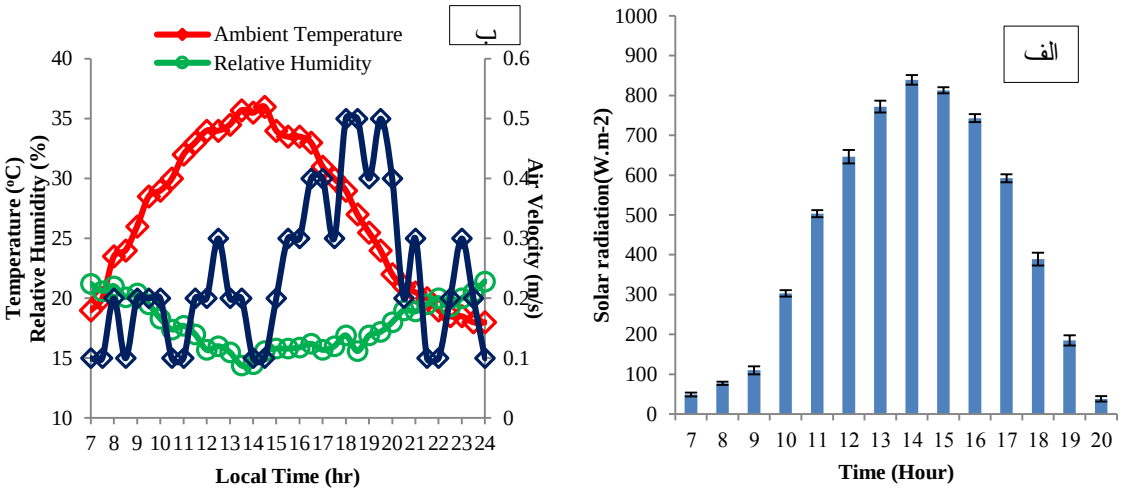
هزینهٔ کل تولید= هزینهٔ مستقیم + هزینه‌های غیرمستقیم	
هزینه‌های غیرمستقیم	هزینه‌های مستقیم
بسته‌بندی	قیمت مواد اولیه برای ساخت
حمل‌ونقل	هزینه اجرت ساخت و مونتاژ
بازاریابی و فروش	هزینهٔ برق مصرفی
بالاسری از ۱۰درصد مجموع هزینه‌های ساخت	هزینهٔ کار برای خشک‌کردن
-	قیمت محصول تازه

نتایج و بحث

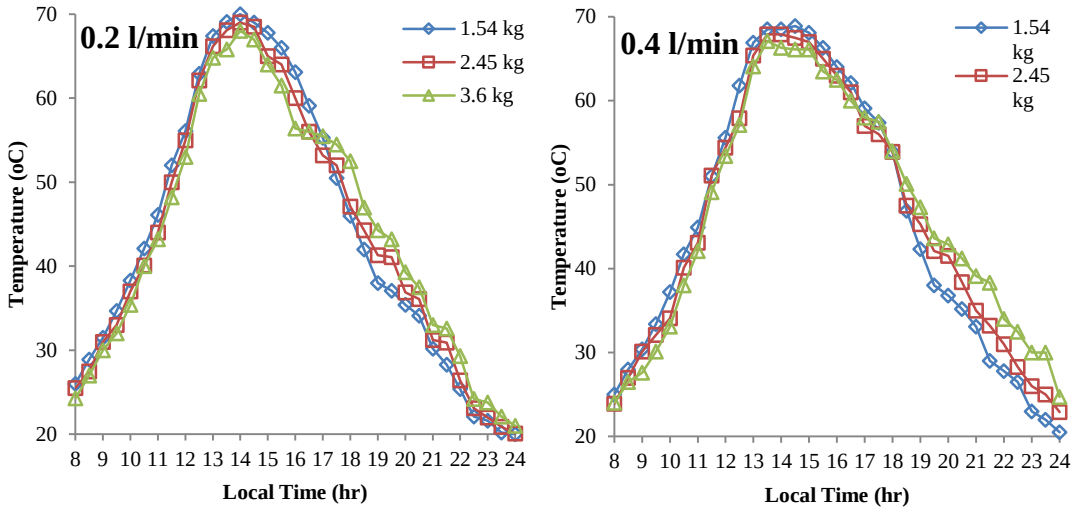
میانگین تغییرات شدت تابش خورشیدی بر حسب زمان در روزهای آزمایش در شکل (۳-الف) نشان داده شده است. میزان تغییرات شدت تابش خورشیدی در روزهای آزمایش جزئی بوده و این تغییرات تأثیر معنی‌داری بر روند خشک‌کردن نداشته است. میزان تابش خورشیدی از اوایل صبح (ساعت۷) با شدت ٤۹ وات بر مترمربع افزایش می‌یابد و در ساعات میانی روز (ساعت۱٤) به حداکثر مقدار خود، ۸۳۹ وات بر مترمربع می‌رسد. همچنین میزان تغییرات درجه حرارت، رطوبت نسبی و سرعت هوای محیط به‌طور متوسط در ساعات خشک‌کردن محصول در شکل (۳-ب) نشان داده شده است. برای خشک‌کردن مناسب محصول دمای زیاد و رطوبت نسبی کم در محیط آزمایش، ضروری است. باتوجه‌به نمودار، کمترین درجه حرارت محیط مربوط به ساعات آغازین فرایند خشک‌کردن است (۱۹درجه سلسیوس) و این درحالی است که رطوبت نسبی محیط در این ساعت در بیشینه مقدار خود است (۲۱/۲درصد). با افزایش شدت تابش، درجه حرارت محیط افزایش می‌یابد و رطوبت نسبی محیط کم می‌شود و روند خشک‌کردن محصول آسان می‌شود. بیشترین درجه حرارت محیط در ساعت۱٤:۳۰ اتفاق می‌افتد. اما شدت تابش خورشیدی در ساعت۱٤ به بیشینه مقدار خود می‌رسد. به‌دلیل تأخیر بین تابش خورشیدی و جذب این تشعشعات به‌وسیلهٔ هوای محیط، دمای محیط با تأخیر نسبت به تابش خورشیدی افزایش می‌یابد [7]. همچنین باتوجه به شکل (۳-ب) می‌توان مشاهده کرد که تغییرات سرعت هوا نوسانی بوده است و بین ۰/۱ تا ۰/۵متربرثانیه در ساعات خشک‌کردن تغییر می‌کند.

میزان تغییرات دمای خشک‌کردن در شرایط مختلف آزمایش به‌صورت تابعی از زمان در شکل (٤) نشان داده شده است. باتوجه‌به این‌که برای پایدارشدن دمای تمام مجموعه با محیط یک ساعت زمان در نظر گرفته شده بود، داده‌گیری فرایند خشک‌شدن از ساعت۸ صبح

شروع شد. برای ۲دبی سیال (۰/۲ و ۰/٤لیتربردقیقه) با افزایش شدت تابش خورشیدی، انرژی خورشیدی منتقل‌شده به سیال افزایش می‌یابد و در نتیجه دمای داخل کابینت خشک‌کن نیز افزایش می‌یابد. بیشترین درجه حرارت در داخل کابینت خشک‌کن در همهٔ شرایط بین ساعات۱۳ تا ۱۵ اتفاق می‌افتد که این مقدار برای دبی حجمی ۰/۲لیتربردقیقه از ٦٤/۸ تا ٦۹درجه سلسیوس و برای دبی حجمی ۰/٤لیتربردقیقه از ٦٦/۱ تا ٦۸/۹درجه سلسیوس تغییر می‌کند. درجه حرارت خشک‌کن برای هنگامی که دبی سیال ۰/۲لیتربردقیقه است، به‌طور میانگین به‌اندازه ۱/۵ تا ۲/۳درجه سلسیوس بیشتر از هنگامی است که دبی سیال ۰/٤ باشد. علت این پدیده جذب سریع انرژی خورشیدی به‌وسیلهٔ سیال از جمع‌کننده خورشیدی است که در طولانی‌مدت انرژی حرارتی زیادی وارد خشک‌کن می‌شود و درجه حرارت سامانه را افزایش می‌دهد. برای هر ۲ دبی حجمی، درجه حرارت سیال برای هنگامی که میزان PCM، ۱/٥٤کیلوگرم است، بیشتر از بقیهٔ حالت‌ها (۲/٤٥ و ۳/٦ کیلوگرم) است و کمترین مقدار مربوط به PCM به‌میزان ۳/٦ کیلوگرم است. این امر به‌دلیل آن است که مقداری از انرژی حرارتی سیال که به‌وسیلهٔ جمع‌کننده خورشیدی لولهٔ خلأ جذب می‌شود، صرف افزایش دمای PCM و هم‌دماکردن آن با محیط اطراف می‌شود. این میزان انرژی جذب‌شده برای حالتی که PCM حجم بیشتری داشته باشد، افزایش می‌یابد و به‌تبع آن دمای سیال واردشده به خشک‌کن کم می‌شود [46]. این روند تا ساعت۱۸ یعنی زمانی که شدت تابش خورشیدی ۳۸۹ وات بر مترمربع است، ادامه پیدا می‌کند و پس از آن روند معکوس می‌شود و درجه حرارت خشک‌کن برای هنگامی که میزان PCM بیشتر است، نسبت به بقیهٔ حالت‌ها بیشینه می‌شود. این حالت برای هنگامی که دبی حجمی سیال ۰/٤ لیتربردقیقه است، به اندازهٔ یک ساعت زودتر اتفاق می‌افتد. علت این امر شاید به‌دلیل تخلیهٔ زودهنگام انرژی حرارتی از طریق سیال به خشک‌کن باشد. هرچند در ساعات پایانی روز به‌دلیل تخلیه سریع انرژی، درجه حرارت خشک‌کردن برای دبی ۰/٤ لیتربردقیقه سریع‌تر از ۰/۲ لیتربردقیقه اتفاق می‌افتد. این نتیجه با نتیجه محققان که در سامانه خود از PCM استفاده کرده بودند، مطابقت داشت [28,36].



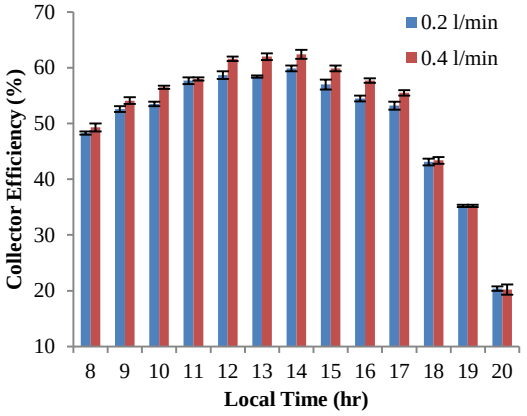
شکل ۳ تغییرات (الف) میانگین شدت تابش خورشیدی، (ب) میانگین درجه حرارت، رطوبت نسبی و سرعت هوای محیط در زمان خشک‌کردن



(ب) (الف)

شکل ٤ تغییرات دمای خشک‌کن در وزن‌های مختلف از PCM در مخزن ذخیره‌کننده در ۲ دبی جرمی سیال، (الف) ۰/۲ و (ب) ۰/٤ لیتربردقیقه

میزان تغییرات بازده جمع‌کننده لولهٔ خلأ در شکل (۵) نشان می‌دهد که بازده جمع‌کننده با افزایش شدت تابش خورشیدی و مستقیم‌بودن پرتوهای تابش، افزایش می‌یابد و به حداکثر میزان خود می‌رسد. با کاهش شدت تابش خورشیدی، میزان انرژی جذب‌شده کم می‌شود و بازده جمع‌کننده نیز کاهش می‌یابد. میزان حجم PCM قرار گرفته در مخزن ذخیرهٔ سیال تأثیر معنی‌داری (۰/۰۵ >P) بر تغییرات بازده جمع‌کنندهٔ خورشیدی نداشت. بازده جمع‌کننده با افزایش دبی سیال جاری در خشک‌کن افزایش می‌یابد. این امر می‌تواند به‌دلیل تخلیهٔ بموقع انرژی حرارتی از جمع‌کننده و ایجاد فرصت برای جذب بیشتر انرژی خورشیدی به‌وسیلهٔ لوله‌های جمع‌کننده باشد [12,23,46]. بازده حرارتی جمع‌کننده هنگامی که دبی ۰/۲لیتربردقیقه باشد از ۵۹/۹درصد در اواسط روز تا ۲۰/٤درصد در انتهای روز تغییر می‌کند. این میزان برای دبی ۰/٤لیتربردقیقه از ٦۲/٤ تا ۲۰/۲درصد تغییر می‌کند.

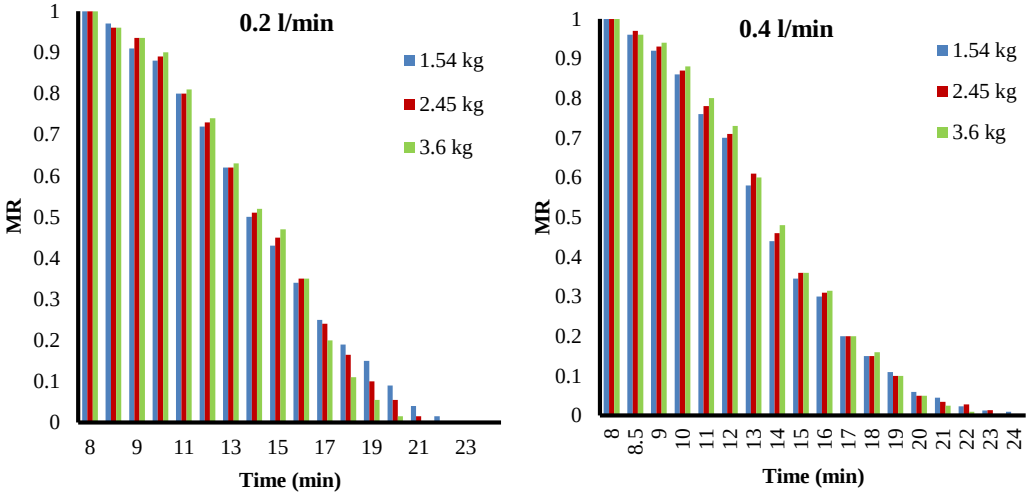


شکل ۵ تغییرات بازده جمع‌کننده لوله خلأ در دبی‌های ۰/۲ و ۰/٤ لیتربردقیقه در روزهای خشک‌کردن

در شکل (٦) منحنی روند خشک‌شدن ورقه‌های سیب در شرایط مختلف بر حسب نسبت رطوبت در مقابل زمان خشک‌شدن نشان داده شده است. باتوجه‌به نمودار با افزایش مقادیر PCM در داخل مخزن ذخیره‌کننده سیال، زمان خشک‌کردن محصول کم می‌شود. نسبت کاهش رطوبت محصول در ساعات

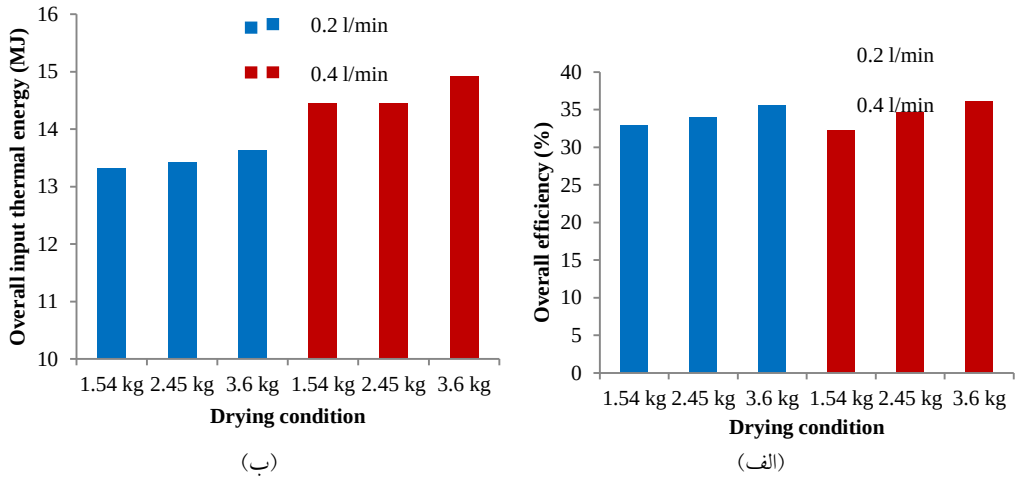
آغازین فرایند خشک‌کردن برای زمانی که میزان PCM، ۱/٥٤کیلوگرم است، بیشتر از هنگامی است که مقدار PCM، ۲/٤٥ و ۳/٦کیلوگرم است. این امر به‌دلیل جذب مقداری از انرژی حرارتی از طریق مواد تغییرفازدهنده است که البته پس از مدتی به تعادل می‌رسد و با افزایش شدت تابش خورشیدی این اثر ناچیز می‌شود. پس از آن با کاهش شدت تابش خورشیدی، انرژی حرارتی واردشده به کابینت خشک‌کن کم می‌شود و میزان رطوبت‌گیری از محصول نیز کاهش می‌یابد [30,33]. اما با وجود PCM در مخزن، انرژی جذب‌شده رها و وارد چرخه خشک‌کردن محصول می‌شود. میزان انرژی آزادشده برای PCM با ۳/٦کیلوگرم بیشترین میزان بود. همچنین باتوجه‌به شکل (٦)، با افزایش دبی حجمی سیال، رطوبت خارج‌شده از محصول بیشتر و زمان خشک‌شدن کم می‌شود. علت این امر می‌تواند به‌دلیل جذب حداکثری انرژی حرارتی از جمع‌کننده خورشیدی به‌وسیلهٔ سیال باشد که علاوه بر جذب از طریق PCM وارد مبدل حرارتی و باعث خشک‌کردن نمونه‌ها با دمای بالا در خشک‌کن می‌شود.

در شکل (۷ – الف)، انرژی حرارتی ورودی به خشک‌کن خورشیدی به‌وسیلهٔ جمع‌کننده خورشیدی لولهٔ خلأ در شرایط مختلف با دبی‌های ۰/۲ و ۰/٤ لیتربردقیقه و PCM ۱/٥٤، ۲/٤٥ و ۳/٦ کیلوگرم نشان داده شده است. باتوجه‌به نمودار، با افزایش PCM در مخزن ذخیره‌کننده، میزان انرژی ذخیره‌شده افزایش می‌یابد و انرژی بیشتری از جمع‌کننده جذب می‌شود. همچنین باتوجه به نمودار با افزایش دبی سیال، انرژی حرارتی جذب‌شده نیز افزایش می‌یابد. تغییرات انرژی برای دبی ۰/۲ لیتربردقیقه از ۱۳/۳۱ تا ۱۳/٦۳مگاژول تغییر می‌کند و این تغییرات برای دبی ۰/٤لیتربردقیقه از ۱٤/٤٥ تا ۱٤/۹۲ مگاژول است. تأثیر دبی سیال بر انرژی خورشیدی بیشتر از تغییرات PCM است [29]. تغییرات بازده کلی خشک‌کن خورشیدی در شکل (۷ – ب) نشان می‌دهد که با افزایش PCM بازده نیز افزایش می‌یابد و مقدار آن برای دبی ۰/۲ لیتربردقیقه از ۳۲/۹۲ تا ۳٥/٥٥ درصد و برای دبی ۰/٤ لیتربردقیقه ۳۲/۱۹ تا ۳٦/۰۲ درصد متغیر است. بازده خشک‌کن خورشیدی با طولانی‌شدن زمان خشک‌شدن محصول به‌دلیل افزایش توان مصرفی پمپ آب و دمندهٔ هوا کم می‌شود. در مقادیر یکسان برای PCM با افزایش دبی، بازده سامانه تغییر معنی‌داری پیدا نمی‌کند.

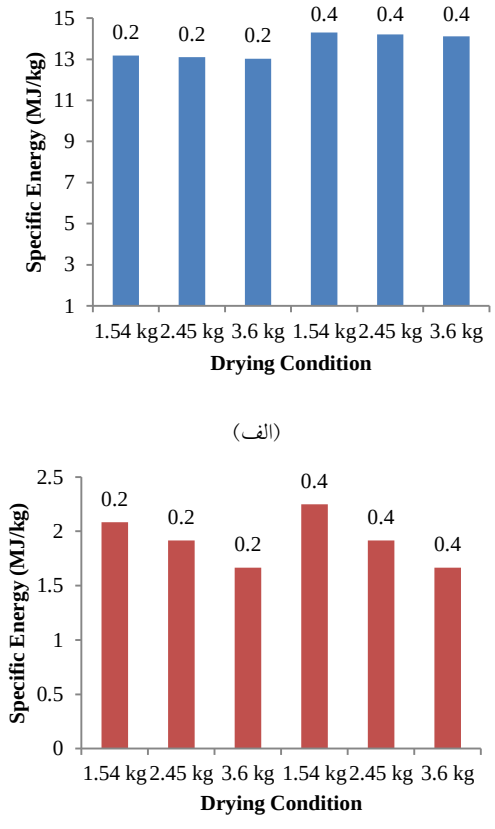


(الف) (ب)

شکل ٦ منحنی خشک‌شدن ورقه‌های سیب در PCM های مختلف و دبی‌های مختلف برای سیال ذخیره‌کننده



شکل ۷ (الف) انرژی حرارتی ورودی به خشک‌کن به‌وسیلهٔ جمع‌کننده خورشیدی و (ب) بازده کل خشک‌کن خورشیدی در شرایط مختلف



شکل ۸ (الف) انرژی ویژهٔ خشک‌کردن ورقه‌های سیب در شرایط مختلف خشک‌کردن (ب) به‌ازای انرژی کل، ب) به‌ازای انرژی مکانیکی واردشده به خشک‌کن

در شکل (۸) تغییرات انرژی مصرف‌شده به‌وسیلهٔ خشک‌کن به‌ازای انرژی کل واردشده به سامانه، شامل انرژی حرارتی و انرژی مکانیکی، نشان داده شده است. با افزایش دبی حجمی سیال جریان‌یافته در سامانه و

مقدار PCM، انرژی حرارتی مصرفی برای خشک‌کردن یک کیلوگرم نمونه سیب افزایش می‌یابد. بیشترین میزان انرژی مصرفی در دبی حجمی ۰/٤لیتربردقیقه و PCM به‌میزان ۱/٥٤کیلوگرم اتفاق می‌افتد که این امر ممکن است به‌دلیل مصرف زیاد انرژی خورشیدی و انرژی مکانیکی در حین خشک‌کردن محصول باشد. انرژی مصرفی کل برای دبی حجمی ۰/۲لیتربردقیقه از ۱۳/۱۸درصد تا ۱۳/۰۲درصد و برای دبی حجمی ۰/٤لیتربردقیقه از ۱٤/۲۹ تا ۱٤/۱۰درصد با افزایش وزن PCM تغییر می‌کند. با مقادیر یکسان از PCM با افزایش دبی از ۰/۲ تا ۰/٤لیتربردقیقه، میزان انرژی مصرفی به‌دلیل استفاده بیشتر از انرژی مکانیکی برای به‌حرکت‌درآوردن سیال در سامانه، افزایش می‌یابد. روند تغییرات انرژی ویژه برای خشک‌کردن محصول با فرض این‌که انرژی خورشیدی به‌صورت رایگان و فراوان در دسترس است و فقط با درنظرگرفتن انرژی الکتریکی مصرفی از طریق سامانه نمایش داده شده است. روند تغییرات مانند شکل (۸–الف) است و میزان تغییرات انرژی الکتریکی مصرفی برای خشک‌کردن ورقه‌های سیب با دبی حجمی ۰/۲لیتربردقیقه از ۲/۰۸ تا ۱/٦۷مگاژول بر کیلوگرم و برای دبی حجمی ۰/٤لیتربردقیقه از ۲/۲٥ تا ۱/٦۷مگاژول بر کیلوگرم به‌دست آمد. باتوجه‌به شرایط ذکرشده و فراوانی انرژی خورشیدی در منطقه، می‌توان اذعان کرد که سامانهٔ خشک‌کن با دبی حجمی ۰/۲لیتربردقیقه و مقدار PCM به‌میزان ۳/٦کیلوگرم حالت مناسبی برای خشک‌کردن ورقه‌های سیب باشد. نتیجهٔ به‌دست‌آمده با نتیجهٔ گزارش‌شده از خشک‌کن خورشیدی [7,13,21] مطابقت داشت.

همان‌گونه که اشاره شد، یکی از عوامل کلیدی در انتخاب یک خشک‌کن، هزینه‌های تمام‌شده و بررسی اقتصادی آن است. چه‌بسا محصولی با روش‌های مختلف و با صرف انرژی کم و بازده زیاد خشک شود، اما اگر کیفیت محصول تولیدی یا بازارپسندی محصول کم باشد، در آن صورت نه‌تنها سودی عاید تولیدکننده نخواهد شد، بلکه با فروش نامناسب و برنگشتن سرمایه، تولیدکننده بدون آن‌که متوجه شود، در بلندمدت متضرر خواهد شد. در تحقیق حاضر محاسبات اقتصادی روی خشک‌کن خورشیدی انجام شد که خلاصهٔ آن در جدول (۳) نمایش داده شده است.

جدول ۳ آنالیز اقتصادی خشک‌کن خورشیدی و زمان بازگشت سرمایه

پارامتر اقتصادی	مقدار
سود وام (درصد)	٤
سرمایه‌گذاری اولیه (تومان)	٥،۰۰۰،۰۰۰
عمر مفید خشک‌کن (سال)	۱٥
هزینهٔ کارگری و برق مصرفی سالیانه (تومان)	٤۱،۹۲۸
اقساط سالانه (تومان)	۱،۱۲۳،٥۹٥
هزینهٔ بسته‌بندی، بازاریابی و فروش (تومان)	۲۳٥،۰۰۰
قیمت محصول تازه (تومان)	٥،۰۰۰
قیمت محصول فراوری‌شده (تومان)	۳٥،۰۰۰
دورهٔ بازگشت سرمایه (سال)	۱/٦۷ (معادل ۲۰ ماه)

باتوجه‌به این‌که ظرفیت خشک‌کن خورشیدی در شرایط مناسب (دبی حجمی ۰/۲ لیتربردقیقه و مقدار PCM به‌میزان ۳/٦ کیلوگرم) ۲ کیلوگرم در روز است، با درنظرگرفتن محتوای رطوبت نهایی محصول خارج‌شده از این دستگاه، ٥٦٦ گرم سیب خشک در روز تولید می‌شود. لازم به ذکر است که با درنظرگرفتن شدت تابش خورشیدی بهینه در منطقه، فرض شده است که این خشک‌کن فقط در ٦ماه از سال می‌تواند عملیات خشک‌کردن را انجام دهد (زمانی که تولید محصول انبوه بوده است و نیاز به خشک‌کردن بیشتر احساس می‌شود). در این مدت می‌توان حدود ۱۰۲کیلوگرم سیب را با خشک‌کن خورشیدی غیرمستقیم تولید کرد. برای این ٦ماه هزینه خرید محصول تازه ۱،۸۰۰،۰۰۰تومان، هزینه مصرف برق ۲٦،۹۲۸ تومان و هزینه بسته‌بندی، بازاریابی و فروش ۲۳٥،۰۰۰ تومان برآورد شد. بنابراین سود ٦ ماه سال برابر با ۱،٥۰۳،۸۷۲ تومان است. باتوجه‌به روابطۀ (۱۱) و (۱۲) که شرح آن‌ها داده شد، سود ٦ ماه سال از این مقدار ۱،٥۰۳،۸۷۲تومان و سرمایه کل مورد نیاز برای برآورده‌شدن این مقدار تولید ٥،۰۰۰،۰۰۰ تومان خواهد بود. براین‌اساس و با درنظرگرفتن عمر مفید دستگاه، میزان بازگشت سرمایه ۲۰ماه به‌دست آمد. هزینۀ سامانه‌های خورشیدی به‌ویژه خشک‌کن‌های خورشیدی به‌دلیل هزینۀ اولیه که برای ساخت در نظر گرفته می‌شود، عمدتا زیاد است و بازگشت سرمایۀ آن‌ها همیشه بین ۳۰ ماه در بهترین شرایط تا ۷۲ ماه در بدترین شرایط را دارد. هرچند به‌صورت ترکیبی دوره بازگشت تا ۱۲ماه نیز کم می‌شود [6,43]. دوره بازگشت سرمایۀ سیستم حاضر نشان می‌دهد خشک‌کن استفاده‌شده تا حدودی توانسته است محصولی با قیمت مناسب به بازار عرضه کند. لازم به یادآوری است که باتوجه به شرایط آب‌وهوایی کرمان، در کل سال با تغییراتی مانند هیبریدکردن می‌توان کارایی سامانه را افزایش داد و زمان بازگشت سرمایه را کم کرد. ارزیابی اقتصادی خشک‌کن خورشیدی ترکیبی (حالت گلخانه‌ای با جمع‌کننده خورشیدی) ساخته‌شده برای خشک‌کردن انگور و فلفل قرمز نشان داد که زمان بازگشت سرمایه برای بازۀ چهارماهه ۳/۲ سال و برای حالت مستقل (فقط جمع‌کننده) ٤۲ ماه است [6]. در تحقیق مشابه میزان بازگشت سرمایه برای یک خشک‌کن خورشیدی که برای خشک‌کردن علف‌های هرز دریایی استفاده شده بود، با احتساب کل سال ۲/۳۳ به‌دست آمد [49]. بازگشت سرمایه برای خشک‌کردن محصول در کشور هند با احتساب ۸ ماه از سال برای خشک‌کردن ۱/٥سال به‌دست آمد. در این خشک‌کن از سامانۀ ذخیره‌کننده انرژی استفاده شده بود [31].

نتیجه‌گیری

در این تحقیق عملکرد خشک‌کن خورشیدی مجهز به جمع‌کننده لولۀ خلأ همراه با PCM ارزیابی شد. خشک‌کن خورشیدی شامل جمع‌کنندۀ لولۀ خلأ، مخزن ذخیره‌کننده، مواد تغییرفازدهنده، مبدل حرارتی و خشک‌کن کابینتی بود. برای ارزیابی جمع‌کننده و خشک‌کن، آزمایش‌ها با مواد تغییرفازدهنده در ۳جرم ۱/٥٤، ۲/٤٥ و ۳/٦ کیلوگرم و دبی حجمی سیال جریان‌یافته در سامانه در ۲ سطح ۰/۲ و ۰/٤لیتربردقیقه در روزهای متوالی در تیرماه ۹٦ انجام شد. با افزایش شدت تابش خورشید، دمای ورودی به کابینت خشک‌کن افزایش می‌یابد و با گذشت زمان و نزدیک‌شدن به غروب خورشید کم می‌شود. در طول روز، زمانی که شدت تابش خورشیدی بیشینه است، انرژی حرارتی جذب‌شده به‌وسیلۀ جمع‌کننده خورشیدی در سیال و PCM ذخیره می‌شود و در طول شب زمانی که تابش خورشیدی وجود ندارد استفاده می‌شود و به‌تبع آن فرایند خشک‌کردن ادامه می‌یابد. بازده حرارتی جمع‌کننده برای دبی سیال ۰/۲ و ۰/٤لیتربردقیقه به‌ترتیب بین ٥۹/۹ و ٦۲/٤درصد در اواسط روز تا ۲۰/٤ و ۲۰/۲درصد در انتهای روز تغییر می‌کند. تغییرات انرژی برای دبی حجمی سیال ۰/۲لیتربردقیقه از ۱۳/۳۱ تا ۱۳/٦۳مگاژول تغییر می‌کند و این مقدار برای دبی

حجمی ۰/٤لیتربردقیقه از ١٤/٤٥ تا ١٤/٩٢مگاژول به‌دست آمد. تغییرات بازده کلی خشک‌کن خورشیدی نشان می‌دهد که با افزایش PCM، بازده افزایش می‌یابد و مقدار آن برای دبی ۰/۲لیتربردقیقه از ۳۲/۹۲ تا ۳۵/۵۵درصد و برای دبی ۰/٤لیتربردقیقه ۳۲/۱۹ تا ۳٦/۰۲درصد متغیر است. میزان تغییرات انرژی الکتریکی مصرفی برای خشک‌کردن ورقه‌های سیب با افزایش دبی حجمی افزایش می‌یابد. باتوجه‌به فراوانی و رایگان‌بودن انرژی خورشیدی نیز می‌توان نتیجه گرفت که سامانهٔ خشک‌کن با دبی ۰/۲لیتربردقیقه و مقدار PCM به‌میزان ۳/٦کیلوگرم گزینه مناسبی برای خشک‌کردن ورقه‌های سیب است. تحلیل اقتصادی خشک‌کن خورشیدی نشان داد که مدت بازگشت سرمایه با درنظرگرفتن ٦ماه از سال برای خشک‌کردن ورقه‌های سیب، ۲۰ماه است که در محدودهٔ مناسب است.

واژه نامه

علائم انگلیسی

A	مساحت کلکتور، mm	
B	بازپرداخت بانک در هر دوره	
c_l	ظرفیت گرمایی ویژه در حالت مایع، J/kg.K	
c_s	ظرفیت گرمایی ویژه ثر حالت جامد، J/kg.K	
E_{mec}	انرژی مکانیکی مصرف شده توسط فن و پمپ آب، J	
FR	ضریب انتقال گرمای جمع‌کننده	
G_t	سود سالانه محصول	
h_c	ضریب انتقال حرارت همرفتی، W/m^2 K	
$I_{b,T}$	شدت تابش خورشیدی، W/m^2	
k_w	ضریب هدایت حرارتی مس، W/m K	
Me	محتوای رطوبت در حالت تعادل، kg water/kg dry solid	
Mo	محتوای رطوبت اولیهٔ محصـــول، kg water/kg dry solid	
Mt	محتوای رطوبت در هر لحظه، kg water/kg dry solid	
Q_{pcm}	انرژی حرارتی ذخیره شده در ماده PCM، J	
Q_f	انرژی حرارتی سیال، J	
Q_m	استخراج رطوبت از محصول، J	
S	وام بانکی (ریال)	
$T_{f,m}$	دمای متوسط سیال، k	
$T_{c,m}$	دمای دیوارهٔ مسی، k	
T_{pcm}	درجه حرارت ماده PCM، k	
T_a	دمای محیط، k	
T_i	دمای خروجی سیال از جمع کننده، k	
t	دوره بازگشت سرمایه	
tc	ضخامت دیوارهٔ لولهٔ مسی مارپیچ، m	
u	بهره (درصد)	
UL	اتلاف حرارت کلی از جمع کننده، W/m^2K	
x	مدت زمان بازپرداخت وام(سال)	

علائم یونانی

τ	ضریب عبور
α	ضریب جذب
η	بازده جمع کننده

مراجع

1. Salami, P., "Design and construction of the PVT system to increase the energy efficiency of solar flat plate collector", Ph.D. Thesis, University of Tabriz, Tabriz, Iran, (2016).
2. Edalati, S., Ameri, M., Iranmanesh, M., and Tarmahi, H., "Modelling and drawing energy and exergy of solar radiation", *International Journal of Exergy*, Vol. 19.4, pp. 544-568, (2016).
3. Ghasemkhani, H., Keyhani, A., Aghbashlo, M., and Rafiee, S., Mujundar, A., "Improving exergetic

performance parameters of a rotating-tray air dryer via a simple heat exchanger", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 94, pp. 13-23, (2016).

4. Akhijani, Samimi, H., Arabhosseini, A., and Kianmehr, M. H., "Effective moisture diffusivity during hot air solar drying of tomato slices", *Research in Agricultural Engineering*, Vol. 62.1, pp. 15-23, (2016).
5. Panwar, N. L., Kaushik, S. C., and Surendra, K., "Role of renewable energy sources in environmental protection: A review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 15.3, pp. 1513-1524, (2011).
6. ELkhadraoui, A., Kooli, S., Hamdi, I., and Faraht, A., "Experimental investigation and economic evaluation of a new mixed-mode solar greenhouse dryer for drying of red pepper and grape", *Renewable Energy*, Vol. 77, pp. 1-8, (2015).
7. Eltawil, M., Mostafa, A., Azam, M., and Abdulrahman, O. A., "Solar PV powered mixed-mode tunnel dryer for drying potato chips", *Renewable Energy*, Vol. 116, pp. 594-605, (2018).
8. Perumal, R., "Comparative performance of solar cabinet, vacuum assisted solar and open sun drying methods", Diss. McGill University, (2007).
9. Khouya, A., and Draoui, A., "Computational drying model for solar kiln with latent heat energy storage: Case studies of thermal application", *Renewable Energy*, Vol. 130, pp. 796-813, (2019).
10. Fleming, A., Folsom, C., Ban, H., and Ma, Z., "A general method to analyze the thermal performance of multi-cavity concentrating solar power receivers", *Solar Energy*, Vol. 150, pp. 608-618, (2017).
11. Mortezapour, H., Ghobadian, B., Khoshtaghaza, M. H., and Minaee, S., "Drying kinetics and quality characteristics of saffron dried with a heat pump assisted hybrid photovoltaic-thermal solar dryer", *Journal of Agricultural Science and Technology*, Vol. 16, pp.33-45, (2014).
12. Abokersh, M. H., El-Morsi, M., Sharaf, O., and Abdelrahman, W., "An experimental evaluation of direct flow evacuated tube solar collector integrated with phase change material", *Energy*, Vol. 139, pp. 1111-1125, (2017).
13. Motevali, A., "Design and Evaluation of a Parabolic Sun Tracking Collector for Drying of Mint [Ph.D. Thesis.]", TarbiatModares University, Tehran, Iran, (2013).
14. Motahayyer, M., Arabhosseini, A., Samimi-Akhijahani, H., and Khashechi, M., "Application of computational fluid dynamics in optimization design of absorber plate of solar dryer", *Iranian Journal of Biosystem Engineering*, Vol. 49 (2), pp. 285-294, (In Persian), (2018).
15. Sharafeldin, M. A., and Gyula G., "Evacuated tube solar collector performance using CeO2/water nanofluid", *Journal of Cleaner Production*, Vol. 185, pp. 347-356, (2018).
16. Samimi-Akhijahani, H., and Arabhosseini. A., "Accelerating drying process of tomato slices in a PV-assisted solar dryer using a sun tracking system", *Renewable Energy*, Vol. 123, pp. 428-438, (2018).
17. FAOSTAT Statistics Database, FAO, (2016).

18. Morrison, G. L., Budihardjo, I., and Behnia, M., "Water-in-glass evacuated tube solar water heaters", *Solar Energy*, Vol. 76.1-3, pp. 135-140, (2004).
19. Sabiha, M. A., Saidur, R., Mekhilef, S., and Mahian, O., "Progress and latest developments of evacuated tube solar collectors", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 51, pp. 1038-1054, (2015).
20. Tong, Y., and Honghyun Ch., "Comparative study on the thermal performance of evacuated solar collectors with U-tubes and heat pipes", *International Journal of Air-Conditioning and Refrigeration*, Vol. 23.03, pp. 1550019, (2015).
21. Sundari, AR. U., Neelamegam, P., and Subramanian, C. V., "Performance evaluation of a forced convection solar drier with evacuated tube collector for drying Amla", *International Journal of Engineering and Technology*, Vol. 5, pp. 2853-2858, (2013).
22. Rajagopal, T., Sivakumar, S., and Manivel, R., "Development of solar dryer incorporated with evacuated tube collector", *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, Vol. 3.3, pp. 2655-2658, (2014).
23. Lamnatou, Ch., Papanicolou, E., Belessiotis, V., and Kyriakis, N., "Experimental investigation and thermodynamic performance analysis of a solar dryer using an evacuated-tube air collector", *Applied Energy*, Vol. 94, pp. 232-243, (2012).
24. Ersöz, M. A., "Effects of different working fluid use on the energy and exergy performance for evacuated tube solar collector with thermosyphon heat pipe", *Renewable Energy*, Vol. 96, pp. 244-256, (2016).
25. Kim, Y., and Taebeom, S., "Thermal performances comparisons of the glass evacuated tube solar collectors with shapes of absorber tube", *Renewable Energy*, Vol. 32.5, pp. 772-795, (2007).
26. Mahendran, M., Ali, T. Z. S., Shahrani, A., and Bakar, R. A., "The efficiency enhancement on the direct flow evacuated tube solar collector using water-based titanium oxide nanofluids", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 465, pp. 308-315, Trans Tech Publications Ltd, (2014).
27. Tay, N. H. S., Bruno, F., and Belusko, M., "Experimental validation of a CFD model for tubes in a phase change thermal energy storage system", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55.4, pp. 574-585, (2012).
28. Rabha, D. K., and Muthukumar, P., "Performance studies on a forced convection solar dryer integrated with a paraffin wax–based latent heat storage system", *Solar Energy*, Vol. 149, pp. 214-226, (2017).
29. Shalaby, S. M., Bek, M. A., and El-Sebaii, A. A., "Solar dryers with PCM as energy storage medium: A review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 33, pp. 110-116, (2014).
30. Shalaby, S. M., and Bek, M. A., "Drying nerium oleander in an indirect solar dryer using phase change material as an energy storage medium", *Journal of Clean Energy Technologies*, Vol. 3.3, pp. 176-180,

(2015).

31. Jain, D., and Pratibha, T., "Performance of indirect through pass natural convective solar crop dryer with phase change thermal energy storage", *Renewable Energy*, Vol. 80, pp. 244-250,(2015).
32. Hamada, Y., and Jun, F., "Latent heat thermal energy storage tanks for space heating of buildings: comparison between calculations and experiments", *Energy Conversion and Management*, Vol. 46.20, pp. 3221-3235, (2005).
33. Belusko, M., and Bruno, F., "Design methodology of PCM thermal storage systems with parallel plates", EUROSUN, (2008).
34. Riffat, S. B., and Gan, G., "Determination of effectiveness of heat-pipe heat recovery for naturally-ventilated buildings", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 18.3-4, pp. 121-130, (1998).
35. Wang, T. y., Diao, Y. h., Zhu, T. t., Shao, Y. h., Liu, J., and Wei, X. q., "Thermal performance of solar air collection-storage system with phase change material based on flat micro-heat pipe arrays", *Energy Conversion and Management*, Vol. 142, pp. 230-243, (2017).
36. Esakkimuthu, S., Hassabou, A. H., Palaniappan, C., Spinnler, M., Blumenberg, J., and Velarj, R., "Experimental investigation on phase change material based thermal storage system for solar air heating applications", *Solar Energy*, Vol. 88, pp. 144-153, (2013).
37. Liu, M., Wasim, S., and Frank, B., "Validation of a mathematical model for encapsulated phase change material flat slabs for cooling applications", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31.14-15, pp. 2340-2347, (2011).
38. Fortunato, B., Camporeale, S. M., Torresi, M., and Albano, M., "Simple mathematical model of a thermal storage with PCM", *AASRI Procedia*, Vol. 2, pp. 241-248, (2012).
39. Hed, G., and Rickard, B., "Mathematical modelling of PCM air heat exchanger", *Energy and Buildings*, Vol. 38.2, pp. 82-89, (2006).
40. Esen, M., Durmuş, A., and Durmuş, A., "Geometric design of solar-aided latent heat store depending on various parameters and phase change materials", *Solar Energy*, Vol. 62.1, pp. 19-28, (1998).
41. Vieira, M. G. A., Estrella, L., and Rocha, S. C. S., "Energy efficiency and drying kinetics of recycled paper pulp", *Drying Technology*, Vol. 25.10, pp. 1639-1648, (2007).
42. Fudholi, A., Sopian, K., Yazdi, M. H., Ruslan, M. H., Gabbasa, M., and Kazem, H. A., "Performance analysis of solar drying system for red chili", *Solar Energy*, Vol. 99, pp. 47-54, (2014).
43. Ziotis, N., and Papadas, Ch. T., "Supply of money and food prices: The case of Greece", *Agricultural Economics Review*, Vol. 12, (2011).
44. Pulford, A. L., "monetary factors and the us retall food price level", (2012).
45. Akhijahani, Samimi, H., Arabhosseini, A., and Kianmehr., M. H., "Comparative quality assessment of different drying procedures for plum fruits (Prunus domestica L.)", *Czech Journal of Food Sciences*,

Vol. 35.5, pp. 449-455, (2017).

46. Feliński, P., and Sekret, R., "Experimental study of evacuated tube collector/storage system containing paraffin as a PCM", *Energy*, Vol. 114, pp. 1063-1072, (2016).
47. Iranmanesh, Masoud, Hadi Samimi Akhijahani, and Mohammad Saleh Barghi Jahromi., "CFD modeling and evaluation the performance of a solar cabinet dryer equipped with evacuated tube solar collector and thermal storage system", *Renewable Energy*, Vol. 145, pp. 1192-1213, (2020).
48. Iranmanesh, M., and Barghi Jahromi., "Effect of forced convection and PCM materials on an indirect solar dryer equipped with evacuated heat pipe collector", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 19.11, PP. 2607-2614, (2019).
49. Fudholi, A., Ruslan, M. H., Yahya, M. A., and Zaharim, A., "Technoeconomic analysis of solar drying system for seaweed in Malaysia", Proc. of the 7th IASME/WSEAS Int. Conf. on Energy, Environment, Ecosystems and Sustainable Development (EEESD, 11), Vol. 11, PP. 89-95, (2011).

Evaluation of Thermo-Economic Cabinet Solar Dryer with Evacuated Heat Pipe Collector and Energy Storage

Mohammad Saleh Barghi Jahromi[2]
Masoud Iranmanesh[3] Hadi Samimi Akhijahani [4]

1. Introduction

One of the main axes in the field of energy is the energy efficiency of energy supplying systems. As Iran is a country that due to the abundance of fossil fuels, less attention is paid to how to consume energy and optimize energy consuming systems. However, in recent decades, due to the depletion of fossil fuel sources and pollution that comes from consumption of this type of energy sources, the comprehensive development document of the country stipulates that by 2051 at least 30% of the electricity generation network must be provided from new and renewable energy sources, of which more than 15% will be from solar energy. Therefore, designing and building systems that can use new and renewable energy independently or in combination is important and necessary. More than 30% of the world's energy production is used in agriculture, of which about 12% is used to dry agricultural products. The use of fossil fuels causes environmental problems such as greenhouse gases and air pollution. The use of solar dryers can greatly prevent the consumption of fossil fuels in this area. Moreover, the quality of the dried product increases and the environmental pollution decreases considerably. In this research, using laboratory data, the drying process of the product using apple slices was evaluated and the thermal efficiency of the storage tank and the drying efficiency were obtained and the required volume and mass flow rate were obtained to get the highest thermal efficiency.

2. Experimental Setup

The dryer used in this research is a cabinet dryer including a vacuum tube solar collector, storage source with PCM, heat exchanger, electric fan and dryer cabinet. Vacuum tube collector (SK-H15-45) consists of 15 double-walled tubes with a length of 1800 mm, with an effective area of 1.9 m^2 with a copper absorber with internal and external diameters of 45 and 58 mm. The schematic of the drying system assisted with collector, cabinet and storage system is depicted in Figure 1. The fluid flow rate at two levels of 0.2 and 0.4 l/min and three levels of PCM mass 1.54, 2.45 and 3.6 kg were considered to do the experiments.

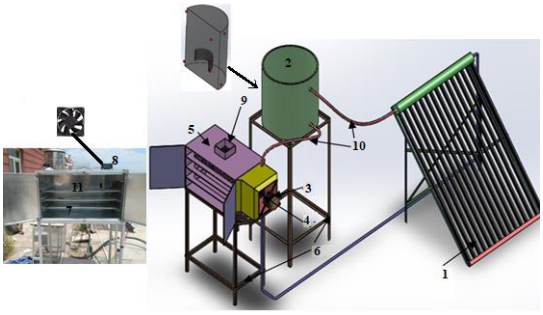


Figure 1. Details of cabinet solar dryer including: 1) vacuum tube collector, 2) fluid storage tank, 3) air blower fan, 4) heat exchanger, 5) dryer cabinet, 6) chassis, 7) sample tray, 8) electric fan controller, 9) output, 10) fluid transfer tube, 11) thermocouples

3. Solar Collector and Drying Efficiency

The energy absorbed during the heating process consists of two parts: the first part of the container is the PCM, the copper coil tube, and the second part, paraffin. Figure 2 shows the heat circuit of an energy storage source including fluid, adsorbent, and adsorbent (copper) shell. Heat is transferred by the fluid through convection to the copper wall and then through conduction to paraffin inside the helical tube. In this case, the heat transferred from the solar collector is stored or released by the fluid and paraffin. Dryer efficiency was used to describe the effect of using PCM and thermal energy storage system on the drying process of the product. The ratio of energy (thermal and mechanical) used to heat the product and extract moisture from the product to the total energy used during the drying process, including fluid thermal energy and mechanical energy as the drying efficiency considered to calculate drying efficiency.

4. Results and Discussion

The rate of change of drying temperature under different test conditions as a function of time is shown in Figure 2. Due to the fact that it took one hour to stabilize the temperature of the whole set with the environment, the data collection of the

[2]. MSc Student, Renewable Energy and Energy Conversion Research Department, Graduate University of Industrial and Advanced Technology, Kerman.
[3]. Assistant Professor, Renewable Energy and Energy Conversion Research Department, Graduate University of Industrial and Advanced Technology, Kerman.
[4]. Corresponding author. Assistant Professor, Department of Biosystems Engineering, Faculty of Agriculture, University of Kurdistan, Kurdistan. Email: h.samimi@uok.ac.ir

drying process started at 8:00 AM. For two fluid discharges (0.2 and 0.4 l/min) as the intensity of solar radiation increases, the solar energy transferred to the fluid increases and as a result the temperature inside the dryer cabinet increases.

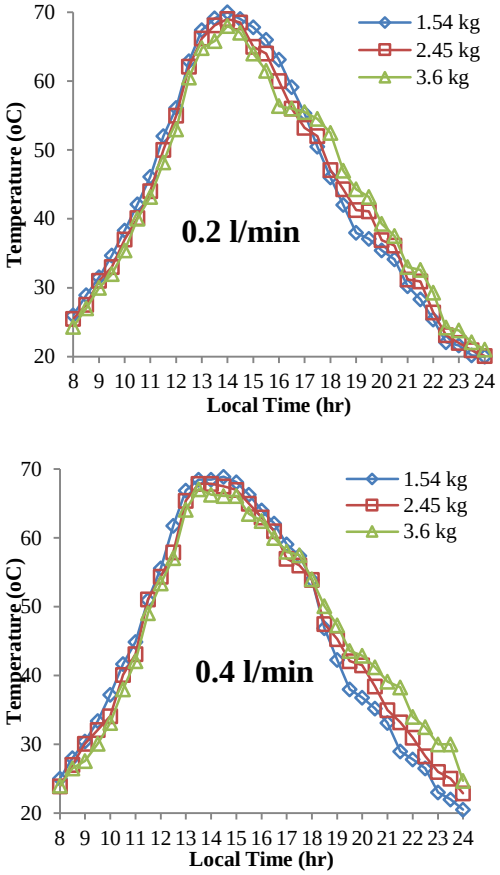


Figure 2. Dryer temperature changes at different weights of PCM in the storage tank at two fluid flow rates, 0.2 and 0.4 l/min

Figure 3 shows the thermal energy input to the solar dryer by the vacuum tube solar collector in different conditions with flows of 0.2 and 0.4 l/min and PCM 1.54, 2.45 and 3.6 kg. Changes in the overall efficiency of the solar dryer in Figure 7 as well. It shows that with increasing PCM, the efficiency also increased and its value for flow of 0.2 l/min from 32.92 to 35.55 percent and for flow of 0.4 l/min varies from 32.19 to 36.02%.

The rate of change of electrical energy used for drying apple slices increases with increasing volumetric flow rate, and considering the abundance and freeness of solar energy, it can be concluded that the drying system with a flow rate of 0.2 l/min and the amount of PCM to 3.6 kg is a good option for drying apple slices.

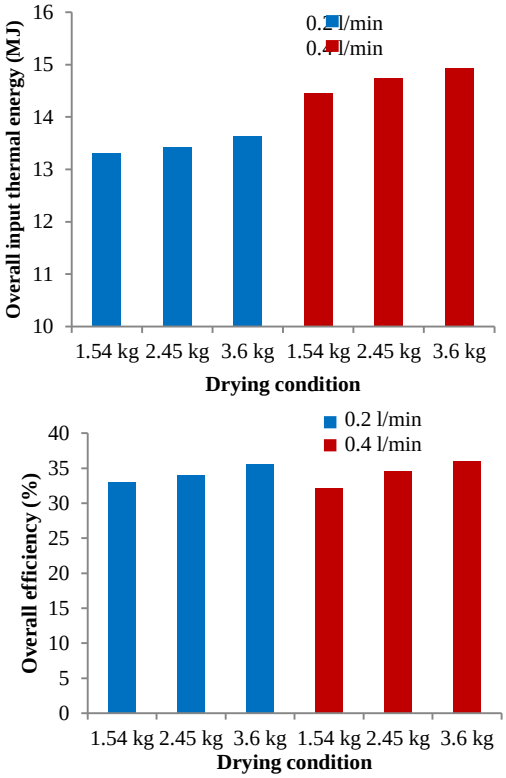


Figure 3. Thermal energy input to the dryer by solar collector and total efficiency of the solar dryer in different conditions

5. Conclusion

In this study, the performance of a solar dryer equipped with a vacuum tube collector with PCM was evaluated. To evaluate the collector and dryer, experiments with phase change materials in three masses of 1.54, 2.45 and 3.6 kg and volumetric flow of fluid flowing in the system at two levels of 0.2 and 0.4 l/min was performed on continues days in July 2017. During the day, when the intensity of solar radiation is maximum, the heat energy absorbed by the solar collector is stored in fluid and PCM, and is used during the night when there is no solar radiation, and consequently the drying process continued. Collector thermal efficiency for the fluid flow of 0.2 and 0.4 l/min varies between 59.9 and 62.4% in the middle of the day to 20.4 and 20.2% at the end of the day, respectively. Energy changes for fluid volume flow of 0.2 l/min vary from 13.31 to 13.63 MJ, and this value for volume flow rate of 0.4 l/min from 14.45 to 14.92 MJ. Changes in the overall efficiency of the solar dryer show that with increasing PCM, the efficiency increases and its value for 0.2 l/min from 32.92 to 35.55 % and for flow of 0.4 l/min it varies from 32.19 to 36.02%. The economic analysis of the solar dryer showed that the return period of the investment, considering six months of the year for drying apple slices, is 20 months, which is within the acceptable range.

مطالعهٔ عددی تنش حرارتی تابش لیزر روی بافت سالم و سرطانی پوست*

مقاله پژوهشی

سجاد داودی (۱) مصطفی اسماعیلی(۲) حسن شکراللهی(۳)

چکیده *تولید حرارت در فرایند گرمادرمانی ناشی از لیزر ممکن است موجب آسیب‌دیدن بافت سالم شود. بنابراین، پیش‌بینی توزیع دما و بررسی امکان آسیب بافت در اثر افزایش دما، همواره اصلی مهم و ضروری به‌شمار می‌رود. در این پژوهش، تغییرات دمایی و تنش‌های حرارتی ناشی از حرارت لیزر روی یک بافت سالم و سرطانی پوست انسان، با استفاده از الگوریتم عددی مبتنی بر روش المان محدود مدل‌سازی شده است. لازم به ذکر است، باریکه‌های لیزر به‌صورت گوسی در نظر گرفته شده و تضعیف نور لیزر در لایه‌های پوست مبتنی بر قانون بیر-لامبرت است و تغییر شکل در همهٔ نقاط المان با معادلات تعادل بیان می‌شود. نتایج حل عددی شامل تأثیر شدت لیزر، شعاع تابش و طول موج بر توزیع دما، تنش فون مایسز و همچنین نقش پرفیوژن خون بر توزیع دما، ارائه می‌شود. همچنین، آسیب‌های حرارتی ناشی از لیزر بر روی بافت سرطانی، برمبنای تئوری آرنیوس ارزیابی می‌شود. نتایج می‌تواند به‌عنوان اطلاعات اولیه در اختیار پزشکان قرار گیرد و پیش‌بینی دقیقی از اتفاقات در حین درمان را در اختیار آن‌ها قرار دهد.*

واژه‌های کلیدی بافت سرطانی، لیزردرمانی، تنش حرارتی، پرفیوژن خون، آسیب حرارتی.

مقدمه

با پیشرفت روزافزون علوم پزشکی و ظهور روش‌های درمانی جدید، نقش و حضور علم مکانیک در حوزهٔ پزشکی برای بهبود و پیش‌بینی آسیب‌های احتمالی همواره حس شده است. یکی از این‌ها، درمان‌هایی است که با استفاده از لیزر انجام می‌شود. استفاده از گرما برای درمان، تاریخچه‌ای قدیمی دارد. شیوهٔ استفاده مدرن از روش فوق‌گرمایی در زمینه درمان سرطان از زمانی شروع شد که بوش در سال۱۸٦٦ در آلمان گزارشی دربارهٔ تحلیل اتفاقی چندین تومور بر روی صورت یک خانم ٤۳ ساله ارائه کرد و معتقد بود که تب، بیشترین تأثیر را بر درمان سرطان دارد [1]. محققان دیگری کار بوش را ادامه دادند و بعضی از آن‌ها با مطالعهٔ شیوه‌های درمان سرطان، دریافتند که تومورها در اثر گرما در مقایسه با بافت سالم سریع‌تر می‌میرند. همچنین زمانی که گرما با تابش اشعهٔ ایکس توأم می‌شود، تخریب تومور سریع‌تر رخ می‌دهد [2,3]. براساس این اطلاعات، وارن در سال۱۹۲۵ با ارائه روش فیزیکی فوق‌گرمایی برای درمان سرطان [4]، موفق شد تعدادی تومور مقعدی را که قبل از آن امیدی به درمان آن‌ها نبود، معالجه کند.

به‌طورکلی، هرگونه افزایش دمای بدن که بیشتر از حالت طبیعی باشد (۳۷°C برای انسان)، گرمای اضافی تلقی می‌شود. روش فوق‌گرمایی برای افزایش درجه حرارت بدن انسان به بیشتر از ٤۱°C با عامل خارجی، برای درمان، گفته می‌شود. روش فوق‌گرمایی در ابتدا صرفاً برای درمان بعضی از بیماری‌های مسری و بیماری‌هایی که باعث ازکارافتادن عضو می‌شدند به کار رفت. ولی در سال‌های گذشته از این روش برای درمان سرطان نیز استفاده شده است. پیشرفت‌های جدید در فناوری ساخت وسایل و به‌طور نسبی بی‌نتیجه‌بودن عمل جراحی، شیمی‌درمانی و رادیوتراپی برای کنترل مناسب سرطان، سبب استقبال از روش فوق‌گرمایی شده است.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۱/۲۲ و تاریخ پذیرش آن۱٤۰۰/۱/٦ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.56871.0

(۱) کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران.

Email: m.esmaeili@khu.ac.ir

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران.

هدف از درمان سرطان به‌روش فوق‌گرمایی، تولید گرمای کافی برای کشتن سلول‌های سرطان بدون بروز آسیب به بافت سالم است [5].

برای انتخاب نوع درمان و کنترل آن، دانستن عوامل متعدد، ازجمله اندازه، عمق و محل تومور بسیار مهم است. برای جلوگیری از مرگ توده نسوج زنده، به‌واسطهٔ جذب سمومی که از تجزیهٔ تومور حاصل می‌شود، لازم است تومورهای بزرگ جزءبه‌جزء درمان شوند. روش درمان منطقه‌ای، مناسب‌ترین راه درمان تومورهای واقع در ناحیه زیرین (۱۰ تا ۱۵سانتی‌متر) است، زیرا در این روش، سوختگی و مرگ کمتری در بافت زنده رخ می‌دهد.

امروزه از لیزر به‌عنوان روش درمانی مؤثری بهره گرفته می‌شود. اصطلاح لیزر به‌معنای تقویت نور را اولین‌بار ممز مطرح کرد [6]. از کاربردهای مهم درمانی لیزر، درمان بیماری‌های پوستی و همچنین کاربرد آن در چشم‌پزشکی است. اولین پژوهش‌ها را دراین‌زمینه زاریت و همکارانش دقیقاً یک سال بعد از اختراع لیزر انجام دادند [7]. به بهره‌گیری از لیزر به‌واسطهٔ تولید حرارت در بافت، همواره به‌عنوان روش درمانی در علوم پزشکی توجه می‌شده است. توجه به حرارت تولیدی و کنترل آن برای کاهش آسیب‌های حرارتی از اهمیت زیادی برخوردار است. عوامل متعددی ازجمله خواص حرارتی و نوری بافت و منبع حرارتی، نقش بسزایی در پاسخ حرارتی هر بافت زیر تابش لیزر دارند [7]. همچنین حرارت تولیدی در بافت می‌تواند تغییر خواص مکانیکی، حرارتی و نوری بافت را به‌همراه داشته باشد [8]. برای تعیین مقدار مناسب شدت لیزر و زمان تابش لیزر بر روی بافت، می‌توان از ابزارهای شبیه‌سازی برای پیش‌بینی پاسخ‌های حرارتی و مکانیکی بافت استفاده کرد. پوست بزرگ‌ترین ارگان حسی بدن در تماس با محیط خارجی است و می‌تواند به محرک‌هایی ازجمله دما، لمس، لرزش، فشار و درد پاسخ دهد. در حین گرم‌شدن، تنش مکانیکی ناشی از گرما به‌دلیل دناتوراسیون حرارتی پوست ایجاد می‌شود که منجر به انقباض می‌شود [9]. سپس، انرژی مکانیکی و حرارتی به جریان یونی منتقل می‌شود که منجر به احساس درد می‌شود. درنتیجه، تنش، دما، صدمات ناشی از سوختگی و درد به‌شدت باهم در ارتباط هستند [10]. مدل‌سازی حرارتی پوست، ابزاری مهم برای بررسی تأثیر منابع گرمای خارجی و پیش‌بینی ناهنجاری‌های موجود در بافت است. مدل انتقال بیوشیمیایی که پنس ارائه کرده است [11]، باتوجه‌به سادگی آن، بسیار شایان توجه بوده است و محققان مختلف در یک‌دهه گذشته به‌عنوان معادلهٔ اساسی برای شبیه‌سازی توزیع دمای گذرا در بافت، در حین گرمادرمانی ناشی از لیزر، از آن استفاده کرده‌اند [12]. همچنین، مدل‌های عددی دیگری برای نشان‌دادن توزیع دما در پوست در شرایط مختلف درمان بررسی شده است [13]. امروزه مجموعهٔ بزرگی از روش‌های لیزری که بیشتر به خانوادهٔ جراحی با حداقل اثر تهاجمی تعلق دارند، در سراسر دنیا به کار گرفته می‌شوند. جراحی با حداقل اثر تهاجمی به‌معنی جراحی بدون تماس و با کمترین میزان خون‌ریزی است. ویژگی‌های فوق باعث شده است لیزر به‌عنوان یک تیغ جراحی منحصربه‌فرد و وسیلهٔ کمک‌درمانی ارزشمندی مطرح شود. برای جلوگیری از آسیب به بافت در حین درمان با لیزر، لازم است حرارت منتقل‌شده کنترل شود. به همین دلیل روش‌های متعددی همچون استفاده از ترموکوپل‌ها، فیبرهای نوری گرمایی و التراسوند، سونوگرافی رنگی داپلر، تصویربرداری اشعهٔ ایکس و MRI در برخی کاربردهای لیزردرمانی استفاده می‌شود. دربارهٔ استفاده از ترموکوپل‌ها و فیبرهای نوری گرمایی، دما فقط در چند نقطه از بافت قابل نمایش است. التراسوند دقت پایینی دارد و تصویربرداری با اشعهٔ ایکس همواره با محدودیت رزولوشن دمایی همراه است. در MRI رزولوشن گرمایی بالایی وجود دارد، اما این روش، روش پرهزینه‌ای است. باتوجه‌به نواقصی که در ارتباط با کنترل و رؤیت تغییرات دمایی برای هر کدام از روش‌هایی که ذکر شد، شبیه‌سازی‌های کامپیوتری می‌تواند جایگزین مناسبی برای آن‌ها باشد و با پیش‌بینی آسیب‌ها و بهینه‌سازی شرایط درمانی، کمک شایانی به بهبود فرایند درمان کند. همچنین با شبیه‌سازی کامپیوتری

می‌توان پارامترهای مؤثر در طول درمان، همچون نوع لیزر، شدت لیزر، مدت تابش، شعاع تابش و خصوصیات بافت زیر تابش را قبل از شروع درمان، تعیین و مدل‌سازی کرد. در مطالعاتی، مدل‌هایی از بافت انسان در معرض میدان‌های الکترومغناطیس قرار داده شده است [14]. علاوه‌برآن، لی و لو [15] مطالعاتی بر روی توزیع دما در مدل‌هایی از بافت با درنظرگرفتن رگ‌های خونی انجام داده‌اند. شن و ژانگ یک مدل ریاضی ارائه کردند که تعاملات حرارتی‌مکانیکی در بافت را در دماهای بالا توصیف می‌کند [16]. به‌تازگی یک شبیه‌سازی عددی برای به‌حداقل‌رساندن آسیب حرارتی ناخواسته با تمرکز بر اثر خنک‌کنندهٔ سطح انجام شده است [17].

همچنین در یک مدل سازی دیگر، تغییر شکل‌های حرارتی‌مکانیکی پو ست نیز برر سی شده ا ست. رفتار انقباضی یک با فت زیر حرارت به عواملی همچون ماکزیمم دما، زمان تابش و فشار مکانیکی، که هنگام گرم‌کردن بافت روی آن اعمال می‌شود، بستگی دارد. در بسیاری از این مطالعات، محققان برای تجز یه و تحلیل نتایج شبیه‌سازی‌شده، از تحلیل المان محدود استفاده کرده‌ا ند. کیانجین و همکاران [18] نتایج شبیه‌سازی سرطان کبد را که با استفاده از آنتن محوری مایکروویو تحت درمان قرار گرفته است، ارائه کردند.

تا امروز مطالعات فراوانی در حوزهٔ روش‌های درمانی تومورهای سرطانی انجام شده است، اما توجه به تنش‌های حرارتی و جابه‌جایی‌های اتفاق‌افتاده در بافت و تومور سرطانی در لیزردرمانی به‌عنوان عامل بروز درد، حلقهٔ گم‌شده‌ای است که به‌طور خاص در این پژوهش به آن پرداخته شده است. در این مقاله با انجام شبیه‌سازی و پیش‌بینی اثرات تنش‌های حرارتی ناشی از لیزر در فرایند درمان تومورهای سرطانی به‌عنوان عامل بروز درد، تلاش شده است نتایجی مبتنی بر واقعیت ارائه شود. به نتایج ارائه‌شده می‌توان به‌عنوان مرجعی برای مقایسه با آستانهٔ درد ناشی از تنش‌های فشاری و کششی درون بافت انسانی توجه کرد تا درنهایت درمانی با حداقل آسیب و درد به کار گرفته شود.

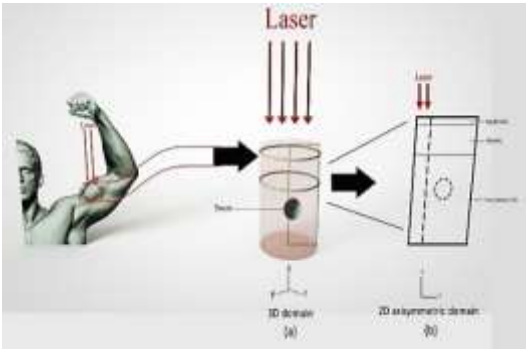
بیان مسئله

در این مطالعه، مدل تغییر شکل مکانیکی‌حرارتی پوست در ترموتراپی ناشی از لیزر براساس یک مدل پوستی سه‌لایه شبیه‌سازی شده است. برای تجزیه و تحلیل تغییرات دما در لایه‌های بافت پوست، از شبیه‌سازی عددی برپایه روش المان محدود استفاده شده است. همچنین، از معادلهٔ جذب انرژی تابش لیزر براساس قانون بیر-لامبرت و توزیع حرارتی منطبق بر الگوی پنس استفاده شده است. علاوه‌برآن، برای توصیف پدیدهٔ انقباض ناشی از لیزر در پوست، از معادلهٔ تعادل بهره برده شده است. نخست، یک المان استوانه‌ای از پوست انسان متشکل از ۳ لایهٔ اپیدرم، درم و یک لایهٔ چربی هرکدام به‌ترتیب به‌ضخامت ۰/۰۵، ۱/۹۵ و ۱۰میلی‌متر، مانند شکل (۱)، به‌صورت متقارن محوری مدل‌سازی شده و خواص مکانیکی، حرارتی و نوری هر لایه باتوجه‌به مراجع [13,19-21] به بافت و تومور سرطانی نسبت داده شده است. این خواص در جدول (۱) آورده شده است. همچنین خواص جریان خون عبوری از بافت، مطابق مراجع [13,19-21] طبق جدول (۲) در نظر گرفته شده است.

در انتخاب شعاع المان استوانه‌ای باید به ۲نکته توجه کرد:

۱. شعاع انتخابی باید به‌نحوی در نظر گرفته شود که باتوجه‌به توان، طول موج و شعاع تابش لیزر، نواحی تحت تأثیر تابش همگی در المان امکان رؤیت و بررسی داشته باشند.

۲. باید شعاعی انتخاب شود که نتایج مستقل از دامنه به‌دست آیند.



شکل ۱ مدل دوبعدی و سه‌بعدی بافت پوست زیر تابش لیزر

در شـــکل (۲)، تغییرات دمایی بافت در راســـتای شـــعاعی در ۲ زمان مختلف نشـــان داده شـــده اســـت. همان‌طور که در این شـکل مشـخص اسـت، با انتخاب شـــعاع ۱۰میلی‌متر برای ناحیهٔ محاســـباتی، نتایج حل عددی مستقل از شعاع دامنه می‌شود.

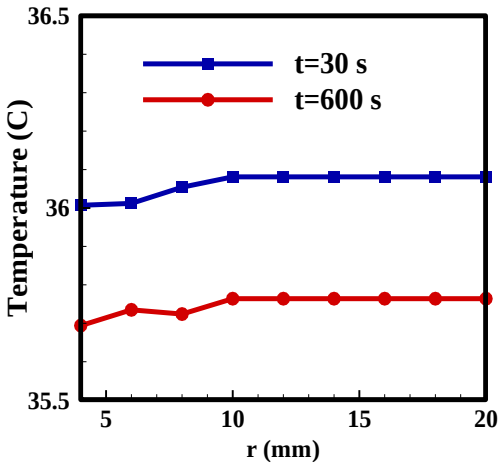
در گام دوم این مطالعه، توموری کروی‌شـــکل به‌شـــعاع ۳میلی‌متر در عمق ٦میلی‌متری بافت و دقیقاً به مرکزیت بافت در بین لایه ســـوم که همان لایه چربی است، در نظر گرفته شده است. در شکل (۳) منحنی تعامل لیزر و بافت نشان داده شده است [22]. مطابق این نمودار، شـــدت تابش و زمان تابش طوری انتخاب شده است که تومور تحت اثر تابش قرار گیرد.

جدول ۱ خواص مکانیکی، حرارتی و نوری لایه‌ها و تومورسرطانی پوست [13,19-21]

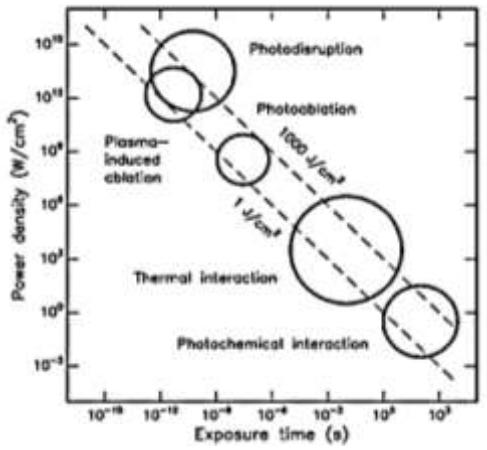
	Epidermis	Dermis	Subcutaneous fat	Tumor
Tissue density , $\rho(kg/m^3)$	۱۲۰۰	۱۰۹۰	۱۲۱۰	۱۰۵۰
Specific heat of tissue , C(j/kg.k)	۳۹۵۰	۳۳۵۰	۲۲٤۰	۳٦۰۰
Thermal conductivity , k(w/(m.k))	۰/۲٤	۰/٤۲	۰/۱۹٤	۰/۵
Metabolic heat generation , $Q_{met}(W/m^3)$	۳٦۸	۳٦۸	۳٦۸	۳٦۸
Thermal expansion coefficient (1/k)	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰٦
Poisson's ratio (-)	۰/٤۸	۰/٤۸	۰/٤۸	۰/٤۹٦
Young's modulus (Mpa)	۱۰۲	۱۰/۲	۰/۰۱۰۲	۰/۲۷
Absorption coefficient , a(1/m) , λ=532nm	۰/۹	۰/۲٤	۰/۲٤	۰/۲٤
Absorption coefficient , a(1/m) , λ=800nm	۰/۵۳	۰/۲٤	۰/۲٤	۰/۲٤
Scattering coefficient , b(1/m)			۵	

جدول ۲ خواص جریان خون [13,19-21]

	Epidermis	Dermis	Subcutaneous fat	Tumor
Blood perfusion , $\omega_b(1/s)$	۰	۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۳۱
Blood density , $\rho(kg/m^3)$	۱۰٦۰			
Specific heat of blood , C_b (j/kg.k)	۳٦٦۰			



شکل ۲ تغییرات دمایی بافت در راستای شعاعی در در ۲زمان مختلف



شکل ۳ نمودار چگالی توان برحسب زمان پرتودهی در برهم‌کنش‌های بافتی [22]

پوست متشکل از بافت ناهمگن پیچیده است، اما مدل استفاده‌شده در این مطالعه، شامل یک صفحهٔ متقارن محوری با ۳ لایهٔ مجزا (اپیدرم، درم و لایه‌ای از چربی) در نظر گرفته شده است. فرض دیگر این است که بافت تقریباً یکنواخت، همگن و ایزوتروپیک است، به این معنی که هیچ تفاوتی در پارامترهای حرارتی و نوری در هر لایه وجود ندارد. علاوه‌براین، فرض بر این است که نقطهٔ لیزر دایره‌ای است. همچنین سطح بین لایه‌های بافت، صاف در نظر گرفته شده و انتقال حرارت به‌صورت ناپایدار فرض شده است. در این پژوهش ضرایب جذب ۳ لایه از بافت پوست، ویژگی‌های حرارتی و ضخامت ۳ لایه، حرارت تولیدی حاصل متابولیسم بدن، ضرایب انبساط حرارتی، ضرایب پواسون و مدول یانگ از مراجع [13,19-21] استخراج شده است. در این شبیه‌سازی، پایین‌ترین سطح از پایین‌ترین لایهٔ پوست، در مطالعاتی که مقادیر تنش حرارتی استخراج می‌شود، به‌صورت ثابت و در مطالعات مربوط به استخراج مقادیر جابه‌جایی در لایه‌های پوست، به‌صورت آزاد در نظر گرفته می‌شود.

معادلات

انتقال حرارت در بافت بیولوژیکی زنده، فرایندی پیچیده است که شامل انتقال حرارت هدایتی درون بافت و سیستم عروق، انتقال حرارت جابه‌جایی میان خون و بافت در نتیجهٔ گردش خون در بدن از طریق رگ‌ها، ریزش خون (تزریق وریدی) از طریق مویرگ‌های درون بافت، تولید حرارت متابولیک ناشی از سوخت‌وساز در بدن، اتلاف حرارت از طریق موهای سطح پوست و... است. انتقال حرارت در بافت با ٤فرایند هدایت، جابه‌جایی، تبخیر و تابش از سطح پوست صورت می‌گیرد. در اینجا هدف از تابش لیزر در بافت، ایجاد گرما برای ازبین‌بردن سلول‌های سرطانی است. به‌علت شکل پیچیدهٔ بافت بیولوژیکی زنده، مدل‌کردن بافت سخت است و فرض‌های ساده‌کننده‌ای برای مدل‌کردن بافت لازم است. برای به‌دست‌آوردن توزیع دما درون بافت پوست، در سال ۱۹٤۸ معادلهٔ انتقال حرارت زیستی مدل پنس ارائه شد. وی توزیع دما در ساعد را در حضور گرادیان دما و جریان خون بررسی کرد. نتایج وی نشان می‌دهد که جریان خون نه‌تنها باعث گرم‌شدن سطح بافت می‌شود، بلکه موجب انتقال حرارت بین بافت پوست ساعد و محور اندام می‌شود. آنچه که دربارهٔ این مدل حائز اهمیت است، سادگی و امکان استفاده از آن برای مدل‌سازی فرایندهایی مانند حرارت‌درمانی،

اندازه‌گیری ریزش خون، استفاده از سرما برای ازبین‌بردن سلول‌های یک اندام و شبیه‌سازی حرارتی کل بدن است. پنس تبادل انرژی بین بافت و رگ‌های خونی را در سیستم مویرگی، یعنی جایی که سرعت خون خیلی پایین است، در نظر گرفت (رگ‌هایی با قطر ۰/۰۰۵ تا ۰/۰۱۵میلی‌متر). او این‌طور فرض کرد که مشارکت گرمایی خون را می‌توان به‌صورت وجود استخری از خون در شبکه مویرگی مدل کرد. مانند این‌که خون رگ‌ها وارد استخری از خون در دمای T_a می‌شود (سیستم مویرگی) و به‌سرعت در تبادل گرما با محیط اطرافش، به تعادل گرمایی می‌رسد. سپس خون از استخر خارج و به سیاه‌رگ وارد می‌شود. ازاین‌رو، او ادعا کرد انرژی کل مبادله‌شده با خون در جریان می‌تواند به‌عنوان یک منبع گرمایی مدل شود که اندازهٔ آن وابسته به جریان حجمی خون و اختلاف دمای بافت اطراف و دمای رگ‌های خونی است. برای بیان حرارت تولیدی در بافت زیر تابش لیزر، از معادلات پنس استفاده می‌شود. این معادله با رابطهٔ (۱) بیان می‌شود.

$$\rho C\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla.(k\nabla T)+\rho_b C_b \omega_b (T_b-T)+Q_{met}+Q_{laser} \qquad (۱)$$

که در آن، ρ چگالی بافت، C ظرفیت حرارتی بافت، k ضریب هدایت حرارتی بافت، T دمای بافت، T_b دمای خون، ρ_b چگالی خون، C_b ظرفیت گرمایی خون، ω_b نرخ پرفیوژن خون، Q_{met} تولید حرارت متابولیک و Q_{laser} حرارت تولیدی با لیزر در بافت است. شدت لیزر با قانون بیر-لامبرت طبق رابطهٔ (۲)، بر روی بافت تابانده می‌شود:

$$I(z)=I_0 e^{\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)}.e^{(bz)}.e^{-(a+b)z} \qquad (۲)$$

و مقدار انرژی جذب‌شده به‌وسیلهٔ بافت زیر تابش لیزر با رابطهٔ (۳) بیان می‌شود.

$$Q_{laser}=aI_0 e^{\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)}.e^{(bz)}.e^{-(a+b)z} \qquad (۳)$$

معادلات تعادل، معادلات تنش-کرنش و روابط جابه‌جایی-کرنش به‌صورت روابط (٤) تا (۱۰) بیان می‌شود.

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}+\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\phi\phi}}{r}+F_r=0 \qquad (٤)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}+\frac{\sigma_{rz}}{r}+F_z=0 \qquad (٥)$$

$$\varepsilon_{rr}=\frac{1}{E}\left[\sigma_{rr}-\upsilon(\sigma_{\phi\phi}+\sigma_{zz})\right]+\varepsilon^{th} \qquad (٦)$$

$$\varepsilon_{zz}=\frac{1}{E}\left[\sigma_{zz}-\upsilon(\sigma_{\phi\phi}+\sigma_{rr})\right]+\varepsilon^{th} \qquad (٧)$$

$$\varepsilon_{\phi\phi}=\frac{1}{E}\left[\sigma_{\phi\phi}-\upsilon(\sigma_{rr}+\sigma_{zz})\right]+\varepsilon^{th} \qquad (٨)$$

$$\varepsilon_{rz}=\frac{\sigma_{rz}(1+\upsilon)}{E} \qquad (٩)$$

$$\varepsilon_{rr}=\frac{\partial u_r}{\partial r},\ \varepsilon_{rr}=\frac{\partial u_r}{\partial r},\ \varepsilon_{\phi\phi}=\frac{u}{r},\ \varepsilon_{rz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial r}\right) \qquad (۱۰)$$

در این معادلات، σ تنش، ε کرنش و F نیروی خارجی واردشده به جسم است که در اینجا در نبود نیروی خارجی مقدارش برابر با صفر است. E مدول یانگ، ν ضریب پواسون، u میانگین جابه‌جایی و ε^{th} مقدار کرنش حرارتی است که با استفاده از رابطهٔ (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon^{th}=\int_{T_{ref}}^{T}\alpha\, dT \qquad (۱۱)$$

همچنین مؤلفه‌های دیگر تنش و کرنش، برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$\sigma_{ri}\text{،}\sigma_{fi}\text{،}\sigma_{zi}\text{and}\sigma_{riz}=0\text{Pa} \qquad (۱۲)$$

$$\varepsilon_{ri}\text{،}\varepsilon_{fi}\text{،}\varepsilon_{zi}\text{and}\varepsilon_{rzi}=0 \qquad (۱۳)$$

در این مسئله مرکز سطح بافت، یعنی جایی که مستقیم زیر تابش لیزر است، به‌عنوان مرکز مختصات انتخاب می‌شود. پایین‌ترین سطح از پایین‌ترین لایه پوست، در حالتی که مقادیر تنش حرارتی استخراج

می شود، به صورت ثابت و در حالت ا ستخراج مقادیر جابه‌جایی در لایه‌های پو ست، به صورت شرایط مرزی آزاد فرض می‌شود.

افزایش دما می‌تواند همواره موجب آسیب‌های برگشت‌ناپذیر به بافت شود. برای پیش‌بینی میزان آسیب گرمایی برگشت‌ناپذیر بافت‌های بیولوژیکی، کمیت کسر تخریب سلولی تعریف می‌شود. میزان کسر تخریب سلول‌های سرطانی از طریق معادلهٔ آرنیوس پیش‌بینی و محاسبه می‌شود. درواقع معادلهٔ آرنیوس معیاری برای کنترل و مدیریت فرایند تخریب سلول‌های سرطانی است. اولین کارهای تحقیقاتی در زمینه کاربرد مدل‌های آسیب حرارتی به‌وسیلهٔ موریتز و هنریک در سال۱۹٤۷ گزارش شد. سپس معادلهٔ تجربی آسیب را آرنیوس برای توصیف اثر گرما روی آهنگ واکنش‌های شیمیایی توسعه داد. متأسفانه به‌دست‌آوردن داده‌های تجربی برای استخراج پارامترهای این معادله بسیار مشکل است و این به‌علت ناهمگنی بافت‌ها و نبود قطعیت در اندازه‌گیری نسبت بقاست. با این توضیحات مدل آرنیوس به‌عنوان یگانه مدل با بیشترین دقت در پیش‌بینی تخریب سلول‌های سرطانی همواره در مرکز توجه محققان بوده است.

برای محاسبه کسر تخریب حرارتی سلول‌های موجود در تومور و بافت از معادلهٔ آرنیوس به‌صورت رابطهٔ (١٤) استفاده می‌شود.

$$\Omega = \ln\left(\frac{c(r.\tau)}{c(r.0)}\right) = \int_0^{\tau} A.\exp(-\frac{E_a}{RT})dt \qquad (١٤)$$

میزان تخریب بافت به انرژی فعال سازی کنش‌های برگشت‌ناپذیر، دما و مدتی که بافت زیر تابش قرار گرفته است، بستگی دارد [23,24]. اگر Ω بزرگ‌تر از یک باشد، یعنی بافت تخریب شده است و اگر کمتر از یک با شد، یعنی بافت آ سیب جدی ندیده ا ست. برای ازبین‌بردن تومورهای سرطانی، همواره دمایی در بازهٔ ٦٠ تا ٨٠ درجهٔ سانتی‌گراد نیاز است. در این بازه، تغییر در ساختار پروتئین و کلاژن-انعقاد پروتئین اتفاق خواهد افتاد. اثر گرما بر روی بافت‌های توموری بسیار شدیدتر از بافت سالم است. جریان خون در بافت سالم با افزایش درجه حرارت به‌سرعت افزایش می‌یابد.

معادلات زیست گرما، تعادل و شرایط مرزی منطبق بر آن‌ها با استفاده از روش المان محدود در نرم‌افزار کامسول حل شده است.

در این مدل‌سازی، سطح بافت پوست به‌عنوان سطحی که همواره در لیزردرمانی تحت‌تأثیر جریان هوا قرار دارد، می‌تواند نقش مؤثری در نتایج ایفا کند. به همین دلیل، جابه‌جایی هوا بر روی پوست به‌عنوان یکی از شرایط مرزی حرارتی لحاظ شده است. معادله حاکم بر انتقال حرارت جابه‌جایی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$-n.(-k\nabla T) = h_{am}(T - T_{am}) \qquad (١٥)$$

که h_{am} ضریب جابه‌جایی هوا و مقدارش برابر با $١٠(w/m^2.k)$ در نظر گرفته شده است. T_{am} دمای محیط و مقدارش ٢٥°C فرض شده است. در این شبیه‌سازی، دمای اولیهٔ بافت و همچنین دمای جریان خون ٣٦°C فرض شده است.

در این پژوهش بین لایه‌های پوست هیچ‌گونه مقاومت تماسی در نظر گرفته نشده است و بر همین اساس معادلهٔ شرط پیوستگی به‌صورت رابطهٔ (١٦) برقرار است:

$$n.(k_u\nabla T_u - k_d\nabla T_d) = 0 \qquad (١٦)$$

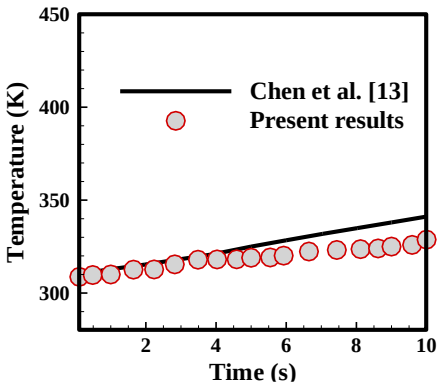
نتایج و بحث

در ابتدای این بخش صحت مدل‌سازی ارزیابی می‌شود. پس از آن، نتایج حل عددی به‌ازای پارامترهای مختلف ارائه می‌شود. در ابتدا نتایج حاصل از قرارگیری بافت پو ست سالم در معرض تابش لیزر ارائه می شود و این نتایج با نتایج پژوهش‌های قبلی [25] مقایسه می‌شود. در ادامه، نتایج واکنش بافت حاوی تومور سرطانی در مواجهه با پرتوهای لیزر ارائه شده و پس از بررسی آسیب‌های احتمالی رخ‌داده در بافت تومور، به انتخاب

شرایط بهینه درمان پرداخته می‌شود.

هم‌گرایی و اعتبارسنجی

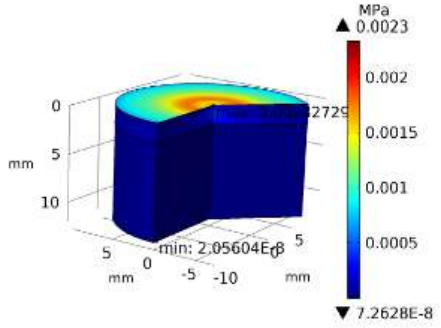
ابتدا برای اطمینان از وابسته‌نبودن نتایج حل عددی به شبکهٔ محاسباتی، شبیه‌سازی عددی به‌ازای شبکه‌های مختلف انجام شد. نتایج نشان می‌دهد با استفاده از یک شبکهٔ محاسباتی با ۲۲۰۰۰ المان، حل عددی مستقل از شبکهٔ محاسباتی می‌شود. برای اطمینان از صحت و دقت محاسبات، نتایج شبیه‌سازی بافت در معرض تابش لیزر در این مطالعه با نتایج شبیه‌سازی چن و همکاران [13] که روی یک بافت سه‌لایهٔ پوست متشکل از اپیدرم، درم و لایهٔ چربی است، مقایسه شد. بدین منظور، بافت پوست در مواجهه با لیزری با توان ۲وات و طول موج ۵۳۲ نانومتر قرار گرفت. همان‌طور که از نتایج شکل (٤) مشخص است، انطباق مناسبی بین نتایج این مطالعه و مرجع [13] وجود دارد.



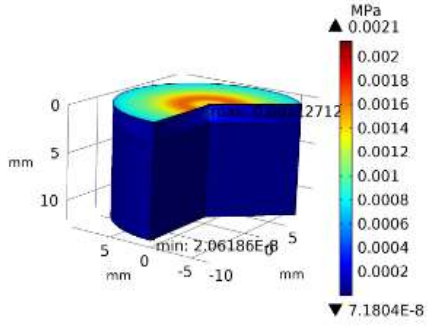
شکل ٤ اعتبارسنجی حل عددی از طریق مقایسه نتایج این مطالعه با نتایج چن و همکاران [13]

نتایج پارامتریک بافت پوست سالم

در شکل‌های (۵) و (٦)، نقش زمان تابش در تغییرات تنش فون مایسز (در زمان‌های ۳۰ و ٦۰ثانیه) در حالتی که شعاع تابش یک‌میلی‌متر، شدت تابش یک‌وات بر میلی‌متر مربع و طول موج ۵۳۲ و۸۰۰نانومتر باشد، بررسی شده است. از مقایسهٔ کانتورهای شکل (۵) و (٦) می‌توان به افزایش عمق نفوذ گرما در بافت با گذر زمان پی برد. این مطلب بیانگر نقش هدایت حرارتی، در هدایت انرژی لیزر جذب‌شده در بافت پوست است، به‌طوری‌که ماکزیمم دما در ۳۰ ثانیه در عمق ۷/۳ میلی‌متری اتفاق می‌افتد و در ٦۰ ثانیه این ماکزیمم دما در عمق ۷/۸ میلی‌متری اتفاق افتاده است. همچنین با مقایسهٔ این (۲) شکل، افزایش تنش فون مایسز با گذر زمان مشهود است. از این مقایسه می‌توان پارامتر زمان را جزو پارامترهای تأثیرگذار در طول درمان به حساب آورد. علاوه‌برآن، با مقایسه تنش‌های فون مایسز حاصل از ۲ طول موج ۵۳۲ و ۸۰۰ نانومتر می‌توان دریافت که با افزایش طول موج، ماکزیمم تنش فون مایسز در بافت مقدار کمتری را تجربه خواهد کرد. این امر به‌دلیل خواص مختلف لایه‌های پوست در طول موج‌های متفاوت است.

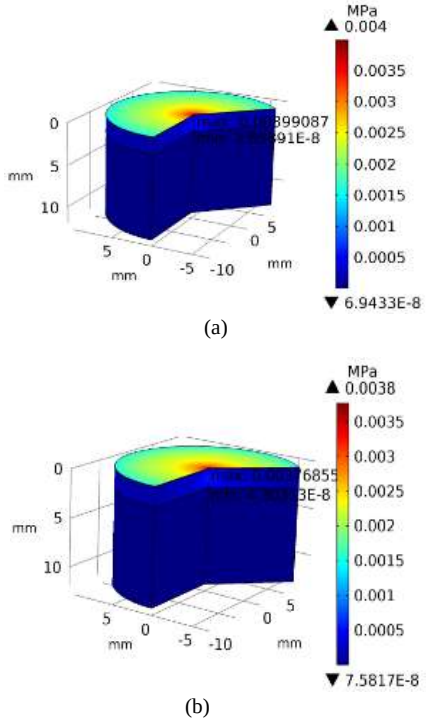


(a)



(b)

شکل ۵ کانتور تنش فون مایسز در طول موج (a) ۵۳۲nm (b) nm۸۰۰, در ۳۰ثانیه



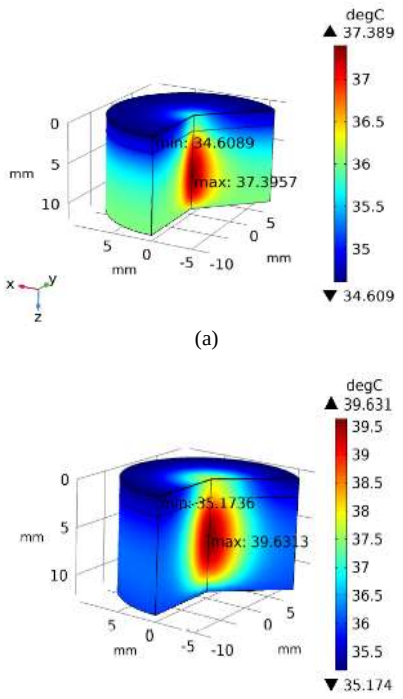
(a)

(b)

شکل ٦ کانتور تنش فون مایسز در طول موج (a) ۵۳۲nm (b) nm ,۸۰۰ در ٦٠ثانیه

در شکل (۷) توزیع دما در ۲شعاع تابش مختلف و شدت تابش یک‌وات بر میلی‌متر مربع و طول موج ۵۳۲ نانومتر نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است، با افزایش شعاع پرتو، ماکزیمم دما به‌سمت سطوح بالایی بافت متمایل می‌شود و مقدار ماکزیمم دما با افزایش شعاع پرتو افزایش می‌یابد. شعاع پرتو بیشتر، منطقهٔ تابش بزرگ‌تری را ایجاد می‌کند که نتیجه آن درجه حرارت بالاتر در ناحیهٔ وسیع‌تری از بافت است.

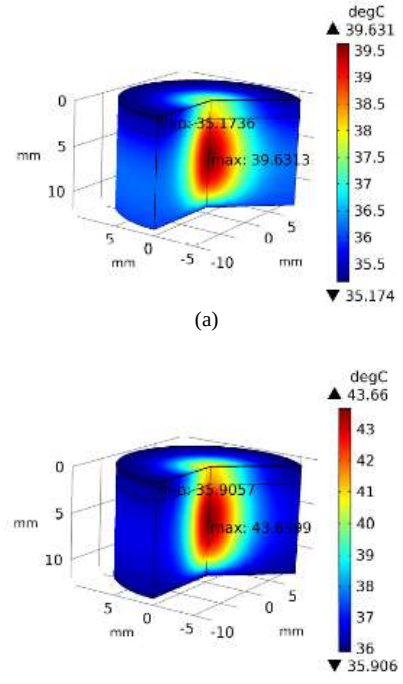
در شکل (۸)، اثر تغییر شدت تابش بر کانتور دما نشان داده شده است. باتوجه به این شکل دریافت می‌شود که که بیشترین دما همواره در مرکز اتفاق می‌افتد و با افزایش شدت تابش، دمای ماکزیمم افزایش می‌یابد که نشانگر رابطهٔ مستقیم شدت تابش و دماست. با مشاهدهٔ بررسی‌هایی که تاکنون از مقادیر تنش فون مایسز در حالات مختلف انجام شده است، دریافت می‌شود که تنش فون مایسز با طول موج رابطهٔ برعکس و با شدت تابش و شعاع پرتو رابطهٔ مستقیم دارد.



(a)

(b)

شکل ۷ کانتور تغییرات دمایی در شعاع تابش a) ۱m ,b) ۲ m در $I=1w/mm^2$ و $\lambda=532nm$



(a)

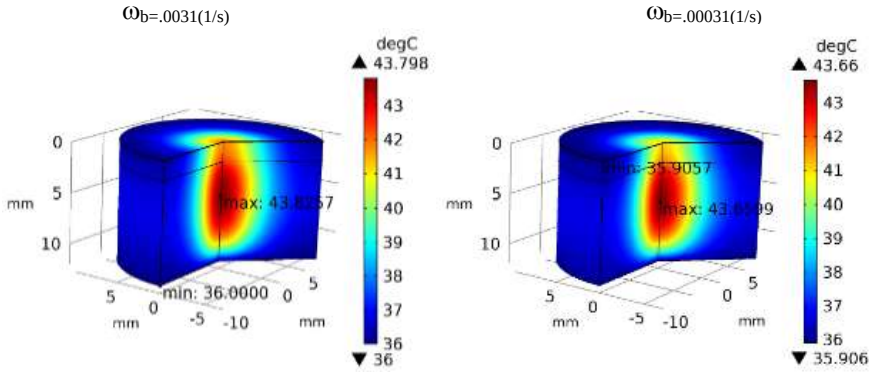
(b)

شکل ۸ کانتور تغییرات دمایی در شدت تابش $I=1w/mm^2$ (a) , $I=2w/mm^2$ (b)

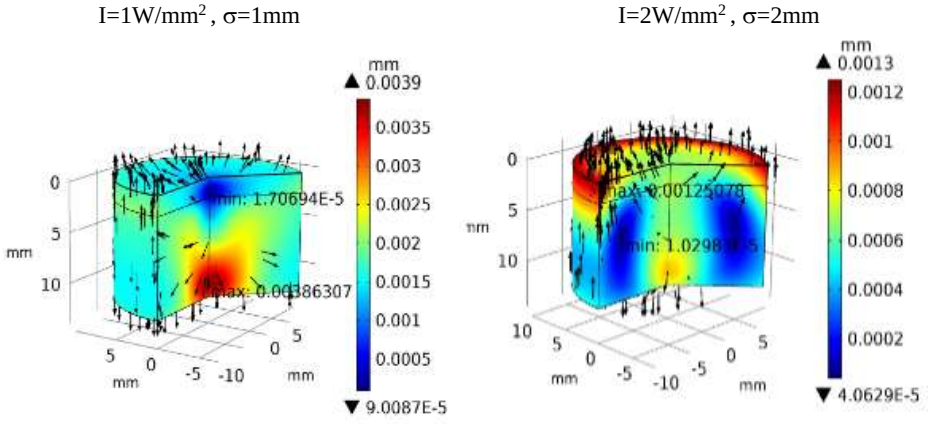
در شکل (۹)، اثر پرفیوژن خون بر توزیع حرارتی در لایهٔ درم پوست نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، میزان پرفیوژن خون با توزیع حرارتی رابطهٔ معکوس دارد، یعنی هرچه پرفیوژن خون افزایش یابد، دمای ماکزیمم کم می‌شود. این امر به‌دلیل انتقال حرارت همرفتی در بافت پوست است و افزایش پرفیوژن خون در لیزردرمانی به‌عنوان یک عامل خنک‌کننده برای کاهش دمای بافت پوست عمل می‌کند.

همان‌طور که در شکل (۱۰) کاملاً مشهود است، تفاوت خصوصیات حرارتی، نوری و مکانیکی لایه‌های پوست در گرمادرمانی منجر به تغییرات (انبساط و انقباض) بافت در سطوح بالایی با شدت بیشتری می‌شود.

در جدول (۳) تغییرات تنش‌های فون مایسز در ۶۰۰ ثانیه در طول موج‌های ۵۳۲ و ۸۰۰ نانومتر و شعاع تابش یک‌میلی‌متر استخراج و با نتایج پاچاراپورن و همکاران [25] مقایسه شده است. باتوجه‌به نتایج جدول (۳)، مشاهده می‌شود که با افزایش طول موج، تنش فون مایسز در مرکز بافت زیر تابش کم می‌شود. دلیل این امر بالابودن ضریب جذب در طول موج ۵۳۲ نانومتر در مقایسه با طول موج ۸۰۰ نانومتر در بافت پوست است که منجر به جذب حرارت بیشتر در سطح می‌شود و به‌طبع تنش بیشتری را به‌همراه دارد.



شکل ۹ کانتور تغییرات دمایی در لایهٔ درمیس پوست در ۶۰۰ثانیه در ۲حالت با پرفیوژن‌های متفاوت در $I=2w/mm^2$, $\sigma=2mm$, $\lambda=532nm$



شکل ۱۰ کانتور تغییرات جابه‌جایی در لایه‌های پوست به ازای $\lambda=532nm$

جدول ۳ مقاسیه ماکزیمم تنش فون مایسز بدست آمده از مطالعه حاضر با نتایج مرجع [۲۵] در r=0 ،z=0 ،σ=1mm و $I=2W/mm^2$

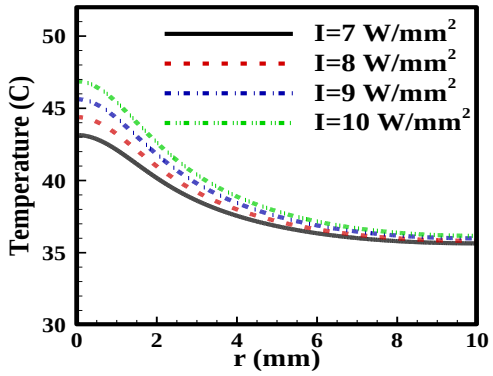
	ماکزیمم تنش (MPa)	
	λ=۵۳۲nm	λ=۸۰۰nm
وانگچاداکول و همکاران [25]	۰/۰۱۷۲	۰/۰۱۲۸
مطالعه حاضر	۰/۰۰۷۱	۰/۰۰۶۷

نتایج پارامتریک بافت پوست حاوی تومور سرطانی

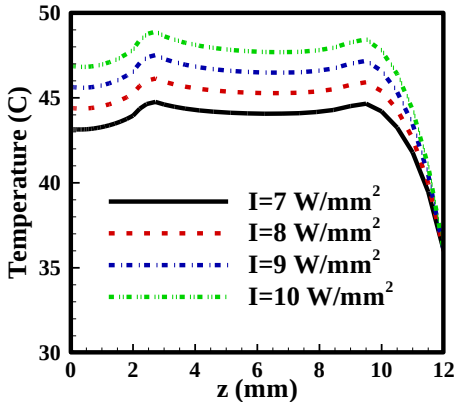
در ادامه، بافت پوست حاوی تومور سرطانی زیر تابش لیزر برر سی می شود. برای مؤثر واقع شدن تابش لیزر در ازبین‌بردن تومور سرطانی، شدت و مدت تابش، باتوجه‌به تو ضیحات ارائه شدهٔ مربوط به شکل۲ تعیین می‌شود.

در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) تغییرات دما در راستای شعاعی و طولی و به‌ازای شدت تابش‌های مختلف بررسی شده است. از مقایسهٔ این ۲شکل دریافت می‌شود که شیب تغییرات دمایی در حالت شعاعی بیشتر از طولی است و این امر به‌دلیل شرایط مرزی حاکم بر سطح بافت (انتقال حرارت جابه‌جایی) است. این سطح در معرض جابه‌جایی جریان هوای عبوری قرار دارد و پیوسته گرما را به سطح اطراف بافت منتقل می‌کند.

اثر گرما بر روی بافت‌های توموری بسیار شدیدتر از بافت سالم است. جریان خون در بافت سالم با افزایش درجه حرارت به‌سرعت افزایش می‌یابد. اما در تومورها با افزایش دما، انسداد عروقی رخ می‌دهد. افزایش سرعت خون در بافت سالم می‌تواند باعث تبادل حرارت در حین درمان شود. اما در تومور تبادل و انتقال حرارت به‌دلیل سرعت کم خون و آسیب عروقی ناچیز است. درنتیجه در روش گرمادرمانی با لیزر، آسیب بیشتری به تومور در قیاس با بافت سالم وارد می‌شود. همچنین دمای بیشتری در تومور در مقایسه با بافت سالم مشاهده می‌شود. همان‌طور که در شکل (۱۲) مشخص است، تغییرات دمایی در ۲نقطه به‌صورت ناگهانی افزایش می‌یابد. این ۲نقطه منطبق بر ناحیهٔ مرزی تومور و بافت سالم است و حاکی از افزایش دما در تومورهای سرطانی در مقایسه با بافت سالم است. همچنین در شکل (۱۲) در فاصله ارتفاع ۳میلی‌متری تا ۹میلی‌متری که تومور واقع شده است، تغییرات دمایی درخور ملاحظه‌ای مشاهده نمی‌شود که این امر به‌دلیل سرعت پایین خون در بافت سرطانی است.



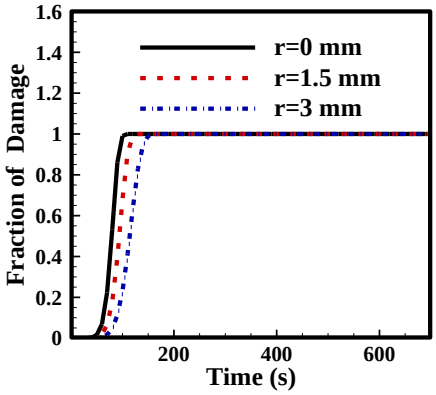
شکل ۱۱ تغییرات دمایی بافت در راستای شعاعی در σ=1mm و λ=532nm



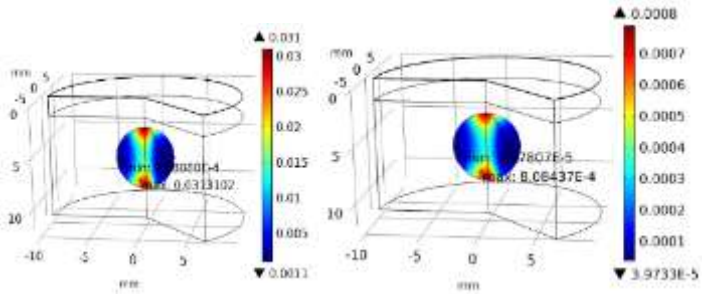
شکل ۱۲ تغییرات دمایی بافت سرطانی در راستای طولی در σ=1mm و λ=532nm

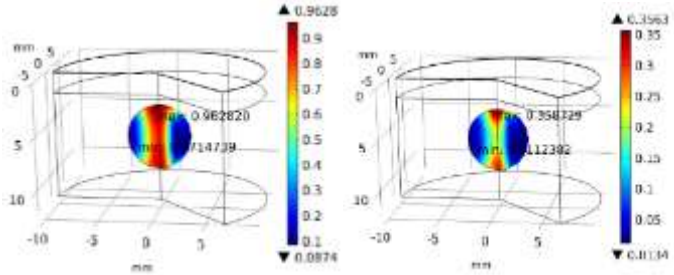
باتوجه به توضیحات ارائه‌شده، برای بررسی آسیب‌های حرارتی، بافت حاوی تومور سرطانی را در

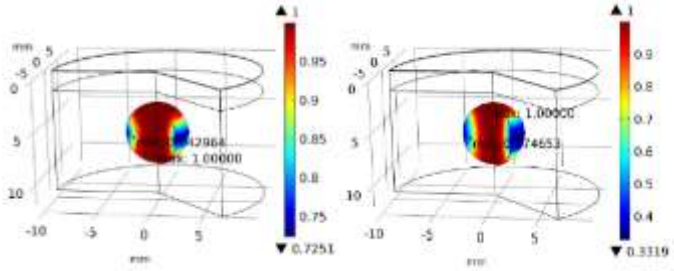
بحرانی‌ترین حالت از نظر ماکزیمم دمایی (شدت تابش $20W/mm^2$) انتخاب می‌کنیم و با درنظرگرفتن ۳نقطه در فواصل ۰ و ۱/۵ و ۳ میلی‌متر در راستای شعاعی، آسیب حرارتی بررسی می‌شود (شکل۱۳). باتوجه‌به این شکل، با فاصله‌گرفتن از مرکز تومور در راستای شعاعی، برای این‌که آن بخش از تومور به‌حالت برگشت‌ناپذیری برسد، زمان بیشتری باید صرف کرد.

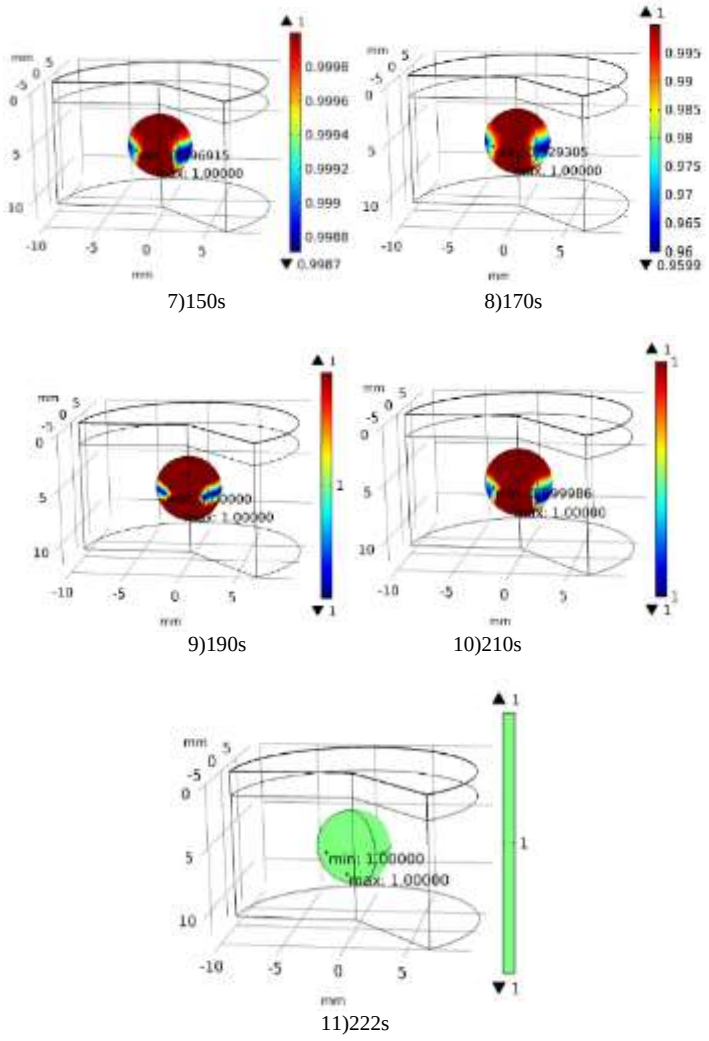


شکل ۱۳ تابع آسیب در ۳ نقطه از بافت تومور در راستای شعاعی


1)30s 2)50s


3)70s 4)90s


5)110s 6)130s



شکل ١٤ کانتور تغییرات تابع آسیب در ٢٢٢ثانیه تابش پیوسته لیزر

در شکل (١٤) روند فراگیرشدن حالت برگشت‌ناپذیری در تومور سرطانی برای ازبین‌بردن کامل تومور مشاهده می‌شود. این روند در ٢٢٢ ثانیه و با شعاع تابش ٢ میلی‌متر و شدت تابش ١٠ وات بر میلی‌متر مربع و با طول موج ٨٠٠ نانومتر محقق شده است. برای درک بهتر از روند برگشت‌ناپذیری تومور سرطانی، نواحی‌ای از تومور زیر تابش و نحوهٔ شکل‌گیری و فراگیری برگشت‌ناپذیری تومور در مدت مشخص در شکل (١٤) قابل مشاهده است. همان‌طور که مشخص است، در شروع تابش، ابتدا نواحی بالایی و پایینی تومور تحت‌تأثیر تابش به‌حالت برگشت‌ناپذیر تبدیل می‌شوند و آخرین ناحیه‌ای که تحت‌تأثیر قرار می‌گیرد، کمربند میانی تومور است.

نتیجه‌گیری

در این مطالعه، تغییرات دما، تنش‌های حرارتی و آسیب حرارتی ناشی از فرایند گرمادرمانی با کمک لیزر روی بافت پوست و با بهره‌گیری از حل عددی مبتنی بر روش المان محدود، مدل‌سازی شده است. همچنین اثرات تنش حرارتی و جابه‌جایی‌های اتفاق‌افتاده در درمان با لیزر

روی یک بافت سرطانی و سالم پوست بررسی شد و تغییرات پارامترهای مؤثر در طی درمان همچون شعاع تابش، شدت تابش و طول موج لیزر و همچنین میزان پرفیوژن خون مطالعه شد. نتایج نشان می‌دهد هنگامی که شدت و زمان تابش ثابت باشد، افزایش طول موج لیزر منجر به کاهش درجه حرارت پوست می‌شود و جذب انرژی لیزر در طول موج‌های کوتاه‌تر در مقایسه با طول موج‌های بلندتر، بیشتر خواهد بود. همچنین، هرچه شدت تابش بیشتر شود، درجه حرارت درون بافت بیشتر می‌شود. تفاوت خصوصیات حرارتی، نوری و مکانیکی لایه‌های پوست در گرمادرمانی منجر به تغییرات (انبساط و انقباض) بافت در سطوح بالایی (با شدت بیشتر) می‌شود. نتایج نشان می‌دهد، کنترل و تغییرات شدت و شعاع پرتو لیزر در طی درمان امری ضروری است و بی‌دقتی در انتخاب درست این پارامترها منجر به آسیب می‌شود. همچنین زمان تابش و میزان پرفیوژن خون از شاخص‌های مهم در تغییرات دما در بافت پوست هستند.

واژه نامه

علائم انگلیسی

T	دمای بافت ، K
t	زمان، s
C	ظرفیت حرارتی، J/(kg.K)
k	هدایت حرارتی، W/(m.K)
Q_{met}	تولید حرارت متابولیک ، W/m^3
Q_{laser}	تولید حرارت توسط لیزر ، W/m^3
I	شدت تابش لیزر، W/mm^2
a	ضریب جذب، 1/m
b	ضریب پراکندگی، 1/m
E	مدول یانگ، Mpa
u	میانگین جابجایی،m
E_a	انرژی فعال‌سازی،J/mol
A	ضریب معادله آرینیوس، 1/s
R	ثابت جهانی گازها، J/(mol.K)
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی، $W/(m^2.K)$
r	مختصات شعاعی
z	مختصات محوری

علائم یونانی

ρ	چگالی بافت، kg/m^3
ω	نرخ پرفیوژن ، 1/s
σ	عرض ناحیه تابش لیزر ، mm
λ	طول موج تابش لیزر، nm
ε	کرنش
ϕ	مختصات مماسی
ν	ضریب پواسون
Ω	میزان تخریب بافت

زیرنویس

b	خون
am	محیط
$laser$	لیزر
0	سطح پوست

بالانویس

th	حرارتی

مراجع

1. Busch, W., "Uber den Einfluss welchen heftigere Erysipelen zuweilen auf organisierte Neubildungen ausuben.", *Verhandlungen des Naturh. Preuss Rheinl.*, Vol. 23, pp. 28-30, (1866).
2. Mould, R. F., "A century of X-rays and radioactivity in medicine: with emphasis on photographic

records of the early years", CRC Press, Boca Raton, (1993).

3. Orton, C. G., "Uses of therapeutic x rays in medicine", *Health physics*, Vol. 69, pp. 662-676, (1995).
4. Warren, S. L., and Whipple, G. H, "Roentgen ray intoxication: II. The cumulative effect or summation of x-ray exposures given at varying intervals", *Journal of Experimental Medicine*, Vol. 38, pp. 725-730, (1923).
5. Wang, P., Sun, S., Ma, H., Sun, S., Zhao, D., Wang, S. and Liang, X., "Treating tumors with minimally invasive therapy: A review", *Materials Science and Engineering: C*, Vol. 108, 110198, (2020).
6. Maiman, T., "Optical and microwave-optical experiments in ruby", *Physical Review Letters*, Vol. 4, pp. 564–566, (1960).
7. Zaret, M. M., Breinin, G. M., Schmidt, H., Ripps, H., Siegel, I. M., Solon, L. R., "Ocular lesions produced by an optical maser (laser)", *Science*, Vol. 134, 1525-1526, (1961).
8. Xu, F. and Lu, T., "Introduction to Skin Biothermomechanics and Thermal Pain", Springer, Berlin, (2011).
9. Fung, Y.C., "Biomechanics: Mosion, Flow, Stress, and Growth", Springer, New York, (1990).
10. Sherrington, C. S., "The Integrative Action of the Nervous System", Charles Scribner's Sons, New York, (1906).
11. Pennes, H. H., "Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm", *Journal of Applied Physiology*, Vol. 85, pp. 5–34, (1998).
12. Paul, A., Narasimhan, A., Kahlen, F. J., Das, S. K., "Temperature evolution in tissues embedded with large blood vessels during photo-thermal heating", *Journal of Thermal Biology*, Vol. 41, pp. 77–87, (2014).
13. Chen, K., Liang, Y., Zhu, W., Sun, X., Wang, T., "Simulation of temperature in skin under laser irradiation with different wavelengths", *Optica*, Vol. 125, pp. 1676–1679, (2014).
14. Wessapan, T., Srisawatdhisukul, S., Rattanadecho, P., "Numerical analysis of specific absorption rate and heat transfer in the human body exposed to leakage electromagnetic field at 915 MHz and 2450 MHz", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 133, 051101, (2011).
15. Lee, S. L. and Lu, Y. H., "Modeling of bioheat equation for skin and a preliminary study on a noninvasive diagnostic method for skin burn wounds", *Burns*, Vol. 40, pp. 930–939, (2014).
16. Li, X., Zhong, Y., Jazar, R. and Subic, A., "Thermal-mechanical deformation modelling of soft tissues for thermal ablation", *Bio-Medical Materials and Engineering*, Vol. 24, pp. 2299–2310, (2014).
17. Singh, R., Das, K., Mishra, S. C., Okajima, J. and Maruyama, S., "Minimizing tissue surface overheating using convective cooling during laser-induced thermal therapy: a numerical study", *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, Vol. 8, 011002, (2016).
18. Keangin, P., Wessapan, T. and Rattanadecho, P., "Analysis of heat transfer in deformed liver cancer modeling treated using a microwave coaxial antenna", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31, pp. 3243–3254, (2011).

19. Aguilar, G., Diaz, S. H., Lavernia, E. J. and Nelson, J. S., "Cryogen spray cooling efficiency: improvement of port wine strain laser therapy through multiple- intermittent cryogen spurts and laser pulses", *Lasers in Surgery and Medicine*, Vol. 3, pp. 27–35, (2002).
20. Bhowmik, A., Repaka, R., Mishra, S. C. and Mitra, K., "Thermal assessment of ablation limitof subsurface tumor during focused ultrasound and laser heating", *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, Vol. 8, 011012, (2016).
21. Delalleau, A., Josse, G., Lagarde, J. M., Zahouani, H. and Bergheau, J. M., "Characterization of the mechanical properties of skin by inverse analysis combined with the indentation test", *Journal of Biomechanics*, Vol. 39, pp. 1603–1610, (2006).
22. Niems, M. H., "Laser-Tissue Interactions", Springer, Berlin, (2007).
23. Ma, J., Yang, X., Sun, Y. and Yang, J., "Thermal damage in three-dimensional vivo bio-tissues induced by moving heat sources in laser therapy", *Scientific Reports*, Vol. 9, 10987, (2019).
24. Singh, S. and Melnik, R. "Thermal ablation of biological tissues in disease treatment: A review of computational models and future directions", *Electromagnetic Biology and Medicine*, Vol. 39, pp. 49-88, (2020).
25. Wongchadakul, P., Rattanadecho, P. and Wessapan, T., "Implementation of a thermomechanical model to simulate laser heating in shrinkage tissue (effects of wavelength, laser irradiation intensity, and irradiation beam area)", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 134, pp. 321–336, (2018).

A Numerical Study on the Thermal Stress caused by Laser Radiation on Healthy and Cancerous Skin Tissue

Sajjad Davoodi[1] Mostafa Esmaeili [2],

Hassan Shokrollahi[3]

1. Introduction

The heat generation during laser-induced thermotherapy can damage healthy tissue. Therefore, it is necessary to predict the temperature distribution and the possibility of tissue damage due to temperature rise. To determine the appropriate duration and intensity of laser irradiation on the tissue, simulation tools can be used to predict the thermal and mechanical responses of the tissue. Skin is the largest sensory organ that can respond to stimuli such as temperature, touch, vibration, pressure, and pain. During heating, mechanical stress is created due to the thermal denaturation of the skin, which leads to contraction. Then, mechanical and thermal energy are transduced to an ionic current that leads, in turn, to the sensation of pain. As a result, thermal stress, thermal damage, and pain are closely related.

In this research, temperature changes and thermal stresses caused by the laser's heat on a healthy and cancerous tissue of human skin, are modeled using a numerical algorithm based on the finite element method. It is necessary to mention that the laser beams are considered in the Gaussian form and the laser beam attenuation in the skin layers is based on the Beer-Lambert law and the deformation in all points of the element is expressed by equilibrium equations.

Numerical solution results include the effect of the laser wavelength, irradiation intensity, and beam radius on the temperature distribution, von-Mises stress, and also the impact of the blood perfusion on the temperature distribution. The thermal damages caused by the laser on the cancerous tissue are also examined based on the Arrhenius theory. Current results can be provided for the physicians as basic information and to provide an exact prediction of the occurrences during the treatment for them.

2. Formulation and Governing Equations

At first, a cylindrical human skin element consisting of the three layers of epidermis, dermis, and a fat layer with the thickness of 0.05, 1.95, and 10 millimeters respectively (as shown in Figure 1) is modeled in axial symmetric form and the mechanical, thermal and the optical properties of each layer are determined.

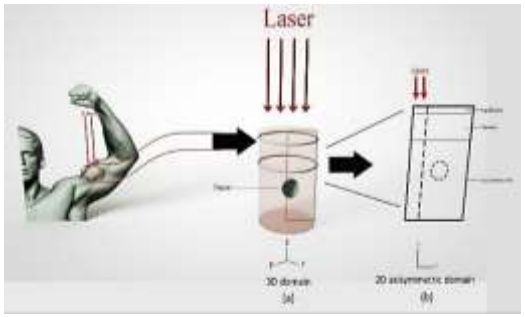


Figure 1. Two- and three-dimensional models of skin tissue under laser irradiation

In the second step, a spherical tumor with a radius of 3 millimeters is considered in the depth of 6 millimeters in the tissue and with the exact centrality of the tissue in the middle of the third layer which is the fat layer.

Another hypothesis is that the approximately uniform tissue is homogeneous and isotropic, meaning that there is no difference in the thermal and optical parameters in any layer. In addition to that, the laser source is considered to be circular. The surface between the tissue layers is also considered to be smooth, and the heat transfer is considered transient. To express the generated heat in the tissue that is under the laser beam, Pence equations are used. This equation is expressed as follows

$$\rho C\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla.\left(k\nabla T\right)+\rho_b C_b \omega_b \left(T_b - T\right)+Q_{met}+Q_{laser} \quad (1)$$

Equilibrium equations, stress-strain equations, and strain-displacement equations are expressed in equations (2) to (8).

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}+\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\phi\phi}}{r}+F_r=0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}+\frac{\sigma_{rz}}{r}+F_z=0 \quad (3)$$

$$\varepsilon_{rr}=\frac{1}{E}\left[\ \sigma_{rr}-\upsilon\left(\sigma_{\phi\phi}+\sigma_{zz}\right)\right]+\varepsilon^{th} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{zz}=\frac{1}{E}\left[\ \sigma_{zz}-\upsilon\left(\sigma_{\phi\phi}+\sigma_{rr}\right)\right]+\varepsilon^{th} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{\phi\phi}=\frac{1}{E}\left[\ \sigma_{\phi\phi}-\upsilon\left(\sigma_{rr}+\sigma_{zz}\right)\right]+\varepsilon^{th} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{rz}=\frac{\sigma_{rz}\left(1+\upsilon\right)}{E} \quad (7)$$

[1]. MSc, Department of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran.

[2] .Corresponding Author. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran. Email: m.esmaeili@khu.ac.ir

[3]. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran.

$$\varepsilon_{rr}=\frac{\partial u_r}{\partial r},\ \varepsilon_{rr}=\frac{\partial u_r}{\partial r},\ \varepsilon_{\phi\phi}=\frac{u}{r},\ \varepsilon_{rz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial r}\right) \quad (8)$$

To calculate the heat loss fraction of cells in tumors and tissues, the Arrhenius equation is used as equation (9).

$$\Omega=\ln\left(\frac{c(r.\tau)}{c(r.0)}\right)=\int_0^{\tau}A.\exp(-\frac{E_a}{RT})dt \quad (9)$$

3. Results and Discussion

The variation of von-Mises stresses in 600 seconds in the wavelengths of 532 and 800 nanometers and the radiation radius of 1 millimeter are derived and compared to Pacharaporn and colleagues in Table 1. According to the Table 1, when the wavelength increases, von-Mises stress is decreased in the center of the tissue facing the direct beam. This is because the absorption coefficient is higher in the skin tissue in the wavelength of 532 nanometers compared to the wavelength of 800 nanometers which causes more heat absorption in the surface and that comes along with higher stress.

Table 1. Comparison of maximum von-Mises stresses obtained from the present study with that of Pacharaporn et al. [25] in r=0 and z=0 for σ=1mm and I=2 W/mm²

	λ=532 nm	λ=800 nm
Wongchadakul et al. [25]	0.0172 Mpa	0.0128 Mpa
Present study	0.0071 Mpa	0.0067 Mpa

The impact of the blood perfusion on the heat distribution in the dermis layer of the skin is shown in Figure 2. As shown, the amount of blood perfusion is inversely related to the heat distribution which means that if the blood perfusion is increased, the maximum temperature is decreased. It is because of the convection heat transfer in the skin tissue and the increase in the blood perfusion during the laser therapy.

The impact of heat on the tumor tissues is very more intense compared to the healthy tissues. The blood flow velocity in the healthy tissue increases immediately when the temperature increases. But in the tumors when the temperature is increased, vascular occlusion occurs. The increase in the blood speed can cause heat transfer during the therapy but in the tumor, the heat transfer is low because of the low blood speed and the vascular damage. As a result, in the thermotherapy with the laser, more damage is done to the tumor tissue compared to the healthy tissue. Moreover, the temperature is higher in the tumor in comparison to the healthy tissue. As Figure 3 shows, a sudden increase is observed in temperature distribution in the longitudinal direction at σ=1mm and λ=532nm. These two points are in the boundary of the tumor and healthy tissue and this indicates the temperature increase in the cancerous tumor in comparison to the healthy tissue. Figure 3 shows that in z=3mm to 9mm, which is the space that the tumor exists on, there is no noticeable temperature change and this is caused by the low blood speed in the cancerous tissue.

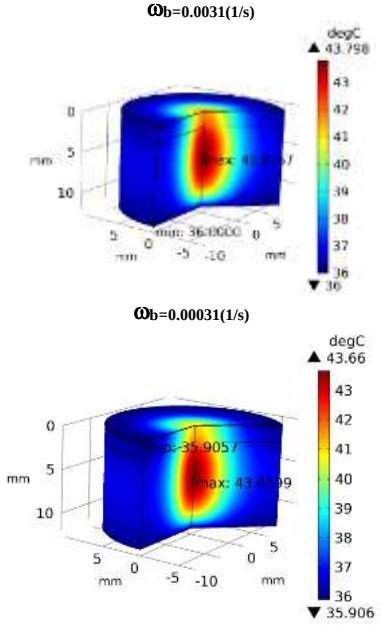


Figure 2. Temperature distribution in the dermis layer of the skin in t=600s in two different blood perfusions at I=2w/mm², σ=2mm and λ=532nm

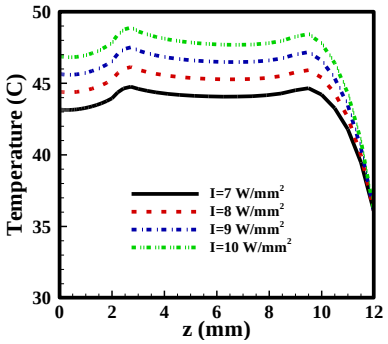


Figure 3. Variations of cancerous tissue temperature in the longitudinal direction at σ=1mm and λ=532nm

4. Conclusion

Results showed that the temperature distribution and the laser penetration depth and the von-Mises stress depend on the radiation time, wavelength, laser irradiation intensity, laser beam radius, and the amount of blood perfusion. The differences in the thermal, optical, and mechanical properties between skin layers during the thermotherapy cause changes with greater intensity in the tissue in upper levels (in the form of expansion and contraction). The study showed that the control and change in the effective parameters on laser beam during the treatment is necessary and any inaccuracy in the selection of these parameters results in injury and pain.

بررسی عددی تمرکز و جداسازی سلول‌های هم‌اندازه با امواج آکوستیک سطحی*

مقاله پژوهشی

دنیا شاهانی[۱] عباس رامیار[۲] آرش محبوبی دوست[۳]

چکیده *تشخیص و تحلیل سلول‌های تومور در گردش می‌تواند اطلاعات مهمی برای جلوگیری از گسترش سرطان ارائه کند، سرطانی که سالانه جان میلیون‌ها انسان را در سراسر جهان می‌گیرد. بنابراین محققان در تلاش‌اند راهی برای تشخیص و جداسازی این سلول‌های سرطانی بیابند. در این پژوهش از کد اوپن‌فوم برای شبیه‌سازی تمرکز و جداسازی گلبول سفید از سلول سرطان پروستات، با استفاده از امواج آکوستیک سطحی ایستا و متحرک در ۲بخش و بدون نیاز به جریان جانبی استفاده شده است. در بخش اول سلول‌ها به کمک امواج ایستا در مرکز کانال متمرکز می شوند. سپس، در بخش بعد به کمک امواج متحرک گلبول سفید خون به سمت مخالف رانده می شود و ۲ سلول با نرخ بازیابی ۱۰۰درصد از یکدیگر جدا می‌شوند.*

واژه‌های کلیدی آکوستوفورسیس، امواج آکوستیک سطحی متحرک، امواج آکوستیک سطحی ایستا، جداسازی سلول‌ها، شبیه سازی عددی، میکروفلوئیدیک.

مقدمه

در دهه‌های گذشته مرتب‌سازی و جداسازی میکروذرات و سلول‌های معلق در سیال در کاربردهای پزشکی در بسیاری از زمینه‌ها توجه زیادی را به خود جلب کرده است. جداسازی سلول‌ها در تشخیص و درمان بیماری‌هایی از قبیل سرطان، مالاریا و HIV کارایی دارد. روش‌های متفاوتی برای جداسازی و مرتب سازی میکروذرات در سال‌های گذشته استفاده شده است.

روش‌های میکروفلوئیدیک به ۲دستهٔ غیرفعال و فعال تقسیم می‌شوند. در روش‌های غیرفعال نیروی وارد بر ذره ناشی از جریان سیال است و به خواص ذرات همچون اندازه، تراکم‌پذیری، شکل، چگالی و... بستگی دارد. در این روش‌ها با طراحی هندسهٔ کانال می‌توان ذرات را جدا کرد، برای مثال استفاده از موانع در کانال، انبساط و انقباض ناگهانی کانال، استفاده از کانال‌های منحنی و مارپیچ.

در مقابل، در روش‌های فعال نیروهای واردشده به ذره نیروهای خارجی‌اند و به خواص ذره ازجمله خواص دی‌الکتریک، خواص نوری، خواص مغناطیسی، خواص آکوستیکی و غیره بستگی دارند. این روش‌ها عبارت‌اند از:

۱. روش دی‌الکتروفورسیس.
۲. روش مگنتوفورسیس.
۳. روش نوری.
٤. روش آکوستوفورسیس.

هرکدام از این روش‌ها مزایا و معایبی دارند که نشان می‌دهد برای هر فرایند کدام روش مناسب‌تر است.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۹/٤ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۸/۲۱ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.56217.0

(۱) کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل.
(۲) نویسندهٔ مسئول، دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل. **Email:** aramiar@nit.ac.ir
(۳) دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل.

بنابراین روش‌هایی مانند غیرفعال همان‌طور که توضیح داده شد، قابل تنظیم نیست و به درجهٔ زیادی از نوسان جریان نیاز دارد. بنابراین امکان استفاده از این روش در مرتب‌سازی میکروفلوئیدیک فقط می‌تواند در مجموعهٔ محدودی از نمونه‌ها پاسخگو باشد. علاوه‌براین، عواملی همچون روش مغناطیسی یا الکتریکی به‌شدت به نفوذپذیری الکتریکی و حساسیت مغناطیسی بستگی دارند. همچنین، دستگاه‌های نوری قابلیت کنترل ذره را در درجات بالا دارند، ولی به‌دلیل حرارتی که ایجاد می‌کنند، باعث آسیب‌رساندن به سلول می‌شوند. از طرف دیگر با وجود اینکه دست‌کاری آکوستیکی ذرات محدودیت‌هایی از قبیل مشکلات ادغام و محدودیت اندازه برای دست‌کاری ذرات دارد، نشان داده شده است که این روش در طولانی‌مدت به ساختار ذره یا سلول آسیب نمی‌رساند که مطلوب است. در روش آکوستوفورسیس امواج صوت به‌عنوان ابزاری برای دست‌کاری میکروذرات معلق در آب یا سلول‌های معلق در خون استفاده می‌شوند. امواج صوت، امواج مکانیکی فشاری هستند که در یک محیط با دامنهٔ فشار و فرکانس مشخص منتشر می‌شوند. طبیعت این روش به مشخصات فیزیکی ذره بستگی دارد، بنابراین توجه زیادی را به خود جلب کرده است. امواج صوت برپایه جداسازی ذرات و نحوهٔ تشکیل امواج به ۲دسته تقسیم می‌شوند: امواج آکوستیک سطحی ایستا و متحرک. برای تولید امواج ایستا ۲محرک دیجیتال (Interdigital transducer (IDT)) روی سطح پیزوالکتریک در ۲ طرف میکروکانال قرار می‌گیرند. در مقابل برای تولید امواج متحرک محرک دیجیتال فقط برای یک سمت کانال نیاز است و موج آکوستیک فقط از یک سمت به میکروکانال اعمال می‌شود.

روش‌های متفاوتی برای حل عددی آکوستوفورسیس ارائه شده است. در سال ۲۰۱٤ بویوکوک و همکاران [1] برای مشاهدهٔ اثر جریان سیال و تأثیر آن بر حرکت آکوستوفورتیک، شبیه سازی کل کانال را بررسی کردند. در مدل استفاده‌شده، یک کانال به ابعاد سطح مقطع $۳۷۰\times۱۲۵\mu m^2$ و طول ۳۰mm برای جداسازی استفاده شد. آن‌ها در این کار ابتدا ذرات با اندازه‌های مختلف ۳، ۷ و ۱۰ میکرومتر را جدا کردند. در گام بعدی آن‌ها جداسازی ذرات ۳ میکرونی پلی‌استایرن و پلی متیل متاکریلات (Polymethyl methacrylate) را بررسی کردند و در گام آخر جداسازی ذرات را در محیط‌های با چگالی متفاوت بررسی کردند و نشان دادند که هرچه چگالی محیطی که ذره در آن جریان دارد بیشتر باشد، عملکرد دستگاه بهتر است. همچنین با افزایش نرخ جریان، نرخ بازیابی جداسازی ذرات کم می‌شود.

شاملو و همکاران [2] در سال۲۰۱۷ به‌صورت عددی جدا سازی گلبول‌های سفید و قرمز و پلاکت‌ها به‌ترتیب با ابعاد حدودی ۱۲–۱۵، ٦–۸ و ۲–٤ میکرون را شبیه‌سازی کردند. در شبیه‌سازی آن‌ها سیال آب در نظر گرفته شد و جدا سازی در ۲حالت انجام شد. در حالت اول با ولتاژ کمتر، گلبول سفید که اندازه بزرگ‌تری دارد جدا می‌شود و در حالت دوم با افزایش ولتاژ، پلاکت از گلبول سفید و قرمز جدا می شود. در این مقاله همچنین تأثیر فاصله محرک دیجیتال از کانال و تأثیر ارتفاع کانال بررسی شد و نشان داده شد که هرچه فاصله IDT از کانال بیشتر باشد، ولتاژ بیشتری نیاز است تا جداسازی انجام شود. علاوه‌براین، با افزایش ارتفاع کانال تأثیری در فرکانس تشدید و مکان گره (Pressure node) فشار ایجاد نشد.

در سال۲۰۱۷ سلیمان و همکاران [3] یک تحلیل تئوری برای بهبود عملکرد جداسازی ذرات ارائه کردند. ابعاد سطح مقطع کانال در این شبیه‌سازی $۱۲۰\times۲۵\mu m^2$ بوده است و طول کانال و طول محرک دیجیتال به‌ترتیب

۱۵ و ۹ میکرومتر در نظر گرفته شد. آن‌ها در این مقاله با درنظرگرفتن تأثیر زاویهٔ رایلی و میرایی موج بر نیروی تشعشع آکوستیک نشان دادند که جابه‌جایی ذرات تغییر چشمگیری می‌کند و این تغییر در طراحی کانال نقش مهمی دارد. همچنین با رسم نمودار توان بر حسب شعاع ذرات، توان لازم برای جداسازی هر اندازه ذره را به‌دست آوردند. لازم به ذکر است که یک موج درحال انتشار در امتداد یک سطح، وقتی با سطح اشتراک سیال‌جامد برخورد می‌کند، انرژی را با یک زاویه آزاد می‌کند. این زاویه به زاویهٔ رایلی معروف است و به‌صورت زاویهٔ انتشار در سیال از سطح عمود بر زیرلایه تعریف می‌شود.

در سال۲۰۱۳ دستگیر و همکاران [4] جداسازی ذرات ۳ و ۱۰میکرون را تحت امواج آکوستیک متحرک و به کمک محرک دیجیتال متمرکز با فرکانس ۱۳۳مگاهرتز نشان دادند. آن‌ها باتوجه‌به نتایج به‌دست‌آمده برای ذرات ۳ و ۱۰میکرونی نشان دادند که هرچه نرخ جریان بیشتر باشد، انحراف ذرات تحت امواج آکوستیک متحرک کمتر می‌شود، درحالی‌که با افزایش توان مصرفی این انحراف افزایش می‌یابد.

در سال ۲۰۱٦ ژیچاوما و همکاران [5] جداسازی ذرات با اندازه‌های متفاوت در اثر اعمال امواج آکوستیک متحرک را نشان دادند. در این پژوهش نشان داده شد که جداسازی ذرات فقط تابع اندازهٔ ذرات نیست، بلکه این عدد موج هلمهولتز است ($\kappa = 2\pi fr/c_f$)، که در آن f، r و c_f به‌ترتیب فرکانس، شعاع ذره و سرعت صوت در سیال هستند) که تعیین می‌کند کدام ذره تحت امواج آکوستیک متحرک بیشتر منحرف می‌شود. نیروی تشعشع آکوستیک به‌دست‌آمده، تابعی غیرخطی از متغیر κ است که مجموعه‌ای از مقادیر حداکثر و حداقل نیرو را ایجاد می‌کند. درنتیجه در $\kappa < 1$ برای ذرهٔ بزرگ‌تر، نیروی تشعشع بیشتر است، ولی برای $\kappa > 1$ نیروی تشعشع آکوستیک برای ذرات با اندازه و κ یکسان و جنس مختلف، متفاوت است. آن‌ها طبق همین اصل در سال۲۰۱۷ ذرهٔ ۱۵/۲میکرونی را از ذرهٔ ۱۰/۲ و ۸ میکرونی با فرکانس ٤٥/٥۲ مگاهرتز و ذرهٔ ۱۰/۲میکرونی را از ذرهٔ ۱۱/۸ و ۸ میکرونی با فرکانس ٦۸/۲۸مگاهرتز با نرخ بازیابی بیش از ۹۲درصد جدا کردند. آن‌ها همچنین جداسازی ذرات با اندازهٔ یکسان را بررسی کردند.

در سال۲۰۱۷ وانگ و همکاران [6] یک کانال دوبخشی ارائه کردند که در آن در بخش اول ذرات به کمک امواج سطحی ایستا در وسط کانال متمرکز می‌شدند، در بخش دوم به ذرات موج سطحی متحرک اعمال شده و فرکانس آن طوری اعمال شد که ذرات بزرگ‌تر به‌سمت مخالف رانده شوند، به‌این‌ترتیب جداسازی انجام شد. آن‌ها به کمک این کانال ذرات ۲ و ۵ میکرونی را جدا کردند. در بخش اول، فرکانس به‌کاررفته ۲۹/۷۸ مگاهرتز بود، درحالی‌که فرکانس محرک دیجیتال دوم ۳۸/۷٤ مگاهرتز در نظر گرفته شده بود.

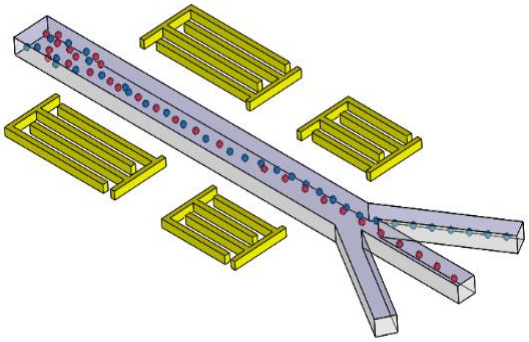
در سال۲۰۱۸ آسودا و گولدیکن [7] با بهره‌گیری از امواج آکوستیک حجمی، کانال دوبخشی ارائه کردند. عرض بخش اول این کانال طوری تنظیم شد که به‌اندازهٔ نصف طول موج باشد، به‌این‌ترتیب یک گره فشار در وسط کانال تشکیل شده و همهٔ ذرات به‌سمت وسط کانال رانده شدند. در بخش دوم عرض کانال به‌اندازهٔ یک طول موج کامل تنظیم شد و ذرات بزرگ‌تر به ۲گره فشار در ۲طرف کانال رانده شدند. به‌این‌ترتیب، جداسازی انجام شد. در پژوهش آن‌ها همچنین تأثیر تغییر دامنهٔ فشار، تغییر نرخ جریان، تغییر طول موج و تأثیر طول محرک دیجیتال برای هر بخش بررسی شد.

در پژوهش‌های ذکرشده از جریان جانبی هیدرودینامیک برای جابه‌جاکردن اولیهٔ ذرات استفاده شده است. این جریان سیال ممکن است باعث

رقیق‌کردن سلول‌های سرطانی و تغییر ساختار ذرات شود. بیشتر مقالات قبلی، ذرات با اختلاف اندازهٔ زیاد را جدا کرده‌اند، درحالی‌که اندازهٔ بسیاری از سلول‌های سرطانی نزدیک به برخی رده‌های گلبول سفید است که جداسازی را دشوار می‌کند. در این مقاله یک میکروکانال دوبخشی برای جداسازی ۲سلول هم‌اندازهٔ گلبول سفید و سلول سرطان پروستات بررسی شد. در بخش اول میکروکانال یک‌جفت محرک دیجیتال در ۲طرف کانال قرار می‌گیرد تا ذرات را بدون نیاز به جریان هیدرودینامیک در مرکز کانال متمرکز کند. در بخش دوم میکروکانال فقط از یک محرک دیجیتال برای ایجاد امواج آکوستیک سطحی متحرک استفاده می‌شود. به‌این‌ترتیب، ذرات با ضریب نیروی تشعشع آکوستیک (Y_T) بیشتر به‌سمت مقابل رانده می‌شوند و جداسازی انجام می‌شود. همچنین اثر نرخ جریان و دامنهٔ فشارهای مختلف برای یافتن مناسب‌ترین شرایط بررسی می‌شود.

تعریف مسئله و هندسه

در این پژوهش قصد بر این است که امواج آکوستیک متحرک برای جداسازی سلول‌های هم‌اندازه در کانال با ابعاد یکسان استفاده شوند. در میکروکانال شکل (۱) ابتدا گلبول سفید خون و سلول سرطان پروستات بدون جریان جانبی وارد میکروکانال می‌شوند. در بخش اول ۲ محرک دیجیتال در ۲ طرف میکروکانال قرار می‌گیرد. امواج طوری اعمال می‌شوند که گره فشار در وسط کانال ایجاد شود. به‌این‌ترتیب، ذرات بدون نیاز به جریان جانبی در وسط کانال متمرکز می‌شوند. در بخش دوم فقط یک محرک دیجیتال فعال می‌شود که موج متحرک آکوستیک را ایجاد می‌کند. این موج ذرات را بسته به ضریب نیروی تشعشع آکوستیک Y_t، به‌سمت مخالف می‌راند.



شکل ۱ شماتیک میکروکانال‌های استفاده‌شده در پژوهش برای جداسازی ذرات تحت امواج متحرک

معادلات حاکم بر فاز پیوسته

روابط حاکم بر سیال، شامل رابطهٔ پیوستگی جرم و رابطهٔ ناویر–استوکس برای جریان سیال نیوتونی آرام تراکم‌ناپذیر است:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \qquad (۱)$$

$$\rho\,(\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}) = -\nabla p + \eta\nabla^2\mathbf{v} \qquad (۲)$$

از حل معادلات بالا پارامترهای لازم برای حل معادلات لاگرانژی که در بخش بعد توضیح داده می‌شوند، به‌دست می‌آید. لازم به ذکر است که بین فاز پیوسته و گسسته در این مقاله، کوپلینگ تک سویه در نظر گرفته شده است.

معادلات حاکم بر فاز گسسته

برای محاسبهٔ مسیر ذرات در فاز پیوسته از دیدگاه لاگرانژی استفاده شده است.

$$m\frac{dv_p}{dt} = \sum F \qquad (۳)$$

که در آن m و v_p به‌ترتیب جرم و سرعت ذره است. نیروهای وارد بر ذره شامل نیروی تشعشع آکوستیک

(F_{SSAW} و F_{TSAW}) و نیروی درگ لزج (F_{drag}) هستند که در ادامه توضیح داده شده‌اند.

یک روش اویلری-لاگرانژی برای شبیه‌سازی فاز پیوسته‌پراکنده استفاده شده است. برای فاز پیوسته حاوی جریان سیال، از حلگر simpleFoam استفاده شده است. برای فاز گسسته، از یک حلگر گذرا برای انتقال غیرفعال یک ابرذرهٔ سینماتیکی منفرد استفاده شده است. این حلگر ابتدا میدان سرعت و فشار را از حلگر فاز پیوسته می‌گیرد و پس از خواندن خواص سیال، ذرات درون میکروکانال تزریق می‌شوند. سپس با تنظیم یک کوپلینگ تک‌سویه بین سیال و ذرات، یعنی فقط با درنظرگرفتن تأثیر سیال بر روی ذرات، سرعت و موقعیت ذرات به‌روز می‌شود و این روند تا پایان ادامه می‌یابد. همچنین یک کتابخانه جدید برای اعمال ۲ نیروی تشعشع آکوستیک سطحی و متحرک وارد بر ذرات توسعه داده شده است. به‌این‌ترتیب، حلگر لاگرانژی جدیدی برای اعمال نیروی تشعشع آکوستیک بر ذرات معلق در سیال توسعه داده شده است. الگوریتم کلی حل در شکل (۲) آمده است.



شکل ۲ الگوریتم حلگر اویلری-لاگرانژی حاضر

نیروی تشعشع آکوستیک ناشی از امواج ایستا

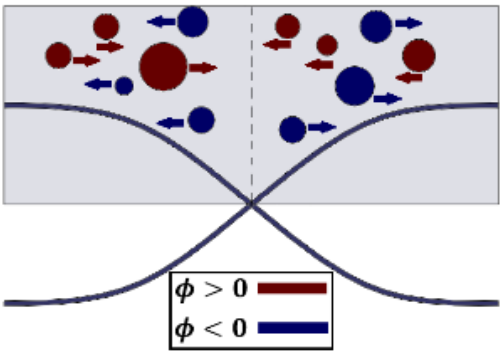
نیروی تشعشع آکوستیک یک پدیده فیزیکی است که ناشی از تعامل موج آکوستیک با مانعی است که در طول مسیر آن قرار گرفته است. این مانع می‌تواند جامد یا سیال باشد. با ارتعاش حجم سیال، یک میدان فشار مشاهده می‌شود. درنتیجهٔ ورود یک ذره در این محیط سیال، ذره در معرض یک نیروی خالص قرار می‌گیرد که نیروی تشعشع آکوستیک نام دارد. یکی از روش‌های ایجاد این نیرو، برخورد ۲ موج آکوستیک منتشرشده است. موج سطحی آکوستیک به‌وسیلهٔ ۲محرک دیجیتال در ۲ طرف کانال ایجاد می‌شود. از برهم‌نهی این امواج، امواج سطحی آکوستیک ایستا ایجاد می‌شوند که در نتیجهٔ آن گره‌ها و پادگره‌های (Antinode) فشار ایجاد می‌شوند. نیروی ناشی از این امواج، ذرات را بسته به خواص آن‌ها به‌سمت گره یا پادگره می‌راند. این نیرو برابر است با [8]:

$$F_{SSAW} = -\left(\frac{\pi p_0^2 V \beta_0}{2\lambda}\right)\phi(\beta,\rho)\sin(2ky) \qquad (٤)$$

که در آن p_0، V، β_0، λ، y و ϕ، به‌ترتیب دامنه فشار آکوستیک، حجم ذره، تراکم‌پذیری سیال، طول موج آکوستیک، فاصله از گره فشار و ضریب تقابل آکوستیک هستند. ضریب تقابل آکوستیک از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\phi(\beta,\rho) = \left(\frac{5\rho_p - 2\rho_0}{2\rho_p + \rho_0} - \frac{\beta_p}{\beta_0}\right) \qquad (٥)$$

همان‌طور که از رابطهٔ (٥) مشخص است، ضریب تقابل آکوستیک تابع چگالی و تراکم‌پذیری ذره است. اگر $\phi(\beta,\rho) > 0$ باشد، ذره به‌سمت گره فشار حرکت می‌کند و اگر $\phi(\beta,\rho) < 0$ باشد ذره به‌طرف پادگره فشار می‌رود (شکل۳). بیشتر ذرات بیولوژیکی به‌سمت گره فشار حرکت می‌کنند [9].



شکل ۳ شماتیک حرکت ذرات تحت نیروی تشعشع آکوستیک در سطح مقطع کانال

نیروی تشعشع آکوستیک ناشی از امواج متحرک

اگر فقط به یک محرک دیجیتال در یک سمت کانال فرکانس اعمال شود، موج سطحی از یک سمت کانال وارد سیال می‌شود و امواج متحرک را تشکیل می‌دهد. نیروی تشعشع آکوستیک ناشی از موج متحرک با نیروی تشعشع ناشی از موج ایستا متفاوت است. یک ذره در اثر اعمال موج آکوستیک متحرک تحت نیروی زیر قرار می‌گیرد [5]:

$$F_{TSAW} = Y_T \pi r^2 E \qquad (٦)$$

که در رابطهٔ (٦) ، Y_T و E ضریب نیروی تشعشع آکوستیک و دانسیته انرژی‌اند و از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$E = \frac{p_0^2}{4\rho_0 c_0^2} \qquad (٧)$$

$$Y_T = -\frac{4}{k^2}\sum_{n=0}^{\infty}[(n+1)(\alpha_n + \alpha_{n+1} + 2\alpha_n\alpha_{n+1} + 2\beta_n\beta_{n+1})] \qquad (٨)$$

که α_n و β_n از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\alpha_n = -\frac{[F_n j_n(\kappa) - \kappa j'(\kappa)]^2}{[F_n j_n(\kappa) - \kappa j'_n(\kappa)]^2 + [F_n y_n(\kappa) - \kappa y'_n(\kappa)]^2} \qquad (٩)$$

$$\beta_n = -\frac{[F_n j_n(\kappa) - \kappa j'(\kappa)] \cdot [F_n y_n(\kappa) - \kappa y'(\kappa)]}{[F_n j_n(\kappa) - \kappa j_n'(\kappa)]^2 + [F_n y_n(\kappa) - \kappa y_n'(\kappa)]^2} \quad (10)$$

که j_n و y_n توابع بسل نوع اول و نوع دوم از مرتبه n هستند. ضریب پراکندگی F_n نیز از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F_n = \frac{\kappa_2^2 \rho_0}{2\rho_p} \cdot \left(\frac{\kappa j'(\kappa_1)}{\kappa_1 j'(\kappa_1) - j_n(\kappa_1)} - \frac{2n(n+1) j_n(\kappa_2)}{(n+2)(n+1) j_n(\kappa_2) + \kappa_2^2 j''(\kappa_2)} \right) / \left(\frac{\kappa_1^2 \left[\frac{\sigma j_n(\kappa_1)}{1-2\sigma} - j_n''(\kappa_1) \right]}{\kappa_1 j_n(\kappa_1) - j_n(\kappa_1)} - \left(\frac{2n(n+1)[j_n(\kappa_2) - \kappa_2 j_2'(\kappa_2)]}{(n+2)(n-1) j_n(\kappa_2) + \kappa_2^2 j_n''(\kappa_2)} \right) \right) \quad (11)$$

که $\sigma = \left(\frac{c_l^2}{c_s^2} - 2\right) / \left(\frac{2c_l^2}{c_s^2} - 2\right)$ نرخ پواسون است. پارامترهای κ_1 و κ_2 از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آیند:

$$\kappa_1 = k_1 . r = \frac{2\pi f r}{c_1} \quad (12)$$

$$\kappa_2 = k_s . r = \frac{2\pi f r}{c_s} \quad (13)$$

نیروی درگ لزج

حرکت نسبی ذره نسبت به سیال ناشی از نیروی درگ استوکس است که برای یک ذره به شعاع r با سرعت نسبی v_y در سیال با لزجت η برابر است با [10]:

$$F_{drag} = -6\pi\eta r v_y \quad (14)$$

روش حل عددی

برای حل جریان سیال و ردیابی ذرات از ۲ حلگر استفاده شده است. در حلگر سیال برای سرعت از شرط مرزی سرعت یکنواخت در ورودی میکروکانال و شرط مرزی گرادیان صفر در خروجی استفاده شده است. برای فشار از شرط مرزی گرادیان صفر در ورودی و فشار اتمسفر در خروجی استفاده شده است. همچنین از شرط مرزی عدم لغزش در دیواره‌های میکروکانال استفاده شده است. سپس برای ردیابی ذرات در حلگر لاگرانژی از حل میدان سرعت سیال در مرحلهٔ قبل به‌عنوان شرط اولیه استفاده می‌شود. این روش حل لاگرانژی به روش تک‌سویه معروف است که باتوجه‌به غلظت پایین ذرات در این پژوهش، فرض درستی است. برای اثبات درستی این روش، اعتبارسنجی در بخش بعدی بررسی شده است.

اعتبارسنجی

در این بخش نتایج کار آزمایشگاهی لی و همکاران [11] برای اعتبارسنجی این شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. یک کانال به‌طول ۵/۲ میلی‌متر، عرض ۶۰میکرون و عمق ۸۰ میکرون همان‌طور که در کار آزمایشگاهی توضیح داده شده است، برای جداسازی ذرات استفاده شد. فرکانس تشدید ۳۸/۵مگاهرتز به محرک‌های دیجیتال اعمال می‌شود و امواج با طول موج ۱۰۰میکرومتر ایجاد می‌کند. ذرات پلی‌استایرن به‌قطر ۱۹۰ و ۱۰۰۰نانومتر با چگالی $1/05 g/cm^3$ برای مطالعهٔ جداسازی استفاده شدند. ذرات پلی‌استایرن با سرعت میانگین ۸/۲mm/s از ورودی وسط و جریان جانبی هیدرودینامیک از ورودی‌های جانبی با سرعت مشابه وارد کانال می‌شوند. توان لازم برای جداسازی ۰/۵وات بود. برای اعتبارسنجی نتایج عددی با نتایج کار آزمایشگاهی، نرخ بازیابی خروجی‌های مختلف محاسبه شده است. نرخ بازیابی از تقسیم تعداد ذرات هدف در خروجی مربوط، بر تعداد کل ذرات هدف در ورودی کانال محاسبه می‌شود.

جدول ۱ اعتبارسنجی نتایج حل عددی و حل آزمایشگاهی [11]

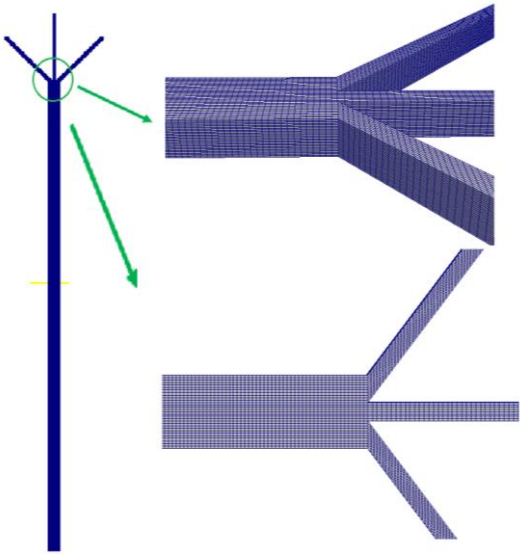
نرخ بازیابی خروجی جانبی (درصد)		نرخ بازیابی خروجی میانی (درصد)		قطر ذره (nm)
نتایج آزمایشگاهی [11]	شبیه‌سازی حاضر	نتایج آزمایشگاهی [11]	شبیه‌سازی حاضر	
۷/٦	٦/٤	۹۱/۱	۹۲/٤	۱۹۰
۹۷/۵	۱۰۰	۲/۵	۰	۱۰۰۰

جدول (۱) مقایسهٔ بین نتایج عددی و کار آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. تشابه بین نتایج ۲ روش به‌وضوح مشخص است. با این‌حال، تفاوت‌هایی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. چون در شبیه‌سازی عددی تأثیر برخورد ذرات ناچیز فرض شده است، نیروهای وارد بر ذرات، فقط نیروی درگ و نیروی تشعشع آکوستیک‌اند. در نتیجه مسیر هر ذره مستقل از ذرات دیگر است.

حل عددی

هند سه و شبکه‌بندی به‌کاررفته در این پژوهش مطابق شـــکل (٤) اســـت که در آن میکروکانال به‌عرض ۲۰۰میکرومتر، ارتفـاع ۷۰میکرومتر و طول ۷میلی‌متر است. مسئلهٔ مدنظر با استفاده از کد متن باز اوپن‌فوم به رو شی که قبلا شرح داده شد، حل شده ا ست. سیال عامل محلول بافر نمک فسـفات (PBS) در نظر گرفته شده ا ست. شرط مرزی سرعت یکنواخت و گرادیان فشـــار صـــفر در ورودی میکروکانال و شـــرط مرزی گرادیان ســـرعت صـــفر و فشـــار اتمســـفر در خروجی استفاده شده است. خواص گلبول سفید خون و سلول ســـرطانی پروســـتات با اندازهٔ مشـــابه ۱۲میکرومتر در جدول (۲) مشاهده می شود [12]. همچنین پارامترهای لازم برای حل م سئله در جدول (۳) ن شان داده شده است.

برای استقلال نتایج از شبکهٔ محاسباتی، ۳شبکهٔ باسازمان در نظر گرفته شده است و بازده جداسازی گلبول سفید و سلول سرطانی برای آن‌ها محاسبه شده است. همان‌طور که در جدول (٤) مشاهده می‌شود، بازده جداسازی گلبول سفید در خروجی جانبی برای همهٔ شبکه‌ها بدون تغییر است، اما از شبکهٔ دارای ٤۳۳٤٤۰ المان به بعد، بازده جداسازی سلول سرطانی در خروجی میانی تغییر ناچیزی نسبت به کمترین تعداد شبکه داشته است. ازاین‌رو، این شبکه به‌عنوان معیار برای همهٔ محاسبات در نظر گرفته شد.



شکل ٤ شبکه‌بندی هندسهٔ مسئله

جدول ۲ خواص گلبول سفید و سلول سرطانی

نام سلول	چگالی $(\frac{Kg}{m^3})$	تراکم‌پذیری (Pa^{-1})
گلبول سفید	۱۰۸۸	$۳/۹۹۵\times۱۰^{-۱۰}$
سلول سرطانی	۱۰۱۷	$٤/۲۳۹\times۱۰^{-۱۰}$

جدول ۳ پارامترهای استفاده‌شده در شبیه‌سازی

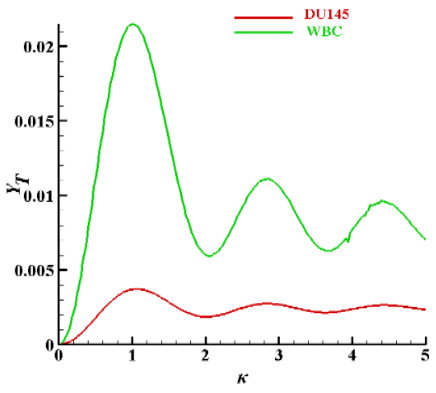
پارامتر	نماد	مقدار
عرض کانال	W	۲۰۰μm
ارتفاع کانال	H	۷۰μm
طول کانال	L	۷mm
دامنهٔ فشار موج ایستا	p_{01}	۸۶۹/۲۷kPa
طول موج بخش اول	λ_1	۴۰۰ μm
دامنهٔ فشار موج متحرک	p_{02}	۵۰،۱۰۰،۱۵۰ kPa و ۲۰۰
طول موج بخش دوم	λ_2	۲۰۰μm

جدول ٤ استقلال از شبکه

تعداد شبکه	بازده جداسازی گلبول سفید در خروجی جانبی	بازده جداسازی سلول سرطانی در خروجی میانی
٥٤٢٦٤	۱۰۰درصد	٦٨درصد
٤٣٣٤٤٠	۱۰۰درصد	۹۷درصد
٧٧١٥٢٤	۱۰۰درصد	۹۸درصد

نتایج و بحث‌ها

برای جداسازی گلبول سفید خون و سلول سرطانی به کمک نیروی آکوستیک متحرک، نمودار ضریب نیروی تشعشع آکوستیک Y_T نسبت به κ برای گلبول سفید خون و سلول سرطانی با درنظرگرفتن خواص ذرات داده‌شده در جدول (۲)، مطابق شکل (۵) به‌دست آمده است:



شکل ۵ نمودار Y_T نسبت به κ برای گلبول سفید و سلول سرطانی

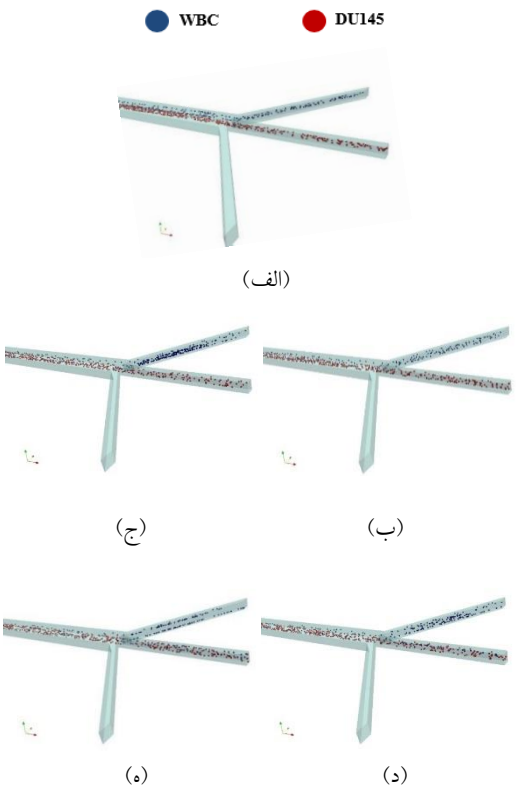
باتوجه‌به شکل (۵)، مقدار Y_T برای $0 < \kappa < 5$ برای گلبول سفید همواره بزرگ‌تر از سلول سرطانی است. درنتیجه نیروی تشعشع آکوستیک وارد شده به گلبول سفید بیشتر است و گلبول سفید بیشتر به‌سمت مخالف رانده می‌شود. مقدار ماکزیمم Y_T برای گلبول سفید ۰/۲۱ است. فرکانس لازم برای جداسازی از رابطهٔ (۱۲) ٤۰ مگاهرتز و به‌دنبال آن طول موج ۹۷/۵میکرومتر به‌دست می‌آید. در ادامه با دردست‌داشتن فرکانس و ابعاد سلول سرطانی، مقدار κ برای سلول سرطانی و به‌دنبال آن Y_T مورد نیاز به‌دست می‌آید.

نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی برای نرخ‌های جریان متفاوت از ۰/۵ تا ۱/۵میکرولیتر بر دقیقه (متناظر با عدد رینولدز ۰/۱۸۵–۰/۰٦۱≈Re) در شکل (٦) آمده است. همان‌طور که مشخص است، با افزایش نرخ جریان، اثر نیروی تشعشع کم و جداسازی ذرات با مشکل روبه‌رو می‌شود. بنابراین نرخ جریان بهینه برای جداسازی ذرات به کمک امواج آکوستیک متحرک ۱/۲ میکرولیتر بر دقیقه (سرعت متوسط ۰/۰۰۱٤۲۸ m/s معادل ۰/۱٤۸≈Re) است که بیشترین نرخ جدایش را ارائه می‌کند.

در شکل (۷) جداسازی ذرات در دامنهٔ فشارهای متفاوت در نرخ جریان ۱/۲میکرولیتر بر دقیقه بررسی شده است. باتوجه‌به رابطهٔ نیروی تشعشع آکوستیک برای امواج سطحی متحرک و همان‌طور که از شکل مشخص است، با افزایش دامنهٔ فشار، نیروی وارد بر ذرات افزایش می‌یابد. به‌این‌ترتیب، سلول‌های سرطانی با شدت بیشتری به‌سمت مخالف رانده می‌شوند و همراه گلبول سفید از خروجی اول خارج می‌شوند.

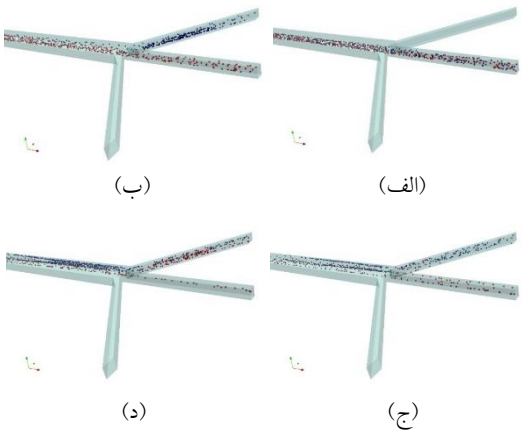
در ادامه، نرخ بازیابی ذرات برای نرخ جریان‌های متفاوت در شکل (۸) نشان داده شده است. همان‌طور که از نمودار مشخص است و در شکل (٦) هم نشان داده شد، با افزایش نرخ جریان اثر نیرو کاهش می‌یابد، بنابراین نرخ جریان ۱/۲میکرولیتر بر دقیقه با نرخ بازیابی ۱۰۰درصد و بیشترین نرخ جدایش به‌عنوان نرخ جریان

مناسب انتخاب شده است.



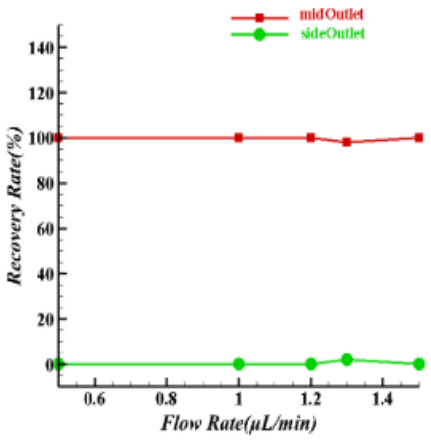
(الف) (ب) (ج) (د) (ه)

شکل ٦ جداسازی ذرات در میکروکانال تحت نیروی تشعشع آکوستیک برای نرخ جریان (الف)۰/۵ ، (ب) ۱، (ج) ۱/۲، (د) ۱/۳ و (ه) ۱/۵ میکرولیتر بر دقیقه

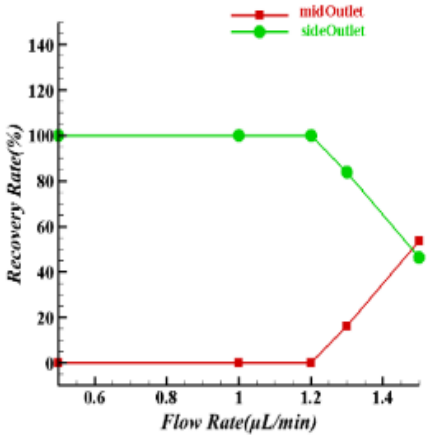


(الف) (ب) (ج) (د)

شکل ۷ جداسازی ذرات در میکروکانال تحت نیروی تشعشع آکوستیک برای نرخ جریان ۱/۲میکرولیتر بر دقیقه و دامنهٔ فشار (الف) ۵۰، (ب) ۱۰۰ ، (ج) ۱۵۰ و (د) ۲۰۰ کیلوپاسکال



(الف)

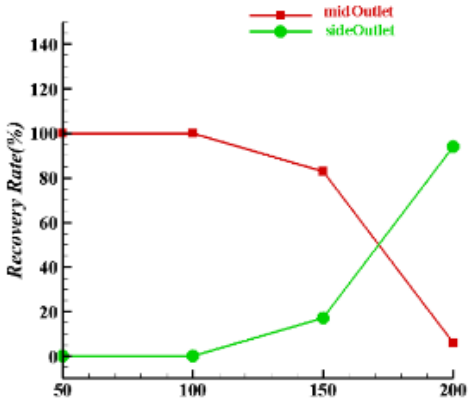


(ب)

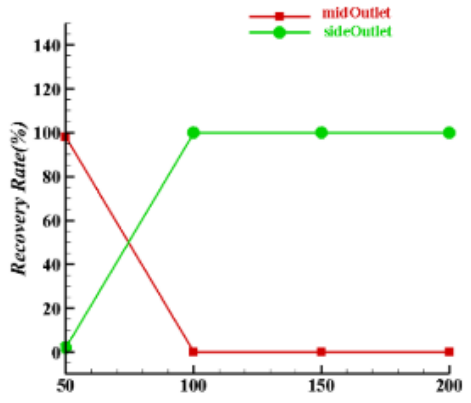
شکل ۸ نرخ بازیابی برای جداسازی ذرات در میکروکانال تحت نیروی تشعشع آکوستیک در نرخ جریان‌های متفاوت برای (الف)سلول سرطان پروستات (DU145) و (ب) گلبول سفید خون (WBC)

همچنین نرخ بازیابی برای دامنهٔ فشارهای متفاوت در نرخ جریان ۱/۲میکرولیتر بر دقیقه در شکل (۹) به تصویر کشیده شده است. همان‌طور که در شکل (۷) نیز نشان داده شد، با افزایش دامنهٔ فشار نیروی تشعشع آکوستیک وارد بر ذرات افزایش می‌یابد و در فشارهای بالا نرخ بازیابی سلول سرطانی در خروجی میانی کم می شود، درنتیجه جدا سازی با مشکل روبه‌رو خواهد شد. طبق شکل (۹) دامنهٔ فشار مناسب برای جداسازی

گلبول سفید خون و سلول سرطان پروستات ۱۰۰کیلوپاسکال است.



(الف)



(ب)

شکل ۹ نرخ بازیابی برای جداسازی ذرات در میکروکانال تحت نیروی تشعشع آکوستیک در دامنهٔ فشارهای متفاوت برای (الف) سلول سرطان پروستات (DU145) و (ب) گلبول سفید خون (WBC)

همان‌طور که از شکل (۸) مشخص است، در نرخ جریان ۱/۲ و ۱ و ۰/۵میکرولیتر بر دقیقه ذرات با نرخ بازیابی ۱۰۰درصد جدا شدند. با افزایش نرخ جریان، نرخ بازیابی سلول سرطان پروستات در خروجی میانی تغییر نمی‌کند، ولی نرخ بازیابی گلبول سفید در خروج جانبی برای نرخ جریان ۱/۳ به ۸٤ درصد و در نرخ جریان ۱/۵ به ٤٦ درصد کم می‌شود. چون نرخ جدایش برای نرخ جریان ۱/۲میکرولیتر بر دقیقه از نرخ جریان ۱ و ۰/۵میکرولیتر بر دقیقه بیشتر است، این نرخ جریان به‌عنوان نرخ جریان مناسب انتخاب شده است.

همان‌طور که از شکل (۹) مشخص است، در دامنهٔ فشار آکوستیک ۱۰۰کیلوپاسکال سلول‌ها با نرخ بازیابی ۱۰۰درصد جدا شدند. در دامنهٔ فشار ۵۰کیلوپاسکال جداسازی رخ نداد و در دامنهٔ فشارهای بیشتر، نرخ بازیابی کم شد. به‌عنوان مثال برای دامنهٔ فشار ۱۵۰کیلوپاسکال نرخ بازیابی گلبول سفید خون از خروجی جانبی ۱۰۰درصد بود، ولی ۸۳درصد سلول سرطان پروستات از خروجی میانی خارج شد و ۱۷درصد آن به‌سمت خروجی جانبی رانده شد. به همین ترتیب در دامنهٔ فشار ۲۰۰ کیلوپاسکال ۹۳ درصد سلول سرطان پروستات از خروجی جانبی و فقط ۷ درصد آن از خروجی میانی خارج شده است. درنتیجه دامنهٔ فشار مناسب برای جداسازی این ۲سلول ۱۰۰ کیلوپاسکال در نرخ جریان مطلوب ۱/۲میکرولیتر بر دقیقه است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش اثر نرخ جریان و دامنهٔ فشار در جداسازی گلبول سفید خون و سلول سرطانی در یک کانال دوبخشی بررسی شد. در بخش اول این کانال، ذرات به کمک امواج ایستای آکوستیک در وسط کانال متمرکز شدند و در بخش بعد به کمک امواج متحرک آکوستیک جدا شدند. علاوه‌براین، در این پژوهش تأثیر دامنهٔ فشار آکوستیک در نرخ جریان بهینه نیز بررسی و مشخص شد که دامنهٔ فشار مناسب برای جداسازی این ۲ سلول ۱۰۰ کیلوپاسکال در نرخ جریان مطلوب ۱/۲ میکرولیتر بر دقیقه است.

تشکر و قدردانی

نگارندگان بر خود لازم می‌دانند که از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF)، به‌دلیل حمایت‌های مالی ایشان، تشکر و قدردانی کنند.

فهرست علائم

سرعت صوت در سیال	c_f(m/s)	حجم ذره	V (m^3)
سرعت صوت در زیرلایه	c_s(m/s)	فاصله از گره فشار	Y (m)
دانسیته انرژی آکوستیک	E (J/m^3)	ضـریب نیروی تشـعشـع آکوستیک موج متحرک	Y_T
فرکانس	F (Hz)	ضـریب نیروی تشـعشـع آکوستیک موج ایستا	ϕ
نیروی وارد بر ذره	F (N)	طول موج	λ(m)
عدد موج	k	تراکم‌پذیری سیال	$\beta_0(Pa^{-1})$
جرم ذره	m (kg)	تراکم‌پذیری ذره	$\beta_p(Pa^{-1})$
فشار سیال	p (Pa)	لزجت دینامیکی سیال	$\eta(kg/ms)$
دامنهٔ فشار آکوستیک	p_0 (KPa)	نرخ پواسون	σ
شعاع ذره	r (m)	چگالی سیال	$\rho(kg/m^3)$
سرعت سیال	v (m/s)	چگالی ذره	$\rho_p(kg/m^3)$
سرعت ذره	v_p (m/s)		

مراجع

1. Büyükkoçak, S., Özer, M. B., and Cetin, B., "Numerical modeling of ultrasonic particle manipulation for microfluidic applications", *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 17, No. 6, pp. 1025-1037, (2014).
2. Shamloo, A., and Boodaghi, M., "Design and simulation of a microfluidic device for acoustic cell separation", *Ultrasonics*, Vol. 84, pp. 234-243, (2018).
3. Soliman, A. M., Eldosoky, M. A., and Taha, T. E., "Analysis improvement of standing surface acoustic wave microfluidic devices for bio-particles separation", *International Journal of Computer Applications in Technology*, Vol. 55, No. 3, pp. 244-256, (2017).
4. Destgeer, G., Lee, K. H., Jung, J. H., Alazzam, A., and Sung, H. J., "Continuous separation of particles in a PDMS microfluidic channel via travelling surface acoustic waves (TSAW)", *Lab on a Chip*, Vol. 13, No. 21, pp. 4210-4216, (2013).
5. Ma, Z., Collins, D. J., Guo, J., and Ai, Y., "Mechanical properties based particle separation via traveling surface acoustic wave", *Analytical Chemistry*, Vol. 88, No. 23, pp. 11844-11851, (2016).
6. Wang K., Zhou, W., Lin, Z., Cai, F., Li, F., Wu, J., Meng, L., Niu, L. and Zheng, H., "Sorting of tumour cells in a microfluidic device by multi-stage surface acoustic waves", *Sensors and Actuators B: Chemical*, Vol. 258, pp. 1174-1183, (2018).
7. Asoda, S., and Guldiken, R., "Simulation and optimization of a sheathless size-based acoustic particle separator", *Microsystem Technologies*, pp. 1-12, (2018).
8. Li, X. J., and Zhou, Y., "Microfluidic devices for biomedical applications", Woodhead Publishing,

Now Elsevier, ISBN: 0 85709 697 4, (2013).

9. Guldiken, R., Jo, M. C., Gallant, N. D., Demirci, U. and Zhe, J., "Sheathless size-based acoustic particle Separation", *Sensors*, Vol. 12, No. 1, pp. 905-922, (2012).
10. Nama, N., Barnkob, R., Mao, Z., Kähler, C. J., Costanzo, F., and Huang, T. J., "Numerical study of acoustophoretic motion of particles in a PDMS microchannel driven by surface acoustic waves", *Lab on a Chip*, Vol. 15(12), pp. 2700-2709, (2015).
11. Lee, K., Shao, H., Weissleder, R., and Lee, H., "Acoustic purification of extracellular microvesicles", *ACS Nano*, Vol. 9, No. 3, pp. 2321-2327, (2015).
12. Barnkob, R., Augustsson, P., Magnusson, C., Lilja, H., Laurell, T., and Bruus, H., "Measuring density and compressibility of white blood cells and prostate cancer cells by microchannel acoustophoresis", *Proceedings of the 15th MicroTAS, Seattle, WA, USA*, Vol. 26, pp. 127-129, (2011).

Numerical Simulation of Same-Sized Cells Focusing and Separation with Surface Acoustic Waves

Donya Shahani[1] Abas Ramiar[2]
Arash Mahboubidoust[3]

1. Introduction

In recent decades, manipulating, sorting, and separating microparticles and suspended cells in the fluid have attracted much attention in many medical applications. The separation of cells effectively diagnoses and treats diseases such as cancer, malaria, and HIV. Different methods have been used for the separation and sorting of microparticles in recent years. The microfluidic methods are divided into two active and passive classes. In passive methods, the force applied to the particle caused by the fluid flow depends on particles' properties such as size, shape, density, etc. In these methods, by changing the channel geometry, for example, use of obstacles in the channel, expansion, and contraction of the channel, the use of curved and spiral channels, and so on, particles can be separated. Conversely, in active methods, the forces applied to the particles are external forces and depend on the particle properties, including dielectric, optical, magnetic, acoustic, and so on. These methods include dielectrophoresis, magnetophoretic, optics, and acoustophoresis. In acoustophoresis, sound waves manipulate suspended particles in water or suspended cells in the blood. Sound waves are mechanical pressure waves that propagate in a medium with a specific pressure amplitude and frequency range. The nature of this method depends on the physical properties of the particle and therefore attracts a lot of attention. Sound waves are divided into two groups based on the separation of particles and the formation of waves: standing surface acoustic wave and traveling surface acoustic wave. Two interdigital transducers are placed on the piezoelectric substrate at the two sides of the microchannel to produce a standing surface acoustic wave. In contrast, to create a traveling surface acoustic wave, the interdigital transducer is required for only one side of the channel. The acoustic wave is applied only from one side to the microchannel. In this paper, a two-stage microchannel is used to separate white blood cells from prostate cancer cells of the same size. At the first stage of the microchannel, a pair of IDT is located on both sides of the channel to focus particles without any need for hydrodynamic flow in the channel center. At the second stage of the microchannel, only one IDT is used to create traveling surface acoustic waves. In this way, particles with more ARF factor (Y_T) are driven to the opposite side, and separation is performed. Moreover, the effects of flow rates and different pressure amplitudes were investigated to find optimal conditions.

2. Working Mechanisms

Figure 1 shows the schematic of the microchannel used in this study. As shown in the figure, at the first stage, a pair of IDT is located on both sides of the channel to focus the particles at the middle of the channel without any need for sheath flow. At the second stage, the microchannel uses only one IDT to create a traveling surface acoustic wave. In this way, the particles are driven to the opposite side due to the ARF factor, and the separation is carried out.

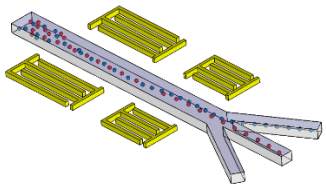


Figure 1. Schematic of the microchannel used in research for separating particles under traveling waves

3. Numerical Simulation

The width, height, and length of the channel are 200 µm, 70 µm, and 7 mm, respectively. Figure 2 shows the grid of the computational domain The grid independence of the results is analyzed by increasing the number of computational cells. Thus, the hexahedral element with a maximum size of 0.01 µm is used for the microchannel. As Figure 2 shows, the total number of 433440 elements was generated in GAMBIT software. First, the fluid's governing equations, considered as phosphate-buffered saline (PBS), are solved using a steady incompressible OpenFOAM solver. Then the particle trajectory is solved by using the unsteady Lagrangian solver. The inlet velocity, which is calculated from the flow rate, is used as the boundary condition of the inlet. The no-slip boundary condition is applied to the channel walls. A pressure outlet is also used for outlet boundary conditions. Finally, the fluid flow solution results are used as input data in the Lagrangian solver, and the governing equations of the particles are solved.

[1] MSc. Student in Mechanical Engineering, Microfluidics and MEMS Lab, Babol Noshirvani University of Technology.
[2] Corresponding Author. Associate Professor, Microfluidics and MEMS Lab, Babol Noshirvani University of Technology. Email: aramiar@nit.ac.ir
[3] PhD Candidate in Mechanical Engineering, Microfluidics and MEMS Lab, Babol Noshirvani University of Technology.

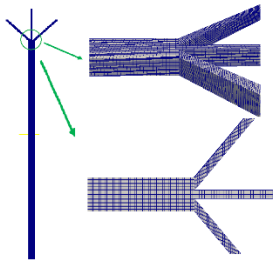
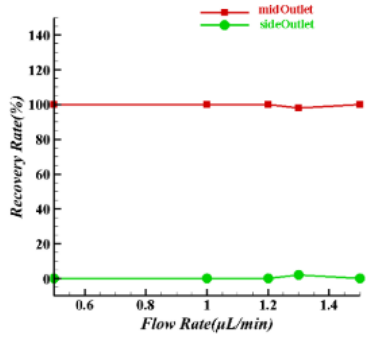


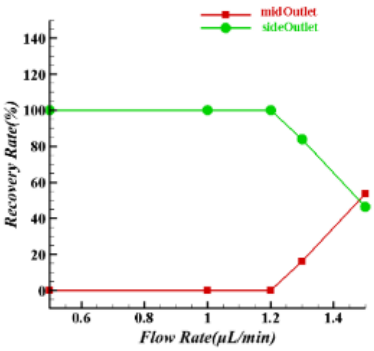
Figure 2. Hexahedral mesh used for the numerical simulation

4. Results and Discussion

Figure 3 shows the particle recovery rates for different flow rates. As the figure shows, the TSAW force effect decreases with increasing flow rate, so the optimal flow rate is 1.2 µL/min with a recovery rate of 100% and the highest throughput.

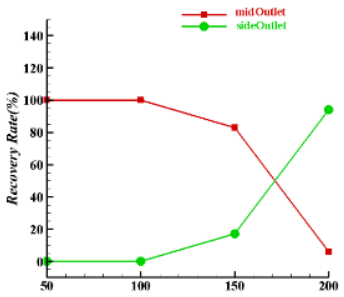


a

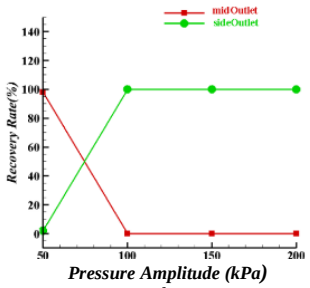


b

Figure 3. Recovery Rate for separation of WBC and DU145 due to acoustic radiation force for different flow rate (a) DU145, and (b) WBC



a



b

Figure 4. Recovery Rate for separation of WBC and DU145 due to acoustic radiation force for the flow rate of 1.2 µL/min and different pressure amplitudes (a) DU145, and (b) WBC

Moreover, Figure 4 shows the recovery rate for different pressure amplitudes at the flow rate of 1.2 µL/min. The radiation force applied to the particles increases with increasing pressure amplitude. At higher pressure amplitudes, the recovery rate of cancer cells decreases at the middle outlet, and thus the separation disrupts. As Figure 4 shows, the optimal pressure amplitude for separating white blood cells from prostate cancer cells is 100 *KPa*.

5. Conclusion

In this study, the effect of flow rates and pressure amplitudes was numerically investigated on the separation of white blood cells from prostate cancer cells in a two-stage microchannel. In the first stage, the particles are focused in the middle of the channel with the help of standing surface acoustic waves. As Figure 1 shows, at a flow rate of 0.5, 1, and 1.2 µL/min, the particles were separated with a 100% recovery rate. As the flow rate increases, the recovery rate of prostate cancer cells does not change at the middle outlet, but the white blood cell recovery rate for the top outlet decreases from 84% in the flow rate of 1.3 µL/min to 46% the flow rate of 1.5 µL/min. Since the throughput for the flow rate of 1.2 µL/min is higher than the two other flow rates, this was chosen as the optimal flow rate. In addition, the effect of acoustic pressure amplitude on optimal flow rates was also investigated in this study. At an acoustic pressure amplitude of 100 *KPa*, the cells were separated with a 100% recovery rate. The separation did not occur at 50 *KPa*, and the recovery rate is reduced at higher pressure amplitudes. For example, for pressure amplitude of 150 *KPa*, the white blood cell recovery rate is 100% for the top outlet, but 83% and 17% of the prostate cancer cells are exited from the middle and top outlet, respectively. Similarly, at a pressure amplitude of 200 *KPa*, 93% of prostate cancer cells are exited from the top outlet, and only 7% of them exit from the middle outlet. As a result, the optimum pressure amplitude is 100 *KPa* at optimal flow rates of 1.2 µL/min.

حل عددی جابه‌جایی ترکیبی جریان نانوسیال غیرنیوتنی در کانال حاوی موانع*

مقاله پژوهشی

کورش جواهرده [۱] حبیب کریمی [۲]

چکیده *در این تحلیل جابه‌جایی ترکیبی جریان آرام نانوسیالات با سیال پایهٔ غیرنیوتنی (سدیم الگنیت) برپایهٔ مدل شبه‌پلاستیک همراه با نانوذرات اکسید آلومینیم در کانال مستطیلی دوبعدی (با عمق نامحدود) حاوی موانع متعدد مطالعه شده است. دمای سیال ورودی به کانال مستطیلی‌شکل، یکنواخت و کمتر از دیواره‌ها بوده است و دیواره‌های کانال دارای شرایط دمای ثابت‌اند. برای حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی به‌صورت عددی از روش حجم محدود با الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. در این تحقیق تأثیر تعداد و ارتفاع موانع، کسر حجمی نانوذرات در سیال پایهٔ غیرنیوتنی، عدد ریچاردسون و عدد رینولدز بر نرخ انتقال حرارت و افت فشار به‌صورت عدد ناسلت و ضریب اصطکاک بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش ذرات جامد آلومینیم در سیال غیرنیوتنی الگنیت سدیم سبب افزایش انتقال حرارت و ضریب اصطکاک در طول کانال می‌شود، همچنین با افزایش عدد رینولدز میزان انتقال حرارت در کانال افزایش می‌یابد. نتایج نشان داد که افزایش ارتفاع موانع از H/3 به H/2 سبب افزایش ۱۰درصد در عدد ناسلت متوسط و ۱۳درصد در ضریب اصطکاک متوسط خواهد شد. نتایج مطالعات نشان داد که افزایش عدد ریچاردسون سبب کاهش عدد ناسلت و ضریب اصطکاک خواهد شد. افزایش تعداد موانع از ۳ به ۵عدد سبب کاهش ۳/۵درصدی در عدد ناسلت خواهد شد.*

واژه‌های کلیدی جابه‌جایی ترکیبی، نانوسیال اکسید آلومینیم، کانال حاوی مانع، سیال غیرنیوتنی سدیم الگنیت.

مقدمه

انتقال حرارت ترکیبی از فرایندهایی است که در بسیاری از مسائل و کاربردها در تأسیسات مکانیکی، مبدل‌های حرارتی، صنایع تبرید استفاده می‌شود. دراین‌میان، استفاده از سیالات غیرنیوتنی در صنایعی چون محلول‌های بیولوژیکی، ذوب پلیمرها و صنایع چسب و... کاربرد گسترده‌ای دارد [1-5]. امروزه استفاده از نانوسیالات تحولی بزرگ در صنعت مبدل‌های حرارتی ایجاد کرده است و به همین دلیل تحقیقات گسترده‌ای دراین‌زمینه انجام شده است. ژوان و لی [2] نیز از نانوذرات مس در آب استفاده کردند و دریافتند که ذرات معلق تأثیر چشمگیری بر انتقال حرارت خواهند داشت و استفاده از نانوسیالات منجر به افزایش ضریب انتقال حرارت نسبت به سیال پایه خود می‌شود. تحقیقات بسیاری دربارهٔ استفاده از کسر حجمی نانوذرات جامد پایین (کمتر از ۵درصد) در نانوسیالات انجام شده است [4]. ایستمن، چوی و لی [4] دریافتند که استفاده از کسر حجمی ۰/۳درصد مس در اتیلن گلیکول سبب افزایش ٤۰درصدی ضریب هدایت حرارتی می‌شود. ژاو و همکارانش [5] ضریب هدایت حرارتی نانوسیال آب‌مس را تا کسر حجمی ۷/۵درصد به‌طور تجربی به‌دست آوردند.

در این‌میان، افراد بسیاری نیز از سیالات غیرنیوتنی به‌عنوان سیال پایه برای انتقال حرارت استفاده کردند. سیدی و همکارش [6] از سیال غیرنیوتنی برای انتقال حرارت طبیعی بین ۲ صفحه تخت عمودی استفاده کردند. حجت [7] ضریب هدایت حرارتی سیال غیرنیوتنی CMC را همراه با ذرات جامد اکسید آلومینیم،

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۲/٤ و تاریخ پذیرش آن ۲/۲۷ /۰۰ می‌باشد.
DOI: 10.22067/jacsm.2021.40042

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت.
Email: javaherdeh@guilan.ac.ir
(۲) استادیار، گروه مکانیک، واحد رودسر و املش، دانشگاه آزاد اسلامی، رودسر.

اکسید تیتانیم و اکسید مس بررسی کرد و دریافت که ضریب هدایت حرارتی در نانوسیالات بیشتر از سیال پایه است و با افزایش ذرات جامد این میزان بیشتر خواهد شد. حاتمی و گنجی [8] از سدیم الگنیت به‌عنوان سیال غیرنیوتنی پایه برای بررسی انتقال حرارت طبیعی بین ۲ صفحه تخت استفاده کردند. همچنین، مطالعات متعددی در زمینهٔ انتقال حرارت طبیعی در نانوسیالات انجام شده است. یو و همکاران [9] انتقال حرارت طبیعی نانوسیال را در یک محیط بسته مطالعه کردند و میزان عدد ناسلت متوسط را در کسر حجمی متفاوتی به‌دست آورند. هاکان [10] نیز به بررسی انتقال حرارت طبیعی نانوسیال در یک محیط بسته دوبعدی پرداخت و دریافت که در یک عدد رایلی ثابت، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد. ساراوان و همکاران [11] نیز انتقال حرارت طبیعی را بررسی کردند و دریافتند که استفاده از نانوذرات در سیال باعث افزایش انتقال حرارت خواهد شد. مطالعات زیادی نیز پیرامون انتقال حرارت اجباری نانوسیالات انجام شده است. لطفی [12] به بررسی انتقال حرارت اجباری نانوسیال آب‌اکسید آلومینیم در یک لولهٔ افقی پرداخت و تأثیر کسر حجمی را بر پارامترهای حرارتی بررسی کرد.

هانگ [13] و سابیا [14] به بررسی انتقال حرارت ترکیبی در نانوسیالات مختلف پرداختند و دریافتند که کسر حجمی ذرات جامد نقشی کلیدی در انتقال حرارت ایفا می‌کند. دراین‌میان، محققانی نیز به بررسی انتقال حرارت ترکیبی در کانال حاوی نانوذرات به روش‌های عددی و تحلیلی پرداختند [۱۷-۱۵]. توگون [18] نیز به بررسی انتقال حرارت طبیعی، اجباری و ترکیبی یک نانوسیال در یک کانال پرداخت و تأثیر اعداد پرانتل، گراشهف و رینولدز را بر نرخ انتقال گرما بررسی کرد .کریمی‌پور و همکاران [19] ازجمله افرادی بود که انتقال حرارت نانوسیال را در کانال مستطیلی بررسی کردند. آن‌ها عدد ناسلت متوسط و تنش برشی دیواره را برای اعداد رینولدز ۵ تا ۱۵۰۰، برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی با کسر حجمی ذرات جامد صفر تا ۵درصد استخراج کردند. از آن‌جایی که استفاده از موانع در کانال می‌تواند مقدار انتقال حرارت را تحت‌تأثیر قرار دهد، آنیرو [20] به بررسی انتقال حرارت در کانال حاوی موانع مستطیلی گرم پرداخت و دریافت که وجود موانع، الگوی جریان را کاملا تحت‌تأثیر قرار داده و در شرایط خاص ممکن است انتقال حرارت افزایش یابد و دمای موانع کم شود. برخی محققان به بررسی تأثیر زاویه و شکل موانع بر انتقال حرارت نیز پرداختند [24-21]. کومار [25] به بررسی انتقال حرارت در کانال حاوی موانع متخلخل پرداخت و تأثیر ارتفاع موانع، فاصلهٔ موانع، عدد رینولدز و نسبت ضریب هدایت حرارتی را بر انتقال حرارت مطالعه کرد.

اصفه و همکاران [26] نیز به بررسی عددی انتقال حرارت ترکیبی در کانال حاوی موانع پرداختند و دریافتند که استفاده از صفحهٔ مورب سبب بهبود انتقال حرارت خواهد شد. آن‌ها همچنین تأثیر زاویهٔ این صفحه بر انتقال حرارت را بررسی کردند. تارگوی [27] انتقال حرارت جریان نوسانی را در کانال حاوی موانع بررسی کرد و دریافت زمانی که جریان نوسانی باشد، انتقال حرارت بهبود می‌یابد. احمد و همکاران [28] به بررسی انتقال حرارت و ضریب جریان در یک کانال نوسانی حاوی نانوسیال پرداختند و دریافتند که افزایش کسر حجمی سیال سبب افزایش عدد ناسلت خواهد شد، همچنین به مقدار ناچیزی ضریب اصطکاک پوسته‌ای را افزایش می‌دهد. حیدری [29] انتقال حرارت در کانال حاوی موانع ساده را بررسی کرد و تأثیر تعداد موانع، کسر حجمی ذرات جامد و عدد رینولدز را بر عدد ناسلت در یک سیال نیوتنی مطالعه کرد. نایاک و همکارانش [30] به مطالعهٔ انتقال حرارت ترکیبی نانوسیال آب‌اکسید آلومینیم پرداختند و تأثیر تغییرات عدد ریچاردسون، رایلی و کسر حجمی نانوذرات جامد را بر انتقال حرارت بررسی کردند و دریافتند که افزایش نانوذرات جامد از صفر به ۵درصد میزان انتقال حرارت را تا حدود ۱۰درصد افزایش خواهد داد.

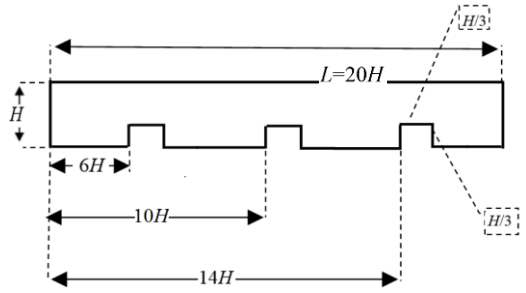
در این مطالعه، به بررسی جابه‌جایی ترکیبی سیال پایهٔ غیرنیوتنی (سدیم الگنیت) همراه با نانوذرات اکسید آلومینیم در کانال مستطیلی دوبعدی (با عمق نامحدود)

حاوی موانع متعدد پرداخته می‌شود. این موانع دارای شکل هندسی یکسان، ولی ارتفاع متفات نسبت به یکدیگرند. همچنین، در این تحقیق از سیال غیرنیوتنی به‌عنوان سیال پایه و برای بهبود عملکرد و افزایش کارایی، از نانوذرات اکسید آلومینیم برای افزایش انتقال حرارت استفاده شده است. برای بیان نتایج، به بررسی تأثیر ارتفاع و تعداد موانع، عدد رینولدز، عدد ریچاردسون و کسر حجمی ذرات جامد بر نرخ انتقال گرما، همچنین عدد ناسلت و ضریب اصطکاک پوسته‌ای پرداخته می‌شود. برای حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی به‌صورت عددی از روش حجم محدود با الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. دمای سیال ورودی به کانال مستطیلی‌شکل یکنواخت و کمتر از دیواره‌ها بوده است و دیواره‌های کانال دارای شرایط دمای ثابت بوده‌اند. در این مطالعه اختلاف دمای دیواره‌ها با سیال ۵۰درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده است.

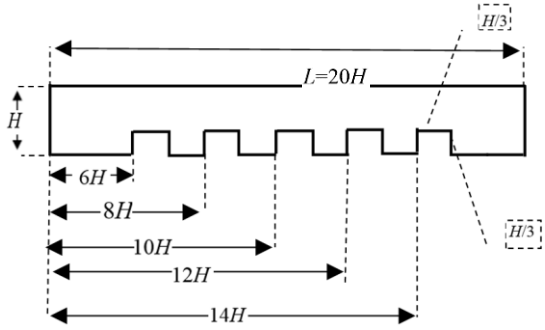
تشریح مسئله و معادلات حاکم

در این تحقیق، انتقال حرارت در یک کانال دوبعدی حاوی موانعی مربعی در دیوارهٔ پایینی بررسی می‌شود. ارتفاع کانال H، طول کانال L، طول و ارتفاع موانع به‌ترتیب H/2 و H/3 در نظر گرفته می‌شود. شکل‌های (۱) تا (٤) مدل‌های به‌کاررفته را نشان می‌دهد.

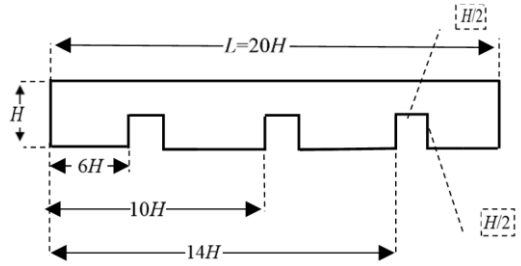
نانوسیال درون کانال با سیال پایهٔ غیرنیوتنی بوده است که از مدل توانی پیروی می‌کند. همچنین فرض سیال غیرقابل تراکم و جریان آرام برای آن در نظر گرفته می‌شود. دمای دیواره از دمای سیال بیشتر است و نانوسیال به‌صورت تک‌فاز در نظر گرفته شده است. ذرات نانوسیال دارای شکل و اندازهٔ یکسان‌اند و در تعادل ترمودینامیکی هستند. خواص سیال و نانوذرات در جدول (۱) نشان داده شده است: [33-31]



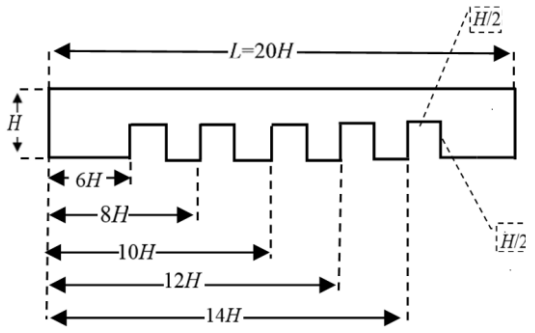
شکل ۱ کانال حاوی ۳ مانع با ارتفاع H/3



شکل ۲ کانال حاوی ۵مانع با ارتفاع H/3



شکل ۳ کانال حاوی ۳ مانع با ارتفاع H/2



شکل ٤ کانال حاوی ۵مانع با ارتفاع H/2

جدول ۱ خواص ترمو فیزیکی سیال و نانوذرات جامد

ماده	سدیم الگنیت	آلومینیم
نشانه	S. A	Al_2O_3
چگالی (kg/m^3)	۹۸۹	۳۹۷۰
$C_p(J/kg\cdot K)$	٤١٤٥	٧٦٥
ضریب جابه‌جایی $(W/m\cdot K)$	۰/٦٣٧٦	٤٠
N	۰/۸۸	-
K	۰/۰۰٥٢	-

معادلات پیو ستگی ، مومنتم و انرژی به شکل زیر هستند:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (۱)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_{nf}}\frac{\partial p}{\partial x}+ v_{nf}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (۲)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_{nf}}\frac{\partial p}{\partial y}+ v_{nf}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}}g\Delta T \qquad (۳)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha_{nf}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (٤)$$

$$v_{nf}=\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \qquad (٥)$$

$$\alpha_{nf}=\frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \qquad (٦)$$

چگالی مؤثر ρ_{nf} ، لز جت دینامیکی مؤثر μ_{nf} ، ظرفیت حرارتی $(\rho c_p)_{nf}$ و ضـــریب هدایت حرارت مؤثر k_{nf} از طریق رابطهٔ ماکســول–گرانت به‌شــکل زیر محاسبه می‌شود: [34-36]

$$\mu_{nf}=\frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \qquad (۷)$$

$$\rho_{nf}=(1-\varphi)\rho_f+\varphi\rho_s \qquad (۸)$$

$$(\rho c_p)_{nf}=(1-\varphi)(\rho c_p)_f+\varphi(\rho c_p)_s \qquad (۹)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f}=\frac{k_s+2k_f-2\varphi(k_f-k_s)}{k_s+2k_f+\varphi(k_f-k_s)} \qquad (۱۰)$$

که φ درصد حجمی نانوذرات جامد است. شرایط مرزی نیز به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

در صفحهٔ بالایی کانال:

$T=T_W, v=u=0$ در $y=H$

صفحهٔ خروجی کانال:

$\frac{\partial T}{\partial x}=0, \frac{\partial u}{\partial x}=0$ در $x=L, 0\le y\le H$

صفحهٔ پایینی کانال:

$T=T_W, u=v=0$ در $y=0$

بر روی هر مانع:

$T=T_W, u=v=0$

در سیال ورودی:

$T=T_{in}, u=U_{in}, v=0$ در $x=0$ و $0\le y\le H$

برای بی‌بعد سازی از تعاریف زیر ا ستفاده خواهیم کرد:

$$X=\frac{x}{H}, \quad Y=\frac{y}{H}, \quad U=\frac{u}{U_{in}}$$

$$V=\frac{v}{U_{in}}, \quad P=\frac{P}{\rho_{nf}U_{in}^2}, \quad \theta=\frac{T-T_{in}}{T_W-T_{in}}$$

فرم بی‌بعدشده معادلات به‌شکل زیر خواهد شد:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \qquad (۱۱)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{\rho_f}{Re_H\rho_{nf}(1-\varphi)^{2.5}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \qquad (۱۲)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+v\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{\rho_f}{Re_H\rho_{nf}(1-\varphi)^{2.5}}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+\frac{\frac{Ri}{Pr}\beta_{nf}}{\beta_f}\Delta\theta \qquad (۱۳)$$

که در آن:

$$\mathrm{Pr}=\frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (14)$$

$$U\frac{\partial\theta}{\partial X}+V\frac{\partial\theta}{\partial Y}=\frac{k_{nf}(\rho\, c_p)_f}{k_f(\rho\, c_p)_{nf}\mathrm{pr.Re_H}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \quad (15)$$

همچنین برای شرایط مرزی خواهیم داشت:

در صفحهٔ بالایی کانال:

$$\theta=1\,,V=U=0 \quad \text{در} \quad y=1$$

صفحهٔ خروجی کانال:

$$\frac{\partial\theta}{\partial X}=0\,,\frac{\partial U}{\partial X}=0 \quad \text{در} \quad x=\frac{L}{H}\,, \qquad 0\le y\le 1$$

صفحهٔ پایینی کانال:

$$\theta=1\,,U=V=0 \text{ at } y=0$$

بر روی هر مانع:

$$\theta=1\,,U=V=0$$

در سیال ورودی:

$$\theta=0\ ,U=1\ ,V=0 \quad \text{در} \quad X=0\,,\ 0\le Y\le 1$$

برای محاسبه عدد ناسلت:

$$\mathrm{Nu}=\frac{h.H}{k_f} \quad (16)$$

که در آن h ضریب جابه‌جایی حرارتی است که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$h=\frac{q_w}{T_w-T_{in}} \quad (17)$$

$$q_w=-k_{nf}\frac{\partial T}{\partial n} \quad (18)$$

که:

$$\frac{\partial T}{\partial n}=\vec{\nabla}T.\hat{n} \quad (19)$$

از ترکیب معادلات (16) تا (18) عدد ناسلت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathrm{Nu}=-\frac{k_{nf}\left(\partial T/\partial n\right)H}{k_f(T_W-T_{in})} \quad (20)$$

میزان عدد ناسلت متوسط در دیوارهٔ پایینی و بالایی به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

روی دیوارهٔ پایینی:

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{1}{S}\int_0^s \mathrm{Nu}\cdot ds \quad (21)$$

روی دیوارهٔ بالایی:

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{1}{L}\int_0^L \mathrm{Nu}\cdot dx \quad (22)$$

برای تعیین ضریب اصطکاک پوسته‌ای موضعی خواهیم داشت: [37]

$$C_{fx}=2\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial U}{\partial Y}\Big|_{x,0} \quad (23)$$

همچنین ضـــریب عملکرد حرارتی η با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود: [24]

$$\eta=\frac{\overline{\overline{Nu}}}{\overline{\overline{Nu_0}}}{\left(\frac{\bar{\bar{f}}}{\bar{\bar{f}}_0}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (24)$$

که در آن $\overline{\overline{Nu_0}}$ و f_0 به‌ترتیب عدد ناسلت متوسط و ضریب اصطکاک در حالت بدون مانع و بدون نانوذرات جامد است.

برای تعیین جابه‌جایی ترکیبی نیازمند تعریف اعداد بی‌بعد مانند اعداد ریچاردسون، گراشف و رینولدز هستیم که این پارامترهای بدون بعد برای سیالی که از قانون توانی پیروی می‌کند، به‌شکل زیر تعریف شده است [38,39]:

$$\mathrm{Ri}=\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2} \quad (25)$$

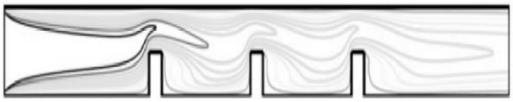
$$\mathrm{Gr}=\frac{\rho^2H^{2+n}(g\beta\Delta T)^{2-n}}{k^2} \quad (26)$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho v^{2-n}H}{8^{n-1}k\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \quad (27)$$

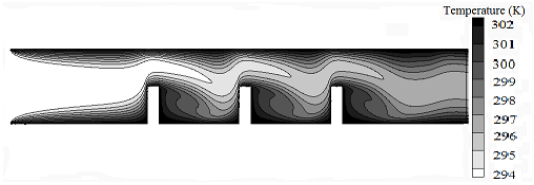
روش حل عددی

از شبکه‌بندی به تعداد ۸۰۰×۴۰ استفاده شده است. گسسته‌سازی معادلات با استفاده از روش اجزا محدود و الگوریتم سیمپلر برای اتصال سرعت و فشار و از روش الگوریتم روبه‌جلو مرتبهٔ اول برای گسسته‌سازی فرایند جابه‌جایی و انتشار استفاده شده است. برای

بررسی صحت نتایج در روش‌های انتخاب‌شده و اعتبارسنجی، محاسبات با نتایج حیدری [29] حاوی کانالی با ۳مانع حاوی نانوسیال آب‌مس با کسر حجمی ۱۰درصد و عدد رینولدز ۱۰۰ استفاده شده است. شکل‌های (۵) و (٦) خطوط هم‌دمای حاصل از مرجع [29] و تحقیق حاضر را نشان می‌دهد.

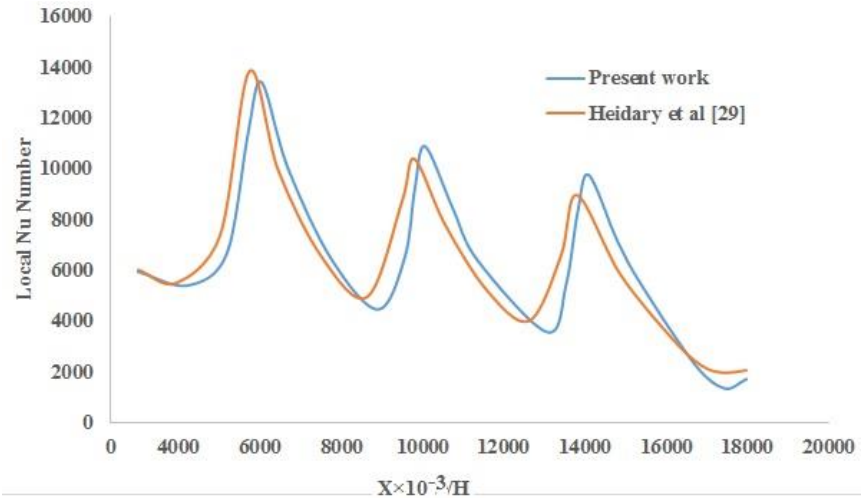


شکل ۵ خطوط هم‌دما در Re=100 و φ=10 درصد [29]

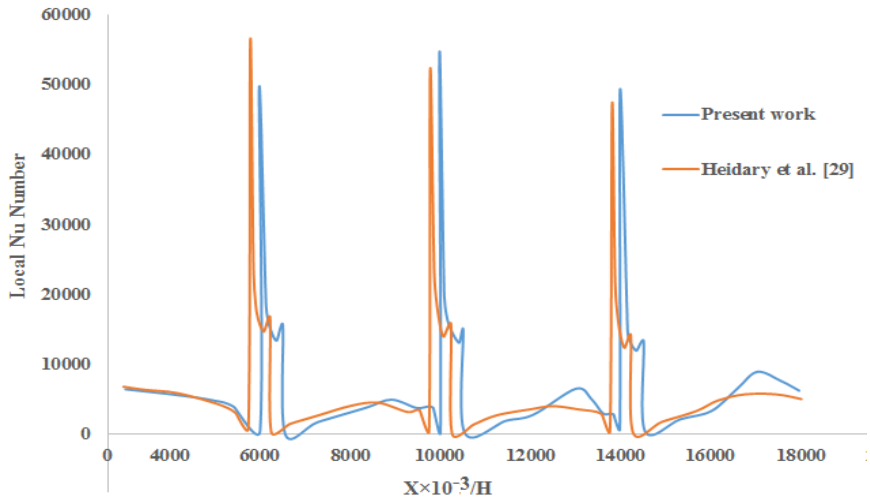


شکل ٦ خطوط هم‌دما در Re=100 و φ=10 درصد با استفاده از روش مقالهٔ حاضر

همچنین شکل‌های (۷) و (۸) میزان عدد ناسلت موضعی درون کانال را در دیوارهٔ بالایی و پایینی نشان می‌دهند.



شکل ۷ تغییرات عدد ناسلت موضعی درون کانال در طول دیوارهٔ بالایی در Re=100, ϕ=10 درصد در مقایسه با مرجع [29]



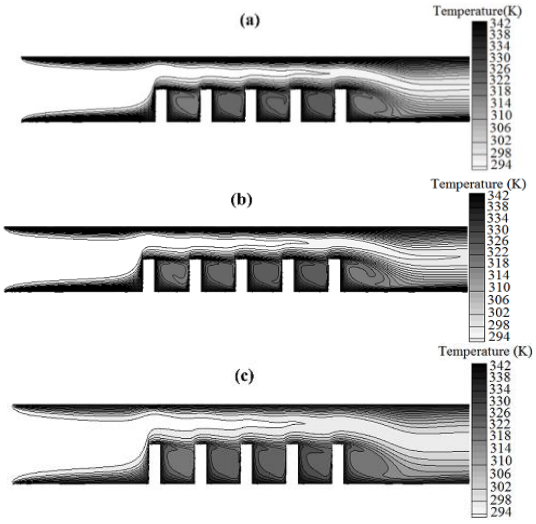
شکل ۸ تغییرات عدد ناسلت در طول دیوارهٔ پایینی کانال در Re=100 ϕ=10 درصد در مقایسه با مرجع [29]

نتایج

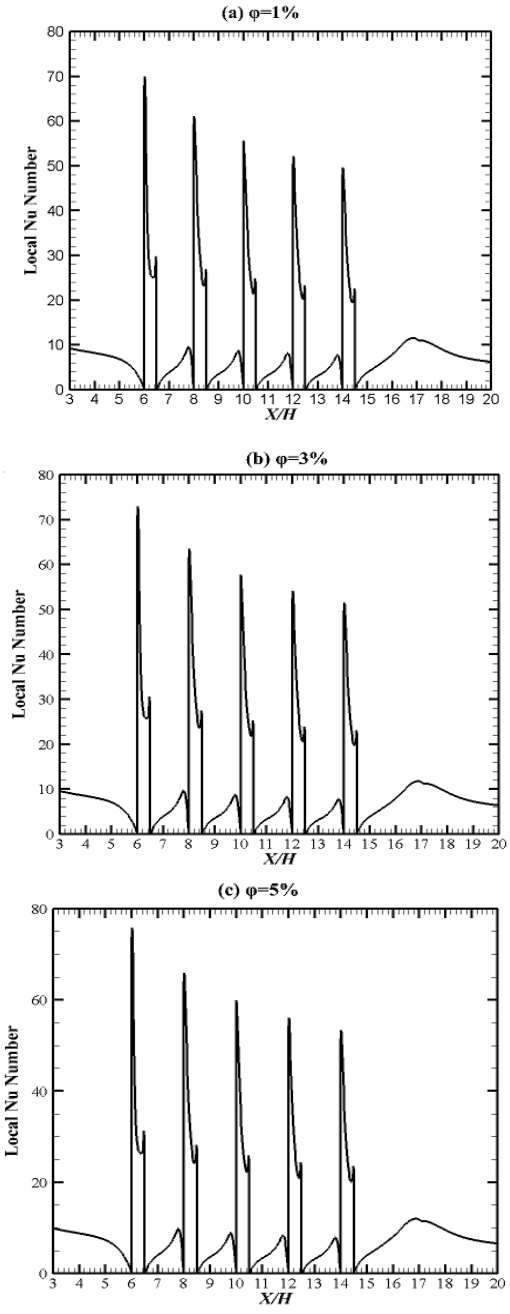
در مطالعهٔ حاضر اثرات کسر حجمی ذرات جامد، ارتفاع موانع، تعداد موانع و عدد رینولدز بر انتقال حرارت ترکیبی بررسی شد. باتوجه‌به این‌که انتقال حرارت ترکیبی در محدودهٔ $0.5 \leq Ri \leq 1.5$ محسوس‌تر بوده (به‌ویژه در$Ri=1$ که کاملا جابه‌جایی ترکیبی می‌شود) بررسی اثرات کسر حجمی ذرات جامد، تعداد موانع و ارتفاع موانع بر شاخص حرارتی در $Ri=1$ انجام شده است. لازم به ذکر است که در این مطالعه اختلاف دمای دیواره‌ها با سیال ۵۰درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده است.

بررسی اثر کسر حجمی ذرات جامد

در شکل (۹) خطوط هم‌دما برای $Ri=1$ در کانال حاوی ۵مانع با ارتفاع $H/2$ را نشان می‌دهد. به‌وضوح مشخص است که با افزایش کسر حجمی ذرات جامد، لایهٔ مرزی حرارتی افزایش می‌یابد. شکل (۱۰) نمودار تغییرات عدد ناسلت را در طول دیواره نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عدد ناسلت در طول دیوارهٔ پایینی کانال با افزایش کسر حجمی ذرات جامد افزایش ناچیزی خواهد داشت.



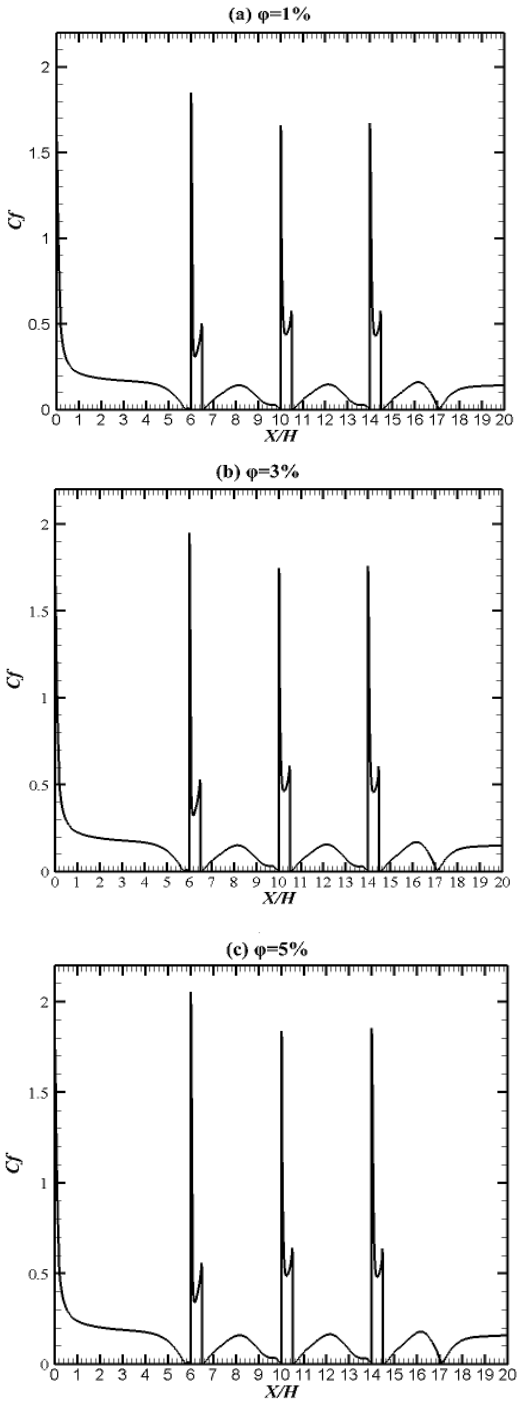
شکل ۹ خطوط هم‌دما در $Ri=1$ و (a) کسر حجمی1درصد (b) کسر حجمی 3درصد (c) کسر حجمی 5درصد



شکل ۱۰ تغییرات عدد ناسلت داخلی در طول دیوارهٔ پایینی کانال در $Ri=1$ و ارتفاع موانع $H/2$ با کسر حجمی ذرات جامد (a) 1 درصد (b) ۳ درصد (c) ۵ درصد

همچنین در شکل (۱۱)، نمودار تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای برای کسر حجمی مختلف در $Ri=1$ رسم شده است. باتوجه‌به نمودارهای شکل (۱۱) می‌توان گفت که ضریب اصطکاک پوسته‌ای با افزایش

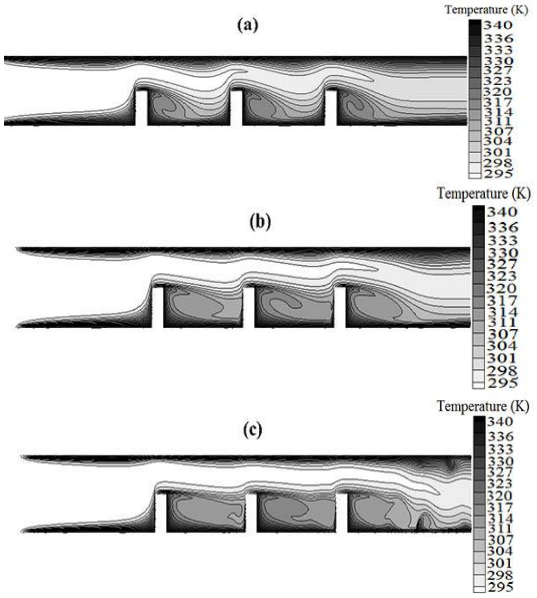
کسر حجمی نانوذرات جامد تغییر بسیار اندک خواهد داشت و به مقدار ناچیزی افزایش می‌یابد.



شکل ۱۱ تغییرات ضریب اصطکاک در طول دیوارهٔ پایینی کانال در Ri=1، ارتفاع موانع H/2 و کسر حجمی ذرات جامد (a) ۱درصد (b) ۳درصد (c) ۵درصد

بررسی اثر عدد رینولدز

شکل (۱۲) خطوط دما برای اعداد رینولدز ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ را نشان داده است. با افزایش عدد رینولدز، لایهٔ مرزی حرارتی کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود، خطوط هم‌دما با افزایش عدد رینولدز در نزدیکی موانع فشرده‌تر شده که نشان‌دهنده افزایش گرادیان دما در نزدیکی موانع است.

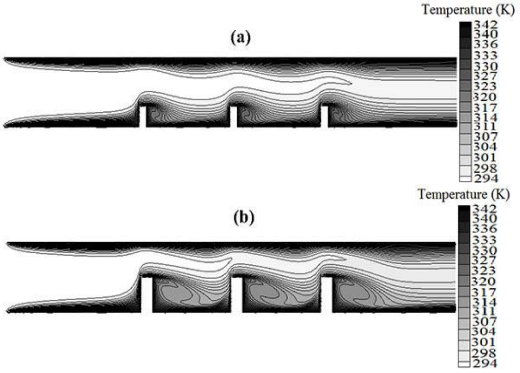


شکل ۱۲ خطوط هم‌دما برای (a) Re=50 (b) Re=100 (c) Re=150

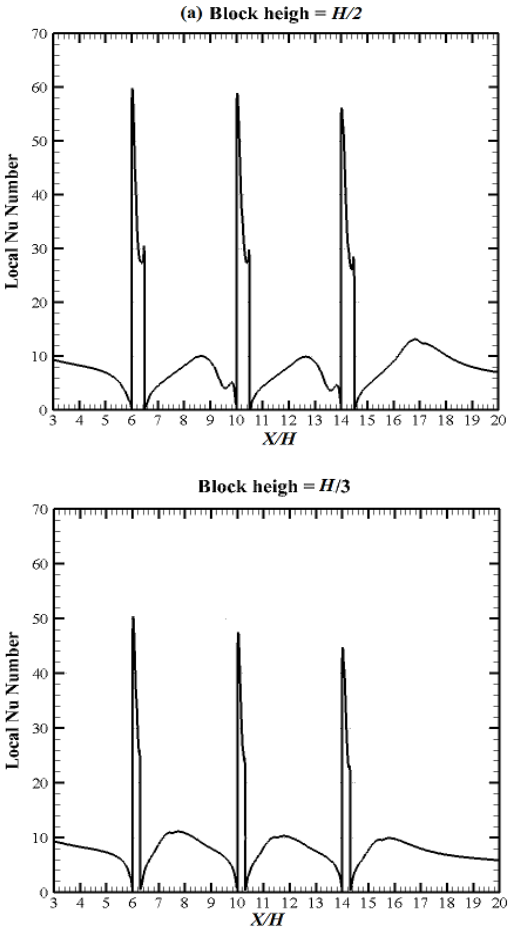
اثر ارتفاع موانع

در شکل (۱۳) تغییرات خطوط هم‌دما با افزایش ارتفاع دیواره‌ها قابل مشاهده است. این تغییرات برای Ri=1 و کسر حجمی ۱ درصد نشان داده شده‌اند. همچنین شکل (۱٤) تغییرات عدد ناسلت را در طول دیوارهٔ پایینی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، در کنار موانع میزان گرادیان دما بسیار افزایش می‌یابد که همین امر سبب افزایش عدد ناسلت و جهش در نمودار خواهد شد. با افزایش ارتفاع موانع، این جهش با افزایش ۲۰درصدی روبه‌رو شده است. در شکل (۱۵) منحنی تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای در طول دیوارهٔ پایینی کانال رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کاهش

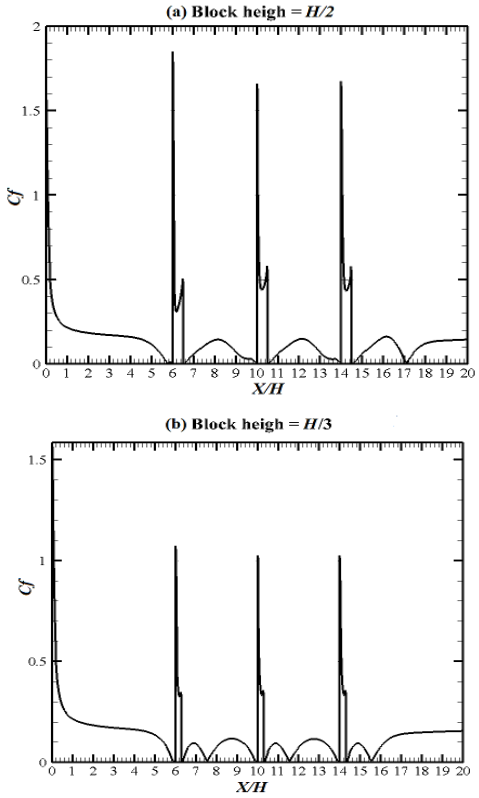
ارتفاع موانع در کانال تغییر چشمگیری در میزان ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر موانع خواهد داشت.



شکل ۱۳ خطوط هم‌دما برای (a) ارتفاع موانع H/3 (b) ارتفاع موانع H/2



شکل ١٤ تغییرات عدد ناسلت در طول دیوارهٔ پایینی کانال در Ri=1 (a) ارتفاع موانع H/3 (b) ارتفاع موانع H/2

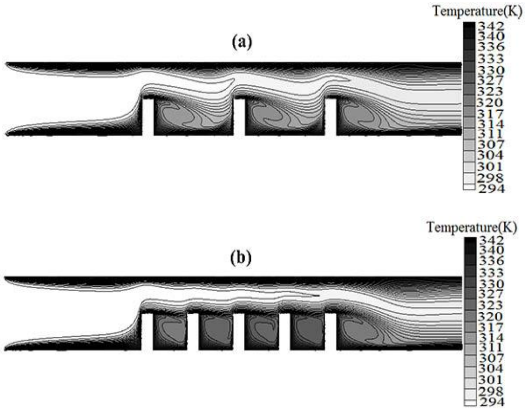


شکل ۱۵ تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای در طول دیوارهٔ پایینی کانال در Ri=1 (a) ارتفاع موانع H/3 (b) ارتفاع موانعH/2

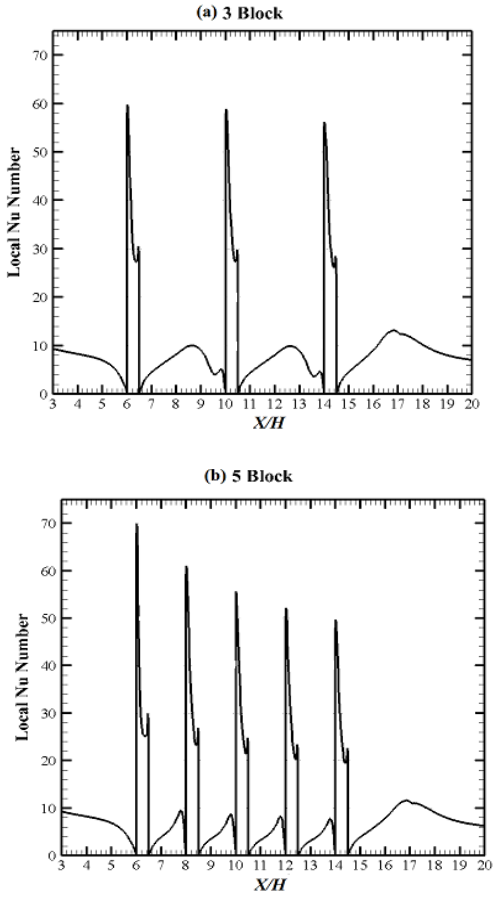
بررسی اثر تعداد موانع

در شکل (١٦) خطوط هم‌دما را در حالتی که تعداد موانع ۳ و ۵ عدد باشند، برای کسر حجمی ذرات ۱درصد، Ri=1 و ارتفاع دیوارهٔ H/2 نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش تعداد موانع به ۵، سبب کاهش فضای بین ۲ مانع می‌شود و فرصت ورود جریان به ناحیهٔ بین ۲ مانع را نمی‌دهد. همین امر سبب کاهش حدود ۳/۵ درصدی عدد ناسلت متوسط در کانال حاوی ۵ مانع نسبت به کانال حاوی ۳مانع شده است. در شکل (۱۷) می‌توان تغییرات عدد ناسلت را در طول دیوارهٔ پایینی مشاهده کرد. در اولین مانع میزان جهش عدد ناسلت در حالت ۵مانع بیشتر از ۳مانع است، ولی میزان کاهش نقاط حداکثری در حالت ۵مانع بیشتر از ۳ مانع است که دلیل این امر را می‌توان به کاهش فاصلهٔ موانع و ناتوانی سیال برای بازگشت بین موانع ذکر کرد.

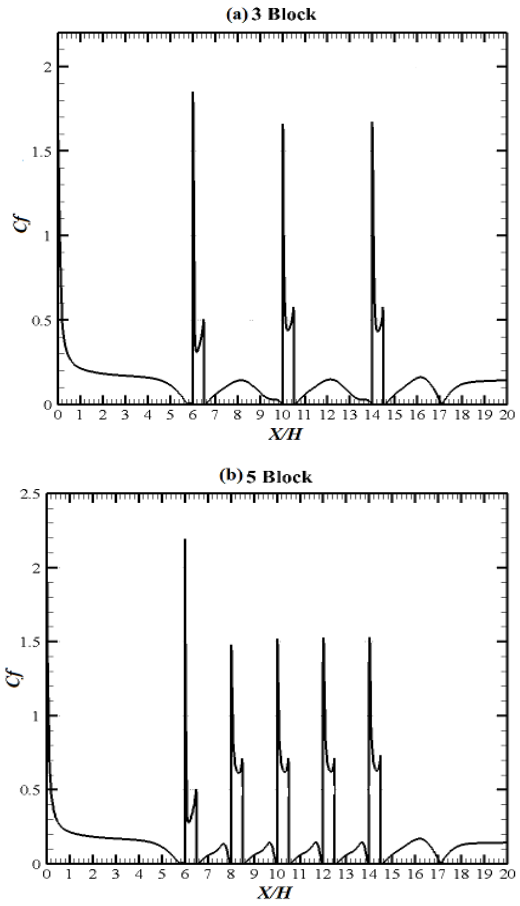
همچنین شکل (۱۸) تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای را در طول دیوارهٔ پایینی نشان می‌دهد.



شکل ۱۶ خطوط هم‌دما برای Ri=1، ارتفاع موانع H/3 (a) کانال حاوی 3مانع (b) کانال حاوی 5مانع



شکل ۱۷ عدد ناسلت داخلی در طول دیوارهٔ پایینی کانال برای Ri=1، ارتفاع موانع H/3 (a) کانال حاوی 3مانع (b) کانال حاوی 5مانع



شکل ۱۸ ضریب اصطکاک پوسته‌ای برای ریچاردسون 1، ارتفاع موانع H/3 (a) کانال حاوی 3مانع (b) کانال حاوی 5مانع

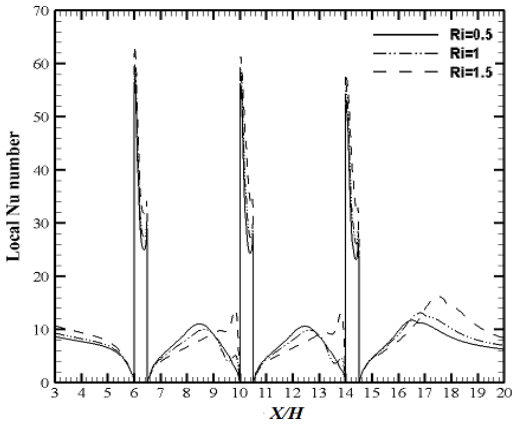
بررسی اثر عدد ریچاردسون

در شکل (۱۹) تغییرات عدد ناسلت در طول دیوارهٔ پایینی در اعداد ریچاردسون مختلف رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، میزان ناسلت با افزایش عدد ریچاردسون کم می‌شود. همین اتفاق برای ضریب اصطکاک نیز رخ داده که در شکل (۲۰) نشان داده شده است.

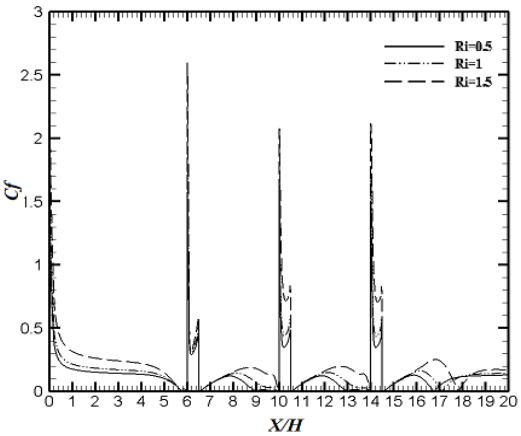
شکل شماره (۲۱) تغییرات عدد ناسلت متوسط را در دیوارهٔ پایینی کانال برای کسر حجمی ذرات جامد ۱درصد، ۳درصد و ۵درصد در اعداد ریچاردسون ۰/۵، ۱ و ۱/۵ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش کسر حجمی ذرات جامد سبب افزایش ناسلت متوسط خواهد شد، اما با افزایش عدد ریچاردسون، ناسلت متوسط کم می‌شود. همین اتفاق برای ضریب

اصطکاک پوسته‌ای نیز رخ می‌دهد که در شکل (۲۲) نمایش داده شده است، هرچند میزان افزایش ضریب اصطکاک در اثر افزایش کسر حجمی ذرات جامد بسیار ناچیز است.

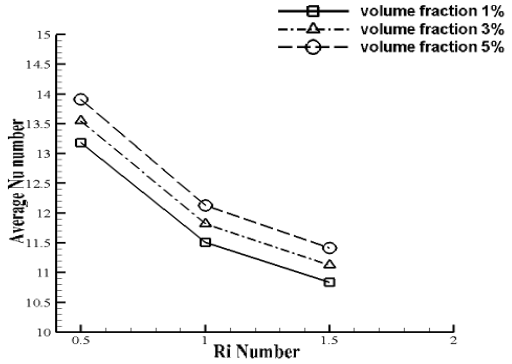
شکل (۲۳) نیز تغییرات ضریب عملکرد در طول دیوارهٔ پایینی برای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون و کسر حجمی ذرات جامد نشان می‌دهد. افزایش کسر حجمی ذرات جامد سبب کاهش بسیار ناچیز ضریب عملکرد خواهد شد، اما افزایش عدد ریچاردسون ضریب عملکرد را افزایش خواهد داد.



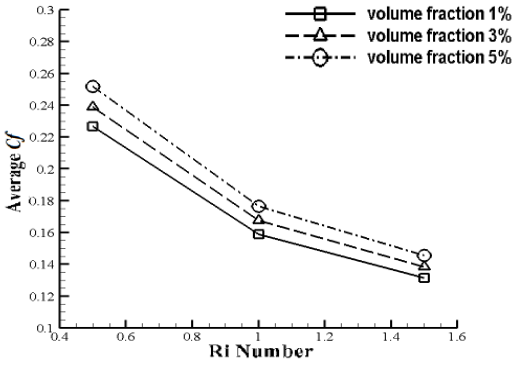
شکل ۱۹ منحنی تغییرات عدد ناسلت داخلی در طول دیوارهٔ پایینی کانال برای کسر حجمی ذرات جامد ۱درصد و ارتفاع موانع H/2 در اعداد ریچاردسون مختلف



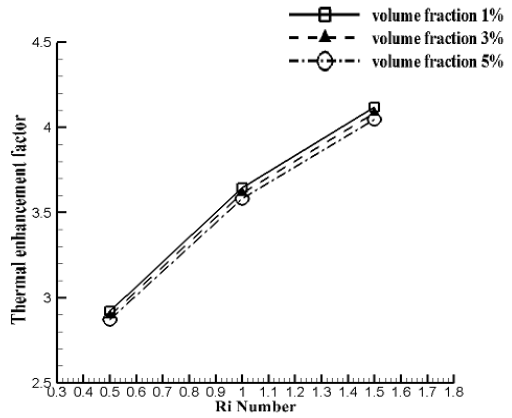
شکل ۲۰ منحنی تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای در طول دیوارهٔ پایینی کانال برای کسر حجمی ذرات جامد ۱درصد و ارتفاع موانع H/2 در اعداد ریچاردسون مختلف



شکل ۲۱ تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد ریچاردسون مختلف برای کسر حجمی نانوذرات مختلف در طول دیوارهٔ پایینی کانال



شکل ۲۲ تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط در اعداد ریچاردسون مختلف برای کسر حجمی نانوذرات مختلف در طول دیوارهٔ پایینی کانال



شکل ۲۳ نمودار میزان بازدهی حرارتی در اعداد ریچاردسون مختلف برای کسر حجمی نانوذرات مختلف در طول دیوارهٔ پایینی کانال

نتیجه‌گیری

به‌طورکلی می‌توان باتوجه‌به نمودارهای به‌دست‌آمده نتایج زیر را به‌دست آورد:

۱. افزایش کسر حجمی ذرات جامد، سبب افزایش انتقال حرارت و در نتیجه عدد ناسلت خواهد شد. همچنین میزان ضریب اصطکاک پوسته‌ای افزایش می‌یابد. دراین‌میان، ضریب عملکرد حرارتی نیز به‌مقدار ناچیزی کم می‌شود.

۲. افزایش عدد رینولدز سبب افزایش انتقال حرارت خواهد شد

۳. تغییر ارتفاع موانع از H/3 به H/2 سبب افزایش ۲۰درصدی نقطهٔ حداکثر جهش در عدد ناسلت خواهد شد که دلیل این امر را می‌توان افزایش گرادیان دما در نزدیکی موانع دانست که با افزایش ارتفاع موانع این گرادیان دما افزایش می‌یابد. همچنین میزان انتقال حرارت حدود ۱۰درصد و ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط حدود ۱۳درصد افزایش می‌یابد.

٤. افزایش تعداد موانع از ۳ به ۵ عدد سبب کاهش فضای بین ۲ مانع می‌شود و فرصت ورود جریان به ناحیهٔ بین ۲ مانع را نمی‌دهد. همین امر سبب کاهش حدود ۳/۵ درصدی عدد ناسلت متوسط می‌شود. به همین دلیل، افزایش تعداد موانع حتما به‌معنی افزایش انتقال حرارت نخواهد بود و برای آن یک حد بهینه باید مشخص شود.

۵. با افزایش عدد ریچاردسون ضریب عملکرد افزایش می‌یابد این درحالی است که ضریب اصطکاک و عدد ناسلت متوسط کم خواهد شد.

فهرست علائم

C_{xf}	ضریب اصطکاک پوسته‌ای موضعی
C_p	ظرفیت گرمایی در فشار ثابت $(J.kg^{-1}K^{-1})$
f	ضریب اصطکاک
Gr	عدد گراشهف
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی $(Wm^{-2}K^{-1})$
H,L	ارتفاع و طول کانال (m)
k	ضریب انتقال حرارت رسانش $(W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$
Nu	عدد ناسلت
$\overline{Nu}$	عدد ناسلت متوسط
P	فشار $(kgm^{-1}s^{-2})$
Pr	عدد پرانتل
Re	عدد رینولدز
Ri	عدد ریچاردسون
T	دما (K)
u,v	مؤلفه‌های سرعت (ms^{-1})
U,V	مؤلفه‌های سرعت بدون بعد

علائم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی (m^2s^{-1})
β	ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})
η	ضریب عملکرد حرارتی
θ	دمای بدون بعد
μ	لزجت دینامیکی $(kgm^{-1}s^{-1})$
ν	ویسکوزیته سینماتیکی (m^2s^{-1})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
φ	کسر حجمی ذرات جامد

زیرنویس‌ها

f	سیال خالص
nf	نانوسیال

مراجع

1. Karimi, H., Ahmadi Danesh-Ashtiani, H., Aghanajafi, C., "Applying multiple decomposition methods and optimization techniques for achieving optimal cost in mixed materials heat exchanger networks",

International Journal of Energy research, Vol. 43, pp. 3711–3722, (2019).

2. Xuan, Y., Li, Q., "Investigation on convective heat transfer and flow features of Nano fluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 151-155, (2003).
3. Karimi, H., Ashtiani, H., Aghanajafi, C., "Study of mixed materials heat exchanger using optimization techniques", *Journal of Engineering*, Design and Technology, Vol.17 (2) , pp.414-433, (2019).
4. Choi, S., Eastman, J., Li, S., " Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based Nano-fluids containing copper Nano-particles", *Applied Physics*, Vol. 78, pp. 718-720, (2001).
5. Zhou, X., Jiang, Y., Li, X., " Numerical investigation of heat transfer enhancement and entropy generation of natural convection in a cavity containing nano liquid-metal fluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 106, pp. 46-54, (2019).
6. Seyedi, S., Saray, B., Chamkha, A., " Heat and mass transfer investigation of MHD Eyring–Powell flow in a stretching channel with chemical reactions", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 544, In press, (2020). https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.124109.
7. Hojjat, M., Bagheri, S., "Thermal conductivity of non-Newtonian Nano fluids: Experimental data and modeling using neural network", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 1017-1023, (2011).
8. Hatami, M., Ganji, D., "Natural convection of sodium alginate (SA) non-Newtonian Nano fluid flow between two vertical flat plates by analytical and numerical methods", *Heat Transfer*, Vol. 2, pp. 14-22, (2014).
9. Yu, Z., Hu, X., Cen, K., " Numerical study of transient buoyancy-driven convective heat transfer of water-based nanofluids in a bottom-heated isosceles triangular enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 526-532, (2011).
10. Hakan, E., Oztop, F., "Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with Nano fluids", *International Journal of Heat and Fluid*, Vol. 29, pp. 1326-1336, (2008).
11. Pandiyaraj, P., Gnanavelbabu, A., Saravanan, P., " Experimental Analysis on Thermal Performance of Fabricated Flat Plate Heat Pipe Using Titanium Dioxide Nanofluid", *Materials Today: Proceeding*, Vol. 5, pp. 8414-8423, (2018).
12. Lotfi, Y., Rashidi, A., "Numerical study of forced convective heat transfer of Nano fluids: Comparison of different approaches", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 74-78, (2010).
13. Xu, I., "Fully developed mixed convection flow in a vertical channel filled with nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 1086-1092, (2012).
14. Dalia, I., Cimpean, S., "Fully developed mixed convection flow of a nanofluid through an inclined

channel filled with a porous medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55,No. 4, pp. 907-914, (2012).

۱۵. سایه‌وند، ح. ا، ب صیری پ. "برر سی عددی و تحلیلی اثرات تفرق حرارتی بر انتقال حرارت جریان نانو سیال درون یک کانال". علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، دوره ۲۹، شماره۲، (۲۰۱۸).

۱۶. سجادی‌فر، س. ع، کریمی‌پور، آ، طغرایی، د. "شبیه‌سازی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال غیرنیوتنی محلول آبی کربوکسی متیل سلولز-اکسید آلومینیم در یک میکرولوله در رژیم لغزشی". علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، دوره ۲۸، شماره ۱، (۲۰۱۶).

۱۷. کاهانی، م، زینالی هریس، س. مو سوی، س. "اثر نسبت انحنا و طول گام لولهٔ مارپیچی بر افت فشار و عملکرد حرارتی جریان آرام نانوسیال تیتان/آب". علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، دوره ۲۵، شماره ۱، (۲۰۱٤).

18. Togun, T., Kazi, S., Badarudin, A., "A review of studies on forced natural and mixed heat transfer to fluid and Nano fluid flow in an annular passage", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 39, pp. 835-856, (2014).
19. Karimipour, A., D'Orazio, A., Shadloo, M., "The effects of different nano particles of Al_2O_3 and Ag on the MHD nano fluid flow and heat transfer in a microchannel including slip velocity and temperature jump", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 86, pp. 146-153, (2017).
20. Anirudh, K., Dhinakaran, S., "Performance improvement of a flat-plate solar collector by inserting intermittent porous blocks", *Renewable Energy*, Vol. 145, pp. 428-441, (2020).
21. Yu, Y., Zhang, J., Shan, Y., "Convective heat transfer of a row of air jets impingement excited by triangular tabs in a confined crossflow channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 80, pp. 126-138, (2015).
22. Guerroudj, H., "Mixed convection in a channel provided with heated porous blocks of various shapes", *Energy Conversion and Management*, Vol. 51, pp. 505-517, (2010).
23. Promvonge, S., Kwankaomeng, S., "Laminar periodic flow and heat transfer in square channel with 45_ inline baffles on two opposite walls", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49 pp. 963-975, (2010).
24. Promvonge, S., Tamna, S., Thianpong, C., "Numerical investigation of laminar heat transfer in a square channel with 45° inclined baffles", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 170-177, (2010).
25. Kumar, T., Kumar, S., "Performance analysis on heat transfer characteristics of heat SINK with baffles attachment", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 142, pp. 14-19, (2019)
26. Esfe, M., Arani, A., Niroumand, A., Yan, W., " Mixed convection heat transfer from surface-mounted block heat sources in a horizontal channel with nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 89, pp.783-791, (2015).
27. Targui, H., "Analysis of a double pipe heat exchanger performance by use of porous baffles and

pulsating flow", *Energy Conversion and Management*, Vol. 76, pp. 43-54, (2013).

28. Ahmed, N., Yusoff, M., "Numerical investigations on the heat transfer enhancement in a wavy channel using Nano fluid", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5891-5898, (2012).
29. Heidary, M., "Heat transfer enhancement in a channel with block(s) effect and utilizing Nano-fluid", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 57, pp. 163-171, (2012).
30. Nayak, A., Weigand, B., "Mixing and heat transfer in micro/nano-channel due to charged corrugated surfaces", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 170, pp. 114979, (2020).
31. Pawar, V., "Experimental studies on heat transfer to Newtonian and non-Newtonian fluids in helical coils with laminar and turbulent flow", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 44, pp. 792-804, (2013).
32. Khalid, W., "CFD studies on natural convection heat transfer of Al2O3-water Nano fluids", *Heat Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 1301-1310, (2011).
33. Sharma, M., Kristo, S., Corredig, M., "Effect of hydrocolloid type on texture of pureed carrots: Rheological and sensory measures", *Food Hydrocolloids*, Vol. 63, pp. 478-487, (2017).
34. Bae, C., Halloran, J., "Concentrated suspension-based additive manufacturing – viscosity, packing density, and segregation", *Journal of the European Ceramic Society*, Vol.39, pp. 4299-4306, (2019).
35. Hatami, M., "Heat transfer and flow analysis for SA-TiO2 non Newtonian Nano fluid passing through the porous media between two coaxial cylinders", *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 188, pp. 155-161, (2013).
36. Hatami, N., M, Ganji, M., "Forced convection analysis for MHD Al2O3–water Nano fluid flow over a horizontal plate", *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 187, pp. 294-301, (2013).
37. Ahmed, N., Yusoff, M., Al-Falahi, A., "Numerical investigations of flow and heat transfer enhancement in a corrugated channel using Nano fluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 1368-1375, (2011).
38. Chandra, A., "Laminar free convection from a horizontal semi-circular cylinder to power-law fluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 2934–2944, (2012).
39. Chhabra, J., "Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications", second ed., Oxford: Butterworth- Heinemann, (2008).

Numerical analysis of mix convection non-Newtonian Nano fluid in a channel with block

Kourosh Javaherdeh[1] Habib Karimi[2]

1- Introduction

Mixed convection is one of the process of the heat transfer that used in the most applications such as HVAC systems, heat exchangers and refrigerant industrials for Newtonian and Non-Newtonian fluids. Nano fluids is used to increase heat transfer. In this research, studied a mixed convection heat transfer based on Non-Newtonian Nano fluids in rectangular channel with blocks. These blocks have same geometry with various height. Sodium Alginate is as Non-Newtonian fluid and used Aluminum dioxide as Nano particles. Some parameters are as variable parameter such as effect of the number and height of the blocks, Reynolds number, Richardson number, volumetric fraction of Nano particles, Nusselt number and friction coefficient.. It's used SIMPLE algorithm to solve the governing equations including Continuity, momentum and energy. Temperature of the inlet fluid is constant and it's less than wall temperatures. Also, wall temperature have in Isothermal and difference temperature is 50 C between wall and inlet temperatures. .

2-Geometry and governing equations

Height of the channel is H, length of the channel is L, length and height of the blocks are H/2 and H/3 respectively. Figure 1 shows geometry of channel with blocks.

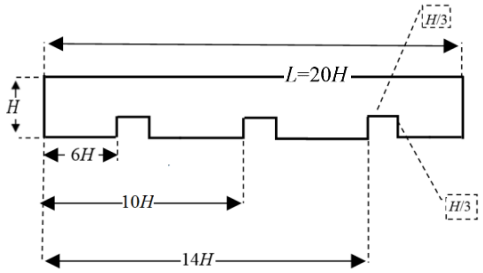


Fig. 1. Channel with three blocks

To simplify the governing equations, assumed that fluid is incompressible, laminar, single phase Wall of temperature is more than fluid temperature and Continuity, momentum and energy equations are as follows:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_{\mathrm{nf}}}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu_{\mathrm{nf}}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_{\mathrm{nf}}}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu_{\mathrm{nf}}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\frac{(\rho\beta)_{\mathrm{nf}}}{\rho_{\mathrm{nf}}}\,g\Delta T \tag{3}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha_{\mathrm{nf}}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{4}$$

$$\nu_{\mathrm{nf}}=\frac{\mu_{\mathrm{nf}}}{\rho_{\mathrm{nf}}} \tag{5}$$

$$\alpha_{\mathrm{nf}}=\frac{k_{\mathrm{nf}}}{(\rho c_{\mathrm{p}})_{\mathrm{nf}}} \tag{6}$$

Effective densityρ_{nf}, effective dynamic viscosityμ_{nf}, thermal capacity $(\rho c_{\mathrm{p}})_{\mathrm{nf}}$ and effective thermal conductivity k_{nf} are as follows :

$$\mu_{\mathrm{nf}}=\frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \tag{7}$$

$$\rho_{\mathrm{nf}}=(1-\varphi)\rho_{\mathrm{f}}+\varphi\rho_{\mathrm{s}} \tag{8}$$

$$(\rho c_{\mathrm{p}})_{\mathrm{nf}}=(1-\varphi)(\rho c_{\mathrm{p}})_{\mathrm{f}}+\varphi(\rho c_{\mathrm{p}})_{\mathrm{s}} \tag{9}$$

$$\frac{k_{\mathrm{nf}}}{k_{\mathrm{f}}}=\frac{k_{\mathrm{s}}+2k_{\mathrm{f}}-2\varphi(k_{\mathrm{f}}-k_{\mathrm{s}})}{k_{\mathrm{s}}+2k_{\mathrm{f}}+\varphi(k_{\mathrm{f}}-k_{\mathrm{s}})} \tag{10}$$

Top and bottom plates of the channel are in the same temperature ($\boldsymbol{T=T_w}$).

3-Numerical solution method

Number of the mesh is considered 40*800 for geometry of the channel. Discretization of equations are used finite element method and it used Simple algorithm to solve pressure and velocity equations. Also, it used forwards first order for discretization of convection and diffusion.

For validation, results of this research are compared with Ref.[29] for volumetric friction and Reynolds number. Figure 2 shows Nusselt number for this study compared with Ref. [29].

4-Results

This research has been investigated effect of the length and height blocks, Reynolds number (Re) and volumetric fraction on mixed convection heat

[1] Corresponding Author: Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran, E-mail: javaherdeh@guilan.ac.ir.

[2]Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Roudsar and Amlash branch, Islamic Azad University, Roudsar, Iran.

transfer. Richardson number (Ri) is between $0.5 \leq Ri \leq 1.5$ and Re=1. Figure 3 shows isothermal lines for Ri=1 in channel with five blocks. By increasing volumetric fraction of Nano particles, thermal boundary layer increased.

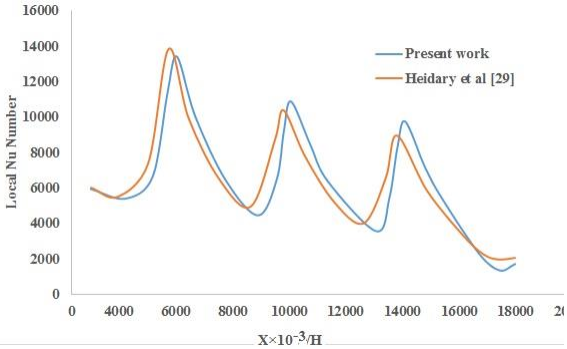


Fig. 2. Nusselt number on top wall by Re=100, ϕ=10% compared with [29]

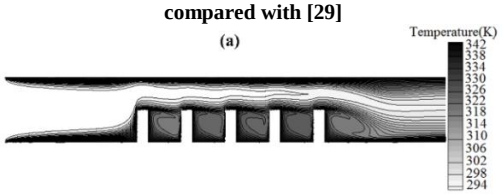


Fig. 3. Isothermal lines in Ri=1 and ϕ=1%

Nusselt number on bottom of the wall had a bit increases with increasing volumetric fraction of Nano particles. Fig. 4 shows change of friction coefficient for various volumetric fraction of Nano particles in Ri=1. As seen, friction coefficient had a bit increases by increasing volumetric fraction of Nano particles.

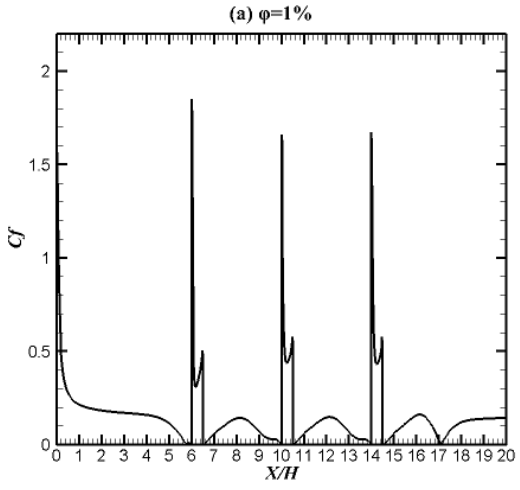


Fig. 4. Friction coefficient on bottom wall in Ri=1 and ϕ=1%

Figure 5 shows isothermal lines in Re=50. By increasing Reynolds number, thermal boundary layer decreased. As seen, isothermal lines got closer to each other by increasing Reynolds number. It is showed that the temperature gradient increased near to the blocks. Figure 6 showed change of the Nusselt number on the bottom walls. As seen, temperature gradient is increased on near to blocks that led to increase Nusselt number. By increasing number of the blocks, space of the locks are reduced and flow couldn't move between blocks very well therefore, average Nusselt number is reduced almost 3.5%. By increasing Richardson number, Nusselt number is reduced and average Nusselt number is increased by increasing volumetric fraction of Nano particles. Friction coefficient isn't remarkable change by increasing volumetric fraction of Nano particles. Nusselt number is increased almost 20% by increasing height of the blocks.

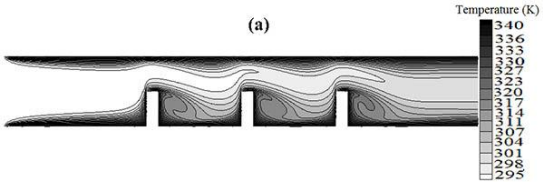


Fig. 5. Isothermal lines for Re=50

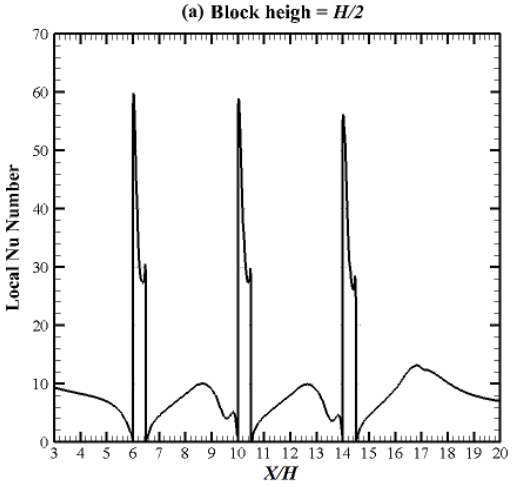


Fig. 6. Local Nusselt number on bottom wall in Ri=1

5-Conclusion

This research investigated a mixed convection heat transfer of Non-Newtonian Nano fluids in two dimension rectangular channel with blocks. Increasing volumetric fraction of Nanoparticles is caused increasing heat transfer, Nusselt number and friction coefficient. Heat transfer is increased with increasing Reynolds number. By changing the height blocks from H/2 to H/3, Nusselt number increased almost 20% with increasing temperature gradient. Also heat transfer and friction coefficient increased almost 10% and 13% respectively. By increasing number of blocks from, space of between the blocks is reduced therefore, Nusselt number is decreased. However, by increasing Richardson number, average Nusselt number and friction coefficient are reduced.

تابع‌اولیه‌گیری به‌روش نیمه‌ضمنی از معادله‌های بنیادی با سخت‌شوندگی درهم ناخطی*

مقاله پژوهشی

مجتبی عفیفه گل‌شیخی[۱] مهرزاد شریفیان[۲] مهرداد شریفیان[۳]

چکیده *در این پژوهش، نخست بهنگام‌سازی تنش به‌شیوه نیمه‌ضمنی برای الگوی مومسانی وان‌مایسز با سخت‌شوندگی ناخطی همگن شابوش و ناخطی پویای آرمسترانگ‌فردریک در محدوده تغییر شکل‌های کوچک رابطه‌سازی می‌شود. برای این منظور، از روش تابع‌اولیه‌گیری نگاشت نمایی بهره‌جویی می‌شود. سپس برای بررسی درستی، دقت و هم‌گرایی روش نو پیشنهادی، آزمون‌های عددی گسترده‌ای انجام می‌شود و نتایج آن‌ها با روش‌های پذیرفته‌شده پیشین سنجش می‌شود. یافته‌ها، افزایش دقت درخور ملاحظه و هم‌گرایی مرتبه دوم روش پیشنهادی این مقاله را نشان می‌دهد. باتوجه‌به این‌که در این پژوهش رابطه‌سازی‌ها به‌گونه‌ای انجام شده است که بتوان داده‌های مسئله را از هر نقطه دل‌خواه در طول گام مومسان برداشت کرد، در پایان بررسی می‌شود که برداشتن داده‌ها در چه نقطه‌ای از گام مومسانی منجر به دقیق‌ترین پاسخ می‌شود.*

واژه‌های کلیدی تابع‌اولیه‌گیری، نگاشت نمایی، شیوه نیمه‌ضمنی، مومسانی وان‌مایسز، سخت‌شوندگی ناخطی ترکیبی.

مقدمه

در تحلیل‌های کشسان‌مومسان هنگامی که بارگذاری فراتر از ناحیه کشسان ادامه داشته باشد و مصالح وارد تغییر شکل‌های مومسان (ماندگار) شود، باید تنش و متغیرهای داخلی مومسانی را با تابع‌اولیه‌گیری از معادله‌های بنیادی حاکم بر رفتار کشسان‌مومسان مصالح بهنگام کرد. در تحلیل‌های اجزای محدود ناخطی، این تابع‌اولیه‌گیری روی نقطه‌های گاوس جزءها در هر تکرار از هر نمو بارگذاری انجام می‌شود. از سوی دیگر، از آن‌جا که حل تحلیلی بسته برای این تابع‌اولیه‌گیری‌ها به‌جز برای الگوهای مومسانی ساده وجود ندارد، از شیوه‌های عددی استفاده می‌شود. باید دانست دقت شیوهٔ تابع‌اولیه‌گیری از معادله‌های بنیادی مومسانی اثر چشمگیری بر روی پاسخ‌های نهایی تحلیل دارد. بنابراین، پژوهش‌های بسیاری در زمینه گسترش و افزایش دقت شیوه‌های تابع‌اولیه‌گیری از معادله‌های بنیادی انجام شده است که در ادامه به آن می‌پردازیم.

از مهم‌ترین این تلاش‌ها می‌توان به ایجاد روش ضمنی ویلکینز در سال ۱۹٦٤ اشاره کرد[1] یا روش‌هایی برپایه نگاشت‌نمایی که نخستین‌بار آئوریکیو و بیرائو در سال۲۰۰۳ ارائه کردند[2]. شیوهٔ ارائه‌شدهٔ آئوریکیو و بیرائو سازگاری مومسانی را برقرار نمی‌کرد، ولی زمینه پیدایش روش‌های نو با دقت بیشتر و سرعت هم‌گرایی بالاتر در سال‌های پس از آن را برای پژوهشگران دیگر فراهم کرد. در سال۲۰۰۵ آرتیولی و همکاران سازگاری با سطح تسلیم را برای الگوی وان‌مایسز با سخت‌شوندگی خطی در شیوهٔ نگاشت نمایی برقرار کردند[3]. همچنین، آرتیولی و همکاران در سال۲۰۰٦ یک الگوریتم دیگر برای الگوی وان‌مایسز با سخت‌شوندگی خطی ارائه کردند که از هم‌گرایی مرتبه دوم برخوردار بود[4]. در سال۲۰۰۷ نیز آرتیولی و همکاران فن بهنگام‌سازی تنش را برای الگوی وان‌مایسز

*تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۱۲/۱۳ و تاریخ پذیرش آن ۱٤۰۰/۲/۱٤ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.56463.0

(۱) کارشناسی‌ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان.
(۲) نویسنده مسئول: استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان. **Email**: m.sharifian@qiet.ac.ir
(۳) استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان.

با سخت‌شوندگی همگن خطی و پویای ناخطی آرمسترانگ‌فردریک گسترش دادند[5]. ازجمله راهکارهای ارائه‌شده برای افزایش دقت، استفاده از روش‌های نیمه‌ضمنی بوده است که نخستین‌بار رضایی‌پژند و نصیرایی در سال۲۰۰۷ برای الگوی وان‌مایسز پیشنهاد کردند [6] و از دقت مرتبه دوم برخوردار بود. همچنین، رضایی‌پژند و نصیرایی در سال۲۰۰۸ دو شیوهٔ نیمه‌ضمنی برای الگوی مومسان مطلوب دراکرپراگر ارائه کردند[7] که هر دو الگوریتم ارائه‌شده از هم‌گرایی مرتبه دوم برخوردار است. سپس، رضایی‌پژند و همکاران در سال۲۰۱۰ نیز یک فن تابع‌اولیه‌گیری نمایی برای الگوی وان‌مایسز با سخت‌شوندگی پویای ناخطی ارائه کردند [8]. همچنین، رضایی‌پژند و شریفیان در سال۲۰۱۱ روش تابع‌اولیه‌گیری را بر پایه زاویه بین نرخ کرنش و تنش جابه‌جاشده و تنش بازگشتی رابطه‌سازی کردند که از قابلیت کنترل خودکار خطا برخوردار بود[9]. در ادامه رضایی‌پژند و همکاران در سال۲۰۱۱ دو شیوهٔ تابع‌اولیه‌گیری نمایی با سخت‌شوندگی همگن خطی و پویای پراگر ارائه کردند که ماهیت صریح داشت [10]. سپس، رضایی‌پژند و همکاران در سال۲۰۱۳ دو الگوریتم تابع‌اولیه‌گیری نیمه‌ضمنی برپایه نگاشت نمایی و شیوه‌های اولر پیشرو و اولر پسرو برای الگوی دراکرپراگر با سخت‌شوندگی درهم ناخطی رابطه‌سازی کردند[11]. همچنین، در سال۲۰۱۶ حاجی‌آقاجان‌پور و شریفیان روش نیمه‌ضمنی را برای الگوی وان‌مایسز با سخت‌شوندگی درهم خطی گسترش دادند[12]. در سال۲۰۱۸ شریفیان و همکاران یک شیوهٔ بهنگام‌سازی تنش را برای الگوی بیگونی‌پیکولراز رابطه‌سازی کردند[13]. سرانجام در سال۲۰۱۸ برای تحلیل کشسان مومسان مصالح وابسته به فشار آب ایستا یک فن بهنگام‌سازی تنش نیمه‌ضمنی از سوی شریفیان و همکاران [14] پیشنهاد شد. طاووسی و همکاران [15] روش‌های تابع‌اولیه‌گیری صریح و ضمنی برای الگوی آسیب پیوسته لیمایتر رابطه‌سازی کردند. مارینلی و بوسکارنرا [16]، برای الگوی گسیختگی نرخ وابسته، یک روش ضمنی گسترش‌یافته برپایه اولر پسرو پیشنهاد کردند. کیم و کیم [17] برای الگوی بنیادی مومسانی لزج یک الگوریتم بهنگام‌سازی تنش ضمنی استخراج کردند. لی و همکاران [18] ۲معیار آسیب‌مومسان لزج بنیادی همراه با الگریتم‌های عددی وابسته به آن‌ها را معرفی و رابطه‌سازی کردند. شریفیان و شریفیان [19] برای مومسانی لزج برپایه الگوی پریک، یک روش کارا برای تابع‌اولیه‌گیری پیشنهاد کردند.

در این پژوهش، برای افزایش دقت در بهنگام‌سازی تنش، تابع‌اولیه‌گیری به‌روش نیمه‌ضمنی از معادله‌های بنیادی مومسانی رابطه‌سازی می‌شود که در این رابطه‌سازی‌ها حالت کلی ترکیب سخت‌شوندگی همگن ناخطی شابوش و سخت‌شوندگی پویای ناخطی آرمسترانگ‌فردریک در نظر گرفته می‌شود. در ادامه، برای بررسی درستی، دقت و هم‌گرایی شیوهٔ نو پاسخ‌های این روش با روش‌های اولر پیشرو، اولر پسرو و روش نمایی صریح سنجش می‌شود. برای رسیدن به پاسخ‌های دقیق‌تر در این مقاله، رابطه‌سازی‌ها به‌طورکلی برای یک نقطه دل‌خواه در طول گام مومسان انجام می‌شود. نخست محاسبات برای حالت خاصی انجام می‌شود که شعاع سطح تسلیم از نقطه میانی گام مومسانی برداشت شود. در ادامه، شعاع سطح تسلیم از ۳نقطه واقع در یک‌چهارم نخست، یک‌چهارم پایانی و نقطهٔ میانی طول گام مومسان برداشت و نمودار خطای نسبی رسم می‌شود. سپس بررسی می‌شود که برداشت داده‌ها از چه نقطه‌ای در طول گام مومسان به دقیق‌ترین پاسخ‌ها خواهد رسید.

لازم به توضیح است که روش نیمه‌ضمنی نگاشت نمایی برای الگوی وان‌مایسز و سخت‌شوندگی خطی پیش از این رابطه‌سازی و نشان داده شده است که این روش بسیار کارآمد است. بنابراین، پیاده‌سازی و انجام

رابطه‌سازی این روش برای مومسانی‌های پیشرفته‌تری مانند مومسانی وان‌مایسز همراه با سخت‌شوندگی‌های ناخطی موضوع پژوهش نویسندگان قرار گرفت تا بتوان این روش دقیق و پربازده را برای انجام تحلیل‌های مومسانی به‌کار برد و الگوریتم آن در دسترس تحلیلگران و پژوهشگران باشد. شایان ذکر است، این روش نیمه‌ضمنی نخستین‌بار در این پژوهش برای الگوی مومسانی وان‌مایسز همراه با سخت‌شوندگی‌های ناخطی همگن شابوش و پویای آرمسترانگ‌فردریک رابطه‌سازی شده است.

خاطرنشان می‌کند، در مرجع [8] برای حالتی که الگوی مومسانی وان‌مایسز همراه با سخت‌شوندگی پویای ناخطی کلی در نظر باشد، یک روش بهنگام‌سازی تنش صریح برپایه نگاشت نمایی ارائه شده است که منجر به دقت مرتبهٔ یکم می‌شود. در حقیقت، برای حل دستگاه معادله افزوده در روش نگاشت نمایی به فرم کلی $\dot{X} = \mathbb{B}X$ با استفاده از یک حل نمایی باید ماتریس ضرایب $\mathbb{B}$ را در طول گام بارگذاری ثابت پنداشت؛ حال آن‌که ماتریس ضرایب $\mathbb{B}$ برای حالتی که سخت‌شوندگی همگن خطی یا ناخطی و سخت‌شوندگی پویای ناخطی وجود دارد، ثابت نبوده است و باید برای اندازهٔ شعاع سطح تسلیم و تنش بازگشتی مقداری ثابت در طول بخش کشسان‌مومسان گام بارگذاری فرض کرد. در مرجع [8] با یک رویکرد صریح، تنش بازگشتی را برابر با مقدار آن در آغاز گام کشسان‌مومسان پنداشته است که این روش منجر به یک حل صریح مرتبه یکم خواهد شد. در پژوهش کنونی نویسندگان از یک رویکرد نیمه‌ضمنی برای حل دستگاه معادلهٔ مزبور استفاده می‌کنند، به این معنی که نخست مقدار شعاع سطح تسلیم و تنش بازگشتی را در میانهٔ بخش کشسان‌مومسان گام مومسانی می‌یابند، سپس از آن مقدارها برای ماتریس ضرایب $\mathbb{B}$ استفاده می‌کنند. درنتیجه زمانی که ماتریس ضرایب $\mathbb{B}$ با یک مقدار در میانهٔ گام کشسان‌مومسان تقریب زده شود، دقت حل افزوده می‌شود و سرعت حل از مرتبهٔ یکم به مرتبهٔ دوم نیز افزایش خواهد یافت. لازم به توضیح است، این رویکرد حل نیمه‌ضمنی برای الگوهای مومسانی دیگر مانند الگوی مومسانی وان‌مایسز همراه با سخت‌شوندگی همگن خطی و پویای خطی در مرجع شماره[٦] نیز استفاده شده است.

معادله‌های بنیادی برای تحلیل‌های کشسان-مومسان

در این بخش هدف ارائه معادله‌های بنیادی مومسانی در محدوده تغییر شکل‌های کوچک است. معادله‌های پایهٔ مومسانی شامل جداسازی کرنش به بخش‌های کشسان و مومسان، معادلهٔ حاکم بر سطح تسلیم مصالح، قانون کشسانی برای مصالح، قانون جریان مومسانی، قانون‌های سخت‌شوندگی و شرط‌های بارگذاری‌باربرداری است که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود.

سطح تسلیم وان‌مایسز در محدودهٔ تغییر شکل‌های کوچک با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\|\Sigma\| - R = 0 \qquad (۱)$$

در این رابطه R شعاع سطح تسلیم است. همچنین، برای معرفی اندازهٔ هندسی از علامت $\|.\|$ استفاده شده است و Σ بردار تنش انتقالی است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Sigma = s - \alpha \qquad (۲)$$

برای معرفی s نخست تانسورهای تنش و کرنش را به بخش‌های حجمی و انحرافی مانند رابطه‌های زیر تجزیه می‌کنیم. در این رابطه‌ها s قسمت انحرافی تنش است و اگر تنش بازگشتی a را به بخش‌های انحرافی و حجمی تقسیم کنیم، α قسمت انحرافی تنش بازگشتی را معرفی می‌کند. یادآوری می‌شود که در تراکم‌ناپذیری مومسان، تنش کامل بازگشتی و قسمت انحرافی‌اش یکسان‌اند.

$$\sigma = s + pi \quad و \quad p = \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\sigma) \qquad (۳)$$

$$\varepsilon = e + \frac{1}{3}\theta i \quad و \quad \theta = tr(\varepsilon) \qquad (٤)$$

در رابطه‌های بالا σ و ε تانسورهای تنش و کرنش هستند. e کرنش انحرافی و i بردار معادل تانسور همانی مرتبهٔ دوم است. p و θ به‌ترتیب فشار آب ایستا و کرنش حجمی هستند. علامت tr() نشان‌دهندهٔ اثر ماتریس و برابر مجموع درایه‌های روی قطر اصلی است. در این‌جا از جریان مومسانی وابسته استفاده می‌شود. همچنین، باتوجه‌به آن‌که سطح تسلیم وان‌مایسز مستقل از فشار آب ایستاست، بخش حجمی کرنش مومسان صفر خواهد بود. بنابراین، فشار آب ایستا را می‌توان با استفاده از مدول بالک K به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$p = K\theta \qquad (٥)$$

وقتی بارگذاری از حد کشسان فراتر رود و ماده وارد مرحله مومسانی شود، کرنش انحرافی را می‌توان به ۲قسمت مومسان و کشسان مانند رابطهٔ زیر تقسیم کرد:

$$e = e^p + e^e \qquad (٦)$$

که در قسمت کشسان قانون هوک بین تنش انحرافی و کرنش انحرافی رابطهٔ زیر را دارد:

$$s = 2Ge^e = 2G(e - e^p) \qquad (٧)$$

برای معرفی نرخ کرنش مومسان از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود که در این رابطه $\dot{\gamma}$ ضریب مومسانی نام دارد و برابر اندازهٔ نرخ کرنش مومسان است. همچنین، n بردار یکه عمود بر سطح تسلیم است.

$$\dot{e}^p = \dot{\gamma} n \qquad (٨)$$

$$n = \frac{\partial F}{\partial \Sigma} = \frac{\Sigma}{\|\Sigma\|} = \frac{\Sigma}{R} \qquad (٩)$$

سخت‌شوندگی مصالح می‌تواند همگن یا پویا یا ترکیبی از هردو باشد. سخت‌شوندگی همگن نشان‌دهندهٔ افزایش یکسان شعاع سطح تسلیم در همهٔ راستاهای موجود است و سخت‌شوندگی پویا فقط انتقال سطح تسلیم را تعریف می‌کند. در این پژوهش، از قانون سخت‌شوندگی همگن ناخطی که شابوش در سال۱۹۸٦ ارائه کرد، استفاده می‌شود[20]:

$$\dot{R} = \bar{b}(R_0 + R_s + R)\dot{\gamma} \qquad (١٠)$$

در این رابطه، R_0 شعاع سطح تسلیم نخستین را نشان می‌دهد و R_s و $\bar{b}$ ثابت‌های ماده در سخت‌شوندگی همگن هستند. از حل معادلهٔ (۱۰) همراه با شرط $R = R_0$و $\gamma = 0$ می‌توان شعاع سطح تسلیم را با رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$R = R_0 + R_s[1 - \exp(-\bar{b}\gamma)] \qquad (١١)$$

از طرفی، براساس قانون سخت‌شوندگی پویا و با استفاده از مدل آرمسترانگ‌فردریک[21] می‌توان نوشت:

$$\dot{\alpha} = H_{kin}\dot{\gamma} n - \dot{\gamma} H_{nl}\alpha \qquad (١٢)$$

که در این رابطه عامل‌های H_{kin} و H_{nl} از ویژگی های ماده هستند. سرانجام، شرط‌های بارگذاری و باربرداری کان‌تاکر با ۳رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{\gamma} \geq 0 \quad ، \quad F \leq 0 \quad و \quad \dot{\gamma} F = 0 \qquad (١٣)$$

در این رابطه‌ها، هنگامی که $\dot{\gamma} > 0$ باشد، رفتار ماده مومسان است و اگر $\dot{\gamma} = 0$ باشد، رفتار ماده کشسان است. در پایان، ضریب مومسانی با اعمال شرط $\dot{F} = 0$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{\gamma} = \frac{2G(n^T \dot{e})}{2\bar{G} + \bar{b}(R_0 + R_s - R) - n^T H_{nl}\alpha} \qquad (١٤)$$

که در آن:

$$\overline{2G} = 2G + H_{kin} \quad (۱۵)$$

روش تابع‌اولیه‌گیری برپایهٔ نگاشت نمایی

روش‌های برپایهٔ نگاشت نمایی ماهیت صریح دارند، زیرا در سرتاسر گام مومسان شعاع سطح تسلیم یکسان و برابر مقدار آن در آغاز گام مومسان پنداشته می‌شود. دستگاه معادله نمایی که آئوریکیو و بیرائو برای معادله‌های بنیادی مواد در سال۲۰۰۳ ارائه کردند، به‌صورت $\dot{X} = \mathbb{B}X$ است که در این معادله X یک بردار تنش افزوده با n+1 درایه است و $\mathbb{B}$ در مدل‌های با سخت‌شوندگی ناخطی ماتریسی وابسته به X است. هدف این بخش استخراج دستگاه معادلهٔ اشاره‌شده برای معادله‌های بنیادی مدنظر است.

برای دستیابی به دستگاه معادلهٔ نمایی مدنظر، نخست رابطهٔ (۷) در رابطهٔ (۲) جایگزین و سپس از رابطهٔ به‌دست‌آمده نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود. درصورتی‌که رابطه‌های (۱۲) و (۱۵) در رابطهٔ به‌دست آمده جای‌گذاری شوند، نتیجه به‌صورت رابطهٔ زیر خواهد بود:

$$\dot{\Sigma} = 2G\dot{e} + \dot{\gamma}H_{nl}\alpha - 2\overline{G}\dot{e}^{p} \quad (۱۶)$$

اکنون، رابطه‌های (۸) و (۹) در رابطهٔ بالا قرار داده می‌شود و پس از کمی ساده‌سازی، رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{\Sigma} + 2\overline{G}\frac{\Sigma}{R}\dot{\gamma} = 2G\dot{\phi} \quad (۱۷)$$

که در این رابطه $\dot{\phi}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{\phi} = \dot{e} + \frac{\dot{\gamma}}{2G}H_{nl}\alpha \quad (۱۸)$$

اکنون، بردار تنش انتقالی بدون بعد $\bar{\Sigma}$ به‌صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\bar{\Sigma} = \frac{\Sigma}{R} \quad (۱۹)$$

با مقایسهٔ رابطهٔ (۹) و (۱۹) به‌سادگی می‌توان دریافت که در گام مومسان بردارهای n و $\bar{\Sigma}$ هم‌ارز یکدیگرند. در این‌جا، از رابطهٔ (۱۹) مشتق گرفته و سپس رابطهٔ (۱۱) در آن جای‌گذاری می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\dot{\bar{\Sigma}} = \frac{\dot{\Sigma}}{R} - \frac{R_s\bar{b}\exp(-\bar{b}\gamma)}{R}\dot{\gamma}\bar{\Sigma} \quad (۲۰)$$

درصورتی‌که رابطه‌های (۱۷) و (۱۹) در رابطهٔ (۲۰) جای‌گذاری شوند، رابطهٔ زیر در دسترس قرار می‌گیرد:

$$\dot{\bar{\Sigma}} + \left(\frac{2\overline{G} + R_s\bar{b}\exp(-\bar{b}\gamma)}{R}\right)\dot{\gamma}\bar{\Sigma} = \frac{2G}{R}\dot{\phi} \quad (۲۱)$$

معادلهٔ (۲۱) یک رابطهٔ کلی و در بر گیرنده هر ۲حالت کشسان و مومسان است و برای حل آن عامل تابع‌اولیه‌گیری X^0 با استفاده از رابطه زیر معرفی می‌شود:

$$X^0\dot{\bar{\Sigma}} + X^0\left(\frac{2\overline{G} + R_s\bar{b}\exp(-\bar{b}\gamma)}{R}\right)\dot{\gamma}\bar{\Sigma} = \frac{d}{dt}(X^0\bar{\Sigma}) \quad (۲۲)$$

یا به شکل سادهٔ زیر می‌توان آن را بیان کرد:

$$\dot{X}^0 = \left(\frac{2\overline{G} + R_s\bar{b}\exp(-\bar{b}\gamma)}{R}\right)\dot{\gamma}X^0 \quad (۲۳)$$

اگر مقدار نخستین $X^0(0) = 1$ در آغاز حل در نظر گرفته شود، پاسخ رابطهٔ (۲۳) منجر به رابطهٔ زیر می‌شود:

$$X(\gamma) = \begin{cases} \left(\frac{(R_0 + R_s)\exp(\bar{b}\gamma) - R_s}{R_0}\right)^{1/\beta}\exp(-b\gamma); & \bar{b} \neq 0 \\ \exp\left(\frac{2\overline{G}}{R_0}\gamma\right) & \bar{b} = 0 \end{cases} \quad (۲۴)$$

$$\beta = \frac{\bar{b}(R_0 + R_s)}{2\overline{G} + \bar{b}(R_0 + R_s)} \quad (۲۵)$$

با استفاده از رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) رابطهٔ زیر را می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{dt}(X^0\bar{\Sigma}) = X^0\frac{2G}{R}\dot{\phi} \quad (۲۶)$$

$$\frac{X^0}{2}\frac{d}{dt}\|\Sigma\|^2 + \dot{X}^0\|\bar{\Sigma}\|^2 = \frac{2G}{R}\dot{\phi}^T(X^0\bar{\Sigma}) \quad (۲۷)$$

و سپس به رابطهٔ زیر رسید:

$$\dot{X}^0 = \frac{2G}{R}\dot{\phi}^T(X^0\Sigma) \quad (۲۸)$$

با استفاده از معادله‌های (۲۷) و (۲۸) یک سیستم معادلهٔ دیفرانسیل در فضای تنش افزوده به‌دست خواهد آمد:

$$\frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} X^0\bar{\Sigma} \\ X^0 \end{Bmatrix} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\phi} \\ \dot{\phi}^T & 0 \end{bmatrix}_{10\times10}\begin{Bmatrix} X^0\bar{\Sigma} \\ X^0 \end{Bmatrix} \quad (۲۹)$$

بردار تنش افزوده X و ماتریس $\mathbb{B}$ در فضای $n+1$ بعدی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X = \begin{Bmatrix} X^0\bar{\Sigma} \\ X^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X^s \\ X^0 \end{Bmatrix} \quad (۳۰)$$

$$\mathbb{B} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\phi} \\ \dot{\phi}^T & 0 \end{bmatrix}_{10\times10} \quad (۳۱)$$

که $\mathbb{O}_{9\times9}$ یک ماتریس صفر ۹مؤلفه‌ای است. با جای‌گذاری رابطه‌های (۳۰) و (۳۱) در رابطهٔ (۲۹) دستگاه معادلهٔ نمایی زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\dot{X} = \mathbb{B}X \quad (۳۲)$$

که در حالت کشسان ماتریس $\mathbb{B}$ خواهد بود:

$$\mathbb{B} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{e} \\ 0^T & 0 \end{bmatrix}_{10\times10} \quad (۳۳)$$

و چون در حالت کلی کشسان‌مومسان ماتریس $\mathbb{B}$ وابسته به بردار X است، معادلهٔ دیفرانسیل (۳۲) ناخطی خواهد شد.

سازگاری الگوریتم عددی

چنان‌چه ۲شرط زیر از شرایط کان‌تاکر به‌طور هم‌زمان برآورده شود، در محدودهٔ مومسان قرار داریم:

۱–تنش روی سطح تسلیم قرار گیرد؛ یعنی:

$$\|X^s\|^2 = (X^0)^2 \quad (۳٤)$$

۲–جهت رشد کرنش باید به‌سمت خارج از سطح تسلیم و مطابق رابطهٔ (۳۵) باشد:

$$(X^s)^T\dot{e} > 0 \quad (۳۵)$$

الگوریتم بهنگام‌سازی تنش

به‌صورت معمول برای ارائه روش بهنگام‌سازی تنش، یک گام شبه‌زمانی کلی از t_n تا t_{n+1} در نظر گرفته می‌شود؛ همچنان‌که در زمان $t=t_n$ متغیرهای s_n، e_n، α_n و γ_n و نیز کرنش در زمان $t = t_{n+1}$ که با e_{n+1} نمایش داده می‌شود، معلوم است. بنابراین، الگوریتم پیشنهادی باید ضمن حل معادله‌های مومسانی، تنش بهنگام‌شده و سایر متغیرها را در زمان $t = t_{n+1}$ به‌دست بیاورد. اکنون، برای حل معادلهٔ دیفرانسیل (۳۲) از شرط نخستین زیر در لحظه t_n استفاده می‌شود:

$$X_n = \begin{Bmatrix} X_n^s \\ X_n^0 \end{Bmatrix} \quad (۳٦)$$

در این صورت پاسخ معادله (۳۲) به‌صورت زیر است:

$$X_{n+1} = \exp(\mathbb{B}\Delta t)\, X_n \quad (۳۷)$$

برای محاسبهٔ $\exp(\mathbb{B}\Delta t)$ باید ماتریس $\mathbb{B}$ ثابت باشد، اما چون ماتریس $\mathbb{B}$ در طول گام مومسان دارای مقدار ثابت نیست، برای حل در روش نمایی صریح مقدار آن در هر گام زمانی ثابت و برابر مقدار آن در آغاز گام زمانی یعنی $\mathbb{B}_n$ پنداشته می‌شود و می‌توان نوشت:

$$X_{n+1} = \exp(\mathbb{B}_n\Delta t)\, X_n = \bar{\mathbb{G}}_n X_n \quad (۳۸)$$

که $\bar{\mathbb{G}}_n$ در حالت‌های کشسان و مومسان رابطهٔ زیر را دارد:

$$\bar{\mathbb{G}}_n = \begin{cases} \bar{\mathbb{G}}_e = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times9} & \dfrac{2G}{R_n}\Delta e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbb{G}}_p = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times9} + (a-1)\Delta\hat{\phi}\Delta\hat{\phi}^T & b\Delta\hat{\phi}^T \\ b\Delta\hat{\phi}^T & a \end{bmatrix} \end{cases} \quad (۳۹)$$

پارامترهای به‌کارگرفته‌شده در رابطهٔ (۳۹) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta\boldsymbol{\phi} = \Delta\mathbf{e} + \boldsymbol{u}\frac{\boldsymbol{n}_n^T\Delta\boldsymbol{e}}{2\bar{G} + \bar{b}(R_s + R_0 - R_n)\boldsymbol{n}_n^T H_{nl}\boldsymbol{\alpha}_n} H_{nl}\boldsymbol{\alpha}_n \quad (٤٠)$$

$$a = \cosh g \quad b = \sinh g$$
$$g = \frac{2G}{R_{\mathrm{n}}}\|\Delta\boldsymbol{\phi}\| \quad (٤١)$$

$$\Delta\hat{\phi} = \frac{\Delta\phi}{\|\Delta\phi\|} \quad (٤٢)$$

بهنگام‌سازی شعاع سطح تسلیم

با استفاده از رابطهٔ (١٤) و با یک رویکرد صریح می‌توان $\gamma_{\mathrm{n+1}}$ را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\gamma_{\mathrm{n+1}} = \gamma_{\mathrm{n}} + \frac{2G(\mathbf{n}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{e})}{2\bar{G} + \bar{b}(R_{\mathrm{s}} + R_0 - R_{\mathrm{n}})\mathbf{n}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{T}}H_{\mathrm{nl}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}}} \quad (٤٣)$$

اکنون، با داشتن مقدار $\gamma_{\mathrm{n+1}}$ و با استفاده از رابطهٔ (١١) مقدار $R_{\mathrm{n+1}}$ به‌دست می‌آید:

$$R_{n+1} = R_0 + R_s[1 - \exp(-\bar{b}\gamma_{\mathrm{n+1}})] \quad (٤٤)$$

الگوریتم کلی حل کشسان‌مومسان (بهنگام‌سازی تنش)

نخست مقدارهای آزمایشی در حالت کشسان محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{X}_{\mathrm{n+1}}^{\mathrm{Tr}} = \mathbb{G}^{\mathrm{e}}\mathbf{X}_{\mathrm{n}} \quad (٤٥)$$

سپس، برای بررسی درستی پاسخ، آزمایش به‌دست آمده رابطهٔ زیر به‌کار گرفته می‌شود:

$$\|\mathbf{X}_{\mathrm{n+1}}^{\mathrm{s,Tr}}\| \leqslant \mathrm{X}_{\mathrm{n+1}}^{\mathrm{0,Tr}} \quad (٤٦)$$

اگر رابطهٔ (٤٦) برقرار باشد، در محدودهٔ کشسان قرار داریم و پاسخ به‌دست‌آمده پذیرفتنی و پاسخ نهایی است. در غیر این‌صورت رفتار ماده کشسان‌مومسان است و باید قسمت‌های کشسان و مومسان از هم جدا شوند. برای این، پارامتر α به‌گونه‌ای معرفی می‌شود که در بازهٔ زمانی Δt، محدودهٔ $\alpha\Delta t$ ناحیهٔ کشسان و محدودهٔ (1-α)Δt ناحیهٔ کشسان‌مومسان را مشخص می‌کند. با این شرایط α رابطهٔ زیر را دارد:

$$\alpha = \frac{\sqrt{\mathrm{C}^2 - \mathrm{DM}} - \mathrm{C}}{\mathrm{D}} \quad (٤٧)$$

$$\begin{cases} \mathrm{D} = \left(\frac{2\mathrm{G}}{\mathrm{R_n}}\mathbf{X}_{\mathrm{n}}^{0}\|\Delta\mathbf{e}\|\right)^2 \\ \mathrm{C} = \frac{2\mathrm{G}}{\mathrm{R_n}}\mathbf{X}_{\mathrm{n}}^{0}(\mathbf{X}_{\mathrm{n}}^{0})^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{e} \\ \mathrm{M} = \|\mathbf{X}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{s}}\|^2 - \|\mathbf{X}_{\mathrm{n}}^{0}\|^2 \end{cases} \quad (٤٨)$$

با به‌دست‌آمدن پارامتر α، تنش افزوده در نقطهٔ برخورد را می‌توان با رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{c}} = \mathbb{G}^{\mathrm{c}}\mathbf{X}^{\mathrm{n}} \quad (٤٩)$$

$$\mathbb{G}^{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times9} & \frac{2G}{R_n}\alpha\Delta\mathbf{e} \\ \mathbf{0}^{\mathrm{T}} & 1 \end{bmatrix} \quad (٥٠)$$

اکنون، برای محاسبهٔ تنش در گام کشسان در رابطهٔ (٣٩) از $\alpha\Delta\boldsymbol{e}$ به‌جای $\Delta\boldsymbol{e}$ استفاده می‌شود و در گام مومسان نیز در معادلهٔ (٣٩) به‌جای Δe از (1-α)Δe استفاده می‌شود تا ماتریس $\bar{\mathbb{G}}_{\mathrm{p}}$ و پس از آن بردار تنش افزوده $\mathbf{X}_{\mathrm{n+1}}$ با رابطه‌های زیر محاسبه شود.

$$\bar{\mathbb{G}}_{\mathrm{n}} = \begin{cases} \bar{\mathbb{G}}_{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times9} & \frac{2G}{R_{\mathrm{n}}}\alpha\Delta\mathbf{e} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbb{G}}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times9} + (\mathrm{a}-1)\Delta\hat{\boldsymbol{\phi}}\Delta\hat{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} & \mathrm{b}\Delta\hat{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} \\ \mathrm{b}\Delta\hat{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} & \mathrm{a} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (٥١)$$

$$\Delta\boldsymbol{\phi} = (1-\alpha)\Delta\mathbf{e} + \mathbf{u}\frac{\mathbf{n}_{\mathbf{n}}^{\mathrm{T}}(1-\alpha)\Delta\mathbf{e}}{2\bar{G} + \bar{b}(R_s + R_0 - R_n)\mathbf{n}_{\mathbf{n}}^{\mathrm{T}}H_{\mathrm{nl}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}}} H_{\mathrm{nl}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}} \quad (٥٢)$$

$$a=\cosh g \quad b=\sinh g \quad g=\frac{2G}{R_{\mathrm{n}}}\|\Delta\boldsymbol{\phi}\| \tag{۵۳}$$

$$\Delta\widehat{\boldsymbol{\phi}}=\frac{\Delta\boldsymbol{\phi}}{\|\Delta\boldsymbol{\phi}\|} \tag{۵۴}$$

$$\mathbf{X}_{\mathrm{n+1}}=\bar{\mathbb{G}}_{\mathrm{n}}\mathbf{X}_{\mathrm{n}} \tag{۵۵}$$

رابطه‌سازی‌های نو در روش پیشنهادی

باتوجه‌به این‌که در الگوریتم ارائه‌شده برای به‌دست آوردن ماتریس $\mathbb{B}_{\mathbf{n}}$ در رابطهٔ (۳۸) از شعاع سطح تسلیم $\mathrm{R_n}$ و تنش بازگشتی $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}}$ در آغاز گام مومسان استفاده شد، درنتیجه روش ماهیت صریح دارد. از طرفی، وجود سخت‌شوندگی همگن و پویای ناخطی سبب می‌شود که با تغییر شعاع سطح تسلیم و تنش بازگشتی در طول بخش کشسان‌مومسان گام بارگذاری، ماتریس $\mathbb{G}_{\mathrm{p}}$ نیز تغییر کند. بنابراین، روش صریح ارائه‌شده دقت کافی را ندارد. در این‌جا، برای افزایش دقت محاسبات، شیوهٔ نیمه‌ضمنی رابطه‌سازی می‌شود و این رابطه‌سازی به‌گونه‌ای انجام خواهد شد که در برپاکردن ماتریس $\mathbb{B}_{\mathbf{n}}$ به‌جای استفاده از R_{n} و $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}}$ بتوان شعاع سطح تسلیم و تنش بازگشتی را از هر نقطه دل‌خواه در طول گام مومسان برداشت کرد. سپس، این متغیرها در تمام طول گام زمانی ثابت در نظر گرفته می‌شود. برای این، پارامتر عددی r در بازهٔ [0,1] در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبهٔ مقدار شعاع سطح تسلیم و تنش بازگشتی در لحظهٔ دل‌خواه $r(1\text{-}\alpha)\Delta t$ در محدوده مومسان، باید متغیرهای $\boldsymbol{n}$ و γ را در همان لحظه به‌دست آورد. بنابراین، رابطه‌های (۹)، (۱۲) و (۴۳) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\mathbf{n}_{\mathrm{n+\alpha+r(1-\alpha)}}=\frac{\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{n+\alpha+r(1-\alpha)}}}{\left\|\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{n+\alpha+r(1-\alpha)}}\right\|} \tag{۵۶}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n+\alpha+r(1-\alpha)}}= \mathrm{H_{kin}H_{nl}}\mathbf{n}_{\mathrm{c}}-\mathrm{H_{nl}}\lambda_{\mathrm{r}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}}+\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{n}} \tag{۵۷}$$

$$\gamma_{\mathbf{r}}=\gamma_{\mathbf{n}}+\frac{2G\mathbf{n}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}r(1-\alpha)\Delta\mathbf{e}}{2\bar{G}+\bar{b}(R_{\mathrm{s}}+R_0-R_{\mathrm{c}})-\mathbf{n}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}H_{\mathrm{nl}}\boldsymbol{\alpha}_r} \tag{۵۸}$$

پس از به‌دست‌آمدن $\gamma_{\mathbf{r}}$، برای محاسبه شعاع سطح تسلیم، رابطهٔ (۱۱) در لحظهٔ دل‌خواه $r(1\text{-}\alpha)\Delta t$ بازنویسی می‌شود:

$$R_{\mathrm{r}}=R_{\mathrm{n+\alpha+r(1-\alpha)}}=R_{\mathbf{0}}+ +R_{\mathrm{s}}\left[1-\exp(-\bar{b}\gamma_{\mathrm{r}})\right] \tag{۵۹}$$

سایر پارامترهای مورد نیاز را نیز می‌توان به‌ترتیب زیر در لحظهٔ دل‌خواه $r(1\text{-}\alpha)\Delta t$ به‌دست آورد:

$$\Delta\mathbf{e}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}}=\lambda_{\mathrm{r}}\mathbf{n}^{\mathrm{c}} \tag{۶۰}$$

$$\mathbf{n}^{\mathrm{c}}=\frac{\Sigma_{\mathrm{c}}}{\left\|\Sigma_{\mathrm{c}}\right\|}=\frac{\mathbf{X}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}}{\mathrm{X}_0} \tag{۶۱}$$

قسمت انحرافی تنش و بردار تنش انتقالی در لحظهٔ مدنظر، رابطه‌های زیر را دارد:

$$\mathbf{s}_{\mathrm{r}}=\mathbf{s}^{\mathrm{c}}+2Gr(1-\alpha)\Delta\mathbf{e}-2G\Delta\mathbf{e}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}} \tag{۶۲}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{r}}=\mathbf{s}_{\mathrm{r}}-\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{r}} \tag{۶۳}$$

با داده‌های به‌دست‌آمده رابطهٔ (۳۹) بازنویسی و ماتریس $\mathbb{G}_{\mathrm{p}}$ به‌دست می‌آید:

$$\mathbb{G}_{\mathrm{p}}=\begin{bmatrix}\mathbb{I}_{9\times9}+(a-1)\Delta\bar{\boldsymbol{\phi}}\Delta\bar{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} & b\Delta\bar{\boldsymbol{\phi}}\\ b\Delta\bar{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} & a\end{bmatrix} \tag{۶۴}$$

$$\Delta\phi=(1-\alpha)\Delta\mathrm{e}+\frac{\mathbf{n}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}(1-\alpha)\Delta\mathbf{e}}{\bar{\mathrm{b}}(\mathrm{R_s}+\mathrm{R_0}-\mathrm{R_r})-\mathbf{n}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\mathrm{H_{nl}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{r}}}\mathrm{H_{nl}}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{r}} \tag{۶۵}$$

و متغیرهای a , g و b عبارت‌اند از:

$$\mathrm{g}=\frac{2G}{R_{\mathrm{r}}}\|\Delta\boldsymbol{\phi}\| \tag{۶۶}$$

$$\mathrm{a}=\cosh\mathrm{g} \tag{۶۷}$$

$$b = \sinh g \qquad (٦٨)$$

سرانجام، با به‌دست‌آمدن $\mathbb{G}_p$ از رابطهٔ (۵۵) مقدار X_{n+1} به‌دست می‌آید.

آزمون‌های عددی

برای بررسی درستی و دقت روش پیشنهادی، ۲تاریخچهٔ بارگذاری کرنش نامتناسب که در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است، به ۲ماده مختلف Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9 و Carbon Steel CK15 اعمال می‌شود. در این بارگذاری‌ها مؤلفه‌های کرنش شامل ε_{11} و ε_{12} و سایر مؤلفه‌های کرنش، صفر در نظر گرفته شده است.

مشخصات مکانیکی Carbon Steel CK15[22]:

$E = 2800\ \text{MPa} \quad H_{kin} = \frac{2}{3} \times 1900\ \text{MPa}$

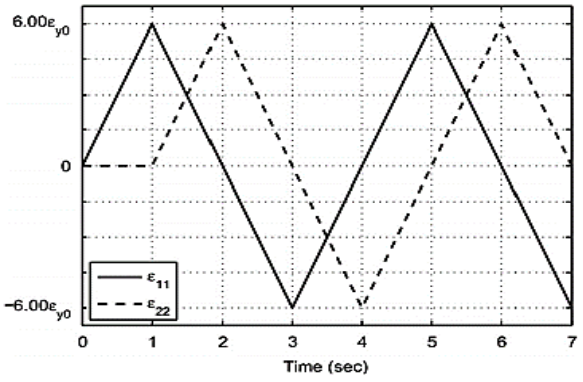
$H_{nl} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 8.5 \quad R_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sigma_{y,0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 300 \quad \bar{b} = 10 \quad R_s = 25 \quad \nu = 0.3$

مشخصات مکانیکی Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9 [13]:

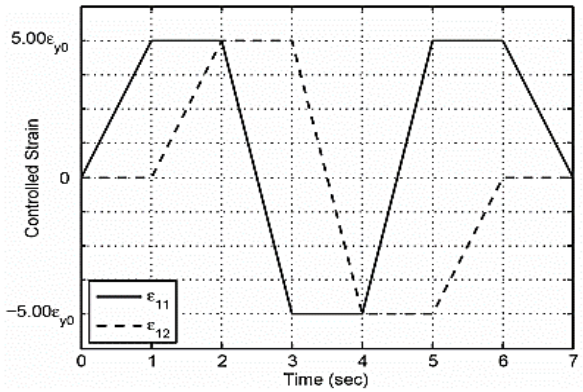
$E = 2800\ \text{MPa}\ \ \nu = 0.3\ \ H_{nl} = 525\ \ \bar{b} = 0$

$R_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sigma_{y,0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 170,\ R_s = 0$

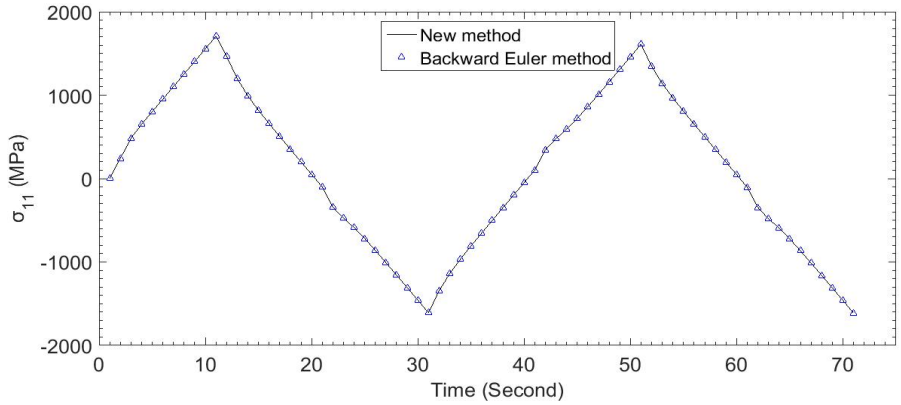
$H_{kin} = 41080\ \text{MPa}$



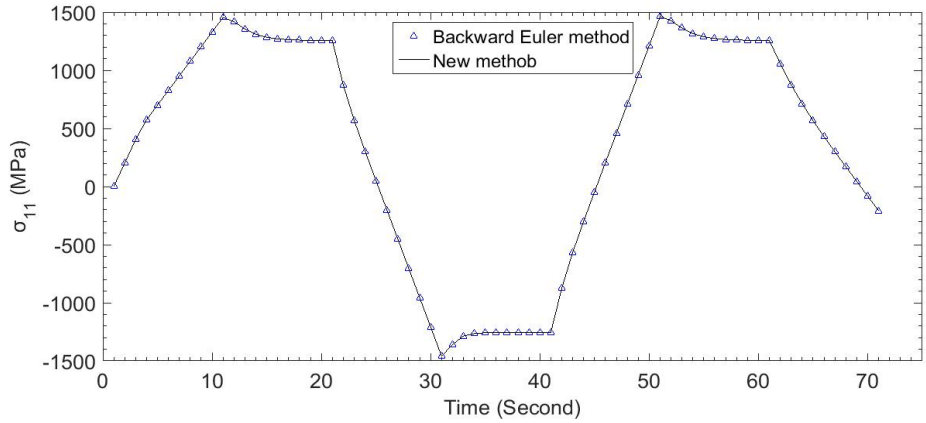
شکل ۱ تاریخچهٔ بارگذاری مسیر کرنش نخست[23]



شکل ۲ تاریخچهٔ بارگذاری مسیر کرنش دوم [8]



شکل۳ مقایسهٔ روش اولر پسرو و روش جدید با مسیر کرنش نخست در مادهٔ Carbon Steel CK15



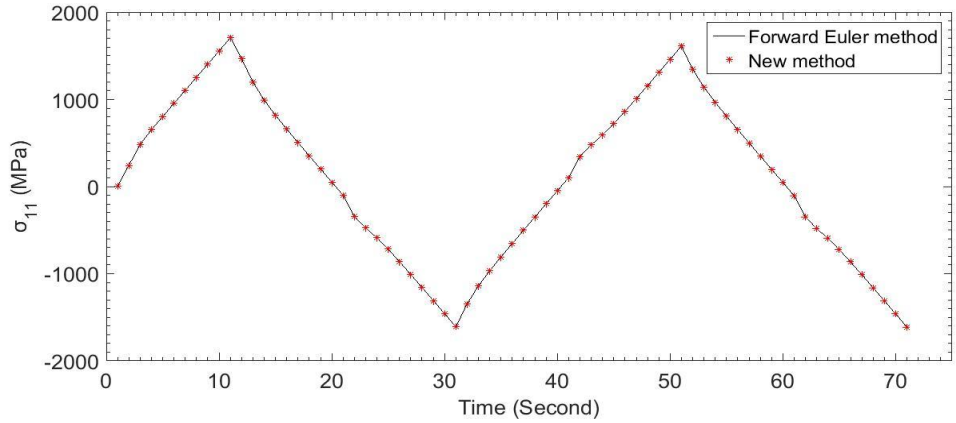
شکل ٤ مقایسهٔ روش اولر پسرو و روش جدید در مادهٔ Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش دوم

برای بررسی درستی این روش، ۲تاریخچهٔ بارگذاری کرنش معرفی‌شده در شکل‌های ۱ و۲، به هر یک از ۲ماده آزمون‌شده وارد و تنش‌ها بهنگام می‌شود. سپس، نمودار مؤلفهٔ تنش بهنگام‌شده σ_{11}با روش نو پیشنهادی و نیز روش‌های اولر پیشرو و پسرو برای گام زمانی کوچک $\Delta t = 0.001$ sec در نمودارهای شکل‌های ۳ تا ۱۰ رسم می‌شود. باتوجه‌به این‌که در شیوه ارائه‌شده در این پژوهش رابطه‌سازی‌ها به‌گونه‌ای انجام شده است که بتوان داده‌ها را از هر نقطهٔ دل‌خواه در طول گام مومسان برداشت کرد، در محاسبات این قسمت در روش نو پیشنهادی $r=0.5$ در نظر گرفته شده است. همچنین، خاطرنشان می‌کند مانند این محاسبات را می‌توان برای سایر مؤلفه‌های تنش نیز انجام داد.

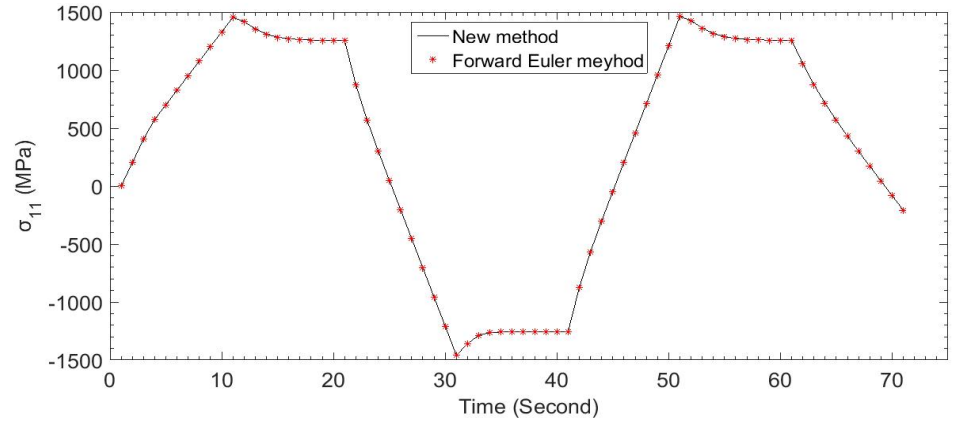
نمودار تنش σ_{11} که برای هر ۳روش در شکل‌های ۳ تا ۱۰ رسم شده است، به‌روشنی نشان می‌دهد که تنش های بهنگام‌شده با روش نو پیشنهادی و نیز پاسخ به‌دست‌آمده از روش‌های اولر پسرو و پیشرو برای ۲ماده مدنظر، عملاً باهم یکسان بوده است و درستی رابطه‌سازی انجام‌شده را می‌توان نتیجه گرفت.

برای بررسی دقت این روش، خطای نسبی محاسبه و نمودار آن در گام زمانی کاربردی $\Delta t=0.025$ sec برای روش نو پیشنهادی و روش‌های اولر پسرو و پیشرو رسم می‌شود. در این‌جا هم در روش نو پیشنهادی $r=0.5$ در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبه خطای نسبی از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

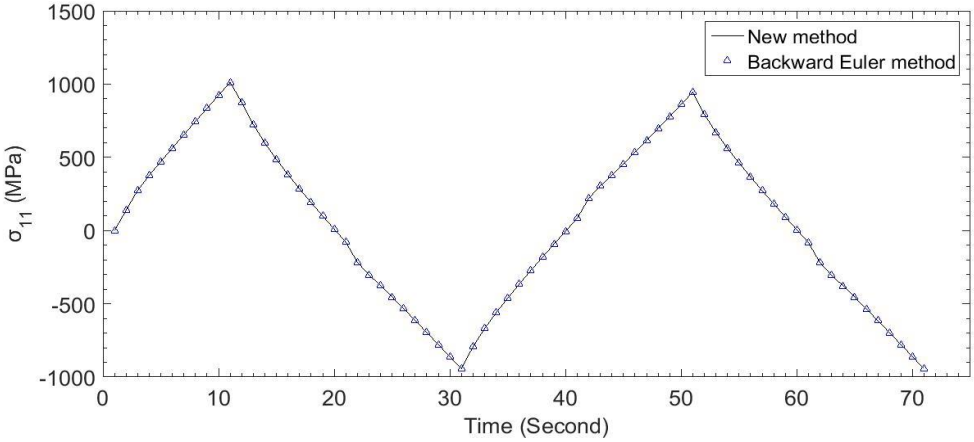
$$E_{\mathrm{n}}^{\sigma}=\frac{\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}}-\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{n}}\|}{\|\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{n}}\|} \qquad (٦٩)$$



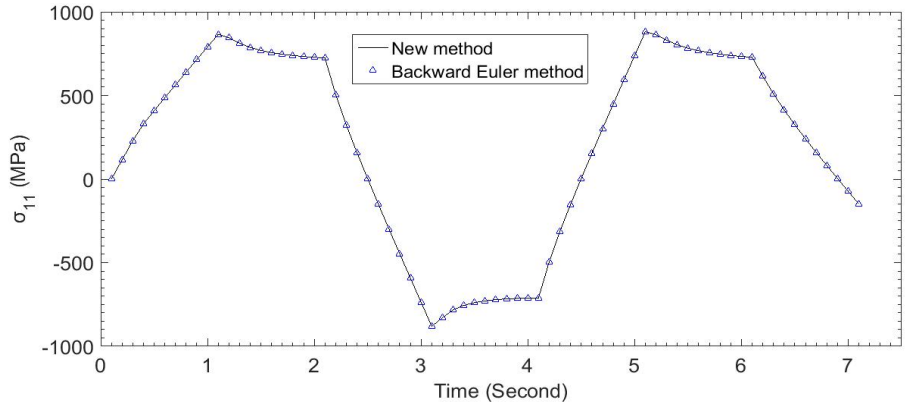
شکل ۵ مقایسهٔ روش اولر پیشرو و روش جدید با مسیر کرنش نخست در مادهٔ Carbon Steel CK15



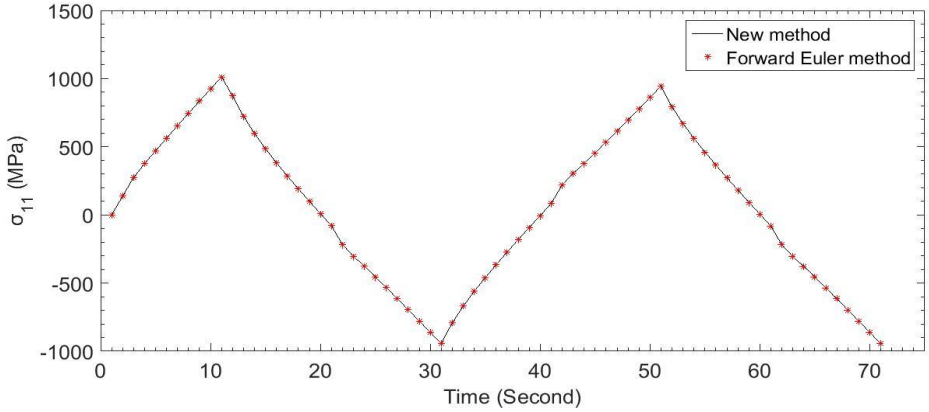
شکل٦ مقایسهٔ روش اولر پیشرو و روش جدید در مادهٔ Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش دوم



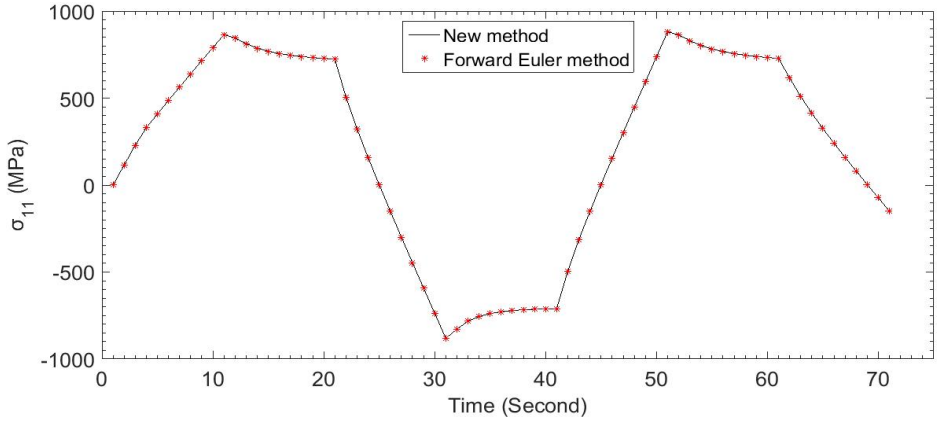
شکل ۷ مقایسهٔ روش اولر پسرو و روش جدید با مسیر کرنش نخست در مادهٔ Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9



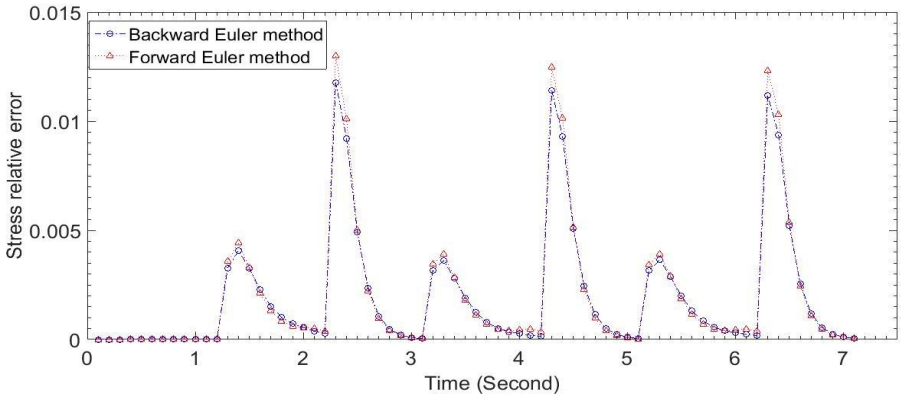
شکل ۸ مقایسهٔ روش اولر پسرو و روش جدید با مسیر کرنش دوم در مادهٔ Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9



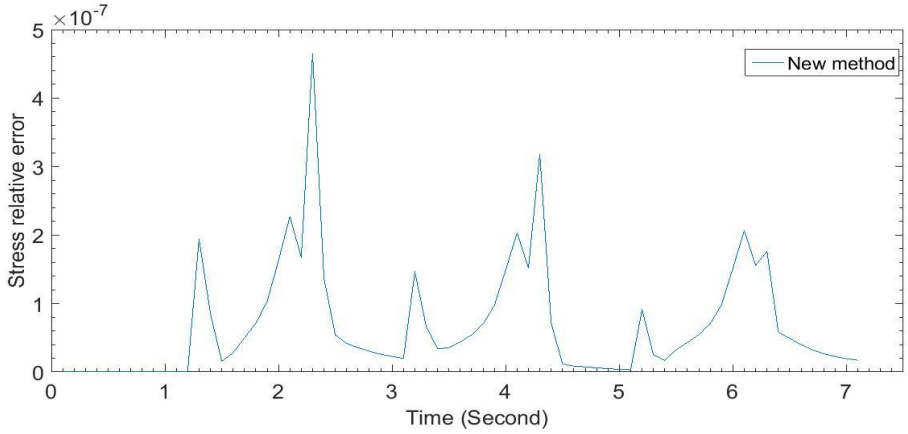
شکل ۹ مقایسهٔ روش اولر پیشرو و روش جدید با مسیر کرنش نخست در مادهٔ Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9



شکل ۱۰ مقایسهٔ روش اولر پیشرو و روش جدید با مسیر کرنش دوم در مادهٔ Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9



شکل ۱۱ نمودار خطای نسبی روش‌های اولر پیشرو و اولر پسرو برای مادهٔ Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش نخست



شکل ۱۲ نمودار خطای نسبی روش جدید برای مادهٔ Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش نخست

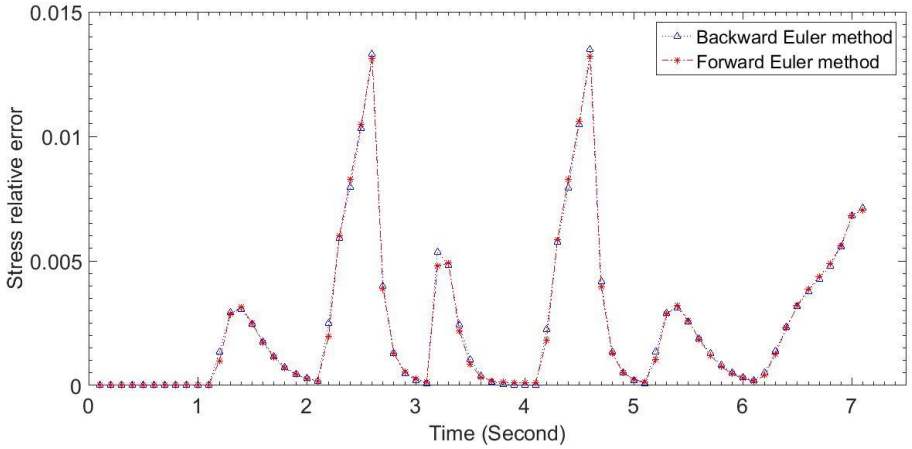
در این رابطه E_n^{σ}، اندازهٔ خطای نسبی، $\boldsymbol{\sigma_n}$ تنش بهنگام‌شده در لحظهٔ $t = t_n$ و $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}}$ بردار تنش دقیق است. برای محاسبهٔ تنش دقیق، روش اولر پسرو با گام زمانی بسیار کوچک Δt=0.00001 sec استفاده می‌شود.

باتوجه‌به نمودارهای خطای نسبی تنش رسم‌شده در شکل‌های ۱۱ تا ۱۸ می‌توان دریافت که دقت روش اولر پسرو از روش اولر پیشرو بیشتر بوده و دقت روش نو پیشنهادی بسیار بیشتر از روش‌های اولر است که نشان دهندهٔ توانمندی و دقت زیاد شیوهٔ نیمه‌ضمنی رابطه‌سازی‌شده است.

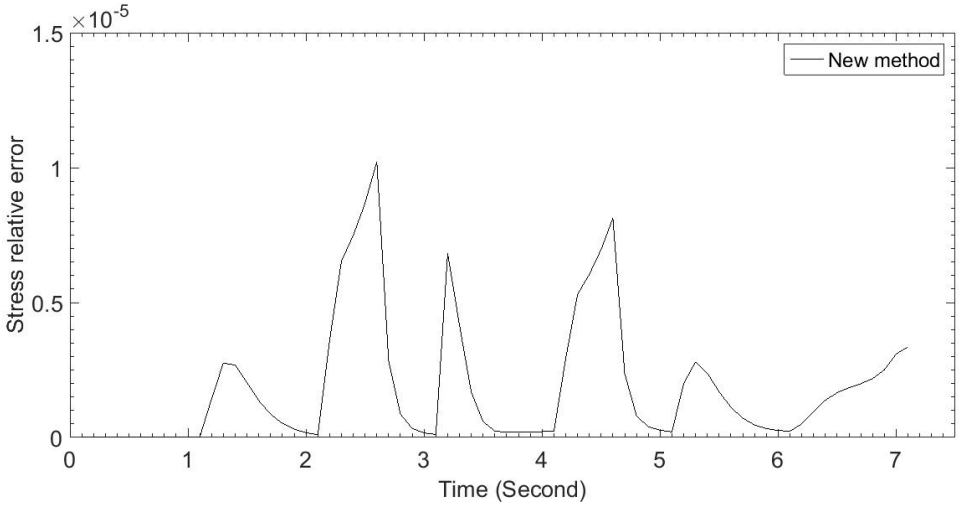
در این قسمت نرخ هم‌گرایی به پاسخ دقیق برای روش‌های اولر پیشرو، اولر پسرو، روش نمایی صریح و روش نیمه‌ضمنی نو پیشنهادی برای ۲مسیر کرنش یکم و دوم بررسی می‌شود. برای این، خطای نسبی مجموع (کل) با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$E_T^{\sigma} = \sum \frac{\|\boldsymbol{\sigma_n} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}}\|}{\|\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}}\|} \qquad (۷۰)$$

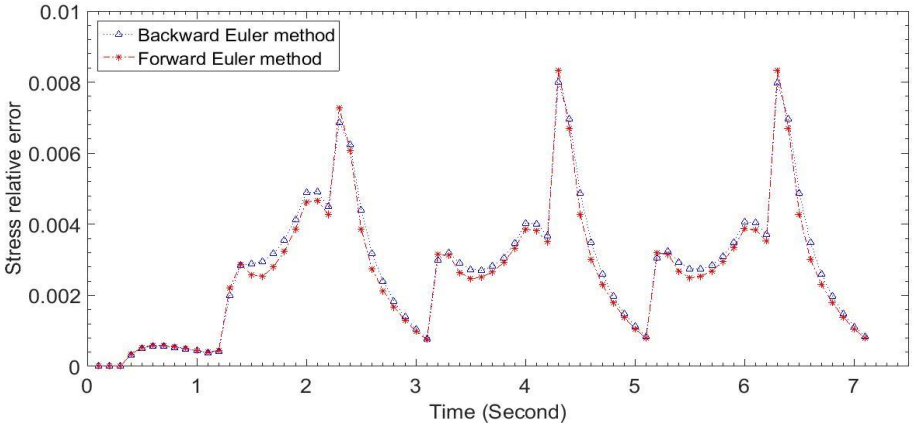
محاسبهٔ خطای نسبی مجموع برای ٤گام زمانی مختلف Δt=0.0125, 0.025, 0.05, 0.1 sec و با r=0.5 انجام می‌شود. گام‌های زمانی به‌گونه‌ای انتخاب شده‌اند که طول هر گام دوبرابر گام پیشین باشد. نتیجه محاسبات این قسمت در جدول‌های ۱ تا ٤ ارائه شده است.



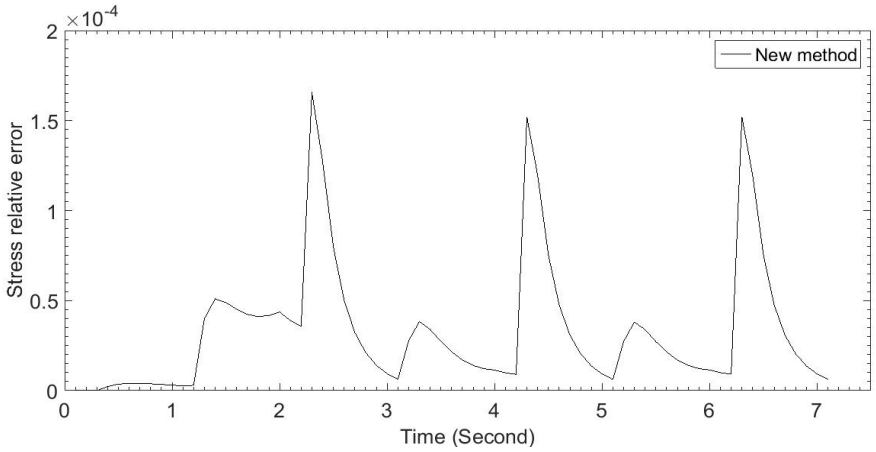
شکل ۱۳ نمودار خطای نسبی روش‌های اولر پیشرو و اولر پسرو برای مادهٔ Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش دوم



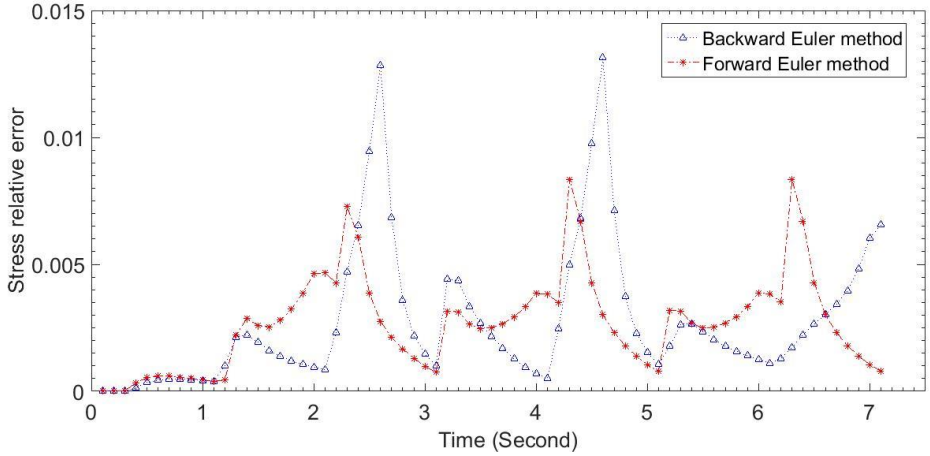
شکل۱٤ نمودار خطای نسبی روش جدید برای مادهٔ Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش دوم



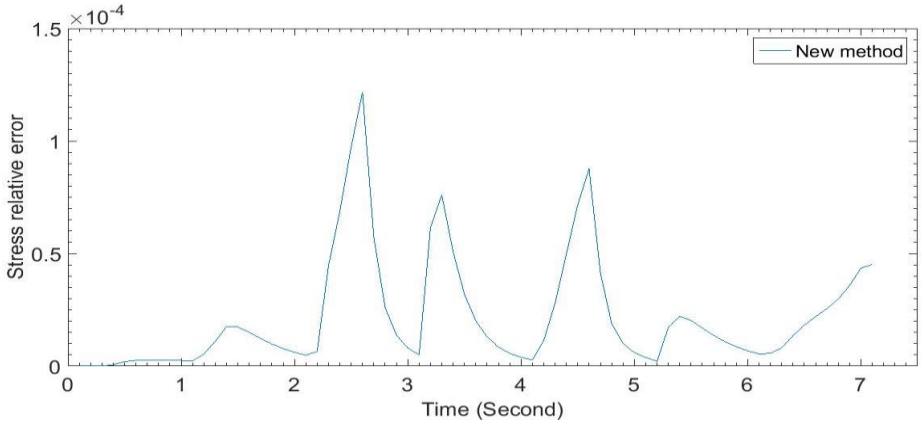
شکل ۱۵ نمودار خطای نسبی روش‌های اولر با مسیر کرنش نخست برای مادهٔ
Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9



شکل ۱۶ نمودار خطای نسبی روش جدید با مسیر کرنش نخست برای مادهٔ
Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9



شکل ۱۷ نمودار خطای نسبی با روش‌های اولر با مسیر کرنش دوم برای مادهٔ



Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9

شکل ۱۸ نمودار خطای نسبی روش جدید با مسیر کرنش دوم برای مادهٔ
Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9

جدول ۱ محاسبهٔ خطای نسبی کل برای Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش نخست

	روش اولر پسرو	روش اولر پیشرو	روش نمایی صریح	روش نو پیشنهادی
$\Delta t = 0.1$	0.4956	0.4673	0.8452×10^{-3}	0.8979×10^{-4}
$\Delta t = 0.05$	0.2642	0.2760	0.4231×10^{-3}	0.1963×10^{-4}
$\Delta t = 0.025$	0.1387	0.1457	0.2147×10^{-3}	0.4809×10^{-5}
$\Delta t = 0.0125$	0.0721	0.0754	0.110×10^{-3}	0.1242×10^{-5}

جدول ۲ محاسبهٔ **خطای** نسبی کل برای Carbon Steel CK15 با مسیر کرنش دوم

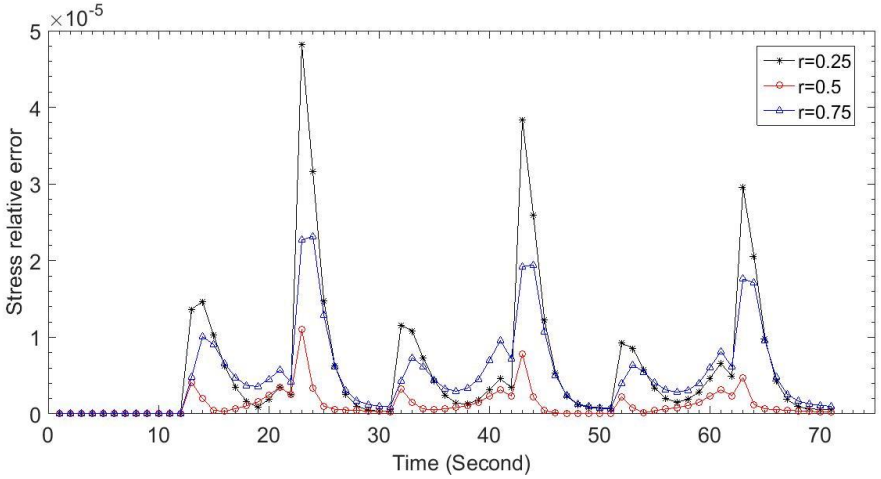
	روش اولر پسرو	روش اولر پیشرو	روش نمایی صریح	روش نو پیشنهادی
$\Delta t = 0.1$	0.6430	0.5531	0.1000×10^{-2}	0.1603×10^{-3}
$\Delta t = 0.05$	0.3411	0.3131	0.5201×10^{-3}	0.3634×10^{-4}
$\Delta t = 0.025$	0.1760	0.1738	0.2598×10^{-3}	0.8598×10^{-5}
$\Delta t = 0.0125$	0.0894	0.0910	0.1299×10^{-3}	0.2090×10^{-5}

جدول ۳ محاسبهٔ خطای نسبی کل با مسیر کرنش نخست برای
Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9

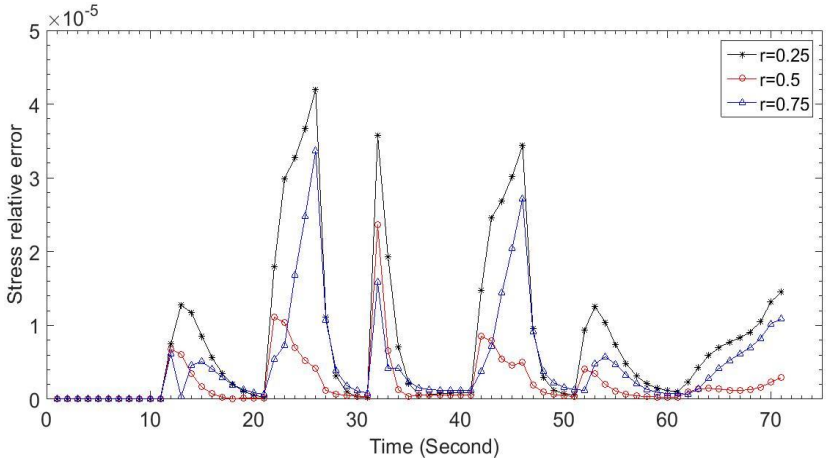
	روش اولر پسرو	روش اولر پیشرو	روش نمایی صریح	روش نو پیشنهادی
$\Delta t = 0.1$	0.7342	0.6419	0.1615	0.3830×10^{-1}
$\Delta t = 0.05$	0.3895	0.3695	0.0769	0.9400×10^{-2}
$\Delta t = 0.025$	0.2025	0.1925	0.0377	0.2400×10^{-2}
$\Delta t = 0.0125$	0.1043	0.0986	0.0186	0.6016×10^{-3}

جدول ٤ محاسبهٔ خطای نسبی کل با مسیر کرنش دوم برای
Chromium-nickel Stainless Steel X5CRNR18.9

	روش اولر پسرو	روش اولر پیشرو	روش نمایی صریح	روش نو پیشنهادی
$\Delta t = 0.1$	0.4957	0.4849	0.1280	0.2570×10^{-1}
$\Delta t = 0.05$	0.2643	0.3066	0.1076	0.6400×10^{-2}
$\Delta t = 0.025$	0.1387	0.1747	0.1220	0.1500×10^{-2}
$\Delta t = 0.0125$	0.0721	0.0923	0.1337	0.3739×10^{-3}



شکل ۱۹ مقایسهٔ برداشت داده‌ها از نقاط مختلف گام مومسان با مسیر کرنش نخست با رسم نمودار خطای نسبی برای Carbon Steel CK15



شکل ۲۰ مقایسهٔ برداشت داده‌ها از نقاط مختلف گام مومسان با مسیر کرنش دوم با رسم نمودار خطای نسبی برای Carbon Steel CK15

همان‌گونه که در این جدول‌ها مشاهده می‌شود، روش‌های اولر پیشرو، اولر پسرو و روش نمایی صریح دارای دقت مرتبهٔ یکم‌اند؛ زیرا در هر مرحله با نصف شدن طول گام بارگذاری، خطای نسبی کل نیز به نصف رسیده است. اما روش نیمه‌ضمنی نو پیشنهادی دارای دقت مرتبهٔ دوم است؛ زیرا با نصف‌شدن گام بارگذاری، مقدار خطای نسبی کل به یک‌چهارم رسیده است.

در بررسی‌های عددی یادشده برای بهنگام‌سازی تنش، داده‌های مسئله از نقطهٔ میانی گام مومسان ($r = 0.5$) برداشت شده بود. اکنون بررسی می‌شود که برداشتن داده‌ها از چه نقطه‌ای از گام مومسان با روش نیمه‌ضمنی نو پیشنهادی به دقیق‌ترین پاسخ‌ها منجر خواهد شد. برای این، نمودار خطای نسبی برای ماده Carbon Steel CK15 در گام زمانی $\Delta t = 0 \cdot 1\ sec$ برای هر ۲تاریخچهٔ بارگذاری کرنش محاسبه و رسم می‌شود و ۳مقدار $0.25, 0.5, 0.75$ برای r در نظر گرفته می‌شود. نمودارها در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ رسم شده است.

باتوجه‌به نمودارهای اشاره‌شده می‌توان دریافت که کمترین خطای نسبی هنگامی است که r=0.5 در نظر گرفته شود. بنابراین، برداشت داده‌ها از نقطهٔ میانی گام مومسان منجر به دقیق‌ترین پاسخ‌ها خواهد شد.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، الگوی مومسانی وان‌مایسز همراه با قانون‌های سخت‌شوندگی همگن ناخطی شابوش و سخت‌شوندگی پویای ناخطی آرمسترانگ‌فردریک در محدودهٔ تغییر شکل‌های کوچک در نظر گرفته شد. برای معادله‌های بنیادی مدنظر، یک شیوه نیمه‌ضمنی برپایهٔ نگاشت نمایی رابطه‌سازی شد.

باید دانست که در روش‌های نیمه‌ضمنی برپایهٔ نگاشت نمایی، باید از اندازهٔ شعاع سطح تسلیم و متغیرهای داخلی مومسانی در یک نقطهٔ در فرایند حل استفاده کرد؛ در اینجا رابطه‌ها به‌گونه‌ای استخراج شد که این امکان فراهم باشد که بتوان از هر نقطه‌ای در میان بخش مومسانی متغیرهای مزبور را محاسبه کرد.

برای بررسی درستی، دقت و نرخ هم‌گرایی شیوه نو پیشنهادی از آزمون‌های عددی استفاده شد و پاسخ‌ها با روش‌های اولر پیشرو، اولر پسرو و نمایی صریح سنجش شد. یافته‌ها درستی روش نو پیشنهادی را تأیید کرد و نشان داد که شیوهٔ تابع‌اولیه‌گیری استخراج‌شده دارای بیشترین دقت در مقایسه با روش‌های پیشین موجود است. از سوی دیگر، نرخ هم‌گرایی به پاسخ دقیق برای شیوهٔ نو پیشنهادی از مرتبهٔ دوم است که یک توانمندی مهم محسوب می‌شود.

سپس، محاسبات در ۳حالت برداشت داده‌ها از یک

چهارم نخست، یک‌چهارم پایانی و نقطه میانی گام مومسانی انجام و نمودار خطای نسبی هر ۳حالت رسم شد؛ سنجش نمودار خطای نسبی این ۳حالت با یکدیگر نشان داد که بهترین پاسخ‌ها زمانی رخ می‌دهد که شعاع سطح تسلیم و متغیرهای داخلی مومسانی از نقطهٔ میانی گام مومسان برداشت شود.

واژه‌نامه

تنش بازگشتی	$\mathbf{a}$
ضریب‌های سخت شوندگی همگن	$b,\ R_{\mathrm{s}}$
ماتریس کنترل	$\mathbf{B}$
کرنش انحرافی	$\mathbf{e}$
کرنش کشسان انحرافی	$\mathbf{e}^{\mathrm{e}}$
کرنش مومسان انحرافی	$\mathbf{e}^{\mathrm{p}}$
خطای نسبی تنش	E_n^{σ}
خطای نسبی کل	E_{t}^{σ}
تابع سطح تسلیم	F
ضریب کشسانی برشی	G
ماتریس ضرایب	$\mathbf{G}$
ضریب‌های سخت‌شوندگی پویا	$H_{\mathrm{kin}},\ H_{\mathrm{nl}}$
ماتریس همانی	$\mathbf{I}$
مدول بالک	K
بردار یکه عمرد بر سطح تسلیم	$\mathbf{n}$
تنش حجمی	p
شعاع سطح تسلیم	R
شعاع سطح تسلیم نخستین	R_0
تنش انحرافی	$\mathbf{s}$

نمادهای یونانی

تنش بازگشتی انحرافی	$\boldsymbol{\alpha}$
گام زمانی	Δt
ضریب مومسانی	γ
نمو ضریب مومسانی	λ
تنش	$\boldsymbol{\sigma}$
تنش انتقالی (جابجاشده)	$\boldsymbol{\Sigma}$
تنش انتقالی بی‌بُعد	$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}$
کرنش حجمی	θ

مراجع

1. Wilkins, M.L., "Calculation of elastic-plastic flow", Method of Computational Physics3, Academic Press, (1964).
2. Auricchio, F., Beirão da Veiga, L., "On a new integration scheme for von-Mises plasticity with linear hardening", *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , Vol. *56*, pp. 1375–1396, (2003).
3. Artioli, E., Auricchio, F., Beirão da Veiga, L., "Integration schemes for von-Mises plasticity models based on exponential maps: numerical investigations and theoretical considerations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 64, pp.1133–1165, (2005).
4. Artioli, E., Auricchio, F., Beirão da Veiga, L., " A novel ‘optimal’ exponential based integration algorithm for von-Mises plasticity with linear hardening: Theoretical analysis on yield consistency,

accuracy, convergence and numerical investigations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 67(4), pp.449–498, (2006).

5. Artioli, E., Auricchio, F., Beirão da Veiga, L., " Second-order accurate integration algorithms for von-Mises plasticity with a nonlinear kinematic hardening mechanism", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, pp.1827–1846, (2007).
6. Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C., " Accurate integration scheme for von-Mises plasticity with mixed-hardening based on exponential maps", *Engineering Computations*, Vol. 24(6), pp. 608–635, (2007).
7. Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C., "On the integration schemes for Drucker-Prager's elasto-plastic models based on exponential maps", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 74, pp. 799–826, (2008).
8. Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C., Sharifian, M., "Application of exponential-based methods in integrating the constitutive equations with multicomponent nonlinear kinematic hardening", ASCE *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 136(12), pp.1502–1518, (2010).
9. Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C., Sharifian, M., "Integration of nonlinear mixed hardening models", *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, Vol. 7 No. 3, 2011 pp. 266-305, (2011).
10. Rezaiee-Pajand, M., Sharifian, M., Sharifian, M., "Accurate and approximate integrations of Drucker-Prager plasticity with linear isotropic and kinematic hardening", *European Journal of Mechanics*, A/Solids 30 (2011) 345-361, (2011).
11. Rezaiee-Pajand, M., Sharifian, M., "A novel formulation for integrating nonlinear kinematic hardening Drucker-Prager's yield condition", *European Journal of Mechanics A/Solids31*, pp.163–178, (2012).
12. Haji Aghajanpour, N., M. Sharifian., " Investigation on semi-implicit integration method based on exponential map for von-Mises plasticity model with linear mixed hardening", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 163-169, 2016(in Persian)
13. Sharifian, M., Sharifian, M., Krysl, P., Sharifian, M., "Stress-update algorithms for Bigoni-Piccolroaz yield criterion coupled with a generalized function of kinematic hardening laws", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 67, pp.1-17, (2018).
14. Sharifian, M., Sharifian, M., Sharifian, M., "Nonlinear elastoplastic analysis of pressure sensitive materials", *International Journal of Mechanics and Materials in Design.* Vol.14 (3), pp. 329-344, (2018).
15. Tavoosi, M., Sharifian, M., Sharifian, M., "Updating stress and the related elastoplastic parameters for Lemaitre damage model", Iranian Journal of Science and Technology, *Transactions of Mechanical Engineering.* Vol. 44(4), pp.1–13 (2019).

16. Marinelli, F., Buscarnera, G., “A Generalized Backward Euler algorithm for the numerical integration of a viscous breakage model”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.* Vol. 43, pp. 3–29 (2019).
17. Kim, J., Kim, D.-N., “Robust stress integration algorithms for implicit elsatoviscoplastic finite element analysis of materials with yield-point phenomenon”, *International Journal of Mechanical Sciences.* Vol. 150, pp. 277–289 (2019).
18. Lee, J.-H., Ryu, D.-M., Lee, C.-S., “Constitutive-damage modeling and computational implementation for simulation of elasto-viscoplastic-damage behavior of polymeric foams over a wide range of strain rates and temperatures”, *International Journal of Plasticity.* Vol. 130, pp. 1–25 (2020).
19. Sharifian, M., Sharifian, M., “A new stress-updating algorithm for viscoplasticity”, Mechanics of Time-Dependent Materials (published online) (2021).
20. Chaboche, J.L., "Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity", *International Journal of Plasticity*, Vol.2, pp.149–188, (1986).
21. Armstrong, P.J., Frederick, C.O., "A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect", Report RD/B/N731, CEGB, Central Electricity Generating Board, Berkeley, UK, (1966).
22. Angelis, F., Taylor, R., "A Comparative Analysis of Linear and Nonlinear Kinematic Hardening Rules in Computational Elastoplasticity", *Technische Mechanik*. Vol. 32(2), pp.164-173, (2012).
23. Rezaiee-Pajand, M., Sharifian, M., Sharifian, "M., Angles based integration for generalized non-linear plasticity model", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 87, 241–257**,** (2014).

Semi-Implicit Integration of Constitutive Equations with Non-Linear Mixed Hardening

Mojtaba Afife Golsheikhi[1] Mehrzad Sharifian[2]
Mehrdad Sharifian[3]

1. Introduction

In the elastoplastic analyses, when the loading continues beyond the yielding stress and the materials endure the plastic deformations, the stress and the internal variables in the plasticity should be updated by integrating the constitutive equations. In this kind of non-linear finite element analysis, the integration process is performed on Gauss points of the elements in each iteration of every loading increment. On the other hand, since, generally there is no closed-form analytical solution for this process, usually numerical methods for stress-updating process are used.

It should be noted that the accuracy of the integration method of the constitutive equations influences strongly the final answers of the analysis. Therefore, many researches have tried to develop and increase the accuracy and the efficiency of integration schemes.

In this research, to increase the accuracy of the stress-updating process, a semi-implicit method for integrating the elastoplastic constitutive equations is suggested. In fact, here, the von Mises yield surface along with Chaboche nonlinear isotropic hardening and Armstrong-Frederick non-linear kinematic hardening are considered.

For using the exponential based integration algorithm, the system of the differential constitutive equations must be firstly transformed into the augmented stress space to develop the augmented system of the differential equations in the general form of $\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{B}\mathbf{X}$. In this equation, $\mathbf{X}$ is an augmented stress vector with $n + 1$ components, and $\mathbb{B}$ is an $\mathbf{X}$-dependent matrix in a nonlinear hardening model. Therefore, if the coefficient matrix $\mathbb{B}$ is considered to be constant during a load step, the aforementioned system of the differential equations can be solved in a closed-form way.

2. The Semi-implicit Exponential Method

In the present study, to solve the augmented system of the differential equations the authors used a semi-implicit procedure. To do this, in the first stage, the value of the yield surface radius and the back stress in the middle of the elastic-plastic part of the load step are calculated, and then the values are applied for computing the coefficient matrix $\mathbb{B}$. As a result, this process will increase the accuracy of the solution as well as the convergence rate of the solution from the first-order convergence rate to the second-order convergence rate.

In this research, firstly, the scheme is developed in a general form for a desired point in the elastoplastic part of the load step. Then, the calculations are done for a special case in which the radius of the yield surface is taken from the midpoint of the elastoplastic part of the load step.

Moreover, the solution is done based on the computation of the radius of the yield surface for three points located in the first quarter, the last quarter, and the midpoint of the interval of the elastoplastic load step. Afterwards, by plotting the stress relative errors of the solution, it is examined to see picking up the data from which point of the elastoplastic load step leads to the most accurate answers.

3. Numerical Tests

In order to evaluate the correctness, accuracy and convergence rate of the new integration scheme, the answers of the proposed method are examined by the numerical tests and comparing the solution with the backward Euler method, the forward Euler method and the explicit exponential method.

To check the accuracy of this method, two strain loading histories are applied to the two materials and the corresponding stresses are updated.

In the calculations of this section, for the proposed method, the plastic internal variables are taken from the midpoint of the elastoplastic load step. The comparison of the resulting diagrams for three methods in question, considering very fine load step, clearly shows that the updated stress of the proposed method as well as the response obtained from the backward and forward Euler methods are practically the same and the correctness of the derived relationships can be concluded.

[1] MSc in Structural Engineering, Civil Engineering Department, Quchan University of Technology, Quchan, Iran.
[2] Corresponding author. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Quchan University of Technology, Quchan, Iran. Email: m.sharifian@qiet.ac.ir
[3] Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Quchan University of Technology, Quchan, Iran.

To evaluate the accuracy of the method, the relative stress errors are calculated by $E_{\mathrm{n}}^{\sigma} = \frac{\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{n}}\|}{\|\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{n}}\|}$ for the practical load steps. In the aforementioned equation, $\boldsymbol{\sigma_n}$ is the updated stress at the time $t = t_n$ by the integration method and $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}}$ is the stress calculated by the backward Euler method with very fine load step which is considered as an exact solution.

The stress relative error diagrams illustrate that the accuracy of the proposed method is much higher than the other methods in question, which proves the high capability and accuracy of the new semi-implicit method.

Moreover, to check the convergence rate to the exact answer, the total stress relative errors for the different load steps are computed by the integration schemes. The findings show that all the forward Euler method, the backward Euler method and the explicit exponential method have the first-order convergence rate as it is expected; However, the proposed new semi-implicit method poses a second-order convergence rate, i.e., by halving the loading step, the error of the updated stresses is reduced in a quarter.

Finally, it is examined that for the new proposed semi-implicit method, taking data from which point of the elastoplastic part of the load step will lead to the most accurate answers. The results demonstrate that the midpoint of the elastoplastic part of the load step yields the most accurate answers.

4. Conclusion

In this research, the von Mises yielding model along with the mixed non-linear hardenings was considered in the small strain realm, and a semi-implicit integration based on the exponential mapping method was proposed.

The obtained augmented system of differential equations is solved, using the value of the variables by a point in the interval of the elastoplastic part of the load step. This strategy leads to the high precision as well as the second-order rate of the convergence which is a desirable feature for an integration algorithm in plasticity.

In order to examine the suggested semi-implicit integration scheme, a broad range of the numerical tests was performed. In the numerical studies, the classical forward Euler and backward Euler methods and the explicit exponential mapping scheme are utilized to compare the results of the new method with the aforementioned schemes.

All the findings demonstrated the high performance and robustness of the proposed semi-implicit second-order exponential-map algorithm.

مدل‌سازی فرایند فراصوت لیزری در رژیم دما-ارتجاعی به‌روش اجزای محدود*

مقاله پژوهشی

سلمان شمسایی[۱] **فرهنگ هنرور**[۲]

چکیده *در این مقاله، انتشار امواج فراصوتی حاصل از تابش پرتو لیزر به سطح یک جسم جامد در رژیم دما-ارتجاعی و تا آستانهٔ تبخیر ماده با استفاده از حل‌کننده کد-استر (Code-Aster) به‌صورت دوبعدی مدل‌سازی شده است. برخلاف مطالعات پیشین، مسئلهٔ فراصوت لیزری در دو مرحله و با مش‌ها و گام‌های زمانی متفاوت و مورد نیاز هر یک از بخش‌های تحلیل حرارتی و مکانیکی حل شده است که این امر باعث کاهش چشمگیری در زمان محاسبات شده است. انتشار امواج فراصوتی حاصل از تابش لیزر Nd:YAG با طول موج ۵۳۲ نانومتر، خیز پالس ۵ نانوثانیه و شدت لیزر حداکثر ۱۰ میلی‌ژول به‌صورت تابعی از زمان در کل قطعه محاسبه شده و موج‌های طولی و عرضی حاصل و نیز رفتار حرارتی ماده در اثر تابش پرتو بررسی شده است. زمان انجام محاسبات برای تحلیل‌های مجزای حرارتی و مکانیکی روی رایانه‌ای که برای این کار استفاده شد، جمعاً یکساعت و ۵۵دقیقه بوده است؛ درحالی‌که در تحلیل هم‌زمان، محاسبات حداقل ۱۱ساعت و ۲۹دقیقه طول می‌کشد. نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های آزمایشگاهی و عددی سایر محققان مقایسه شده است. تطابق خوب نتایج، درستی مدل‌سازی را تأیید می‌کند و نشان می‌دهد که کد موجود، رفتار حرارتی و مکانیکی فراصوت لیزری را به‌درستی و با سرعتی بیشتر از روش‌های پیشین محاسبه کرده است.*

واژه‌های کلیدی: لیزر، فراصوت، اجزای محدود، کد-استر، ارزیابی غیرمخرب.

مقدمه

آزمون فراصوت لیزری یکی از انواع آزمون‌های غیرمخرب فراصوتی است که از تابش پرتو لیزر برای تولید انواع موج‌های طولی، عرضی، سطحی و... همچنین دریافت آن‌ها برای بازرسی قطعات استفاده می‌کند. در فراصوت لیزری، برخلاف روش‌های سنتی، بازرسی بدون استفاده از مادهٔ واسط و به‌صورت غیرتماسی انجام می‌شود. در سال‌های گذشته این روش پیشرفتهٔ آزمون فراصوتی کاربردهای متنوعی در صنعت یافته است؛ مخصوصاً در بازرسی کامپوزیت‌های زمینهٔ پلیمری در صنایع هوافضا، ضخامت‌سنجی لوله‌های داغ فولادی در حین تولید و اندازه‌گیری و تعیین خصوصیات لایه‌های نازک در صنایع میکروالکترونیک[1]. به‌طورکلی، از فراصوت لیزری در یکی از ۲رژیم دما-ارتجاعی یا فرسایشی استفاده می‌شود. چنان‌چه قدرت لیزر پایین‌تر از آستانهٔ تبخیر ماده باشد، رژیم دما-ارتجاعی و درصورتی‌که قدرت لیزر به اندازه‌ای باشد که برداشت ماده را باعث شود، رژیم فرسایشی خواهد بود. مزیت رژیم فرسایشی نسبت به رژیم دما-ارتجاعی، تولید سیگنال‌های قوی‌تر و امکان بازرسی قطعات ضخیم، قطعات با دمای بالا و همچنین به‌کارگیری روش در شرایط و محیط‌هایی است که تضعیف موج فراصوتی زیاد است. اما باتوجه‌به آسیب جزئی سطح در رژیم فرسایشی، در بعضی کاربردها استفاده از آن پذیرفتنی نخواهد بود. در فراصوت لیزری معمولاً از لیزرهای CO_2 برای تولید موج استفاده می‌شود و امواج تولیدشده اغلب به‌وسیلهٔ اینترفرومتر فابری-پرو (Fabry-Perot) دریافت می‌شوند[2]. لیزرهای دیگری همچون Nd:YAG، Excimer و به‌میزان کمتری Nd-glass نیز با طول

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۱/۳۱ و تاریخ پذیرش آن ۰۰/۲/۱۱ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.56657.0

(۱) دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

(۲) نویسنده مسئول: استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

Email: honarvar@kntu.ac.ir

موج‌های مختلف برای ارزیابی غیرمخرب استفاده می‌شوند. ضریب جذب سطح و دامنهٔ موج‌های فراصوتی تولیدشده باتوجه‌به جنس نمونه و طول موج لیزرهای یادشده متفاوت است.

از اوایل دهه۱۹۶۰، به استفاده از لیزر برای تولید امواج فراصوتی توجه شد[3]. لدبتر و مولدر[4] با تاباندن یک لیزر پالسی Nd-glass به یک قطعهٔ آلومینیمی نشان دادند که امواج طولی، عرضی و ریلی هم‌زمان در قطعه تشکیل می‌شوند. آن‌ها سپس سرعت این امواج را اندازه‌گیری و با مقادیری که با استفاده از سایر روش‌ها به‌دست‌آمده بود، مقایسه کردند. ویرت[5] به بررسی طیف فرکانسی امواج فراصوتی حاصل از لیزر پرداخت و با مقایسه با مدل تئوری، درستی نتایج خود را ارزیابی کرد. رود[6] روش فراصوت لیزری را با هر ۲مکانیزم دما–ارتجاعی و فرسایشی را مطالعه و برای دریافت امواج تولیدشده از روش‌های مختلف اینترفرومتری استفاده کرد. ایندو و همکاران[7] از یک لیزر Nd:YAG برای تولید امواج فراصوتی در یک نمونهٔ آلومینیمی و از یک لیزر He-Ne برای دریافت امواج و اندازه‌گیری میزان جابه‌جایی سطح استفاده کردند. آن‌ها به کمک این روش توانستند هم عرض و هم عمق عیوب را اندازه‌گیری کنند. علاوه بر این، تحلیل داده‌ها نشان داد که این روش برای شناسایی عیوب تا عمق ٤ میلی‌متر زیر سطح مناسب و عملی است. هاچینز و همکاران[8] فراصوت لیزری را برای بازرسی مواد متخلخل به کار بردند. آن‌ها سرعت انتشار امواج طولی و عرضی تولیدشده با لیزر در مادهٔ متخلخلی از جنس سیلیس را پیش‌بینی کردند و میزان تضعیف موج را برحسب فرکانس بررسی و نتایج خود را با آزمایش‌های عملی مقایسه کردند. دوهرست و شان[9] از لیزری به‌قدرت ۲مگاوات برای تولید امواج طولی در قطعات آلومینیمی استفاده کردند. آن‌ها عیوبی مصنوعی در قطعات آلومینیمی ایجاد کردند و با استفاده از اینترفرومتر فابری–پرو و به‌روش عبوری، عیوب سوراخ و لایه‌لایه‌شدگی را بررسی کردند. رویر و چنو[10] مدلی تحلیلی را برای بررسی شکل امواج ریلی تولیدشده با استفاده از منبع خطی لیزر در رژیم دما–ارتجاعی در یک قطعهٔ همسانگرد از جنس آلومینیم توسعه دادند. آن‌ها شکل لیزر را به‌صورت گوسی فرض کردند و یک رابطهٔ تحلیلی برای جابه‌جایی نرمال در منطقهٔ نزدیک و دور از منبع خطی لیزر ارائه و آن را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. کلارنک و همکاران[11] برای شناسایی شکاف‌های کوچک سطحی در یک سیلندر فولادی به‌قطر ۲۵میلی‌متر، از روش فراصوت لیزری استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از امواج ریلی ایجادشده با لیزر روی سطح، توانستند ترک‌هایی را با حداقل عمق ۰/۰۸میلی‌متر که در مقایسه با طول‌موج ریلی (۲میلی‌متر) بسیار کوچک‌تر بود، شناسایی کنند. استراتوداکی و همکاران[2] ۳لیزر CO_2، Nd:YAG و XeCl را برای تولید امواج فراصوتی در اپوکسی رزین در هر ۲رژیم فرسایشی و دما–ارتجاعی به‌صورت تجربی مقایسه و مقدار جذب انرژی و دامنهٔ امواج را ارزیابی کردند. کارابوتو و همکاران[12] از روش فراصوت لیزری برای تعیین اندازهٔ تنش‌های پسماند در جوش استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از یک لیزر Nd:YAG با انرژی پالس ۱۰۰میکروژول و مدت پالس ۷نانوثانیه ابتدا سرعت صوت را در یک نمونهٔ بدون جوش اندازه گرفتند و سپس با مقایسهٔ مقادیر اولیه و مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ سرعت صوت در نمونهٔ جوش‌داده‌شده، میزان تنش‌های پسماند را محاسبه کردند. وو و همکاران[13] برای دریافت امواج فراصوتی تولیدشده با لیزر از تراگذارهای پیزوالکتریک یکپارچه استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از تکنیک اسپری سول–ژل (Sol-gel) فیلم‌های پیزوالکتریکی، به‌ضخامت تقریبی ۵۰میکرومتر، ساختند و مستقیم روی سطح قطعات آزمایش‌شده ازجمله فولاد و آلومینیم قرار دادند و توانایی این تراگذارهای یکپارچه برای شرایط مختلف تولید پالس لیزر روی سطوح منحنی در دماهای بالا (حداکثر ٤۰۰درجه سانتی‌گراد) را نشان دادند. پی و همکاران[14] با استفاده از روش سایه، به

ارزیابی ترک پرداختند و موج فراصوتی تولیدشده با لیزر را با روش اجزای محدود مدل‌سازی و نتایج عددی خود را با آزمایش‌های عملی صحت‌سنجی کردند. ریسه و همکاران [15] تأثیر تغییر فاز و تشکیل حوضچه مذاب را روی امواج برشی حاصل از لیزر بررسی کردند.

اوری و همکاران [16] تولید امواج دما–ارتجاعی فراصوتی در ورق فلزی از جنس تنگستن را به ۲روش مختلف، یکی براساس توابع الاستودینامیک گرین و دیگری با استفاده از روش اجزای محدود، حل کردند. آن‌ها به‌تدریج توان لیزر را تا آستانهٔ تبخیر افزایش دادند و گرادیان دمایی، جابه‌جایی، تنش‌های سطحی، عمق حوضچهٔ مذاب و همچنین تأخیر زمانی موج برشی را در حالت مذاب پیش‌بینی کردند. ونگ و همکاران [17] انتشار امواج لمب (Lamb) تولیدشده با لیزر در صفحات کریستالی را به‌صورت دوبعدی مدل‌سازی کردند. کیو و لاو[18] حساسیت تکنیک فراصوت لیزری در تشخیص عیوب نزدیک به سطح، مخصوصاً در بتن تقویت‌شده با چسباندن پلیمرهای مسلح‌شده با الیاف کربن را به‌صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. رویپنگ و همکاران[19] به بازرسی قطعات داغ با استفاده از فراصوت لیزری به‌صورت عملی و همچنین با استفاده از روش اجزای محدود پرداختند و دریافتند که سرعت و دامنهٔ امواج سطحی با افزایش دما کم می‌شود. کازالینو و همکارانج [20] با استفاده از لیزر پالسی Nd:YAG سخت‌سازی سطح فولاد AISI 4130 را به‌صورت عددی و تجربی بررسی کردند. مرادی و همکاران[21] به‌بررسی تأثیر پارامترهای فرایند برش‌کاری با لیزر پیوسته CO_2 با استفاده از روش آماری تحلیل واریانس بر روی ورقی از جنس پلی‌کربنات پرداختند. جی و همکاران[22] از روشی مبتنی بر امواج حجمی فراصوت لیزری، برای تشخیص عیب لایه‌لایه‌شدگی در کامپوزیت‌های دوفلزی استفاده کردند و با آزمایش‌های عملی نتایج روش اجزای محدود را قوت بخشیدند.

در این مقاله، فراصوت لیزری در رژیم دما–ارتجاعی (تا آستانهٔ تبخیر ماده) به‌روش اجزای محدود مدل‌سازی و رفتار حرارتی ماده در اثر تابش پرتو لیزر و همچنین نحوهٔ انتشار موج فراصوتی ایجادشده بررسی می‌شود. شبیه‌سازی به‌صورت دوبعدی و برای یک لیزر Nd:YAG با طول موج ۵۳۲نانومتر و خیز پالس ۵نانوثانیه و شدت حداکثر ۱۰میلی‌ژول بر روی ماده‌ای از جنس تنگستن تحلیل می‌شود. باتوجه‌به زمان زیاد محاسبات در فرایند فراصوت لیزری، مخصوصاً در بازرسی قطعات ضخیم و باتوجه‌به یکسان‌نبودن اجزا و گام‌زمانی مورد نیاز برای حل بخش‌های حرارتی و مکانیکی مسئله، قسمت حرارتی و مکانیکی به‌طور مجزا مدل‌سازی و تأثیر آن در کاهش زمان محاسبات بررسی می‌شود. ابتدا اندازهٔ اجزا و گام‌زمانی مورد نیاز برای حل مسئلهٔ حرارتی با تکرار تحلیل به‌دست می‌آید و سپس نتایج به‌دست‌آمده به‌عنوان بار ورودی در تحلیل مکانیکی به‌کار می‌رود و نتیجه با مقایسه با دیگر نتایج عددی و آزمایشگاهی صحت‌سنجی می‌شود. علاوه‌براین، قابلیت برنامهٔ محاسباتی کد–استر در مدل‌سازی فرایند فراصوت لیزری در رژیم دما–ارتجاعی نیز ارزیابی می‌شود.

تولید فراصوت لیزری در رژیم دما–ارتجاعی

هنگامی که پرتو لیزر به سطح یک جسم همسانگرد برخورد می‌کند، مقداری از انرژی الکترومغناطیس پرتو از طریق سطح جذب و سطح جسم گرم می شود. این انتقال حرارت با رابطهٔ زیر بیان می‌شود[23]:

$$\rho C_p \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} = \nabla(k \nabla T(x,y,t)) + Q \quad (1)$$

که در آن $T(x,y,t)$ توزیع دما در زمان t ، y راستای عمق و x امتداد طول قطعه است. C_p، ρ و k به‌ترتیب ظرفیت گرمای ویژه، چگالی و رسانندگی گرمایی در فشار ثابت هستند و Q چگالی انرژی منبع حرارتی است. از آن‌جا

که پالس لیزر، به‌جای منبع حرارتی معمولاً به‌صورت شار حرارتی عمل می‌کند (Q=۰)، معادلهٔ (۱) می‌تواند به‌صورت زیر ساده‌سازی شود[23,24]:

$$\rho C_p \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(k\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y}) \quad (۲)$$

شرایط مرزی نیز به‌صورت زیر است[23,24]:

$$-k\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y}\Big|_{y=h} = E(1-R)f(x)g(t),$$

$$\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y}\Big|_{y=o} = 0 \quad (۳)$$

که در آن E انرژی پالس لیزر برحسب ژول، R ضریب انعکاس سطح و f(x) و g(t) به‌ترتیب توزیع فضایی و زمانی پرتو لیزر هستند. y=h متناظر با سطح رویی و y=۰ متناظر با سطح زیرین و h ضخامت قطعه است.

انرژی جذب شدهٔ لیزر سبب انبساط آنی سطح و درنتیجه ایجاد تنش و متعاقب آن منجر به جابه‌جایی سطح و تولید امواج فراصوتی می‌شود. معادله جابه‌جایی عبارت است از [24,25]:

$$(\lambda+2\mu)\nabla(\nabla U) - \mu\nabla\times\nabla\times U - (3\lambda+2\mu)\alpha\nabla T(x,y,t) = \rho\frac{\partial^2 U}{\partial^2 t} \quad (٤)$$

که در آن U جابه‌جایی وابسته به زمان، μ و λ ثوابت لامه، و α ضریب انبساط حرارتی خطی است.

مدل‌سازی مسئله به‌روش اجزای محدود. با درنظرگرفتن ارتباط مستقیم بین جابه‌جایی گره‌ها {U} و حرارت {T} و باتوجه‌به ماتریس ظرفیت گرمایی ویژه [C_p]، ماتریس رسانندگی گرمایی [K_T]، بردار شار حرارتی {p_1} و بردار منبع حرارتی {p_2}، معادلهٔ کلاسیک حرارت را می‌توان به‌صورت زیر نوشت[26,27]:

$$[K_T]\{T\} + [C_p]\{\dot{T}\} = \{p_1\} + \{p_2\} \quad (۵)$$

که در آن {T} دما و {$\dot{T}$} نرخ افزایش دماست. برای انتشار موج، با صرف‌نظر از میرایی، معادلهٔ اجزای محدود به‌صورت زیر است [۲٦ و ۲۷]:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F_{ext}\} \quad (٦)$$

که در آن [M] ماتریس جرم، [K] ماتریس سفتی، {U} بردار جابه‌جایی ، {$\ddot{U}$} بردار شتاب و {F_{ext}} بردار نیروی خارجی است. در حالت دما-ارتجاعی، بردار نیروی خارجی برای یک جزء برابر است با [۲٦ و ۲۷]:

$$\{F_{ext}\} = \int_{V_e} [B]^T[D]\{\varepsilon_0\}dV \quad (۷)$$

که در آن {ε_0} بردار کرنش حرارتی، $[B]^T$ ترانهاده ماتریس کرنش-تغییرمکان و [D] ماتریس ماده است.

شبیه‌سازی عددی

برای انجام محاسبات به‌روش اجزای محدود و عملیات پیش‌پردازش و پس‌پردازش از نرم‌افزار سالومه‌مکا (Salome-Meca) استفاده شد. سالومه‌مکا نرم‌افزار یکپارچه متن‌بازی است که از پلت‌فرم سالومه برای عملیات پیش‌پردازش و پس‌پردازش و از حل‌کننده کد-استر برای محاسبات عددی بهره می‌گیرد. کد-استر فرایندهای کوپل حرارتی‌مکانیکی را به‌صورت مجزا حل می‌کند، بدین‌ترتیب که ابتدا باید محاسبات مربوط به قسمت حرارتی مسئله انجام شود و سپس خروجی حاصل از مرحله اول در تحلیل مکانیکی بارگذاری شود. مزیت تحلیل مجزای حرارتی و مکانیکی هنگامی مطلوب است که مش مورد نیاز و گام‌زمانی برای حل مسئلهٔ

تحلیل حرارتی و تحلیل مکانیکی متفاوت باشد. دراین‌صورت، هرکدام از تحلیل‌ها می‌تواند با مش مجزا و گام‌زمانی متفاوت محاسبه شود تا زمان محاسبات کم شود. حل مسئله با کد-استر این مزیت را نیز دارد که دستورات کد-استر که کاربر برای حل مسئله می‌نویسد، یک کد به زبان پایتون است و کاربر می‌تواند محاسبات ریاضی، دستورات شرطی پایتون، ایجاد حلقه و... را به‌راحتی در تحلیل خود بگنجاند.

برای حل مسئله انتشار موج فراصوتی در اثر تابش پرتو لیزر، محاسبات به ۲قسمت حرارتی و مکانیکی تقسیم و برخلاف روش معمول از مش متفاوتی برای این ۲تحلیل استفاده شد. در قسمت اول، تابش پالس لیزر به سطح جسم مدل‌سازی و توزیع دما در جسم به صورت تابعی از زمان محاسبه شد. در قسمت دوم، نتایج تحلیل حرارتی به‌صورت بار ورودی در تحلیل مکانیکی استفاده شد و جابه‌جایی ذرات در اثر انبساط آنی سطح و تشکیل موج فراصوتی به‌صورت دینامیکی بررسی شد.

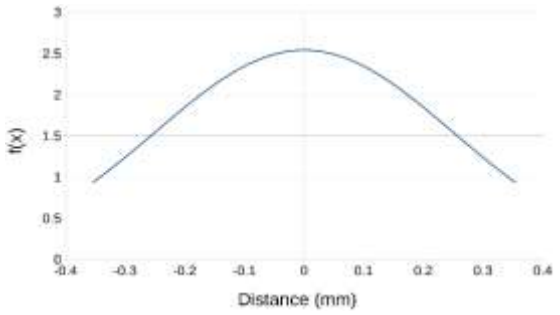
برای فراهم‌کردن شرایط مقایسهٔ نتایج تحلیل حرارتی با مرجع[16] از یک لیزر Nd:YAG با خیز پالس ۵نانوثانیه و شعاع لکهٔ ۰/۳۵٤میلی‌متر برای محاسبات اجزای محدود استفاده شد. موج لیزر به‌صورت گوسی فرض و توزیع حرارت منبع لیزر روی سطح مطابق معادلهٔ زیر مدل شد[24,28,29]:

$$q = E(1-R)\,f(x)\,g(t) \qquad (۸)$$

برای مدل‌سازی توزیع مکانی لیزر روابط مختلفی در تحقیقات گذشته گزارش شده است. رابطهٔ زیر برای مدل‌سازی توزیع گوسی پرتو لیزر استفاده شد [14,16, 24,30]:

$$f(x) = \frac{1}{\pi r_0^2}\exp\left(\frac{-x^2}{r_0^2}\right) \qquad (۹)$$

که در آن r_0 شعاع لکهٔ لیزر است. توزیع فضایی حاصله برای لکهٔ لیزری با شعاع ۰/۳۵٤میلی‌متر در شکل ۱ نشان داده شده است.

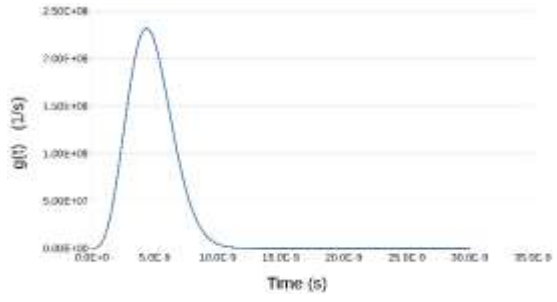


شکل ۱ توزیع مکانی پالس لیزر با شعاع لکهٔ ۰/۳۵٤میلی‌متر

علاوه بر توزیع مکانی پرتو بر روی سطح، شکل پالس لیزر به‌صورت تابعی از زمان نیز باید مدل شود. معادلات متفاوتی برای مدل‌سازی شکل زمانی پرتو لیزر ارائه شده است. یکی از روابطی که بدین منظور می‌توان استفاده کرد، عبارت است از [29,31]:

$$g(t) = \frac{8t^3}{t_0^4}\exp\left(\frac{-2t^2}{t_0^2}\right) \qquad (۱۰)$$

که در آن t_0 زمان خیزپالس لیزر است. توزیع زمانی به‌دست‌آمده از معادلهٔ (۱۰) برای خیزپالس ۵نانوثانیه در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ توزیع زمانی پالس لیزر با خیزپالس ۵نانوثانیه

برای تعریف رفتار حرارتی هنگام ذوب ماده و تغییرات انرژی داخلی سیستم و همچنین درنظرگرفتن گرمای نهان ذوب، معادلهٔ زیر استفاده شد[16]:

$$C_p(T) = C_0 + L_f f(T) \quad (11)$$

که در آن C_0 ظرفیت گرمای ویژه در دمای اتاق، L_f گرمای نهان ذوب و $f(T)$ برابر است با [16]:

(۱۲)

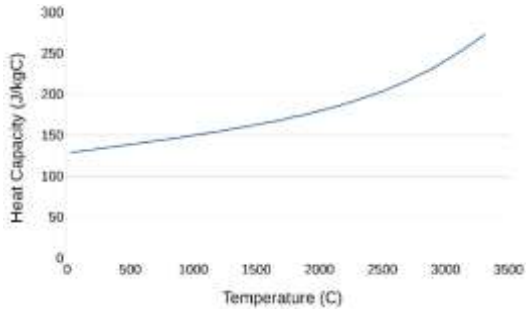
$$f(T) = \begin{cases} \{1+\cos(\pi(T-T_m)/100)\}/200, & |T-T_m| < 100^\circ C \\ 0, & |T-T_m| > 100^\circ C \end{cases}$$

در معادلهٔ (۱۲) T_m نقطهٔ ذوب ماده است. ماده به‌کاررفته در این تحقیق تنگستن است که مشخصات آن در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱ مشخصات حرارتی و مکانیکی تنگستن [16]

مدول یانگ	Y (GPa)	٤٠٨
ضریب پواسون	ν	۰/۲۸
چگالی	ρ (kg/m^3)	۱۹۳۰۰
ضریب انبساط حرارتی خطی	α(C^{-1})	٤/۳ ×$۱۰^{-٦}$
سرعت موج طولی	c_L (m/s)	٥٥٧۰
سرعت موج عرضی	c_T (m/s)	۳۰۸۹
نقطه ذوب	°C	۳٤۱۰
گرمای نهان ذوب	J/kg	۱۸٤۰۰۰
رسانندگی گرمایی	W/m°C	۱۷۳

ظرفیت گرمای ویژه به‌صورت وابسته به زمان درنظر گرفته شد که تغییرات آن مطابق شکل ۳ است[32]. به‌علت دردسترس‌نبودن مقادیر ظرفیت گرمای ویژه در دماهای بالاتر از دمای ذوب، مقدار آن در ناحیهٔ ذوب مستقل از حرارت و ثابت فرض شد. با شدت لیزری برابر با ۱۰میلی‌ژول، دمای سطح تا مرز تبخیر ماده بالا می‌رود. برای ساده‌سازی، گرمای نهان تبخیر در محاسبات لحاظ نشد. همچنین رسانندگی گرمایی مستقل از دما فرض شد.



شکل ۳ تغییرات ظرفیت گرمای ویژه وابسته به دما برای تنگستن [32]

محاسبات به‌صورت دوبعدی بر روی قطعه‌ای از جنس تنگستن به ابعاد ۳/۱۲ × ۸میلی‌متر مربع انجام و به‌دلیل تقارن مسئله در راستای محور طولی، فقط نیمی از قطعه مدل شد.

اندازهٔ اجزا در تحلیل اجزای محدود از اهمیت خاصی برخوردار است و هم‌گرایی نتایج هنگامی حاصل می‌شود که اندازهٔ اجزا به‌اندازهٔ کافی کوچک باشد. از طرف دیگر، بیش از اندازه کوچک‌بودن اجزا نیز زمان محاسبات را افزایش می‌دهد. بنابراین، اندازهٔ مورد نیاز اجزا در منطقهٔ تابش پرتو و منطقهٔ دور از لیزر، باید محاسبه شود. به‌طورکلی حداکثر اندازهٔ اجزا باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که دست‌کم ۱۰گره در یک طول موج داشته باشیم [۳۰]. حداکثر اندازهٔ اجزا برابر است با[33]:

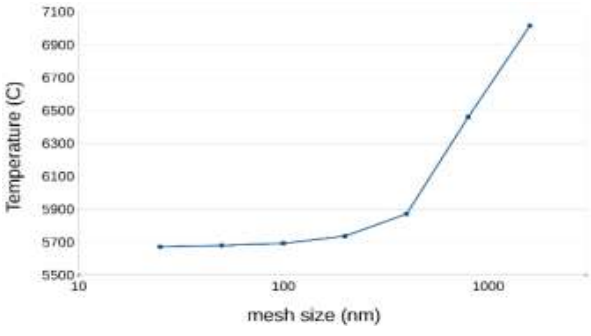
$$L_e \le \frac{1}{10}\frac{C}{f_{max}} \quad (13)$$

که در آن L_e اندازهٔ جزء، C حداکثر سرعت موج در ماده و f_{max} حداکثر فرکانس موج فراصوتی است که از

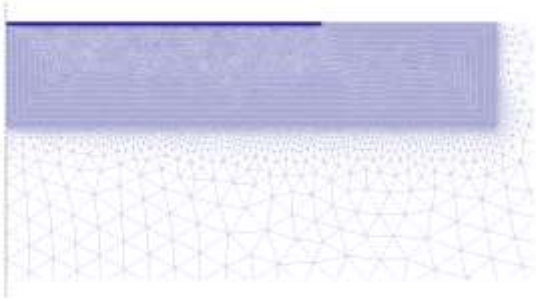
معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید[33]:

$$f_{max} = \frac{2\sqrt{2}\,C}{\pi r_0} \quad (١٤)$$

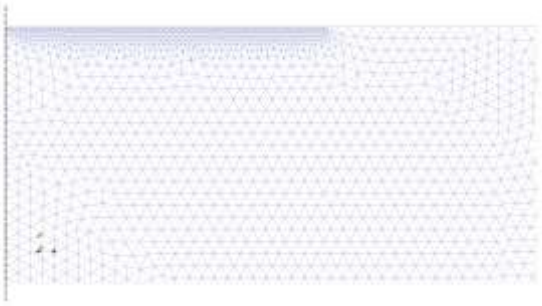
با استفاده از معادلات (١٣) و (١٤)، اندازهٔ اجزا باید کوچک‌تر یا مساوی ٣٩/٣میکرومتر باشد و هر چقدر چگالی انرژی لیزر بیشتر شود، این مقدار کمتر خواهد شد. مقدار مورد نیاز با تکرار تحلیل و کاهش تدریجی اجزا به‌دست خواهد آمد. مقدار محاسبه‌شده ٣٩/٣ میکرومتر برای منطقهٔ دور از لیزر بود، اما باتوجه‌به چگالی زیاد انرژی لیزر (آستانهٔ تبخیر ماده)، اجزای منطقه حرارت‌دیده باید به‌اندازه‌ای کوچک باشند که نتایج دمایی، دقت و هم‌گرایی کافی را داشته باشند. بنابراین، تحلیل مدنظر چندبار با اندازهٔ اجزای کوچک‌تر تکرار شد [34,35] و نتایج هنگامی هم‌گرا شدند که اندازهٔ اجزای منطقهٔ نزدیک به لیزر به ١٠٠نانومتر رسید (شکل٤). برای منطقهٔ دور از لیزر نیز تحلیل چندین‌بار تکرار شد و هربار، المان‌های منطقهٔ دور کمی بزرگ‌تر شدند و مشاهده شد که با اجزایی با اندازهٔ ٣٠میکرومتر یا کمتر، نتایج تغییری نمی‌کند. تعداد کل گره‌ها در تحلیل حرارتی ٢٢٢١٥٩ گره است. شکل ٥–الف قسمتی از مش مربوط به تحلیل حرارتی را که در منطقهٔ نزدیک به لیزر قرار دارد، نشان می‌دهد.



شکل٤ رابطهٔ اندازه اجزا در منطقهٔ نزدیک به لیزر با دما برای نقطه ای در بالای سطح و در مرکز تابش پرتو لیزر با توان ١٠میلی‌ژول و خیزپالس ٥نانوثانیه



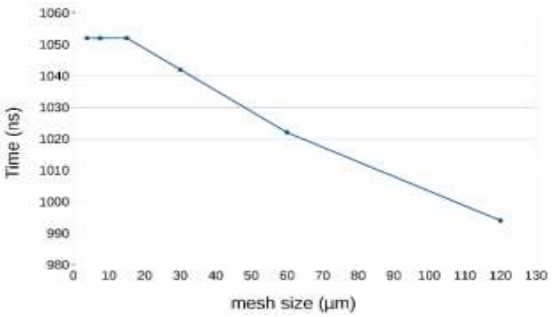
الف)



ب)

شکل ٥ مش‌بندی مدل در منطقهٔ تابش لیزر مربوط به: الف) تحلیل حرارتی، ب) تحلیل مکانیکی

تحلیل مکانیکی به چنین مش‌ریزی‌ای نیاز ندارد. همان طور که در شکل ٦ مشاهده می‌شود، با کاهش اندازهٔ اجزا تا ١٥میکرومتر، زمان رسیدن موج عرضی به کف قطعه به‌تدریج افزایش می‌یابد و پس از آن ثابت می‌ماند. بنابراین از اجزایی با اندازهٔ ١٥میکرومتر برای انجام تحلیل مکانیکی استفاده شد. تعداد گره‌ها در تحلیل مکانیکی ١١٦٠٤٠ گره است. قسمتی از مش استفاده‌شده در این تحلیل در شکل ٥–ب نشان داده شده است.



شکل ٦ رابطهٔ اندازهٔ اجزا با زمان رسیدن موج عرضی به کف قطعه در تحلیل مکانیکی

عامل مؤثر دیگر در زمان انجام محاسبات و همچنین دقت محاسبات اجزای محدود، اندازهٔ گام‌زمانی برای حل مسئله است. حداکثر اندازهٔ گام‌زمانی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید[۳۳]:

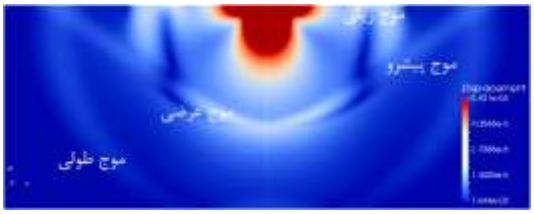
$$\Delta t \le \frac{L_e}{C\sqrt{3}} \qquad (۱۵)$$

باتوجه‌به سرعت موج طولی در تنگستن(۵۵۷۰ m/s) و مقدار L_e محاسبه‌شده از رابطهٔ (۱۳)، گام‌زمانی ٤/۰۷نانوثانیه برای حل مسئله به‌دست آمد. گام‌زمانی محاسبه‌شده، برای توان‌های پایین لیزر مناسب است. هرچقدر چگالی انرژی لیزر بیشتر شود، گام‌زمانی کوچک‌تری برای حل مسئله لازم خواهد بود. برای لیزر ۳/۹میلی‌ژول، با گام‌زمانی ۱۰۰پیکوثانیه، نتایج هم‌گرا شدند. محاسبات مربوط به لیزر ۱۰میلی‌ژول با گام‌زمانی ۵۰پیکوثانیه انجام شد. مرحله خنک‌کاری با گام‌زمانی بزرگ‌تر از مقدار محاسبه‌شده تکرار شد و تغییری در نتایج مشاهده نشد. بنابراین، از گام‌زمانی ۱۱/۵نانوثانیه برای این مرحله استفاده شد. تحلیل مکانیکی به‌صورت صریح انجام و از گام‌زمانی ۲نانوثانیه برای محاسبات مربوط به جابه‌جایی گره‌ها و تشکیل موج فراصوتی استفاده شد. انتشار موج فراصوتی تا ۱۱۸۰نانوثانیه پس از شلیک لیزر مدل‌سازی شد. زمان تحلیل حرارتی و مکانیکی با سیستم‌عامل متن‌باز اوبونتو١٦/٠٤ (توزیعی از لینوکس برپایهٔ دبیان)، پردازندهٔ core i7-6700HQ 2.6 GHz × 8 و حافظه رم ١٦ GB به‌ترتیب ٤٧ و ٦٨دقیقه بود. استفاده از مش متفاوت و همچنین گام‌زمانی مجزا برای هر یک از ۲تحلیل حرارتی و مکانیکی باعث شد مسئله انتشار موج در زمان کوتاهی قابل مدل‌سازی باشد. برای مقایسه، یک‌بار دیگر محاسبات حرارتی و مکانیکی با گام‌زمانی و مش یکسان مورد نیاز برای این ۲تحلیل تکرار و مشاهده شد که زمان تحلیل چندین برابر حالت قبل خواهد بود. حل حرارتی ۲ساعت و ۷دقیقه طول کشید و تحلیل مکانیکی پس از ۱۱ساعت و ۲۹دقیقه به پایان رسید. اختلاف نتایج در حل مکانیکی ۰/٦درصد و در تحلیل حرارتی فقط ۰/۱درصد بود. در مطالعات قبلی محققان دیگر، تحلیل حرارتی و مکانیکی برای حل مسئله فراصوت لیزری، به‌صورت هم‌زمان و در یک مرحله گزارش شده است که این امر نشان‌دهنده آن است که آن‌ها از گام‌زمانی و مش یکسانی در انجام محاسبات استفاده کرده‌اند[14 ,23-27, 29-32, 33] . باتوجه‌به نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل فرایند فراصوت لیزری، مشخص شد که مش و گام‌زمانی مورد نیاز برای انجام هر یک از ۲مدل حرارتی و مکانیکی تفاوت زیادی با یکدیگر دارند. ابعاد قطعه در تحقیق حاضر بسیار کوچک است (٤ × ۳/۱۲میلی‌متر) و هنگامی که قرار باشد مدلی با ابعادی بزرگ‌تر تحلیل شود، زمان محاسبات بسیار حائز اهمیت خواهد بود. بنابراین فراصوت لیزری و فرایندهای مشابه باید در ۲مرحله و با گام‌زمانی و مش متفاوت و مورد نیاز تحلیل شوند تا با کاهش زمان محاسبات، استفاده از روش اجزای محدود برای حل مسئله، از نظر اقتصادی نیز پذیرفتنی باشد.

بحث و نتایج

با انجام مدل‌سازی، چگونگی رفتار حرارتی ماده و انتشار موج فراصوتی حاصل از تابش پرتو لیزر Nd:YAG با طول موج ۵۳۲نانومتر، خیزپالس ۵نانوثانیه و شعاع لکهٔ ۰/۳٥٤میلی‌متر روی قطعه‌ای از جنس تنگستن به‌دست آمد. با شلیک لیزر، دمای سطح در کسری از ثانیه افزایش چشمگیری می‌یابد. این شوک حرارتی، انبساط آنی سطح و درنتیجه تولید موجی الاستیک با فرکانسی در محدودهٔ فراصوت را در پی دارد. در فراصوت لیزری با یک‌بار شلیک پرتو لیزر، انواع موج‌های طولی، عرضی، ریلی و پیشرو در قطعه تشکیل می‌شود و براساس نوع عیب موجود در قطعه، یک یا چند نوع از این امواج می‌تواند برای بازرسی قطعه استفاده شود. شکل ۷ موج حاصل از شلیک پرتو لیزر با مشخصات ذکرشده و توان

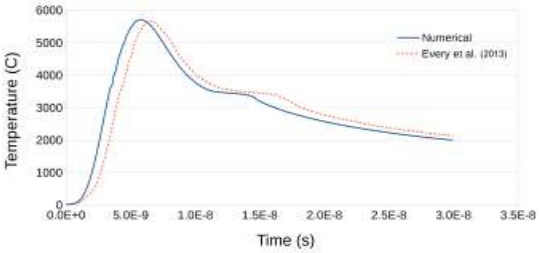
۱۰میلی‌ژول را نشان می‌دهد و تشکیل هم‌زمان این موج‌ها در داخل قطعه را تأیید می‌کند.



شکل ۷ میدان فراصوتی ایجادشده در زمان ٦٤٠نانوثانیه پس از تابش لیزر با توان ۱۰میلی‌ژول و خیزپالس ۵نانوثانیه

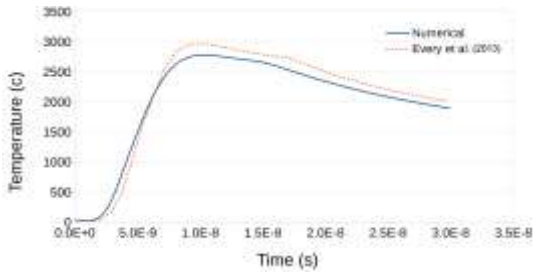
همان‌طورکه در شـــکل ۷ مشـــاهده می‌شـــود، موج طولی با زاویهٔ تقریبی ٦٠درجه و موج عرضی با سرعتی کمتر و شدتی بیشتر با زاویه تقریبی ۳۰درجه نسبت به خط عمود درحال انتشار است. موج پیشرو موجی است که از نقطهٔ تقاطع موج طولی با ســـطح آغاز می‌شـــود و امتداد آن با موج عر ضی مماس می شود. موج ریلی نیز که با سرعتی کمتر از سرعت موج برشی در روی سطح جسم انتشار می‌یابد، در شکل ۷ مشاهده می‌شود.

تغییرات درجه‌حرارت به‌صورت تابعی از زمان برای ۲نقطه از جســـم در زیر مرکز محل تابش لیزر ۱۰ mJ با حداکثر توان ۲۲۸ MW/cm^2 و چگالی انرژی حداکثر ۲٥٤۰۰ J/m^2، یکی در روی ســـطح و دیگری در عمق ٤٧٦نانومتر زیر سطح استخراج و با نتایج عددی اوری و همکاران [16] مقایسه شد (شکل‌های ۸ و ۹).



شکل ۸ تغییرات دما با زمان برای نقطه‌ای در بالای سطح و در مرکز تابش پرتو لیزر با توان ۱۰ میلی‌ژول و خیزپالس ۵ نانوثانیه

با تابش پرتو لیزر، دما به‌سرعت افزایش می‌یابد. بعد از ۵/۷نانوثانیه دمای سطح به حداکثر مقدار خود می‌رسد و پس از آن به‌تدریج کاهش می‌یابد. شکستگی منحنی در شکل ۸ در زمان تقریبی ۳نانوثانیه، به‌دلیل تغییر فاز از جامد به مایع و همچنین اثرات گرمای نهان ذوب است. درحقیقت در این زمان، انرژی جذب‌شده لیزر دمای جسم را تغییر نمی‌دهد و این انرژی به‌طور کامل صرف تغییر فاز از جامد به مایع می‌شود. اما باتوجه‌به چگالی بالای انرژی لیزر و زمان خیزپالس کوتاه لیزر (۵نانوثانیه)، تغییر فاز از جامد به مایع بسیار سریع اتفاق می‌افتد و به‌سختی در شکل ۸ قابل مشاهده است. شکستگی دوم نمودار هنگام سردشدن قطعه که در زمان‌های بین ۱۱ تا ١٤نانوثانیه مشاهده می‌شود، مربوط به تغییر فاز از مایع به جامد است. همان‌طورکه در شکل ۸ دیده می‌شود، نتایج به‌دست‌آمده تطابق خوبی با نتایج مرجع[١٦] دارد.



شکل ۹ تغییرات دما با زمان برای نقطه‌ای در عمق ٤٧٦ نانومتر و در مرکز تابش پرتو لیزر با توان ۱۰ میلی‌ژول و خیزپالس ۵ نانوثانیه

تغییرات درجه‌حرارت در عمق ٤٧٦نانومتر زیر سطح در شکل ۹ آورده شده و با نتایج مرجع [١٦] که مربوط به عمق ٤٨٠نانومتر است، مقایسه شده است (باتوجه‌به اندازهٔ متفاوت مش‌ها و موقعیت گره‌ها در این تحقیق، نزدیک‌ترین گره به عمق ٤٨٠ انتخاب شده است). نتایج به‌دست‌آمده تطابق خوبی با نتایج مرجع[١٦] در مدل‌سازی منبع حرارتی و همچنین رفتار حرارتی ماده در اثر تابش پرتو لیزر نشان می‌دهد. در انجام تحلیل

حرارتی، بعضی خواص ماده مستقل از دما فرض شده است که این امر می‌تواند دلیل اختلاف اندکی باشد که در شکل ۹ دیده می‌شود.

شکل ۱۰ توزیع حرارت در منطقه لیزر در زمان ۱۱۸۰نانوثانیه پس از تابش لیزر را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۰ دیده می‌شود، منطقه متأثر از حرارت، به‌سرعت گرمای خود را از دست می‌دهد و دمای آن در عرض ۱۱۷٤نانوثانیه از ٥٦۹۲درجه سانتی‌گراد به ۳۰۹درجه سانتی‌گراد می‌رسد.

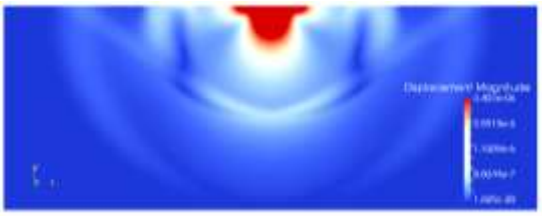


شکل ۱۰ توزیع حرارت در منطقه تابش لیزر ۱۱۸۰نانوثانیه پس از شلیک لیزر با توان ۱۰میلی‌ژول و خیزپالس ٥نانوثانیه

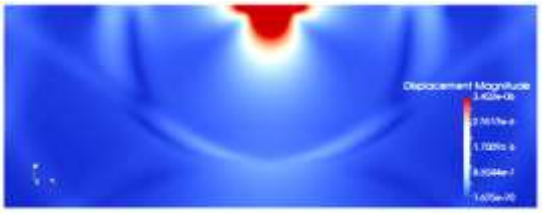
برای مقایسهٔ نتایج مکانیکی با داده‌های تجربی ریسه و همکاران [15] از لیزری با توان کمتر از ۳/۹میلی‌ژول استفاده و نحوهٔ انتشار موج فراصوتی حاصل از انبساط آنی سطح استخراج شد. شکل ۱۱ انتشار این موج را در داخل قطعه‌ای از زمان ۳۰۰ تا ۱۰۵۲نانوثانیه پس از شلیک پرتو لیزر نشان می‌دهد. شکل‌های ۱۱-ب و ۱۱-د به‌ترتیب مربوط به لحظه رسیدن موج طولی و عرضی به کف قطعه هستند.



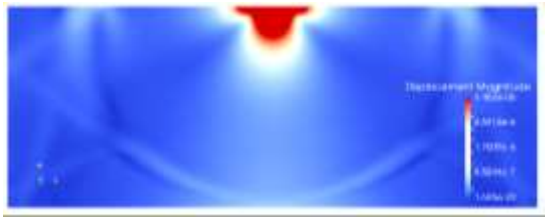
الف)



ب)



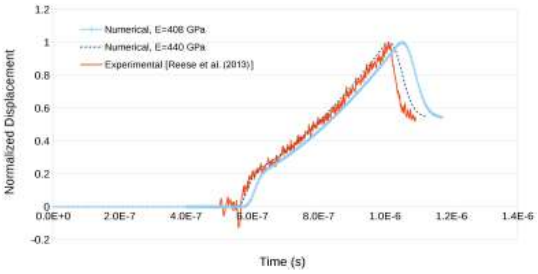
ج)



د)

شکل ۱۱ نحوه انتشار موج فراصوتی ایجادشده در زمان الف) t=۳۰۰ ns ب) t=٥٧٤ ns ج) t=٨٤٠ ns د) t=۱۰٥۲ ns درون قطعه تنگستنی، برای لیزر Nd:YAG با توان ۳/۹ میلی‌ژول و خیزپالس ٥ نانوثانیه و شعاع لکهٔ ۰/۳٥٤ میلی‌متر

شکل ۱۲ نمودار جابه‌جایی برحسب زمان برای نقطه‌ای در کف قطعه و در مرکز تابش پرتو لیزر را نشان می‌دهد. از زمان شـــلیک پرتو لیزر تا لحظه t=٥٧٤ ns منحنی افقی است و جابه‌جایی تقریبا صفر است. باتوجه‌به اینکه سرعت موج طولی بیشتر از سرعت موج عرضی است، اولین جابه‌جایی نمودار که تقریباً در لحظه t=٥٧٤ ns مشاهده می شود، مربوط به رسیدن موج طولی به کف قطعه است. شکستگی دوم نمودار، رسیدن موج عرضی به کف قطعه را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲ نمودار جابه‌جایی برحسب زمان برای نقطه‌ای در کف قطعه و در مرکز تابش لیزری با توان ۳/۹میلی‌ژول و خیزپالس ۵نانوثانیه

زمان رسیدن موج عرضی در تحلیل اجزای محدود ۱۰۵۲نانوثانیه و در آزمایش‌های عملی ریسه و همکارانش[15] ۱۰۰۸نانوثانیه است. زمان متناظر برای موج طولی ۵۷٤نانوثانیه در مقابل ۵٦۰نانوثانیه است. مقایسهٔ نتایج، خطایی به میزان ۲/۵درصد برای موج طولی و ٤/٤درصد برای موج عرضی را در محاسبات اجزای محدود نشان می‌دهد. برای مدول یانگ فلز تنگستن در مراجع مختلف اعداد متفاوتی داده شده است. در مرجع[36]، مدول یانگ اندازه‌گیری‌شده برای تنگستن توسط گربریچ و همکاران، ٤۰۷±۸۷/۸ گیگاپاسکال گزارش شده است. بنابراین تحلیل مکانیکی با مدول یانگ‌های مختلف تکرار و مشاهده شد که با مدول یانگ ٤٤۰گیگاپاسکال، نتایج با داده‌های آزمایشگاهی مرجع [۱۵] مطابقت بهتری دارد. بنابراین، یکی از علل اختلاف نتایج، ممکن است تفاوت مدول یانگ استفاده‌شده برای تنگستن در انجام محاسبات اجزای محدود با مقدار واقعی آن در آزمایش باشد. همچنین، تطابق خوب نتایج، قابلیت حل‌کننده کد–استر برای تولید امواج فراصوتی حاصل از تابش پرتو لیزر و صحت مدل‌سازی مکانیکی فراصوت لیزری را تأیید می‌کند.

نتیجه‌گیری

فراصوت لیزری در رژیم دما–ارتجاعی به‌روش اجزای محدود و با استفاده از حل‌کننده کد–استر به‌صورت دوبعدی مدل شد و رفتار حرارتی ماده و همچنین انتشار موج فراصوتی حاصل از تابش یک پرتو لیزر Nd:YAG با طول موج ۵۳۲نانومتر، خیزپالس ۵نانوثانیه و شعاع لکهٔ ۰/۳۵٤میلی‌متر مطالعه شد. در روش اجزای محدود، زمان محاسبات فرایندهای پیچیده بسیار زیاد است و بدین لحاظ یافتن مقدار مورد نیاز اندازهٔ اجزا برای داشتن کمترین زمان انجام محاسبات ضروری است. باتوجه‌به اینکه در مطالعات پیشین، تحلیل حرارتی و مکانیکی برای حل مسئله فراصوت لیزری به‌صورت هم‌زمان و در یک مرحله گزارش شده است، در این تحقیق اندازهٔ اجزای مورد نیاز برای انجام این ۲تحلیل به‌صورت مجزا بررسی شد و باتوجه‌به اختلاف زیاد مقادیر به‌دست‌آمده در تحلیل‌های حرارتی و مکانیکی، پیشنهاد شد که فراصوت لیزری و فرایندهای کوپل حرارتی‌مکانیکی مشابه، در ۲مرحله و با اندازهٔ گام‌زمانی و مش متفاوت برای هر یک از این ۲تحلیل حل شود تا زمان انجام محاسبات کمتر شود.

همچنین، تطابق خوب نتایج تحلیل حرارتی و مکانیکی با داده‌های عددی و آزمایشگاهی موجود، مطمئن‌بودن حل‌کننده کد–استر در تحلیل اجزای محدود مسائل فراصوت لیزری را نشان داد. حل‌کننده کد–استر می‌تواند به‌عنوان حل‌کننده‌ای رایگان و غیرتجاری برای مدل‌سازی امواج فراصوتی با لیزر و فرایندهای مشابه مورد توجه و استفاده قرار گیرد.

فهرست علائم

$[B]^T$	ترانهاده تابع شکل
C	حداکثر سرعت موج در ماده
C_0	ظرفیت گرمای ویژه در دمای اتاق
c_L	سرعت موج طولی
C_p	ظرفیت گرمای ویژه
$C_p(T)$	تابع ظرفیت گرمای ویژه

$[C_p]$	ماتریس ظرفیت گرمایی ویژه
c_T	سرعت موج عرضی
$[D]$	ماتریس ماده
E	انرژی پالس لیزر
$f(x)$	توزیع فضایی پرتو لیزر
$\{F_{ext}\}$	بردار نیروی خارجی
f_{max}	حداکثر فرکانس موج
$g(t)$	توزیع زمانی پرتو لیزر
h	ضخامت قطعه
k	رسانندگی گرمایی
$[K]$	ماتریس سفتی
$[K_T]$	ماتریس رسانندگی گرمایی
L_e	اندازهٔ جزء
L_f	گرمای نهان ذوب
$[M]$	ماتریس جرم
$\{p_1\}$	بردار شار حرارتی
$\{p_2\}$	بردار منبع حرارتی
Q	چگالی انرژی منبع حرارتی
R	ضریب انعکاس سطح
r_0	شعاع لکهٔ لیزر
t	زمان
t_0	زمان خیزپالس لیزر
T	دما
$\{T\}$	بردار دما
$\{\dot{T}\}$	بردار نرخ افزایش دما
T_m	نقطهٔ ذوب ماده
U	جابه‌جایی
$\{U\}$	بردار جابه‌جایی
$\{\ddot{U}\}$	بردار شتاب
x	امتداد طول قطعه
y	راستای عمق
Y	مدول یانگ
α	ضریب انبساط حرارتی خطی
$\{\varepsilon_0\}$	بردار کرنش حرارتی
μ	ثابت لامه
ρ	چگالی
ν	ضریب پواسون
λ	ثابت لامه

واژه نامه

Laser ultrasonics	فراصوت لیزری
Thermoelastic	دما–ارتجاعی
Ablation	فرسایشی
Shadow method	روش سایه
Damping	میرایی
Mass matrix	ماتریس جرم
Increment size	گام‌زمانی
Explicit	صریح
Head wave	موج پیشرو
Rayleigh wave	موج ریلی

مراجع

1. Monchalin, J. P., "Laser-Ultrasonics: Principles and Industrial Applications", in: *Ultrasonic and Advanced Methods for Nondestructive Testing and Material Characterization*, chapter 4, edited by Chen, C. H., World Scientific, New Jersey, pp. 79-115, (2007).
2. Stratoudaki, T., Edwards, C., Dixon, S. and Palmer, S. B., "The role of epoxy resin in the mechanism of laser generated ultrasound in carbon fiber reinforced composites", Proceedings of SPIE 5046

Conference on Nondestructive Evaluation and Health Monitoring of Aerospace Materials and Composites II, pp. 89-98, Bellingham, WA, USA, (2003).

3. Davies, S. J., Edwards, C., Taylor, G. S., and Palmer, B. P., "Laser-generated ultrasound: its properties, mechanisms and multifarious applications", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 26, No. 3, pp. 329-348, (1993).

4. Ledbetter, H. M., and Moulder, J. C., "Laser-induced Rayleigh waves in aluminum", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 65, No. 3, pp. 840-842, (1979).

5. Viertl, J. R. M., "Frequency spectrum of laser-generated ultrasonic waves", *Journal of Applied Physics*, Vol. 51, No. 1, pp. 805-807, (1980).

6. Rudd, M. J., "Ultrasonic nondestructive evaluation using laser transducers", *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation Library of Congress Cataloging in Publication Data*, Vol. 2A, pp. 1763-1782, (1983).

7. Aindow, A. M., Dewhurst, R. J., Palmer, S. B., and Scruby, C. B., "Laser-based non-destructive testing techniques for the ultrasonic characterization of subsurface flaws", *NDT International*, Vol. 17, No. 6, pp. 329-335, (1984).

8. Hutchins, D. A., Young, R. P., and Ungar, J., "Laser-Generated ultrasonic waves for the investigation of porous solids", *Ultrasonic Methods in Evaluation of Inhomogeneous Materials NATO ASI Series*, Vol. 126, pp. 353-365, (1987).

9. Dewhurst, R. J., and Shan, Q., "Through-transmission ultrasonic imaging of sub-surface defects using non-contact laser techniques", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 16, pp. 163-178, (1992).

10. Royer, D., and Chenu, C., "Experimental and theoretical waveforms of Rayleigh waves generated by a thermoelastic laser line source", *Ultrasonics*, Vol. 38, pp. 891-895, (2000).

11. Clorennec, D., Royer, D., and Walaszek, H., "Nondestructive evaluation of cylindrical parts using laser ultrasonics", *Ultrasonics*, Vol. 40, pp. 783-789, (2002).

12. Karabutov, A., Devichensky, A., Ivochkin, A., and Lyamshev, M., "Laser Ultrasonic Diagnostics of Residual Stress", *Ultrasonics*, Vol. 48, pp. 631-635, (2008).

13. Wu, K. T., Jen, C.K., Kobayashi, M., and Blouin, A., "Integrated Piezoelectric Ultrasonic Receivers for Laser Ultrasound in Non-destructive Testing of Metals", *Journal of Nondestructive Eval*uation, Vol. 30, No. 1, pp. 1-8, (2011).

14. Pei, C., Demachi, K., Zhu, H., Fukuchi, T., Koyama, K., and Uesaka, M., "Inspection of Cracks Using Laser-Induced Ultrasound with Shadow Method: Modeling and Validation", *Optics & Laser Technology*, Vol. 44, pp. 860-865, (2012).

15. Reese, S. J., Utegulov, Z. N., Farzbod, F., Schley, R. S., and Hurley, D. H., "Examination of the epicentral waveform for laser ultrasound in the melting regime", *Ultrasonics*, Vol. 53, pp. 799-802,

(2013).

16. Every, A. G., Utegulov, Z. N., and Veres, I. A., "Laser Thermoelastic Generation in Metals above the Melt Threshold", *Journal of Applied Physics*, Vol. 114, No. 20, pp. 203508, (2013).
17. Wang, J. S., Cheng, Y., Xu, X. D., and Liu, X. J., "Laser-Ultrasonic Investigation on Lamb Waves in Two-Dimensional Phononic Crystal Plates", *International Journal of Thermophysics*, Vol. 36, No. 5-6, pp. 1195-1201, (2015).
18. Qiu, Q., and Lau, D., "The sensitivity of acoustic-laser technique for detecting the defects in CFRP-Bonded concrete systems", *Journal of Nondestructive Evaluation*, Vol. 35, (2016).
19. Ruipeng, G., Haitao, W., and Jianyan, Z., "Non-contact detection of low carbon steel using laser generated ultrasound at high temperature", *Optik*, Vol. 136, pp. 536-542, (2017).
20. Casalino, G., Moradi, M., Moghadam. M. K., Khorram, A., and Perulli, P., "Experimental and numerical study of AISI 4130 steel surface hardening by pulsed Nd: YAG laser", *Materials*, Vol. 12, 3136, (2019).
21. Moradi, M., Moghadam, M. K., Shamsborhan, M., Beiranvand, Z. M., Rasouli, A., Vahdati, M., Bakhtiari, A. and Bodaghi, M., "Simulation, statistical modeling, and optimization of CO2 laser cutting process of polycarbonate sheets" *Optik – International Journal for Light and Electron Optics*, Vol. 225, 164932, (2020).
22. Ji, B., Zhang, Q., Cao, J., Zhang, B. and Zhang, L., "Delamination detection in bimetallic composite using laser ultrasonic bulk waves", *Applied Sciences*, Vol. 11, 636, (2021).
23. Liu, P., Nazirah, A. W., and Sohn, H., "Numerical simulation of damage detection using laser-generated ultrasound", *Ultrasonics*, Vol. 69, pp. 248-258, (2016).
24. Zhang, K., Zhou, Z., Zhou, J., Sun, G., "Characteristics of laser ultrasound interaction with multi-layered dissimilar metals adhesive interface by numerical simulation", *Applied Surface Science*, Vol. 353, pp. 284-290, (2015).
25. Zhou, Z., Zhang, K., Zhou, J., Sun, G., and Wang, J. "Application of laser ultrasonic technique for non-contact detection of structural surface-breaking cracks", *Optics & Laser Technology*, Vol. 73 , pp. 173-178, (2015).
26. Dai, Y., Xu, B. Q., Luo, Y., Li, H., and Xu, G. D., "Finite element modeling of interaction of laser-generated ultrasound with a suface-breaking notch in an elastic plate", *Optics & Laser Technology*, Vol. 42, pp. 693-697, (2010).
27. Li, C., Li, S., Guan, G., Wei, C., Huang, Z., and Wang, R. K., "A comparison of laser ultrasound measurements and finite element simulations for evaluating the elastic properties of tissue mimicking phantoms", *Optics & Laser Technology*, Vol. 44, pp. 866-871, (2012).
28. Liu, P., Nazirah, A. W., and Sohn, H., "Numerical simulation of damage detection using laser-generated ultrasound", *Ultrasonics*, Vol. 69, pp. 248-258, (2016).

29. Arias, I., and Achenbach, J. D., "A model for the ultrasonic detection of surface-breaking cracks by the scanning laser source technique", *Wave Motion*, Vol. 39, No. 1, pp. 61-75, (2004).
30. Wang, J., Shen, Z., Xu, B., Ni, X., Guan, J., and Lu, J., "Numerical simulation of laser-generated ultrasound in non-metallic material by the finite element method", *Optics & Laser Technology*, Vol. 39, pp. 806-813, (2007).
31. Veres, I. A., Berer, T., and Burgholzer, P., "Numerical modeling of thermoelastic generation of ultrasound by laser irradiation in the coupled thermoelasticity", *Ultrasonics*, Vol. 53, pp. 141-149, (2013).
32. Every, A. G., Utegulov, Z. N., and Veres, I. A., "Pulsed laser generation of ultrasound in a metal plate between the melting and ablation thresholds", AIP Conference Proceedings, Vol. 1650, pp. 1350-1359, Boise, Idaho, USA, (2015).
33. Zhao, Y., Shen, Z., Lu, J., and Ni, X., "A finite element model for laser-induced leaky waves at fluid-solid interfaces", *Physical Letters A*, Vol. 370, pp. 104-109, (2007).
34. Liu, W., Ma, J., Kong, F., Liu, S., and Kovacevic, R., "Numerical modeling and experimental verification of residual stress in autogenous laser welding of high-strength steel", *Lasers in Manufacturing and Materials Processing*, Vol. 2, pp. 24-42, (2015).
35. Nezamdost, M. R., Esfahani, M. R. N., Hashemi, S. H., and Mirbozorgi, S. A., "Investigation of temperature and residual stresses field of submerged arc welding by finite element method and experiments", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 67, pp. 615-624, (2016).
36. Huang, H., Wu, Y. Q., Wang, S. L., He, Y. H., Zou, J., Huang, B. Y., and Liu, C. T., "Mechanical properties of single crystal tungsten mirowhiskers characterized by nanoindentation", *Materials Science and Engineering A*, Vol. 523, pp. 193-198, (2009).

Finite Element Modeling of Laser Ultrasonics Process in Thermoelastic Regime

Salman Shamsaei[1] Farhang Honarvar[2]

1. Introduction

In recent years, laser ultrasonic testing has found many applications in industry. In general, laser ultrasonics is used in either thermoelastic or ablation regime. If the laser power is lower than the material evaporation threshold, the regime is thermoelastic and if the laser power is sufficient for evaporation of the material, the regime is ablation. The advantage of the ablation regime over thermoelastic regime is that it produces stronger signals and makes it possible to inspect thick blocks and high-temperature parts. However, due to the small surface damage induced in ablation regime, its use is limited to certain applications. In this paper, laser ultrasonics in thermoelastic regime was modeled by finite element method and the thermal behavior of the material due to laser beam radiation as well as the propagation of the generated ultrasonic wave was investigated. Due to long computational time in laser ultrasonics process, especially in inspection of thick components, and since the required element size and time increment is different for solving the thermal and mechanical aspects of the problem, these two sections were modeled separately. The effect of separating these two parts on the reduction of computation time was then examined. First, the element size and time increment required to solve the thermal problem were found by repeating the analysis. These results were then used as input load to mechanical analysis. The results were validated by comparison with other numerical and laboratory results. Furthermore, the capability of the Code-Aster computational solver in modeling the laser ultrasonics process in thermoelastic regime was also evaluated.

2. Numerical Simulations

Code-Aster solver was used to perform finite element calculations. The calculations were divided into two parts: thermal and mechanical. Unlike the common method, a different meshing was used for each of the two analyses. In the first part, the laser pulse radiation on the body surface was modeled and the temperature distribution in the specimen was calculated as a function of time. In the second part, the results of thermal analysis were used as input load to the mechanical analysis and node displacements due to instantaneous surface expansion and ultrasonic wave formation were examined dynamically. A Nd: YAG laser with 5 ns pulse rise time and 0.354 mm spot radius were used in finite element calculations. Two-dimensional calculations were performed on a piece of tungsten with dimensions of 3.12×8 mm^2. Due to the symmetry of the test piece along its horizontal axis, only half of the specimen was modeled. Element size is of particular importance in finite element analysis and convergence is achieved when the elements size is sufficiently small. The optimum value is usually found by repeating the analysis while gradually reducing the elements size. In our case, the analysis was repeated several times with different element sizes and the results converged when the elements size in the area close to laser spot reached 100 nm (Figure 1). For the areas away from the laser, the analysis was also repeated several times and each time, the elements were made slightly larger. It was observed that with elements as small as 30 μm or less, the results remain unchanged.

Mechanical analysis does not require such a fine mesh. As Figure 2 shows, by reducing the elements size to 15 μm, the time it takes for the transverse wave to reach at the bottom of the specimen gradually increases and then remains constant. Therefore, this part of the analysis was carried out with an element size of 15 μm.

Another factor affecting the accuracy and computation time is time increment. The higher the laser energy density, the smaller the time increment that is required to solve the problem. For the 3.9 mJ laser, the results converged when using a time increment of 100 ps. Calculations for the 10 mJ laser were performed with a time increment of 50 ps. The cooling step was repeated with the larger time step than the calculated value and no change was observed in results; therefore, time increment of 11.5 ns was used in this step. Mechanical analysis was performed explicitly with a time step of 2 ns and propagation of ultrasonic waves for 1180 ns after laser irradiation was modeled.

[1]. PhD Candidate, NDE Lab, Faculty of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

[2]. Corresponding author. Professor, NDE Lab, Faculty of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. Email: honarvar@kntu.ac.ir

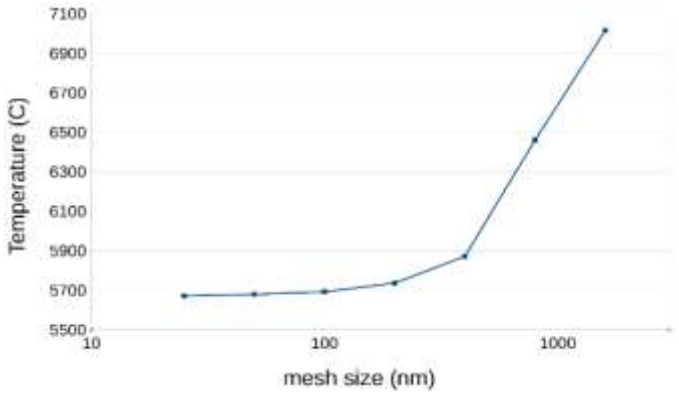


Figure 1. Relationship between elements size (close to laser spot) with temperature at a point above the surface and in the center of the laser beam. The pulse energy is 10 mJ and pulse rise time is 5 ns.

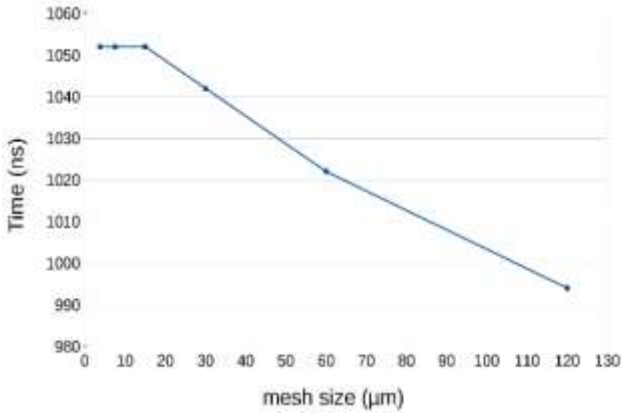


Figure 2. Relationship between element size and the time it takes for the transverse wave to reach the bottom of the specimen in mechanical analysis

Thermal and mechanical computation times with Ubuntu operating system, 2.7 GHz × 8 core i7-6700HQ processor and 16 GB of RAM were 47 and 68 minutes, respectively. The use of different mesh sizes and different time increments for each of thermal and mechanical analyses made the wave propagation problem to be executable in a short time. For comparison, the thermal and mechanical calculations were repeated with identical time steps and mesh sizes. The computation time turned to become several times longer in this case. Thermal analysis took two hours and seven minutes to be completed and mechanical analysis took 11 hours and 29 minutes.

3. Results and Discussion

Variations of temperature as a function of time at a point on the surface and in the center of the laser spot were extracted for a laser with a pulse energy of 10 mJ and a maximum power of 228 MW/cm^2 and compared with numerical results of Every et al. (2013) (Figure 3).

As shown in Figure 3, the results are in good agreement with those reported by Every et al. (2013). To compare our results for the mechanical part of the problem with experimental results of Reese et al. (2013), a laser with a pulse energy of 3.9 mJ was modeled and ultrasonic waves resulting from instantaneous expansion of the surface were extracted. Figure 4 shows the time-displacement diagram for a point at the bottom of the specimen along the laser beam. From the time the laser beam hits the surface until $t = 574$ ns, the curve is horizontal, and the displacement is almost zero. Since longitudinal wave velocity is higher than transverse wave velocity, the initial displacement observed at approximately $t = 574$ ns is due to the arrival of the longitudinal wave at the bottom surface of the test piece. The peak of the diagram also corresponds to the arrival of the transverse wave at the bottom surface. The transverse wave arrival time is 1052 ns in our simulations and 1008 ns in the practical experiments of Reese et al. (2013). The corresponding time for the arrival of longitudinal wave is 574 ns in finite element model vs. 560 ns in experiments.

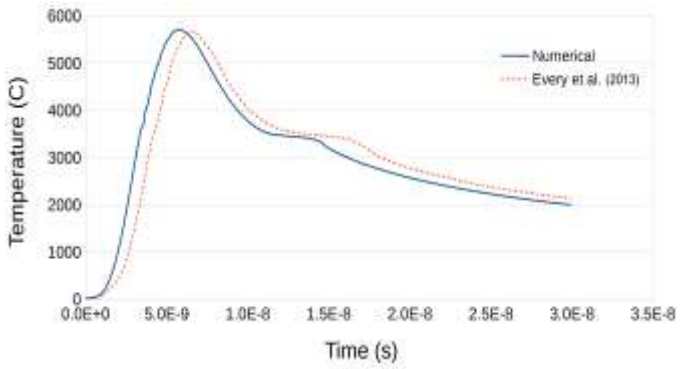


Figure 3. Variations of temperature as a function of time at a point on the surface and in the center of the laser spot were extracted for a laser with a pulse energy of 10 mJ and a pulse rise time of 5 ns

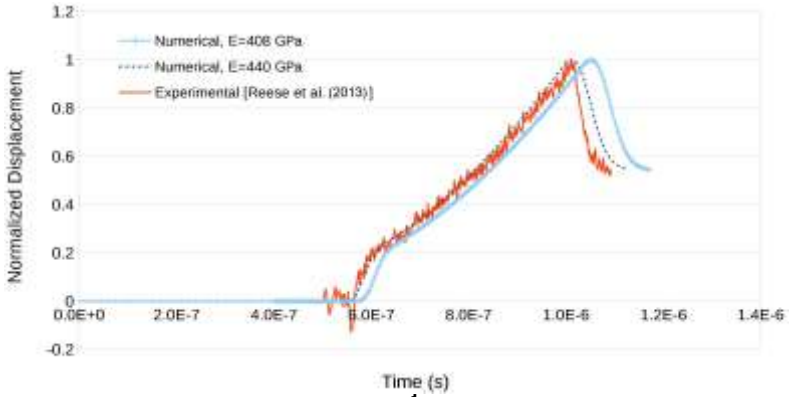


Figure 4. Time-displacement curves for a point at the bottom surface of the specimen along the laser beam. The laser pulse energy is 3.9 mJ and pulse rise time is 5 ns.

Comparison of the results shows an error of 2.5% for the longitudinal wave and 4.4% for the transverse wave. Different values have been used in references for Young's modulus of tungsten. The Young's modulus measured for tungsten by other researchers is reported to be 407±87.8 GPa. Therefore, the mechanical analysis was repeated with different Young's moduli and it was observed that with a Young's modulus of 440 GPa, the simulation results turn out to be in good agreement with experimental results reported by Reese et al. (2013). Therefore, it is likely that one of the reasons for the difference between our simulation results with experiments is the value of the Young's modulus used for tungsten. Good agreement between our numerical results with experiments confirms the capability of the Code-Aster solver in modeling ultrasonic waves generated by laser radiation as well as the accuracy of mechanical modeling of laser ultrasonics.

4. Conclusion

Laser ultrasonics in the thermoelastic regime was modeled in 2D using Code-Aster solver and the thermal behavior of the material as well as the generation of ultrasonic waves by a Nd: YAG laser beam with a wavelength of 532 nm, pulse rise time of 5 ns, and spot radius of 0.354 mm were studied. In the finite element method, the computation time of complex processes is very high and therefore, it is necessary to find the optimized size of elements that results in shortest computation time. In previous studies, thermal and mechanical analyses in solving the problem of laser ultrasonics have been carried out simultaneously and in one step. In this study, the size of the elements required to perform these two analyses were chosen to be different. Due to large differences in element sizes required for thermal and mechanical analyses, it is suggested that laser ultrasonics and similar thermo-mechanical coupling processes be modeled in two stages with different time increments and mesh sizes. This would lead to significant reduction of computation time.

Moreover, good agreement of thermal and mechanical analyses results with both numerical

and experimental results available in the literature indicates that the Code-Aster solver is a good choice for finite element analysis of laser ultrasonics problems. Code-Aster solver is free and non-commercial.

انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل با استفاده از مدل دارسی- برینکمن - فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن*

مقاله پژوهشی

ساعد بازخانه[۱] ایمان زحمتکش[۲]

چکیده *در این پژوهش، انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال در حضور میدان مغناطیسی خارجی و مانع متخلخل شبیه‌سازی و تجزیه و تحلیل می‌شود. برای شبیه‌سازی میدان جریان درون مانع متخلخل، مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن اعمال می‌شود. سپس، با استفاده از روش طراحی آزمایشات، اثر متغیرهای مؤثر بر میزان انتقال گرما مطالعه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که نوع نانوذرات با سهم ۶۲/۷۹ درصد، بیشترین تأثیر را بر میزان تبادل گرما دارد. متغیرهای دوم و سوم، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز به‌ترتیب با سهم ۲۰/۷۱ و ۷/۵۸درصد است. سهم عدد هارتمن و کسرحجمی نانوذرات نیز در حدود ۳درصد برآورد می‌شود. باوجوداین، مشاهده می‌شود که در مسئلهٔ حاضر، تأثیر ضریب تخلخل، جنس و عدد دارسی مانع بر مقدار عدد ناسلت میانگین ناچیز است.*

واژه‌های کلیدی **نانوسیال، میدان مغناطیسی، محیط متخلخل، روش شبکهٔ بولتزمن، مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر، روش طراحی آزمایشات.**

مقدمه

انتقال گرمای هم‌رفتی یکی از ۳روش انتقال گرما به‌شمار می‌آید. ۲روش دیگر، رسانش و تابش هستند. انتقال گرمای هم‌رفتی شیوه‌ای از انتقال گرماست که در آن، انرژی گرمایی می‌تواند در اثر اختلاف دما، بین یک سطح و سیال درحال عبور از روی آن مبادله شود. بسته به اینکه عامل هم‌رفت چه باشد، انتقال گرمای هم‌رفتی به ۲گونه انجام می‌شود: الف) هم‌رفت اجباری که یک نیروی خارجی باعث حرکت سیال روی سطح می‌شود و ب) هم‌رفت آزاد یا طبیعی که در آن، حرکت سیال به‌دلیل نیروی شناوری است، که خود بر اثر تغییر چگالی ناشی از تغییر دمای سیال ایجاد شده است.

در میان مسائل هم‌رفت اجباری، انتقال گرما در کانال‌ها و لوله‌ها همواره از مهم‌ترین مسائل بوده است؛ زیرا کاربردهای فراوانی در مبدل‌های گرمایی، کلکتورهای خورشیدی، بویلرها، مبدل‌های قدرت، رآکتورهای شیمیایی، میکرومبدل‌های گرمایی، خنک‌کننده‌های وسایل الکترونیکی، مبدل‌های کاتالیستی و رادیاتور خودرو دارند. برای بهبود تبادل گرما در این‌گونه وسایل، در سال‌های گذشته شاهد تحقیقات فراوانی روی (الف) استفاده از مواد متخلخل، (ب) بهره‌گیری از نانوسیال به‌عنوان سیال عامل و (ج) اعمال میدان مغناطیسی به سیال عامل بوده‌ایم. در ادامه، برخی از این مطالعات بررسی می‌شوند.

فکور و همکاران[1] جریان آرام و انتقال گرما را در یک کانال متخلخل با دیوارهای نفوذپذیر و در حضور میدان مغناطیسی مطالعه کردند. آن‌ها دریافتند که افزایش عدد هارتمن، سرعت نانوسیال را کاهش و مقدار بیشینهٔ دما را افزایش می‌دهد.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۷/۱ و تاریخ پذیرش آن ۰۰/۱/۳۰ می‌باشد. **DOI**: 10.22067/jacsm.2021.56842.0

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

(۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

Email: Zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

ایزدی و همکاران[2] انتقال گرمای هم‌رفت طبیعی را در یک محفظهٔ متخلخل در حضور ۲میدان مغناطیسی متغیر شبیه‌سازی کردند و مشخص شد که با افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل، مقدار عدد ناسلت کم می‌شود.

بضاعت‌پور و گوهرخواه[3] تأثیر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال گرمای هم‌رفت اجباری را در یک چاه گرمایی دارای پره‌های متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند. از نتایج مهم آن‌ها این بود که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، میزان ضریب انتقال گرمای هم‌رفتی افزایش می‌یابد.

حیدری و همکاران[4] حلی عددی برای جریان نانوسیال در داخل کانالی با سطح مقطع مستطیل‌شکل در حضور میدان مغناطیسی ارائه کردند و دریافتند که با افزایش کسرحجمی نانوذرات، عدد ناسلت بیشتر می‌شود.

زحمتکش و شاندیز[5] پژوهشی برای یافتن حالت بهینه برای انتقال گرمای هم‌رفت توأم و طبیعی نانوسیالات در یک محفظهٔ متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی انجام دادند. باتوجه‌به نتایج آن‌ها، حالت بهینه در همهٔ شرایط برای نانوسیال آب‌اکسید مس با گوی‌های شیشه‌ای به‌دست آمد. همچنین، مشاهده شد که مهم‌ترین عامل در هم‌رفت توأم، مادهٔ سازندهٔ محیط متخلخل است.

در ۲دههٔ گذشته شاهد شکل‌گیری روشی قدرتمند در زمینهٔ تحلیل جریان به‌نام روش شبکهٔ بولتزمن بوده‌ایم. این روش که با پیروی از روش شبکهٔ گازی و برای رفع نقایص آن به‌وجود آمده، به‌سرعت جایگاه خود را در تحلیل جریان‌های پیچیده تثبیت کرده است[6]. در روش شبکهٔ بولتزمن به‌واسطهٔ نگاه میکروسکوپی به مفهوم سیال، توابع توزیع سیال به‌عنوان مبنای تحلیل جریان سیال قلمداد می‌شود. به‌کارگیری توابع توزیع که بیانگر احتمال حضور ذرات سیال در یک مکان دل‌خواه است، به این روش اجازه می‌دهد به‌جای حل معادلات غیرخطی ناویر–استوکس، به حل معادلهٔ ساده‌شده و شبه‌خطی انتقال بولتزمن بپردازد[7]. نخستین‌بار در سال۱۹۸٦ اوریل و همکاران[8] یک حل عددی برای معادلهٔ بولتزمن ارائه کردند. در ادامه، این روش را مک‌نامارا و زانتی[9]، هیگورا و جیمنز[10] و چن و همکاران[11] توسعه دادند.

مرور مقالات موجود نشان می‌دهد که روش شبکهٔ بولتزمن پیش از این کمتر برای شبیه‌سازی جریان و انتقال گرمای نانوسیالات در حضور هم‌زمان میدان مغناطیسی و محیط متخلخل به کار رفته است. برخی کارهای انجام‌شده به این شرح است: آشوری‌نژاد و ضرغامی[12] اثر میدان مغناطیسی را روی انتقال گرمای نانوسیال آب‌مس درون کانالی که قسمتی از آن متخلخل بوده است و دیوار زیرین آن موجی‌شکل بود، با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن افزایش می‌یابد. همچنین، ثروتی و همکاران[13] اثر میدان مغناطیسی را روی انتقال گرمای هم‌رفتی نانوسیال آب‌آلومینا در یک کانال دارای لایهٔ متخلخل به‌روش شبکهٔ بولتزمن بررسی کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد هارتمن و کسرحجمی نانوذرات، میزان انتقال گرما افزایش می‌یابد. باید در نظر داشت که موارد ساده‌تری که در آن‌ها فقط یک یا ۲عامل از عوامل فوق مؤثر باشند، بیشتر بررسی شده‌اند که در ادامه، نمونه‌هایی از آن‌ها آورده شده است:

گلنشان و لهونیان[14]با کمک روش شبکهٔ بولتزمن، پخش نانوذرات در یک بافت سرطانی را تحت میدان مغناطیسی در خلال فرایند هایپرترمیا مطالعه کردند. مشاهده شد که با تزریق چندگانهٔ نانوذرات می‌توان به یک توزیع یکنواخت از نانوذرات در داخل بافت دست یافت.

نظری و همکاران[15] با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن، انتقال گرما را در یک کانال در حضور مانع متخلخل بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که با کاهش نفوذپذیری مانع متخلخل، مقدار عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد. همچنین، مشخص شد که با

افزایش اندازهٔ مانع متخلخل، میزان انتقال گرما به‌طرز چشمگیری بیشتر می‌شود.

رنگ و همکاران[16] با بهره‌گیری از روش شبکهٔ بولتزمن، پژوهشی را درباره نصب موانع متخلخل درون مبدل‌های گرمایی لوله‌ای انجام دادند. یکی از نتایج مهم آن‌ها این بود که با افزایش ضریب تخلخل موانع متخلخل، عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

آبچویه و همکاران[17] با به‌کارگیری روش شبکهٔ بولتزمن، مقدار عدد ناسلت میانگین را در یک کانال مستطیل‌شکل دارای ٤مانع درون آن محاسبه کردند. نتایج نشان داد که با افزایش اندازهٔ نانوذرات و کاهش فاصلهٔ بین موانع متخلخل، میزان عدد ناسلت میانگین نیز افزایش می‌یابد.

فنگ و همکاران[18] انتقال گرمای هم‌رفتی را در یک محیط متخلخل با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که با کاهش عدد دارسی، مقدار عدد ناسلت میانگین بیشتر می‌شود.

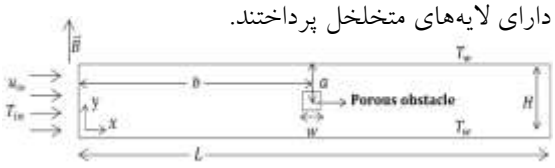
محبی و همکاران[19] مطالعه‌ای روی جریان و انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال در حضور چشمه‌های گرمایشی و سرمایشی را که به‌صورت جداگانه و شیاردار در داخل کانال نصب شده بودند، با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن انجام دادند. یکی از نتایج مهم آن‌ها این بود که نصب موانع روی دیوارهای کانال می‌تواند میزان انتقال گرما را افزایش دهد.

سجادی و همکاران[20] پژوهشی روی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال گرمای هم‌رفت طبیعی در یک محیط متخلخل به‌روش شبکهٔ بولتزمن انجام دادند. آن‌ها دریافتند که عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد دارسی و ضریب تخلخل بیشتر می‌شود.

محیط متخلخل بیشتر برپایهٔ قانون دارسی مطالعه شده است. قانون دارسی، سرعت سیال را به‌صورت تابع صریحی از شیب فشار تعیین می‌کند و برای جریان‌هایی با عدد رینولدز بسیار کم کاربرد دارد. برای جریان‌هایی با رینولدزهای بالاتر، قانون دارسی باید اصلاح شود تا اینرسی و اثرات گران‌روی را اعمال کند. برای این منظور، جملات فرچهیمر و برینکمن به قانون دارسی اضافه شده‌اند. جملهٔ فرچهیمر، اثرات لختی را در نظر می‌گیرد[21] و جملهٔ برینکمن، اثرات گران‌روی و شرط نبود لغزش در دیوارهای نفوذناپذیر را اعمال می‌کند و همچنین، معادلات حرکت در سطح مشترک بین ناحیهٔ متخلخل و غیرمتخلخل را تطابق می‌دهد که مانع از پرش سرعت در آن‌جا می‌شود[21]. بدین‌ترتیب، مدل گسترش‌یافتهٔ دارسی–برینکمن–فرچهیمر را می‌توان کامل‌ترین مدل برای شبیه‌سازی جریان در محیط‌های متخلخل دانست که استفاده از آن در سال‌های گذشته روبه‌افزایش است. به‌عنوان نمونه، گلی و زحمتکش[22] با بهره‌گیری از این مدل، جریان لغزشی را در میکرولوله‌های متخلخل در شرایط نبود تعادل گرمایی شبیه‌سازی کردند. رشیدی و همکاران[23] این مدل را برای تحلیل جریان و انتقال گرمای سیال مغناطیسی در اطراف یک مانع متخلخل به خدمت گرفتند. نمدچیان و همکاران[24]با ترکیب مدل دارسی–برینکمن–فرچهیمر و مدل مخلوط دوفازی، جریان و انتقال گرمای نانوسیال را در یک کانال حلقوی همراه با موانع متخلخل بررسی کردند. اسماعیلی و همکاران[25] با بهره‌گیری از مدل دارسی– برینکمن– فرچهیمر و مدل تک‌فازی، به شبیه‌سازی عددی یک کلکتور خورشیدی جذب مستقیم استفاده‌کننده از نانوسیال و محیط متخلخل پرداختند.

این تحقیق به شبیه‌سازی انتقال گرمای هم‌رفت اجباری نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل با استفاده از اعمال مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن می‌پردازد. در ادامه، اثر عوامل مؤثر بر میزان تبادل گرما مطالعه می‌شود. باتوجه‌به تعدد متغیرهای تأثیرگذار بر مسئله، روش تاگوچی برای طراحی آزمایشات استفاده می‌شود. این امر امکان تحلیل اثر تک‌تک متغیرهای تأثیرگذار بر تبادل گرما در این مسئله را فراهم می‌کند. بدین‌ترتیب، نوآوری اول این پژوهش شامل اعمال هم‌زمان اثرات نانوسیال، میدان مغناطیسی و محیط متخلخل در روش شبکهٔ بولتزمن

است؛ به‌گونه‌ای که نانوسیال و میدان مغناطیسی در سرتاسر میدان حل و محیط متخلخل، فقط در بخشی از آن حضور دارد. نوآوری دوم این پژوهش، به‌کارگیری روش تاگوچی برای طراحی آزمایشات در تحلیل نتایج حل عددی چنین مسئله‌ای است. درحقیقت، برخلاف بیشتر پژوهش‌های گذشته (خواه به‌روش کلاسیک و خواه به‌روش طراحی آزمایشات) که در میان متغیرهای تأثیرگذار به بررسی اثر چند متغیر خاص بر تبادل گرما بسنده کرده‌اند، در این پژوهش، تأثیر همهٔ متغیرهای تأثیرگذار (۸ متغیر) به‌شکلی نظام‌مند مطالعه شده است. شایان ذکر است که استفاده از روش تاگوچی در تحلیل مسائل مختلف درحال افزایش است. به‌عنوان نمونه، شیروان و مأموریان[26] با استفاده از این روش، انتقال گرمای هم‌رفت توأم و تولید آنتروپی را در یک محفظهٔ مربعی با درپوش متحرک بهینه‌سازی کردند. جامعی و عباسی[27] با بهره‌گیری از این روش، بهترین شرایط کاری را برای انتقال گرمای نانوسیالات در یک چاه گرمایی میکروکانالی تعیین کردند. علی‌نژاد و اصفهانی[28] با کمک این روش، حالت بهینه در هم‌رفت طبیعی نانوسیال در محفظه‌ای نیم‌دایره‌ای را برای نیل به بیشترین تبادل گرما و کمترین تولید آنتروپی به‌دست آوردند. به‌تازگی نیز شریفی و همکاران[29] برپایهٔ این روش و محاسبات مکانیک کوانتومی، سورفکتنت بهینه برای پایدارسازی نانوسیال آلومیناآب‌نمک را تعیین کردند. علاوه بر این، بازخانه و زحمتکش[30] با کمک این روش به بررسی عوامل مؤثر بر هیدرودینامیک و انتقال گرمای نانوسیال در یک چاه گرمایی میکروکانالی دارای لایه‌های متخلخل پرداختند.



شکل ۱ طرح شماتیک هندسهٔ مطالعه‌شده

بیان مسئله

هندسهٔ این پژوهش، کانالی به‌طول L=۴۰ سانتی‌متر و عرض $H = 8$ سانتی‌متراست که در شکل ۱ نشان داده شده است. همان‌گونه که مشخص است، یک مانع متخلخل با ابعاد $w \times w$ در فاصلهٔ $b = 20$سانتی‌متر از ابتدای کانال قرار گرفته است که مرکز آن با دیوار بالایی $a = 4$ سانتی‌متر فاصله دارد.

در این پژوهش، مقدارهای $w = 1, 2, 4cm$ برای اندازهٔ مانع متخلخل استفاده شده است. دمای نانوسیال ورودی $T_{in} = 300K$ و دمای دیوارها $T_w = 340K$ است.

فرض می‌شود که جریان دوبعدی، تک‌فازی، آرام، تراکم‌ناپذیر و پایدار است. محیط متخلخل، همگن و هم‌سانگرد است و مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر برای اندازهٔ حرکت به کار می‌رود. همهٔ خواص نانوسیال ثابت در نظر گرفته شده است و دمای فاز جامد و نانوسیال یکسان فرض می‌شود. علاوه بر این، از هدررفت گران‌رو، هم‌رفت طبیعی، تبادل تابش و گرمایش ژول صرف‌نظر می‌شود.

معادلات حاکم

در این پژوهش از روش شبکهٔ بولتزمن با تقریب بی‌جی‌کی[31] به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\delta t, t+\delta t)-f_i(\mathbf{x},t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_f}\left(f_i(\mathbf{x},t)-f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right)+\mathbf{F}_i \qquad (1)$$

در معادلهٔ بالا، $\mathbf{x}$ مختصات فضایی، t زمان، δt گام زمانی، F_i بردار نیروی حجمی، $f_i(x,t)$ تابع توزیع لحظه‌ای سرعت ذرات در جهت سرعت مجزای i و $\tau_f = \nu_{nf}/(\delta t.c_s^2) + 0.5$ زمان آرامش هیدرودینامیکی هستند. همچنین، $c_s = c/\sqrt{3}$ سرعت صوت شبکه‌ای است که در آن، c سرعت شبکه‌ای است که به‌صورت نسبت اندازهٔ شبکه، δx، به‌اندازهٔ گام زمانی شبکه، δt،

تعریف می‌شود. شایان ذکر است که در این پژوهش: $\delta x = \delta t = 1$.

سرعت‌های مجزا در شبکهٔ D۲Q۹ در جهت‌های زیر تعریف می‌شوند[31]:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_{i=0} &= 0\\ \mathbf{e}_{i=1-4} &= c(\cos[(i-1)\,\pi/2], \sin[(i-1)\,\pi/2])\\ \mathbf{e}_{i=5-8} &= \sqrt{2}c(\cos[(i-5)\,\pi/2 + \pi/4], \sin[(i-5)\,\pi/2 + \pi/4])\end{aligned} \quad (۲)$$

که $i = ۱-۴$ جهت‌های مربعی و $i = ۵-۸$ جهت‌های قطری شبکه را نشان می‌دهند. در رابطهٔ (۱)، سمت چپ معادله، جملهٔ انتشار و سمت راست معادله، جملات برخورد و نیروی حجمی است. در انتشار، ذرات در جهت f_iها به‌سمت نزدیک‌ترین گره شبکهٔ مجاور خود حرکت می‌کنند، درحالی‌که برخورد سبب می‌شود ذرات به‌سمت تعادل محلی میل کنند.

با به‌کارگیری مدل دارسی–برینکمن–فرچهیمر، تابع توزیع تعادلی در محیط متخلخل به‌صورت زیر محاسبه می‌شود[32]:

$$f_i^{eq} = w_i\rho_{nf}\left[1 + \frac{e_i.V}{c_s^2} + \frac{(e_i.V)^2}{2c_s^4\varepsilon} - \frac{V.V}{2c_s^2\varepsilon}\right]_{i=0-8} \quad (۳)$$

که $V = ui + vj$ بردار سرعت ماکروسکوپی سیال و ε ضریب تخلخل است. فاکتور وزنی، w_i، به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$w_i = \begin{cases} \frac{4}{9};\ i = 0 \\ \frac{1}{9};\ i = 1-4 \\ \frac{1}{36};\ i = 5-8 \end{cases} \quad (۴)$$

نیروی حجمی در رابطهٔ (۱) در محیط متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی به‌شکل زیر تعیین می‌شود[32,33]:

$$F_i = w_i\rho_{nf}\left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right)\left[\frac{e_i.E}{c_s^2} + \frac{(V.e_i)(E.e_i)}{\varepsilon c_s^4} - \frac{V.E}{\varepsilon c_s^2}\right]_{i=0-8} \quad (۵)$$

که در آن، E مجموع نیروهای حجمی ناشی از محیط متخلخل و میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد و از طریق معادلهٔ ارگن[34] محاسبه می‌شود:

$$E = \varepsilon\left[F_L - \frac{\nu_{nf}}{K}V - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}}|V|V\right] \quad (۶)$$

در این‌جا، K نفوذپذیری محیط متخلخل است که به‌صورت $K = Da.H^2$ به عدد بی‌بعد دارسی، Da، و طول مشخصهٔ جریان، H، مرتبط است.

همچنین، $F_\varepsilon = ۱/۷۵/\sqrt{۱۵۰\varepsilon^۳}$ تابع هندسی است. در رابطهٔ (۶)، جملات دوم و سوم به‌ترتیب نمایانگر جملهٔ خطی دارسی و جملهٔ غیرخطی فرچهیمر هستند. علاوه بر این، F_L نیروی لورنتز ناشی از اعمال میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد که نحوهٔ محاسبهٔ آن به‌صورت زیر است[15]:

$$\mathbf{F}_L = A[v\sin\beta\cos\beta - u\sin^2\beta]\mathbf{i} + A[u\sin\beta\cos\beta - v\cos^2\beta]\mathbf{j} \quad (۷)$$

در رابطهٔ بالا، β زاویهٔ میدان مغناطیسی با راستای افقی است که در این‌جا $\beta = \pi/۲$ (میدان مغناطیسی عمودی) در نظر گرفته شده است. همچنین، A شاخص مغناطیسی است که به‌صورت زیر با عدد هارتمن، Ha، مرتبط است[15]:

$$A = \frac{Ha^2 \nu_{nf}}{H^2}\left(\frac{\sigma_{nf}}{\sigma}\right) \quad (۸)$$

چگالی و سرعت ماکرو سکوپی نانو سیال به‌ترتیب زیر محاسبه می‌شود[15]:

$$\rho_{nf} = \sum_{i=0}^{8} f_i \quad (۹)$$

$$V = \frac{\sum_{i=0}^{8} e_i f_i}{\rho_{nf}} + \frac{\delta t}{2} E \quad (۱۰)$$

برای رفع مشکل غیرخطی‌بودن رابطهٔ (٦)، سرعت در آن برحسب یک سرعت کمکی، $\boldsymbol{V}^*$، به صورت زیر تعیین می‌شود[32]:

$$V = \frac{V^*}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |V^*|}} \quad (۱۱)$$

که در آن:

$$V^* = \frac{\sum_{i=0}^{8} e_i f_i}{\rho_{nf}} + \frac{\delta t}{2} \varepsilon F_L \quad (۱۲)$$

$$c_0 = \frac{1}{2}\left(1 + \varepsilon \frac{\delta t}{2} \frac{\nu_{nf}}{K}\right) \quad (۱۳)$$

$$c_1 = \varepsilon \frac{\delta t}{2} \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}} \quad (۱٤)$$

برای تجزیه و تحلیل بخش گرمایی این پژوهش از تابع توزیع انرژی، g_i، به‌صورت زیر استفاده می‌شود[35]:

$$\frac{g_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_i(\mathbf{x}, t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_g}\left(g_i - g_i^{eq}\right) \quad (۱۵)$$

که $\tau_g = \alpha_{eff}/(\delta t . c_s^2) + ۰/۵$ زمان آرامش گرمایی است. در این‌جا، ضریب پخش گرمای نانوسیال در محیط متخلخل به شکل $\alpha_{eff} = \alpha_{nf}/\lambda$ محاسبه می‌شود که در آن، λ نسبت ظرفیت های گرمایی ماتریس متخلخل و نانوسیال را نشان می‌دهد[36]:

$$\lambda = \varepsilon + (1 - \varepsilon)\frac{\rho_s C_s}{\rho_{nf} C_{nf}} \quad (۱٦)$$

همچنین، g_i^{eq} تابع توزیع تعادلی انرژی است که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود[15]:

$$g_i^{eq} = w_i T\left[1 + \frac{e_i . V}{c_s^2}\right]_{i=0-8} \quad (۱۷)$$

که در آن، T دماست:

$$T = \sum_{i=0}^{8} g_i \quad (۱۸)$$

خواص مؤثر نانوسیال شامل گرمای ویژهٔ مؤثر، گران‌روی پویای مؤثر، ضریب رسانش گرمای مؤثر و ضریب رسانش الکتریکی مؤثر به‌ترتیب زیر محاسبه می‌شوند[37].

$$C_{nf} = \frac{(1 - \varphi)\rho_f C_f + \varphi \rho_p C_p}{\rho_{nf}} \quad (۱۹)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (۲۰)$$

$$k_{nf} = \frac{k_p + 2k_f + 2(k_p - k_f)\varphi}{k_p + 2k_f - (k_p - k_f)\varphi} k_b \quad (۲۱)$$

$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3(\sigma_p/\sigma_f - 1)\varphi}{(\sigma_p/\sigma_f + 2) - (\sigma_p/\sigma_f - 1)\varphi} \quad (۲۲)$$

روابط حاضر، روابط حاکم بر جریان و انتقال گرمای نانوسیال را در عبور از مانع متخلخل معرفی می‌کنند. با برابر واحد فرض‌کردن ضریب تخلخل و حذف جملات دوم و سوم سمت راست رابطهٔ (٦)، این معادلات به معادلات حاکم در خارج از مانع ساده خواهند شد.

شرایط مرزی

بر روی گره‌های مرزی، مقدار توابع توزیع f_i و g_i در

خلال گام انتشار به‌سمت خارج از میدان حل انتشار می‌یابند. باوجوداین، مقدار این توابع در جهت‌های رو به درون مرز، مجهول باقی می‌مانند که به روش‌های زیر تعیین می‌شوند.

شرایط مرزی ورودی و خروجی

برای اعمال شرایط مرزی ورودی و خروجی در روش شبکهٔ بولترمن از روش زو–هی[38] استفاده می‌شود که باتوجه به آن، توابع توزیع f_1، f_5 و f_8 در ورودی، با روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\rho_{nf,in} = \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)}{1 - u_{in}} \quad (۲۳)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3}\rho_{nf,in}u_{in} \quad (۲۴)$$

$$f_5 = f_7 + \frac{f_4 - f_2}{2} + \frac{1}{6}\rho_{nf,in}u_{in} \quad (۲۵)$$

$$f_8 = f_6 - \frac{f_4 - f_2}{2} + \frac{1}{6}\rho_{nf,in}u_{in} \quad (۲۶)$$

روابط مشابهی برای توابع توزیع مجهول در مقطع خروجی نوشته می‌شود:

$$u_{out} = 1 - \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_1 + f_5 + f_8)}{\rho_{nf,out}} \quad (۲۷)$$

$$f_3 = f_1 + \frac{2}{3}\rho_{nf,out}u_{out} \quad (۲۸)$$

$$f_6 = f_8 + \frac{f_4 - f_2}{2} + \frac{1}{6}\rho_{nf,out}u_{out} \quad (۲۹)$$

$$f_7 = f_5 - \frac{f_4 - f_2}{2} + \frac{1}{6}\rho_{nf,out}u_{out} \quad (۳۰)$$

علاوه بر این، توابع توزیع گرمایی به‌ترتیب زیر در ورودی تعیین می‌شود[39]:

$$g_1 = T_{in}(w_1 + w_3) - g_3 \quad (۳۱)$$

$$g_5 = T_{in}(w_5 + w_7) - g_7 \quad (۳۲)$$

$$g_8 = T_{in}(w_8 + w_6) - g_6 \quad (۳۳)$$

در خروجی، شرط مرزی هم‌رفتی که برای مرزهای باز ارائه شده است[40] و استفاده می شود[12,41]، اعمال می‌شود؛ یعنی:

$$\frac{\partial \chi_i}{\partial t} + U_0(NI-1,t)\frac{\partial \chi_i}{\partial x} = 0 \quad (۳۴)$$

که در آن، χ_i تابع توزیع دل‌خواه f_i یا g_i و U_0 بیشینهٔ سرعت عمود بر مرز خروجی در زمان t و لایهٔ $NI-1$ است. استفاده از این رابطه، مقدار توابع توزیع در مرز خروجی (لایهٔ $NI-1$) را به‌صورت‌های زیر نتیجه می‌دهد:

و

$$f_i(NI,j,t+1) = [f_i(NI,j,t) + U_0(NI-1,t+1) \times f_i(NI-1,j,t+1)] / [1 + U_0(NI-1,t+1)] \quad (۳۵)$$

$$g_i(NI,j,t+1) = [g_i(NI,j,t) + U_0(NI-1,t+1) \times g_i(NI-1,j,t+1)] / [1 + U_0(NI-1,t+1)] \quad (۳۶)$$

شرایط مرزی دیوارها

برای اعمال شرط نبود لغزش سرعت و شرط نبود پرش دمایی روی دیوارها، به‌ترتیب از روش بازگشت به عقب[31] و روش زو–هی[38] استفاده می‌شود. بدین‌ترتیب خواهیم داشت:

دیوار بالایی:

$$f_4 = f_2 \qquad g_4 = T_{in}(w_4 + w_2) - g_2 \quad (۳۷)$$

$$f_7 = f_5 \qquad g_7 = T_{in}(w_7 + w_5) - g_5 \quad (۳۸)$$

$$f_8 = f_6 \qquad g_8 = T_{in}(w_8 + w_6) - g_6 \quad (۳۹)$$

دیوار پایینی:

$$f_2 = f_4 \qquad g_2 = T_{in}(w_2 + w_4) - g_4 \quad (۴۰)$$

$$f_5 = f_7 \qquad g_5 = T_{in}(w_5 + w_7) - g_7 \qquad (٤١)$$

$$f_6 = f_8 \qquad g_6 = T_{in}(w_6 + w_8) - g_8 \qquad (٤٢)$$

جدول ۱ عدد ناسلت میانگین برای شبکه‌بندی‌های مختلف

اندازهٔ مانع متخلخل (سانتی‌متر)	تعداد نقاط شبکه	عدد ناسلت میانگین
۱	۲۵×۱۲۵	۱۷/۲۹۸
	٤۰×۲۰۰	۱۷/٤۱۳
	٦۵×۳۲۰	۱۷/٤۱٤
	۱۰٤×۵۱۲	۱۷/٤۱۵
۲	۲۵×۱۲۵	۱۸/۱۷۸
	٤۰×۲۰۰	۱۸/۲۸٦
	٦۵×۳۲۰	۱۸/۲۸۸
	۱۰٤×۵۱۲	۱۸/۲۸۹
٤	۲۵×۱۲۵	۱۹/۵۷۸
	٤۰×۲۰۰	۱۹/۷٦۱
	٦۵×۳۲۰	۱۹/۷٦٤
	۱۰٤×۵۱۲	۱۹/۷٦٦

جدول ۲ مقایسهٔ نتایج این پژوهش با پژوهش حیدری و همکاران[4]

عدد هارتمن	عدد ناسلت میانگین	
	حیدری و همکاران	این پژوهش
۰	۵/۹۵	۵/۹۱
۳۰	۸/٦۵	۸/۵۹
٦۰	۹/٤۵	۹/٤۰

جدول ۳ مقایسهٔ نتایج این پژوهش با پژوهش نظری و همکاران[17]

عدد رینولدز	عدد ناسلت میانگین	
	نظری و همکاران	این پژوهش
۱۰۰	۱۲/٦۷	۱۲/٦٦
۲۰۰	۱۲/۹۹	۱۲/۹۵
۳۰۰	۱۳/۷۱	۱۳/٦۹
٤۰۰	۱٤/۵۷	۱٤/۵۳

حل عددی

برای حل عددی این مسئلهٔ لازم است توابع توزیع f_i و g_i در هر گام زمانی از حل معادلات (۱) و (۱۵) حاصل شوند. حل این معادلات شامل ۲مرحلهٔ انتشار و برخورد است. در انتشار، ذرات در جهت f_iها و g_iها به‌سمت نزدیک‌ترین گره شبکهٔ مجاور خود حرکت می‌کند؛ درحالی‌که برخورد سبب می‌شود ذرات به‌سمت تعادل محلی میل کنند. توزیع تعادلی توابع f_i و g_i به‌ترتیب از روابط (۳) و (۱۷) تعیین می‌شود. در پایان هر گام زمانی، شرایط مرزی اعمال می‌شوند تا در مرزها، مقدار توابع توزیع f_i و g_i در جهت‌های رو به درون مرز نیز مشخص شود. روند ذکرشده با ایجاد یک برنامهٔ رایانه‌ای در زبان فرترن صورت می‌گیرد.

برای هم‌گرایی حل عددی، این معیار در نظر گرفته می‌شود که مجموع تغییر مؤلفه‌های سرعت و دما در تک‌تک نقاط میدان حل از تکراری به تکرار دیگر باید از 10^{-5} کوچک‌تر باشد. پس از هم‌گرایی حل عددی، مقدار ضریب هم‌رفت میانگین به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$h_m = \left| \frac{k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_w}{T_w - T_b} \right| \qquad (٤٣)$$

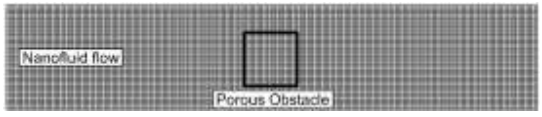
که در آن، T_w دمای دیوار و T_b دمای کپه‌ای سیال است.

در ادامه، عدد ناسلت میانگین به‌شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_m = \frac{h_m H}{k_f} \qquad (٤٤)$$

شایان ذکر است که تعریف عدد رینولدز در این مسئله به‌صورت زیر است:

$$Re = \frac{\rho_f u_{in} H}{\mu_f} \qquad (٤٥)$$



شکل ۲ طرح شماتیک شبکهٔ عددی استفاده‌شده

تحلیل شبکه و راستی‌آزمایی

برای انتخاب بهترین شبکهٔ عددی، محاسبات در شبکه‌بندی‌های ۱۲۵×۲۵، ۲۰۰×۴۰، ۳۲۰×۶۵ و ۵۱۲×۱۰۴ برای نانوذرات مس با کسرحجمی ۲درصد و به‌ازای ۳ اندازهٔ مختلف از مانع متخلخل مسی با ضریب تخلخل ۰/۷ و عدد دارسی ۰/۰۰۰۱ در $Re = ۲۰۰$ و $Ha = ۱۰۰$ انجام می‌شود که نتایج برحسب عدد ناسلت میانگین در جدول ۱ آمده است. پیداست که نتایج شبکه‌بندی ۲۰۰×۴۰ اختلاف بسیار اندکی با شبکه‌بندی‌های ریزتر دارد. ازاین‌رو و برای صرفه‌جویی در حجم محاسبات، در ادامه از این شبکه‌بندی استفاده خواهیم کرد.

برای راستی‌آزمایی حل عددی، ۲آزمون مختلف انجام می‌شود؛ یکی برای کانالی که در آن نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی جریان دارد و دیگری برای کانالی که در آن، مانع متخلخل نصب شده است. برای راستی‌آزمایی اول، نتایج برای نانوسیال آب‌مس با کسرحجمی ٤درصد برحسب عدد ناسلت میانگین با نتایج پژوهش حیدری و همکاران[4] در جدول ۲ مقایسه می‌شود.

راستی‌آزمایی دوم (جدول ۳) به مقایسهٔ نتایج این پژوهش با نتایج نظری و همکاران[17] برحسب تغییرات عدد ناسلت میانگین با عدد رینولدز می‌پردازد. در این راستی‌آزمایی از سیالی با عدد پرانتل ۰/۷ و نسبت ارتفاع مانع متخلخل به‌ارتفاع کانال ۰/۲۵ استفاده شده است. پیداست که نتایج، اختلاف چندانی با نتایج پژوهش‌های گذشته ندارند. این امر، دقت معادلات حاکم و حل عددی به‌کاررفته را نشان می‌دهد.

ارائه و تفسیر نتایج

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی عددی ارائه و تجزیه و تحلیل می‌شود. هدف، بررسی اثر متغیرهای تأثیرگذار بر انتقال گرماست. برای این منظور و باتوجه‌به تعدد این متغیرها، روش طراحی آزمایشات تاگوچی استفاده می‌شود.

این متغیرها در این مسئله شامل سرعت نانوسیال ورودی به کانال، شدت میدان مغناطیسی اعمال‌شده، طول مشخصهٔ مسئله، خواص سیال پایه (ازقبیل چگالی، گران‌روی، گرمای ویژه، ضریب رسانش گرما، ضریب رسانش الکتریکی)، کسرحجمی نانوذرات و خواص آن‌ها (ازقبیل چگالی، گرمای ویژه، ضریب رسانش گرما، ضریب رسانش الکتریکی) و همچنین اندازه، ضریب تخلخل و نفوذپذیری مانع متخلخل و البته خواص آن (ازقبیل چگالی، گرمای ویژه و ضریب رسانش گرما) است. در این‌جا با تعریف اعداد بدون بعد رینولدز، هارتمن و دارسی می‌توان از تعداد متغیرهای مؤثر در مسئله کاست و آن‌ها را در ۹متغیر گردآوری کرد. این متغیرها شامل عدد رینولدز، عدد هارتمن، جنس سیال پایه، جنس و کسرحجمی نانوذرات و همچنین جنس، اندازه، ضریب تخلخل و نفوذپذیری مانع متخلخل است. در ادامه، با فرض سیال پایهٔ یکسان (آب) در همهٔ محاسبات، تعداد متغیرهای مؤثر به ۸متغیر کاهش خواهد یافت.

برای تحلیل به‌روش تاگوچی، در این پژوهش برای هریک از این ۸متغیر مؤثر، ۳سطح انتخاب می‌شود که جدول ٤ به معرفی آن‌ها پرداخته است. شایان ذکر است که باتوجه‌به تعدد متغیرهای مؤثر، تحلیل با سطوح بیشتر، انتخاب آرایهٔ متعامد برای طرح آزمایشات را ناممکن می‌کند. البته برای حفظ دقت تحلیل، مقدار سطوح برای هریک از متغیرها به‌گونه‌ای انتخاب شده است که گسترهٔ عملی آن متغیر را پوشش دهد.

جدول ۵ خواص سیال پایه (آب) و نانوذرات (مس، اکسیدمس و اکسیدآهن (Fe_3O_4)) و مانع متخلخل (آلومینیمی، استیل و مسی) به‌کاررفته در این تحلیل را بیان می‌کند. باتوجه‌به انتخاب ۸متغیر در ۳سطح مختلف، آرایهٔ متعامد L27 به‌عنوان طرح آزمایشات استفاده

می‌شود که برای این مسئلهٔ در جدول ٦ آورده شده است. لازم به توضیح است که برای بررسی همهٔ حالت‌های ممکن در جدول ٤ به مطالعهٔ ٦٥٦١=3^8 نیاز می‌بود که روش تاگوچی آن‌ها را به ۲۷ حالت کاهش داده است. برای هریک از ۲۷آزمایش درج‌شده در جدول ٦، پاسخ برحسب عدد ناسلت میانگین و همچنین مقدار نسبت سیگنال به نویز (SNR) مربوط به آن عدد ناسلت آمده است. لازم به توضیح است که هدف در روش تاگوچی می‌تواند به‌صورت‌های (الف) بزرگ‌تر بهتر است، (ب) نامی بهتر است و (ج) کوچک‌تر بهتر است، انتخاب شود. از آن‌جایی که هدف از این پژوهش، بهبود تبادل گرماست، بهتر است حالت بزرگ‌تر انتخاب شود که نسبت سیگنال به نویز در این نوع به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathrm{SNR} = -10\log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_n^2}\right) \qquad (٤٦)$$

در این‌جا، y_i پاسخ هر آزمایش و n تعداد تکرار هر آزمایش است.

جدول ۷ میانگین نسبت سیگنال به نویز را برای سطوح مختلف متغیرهای حاضر آورده است. در این جدول، مقدار بیشینهٔ نسبت سیگنال به نویز معرف حالت بهینه است.

جدول٤ متغیرها و سطوح بررسی‌شده در این تحلیل

متغیر	سطح		
	اول	دوم	سوم
عدد رینولدز	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰
عدد هارتمن	۰	۱۰۰	۲۰۰
جنس نانوذرات	مس	اکسیدمس	اکسیدآهن
کسرحجمی نانوذرات (درصد)	۱	۲	٤
اندازهٔ مانع (سانتی‌متر)	۱	۲	٤
تخلخل مانع	۰/۵	۰/۷	۰/۹
جنس مانع	آلومینیم	استیل	مس
عدد دارسی مانع	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱

جدول۵ خواص ترموفیزیکی آب، نانوذرات و مانع متخلخل

خاصیت	آب	اکسیدآهن	اکسیدمس	مس	آلومینیم	استیل
$\rho\ (\mathrm{kgm^{-3}})$	۹۹۵/۷	۵۲۰۰	٦۵۰۰	۸۹۵٤	۲۷۱۹	۸۰۳۰
$C_p(\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}})$	٤۱۷۸	٦۷۰	۵٤۰	۳۸۳	۸۷۱	۵۰۲/٤۸
$k\ (\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}})$	۰/٦۱٦	٦	۱۸	٤۰۰	۲۰۲/٤	۱٦/۲۷
$\mu\ (\mathrm{kgm^{-1}s^{-1}})$	۰/۰۰۱۰۰۳	–	–	–	–	–
$\sigma\ (\Omega^{-1}\mathrm{m^{-1}})$	۵×۱۰^{-۲}	۲۵×۱۰^{۳}	$۸/۲ \times ۱۰^{-۸}$	$۵/۹٦ \times ۱۰^{۷}$	–	–

جدول ٦ طرح آزمایشات برپایهٔ آرایهٔ متعامد L27 همراه با پاسخ برحسب عدد ناسلت میانگین و نسبت سیگنال به نویز مربوط به آن

حالت	عدد رینولدز	عدد هارتمن	نانوذرات		مانع متخلخل				عدد ناسلت میانگین	نسبت سیگنال به نویز
			جنس	کسر حجمی	اندازه (cm)	تخلخل	جنس	عدد دارسی		
١	١٠٠	٠	مس	١	١	٠/٥	آلومینیم	٠/٠٠٠٠١	١٤/٥٨	٢٣/٢٨
٢	١٠٠	٠	مس	١	٢	٠/٧	استیل	٠/٠٠٠١	١٦/٢٣	٢٤/٢١
٣	١٠٠	٠	مس	١	٤	٠/٩	مس	٠/٠٠١	١٩/٩٤	٢٦/٠٠
٤	١٠٠	١٠٠	اکسیدمس	٢	١	٠/٥	آلومینیم	٠/٠٠٠١	١٣/٢١	٢٢/٤٢
٥	١٠٠	١٠٠	اکسیدمس	٢	٢	٠/٧	استیل	٠/٠٠١	١٤/١١	٢٢/٩٩
٦	١٠٠	١٠٠	اکسیدمس	٢	٤	٠/٩	مس	٠/٠٠٠٠١	١٧/٠٢	٢٤/٦٢
٧	١٠٠	٢٠٠	اکسیدآهن	٤	١	٠/٥	آلومینیم	٠/٠٠١	١١/١٣	٢٠/٩٣
٨	١٠٠	٢٠٠	اکسیدآهن	٤	٢	٠/٧	استیل	٠/٠٠٠٠١	١١/٤٢	٢١/١٥
٩	١٠٠	٢٠٠	اکسیدآهن	٤	٤	٠/٩	مس	٠/٠٠٠١	١٤/٥٧	٢٣/٢٧
١٠	٢٠٠	٠	اکسیدمس	٤	١	٠/٥	مس	٠/٠٠٠٠١	١٢/٥٢	٢١/٩٥
١١	٢٠٠	٠	اکسیدمس	٤	٢	٠/٧	آلومینیم	٠/٠٠٠١	١٤/٤١	٢٣/١٧
١٢	٢٠٠	٠	اکسیدمس	٤	٤	٠/٩	استیل	٠/٠٠١	١٦/٨٤	٢٤/٥٣
١٣	٢٠٠	١٠٠	اکسیدآهن	١	١	٠/٥	مس	٠/٠٠٠١	١٠/٠٦	٢٠/٠٥
١٤	٢٠٠	١٠٠	اکسیدآهن	١	٢	٠/٧	آلومینیم	٠/٠٠١	١٢/٢٥	٢١/٧٦
١٥	٢٠٠	١٠٠	اکسیدآهن	١	٤	٠/٩	استیل	٠/٠٠٠٠١	١٤/٦٥	٢٣/٣٢
١٦	٢٠٠	٢٠٠	مس	٢	١	٠/٥	مس	٠/٠٠١	١٩/٧٢	٢٥/٩٠
١٧	٢٠٠	٢٠٠	مس	٢	٢	٠/٧	آلومینیم	٠/٠٠٠٠١	٢١/٣٢	٢٦/٥٨
١٨	٢٠٠	٢٠٠	مس	٢	٤	٠/٩	استیل	٠/٠٠٠١	٢٣/١٢	٢٧/٢٨
١٩	٣٠٠	٠	اکسیدآهن	٢	١	٠/٥	استیل	٠/٠٠٠٠١	١٠/١٦	٢٠/١٤
٢٠	٣٠٠	٠	اکسیدآهن	٢	٢	٠/٧	مس	٠/٠٠٠١	١٣/٨٩	٢٢/٨٥
٢١	٣٠٠	٠	اکسیدآهن	٢	٤	٠/٩	آلومینیم	٠/٠٠١	١٥/٩٨	٢٤/٠٧
٢٢	٣٠٠	١٠٠	مس	٤	١	٠/٥	استیل	٠/٠٠٠١	٢١/٨٥	٢٦/٧٩
٢٣	٣٠٠	١٠٠	مس	٤	٢	٠/٧	مس	٠/٠٠١	٢٥/٦٧	٢٨/١٩
٢٤	٣٠٠	١٠٠	مس	٤	٤	٠/٩	آلومینیم	٠/٠٠٠٠١	٢٨/٤١	٢٩/٠٧
٢٥	٣٠٠	٢٠٠	اکسیدمس	١	١	٠/٥	استیل	٠/٠٠١	١٣/٤٥	٢٢/٥٧
٢٦	٣٠٠	٢٠٠	اکسیدمس	١	٢	٠/٧	مس	٠/٠٠٠٠١	١٥/٩٩	٢٤/٠٨
٢٧	٣٠٠	٢٠٠	اکسیدمس	١	٤	٠/٩	آلومینیم	٠/٠٠٠١	١٧/٨٦	٢٥/٠٤

جدول ٧ میانگین نسبت سیگنال به نویز برای سطوح مختلف متغیرهای حاضر

سطح	عدد رینولدز	عدد هارتمن	نانوذرات		مانع متخلخل			
			جنس	کسر حجمی	اندازه	تخلخل	جنس	عدد دارسی
١	٢٣/٢١	٢٣/٣٥	٢٦/٣٦	٢٣/٣٧	٢٢/٦٧	٢٤/١٠	٢٤/٠٣	٢٣/٨٠
٢	٢٣/٨٤	٢٤/٣٦	٢٣/٤٩	٢٤/٠٩	٢٣/٨٩	٢٣/٨٣	٢٣/٦٦	٢٣/٩٠
٣	٢٤/٧٦	٢٤/٠٩	٢١/٩٥	٢٤/٣٤	٢٥/٢٤	٢٣/٨٨	٢٤/١٠	٢٤/١٠
دلتا	١/٥٥	١/٠٠	٤/٤١	٠/٩٧	٢/٥٧	٠/٢٧	٠/٤٤	٠/٣١
رتبه	٣	٤	١	٥	٢	٨	٦	٧

جدول ۸ نتایج تحلیل واریانس

متغیر	درجهٔ آزادی	مجموع مربعات	واریانس	سهم مشارکت (درصد)
عدد رینولدز	۲	۱۰/۹۲	۵/٤٦	۷/۵۸
عدد هارتمن	۲	٤/۸٤	۲/٤۲	۳/۳٦
جنس نانوذرات	۲	۹۰/٤۰	٤۵/۲۰	٦۲/۷۹
کسرحجمی نانوذرات	۲	٤/٦۱	۲/۳۰	۳/۲۰
اندازهٔ مانع	۲	۲۹/۸۲	۱٤/۹۱	۲۰/۷۱
تخلخل مانع	۲	۰/۳۷	۰/۱۹	۰/۲٦
جنس مانع	۲	۱/۰۰	۰/۵۰	۰/٦۹
عدد دارسی مانع	۲	۰/٤٤	۰/۲۲	۰/۳۱
خطا	۱۰	۱/۵۷	۰/۱٦	۱/۰۹
مجموع	۲٦	۱٤۳/۹۷		

بدین‌ترتیب، حالت بهینه در عدد رینولدز ۳۰۰، عدد هارتمن ۱۰۰، کسرحجمی نانوذرات ٤درصد، نانوذرات و مانع متخلخل از جنس مس و مانع متخلخل ٤سانتی‌متری با تخلخل ۰/۵ و عدد دارسی ۰/۰۰۱ است. شبیه‌سازی این حالت، عدد ناسلت میانگین را برابر با ۳۱/۲۳ نشان می‌دهد که از همهٔ ۲۷حالت جدول ٦ بیشتر است. این امر بر کارایی روش تاگوچی در یافتن حالت بهینه صحه می‌گذارد.

مقدار دلتا در جدول ۷ تفاوت مقدارهای بیشینه و کمینهٔ نسبت سیگنال به نویز را برای هریک از متغیرها معرفی می‌کند. ازاین‌رو، دلتای بزرگ‌تر معرف تأثیرگذاری بیشتر است. بدین‌ترتیب می‌توان متغیرها را براساس میزان تأثیرگذاری آن‌ها دسته‌بندی کرد.

در جدول ۷ پیداســـت که جنس نانوذرات، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز به‌ترتیب، متغیرهای اول، دوم و سوم از نظر تأثیرگذاری بر تبادل گرما هستند. در مقابل، کمترین نقش به ضریب تخلخل، عددی دار سی و جنس مانع متخلخل مربوط می‌شود.

اکنون تحلیل واریانس به‌نتایج روش تاگوچی اعمال می‌شود تا سهم مشارکت هریک از متغیرها مشخص شود. در تحلیل واریانس، درجهٔ آزادی هر متغیر به‌صورت تعداد سطوح هر متغیر در آرایهٔ متعامد منهای واحد تعریف می‌شود. همچنین، واریانس یک متغیر از تقسیم مجموع مربعات بر درجهٔ آزادی تعیین می‌شود که مشخص می‌کند چگونه مقدار پاسخ به آن متغیر بستگی دارد؛ به‌نحوی‌که متغیری با واریانس بیشتر، تأثیرگذاری بیشتری خواهد داشت. علاوه‌براین، سهم مشارکت هر متغیر به‌صورت نسبت مجموع مربعات آن متغیر بر مجموع مربعات همهٔ متغیرها تعریف می‌شود.

نتایج تحلیل واریانس در جدول ۸ آمده است. در این‌جا، ترتیب تأثیرگذاری متغیرها، یافته‌های روش تاگوچی را تأیید می‌کند. پیداست که نوع نانوذرات با سهم ٦۲/۷۹ درصد در مقایسه با سایر متغیرها، بیشترین تأثیر را بر میزان انتقال گرما دارد. متغیرهای دوم و سوم، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز، به‌ترتیب با سهم ۲۰/۷۱ درصد و ۷/۵۸درصد است. چهارمین و پنجمین متغیر، عدد هارتمن با سهم ۳/۳٦درصد و کسرحجمی نانوذرات با سهم ۳/۲۰ درصد هستند. درمقابل، مشخص می‌شود که تأثیر مجموع عوامل جنس، ضریب تخلخل و عددی دارسی مانع متخلخل فقط ۱/۲٦درصد است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با اعمال مدل دارسی–برینکمن–فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن، انتقال گرمای هم‌رفت

اجباری نانوسیال در یک کانال با دیوارهای دما ثابت و در حضور میدان مغناطیسی خارجی و مانع متخلخل شبیه‌سازی شد. در ادامه، با بهره‌گیری از روش طراحی آزمایشات تاگوچی، اثر عدد رینولدز، عدد هارتمن، کسرحجمی نانوذرات و جنس آن‌ها و همچنین اندازه، جنس، ضریب تخلخل و عدد دارسی مانع متخلخل بر میزان انتقال گرما مطالعه شد. نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش را می‌توان در موارد زیر جمع‌بندی کرد:

۱) نوع نانوذرات با سهم ٦٢/٧٩ در صد، در مقایسه با سایر متغیرها، بیشترین تأثیر را بر میزان انتقال گرما دارد. متغیرهای دوم و سوم، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز به‌ترتیب با سهم ۲۰/۷۱ و ۷/۵۸درصد است.

۲) سهم عدد هارتمن و کسرحجمی نانوذرات در حدود ۳درصد است.

۳) تأثیر تخلخل، جنس و عدد دار سی مانع متخلخل بر مقدار میانگین عدد نا سلت، در مقایسه با سایر متغیرها ناچیز است.

٤) حالت بهینه در عدد رینولدز ۳۰۰، عدد هارتمن ۱۰۰، کسرحجمی نانوذرات ٤در صد، نانوذرات و مانع متخلخل از جنس مس و مانع متخلخل ٤سانتی‌متری با تخلخل ۰/۵ و عدد دارسی ۰/۰۰۱ است.

باید در نظر داشت که در این پژوهش، روش تاگوچی در گستره‌هایی که در جدول ٤ برای هریک از متغیرهای مؤثر آمده، اعمال شده است. ازاین‌رو، یافته‌های آن نیز فقط در این گستره برقرار خواهد بود.

فهرست علائم

A	شاخص مغناطیسی
B	شدت میدان مغناطیسی (T)
c	سرعت شبکه (ms^{-1})
c_s	سرعت صوت شبکه‌ای (ms^{-1})
C	گرمای ویژه $(Jkg^{-1}K^{-1})$
Da	عدد دارسی
e_i	سرعت مجزا (ms^{-1})
E	مجموع نیروهای حجمی ناشی $(kgms^{-2})$ از محیط متخلخل و میدان مغناطیسی
f_i	تابع توزیع لحظه‌ای سرعت ذرات
F_i	نیروی حجمی $(kgms^{-2})$
F_L	نیروی لورنتز $(kgms^{-2})$
F_ε	تابع هندسی
g_i	تابع توزیع انرژی
h_m	ضریب انتقال گرمای $(Wm^{-2}K^{-1})$ هم‌رفتی میانگین
H	ارتفاع (m)
Ha	عدد هارتمن
k	ضریب رسانش گرما $(Wm^{-1}K^{-1})$
K	نفوذپذیری محیط متخلخل (m^2)
NI	تعداد نقاط شبکه در جهت x
NJ	تعداد نقاط شبکه در جهت y
Nu	عدد ناسلت
Re	عدد رینولدز
t	زمان (s)
T_b	دمای کپه‌ای سیال (K)
T_{in}	دمای ورودی (K)
T_w	دمای دیوار (K)
U_0	سرعت بیشینه در مقطع خروجی (ms^{-1})
V	بردار سرعت ماکروسکوپی سیال، $\mathbf{V} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ (ms^{-1})
V^*	بردار سرعت کمکی (ms^{-1})
w	فاکتور وزنی
x	مؤلفهٔ x در دستگاه مختصات دکارتی
y	مؤلفهٔ y در دستگاه مختصات دکارتی

علائم یونانی

α	ضریب پخش گرما (m^2s^{-1})
β	زاویهٔ میدان مغناطیسی با راستای افقی
δt	اندازهٔ گام زمانی شبکه

δx	اندازهٔ شبکه
ε	ضریب تخلخل
μ	گران‌روی پویا $(kgm^{-1}s^{-1})$
ν	گران‌روی حرکتی (m^2s^{-1})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	ضریب رسانش الکتریکی $(\Omega^{-1}m^{-1})$
τ_f	زمان آرامش هیدرودینامیکی
τ_g	زمان آرامش گرمایی
φ	کسرحجمی نانوذرات
χ_i	تابع توزیع f_i یا g_i

زیرنویس

eff	مؤثر
eq	تعادلی
f	سیال پایه
i	جهت سرعت مجزا
in	ورودی
nf	نانوسیال
out	خروجی
p	نانوذرات
s	ماتریس متخلخل

مراجع

1. Fakur, M., Vahabzadeh, A. and Ganji, D.D., "Study of heat transfer and flow of nanofluid in permeable channel in the presence of magnetic field", *Propulsion and Power Research*, Vol. 4, pp. 50–62, (2017).
2. Izadi, M., Mohebbi, R., Delouei, A.A. and Sajjadi, H., "Natural convection of a magnetizable hybrid nanofluid inside a porous enclosure subjected to two variable magnetic fields", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 151, pp. 154–169, (2019).
3. Bezaatpour, M. and Goharkhah, M., "Effect of magnetic field on the hydrodynamic and heat transfer of magnetite ferrofluid flow in a porous fin heat sink", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 476, pp. 506–515, (2019).
4. Heidary, H., Hosseini, R., Pirmohammadi, M. and Kermani, M.J., "Numerical study of magnetic field effect on nanofluid forced convection in a channel", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 374, pp. 11–17, (2015).
5. Zahmatkesh, I. and Shandiz, M.R.H., "Optimum constituents for MHD heat transfer of nanofluids within porous cavities", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 138, pp. 1669–1681, (2019).
6. Ramian, P., Rahni, M.T. and Adamian, A., "Computational simulation of effects of nano–fluidicity and flow boundaries on natural heat transfer in presence of magnetic field, using LBM", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, pp. 167–178, (2015) (In Persian).
7. Aliu, O., Sakidin, H., Foroozesh, J. and Yahya, N., "Lattice Boltzmann application to nanofluids dynamics–A review", *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 300, p. 112284, (2020).
8. Uriel, F., Hasslacher, B. and Pomeau, Y., "Lattice–gas automata for the Navier–Stokes equation", *Physical Review Letters*, Vol. 56, pp. 1505–1508, (1986).
9. McNamara, G.R. and Zanetti, G., "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice–gas automata",

Physical Review Letters, Vol. 61, pp. 2332–2335, (1988).

10. Higuera, F.J. and Jiménez, J., "Boltzmann approach to lattice gas simulations", *EPL (Europhysics Letters)*, Vol. 9, p. 663, (1989).
11. Chen, H., Chen, S. and Matthaeus, W.H., "Recovery of Navier–Stokes equation using a lattice–gas Boltzmann equation method", *Physical Review A*, Vol. 45, pp. 5339–5342, (1992).
12. Ashorynejad, H.R. and Zarghami, A., "Magnetohydrodynamics flow and heat transfer of Cu–water nanofluid through a partially porous wavy channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 119, pp. 247–258, (2018).
13. Servati, A.A., Javaherdeh, K. and Ashorynejad, H.R., "Magnetic field effects on force convection flow of a nanofluid in a channel partially filled with porous media using Lattice Boltzmann Method", *Advanced Powder Technology*, Vol. 25, pp. 666–675, (2014).
14. Golneshan, A.A. and Lahonian, M., "Diffusion of magnetic nanoparticles in a multi–site injection process within a biological tissue during magnetic fluid hyperthermia using lattice Boltzmann method", *Mechanics Research Communications*, Vol. 38, pp. 425–430, (2011).
15. Nazari, M., Kayhani, M.H. and Mohebbi, R., "Heat transfer enhancement in channel partially filled with porous block: Lattice Boltzmann method", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 24, p. 1350060, (2013).
16. Rong, F., Shi, B. and Cui, X., "Lattice Boltzmann simulation of heat and fluid flow in 3D cylindrical heat exchanger with porous blocks", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 276, pp. 367–378, (2016).
17. Abchouyeh, M.A., Fard, O.S., Mohebbi, R. and Sheremet, M.A., "Enhancement of heat transfer of nanofluids in the presence of sinusoidal side obstacles between two parallel plates through the lattice Boltzmann method", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 156, pp. 159–169, (2019).
18. Feng, X.B., Liu, Q. and He, Y.L., "Numerical simulations of convection heat transfer in porous media using a cascaded lattice Boltzmann method", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 151, p. 119410, (2020).
19. Mohebbi, R., Izadi, M., Delouei, A.A. and Sajjadi, H., "Effect of MWCNT–Fe_3O_4/water hybrid nanofluid on the thermal performance of ribbed channel with apart sections of heating and cooling", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 135, pp. 3029–3042, (2019).
20. Sajjadi, H., Delouei, A.A., Izadi, M. and Mohebbi, R., "Investigation of MHD natural convection in a porous media by double MRT lattice Boltzmann method utilizing MWCNT–Fe_3O_4/water hybrid nanofluid," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 132, pp. 1087–1104, (2019).
21. Kuznetsov, A.V., "Analytical study of fluid flow and heat transfer during forced convection in acomposite channel partly filled with a Brinkman–Forchheimer porous medium", *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 60, pp. 173–192, (1998).

22. Goli, A. and Zahmatkesh, I., "Slip flow in porous micro–tubes under local thermal non–equilibrium conditions", *Transport Phenomena in Nano and Micro Scales*, Vol. 6, pp. 79–87, (2018).

23. Rashidi, S., Dehghan, M., Ellahi, R., Riaz, M. and Jamal–Abad, M.T., "Study of wise transverse magnetic fluid flow with heat transfer around an obstacle embedded in porous media", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 378, pp. 128–137, (2015).

24. Namadchain, H., Zahmatkesh, I. and Alavi, S.M.A., "Numerical simulation of nanofluid flow in an annulus with porous baffles based on the combination of the Darcy–Brinkman–Forchheimer model and the two–phase mixture model", *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 53 (2021) (In Persian).

25. Esmaeili, M., Karami, M. and Delfani, S., "Performance enhancement of a direct absorption solar collector using copper oxide porous foam and nanofluid", *International Journal of Energy Research*, Vol. 44, pp. 5527–5544, (2020).

26. Shirvan, K.M. and Mamourian, M., "Numerical investigation and optimization of mixed convection and entropy generation in square cavity with lid–driven", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, pp. 164–174, (2015) (In Persian).

27. Jamei, M.K. and Abbasi, M., "Numerical investigation of nano–fluid flow on micro channel heat sink efficiency using the Taguchi method", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 7, pp. 287–275, (2017) (In Persian).

28. Alinezhad, J. and Esfahani, J.A., "Lattice Boltzmann simulation and Taguchi optimization of magnetic field effects on nanofluid natural convection in a semicircular enclosure", *Fluid Mechanics and Aerodynamics Journal*, Vol. 6, pp. 45–59, (2017) (In Persian).

29. Sharifi, A.H., Zahmatkesh, I., Mozhdehi, A.M., Morsali, A. and Bamoharram, F.F., "Stability appraisement of the alumina–brine nanofluid in the presence of ionic and non–ionic disparents on the alumina nanoparticles surface as heat transfer fluids: Quantum mechanical study and Taguchi-optimized experimental analysis", *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 319, p. 113898, (2020).

30. Bazkhane, S. and Zahmatkesh. I., "Taguchi–based sensitivity analysis of hydrodynamics and heat transfer of nanofluids in a microchannel heat sink (MCHS) having porous substrates", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 118, p. 104885, (2020).

31. Sukop, M.C. and Thorne, D.T.J., "Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers", Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg, (2006).

32. Guo, Z. and Zhao, T.S., "Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media", *Physical Review E*, Vol. 66, p. 036304, (2002).

33. Zarghami, A., Biscarini, C., Succi, S. and Ubertini, S., "Hydrodynamics in porous media: a finite volume lattice Boltzmann study", *Journal of Scientific Computing*, Vol. 59, pp. 80–103, (2014).

34. Ergun, S., "Fluid flow through packed columns", *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48, pp. 89–94, (1952).

35. Guo, Z., Zheng, C., Shi, B. and Zhao, T.S., "Thermal lattice Boltzmann equation for low Mach number flows: Decoupling model", *Physical Review E*, Vol. 75, p. 036704, (2007).

36. Jin, L., Zhang, X. and Niu, X., "Lattice Boltzmann simulation for temperature–sensitive magnetic fluids in a porous square cavity", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 324, pp. 44–51, (2012).

37. Torshizi, E. and Zahmatkesh, I., "Comparison between single–phase, two–phase mixture and Eulerian–Eulerian models for the simulation of jet impingement of nanofluids", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, Vol. 27, pp. 55–70, (2016) (In Presian).

38. Zou, Q. and He, X., "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model", *Physics of Fluids*, Vol. 9, pp. 1591–1598, (1997).

39. Mohamad, A.A., "Applied Lattice Boltzmann Method for Transport Phenomena, Momentum, Heat and Mass Transfer", Sure Printing, Calgary, Canada, (2007).

40. Orlanski, I., "A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 21, pp. 251–269, (1976).

41. Zarghami A. and Padding J.T., "Drag, lift and torque acting on a two–dimensional non–spherical particle near a wall", *Advanced Powder Technology*, Vol. 29, pp. 1507–1517, (2018).

Heat Transfer of Nanofluid in a Channel with Magnetic Field and Porous Obstacle using the Darcy–Brinkman–Forchheimer Model in the LBM Method

Saed Bazkhane[1] Iman Zahmatkesh[2]

1. Introduction

Forced convection heat transfer in pipes and channels occurs in many practical applications including heat exchangers, solar collectors, boilers, chemical reactors, and cooling of electronic equipment. To elevate heat transfer in these devices, the use of porous media, utilization of nanofluids, and insertion of magnetic fields have been employed in recent years. However, the combination of these three methods has not been discussed thoroughly. Hence, forced convection heat transfer of nanofluid in a channel with an externally–applied magnetic field and a porous obstacle is simulated and discussed in this study. Schematics of the problem is depicted in Figure 1 and Table 1 reports the geometric and working parameters.

Table 1. The geometric and working parameters

Parameter	Symbol	value
Channel length	L	40 cm
Channel height	H	8 cm
Obstacle size	W	1, 2, 4 cm
Obstacle location	a	4 cm
Obstacle location	b	20 cm
Inlet temperature	T_{in}	300 K
Wall temperature	T_w	340 K

2. Simulation Approach

To simulate the flow field, the Darcy–Brinkman–Forchheimer model is implemented in the Lattice Boltzmann Method (LBM) method. To this aim, the following distribution functions are solved for the velocity and temperature distributions, respectively:

$$\frac{f_i(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{e}_i\delta t, t+\delta t)-f_i(\boldsymbol{x},t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_f}\left(f_i(\boldsymbol{x},t) - f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)\right) + \boldsymbol{F}_i \quad (1)$$

$$\frac{g_i(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{e}_i\delta t, t+\delta t)-g_i(\boldsymbol{x},t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_g}\left(g_i - g_i^{eq}\right) \quad (2)$$

Here, f_i and g_i are the distribution functions for the velocity and temperature, respectively. Moreover, τ_f and τ_g are the corresponding relaxation times while f_i^{eq} and g_i^{eq} are the equilibrium distribution functions, $\boldsymbol{x}$ is the spatial coordinates, $\boldsymbol{e}_i$ is the unit vector, t is time, and δt is the time step.

To incorporate the magnetic field insertion and the presence of the porous obstacle, the body force term is obtained from the following equation:

$$\mathbf{F}_i = w_i\rho_{nf}\left(1-\frac{1}{2\tau_f}\right)\left[\frac{\mathbf{e}_i.\mathbf{E}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{V}.\mathbf{e}_i)(\mathbf{E}.\mathbf{e}_i)}{\varepsilon c_s^4} - \frac{\mathbf{V}.\mathbf{E}}{\varepsilon c_s^2}\right]_{i=0-8} \quad (3)$$

with

$$\mathbf{E} = \varepsilon\left[\mathbf{F}_L - \frac{\nu_{nf}}{K}\mathbf{V} - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}}|\mathbf{V}|\mathbf{V}\right] \quad (4)$$

In the above equations, ε is the porosity and K is the permeability of the porous obstacle and F_L is the Lorentz force:

$$\mathbf{F}_L = A[v\sin\beta\cos\beta - u\sin^2\beta]\mathbf{i} + A[u\sin\beta\cos\beta - v\cos^2\beta]\boldsymbol{j} \quad (5)$$

with β being the magnetic field inclination angle and A being the magnetic index. Meanwhile, u and v are the velocity components in the x and y directions, respectively.

For the numerical simulation, f_i and g_i are obtained in each time step, according to equations (1) and (2). The solution of these equations includes the collision and propagation steps. In the collision step, each particle is relaxed towards a local equilibrium condition while in the propagation step, the particles move in the f_i and g_i directions towards the nearest grid point. This procedure is implemented in a FORTRAN code.

To obtain a suitable grid system, a grid independence test is undertaken and a 40×200 grid is found sufficient. Figure 2 shows the gird system.

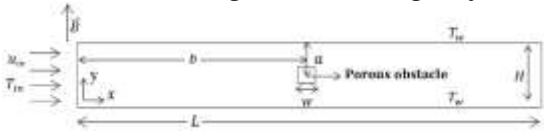


Figure 1. Schematics of the current problem

[1] Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran.

[2] Corresponding author. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran. Email: Zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

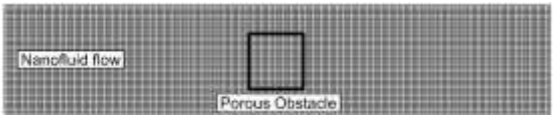


Figure 2. The employed grid system

3. Results

The current influential parameters include the Reynolds and Hartmann numbers, the type and fraction of the nanoparticles (NPs) as well as the size, type, porosity, and the Darcy number of the obstacle. Due to the variety of these parameters and to provide a systematic survey, the Taguchi experimental design method is adopted here. Table 2 reports the levels of the selected parameters.

For the current number of parameters and their levels, the L27 orthogonal array is available for the Taguchi method. This reduces the number of required experiments from 3^8=6561 experiments to just 27 tests.

The LBM code is run for the 27 cases provided in the L27 orthogonal array and the results are obtained in terms of the mean Nusselt number. Thereafter, the Taguchi method is applied to these outcomes which provides the rank of each of the current parameters. The results are listed in Table 3.

Table 2. The current parameters and their levels

Parameter	Levels		
	1	2	3
Reynolds number	100	200	300
Hartmann number	0	100	200
NPs type	Cu	CuO	Fe_3O_4
NPs fraction	1%	2%	4%
Obstacle size (cm)	1	2	4
Obstacle type	Al	Steel	Cu
Porosity	0.5	0.7	0.9
Darcy number	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}

Table 3. The rank and contribution of the current parameters

Parameter	Rank	Contribution (%)
Reynolds number	3	7.58
Hartmann number	4	3.36
NPs type	1	62.79
NPs fraction	5	3.20
Obstacle size (cm)	2	20.71
Obstacle type	6	0.69
Porosity	8	0.26
Darcy number	7	0.31

Table 3 shows that the nanoparticles type is the most influential parameter, followed by the obstacle size and the Reynolds number.

To verify the findings of the Taguchi method and to obtain the percent of contribution of each of the parameters, the analysis of variance is applied to the results of the Taguchi method. The outcomes are reported in Table 3. It is evident that the nanoparticles type has the greatest effect on the heat transfer, with the contribution ratio of 62.79%. The second and the third influential parameters were found to be the obstacle size and the Reynolds number, with the contribution ratios of 20.71% and 7.58%, respectively. The results also show that the contribution ratios of the Hartmann number and the nanoparticles fraction are about 3%. In spite of that, it is clear that the influences of the porosity, type, and the Darcy number of the obstacle on the mean Nusselt number are almost negligible.

The Taguchi method shows that in the current flow problem, the optimum case belongs to: the Reynolds number of 300, the Hartmann number of 100, the nanoparticles fraction of 4%, the nanoparticles and the obstacle made up of copper, and the obstacle having the size of 4cm, the porosity of 0.5, and the Darcy number of 0.001.

4. Conclusion

In this study, the Darcy–Brinkman–Forchheimer model was implemented in the LBM method to simulate forced convection heat transfer of nanofluid in a channel with an externally–applied magnetic field and a porous obstacle. Then, effects of the Reynolds and Hartmann numbers, the type and fraction of the nanoparticles as well as the size, type, porosity, and the Darcy number of the obstacle on the heat transfer rate were analyzed through the Taguchi experimental design method. Based on the presented results, the following conclusions may be drawn:

1. The nanoparticles type produces the highest contribution on the heat transfer rate, with the contribution ratio of 62.79%.
2. The second and the third influential parameters are the obstacle size and the Reynolds number, with the contribution ratios of 20.71% and 7.58%, respectively.

تحلیل عددی پدیده‌ی اختلاط مغناطیسی در یک جریان الکترواسموتیک بین دو صفحه موازی*

مقاله پژوهشی

مرتضی دلاکه نژاد[۱] سید علی میربزرگی[۲] حمید نیازمند[۳]

چکیده *در مقاله حاضر، اختلاط در جریان الکترواسموتیک در حضور یک میدان مغناطیسی با سه موقعیت مختلف مکانی به‌صورت عددی مطالعه و شبیه‌سازی شده است. هندسه جریان یک مجرای دوبعدی بین دو صفحه موازی است و جریان مورد نظر تراکم ناپذیر، دائم و آرام فرض شده است. معادلات حاکم بر مسأله، شامل معادلات اندازه حرکت اصلاح شده (ناویر-استوکس) برای میدان جریان سیال، معادلات میدان‌های پتانسیل الکتریکی خارجی و داخلی، معادلات توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی (ارنست-پلانک)، معادله میدان مغناطیسی و معادله‌ی غلظت گونه‌ها به روش عددی حجم محدود حل شده است. به منظور اعتبارسنجی برنامه عددی، یک جریان ایده‌آل الکترواسموتیک که در آن سراسر دیواره‌ها باردار می‌باشد، شبیه‌سازی گردیده است و نتایج آن با نتایج تحلیلی موجود مقایسه شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که در حضور یک میدان مغناطیسی برای جریان در یک ریزمجرا، راندمان اختلاط نسبت به حالت عدم حضور میدان مغناطیسی افزایش چشم‌گیری می‌یابد، به طوری که راندمان اختلاط نهایی حداکثر به ۹۳/۳ درصد می‌رسد. البته این در حالی است که میدان مغناطیسی قبل از لایه دوگانه الکتریکی اعمال شده باشد.*

واژه‌های کلیدی ریزمخلوط‌گر، راندمان اختلاط، میدان الکتریکی، شبیه‌سازی عددی، ناویر-استوکس.

مقدمه

یکی از مباحث چالش برانگیز در حوزه سیستم‌های ریزسیالی (Microfluidics) و ریزالکترومکانیکی (Micro Electro Mechanical System) نحوه ایجاد جریان در ریزمجراها می‌باشد[1,2]. امروزه استفاده از جریان الکترواسموتیک (ای‌اواف) (Electroosmotic Flow (EOF)) به منظور پمپاژ و جابجایی سیالات، به دلیل مزایای قابل توجه آن نسبت به جریان فشار-محرک (Pressure-Driven Flow) کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. منشأ تحریک سیال در جریان الکترواسموتیک، نیروی لورنتس (Lorentz force) است که از اعمال میدان الکتریکی خارجی بر لایه دوگانه الکتریکی (ای‌دی‌ال) (Electric Double Layer (EDL)) حاصل می‌گردد. لایه دوگانه الکتریکی، ناحیه‌ای از سیال (الکترولیت) در مجاورت دیواره مجرا است که به دلیل عدم توازن یون‌های مثبت و منفی باردار است. حرکت سیال در ناحیه ای‌دی‌ال عامل اصلی ایجاد جریان در یک ریزمجرا با پروفیل سرعت تخت می‌باشد.

فارغ از بحث نحوه‌ی تولید جریان، اختلاط سیالی (Fluid Mixing) یک موضوع اساسی در ریزتراشه‌ها می‌باشد. با توجه به روش و نحوه‌ی اختلاط، ریزمخلوط‌گرها عمدتا به دو دسته فعال (Active) و غیرفعال (Passive) طبقه‌بندی می‌شوند. در ریزمخلوط‌گرهای فعال از یک عامل تحریک خارجی برای ایجاد اختلاط، علاوه بر انرژی پمپاژ سیال استفاده می‌شود. بعلاوه، از ویژگی‌های دیگر ریزمخلوط‌گرهای

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۸/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۰۰/۱/۲۱ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/jacsm.2021.67094.0

(۱) دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای خراسان جنوبی،آموزشکده این حسام، بیرجند.
(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند. **Email:** samirbozorgi@birjand.ac.ir
(۳) استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.

فعال نسبت به نوع غیر فعال، آن است که در این ریزمخلوط‌گرها راندمان اختلاط با سهولت بیشتری افزایش می‌یابد هر چند پیچیدگی ساخت آن زیاد می‌باشد[5-3].

این در حالی است که در ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال برای ایجاد اختلاط از یک نیروی خارجی استفاده نمی‌شود و تنها با پیچ و تاب دادن هندسه جریان باعث ایجاد اختلاط می‌شوند. بعلاوه به دلیل آرام بودن جریان، اختلاط در آنها اساسا بر پخش مولکولی و حرکت توده‌ای بی‌نظم استوار است. این امر باعث شده است که افزایش راندمان اغلب کند و پرزحمت باشد و از جمله راه‌های بهبود راندمان، افزایش سطح تماس بین دو سیال و کاهش مسیر پخش میان آنها باشد. از نمونه‌های مهم ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال می‌توان به ریزمخلوط‌گرهای T و Y شکل اشاره نمود[6,7]. در ادامه مطالعات مربوط به حوزه جریان الکترواسموتیک و پدیده اختلاط غیرفعال به طور خلاصه مرور می‌شود.

جریان الکترواسموتیک ماهیتا[8,9] ، از منظرهای مختلف نظیر ترکیب آن با جریان فشار–محرک [10,11] و تحت تأثیر زتا پتانسیل متغیر[12] مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. بعلاوه در زمینه بهبود راندمان اختلاط و کنترل حرکت سیال در جریان الکترواسموتیک تاکنون مطالعات زیادی انجام شده و روش‌های مختلفی برای ایجاد اختلاط فعال و غیرفعال معرفی گردیده است [13,14]. در ادامه برخی از مطالعات در زمینه اختلاط غیرفعال مرور می‌شود.

بیدیس و همکاران[15] اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره را به‌صورت تجربی به منظور افزایش راندمان اختلاط در یک ریزمخلوط‌گر الکتروجنبشی غیر فعال مورد بررسی و نتایج حاصل را به طور عددی نیز صحت‌سنجی نمودند. اثرات ناهمگنی مورد استفاده در کار آنها به‌صورت زتاپتانسیل وصله‌ای اعمال شده است به طوری که در هر وصله زتاپتانسیل مقداری ثابت و نامتغیر داشته است. لو و همکاران[16] با استفاده از ناهمگنی زتا پتاسیل دیواره و میدان الکتریکی متناوب (AC) راندمان اختلاط را در جریان الکتروجنبشی به طور عددی تحلیل نمودند. آنها از مدل تقریبی بولتزمن در توصیف توزیع یون‌ها در لایه دوگانه الکتریکی استفاده کردند. اثرات ناهمگنی مورد استفاده در کار آنها به‌صورت زتاپتانسیل وصله‌ای با مقدار ثابت در هر وصله پیاده‌سازی شده است.

جین و نانداکومار[17] در یک کار عددی از یک الگوی بهینه شده بار سطحی ناهمگن به منظور بهبود اختلاط در جریان الکتروجنبشی استفاده نمودند. آنها ناهمگنی را با تعداد زیادی وصله در حالت‌های مختلف ایجاد کردند که در هر وصله مقدار زتاپتانسیل ثابت می‌باشد. جماعتی و همکاران[18] اختلاط در ریزمخلوط‌گرهای الکترواسموتیکی را با حل معادلات ارنست–پلانک به‌صورت دو و سه بعدی بررسی نمودند. آنها اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره‌ها را به طور وصله‌ای به منظور افزایش راندمان اختلاط بررسی نمودند که مقدار زتاپتانسیل در هر وصله ثابت در نظر گرفته شده است.

نایاک [19] اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره را در جریان الکترواسموتیک به منظور افزایش راندمان اختلاط با استفاده از مدل ارنست–پلانک به طور عددی شبیه‌سازی نمود. او این اثرات ناهمگنی را به‌صورت وصله‌ای با چیدمان متقارن و نامتقارن روی دیواره ریزمجرا اعمال کرد، به طوری که مقدار زتاپتانسیل در هر وصله ثابت بود. افسری و همکاران[20] یک ریزمخلوط‌گر دو بعدی غیرفعال الکترواسموتیکی با بار سطحی ناهمگن به‌صورت عددی مورد مطالعه و بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که با توزیع مناسب بارهای ناهمگن سطحی می‌توان راندمان اختلاط را تغییر و کنترل نمود. بیشترین راندمان اختلاط مربوط به حالتی است که عدم تقارن در نحوه‌ی چینش بارهای ناهمگن دیواره افزایش یابد.

بساطی و همکاران [۲۱, ۲۲] اثرات توزیع پتانسیل سطحی و تغییرات هندسی بر میزان اختلاط الکترواسموتیک را در ریزمجراهای همگرا–واگرا

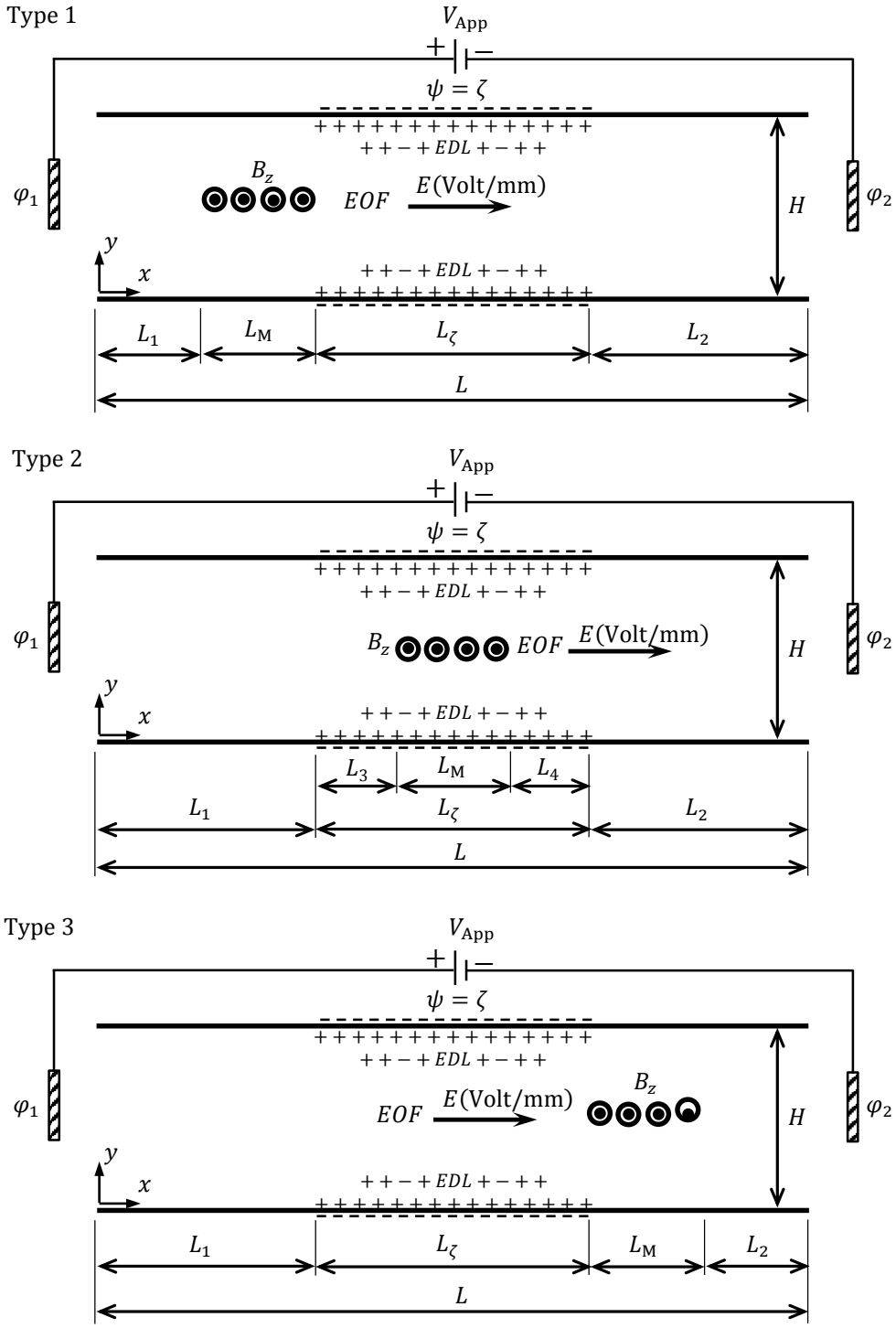
دوبعدی با نسبت‌های مختلف واگرایی مورد بررسی قرار دادند. آنها برای شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک از روش عددی شبکه بولتزمن استفاده کردند. دلاکه نژاد و همکاران[23] راندمان اختلاط در جریان الکترواسموتیک درون یک ریزمخلوط‌گر با زتاپتانسیل غیریکنواخت دیواره را برای حالت‌های مختلف به‌صورت عددی شبیه‌سازی کردند. نتایج عددی آنها نشان داد که با تغییرات زتاپتانسیل دیواره در ناحیه میانی به‌صورت خطی–صعودی، خطی–نزولی و سهموی برای جریان در یک ریزمجرا، راندمان اختلاط نسبت به حالت زتا ثابت افزایش می‌یابد. بعلاوه آنها [24] اختلاط مغناطیسی در جریان الکترواسموتیک را به صورت عددی شبیه‌سازی کردند. آنها میدان مغناطیسی را در خارج از ناحیه ای‌دی‌ال اعمال کردند و نتایج آنها نشان داد که با اعمال یک نیروی عمودی حاصل میدان مغناطیسی می‌توان اختلاط در جریان الکترواسموتیک را بهبود بخشید.

یکی از روش‌هایی که می‌توان از آن برای ایجاد اختلاط غیرفعال بهره برد، بکارگیری میدان مغناطیسی دائمی در یک ریزمجرا با جریان الکترواسموتیک می‌باشد. این در حالی است که موقعیت مکانی اعمال میدان مغناطیسی می‌تواند تاثیر متفاوتی بر راندمان اختلاط داشته باشد. مرور مطالعات گذشته نشان می‌دهد که تاکنون این مطالعه انجام نشده است. در مقاله حاضر به بررسی اثر موقعیت مکانی میدان مغناطیسی بر راندمان اختلاط غیرفعال در جریان الکترواسموتیک پرداخته می‌شود.

تعریف مسأله

طرح شماتیک یک جریان الکترواسموتیک دوبعدی بین دو صفحه موازی در موقعیت $z = 0$ و در حضور یک میدان مغناطیسی مطابق شکل ۱ نمایش داده شده است که در آن عرض ریزمجرا H و طول ریزمجرا $\mathrm{L} = 10\mathrm{H}$ است. L_ζ طول لایه دوگانه الکتریکی و L_M طول ناحیه اعمال میدان مغناطیسی است که مشاهده می‌شود در کار حاضر در سه موقعیت مکانی مختلف در نظر گرفته شده است. در نوع اول) میدان مغناطیسی در ابتدای ریزمجرا و قبل از شروع ناحیه EDL، در نوع دوم) میدان مغناطیسی در ناحیه میانی ریزمجرا با هم‌پوشانی بخشی از طول L_ζ و در نوع سوم) میدان مغناطیسی در ناحیه انتهایی ریزمجرا اعمال شده است. L_1 و L_2 طول‌های ناحیه ورودی و خروجی، L_3 و L_4 به ترتیب نواحی ابتدا و انتهای EDL هستند که تحت تاثیر نفوذ غیرمستقیم میدان مغناطیسی می‌باشند. E قدرت میدان الکتریکی خارجی، φ_1 پتانسیل خارجی در ورودی، φ_2 پتانسیل خارجی در خروجی، ζ مقدار پتانسیل سطح دیواره (اغلب منفی) و B_z شدت شار میدان مغناطیسی در جهت عمود بر صفحه (برون‌سو) در طول L_M می‌باشد.

دستگاه مختصات دکارتی روی ابتدای صفحه پایینی در نظر گرفته شده است. با توجه به منفی بودن پتانسیل ζ (لذا مثبت بودن بار خالص الکتریکی در ناحیه دوگانه الکتریکی) و جهت چپ به راست میدان الکتریکی E، جهت جریان الکترواسموتیک در راستای مثبت x برقرار است. میدان مغناطیسی اعمال شده در کار حاضر توسط یک آهنربای دائمی (Permanent Magnet) عمود بر جهت میدان الکتریکی انتخاب شده است. قابل ذکر است که با توجه به جهت دو میدان الکتریکی E و مغناطیسی B_z، (طبق قانون دست راست) یک نیروی مغناطیسی قائم (در جهت $-y$) بر جریان اصلی الکترواسموتیک وارد می‌شود تا موضوع اختلاط در جریان حاضر را محقق سازد. لازم به ذکر است که با توجه به تعاریف مخلوط‌گرهای فعال و غیرفعال، با اعمال این میدان مغناطیسی دائمی، نوعا یک مخلوط‌گر غیرفعال حاصل می‌گردد چرا که در آن از هیچ انرژی خارجی استفاده نمی‌شود.



شکل ۱ شماتیک یک جریان دوبعدی الکترواسموتیک بین دو صفحه موازی در سه موقعیت مکانی مختلف میدان مغناطیسی (B_z)

معادلات حاکم و شرایط مرزی

معادلات حاکم بر جریان آرام، دائم و تراکم‌ناپذیر یک سیال نیوتنی در وضعیت دوبعدی به صورت زیر بیان می‌گردد. در این معادلات از نیروی لورنتس الکترواسموتیکی به عنوان نیروی حجمی عامل اصلی تحریک و از نیروی لورنتس دیناموهیدرومغناطیسی به

عنوان نیروی حجمی عمود بر جهت جریان اصلی به منظور ایجاد اختلاط غیرفعال استفاده شده است [۲٤].

معادلات حاکم بر جریان سیال. معادلات حاکم بر جریان سیال شامل معادلات پیوستگی و اندازه حرکت خطی اصلاح شده در حالت تراکم ناپذیر و دائم به شرح زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}}=0$$

$$\rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}}\right)=-\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}}+\mu\left(\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}^2}\right) \quad (۱)$$

$$+\rho_e(\mathrm{E_x}+\mathrm{vB_z})+\sigma \mathrm{B_z}\left[\mathrm{E_y}-\mathrm{uB_z}\right] \quad (۲)$$

$$\rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}}\right)=-\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{y}}+\mu\left(\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}^2}\right)$$

$$+\rho_e\left(\mathrm{E_y}-\mathrm{uB_z}\right)-\sigma \mathrm{B_z}[\mathrm{E_x}+\mathrm{vB_z}] \quad (۳)$$

که در آن $E_x=-\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}+\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)$ و $E_y=-\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}+\right.$ $\left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)$ می‌باشد. بعلاوه، u سرعت جریان در راستای x با واحد $(\mathrm{m/s})$، v سرعت جریان در راستای y با واحد $(\mathrm{m/s})$، p فشار با واحد $(\mathrm{N/m^2})$، φ پتانسیل الکتریکی خارجی بر حسب (Volt)، ψ پتانسیل الکتریکی درون ای‌دی‌ال بر حسب (Volt)، B_z شدت شار میدان مغناطیسی با واحد $(\mathrm{Volt.s/m^2}$ یا $\mathrm{N/A.m}$ یا $\mathrm{Tesla})$، σ هدایت الکتریکی سیال با واحد $(1/\Omega.\mathrm{m}$ یا $\mathrm{A/m.Volt}$ یا $\mathrm{Siemens/m})$ و ρ_e چگالی جریان الکتریکی با واحد $(\mathrm{Coulomb/m^3})$ می‌باشد.

معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی خارجی. در جریان‌های الکترواسموتیک، ایده اصلی آن است که با اعمال یک میدان الکتریکی خارجی (مانند φ) بر بار الکتریکی خالص کنار دیواره‌ها، می‌توان الکترولیت موجود را به حرکت درآورد. معادله حاکم بر میدان پتانسیل الکتریکی خارجی در حضور یک میدان مغناطیسی، یک معادله پواسون به صورت زیر است. این معادله در حقیقت از قانون اهم در الکتریسیته و قانون بقای بار الکتریکی استخراج می‌گردد.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial x}(vB_z)-\frac{\partial}{\partial y}(uB_z) \quad (٤)$$

معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی. وقتی سطح بارداری در تماس با یک الکترولیت (حاوی یون‌های مثبت و منفی) قرار می‌گیرد، سطح، یون‌های با بار مخالف خود را از درون الکترولیت به سمت خود جذب کرده و یون‌های با بار موافق خود را دفع می‌کند. در نتیجه یک لایه نازک غیرخنثی الکتریکی در کنار دیواره به نام لایه دوگانه الکتریکی تشکیل می‌شود. پتانسیل الکتریکی (ψ) حاصل از برهم‌کنش یون‌های مثبت و منفی درون لایه دوگانه الکتریکی توسط معادله پواسون زیر بیان می‌شود.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}=-\frac{\rho_e}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad (٥)$$

که در آن ε_r ثابت دی‌الکتریک محلول و ε_0 ضریب گذردهی خلأ با واحد $(\mathrm{Coulomb/Volt.m})$، می‌باشند. همچنین $\rho_e=\mathrm{ze}\,(\mathrm{n^+}-\mathrm{n^-})$ چگالی بار خالص الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی با واحد $(\mathrm{Coulomb/m^3})$، n^+ و n^-، غلظت یون‌های مثبت و منفی با واحد $(\mathrm{Ions/m^3})$، z عدد والانس بار و e بار الکتریکی با واحد $(\mathrm{Coulomb})$ است.

معادلات حاکم بر غلظت توزیع یون‌ها (ارنست-پلانک). برای به دست آوردن ρ_e می‌بایست غلظت یون‌های مثبت و منفی محاسبه شوند. این غلظت‌ها با حل معادله انتقال ارنست–پلانک به‌دست می‌آیند.

$$\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{n}^+}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{n}^+}{\partial \mathrm{y}}\right)=\mathrm{D}_\mathrm{i}^+\left(\frac{\partial^2 \mathrm{n}^+}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{n}^+}{\partial \mathrm{y}^2}\right)$$
$$-D_i^+\left(\frac{ze}{k_\mathrm{B}T}\right)\left[\begin{matrix}\frac{\partial}{\partial x}(n^+E_x)\\+\frac{\partial}{\partial y}(n^+E_y)\end{matrix}\right]$$
$$\left(u\frac{\partial n^-}{\partial x}+v\frac{\partial n^-}{\partial y}\right)=D_i^-\left(\frac{\partial^2 n^-}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 n^-}{\partial y^2}\right) \quad (٦)$$

$$+D_i^-\left(\frac{ze}{k_\mathrm{B}T}\right)\left[\begin{matrix}\frac{\partial}{\partial x}(n^-E_x)\\+\frac{\partial}{\partial y}(n^-E_y)\end{matrix}\right] \quad (٧)$$

که در آن D_i^+ و D_i^- ضرایب پخش یون‌های مثبت و منفی با واحد $(\mathrm{m}^2/\mathrm{s})$، T دمای مطلق و k_B ثابت بولتزمن (Boltzmann Constant) با واحد $(\mathrm{J/K})$ می‌باشد. عبارت اول سمت راست معادلات (٦) و (٧)، پخش ناشی از گرادیان غلظت‌ها است و عبارت پس از آن، پخش ناشی از میدان الکتریکی می‌باشد که اصطلاحا به آن جمله هجرتی (Migration) گفته می‌شود.

در حالت توسعه‌یافته یونی و هیدرودینامیکی، معادلات (٦) و (٧)، پاسخی نمایی معروف به توزیع بولتزمن خواهند داشت که به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\mathrm{n}^+=\mathrm{n}_0\mathrm{e}^{-(\mathrm{ze}/\mathrm{k_BT})\psi} \quad (٨)$$

$$\mathrm{n}^-=\mathrm{n}_0\mathrm{e}^{+(\mathrm{ze}/\mathrm{k_BT})\psi} \quad (٩)$$

بنابراین توزیع چگالی بار خالص الکتریکی برای یک محلول متقارن در حالت توسعه‌یافته یونی به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\rho_\mathrm{e}=-2\mathrm{zen}_0\sinh[(\mathrm{ze}/\mathrm{k_BT})\,\psi] \quad (١٠)$$

با چنین فرض ساده کننده‌ای معادله (٥) به معادله‌ای معروفی به نام معادله پواسون-بولتزمن (Poisson-Boltzmann Equation) تبدیل می‌شود که اغلب حل تحلیلی آن با تقریب دیبای-هوکل (Debye-Huckel) امکان پذیر است. لازم به ذکر است در مقاله حاضر، به دلیل غیریکنواخت بودن زتاپتانسیل دیواره‌ها، جریان الکترواسموتیک به لحاظ یونی و هیدرودینامیکی توسعه‌یابنده است و لذا بایستی برای یافتن توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی معادلات ارنست-پلانک حل شوند.

معادله حاکم بر میدان مغناطیسی. معادله حاکم بر میدان مغناطیسی $(\mathrm{B_z})$ در وضعیت دوبعدی به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 \mathrm{B_z}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{B_z}}{\partial \mathrm{z}^2}=0 \quad (١١)$$

معادله حاکم بر غلظت گونه‌ها. اگر دو مایع که هر یک دارای گونه‌های شیمیایی یکسان اما با غلظت متفاوت باشند را به منظور اختلاط از درون یک ریزمجرا عبور دهیم، توزیع غلظت گونه‌ها در مخلوط حاصله را می‌توان با حل معادله انتقال گونه‌ها (Species Transport Equation) به شکل زیر پیدا نمود.

$$\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{y}}\right)=\mathrm{D_s}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{C}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{C}}{\partial \mathrm{y}^2}\right) \quad (١٢)$$

که در آن C غلظت گونه‌ها و $\mathrm{D_s}$ ضریب پخش گونه با واحد $(\mathrm{m}^2/\mathrm{s})$ می‌باشد.

بی‌بعد سازی معادلات حاکم. به منظور سهولت در ارائه نتایج، عمومیت بخشیدن به‌صورت مسأله و تشخیص پارامترهای بی‌بعد، معادلات حاکم با تعریف پارامترهای بدون بعد مناسب به‌صورت زیر بی‌بعد می‌شوند.

$$\bar{x}=\frac{x}{H},\ \bar{y}=\frac{y}{H},\ \bar{u}=\frac{u}{U_{Ref}},\ \bar{v}=\frac{v}{U_{Ref}},$$
$$\bar{n}^{\pm}=\frac{n^{\pm}}{n_0},\ \bar{B}_z=\frac{B_z}{B_0},\ \bar{\psi}=\frac{\psi}{(k_BT/ze)},$$
$$\bar{\varphi}=\frac{\varphi}{E_{Ref}H},\ \bar{p}=\frac{p}{\rho U_{Ref}^{\ 2}},\ \bar{\rho}_e=\frac{\rho_e}{zen_0},$$
$$\bar{C}=\frac{C}{C_{Ref}},\ U_{Ref}=\mu_{EO}E_{Ref},\ \mu_{MHD}=B_0,$$
$$\mu_{EO}=-\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0\zeta}{\mu} \quad (١٣)$$

که در آن U_{Ref} سرعت مرجع (سرعت مشخصه جریان الکترواسموتیک یا سرعت هلموهلتز-اسمولوکفسکی (Helmholtz–Smoluchowski Velocity))، C_{Ref} یک غلظت مرجع، μ_{EO} قابلیت حرکت الکترواسموتیک (Electroosmotic Mobility)، μ_{MHD} قابلیت حرکت دینامو‌هیدرومغناطیسی (Magnetohydrodynamic Mobility)، E_{Ref} قدرت میدان الکتریکی مبنا، B_0 شدت شار مغناطیسی مرجع، $n_0 = C_0 \mathrm{N_A}$ غلظت توده‌ای یون‌ها در محلول الکترولیت به ازاء واحد حجم $(\mathrm{ions/m^3})$، $\mathrm{N_A}$ عدد آووگادرو با واحد $(\mathrm{Number\ of\ Ions/mol})$ و C_0 غلظت مولی یون‌ها با واحد $(\mathrm{kmol/m^3})$ می‌باشد. نتیجه بی‌بعدسازی معادلات در وضعیت دوبعدی به‌صورت زیر است.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0$$

$$\frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}\right) - \mathrm{B}\bar{\rho}_e\left[\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}}\right) - \mathrm{A\,G}\,\bar{v}\bar{B}_z\right] - \frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{A\,G\,Re}}\bar{B}_z\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}\right) - \frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{Re}}\bar{u}\bar{B}_z^2 \qquad (١٤)$$

$$\frac{\partial(\bar{v}\bar{u})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2}\right) - \mathrm{B}\bar{\rho}_e\left[\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}\right) + \mathrm{A\,G}\,\bar{u}\bar{B}_z\right] \qquad (١٥)$$

$$+\frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{A\,G\,Re}}\bar{B}_z\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}}\right) - \frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{Re}}\bar{v}\bar{B}_z^2 \qquad (١٦)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \bar{y}^2} = G\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \bar{x}}(\bar{v}\bar{B}_z) \\ -\frac{\partial}{\partial \bar{y}}(\bar{u}\bar{B}_z) \end{Bmatrix} \qquad (١٧)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{y}^2} = -\frac{\kappa^2 \bar{\rho}_e}{2} \qquad (١٨)$$

$$\bar{\rho}_{\mathrm{e}} = \bar{n}^+ - \bar{n}^- \qquad (١٩)$$

$$\frac{\partial(\bar{u}\bar{n}^+)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{n}^+)}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re\,Sc^+}}\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 \bar{n}^+}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{n}^+}{\partial \bar{y}^2} \\ +\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left[\bar{n}^+\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}}\right)\right] \\ +\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left[\bar{n}^+\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}\right)\right] \end{Bmatrix} \qquad (٢٠)$$

$$\frac{\partial(\bar{u}\bar{n}^-)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{n}^-)}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re\,Sc^-}}\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 \bar{n}^-}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{n}^-}{\partial \bar{y}^2} \\ -\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left[\bar{n}^-\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}}\right)\right] \\ -\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left[\bar{n}^-\left(\mathrm{A}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}\right)\right] \end{Bmatrix} \qquad (٢١)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{B}_z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{B}_z}{\partial \bar{z}^2} = 0 \qquad (٢٢)$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re\,Sc}}\left(\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{y}^2}\right) \qquad (٢٣)$$

که در آن $\mathrm{G} = \mu_{\mathrm{EO}} \cdot \mu_{\mathrm{MHD}}$ یک عدد بی‌بعد جدید (بیان کننده‌ی قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دینامو‌هیدرومغناطیسی)، $\mathrm{Re} = \rho \mathrm{U_{Ref}} \mathrm{H}/\mu$ عدد رینولدز (Reynolds)، $\mathrm{Ha} = \mathrm{B_0 H}\sqrt{\sigma/\mu}$ عدد هارتمن (Hartmann)، (مربع عدد هارتمن، بیان کننده‌ی نسبت نیروی لورنتس به نیروی لزجتی)، $\mathrm{B} = \mathrm{n_0 k_B T}/\rho \mathrm{U}_{\mathrm{Ref}}^2$ یک عدد بی‌بعد، (بیان کننده‌ی نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی)، $\mathrm{A} = \mathrm{E_{Ref} H}/(\mathrm{k_B T/ze})$ یک عدد بی‌بعد، (بیان کننده‌ی نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه)، $\mathrm{Sc}^{\pm} = \mu/\rho \mathrm{D}_{\mathrm{i}}^{\pm}$ عدد اشمیت (Schmidt) یون‌ها (بیان کننده‌ی نسبت پخش مومنتوم به پخش یون‌ها) و $\mathrm{Sc} = \mu/\rho \mathrm{D_s}$ عدد اشمیت گونه‌ها (بیان کننده‌ی نسبت پخش مومنتوم به پخش گونه‌ها) می‌باشد. بعلاوه $\kappa = \mathrm{K}H$ پارامتر لایه دوگانه الکتریکی یا عدد ای‌دی‌ال نامیده می‌شود و $\mathrm{K} = \left(\frac{2z^2 e^2 n_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0 k_B T}\right)^{1/2}$ به نام پارامتر

دیبای–هوکل و عکس ضخامت لایه دوگانه الکتریکی با واحد $(1/\mathrm{m})$ می‌باشد.

شرایط مرزی. در مسأله مورد نظر شرایط مرزی لازم برای حل معادلات حاکم بر مسأله، به‌صورت روابط (۲٤) تا (۲٦) در نظر گرفته شده است.

مرز ورودی ریزمجرا:

$$\varphi_1 = \varphi_{in},\ \partial\psi/\partial x = 0,\ n^{\pm} = 1,\ v = 0,$$

$$\partial u/\partial x = 0,\ \partial B_z/\partial x = 0,\ p = 0,$$

$$C = \begin{cases} 0 & 0 \le y \le 1/2 \\ 1 & 1/2 \le y \le 1 \end{cases} \qquad (۲٤)$$

مرز خروجی ریزمجرا:

$$\varphi_2 = 0,\ \partial\psi/\partial x = 0,\ \partial n^{\pm}/\partial x = 0,$$
$$\partial u/\partial x = 0,\ \partial v/\partial x = 0,\ \partial B_z/\partial x = 0,$$
$$p = 0,\ \partial C/\partial x = 0 \qquad (۲۵)$$

دیواره‌های بالا و پایین ریزمجرا:

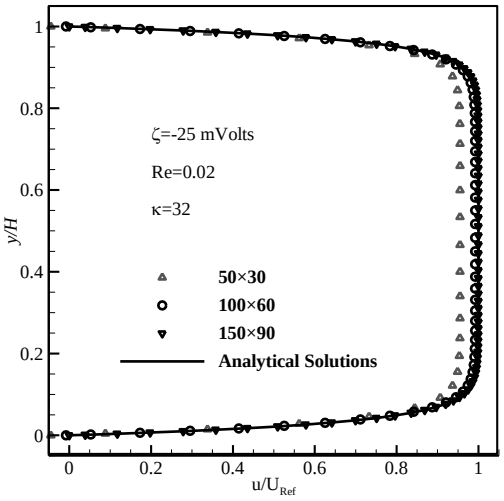
$$\partial\varphi/\partial y = 0,\ \psi = \psi(x),\ n^{\pm} = \exp(\mp\zeta),$$
$$u = 0,\ v = 0,\ \partial p/\partial y = 0,\ \partial C/\partial y = 0$$
$$B_z(x, y, \pm 0.5) = 1 \ ;\ x \in [L_M],$$
$$B_z(x, y, \pm 0.5) = 0 \ ;\ x \notin [L_M], \qquad (۲٦)$$

روش حل عددی

در این پژوهش، برای حل عددی معادلات حاکم بر مسأله با مشخصات هندسی و شرایط مرزی بیان شده در بخش‌های قبلی، از روش حجم محدود استفاده شده است. ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپل (SIMPLE) برقرار شده است. برای پرهیز از اثرات احتمالی شطرنجی در میدان‌های فشار و سرعت از شبکه هم مکان با میان یابی رای–چو (Rhie-Chow) [۲۵]، برای مقادیر سرعت روی وجوه استفاده شده است. برای ارزیابی توام جملات پخش و جابجایی در محل وجوه از طرح قاعده توانی (Power-Law Scheme) استفاده شده است. سیستم معادلات جبری با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری (Tridiagonal Matrix Algorithm) به‌روش ضمنی جایگزینی جهات (Alternative Direction Implicit) حل شده و باقیمانده نتایج تا دقت $۱۰^{-۱۲}$ گزارش گردیده است.

تایج عددی و بحث

بررسی صحت همگرایی و درستی نتایج. با توجه به غیرخطی بودن معادلات جریان سیال، برای اثبات همگرایی، فرایند حل معادلات تا مرتبه خطای ماشین تکرار و سپس استقلال نتایج حاصله (بویژه دبی جریان) از تعداد و موقعیت گره‌ها بررسی شده است. مسأله مورد نظر در این بخش، جریان الکترواسموتیک ایده‌آل درون یک ریزمجرا بین دو صفحه موازی با بار یکنواخت سطحی در سراسر آن است. مطالعه اندازه شبکه برای $\kappa = 32$، $\mathrm{Re} = 0.02$ و $\zeta = -25\ \mathrm{mVolt}$ نشان می‌دهد که حداقل تعداد گره‌ها در راستای عرض و طول ریزمجرا باید ٦۰×۱۰۰ باشد. شکل ۲ نشان می‌دهد برای شبکه ۹۰×۱۵۰ نتایج حل عددی با دقت بسیار بالایی با حل تحلیلی مطابقت دارند. بعلاوه نتایج عددی در این بخش نشان داد که استفاده از شبکه‌ای با تعداد نقاط حدود ۹۰×۱۵۰ می‌تواند یک حل قابل قبول و مستقل از نقاط شبکه را فراهم نماید.



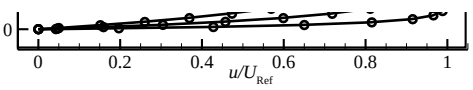
شکل ۲ اثر تعداد نقاط شبکه روی توزیع سرعت در یک جریان الکترواسمتیک ایده‌آل

به منظور اعتبارسنجی نتایج، حل عددی این جریان ایده‌آل با یک حل تحلیلی مقایسه شده است. دراین حالت جریان از نظر هیدرودینامیکی و یونی توسعه یافته است و سیال جاری یک محلول الکترولیت متقارن (مانند KCL) با غلظت‌های مختلف است. پارامترهای مورد نیاز ترموفیزیکی، الکتروشیمیایی و سایر ثابت‌ها برای حل‌های عددی و تحلیلی در دمای مرجع ۲۹۸ کلوین مطابق جدول ۱ انتخاب شده‌اند.

معادلات (۲۷) و (۲۸) به ترتیب حل تحلیلی موجود برای توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی و توزیع سرعت را نشان می‌دهند [۱۲].

$$\frac{\psi}{\zeta}=\frac{\cosh\left(\kappa\left({}^{y}/_{H}-1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \qquad (۲۷)$$

$$\frac{u}{U_{\mathrm{Ref}}}=1-\frac{\cosh\left(\kappa\left({}^{y}/_{H}-1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \qquad (۲۸)$$



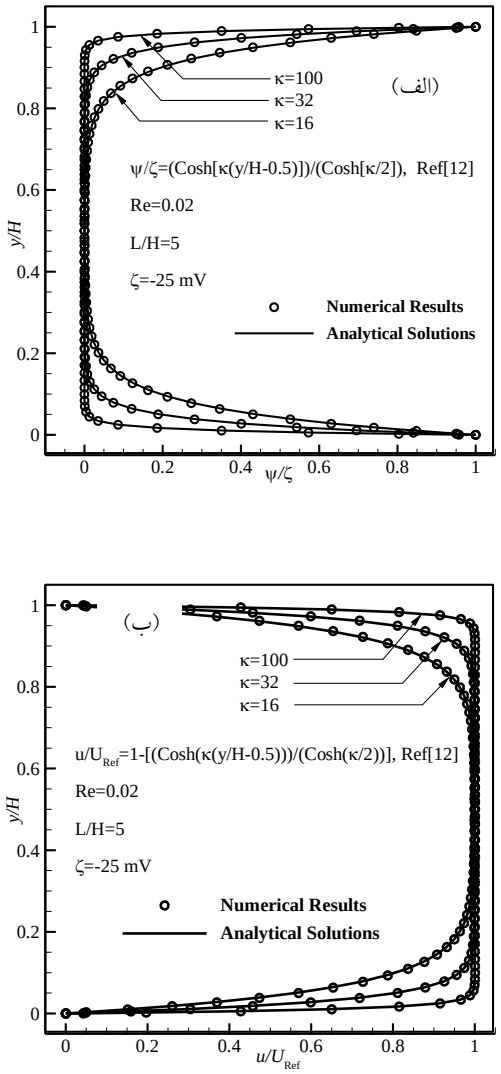
شکل ۳ مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی برای توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی و توزیع سرعت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج عددی و حل تحلیلی، از تطبیق بسیار خوبی برخوردار است.

نتایج عددی. نتایج عددی در این بخش برای جریان الکترواسموتیک با شرایط مرزی بیان شده گزارش می‌شود. بعلاوه عدد رینولدز جریان ۰/۰۲، زتا پتانسیل دیواره ۵۰- میلی‌ولت، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی ۳۲ و غلظت مولی محلول الکترولیت 10^{-3} مول بر مترمکعب انتخاب شده است. با توجه به مقادیر انتخابی برای دو پارامتر Re و κ به عنوان داده ورودی قابل تنظیم، مقادیر عرض ریزمجرا ۱۰ میکرومتر، قدرت میدان الکتریکی ۵۶/۵ ولت بر میلی‌متر و پتانسیل خارجی در ورودی ۵/۶۵ ولت بدست آمده و در برنامه عددی اعمال گردیده است. در ادامه این بخش، ابتدا نتایج میدان جریان سیال و میدان غلظت گونه‌ها (C) و راندمان اختلاط (ε_m)، بیان می‌شود.

جدول ۱ مقادیر خواص و ثابت‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر

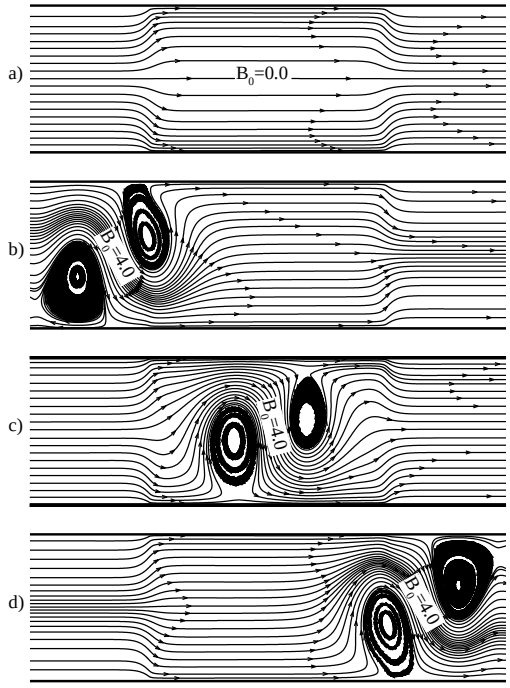
پارامتر	مقدار
چگالی (ρ)	$1.0\times10^{+3}$
لزجت دینامیکی (μ)	1.0×10^{-3}
هدایت الکتریکی سیال $(\sigma_{\mathrm{Fluid}})$	15
ضریب پخش گونه‌ها (D_s)	1.0×10^{-10}
ضریب پخش یون‌ها (D_i)	2.0×10^{-9}
بار الکترون بر حسب کولن (e)	1.602×10^{-19}
ثابت بولتزمن (k_{B})	1.381×10^{-23}
عدد آووگادرو $(\mathrm{N_A})$	$6.022\times10^{+23}$
عدد والانس (z)	1.0
گذردهی الکتریکی خلأ (ε_0)	8.854×10^{-12}
ثابت گذردهی الکترولیت (ε_r)	80.0

نتایج میدان جریان. به منظور درک بهتر اثرات میدان مغناطیسی روی پدیده اختلاط در جریان الکترواسموتیک مطابق شکل ۱، رفتار یک جریان الکترواسموتیک در حضور میدان مغناطیسی برای موقعیت‌های مکانی مختلف بررسی می‌شود.



شکل ۳ مقایسه نتایج عددی با حل تحلیلی، الف) توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی ب) توزیع سرعت

شکل ٤ خطوط جریان سیال را در ریزمجرا، برای دو مقدار $B_0 = 0$ در شکل a و $B_0 = 4$ در شکل‌های b، c و d در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با اعمال میدان مغناطیسی $B_0 = 4$، دو گردابه در مجاورت دیواره بالا و پایین تشکیل می‌شود. این در حالی است که جهت دوران دو گردابه یکسان نیست. گردابه‌ی کنار دیواره‌ی پایین ساعت‌گرد است و گردابه‌ی کنار دیواره بالایی پادساعت‌گرد است. بروز این جریان‌های گردابه‌ای باعث افزایش راندمان اختلاط در جریان الکترواسموتیک می‌شود. تفاوت موقعیت مکانی اعمال میدان مغناطیسی در شکل‌های b، c و d نشان می‌دهد که وقتی محل اعمال این میدان با ناحیه EDL هم‌پوشانی دارد (در شکل c) هنوز مشخصات EDL پا برجا بوده و لذا ماهیت جریان الکترواسموتیک به عنوان عامل اصلی پمپاژ سیال از بین نرفته است و فقط حضور گردابه‌ها باعث اختلاط بیشتر شده است. بعلاوه هنگامی که محل اعمال میدان مغناطیسی در ابتدا (شکل b) و انتها (شکل d) ریزمجرا است، گردابه‌ها نیز در همان محل‌ها شکل گرفته است.

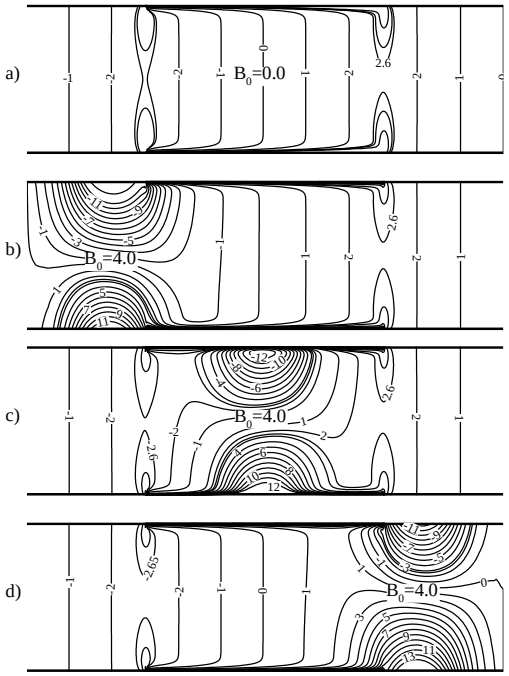


شکل ٤ خطوط جریان الکترواسموتیک در حضور میدان مغناطیسی با موقعیت‌های مختلف مکانی

نتایج محاسبه عددی دبی نشان داد که دبی جریان در هر سه حالت با تقریب بسیار خوب یکسان است. در حالی که راندمان حاصل از اختلاط بایستی محاسبه شود که در بخش بعد گزارش آن آمده است.

شکل ۵ خطوط هم‌تراز فشار را برای دو مقدار $B_0 = 0$ در شکل a و $B_0 = 4$ در شکل‌های b، c و d در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. در شکل a مشاهده می‌شود در غیاب B_0 یک گرادیان فشار مثبت از چپ به راست، درست در ناحیه L_ζ ایجاد شده است. حال آن که در شکل b تا d مشاهده می‌شود که در حضور

اعمال میدان مغناطیسی دو گرادیان فشار مثبت عمود بر هم (از چپ به راست در ناحیه L_ζ و از بالا به پایین در ناحیه L_M) ایجاد شده است.



شکل ۵ خطوط هم‌تراز فشار در حضور میدان مغناطیسی با موقعیت‌های مختلف مکانی

دلیل این امر را می‌توان این طور توجیه نمود که اگر با حرکت سیالی که تحت تاثیر نیروی حجمی است مخالفت شود، همواره یک گرادیان فشار مثبت در جهت نیرو ایجاد می‌شود. بنابراین دو گرادیان فشار مثبت مورد بحث به دلیل نیروی افقی الکترواسموتیک و نیروی قائم دینامو‌هیدرومغناطیسی مطابق شکل مورد نظر عمود بر هم ایجاد شده است.

نتایج میدان غلظت گونه‌ها و راندمان اختلاط گونه‌ها.

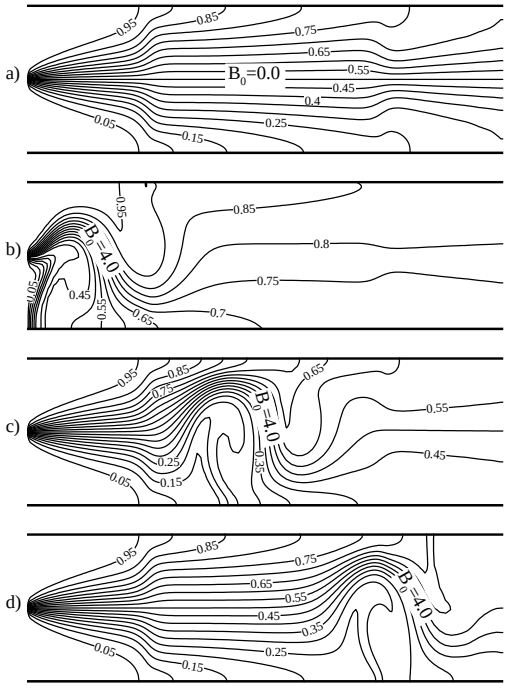
برای ارزیابی راندمان اختلاط، اغلب پژوهشگران [۱۸, ۲۶, ۲۷]، از رابطه (۲۹) استفاده نموده‌اند که در این پژوهش نیز از آن استفاده شده است.

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{\sigma_w}{\sigma_{w,\max}} \qquad (۲۹)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{\int_0^H [C(y) - C_m]^2 \, dy}{\int_0^H dy} \qquad (۳۰)$$

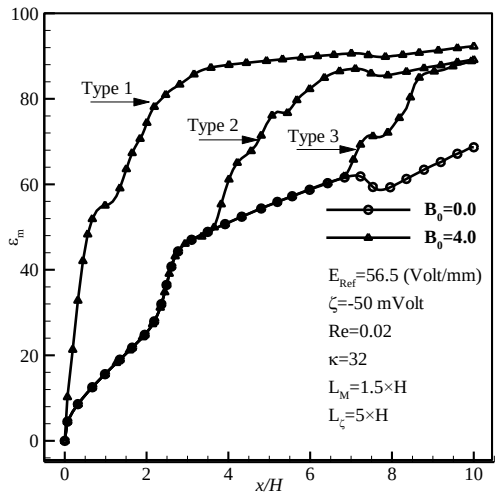
که در آن σ_w مقدار انحراف معیار غلظت‌ها در هر مقطع (معرف میزان ناهمگنی در آن مقطع)، $\sigma_{w,max}$ یک مقدار مرجع که در صورت اختلاط کامل برابر ۰/۵ می‌باشد و $C_m = \int_0^H C(y)\,dy / \int_0^H dy$ مقدار غلظت متوسط در هر مقطع از ریزمجرا است. بنابراین محدوده‌ی تغییرات راندمان اختلاط (ε_m) بین ۰ تا ۱ می‌باشد.

شکل ٦ نتایج عددی خطوط هم‌تراز بی‌بعد غلظت گونه‌ها در طول ریزمجرا را در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود در حضور $B_0 = 4$ خطوط هم‌تراز غلظت گونه‌ها به ویژه در ناحیه اعمال میدان مغناطیسی پیچ و تاب بیشتری پیدا کرده است. این وضعیت مطابق انتظار اختلاط گونه‌ها را افزایش می‌دهد چرا که طول مسیر عبور جریان در نهایت افزایش داشته است و لذا در خروجی نسبت به حالت $B_0 = 0$ غلظت گونه‌ها دارای یکنواختی بیشتری شده است.



شکل ٦ خطوط هم‌تراز غلظت گونه‌ها در حضور میدان مغناطیسی با موقعیت‌های مختلف مکانی

شکل ۷ نتایج راندمان اختلاط (ε_m) در طول ریزمجرا را در حضور میدان مغناطیسی در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با عبور جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاط حتی در عدم حضور میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد و نهایتا به ۷۰ درصد در خروجی می‌رسد که علت این افزایش، اثر مکانیزم پخش گونه‌ها است. این در حالی است که با اعمال میدان مغناطیسی $B_0 = 4$ راندمان اختلاط هنوز بیشتر شده است. مقایسه راندمان اختلاط در سه نوع ریزمجرای معرفی شده نشان می‌دهد که وقتی میدان مغناطیسی با طول L_M در ابتدای ریزمجرا است، راندمان نسبت به دو حالت دیگر بیشتر است به طوری که در ریزمجرای نوع اول راندمان ۹۳/۳ درصد و در دو نوع دیگر ۹۰ درصد می‌باشد.



شکل ۷ راندمان اختلاط در طول ریزمجرا

نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر موقعیت‌های مختلف مکانی یک میدان مغناطیسی بر راندمان اختلاط برای یک ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیکی به‌صورت عددی مطالعه شده است. برای این منظور، توزیع عددی خطوط جریان، غلظت گونه‌ها و راندمان اختلاط با حل معادلات مربوطه به دست آمده است. نتایج عددی نشان داد که برای جریان در یک ریزمجرا با رینولدز ۰/۰۲، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی ۳۲، زتاپتانسیل دیواره ۵۰- میلی‌ولت و قدرت میدان الکتریکی ۵۶/۵ ولت بر میلی‌متر، راندمان اختلاط با افزایش میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد، به طوری که این افزایش راندمان برای ریزمخلوط‌گر نوع اول ۹۳/۳ درصد و در دو نوع دیگر ۹۰ درصد می‌باشد.

واژه نامه

A	یک عدد بی‌بعد، بیان کننده‌ی نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه
B	یک عدد بی‌بعد، بیان کننده‌ی نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی
b	عمق ریزمجرا
B_z	شدت شار مغناطیسی
B_0	شدت شار مغناطیسی مرجع
C_0	غلظت مولی یون‌ها
$D_i^{\pm}$	ضریب پخش یون‌های مثبت و منفی
D_s	ضریب پخش گونه
E	قدرت میدان الکتریکی خارجی
E_{Ref}	قدرت میدان الکتریکی مرجع
e	بار الکتریکی
G	یک پارامتر بی‌بعد جدید، بیان کننده‌ی نسبت قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دینامو‌هیدرومغناطیسی
H	ارتفاع ریزمجرا
Ha	عدد هارتمن
K	پارامتر دیبای-هوکل
k_B	ضریب بولتزمن
L	طول ریزمجرا
L_ζ	طول زتا پتانسیل
L_M	طول میدان مغناطیسی
L_1	طول ناحیه ورودی
L_2	طول ناحیه خروجی
N_A	عدد آووگادرو
n_0	غلظت توده‌ای یون‌ها
$n^{\pm}$	غلظت یون‌های مثبت و منفی

p	فشار
Re	عدد رینولدز جریان، بیان کننده‌ی نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجتی
$Sc^{\pm}$	عدد اشمیت یون‌ها
Sc	عدد اشمیت گونه‌ها
T	دمای مطلق
U_{Ref}	سرعت مرجع
u	مؤلفه افقی سرعت سیال
V_{App}	ولتاژ اعمال شده خارجی
v	مؤلفه عمودی سرعت سیال
x	مولفه مختصات افقی
y	مولفه مختصات عمودی

علایم یونانی

ε_0	ضریب گذردهی خلا
ε_r	ثابت دی‌الکتریک محلول
ζ	پتانسیل زتا
κ	پارامتر ضخامت لایه دوگانه الکتریکی
μ	ویسکوزیته دینامیکی سیال
μ_{EO}	قابلیت حرکت الکترواسموتیکی
μ_{MHD}	قابلیت حرکت دینامو‌هیدرومغناطیسی
ρ	چگالی سیال
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی
σ_{Fluid}	هدایت الکتریکی سیال
φ	میدان پتانسیل الکتریکی خارجی
φ_1	پتانسیل الکتریکی خارجی در ورودی
φ_2	پتانسیل الکتریکی خارجی در خروجی
ψ	پتانسیل الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی

زیرنویس

EO	الکترواسموتیک
MHD	دینامو‌هیدرومغناطیس
Ref	مقدار مرجع
$Fluid$	سیال

مراجع

1. Figeys, D. and Pinto, D., "Lab-on-a-chip: a revolution in biological and medical sciences", *Journal of Analytical Chemistry*, vol. 72, pp. 330 A-335 A, (2000).
2. Tüdős, A. J., Besselink, G. A. and Schasfoort, R. B., "Trends in miniaturized total analysis systems for point-of-care testing in clinical chemistry", *Lab on a Chip*, vol. 1, pp. 83-95, (2001).
3. Wang, Y., Zhe, J., Chung, B. T. and Dutta, P., "A rapid magnetic particle driven micromixer," *Microfluidics and Nanofluidics*, vol. 4, pp. 375-389, (2008).
4. Alizadeh, A., Zhang, L. and Wang, M., "Mixing enhancement of low-Reynolds electro-osmotic flows in microchannels with temperature-patterned walls", *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 431, pp. 50-63, (2014).
5. Gambhire, S., Patel, N., Gambhire, G. and Kale, S., "A Review on Different Micromixers and its Micromixing within Microchannel", *International Journal of Current Engineering and Technology*, vol. 4, pp. 409-413, (2016).
6. Hessel, V., Löwe, H. and Schönfeld, F., "Micromixers—a review on passive and active mixing principles", *Chemical Engineering Science*, vol. 60, pp. 2479-2501, (2005).

7. Capretto, L., Cheng, W., Hill, M. and Zhang, X., "Micromixing within microfluidic devices", *Microfluidics*, pp. 27-68, (2011).

8. Burgreen, D. and Nakache, F., "Electrokinetic flow in ultrafine capillary slits1", *The Journal of Physical Chemistry*, vol. 68, pp. 1084-1091, (1964).

9. Rice, C. and Whitehead, R., "Electrokinetic flow in a narrow cylindrical capillary", *The Journal of Physical Chemistry*, vol. 69, pp. 4017-4024, (1965).

10. Masliyah, J. H., "Electrokinetic transport phenomena", *Chemical Engineering Education*, vol. 28, pp. 254-256, (1994).

11. Yang, C., Li, D. and Masliyah, J. H., "Modeling forced liquid convection in rectangular microchannels with electrokinetic effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 41, pp. 4229-4249, (1998).

12. Mirbozorgi, S. A., Niazmand, H. and Renksizbulut, M., "Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential", *Journal of Fluids Engineering*, vol. 128, pp. 1133-1143, (2006).

13. Rashidi, S., Bafekr, H., Valipour, M. S. and Esfahani, J. A., "A review on the application, simulation, and experiment of the electrokinetic mixers", *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*, vol. 126, pp. 108-122, (2018).

14. Alizadeh, A., Hsu, W. L., Wang, M. and Daiguji, H., "Electroosmotic flow: From microfluidics to nanofluidics", *Electrophoresis*, vol. 42, pp. 834-868, (2021).

15. Biddiss, E., Erickson, D. and Li, D., "Heterogeneous surface charge enhanced micromixing for electrokinetic flows", *Analytical Chemistry*, vol. 76, pp. 3208-3213, (2004).

16. Luo, W.-J., Yarn, K.-F. and Hsu, S.-P., "Analysis of electrokinetic mixing using AC electric field and patchwise surface heterogeneities", *Japanese Journal of Applied physics*, vol. 46, p. 1608, (2007).

17. Jain, M. and Nandakumar, K., "Optimal patterning of heterogeneous surface charge for improved electrokinetic micromixing", *Computers & Chemical Engineering*, vol. 49, pp. 18-24,(2013).

18. Jamaati, J., Niazmand, H. and Renlsizbulut, M., "Investigation of electrokinetic mixing in 3D non-homogenous microchannels", *Journal Of Computational And Applied Research In Mechanical Engineering*, vol. 3, pp. 41-52, (2013).

19. Nayak, A., "Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 75, pp. 135-144, (2014).

۲۰. افسری، م. م.، میربزرگی، س. ع. و نیازمند، ح.، "مطالعه راندمان اختلاط یک ریزمخلوط‌گر الکتروا سمتیکی با توزیع ناهمگن بارهای دیواره"، *مجله علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، دوره ۲۵، شماره ۲، صفحه ۹۷-۱۰۹، (۱۳۹۳).

۲۱. بساطی، ی.، محمدی پور، ا. ر. و نیازمند، ح.، "بررسی و بهینه سازی اثر هندسه و بارگذاری سطح بر راندمان اختلاط الکترواسموتیک در میکروکانال‌های همگرا-واگرا به روش سطح پاسخ"، *مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۸، شماره ۱، صفحه ۲۷-۳۹، (۱۳۹۷).

22. Basati, Y., Mohammadipour, O. R. and H. Niazmand, "Numerical investigation and simultaneous optimization of geometry and zeta-potential in electroosmotic mixing flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 133, pp. 786-799, (2019).

۲۳.دلاکه نژاد، م.، میربزرگی، س.ع. و نیازمند ح.، "راندمان اختلاط در جریان الکتروا سموتیک با زتا پتانسیل غیریکنواخت دیواره"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۸، شماره ٦، صفحه ۳۰-٤۰، (۱۳۹۷).

24. Dallakehnejad, M., Mirbozorgi, S. A. and Niazmand, H., "A numerical investigation of magnetic mixing in electroosmotic flows", *Journal of Electrostatics*, vol. 100, p. 103354, (2019).

25. Rhie, C. and Chow, W. L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation", *AIAA Journal*, vol. 21, pp. 1525-1532,(1983).

26. Chen, J.-L., Shih, W.-H. and Hsieh, W.-H., "AC electro-osmotic micromixer using a face-to-face, asymmetric pair of planar electrodes", *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 188, pp. 11-21, (2013).

27. Ebrahimi, S., Hasanzadeh-Barforoushi, A., Nejat, A. and Kowsary, F., "Numerical study of mixing and heat transfer in mixed electroosmotic/pressure driven flow through T-shaped microchannels", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 75, pp. 565-580, (2014).

Numerical Analysis of Magnetic Mixing Phenomenon in an Electroosmotic Flow between Two Parallel Plates

Morteza Dallakehnejad[1] Seyed Ali Mirbozorgi[2]

Hamid Niazmand[3]

1. Introduction

The way of creating a flow in a microchannel is one of the challenging issues in this field of microfluidics and Micro Electro Mechanical Systems (MEMS). Nowadays, the electroosmotic flow (EOF) is extensively used for pumping and transferring fluids due to its significant advantages over the pressure-driven flow. Lorentz force is the main force causing fluid motion in the EOF owing to the application of an external electric field in the Electric Double Layer (EDL).

Regardless of how the flow is generated, fluid mixing is a major issue in microchips. Based on the method of mixing, the micro-mixers are mainly classified into active and passive categories. In active micro-mixers, a time-variant external energy source is applied to create mixing in addition to fluid pumping energy. Although, active micro mixers enjoy from higher efficiencies, their fabrications are associated with some levels of complexities.

Nevertheless, an external force is not applied in passive micro-mixers to create mixing, and mixing is achieved only by twisting the flow geometry. Furthermore, due to the laminar flow, the mixing is essentially based on molecular diffusion. One of the strategies to improve the efficiency is to increase the interface of the two fluids and reduce the diffusion path between them.

One of the methods that can be exploited in passive electroosmotic mixing is the use of a permanent magnetic field in the microchannel. However, the application of the magnetic field location can have a different effect on the mixing efficiency. A review of the previous studies reveals that this study has not been done yet. In the present paper, the effect of the magnetic field location on the passive mixing efficiency in the electroosmotic flow were investigated and important parameters were identified.

2. Statement of the Problem

Figure 1 shows a schematic of a planar microchannel, in which the microchannel width and length are H and L=10H, respectively. Since the application of the magnetic field requires the z-direction normal to the flow plane, it is assumed that the microchannel is positioned at z=0. L_ζ is the EDL length and L_M is the length of the magnetic field applied in the present work in three different locations. For example, in Figure 1, the magnetic field is applied to the middle region of the microchannel by overlapping part of the length L_ζ.

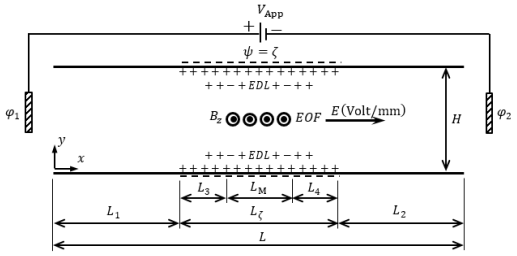


Figure 1. Schematic of a two-dimensional EOF between two parallel plates in the presence of a magnetic field ($\vec{B}_z$)

3. Governing Equations and Numerical Solution Method

The governing equations of the problem, including modified momentum equations (Navier-Stokes) for the fluid flow field, the equations of external and internal electric potential fields, the equations of distribution of the positive and negative ions (Nernst-Planck), the magnetic field equation, and the concentration equation for species were solved using the finite volume numerical method.

The link between velocity and pressure fields was established through the SIMPLE algorithm. To avoid the possible checkerboard effects in the pressure and velocity fields, the Co-located mesh with Rhie-Chow interpolation was used for velocity values on the faces. To evaluate simultaneously the diffusion and convection terms, a power-law scheme was used in the location of faces. The system of algebraic equations was solved using the Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA) by Alternative Direction Implicit (ADI) method and the results were reported while the residual of double precision solution of governing equations is up to 10^{-12}.

[1] PhD in Mechanical Engineering, Ebnehesam College, Technical and Vocational University of South Khorasan, Birjand, Iran.

[2] Corresponding author. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran. Email: samirbozorgi@birjand.ac.ir

[3]. Professor, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

4. Numerical Results

In order to gain an insight about the effects of the magnetic field on the mixing phenomenon in the EOF according to Figure 1, an electroosmotic flow in the presence of a magnetic field for different locations was examined first. The numerical results were reported for selective values, the flow Reynolds number Re=0.02, the wall zeta potential ζ=−50 (mVolt), the molar concentration of the electrolyte solution $C_0=10^{-6}$ (kmol/m^3), and the [illegible] parameter κ=32. Given the values selected [illegible] values of the microchannel [illegible] electric field strength $E_{\mathrm{Ref}} = 56.5$ ([illegible]) / [illegible] the external voltage at the input $\varphi_1 = 5.65$ (Volt) were obtained and applied in the numerical code.

Figure 2 shows the stream lines of the fluid in the microchannel for the two values $B_0 = 0$ in Figure 2a and $B_0 = 4$ in Figures 2b, 2c and 2d at different locations. It can be seen that with increasing magnetic flux intensity, the streamlines in the L_{M} region under the downward magnetic force gradually separate from the upper and lower channel walls and finally, form two vortices in the vicinity of the walls with the opposite rotation directions. The vortices near the lower and upper walls are clockwise and counterclockwise, respectively. The generated vortexes act as obstacles to the main flow and strongly affect the flow pattern in such a way that can be employed for mixing enhancement.

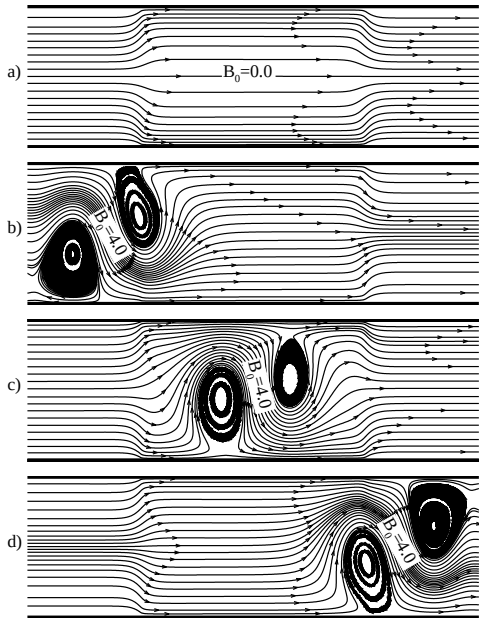


Figure 2. EOF streamlines in the presence of different magnetic field

Figure 3 shows the results of the mixing efficiency variations (ε_m) along the microchannel in the presence of a magnetic field at different locations. It can be observed that the mixing efficiency increases with increasing magnetic flux intensity.

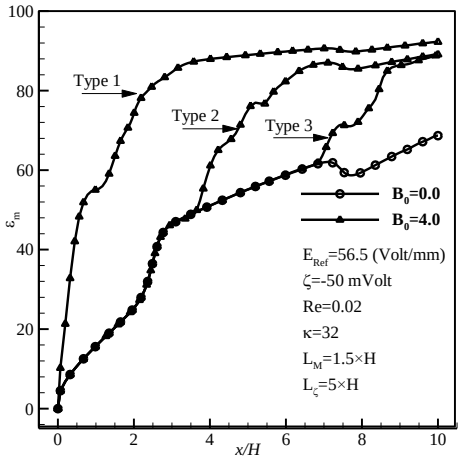


Figure 3. Mixing efficiency along the microchannel

5. Conclusion

In this study, the effects of the magnetic field with different locations were examined numerically on the mixing efficiency of an electroosmotic micro-mixer. For this purpose, numerical distribution of the stream lines, distribution of species concentration and mixing efficiency were obtained and reported by solving the correspo[illegible] tions. Numerical result[illegible] ed that for [illegible] micro[illegible] number Re = 0.02, the [illegible] 2, the wall zeta potential [illegible]), [illegible] electric field strength $E_{\mathrm{Ref}} = 56.5\ (\mathrm{Volt/mm})$, the mixing efficiency increased with increasing the magnetic field, such that this increase in the mixing efficiency for the first type of micro-mixer is 93.3% and in the other two types is 90%.

آنالیز عملکرد حرارتی برج‌های خنک‌کن خشک با مکش طبیعی بر مبنای روش نظری جدید*

مقاله پژوهشی

امین خداکرم تفتی[۱] علی‌اکبر گل‌نشان[۲]

چکیده *در این پژوهش به تحلیل عملکرد یک برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی از نوع هلر در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس در شرایط محیطی مختلف (دمای محیط و سرعت باد) براساس یک روش نظری جدید پرداخته شده است. داده‌های خوانده‌شده از مرکز کنترل این نیروگاه برای برج هلر، صحت و دقت روش نظری را تأیید می‌کند. بنابراین یک مدل ریاضی جدید برای پیش‌بینی عملکرد برج در شرایط محیطی مختلف ایجاد شده است. این مدل فقط برای سرعت‌های باد کمتر از سرعت بحرانی، که معمولا مقداری بسیار بزرگ و غیرمعمول در شرایط عملیاتی برج است، کاربرد دارد. به کمک این مدل، برای برج هلر منفرد در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس نتیجه گرفته شد که در هنگام گرم‌تر شدن محیط، با افزایش سرعت باد، نرخ انتقال حرارت در برج با شیب کمتری کاهش می‌یابد. نتایج استفاده از روش نظری جدید برای محاسبهٔ عملکرد ۳برج هلر هم‌راستا در این نیروگاه، همراه با داده‌های اندازه‌گیری‌شده نشان داد در مواقعی که باد به‌طور عمود بر راستای برج‌ها می‌وزد، راندمان هر برج کمتر از راندمان همان برج در حالت منفرد می شود. در مواقعی که جهت وزش باد هم‌جهت با را ستای برج‌ها باشد، راندمان برج‌های پشتی نسبت به برج خط حمله افزایش می‌یابد.*

واژه‌های کلیدی برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی، هلر، عملکرد حرارتی، مدل ریاضی، برج‌های خنک‌کن هم‌راستا.

مقدمه

نیروگاه‌های حرارتی از بخش‌های صنعتی مهم و حساس هر کشور برای تولید برق است؛ به این دلیل، بررسی و تحلیل تمام اجزایی که می‌توانند باعث افت عملکرد نیروگاه شوند، امری بسیار ضروری تلقی می‌شود. عوامل متعددی وجود دارد که باعث می‌شود مقدار توان تولیدی توربین بخار یک نیروگاه حرارتی کمتر از حد پیش‌بینی‌شده باشد. یکی از این عوامل، خوب‌خنک‌نشدن آب‌خنک‌کن نیروگاه در هنگام عبور از برج خنک‌کن است. این مسئله باعث می‌شود آبی که وارد کندانسور شده است نتواند به حد کافی بخار را چگالیده کند و درنتیجه پس‌فشار توربین را افزایش دهد که درنهایت باعث می‌شود توان تولیدی توربین کم شود. یکی از انواع برج‌های خنک‌کن، برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی است که به‌علت نقش مهم آن در صرفه‌جویی آب، در دهه‌های گذشته بسیار به آن توجه شده است. این نوع برج‌ها نسبت به بقیه، بیشتر از شرایط محیطی اطراف خود تأثیر می‌پذیرند و در شرایط آب‌وهوایی نامطلوب امکان افت شدید عملکرد دارند. تاکنون مطالعات بسیاری برای بررسی عملکرد این نوع برج‌ها در شرایط محیطی مختلف انجام و پیشنهادهایی برای افزایش بازدهی آن‌ها در شرایط بد آب‌وهوایی ارائه شده است. این مطالعات در بخش بعد مرور می‌شود.

پیشینهٔ پژوهش

دوپریز و کروگر [1] جزو اولین محققانی‌اند که اثر باد را بر عملکرد برج‌های خنک‌کن خشک بررسی کردند. آن‌ها با اندازه‌گیری‌های تجربی بر یک نمونهٔ واقعی از برج خنک‌کن خشک واقع در نیروگاه کندال آفریقای جنوبی، نشان دادند که با افزایش سرعت باد عملکرد برج

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۱/۲۹ و تاریخ پذیرش آن ۰۰/۲/۷ می‌باشد. **DOI:**10.22067/jacsm.2021.56554.0

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشجوی دکترای تخصصی، بخش مهندسی مکانیک حرارت و سیالات، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز.
Email: am.khodakaram@shirazu.ac.ir
(۲) دانشیار، بخش مهندسی مکانیک حرارت و سیالات، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز.

ضعیف می‌شود. وی و همکاران [2] با استفاده از اندازه‌گیری‌های تجربی بر روی برج خنک‌کن خشک واقع در استان شانسکی چین و همچنین تست مدل آزمایشگاهی آن در تونل باد، نشان دادند که در مواقع وزش باد، تشکیل توزیع فشار نامطلوب در ورودی برج و ایجاد پدیدهٔ درپوشی (خفگی) در دهانهٔ بالایی آن، علت کاهش عملکرد برج خنک‌کن است. سو و همکاران [3] جریان سیال و توزیع دما در اطراف و داخل یک برج خنک‌کن خشک از نوع هلر را به کمک روش عددی حجم محدود مدل کردند. آن‌ها نشان دادند که در شرایط حضور باد، ایجاد میدان سیال کم‌فشار در اطراف برج مانع عبور هوا از رادیاتورهای مربوط می‌شود، بنابراین باعث افزایش دمای آب عبوری از آن قسمت از برج می‌شود. در این مطالعه به پدیدهٔ درپوشی دهانهٔ خروجی برج در مواقع وزش باد نیز اشاره شده است. این پدیده باعث می‌شود دبی هوای خروجی از برج کم شود و در نتیجهٔ آن عملکرد حرارتی برج ضعیف شود. آل ویکد و بهنیا [4] به بررسی عملکرد حرارتی یک برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی در شرایط وزش باد به کمک شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که عملکرد حرارتی برج در دماهای محیط متفاوت، با تغییر سرعت باد، با رفتار مشابهی تغییر می‌کند. آن‌ها همچنین اثر دیواره‌های بادشکن بر عملکرد حرارتی برج را در سرعت‌های مختلف وزش باد بررسی و آن را به‌عنوان راه‌حلی برای کاهش اثرات منفی سرعت‌های زیاد باد معرفی کردند. غفاری و همکاران [5] به کمک شبیه‌سازی عددی توانستند یک برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی را در شرایط مختلف آب‌وهوایی مدل کنند. آن‌ها نشان دادند که در سرعت باد ۱۵متر بر ثانیه، عملکرد حرارتی برج بیش از ۳۰درصد کم می‌شود و در دماهای محیط ۲۸۸ تا ۳۰۰کلوین، رفتار تغییرات عملکرد حرارتی برج با سرعت باد مشابه بوده و نرخ کاهش آن ۲۰ تا ۳۵درصد است. Ma و همکاران [6] اثر دمای هوای محیط و سرعت باد را بر روی عملکرد حرارتی یک برج خنک‌کن خشک به‌صورت عددی بررسی کردند و نشان دادند که در شرایط پایا و در بار ثابت، تغییرات دمای آب خروجی از برج با تغییر دمای هوای محیط، خطی و با تغییر سرعت باد، غیرخطی است. اردکانی و همکاران [7] به‌صورت اندازه‌گیری‌های میدانی توانستند عملکرد حرارتی یک برج خنک‌کن از ۳برج خنک‌کن خشک هلر نیروگاه منتظر قائم (کرج، ایران) را ارزیابی کنند. آن‌ها نشان دادند که در شرایط وزش باد، مبدل‌هایی که مستقیم در معرض وزش باد قرار دارند، نسبت به مبدل‌هایی که موازی با سرعت باد قرار گرفته‌اند، عملکرد بهتری دارند. شمسی‌پور وگل‌نشان[۸] به مدل‌سازی عددی یک برج خنک‌کن خشک از نوع هلر پرداختند و با اعمال اثر باد بر نواحی ورودی و خروجی برج به‌صورت مجزا، عملکرد رادیاتورهای برج را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که اثر باد بر دهانه خروجی برج به‌مراتب بیشتر از تأثیر آن بر ناحیهٔ ورودی برج بوده است و عملکرد حرارتی رادیاتورهای برج را بیشتر تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. وزش باد در مقابل برج خنک‌کن، دبی جرمی هوای خروجی از برج را کاهش می‌دهد و این پدیده مستقیم بر دبی هوای مکیده‌شده در پایین برج تأثیر می‌گذارد، زیرا در مسائل انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی (مانند برج خنک‌کن) معادلات انتقال جرم، مومنتوم و انرژی (به‌علت تغییرات چگالی با دما) با یکدیگر کوپل هستند [9]. ازاین‌رو، هومن [9] به کمک آنالیز ابعادی، تأثیر وزش باد را بر دبی جرمی هوای خروجی از برج بررسی کرد و موفق شد مدل تئوری ساده‌ای را برای پیش‌بینی تأثیر وزش باد بر عملکرد حرارتی برج ایجاد کند. اشکال مدل هومن [9] در بررسی‌نکردن پارامتر دمای محیط در پیش‌بینی میزان حرارت منتقل‌شده در برج است، درحالی‌که این پارامتر از مقادیر بسیار مهم و اساسی در تعیین عملکرد برج است [10]. برای رفع این مشکل، Ma و همکاران [10] مدل تئوری جدیدی را ارائه کردند که هر ۲پارامتر سرعت باد و دمای محیط را شامل می‌شود. این مدل که

در قالب الگوریتم جبری ارائه شده است، برمبنای مطالعات Ma و همکاران [6] و هومن [9] به‌دست آمده است و طبق آن عملکرد هر برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی در شرایط محیطی مختلف محاسبه می‌شود. مقایسهٔ نتایج اندازه‌گیری‌شده و پیش‌بینی‌شده توسط این مدل برای مقدار عملکرد یک برج MW_{th} ۶۵۰ نشان داده است که بیشینه خطای نسبی مدل کمتر از ۸درصد است.

از آن‌جا که در نیروگاه‌های حرارتی معمولا چندین برج خنک‌کن وجود دارد، چینش برج‌ها از لحاظ تأثیرگذاشتن بر میدان جریان اطراف هر برج، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تاکنون چندین پژوهش دراین‌زمینه انجام شده است. فو و ژایی [11] ۲ برج خنک‌کن هلر کنار هم واقع در نیروگاه داتونگ شماره۲ کشور چین را مدل‌سازی عددی کردند و به بررسی تأثیر وزش باد بر عملکرد آن‌ها پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که وزش باد بر عملکرد ۲برج کنار هم، مانند برج منفرد، تأثیر منفی می‌گذارد و این تأثیر برای سرعت‌های باد کمتر از ۱۰ m/s در برج بالادست جریان نسبت به برج پشتی، شدیدتر است. غفاری‌گوشه و گل‌نشان[۱۲] ۳ برج خنک‌کن هلر هم‌راستا در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس را مدل‌سازی عددی سه‌بعدی کردند و در شرایط وزش باد، عملکرد هرکدام از برج‌ها و اثرات آن‌ها بر یکدیگر را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که وقتی ۳ برج در امتداد هم قرار می‌گیرند، عملکرد بهتری دارند نسبت به حالتی که به‌صورت منفرد قرار می‌گیرند. آروین‌فر[۱۳] فاصله بین ۳برج خنک‌کن هلر با چیدمان مثلثی را در شرایط وزش باد مطالعه عددی کرد. وی فاصلهٔ بهینه برج‌ها را دوبرابر قطر پایهٔ برج گزارش کرده است.

اهداف این پژوهش

همان‌طور که در مطالعات پیشین بررسی شد، برای بررسی عملکرد برج‌های خنک‌کن خشک عمدتا از ۲روش مدل‌سازی عددی و اندازه‌گیری‌های تجربی استفاده شده است. از آن‌جا که برج‌های خنک‌کن خشک نیروگاهی سازه‌های بزرگی هستند، مدل‌سازی و تحلیل عددی آن‌ها برای تمام شرایط محیطی کاری دشوار و بسیار زمان‌بر است و همچنین اندازه‌گیری‌های تجربی روی نمونه‌های واقعی از آن‌ها نیز به‌علت شرایط ناپایدار و محدود محیطی، نتایج کامل و دقیقی نمی‌دهد. مهندسان صنعت نیروگاهی همواره به‌دنبال روشی سریع برای پیش‌بینی اولیهٔ عملکرد برج‌های خنک‌کن در شرایط محیطی مختلف هستند. این روش باید به‌گونه‌ای باشد که بدون استفاده از نرم‌افزارهای خاص و اجراهای سنگین بتواند صرفا با روابط ریاضی جبری، تخمین اولیه‌ای از عملکرد برج بدهد. مطالعات تئوری و مدل‌های استخراج شده از این نوع مطالعات عمدتا می‌تواند برای رسیدن به چنین روابط ریاضی جبری بسیار کمک‌کننده باشد.

از اولین مطالعات تئوری دراین‌زمینه می‌توان به پژوهش هومن [9] اشاره کرد. وی جزو اولین پژوهشگرانی است که اثر وزش باد را بر عملکرد برج‌های خنک‌کن خشک با مکش طبیعی به‌صورت تئوری بررسی کرد. بیشینه خطای نسبی پیش‌بینی‌ها در این مطالعه نسبت به داده‌های آزمایشگاهی ۱۵درصد بیان شده است. بعد از این مطالعه، Ma و همکاران [10] الگوریتم جدیدی برای محاسبهٔ عملکرد برج‌ها به‌دست آوردند که در آن، هم شرایط وزش باد و هم دمای محیط در نظر گرفته شده است. از پارامترهای ورودی مهم این الگوریتم علاوه بر مشخصات فیزیکی برج و مشخصات مبدل‌ها، تعریف شرایط مرجع برای برج است که معمولا با آزمایش و داده‌برداری به‌دست می‌آید. منظور از شرایط مرجع، داده‌های واقعی عملکردی برج در یک شرایط محیطی طبیعی است. شرایط محیطی شامل دمای محیط و سرعت باد و شرایط عملکردی شامل دمای آب ورودی به برج، دمای آب خروجی از آن، دبی گذرنده و غیره است. تنها محدودیت الگوریتم ارائه‌شدهٔ Ma و همکاران [10] این است که سرعت باد از مقدار بحرانی آن کمتر باشد. منظور از سرعت باد بحرانی، سرعتی است

که در آن میزان حرارت منتقل‌شده در برج، برای دمای آب ورودی ثابت، به کمینه مقدار می‌رسد [10].

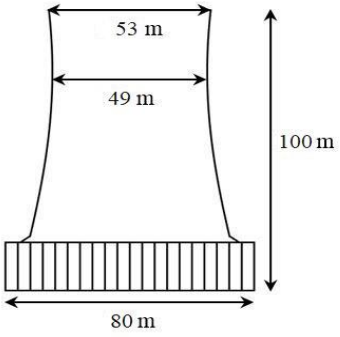
مطالعات تئوری دراین‌زمینه پیشرفت چشمگیری داشته‌اند، اما همچنان دارای الگوریتم‌های پیچیده‌ای برای محاسبه عملکرد هستند و تاکنون مطالعه‌ای برای ارائهٔ مدل‌های ریاضی جبری با خطای نسبی مقبولی انجام نشده است. بنابراین از اهداف این پژوهش، ارائهٔ روشی برای رسیدن به مدل جبری ساده‌ای برای محاسبهٔ عملکرد برج‌های خنک‌کن خشک است. در قسمت اول این پژوهش، برای یک برج هلر در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس به کمک الگوریتم تئوری جدید [10]، روشی نوین ارائه شده است که منجر به مدل ریاضی جبری ساده‌ای برای محاسبه عملکرد این برج در شرایط محیطی مختلف (سرعت باد و دمای محیط) می‌شود. در ادامه با این مدل ریاضی عملکرد برج در شرایط محیطی مختلف تحلیل شده است. لازم به ذکر است که فرایند مدل‌سازی ارائه‌شده در این پژوهش مخصوص برج هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس نبوده است و می‌تواند برای برج‌های خنک‌کن خشک دیگر نیز اعمال شود. همچنین، امکان گسترش مدل ریاضی ارائه‌شده برای برج‌های خنک‌کن خشک مطالعات دیگر نیز بررسی شده است. در قسمت دوم پژوهش به کمک روش تئوری جدید، عملکرد ۳برج موجود در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس، با تأکید بر نحوهٔ چینش آن‌ها (هم‌راستا)، در شرایط محیطی مختلف تحلیل و بررسی شده است. لازم به ذکر است همهٔ محاسبات در این مطالعه با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار Matlab انجام شده است.

برج‌های خنک‌کن مطالعه‌شده و معادلات مربوط

برج‌های خنک‌کن مطالعه‌شده، ۳ برج خنک‌کن خشک با مکش طبیعی (هلر) هستند که مطابق شکل (۱) به‌صورت هم‌راستا (در جهت شمال‌غربی- جنوب‌شرقی) در منطقه نیروگاه سیکل ترکیبی فارس (طول جغرافیایی ۵۲درجه و ۲۶دقیقه و عرض جغرافیایی ۲۹درجه و ۳۶دقیقه) نصب شده‌اند[۱۴]. هر ۳برج هذلولی‌شکل و از جنس بتن بوده و دارای ابعاد هندسی مطابق با شکل (۲) است. لازم به ذکر است که فاصله بین مرکز هر برج تا مرکز دیگری ۱۲۸متر است. اطلاعات مربوط به شرایط طراحی برج‌ها در جدول (۱) آورده شده است [15]. مبدل‌های حرارتی هر برج از نوع مبدل‌های حرارتی فشرده نوع فورگو، تی ۶۰ بوده که مشخصات فنی آن در جدول (۲) آورده شده است [16].



شکل ۱ ۳ برج هلر هم‌راستا واقع در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس [۱۴]



شکل ۲ ابعاد هندسی برج هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس

جدول ۱ شرایط طراحی برج‌های خنک‌کن نیروگاه سیکل ترکیبی فارس

درجه‌حرارت طراحی محیط	۱۵ درجه سانتی‌گراد
اختلاف درجه‌حرارت محیط و چگالنده (بدون وزش باد)	۲۸/۵۸ درجه
اختلاف درجه‌حرارت محیط و چگالنده (همراه با وزش باد)	۲۹/۵۵ درجه
میزان آب در گردش در مجموعه مبدل‌ها	٤/۸ مترمکعب بر ثانیه
میزان حرارت دفع‌شده از برج	۲۱٤/۳ مگاوات

جدول ۲ مشخصات فنی مبدل‌های حرارتی به‌کاررفته در برج‌های هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس

آرایش لوله‌ها	مثلثی
تعداد کل لوله‌ها	۲٤۰ عدد
تعداد ردیف لوله‌ها	٦ عدد
تعداد لوله‌ها در هر ردیف	٤۰ عدد
ضخامت لوله‌ها	۰/۷۵ میلی‌متر
ارتفاع المان‌های حرارتی	۵ متر
زاویهٔ بین المان‌های حرارتی	٤۹/۰٦ درجه
عرض المان‌های حرارتی	۲/٤ متر
پهنای المان‌های حرارتی	۰/۱۵ متر
تعداد مبدل‌های حرارتی	۹٤ مبدل ۱۵ متری، ۲ مبدل ۱۰ متری
نوع پره‌ها	فین‌های صفحه‌ای شیاردار
ضخامت پره‌ها	۰/۳۳ میلی‌متر
فاصله پره‌ها از یکدیگر	۲/۸٦ میلی‌متر

حرارت گرفته‌شـــده از آب گردشـــی در برج با استفاده از روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شود.

$$\dot{Q} = \dot{m}_a C_{p_a}(T_{a,o} - T_{a,i}) \quad (۱)$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_w C_{p_w}(T_{w,i} - T_{w,o}) \quad (۲)$$

برای تجزیه و تحلیل حرارتی رادیاتورهای برج از روش ε-NTU استفاده شده است. براین‌اساس، حرارت مبادله‌شده از رابطهٔ (۳) به‌دست می‌آید.

$$\dot{Q} = \varepsilon C_{min}(T_{w,i} - T_{a,i}) \quad (۳)$$

$$C_{min} = \min(\dot{m}_a C_{p_a}, \dot{m}_w C_{p_w}) \quad (٤)$$

معادلهٔ (۵) ارتباط بین NTU و ε را برای مبدل های حرارتی با لوله‌های پره‌دار به‌دست می‌دهد [17].

$$\varepsilon = 1\text{- }\exp[\,NTU^{0.22}.\frac{\exp(-C_r.NTU^{0.78})-1}{C_r}] \quad (۵)$$

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} \quad (٦)$$

ضـــریب انتقال حرارت کلی ســـمت آب‌وهوای مبدل‌های حرارتی نوع فورگو به‌صـــورت زیر محاســـبه می‌شود [16]:

$$\frac{1}{UA_f} = \frac{1}{h_{w,I}A_I} + \frac{1}{\eta h_{a,f}A_f} + \frac{t}{kA_m}$$

For Forgo-type heat exchangers

(۷)

در محاسبات مربوط به سیستم هلر همهٔ ضرایب انتقال حرارت برحسب سطح جلویی محاسبه می‌شود، بنابراین معادلهٔ بالا به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{1}{U_c\left(\frac{A_f}{A_{fr}}\right)}=\frac{1}{h_{w,I}\left(\frac{A_I}{A_{fr}}\right)}+\frac{1}{\eta h_{a,f}\left(\frac{A_f}{A_{fr}}\right)}+\frac{t}{k\left(\frac{A_m}{A_{fr}}\right)} \quad (۸)$$

از آن جایی که برای مبدل های حرارتی فورگو استفاده شده در برج هلر، اندازه‌ها و پارامترهای فیزیکی معلوم است، می‌توان برای ساده شدن روابط فرضیات زیر را انجام داد:

$$h_w=h_{w,I}\left(\frac{A_I}{A_{fr}}\right) \quad (۹)$$

$$h_a=1/\left[\frac{1}{\eta h_{a,f}\left(\frac{A_f}{A_{fr}}\right)}+\frac{t}{k\left(\frac{A_f}{A_{fr}}\right)}\right] \quad (۱۰)$$

$$U=U_c\left(\frac{A_f}{A_{fr}}\right) \quad (۱۱)$$

$$\frac{1}{U}=\frac{1}{h_w}+\frac{1}{h_a} \quad (۱۲)$$

برای محاسبهٔ ضریب انتقال حرارت سمت آب‌وهوا روابط تجربی زیر پیشنهاد شده است [16]:

$$h_w=(319+5.67T_{w,mean})\dot{m}_w^{0.8} \quad (۱۳)$$

$$h_a=1180\left[\frac{G_1}{A_F}\left(\frac{\gamma_{a,0}}{\gamma_{a,mean}}\right)^{0.64}\right]^{0.515} \quad (۱۴)$$

نتایج و بحث

برای بررسی تأثیر پارامترهای محیطی بر روی برج‌های هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس، داده‌های زیر برای هر برج، هر ۱۵ دقیقه در طول روز از مرکز کنترل نیروگاه خوانده و جمع‌آوری شد: دبی آب گذرنده از برج، دمای آب ورودی به برج، دمای آب خروجی از برج، دمای هوای محیط، سرعت و جهت باد در محل.

به‌علت ناپایداربودن شرایط محیطی، تأثیرپذیری برج‌ها از شرایط اطراف خود تأخیر دارد، بدین معنی که بلافاصله پس از تغییر پارامترهای محیطی، عملکرد برج‌ها تغییر نمی‌کند. بنابراین برای حذف این تأخیر، داده‌های خوانده‌شده در طول یک ساعت میانگین‌گیری شدند.

مدل‌سازی ریاضی یک برج هلر در نیروگاه و اعتبارسنجی آن

غفاری‌گوشه و گل‌نشان [۱۲] نشان دادند در شرایط وزش باد با سرعت کم، ۳ برج هم‌راستا مانند یک برج منفرد در معرض وزش باد عمل می‌کنند. بنابراین برای بررسی عملکرد برج منفرد در شرایط جوی آرام، داده‌های برج خط حمله در یک ساعت خوانده و میانگین‌گیری شده و به‌عنوان حالت مرجع برای استفاده در الگوریتم Ma و همکاران [10] قرار داده شده است. شرایط محیطی در حالت مرجع و همچنین نتایج حل عددی معادلات (۱)، (۲) و (۳) که پارامترهای حالت مرجع برج را به‌دست می‌دهد، در جدول (۳) آورده شده است.

جدول ۳ پارامترهای حالت مرجع برج هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس

دمای آب ورودی به برج (°C)	۶۰/۹۷
دمای آب خروجی از برج (°C)	۵۱
دبی حجمی آب گذرنده از برج (m^3/s)	٤/۷٤
دمای هوای اطراف برج (°C)	۳۰/۰۸
سرعت باد (m/s)	۱/۹۸
نرخ گرمای گرفته‌شده از آب (MW)	۱۹٤/۷۸

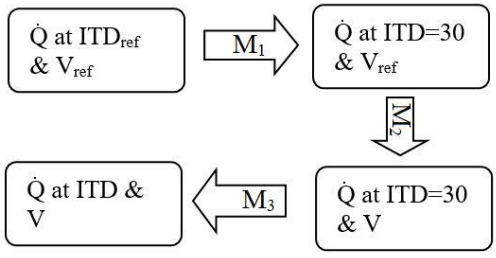
برای بررسی درستی و دقت الگوریتم، در چندین روز داده‌های دیگری برای همان برج خوانده و با مقدار پیش‌بینی‌شده الگوریتم مقایسه شد که در جدول (٤) نمایش داده شده است. مقدار خطای نسبی (ستون هفتم) استفاده از الگوریتم در جدول بالا نشان می‌دهد که نتایج

این شبیه‌سازی خوب بوده و مقبول است.

برای ارائهٔ مدلی جامع برای محاسبهٔ گرمای مبادله‌شده در برج هلر منفرد با استفاده از الگوریتم Ma و همکاران [10] فلوچارتی مطابق با شکل (۳) تنظیم شده است که روند رسیدن به عملکرد برج در شرایط محیطی دل‌خواه (ITD, V) به‌وسیلهٔ حالت مرجع (ITDref, Vref) را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، برای رسیدن به مقدار عملکرد برج در شرایط دل‌خواه، ۳مرحله باید انجام شود. در مرحلهٔ اول، عملکرد برج در شرایط (ITD=30, Vref) با استفاده از شرایط مرجع محاسبه می‌شود. در مرحلهٔ دوم، با استفاده از مقدار محاسبه‌شده در مرحلهٔ اول، عملکرد برج در شرایط (ITD=30, V) محاسبه می‌شود و درنهایت در مرحلهٔ آخر، با استفاده از مقدار به‌دست‌آورده‌شده در مرحلهٔ قبل، عملکرد برج در شرایط مجهول به‌دست می‌آید. همان‌طور که گفته شد، هستهٔ اصلی محاسبات در هر مرحله، الگوریتم Ma و همکاران [10] است. نحوهٔ محاسبات به این ترتیب است که در هر مرحله، مقدار اولیهٔ عملکرد برج ($\dot{Q}$) در همان مرحله به‌عنوان پارامتر معلوم قرار گرفته و همراه با سایر مشخصات فیزیکی برج و مبدل‌ها به‌عنوان ورودی الگوریتم یادشده در نظر گرفته می‌شود و پارامتر خروجی برنامه که مقدار عملکرد برج ($\dot{Q}$) در شرایط خواسته‌شدهٔ آن مرحله است، با برنامه‌نویسی و اجرای برنامه به‌دست می‌آید. بنابراین شرایط معلوم در مراحل اول، دوم و سوم به‌ترتیب (ITDref, Vref)، (ITD=30, Vref) و (ITD=30, V) و شرایط مجهول خواسته‌شده در این مراحل به‌ترتیب (ITD=30, Vref)، (ITD=30, V) و (ITD, V) است

جدول ٤ مقایسهٔ دمای آب خروجی اندازه‌گیری‌شده در برج هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس با مقدار پیش‌بینی‌شدهٔ الگوریتم

حالت	دمای هوای محیط (°C)	سرعت باد (m/s)	دمای آب ورودی به برج(°C)	دمای آب خروجی اندازه‌گیری‌شده (°C)	دمای آب خروجی پیش‌بینی‌شده (°C)	خطای نسبی (درصد)
۱	۳۰/۰۸	۲/۲۳	۵۹/۷۳	۵۱	۵۰/۳۳	۱/۳۱
۲	۲۸/۲۲	۲/۷٦	٦۰/۱	۵۱/۰۵	۵۰/۱۵	۱/۷٦
۳	۲۷/۰۲	۱/۱۱	۵۷/۳٦	٤۸/۵۲	٤۷/۳۱	۲/٤۹
٤	۲٦/٤۷	۱/۳۵	۵۷/۳٤	٤۸/۲۵	٤۷/۳۹	۱/۷۸
۵	۲۵/۹	۱/٦۸	۵٦/۲۱	٤۷/۵٤	٤٦/۵٦	۲/۰٦
٦	۲٦/۳۹	۲/۱۲	۵٦/۸۸	٤۸/۱٦	٤۷/۲۳	۱/۹۳



شکل ۳ فلوچارت محاسبهٔ عملکرد برج هلر در شرایط محیطی دل‌خواه با استفاده از حالت مرجع

در مراحل اول، دوم و سوم، با تقسیم مقدار $\dot{Q}$ به‌دست‌آورده‌شده به مقدار $\dot{Q}$ اولیهٔ آن مرحله، به‌ترتیب ضرایب M_1، M_2 و M_3 به‌دست می‌آید. درنتیجه، میزان حرارت منتقل‌شده در برج در شرایط محیطی دل‌خواه (ITD, V) را می‌توان با استفاده از رابطهٔ (۱۵) به‌دست آورد.

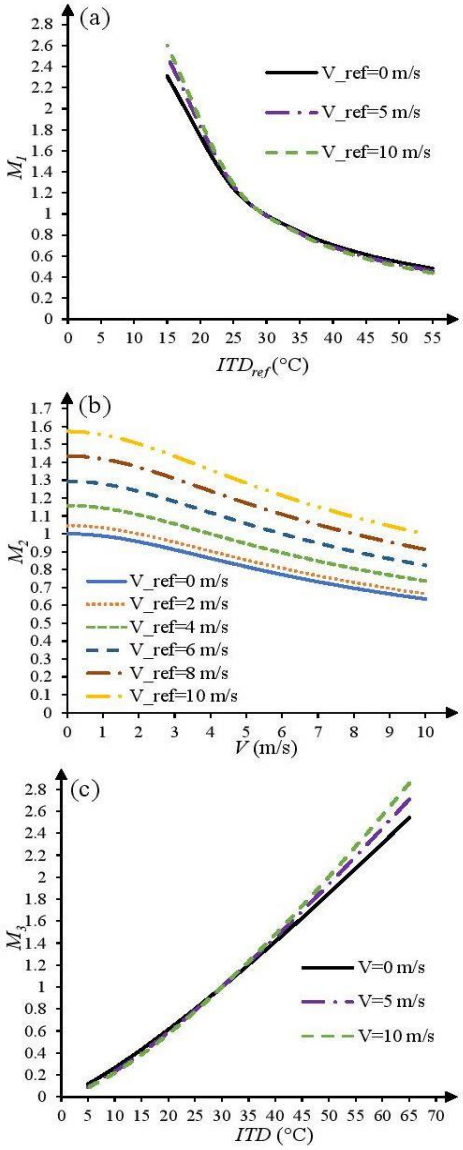
$$\dot{Q} = M_1 M_2 M_3 \dot{Q}_{ref} \qquad (۱۵)$$

با روش شرح‌داده‌شده، ضرایب M_1، M_2 و M_3 برای برج هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس محاسبه شده و به‌صورت نمودارهایی در شکل (٤-(a-c)) آورده شده است.

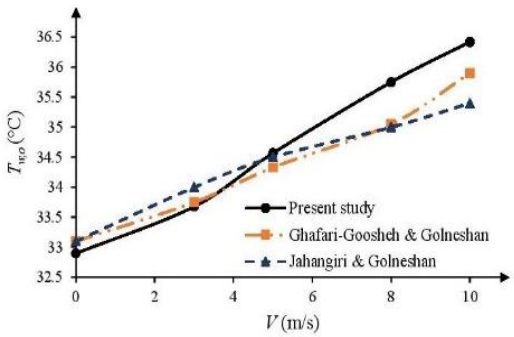
لازم به ذکر است که برای استفاده از رابطهٔ (۱۵)، مانند الگوریتم Ma و همکاران [10]، باید سرعت باد کمتر از سرعت باد بحرانی باشد. طبق مطالعات غفاری‌گوشه و گل‌نشان[۱۲] این سرعت برای برج‌های نیروگاه سیکل ترکیبی فارس بیشتر از ۱۰متر بر ثانیه است.

غفاری‌گوشه و گل‌نشان[۱۲] و جهانگیری و گل‌نشان[۱۸] به بررسی اثر سرعت باد بر برج هلر منفرد از نوع برج‌های سیکل ترکیبی فارس با استفاده از روش عددی (دینامیک سیالات محاسباتی) پرداختند. شکل (۵) دمای آب خروجی از برج را با استفاده از نتایج این پژوهش همراه با ۲ مطالعهٔ بالا نشان می‌دهد. لازم به ذکر است در هر ۲ مطالعه یادشده، برج‌ها باتوجه‌به شرایط طراحی در نرم‌افزار مدل‌سازی شده‌اند. بنابراین، حالت مرجع در استفاده از الگوریتم، شرایط طراحی برج در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از روش یادشده در این مطالعه به‌خوبی با دیگر روش‌ها تطابق داشته است و این امکان را می‌دهد که عملکرد برج را برای هر شرایط محیطی دیگر، بدون نیاز به روش‌ها و تحلیل‌های عددی دشوار و زمان‌بر، با استفاده از رابطهٔ (۱۵) و شکل (٤-(a-c)) با دقت مناسبی محاسبه کرد.

با استفاده از رابطهٔ ریاضی به‌دست‌آمده برای برج نیروگاه سیکل ترکیبی فارس، برج‌های خنک‌کن خشک مطالعات دیگر نیز بررسی و مقایسه شده‌اند. شرایط مرجع برای هرکدام از برج‌ها برابر با شرایط طراحی آن‌ها در نظر گرفته شده است. جدول (۵) داده‌های اندازه‌گیری‌شده برای برج ٦۰۰ MW_{th} مطالعه‌شده توسط Ma و همکاران [10] را با مقادیر پیش‌بینی‌شدهٔ روش تئوری جدید [10] و مدل ریاضی گفته‌شده مقایسه می‌کند. همان‌طور که در این جدول مشهود است، بیشینه خطای نسبی در پیش‌بینی میزان حرارت گرفته‌شده از آب در برج برای روش تئوری جدید ۸درصد و برای مدل ریاضی ۱۳ درصد است و این بدین معنی است که رابطهٔ ریاضی (۱۵) برای برج هلر نیروگاه سیکل ترکیبی فارس به‌دست آمده، اما با دقت مقبولی می‌تواند عملکرد برج دیگری را که در اندازه و نوع با برج گفته‌شده متفاوت است، پیش‌بینی کند. با بررسی برج‌های بیشتر می‌توان با قطعیت بیشتری به این مهم دست یافت. شکل (٦) مربوط به برج مطالعه‌شدهٔ سو و همکاران [3] و شکل (۷) مربوط به برج مطالعه‌شدهٔ ژائو و همکاران [19] است. همان‌طور که از این ۲شکل نیز مشخص است، شکل (٤-(a-c)) برای برج نیروگاه سیکل ترکیبی فارس به‌دست آمده است، اما دیگر برج‌ها نیز در برابر تغییر پارامترهای محیطی روند تقریبا مشابهی دارند. این بدین معنی است که برج‌ها در مقابل تغییرات پارامترهای محیطی رفتار یکسانی از خود نشان می‌دهند. بنابراین به‌نظر می‌رسد که با بررسی و مقایسهٔ برج‌های بیشتر و متنوع‌تر بتوان نمودارهای جامعی برای استفاده در رابطهٔ (۱۵) به‌دست آورد، به‌طوری‌که مستقل از مشخصات هندسی برج و پارامترهای مربوط به مبدل‌ها باشد.



شکل ٤ ضرایب M_1، M_2و M_3 در مدل ریاضی (رابطهٔ (۱۵)) برای برج خط حملهٔ نیروگاه سیکل ترکیبی فارس

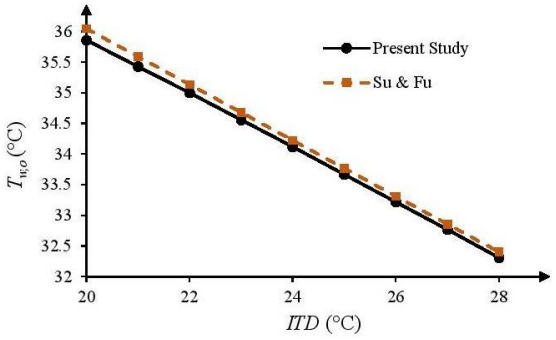


شکل ۵ اعتبارسنجی این مطالعه با نتایج به‌دست‌آمده در مطالعهٔ غفاری‌گوشه و گل‌نشان [۱۲] و

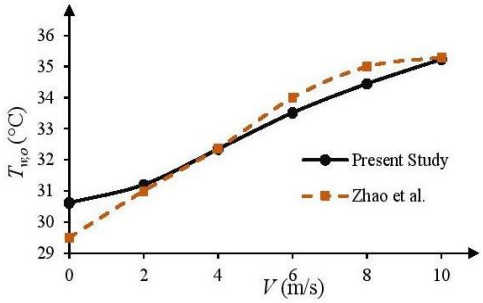
جهانگیری و گل‌نشان [۱۸] در شرایط ITD=28.6

جدول ۵ مقایسهٔ پیش‌بینی‌های به‌دست‌آمده از طریق روش تئوری جدید [10] و مدل ریاضی ایجادشده برای برج مطالعه‌شدهٔ Ma و همکاران [10]

حالت	سرعت باد (m/s)	اختلاف دمای ولیه (°C)	دمای آب خروجی از برج (°C)			نرخ گرمای گرفته‌شده از آب (MW)			خطای نسبی در پیش‌بینی نرخ گرمای گرفته‌شده از آب درصد	
			اندازه‌گیری شده	تئوری Ma و همکاران	مدل ریاضی	اندازه‌گیری شده	تئوری Ma و همکاران	مدل ریاضی	تئوری Ma و همکاران	مدل ریاضی
۱	۲/۸۸	۳۰/۸۹	۳۹/۹۵	۳۹/۵۹	۳۹/۸۳	۷۰۳/۰۹	۷۳۲/٤	۷۱۲/٤۲	٤/۱۷	۱/۳۳
۲	۲/۵۸	۲۷/٤	۳۷/۸۹	۳۷/٤٦	۳۷/۷	٦۰٦/۷۵	٦٤۱/۵۸	٦۲۱/۷۱	۵/۷٤	۲/٤۷
۳	٦/۸٤	۳٦/۵	٤٦/۱۱	٤٦/۱۷	٤٦/۸۲	۷۷۷/۰۲	۷۷۲/۲٦	۷۱۹/۰۲	−۰/٦۱	−۷/٤٦
٤	۷/۳۲	۳۷/۳۹	٤۹/۵۳	٤۹/۸	۵۰/٤۹	۸۰۳/۷۸	۷۸۲/۱	۷۲۵/۸۲	−۲/۷	−۹/۷
۵	٤/٤۲	۳٤/۸٦	٤۷/۸۹	٤۷/۵۲	٤۷/۹۱	۷۷۰/۵۱	۸۰۰/۵۷	۷٦۸/۰۸	۳/۹	−۰/۳۲
٦	۰/۵٤	۲۷	٤۲/۵۱	٤۱/۹۳	٤۲	٦۱۵/۵۵	٦٦۳/۱	٦۵٦/۹٦	۷/۷۲	٦/۷۳
۷	۳/٤۳	۳۲/۲۹	٤۷/۰۹	٤٦/٦٤	٤٦/۹۳	۷۲۰/۱۷	۷۵۷/۵٦	۷۳۳/۰٤	۵/۱۹	۱/۷۹
۸	۵/۱۹	۳٦/۳۹	۵۵/۰۵	۵٤/۵۹	۵۵/۰۹	۷۸۱/۷۲	۸۱۹/۲۷	۷۷۹/۹۳	٤/۸	−۰/۲۳
۹	٤/۸۵	۳۵/۳۵	۵٤/٦۹	۵٤/۵۵	۵۵	۷۸۹/٤۳	۸۰۱/۰٤	۷٦٤/٤۱	۱/٤۷	−۳/۱۷
۱۰	٤/٦۵	۳٤/۸۲	۵٦/۸۱	۵٦/۲۸	۵٦/۷۱	۷٤۸/۹	۷۹۲/۳٦	۷۵۷/٤۹	۵/۸	۱/۱۵
۱۱	۰/۹٤	۲۱/۷٤	۳۸/۳	۳۸/۰۵	۳۸/۱۸	٤۹۱/٦۲	۵۱۲/٤۱	۵۰۱/۳۳	٤/۲۳	۱/۹۸
۱۲	۳/۲	۲۲/۷۱	۳۷/۳۵	۳۷/٦	۳۷/۹	۵۱۹/۳۹	٤۹۹/۳٦	٤۷۳/۷٤	−۳/۸٦	−۸/۷۹
۱۳	۱/۸٤	۲۳/۹۳	٤۲/۰۳	٤۱/٦	٤۱/۷۹	۵۲۵/۱۱	۵٦۰/۲۱	۵٤٤/٤٤	٦/٦۸	۳/٦۸
۱٤	۰/٦۳	۲٤/۱۹	۳۹/۸۸	۳۹/۷۵	۳۹/۸۵	۵۷۲/٤۷	۵۸۳/۰۱	۵۷٤/۵٦	۱/۸٤	۰/۳۷
۱۵	۱/۱٦	۲۵/۷۵	۳۵/۸۱	۳۵/۳۵	۳۵/٤۷	۵۸۳/۹۱	٦۲۱/۵۲	٦۱۱/۲۹	٦/٤٤	٤/٦۹
۱٦	۲/۵۱	۲۷/۷٦	٤۸/۳٤	٤۸/٤۲	٤۸/٦۵	٦۵۹/۸۵	٦۵۳/۲۹	٦۳٤/۱۸	−۰/۹۹	−۳/۸۹
۱۷	۳/۸۷	۲۹/۲٤	٤٦/۵۹	٤۷/۲۷	٤۷/٦٤	۷۱۵/۳۹	٦٦۰/۰٤	٦۲۹/۸٤	−۷/۷٤	−۱۱/۹٦
۱۸	٤/۵۹	۳۲/۷۲	۵٤/٦۷	۵۵/٤۲	۵۵/۸٦	۷۹۷/۰۵	۷۳۵/۷۷	۷۰۰/۳۹	−۷/٦۹	−۱۲/۱۳
۱۹	۱/۱۳	۲۹/۵۵	۳٦/۵٤	۳٦/۲۸	۳٦/۳۵	۷۰۸/۸۵	۷۳۰/۲٤	۷۲۳/٤	۳/۰۲	۲/۰۵
۲۰	۲/٤٤	۳۰/۵۵	٤۳/۰۸	٤۳/۳۸	٤۳/۵۸	۷۵۸/٦۷	۷۳۳/۹۲	۷۱۷/٤۷	−۳/۲٦	−۵/٤۳



شکل ٦ مقایسهٔ پیش‌بینی‌های به‌دست‌آمده از طریق رابطهٔ تجربی این مطالعه برای برج مطالعه‌شدهٔ سو و همکاران [3] با نتایج آن‌ها در شرایط V=0



شکل ۷ مقایسهٔ پیش‌بینی‌های به‌دست‌آمده از طریق رابطهٔ تجربی این مطالعه برای برج مطالعه‌شدهٔ ژائو و همکاران [19] با نتایج آن‌ها در شرایط ITD=29.2

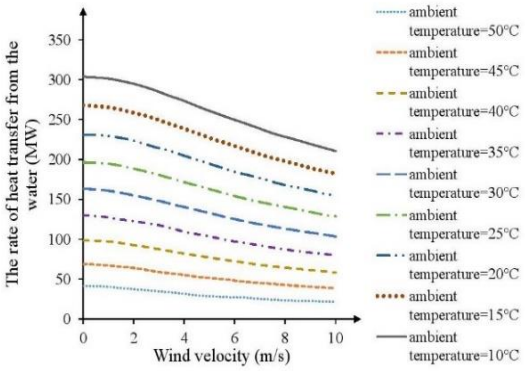
تأثیر پارامترهای محیطی بر روی برج هلر منفرد

دربارهٔ اثر دمای محیط بر عملکرد برج‌های هلر می‌توان گفت که هرچه هوای محیط گرم‌تر شود، چگالی آن کاهش می‌یابد و درنتیجه، اختلاف چگالی هوای محیط با هوای داخل برج کم می‌شود که درنهایت مکش هوا به داخل برج نیز کم می‌شود. درواقع اثر افزایش دما بر عملکرد برج به این صورت است که نه‌تنها باعث کم‌شدن میزان انتقال حرارت بین رادیاتورها و هوا در اثر کاهش اختلاف دما (ΔT) می‌شود، بلکه باعث کاهش جرم هوای ورودی به برج ($\dot{m}$) نیز می‌شود. این امر منجر به کاهش شدید راندمان برج خنک‌کن و درنتیجه کاهش توان خروجی توربین بخار می‌شود. اما اثر وزش باد بر عملکرد این نوع برج‌ها از فیزیک پیچیده‌تری برخوردار است و ممکن است تأثیر زیادی در پایین‌آوردن راندمان یک برج داشته باشد. درواقع هنگام بررسی عملکرد برج هلر می‌توان شرایط را به ۲بخش، یعنی شرایط نوزیدن باد و در وزش باد تقسیم کرد. در شرایط نوزیدن باد، دبی خروجی سیال از برج با حجم سیال عبوری از مبدل‌ها رابطهٔ مستقیمی دارد. اما در شرایط حضور باد، هوای خروجی از برج به‌علت وزش باد منحرف می‌شود و مؤلفه عمودی بردار سرعت خروجی از برج کاهش می‌یابد، بدین معنی که حجم هوای عبوری از روی رادیاتورها کاهش یافته است و درنتیجه انتقال حرارت به‌خوبی صورت نمی‌گیرد. همچنین عملکرد برج در سرعت‌های کم و زیاد باد متفاوت است. غفاری‌گوشه و گل‌نشان[۱۲] نشان دادند که در سرعت‌های کم باد که مومنتوم سیال زیاد نیست، پدیده جدایش در بدنهٔ رادیاتورهای جانبی و پشت برج اتفاق نمی‌افتد، اما در سرعت‌های زیاد، اختلاف شدت جریان هوا در قسمت جلو و پشت رادیاتورها یک‌جفت ورتکس ایجاد می‌کند.

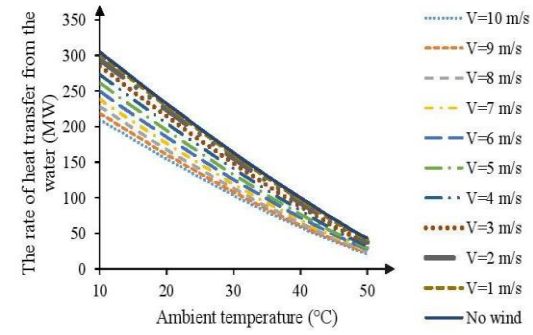
در این شرایط ممکن است در بعضی نقاط برج به‌علت تشکیل گردابه، فشار استاتیکی بیرون برج از فشار درون آن کمتر شود و در این نقاط هوای گرم از درون برج به بیرون جریان یابد که باعث افت شدید راندمان کل برج خواهد شد.

در این مطالعه با استفاده از مدل ریاضی ایجادشده، تأثیر پارامترهای دمای هوای محیط و سرعت باد بر عملکرد برج هلر بررسی می‌شود. شکل (۸) نرخ گرمای گرفته‌شده درون برج هلر را بر حسب سرعت باد برای چند دمای محیط مختلف نشان می‌دهد. در این نمودار فرض بر این است که دبی و دمای آب ورودی به برج برابر با حالت مرجع (جدول ۳) باشد. همان‌طور که مشخص است، با افزایش سرعت باد نرخ گرمای گرفته‌شده از آب و همچنین راندمان حرارتی برج کم می‌شود. تئوری گفته‌شده در ابتدای این بخش نیز این موضوع را تأیید می‌کند. با تطبیق رابطه‌ای خطی به هر یک از منحنی‌های شکل (۸)، نشان داده می‌شود که با افزایش دمای محیط، شیب منحنی‌های شکل کاهش می‌یابد. به‌عبارت دیگر در هنگام گرم‌ترشدن محیط، با افزایش سرعت باد، نرخ گرمای گرفته‌شده از آب آرام‌تر می‌شود و با شیب کمتری کاهش می‌یابد. علت فیزیکی این پدیده، کاهش اختلاف دمای بین آب و هوای ورودی به برج است که باعث می‌شود دبی هوای کمتری از برج عبور کند. در شرایط وزش باد، در دماهای بالای محیط، به‌علت حجم کم هوای عبوری از روی مبدل‌ها (و به‌تبع آن، کم‌بودن سرعت هوای خروجی از برج) تأثیر باد بر روی هوای خروجی بیشتر می‌شود و آن را بیشتر منحرف می‌کند. در نتیجهٔ این پدیده، مؤلفه عمودی سرعت هوای خروجی از برج (که نشان‌دهنده حجم هوای عبوری از روی مبدل‌ها و به‌تبع آن، نرخ انتقال حرارت است) کمتر از حالتی می‌شود که وزش باد یکسان ولی دمای محیط کم باشد. بنابراین، با افزایش سرعت باد مقدار گرمای گرفته‌شده از آب در دماهای بالای محیط آرام‌تر از حالات دمای کم محیط، کاهش می‌یابد.

شکل (۹) نرخ گرمای گرفته‌شده از آب را بر حسب دمای محیط نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است، تغییرات نرخ انتقال حرارت از آب با افزایش دمای محیط و ثابت‌ماندن بقیه پارامترها به‌صورت خطی کاهش می‌یابد. همین نتیجه برای تغییرات دمای آب خروجی از برج با تغییرات دمای محیط نیز صادق است. بررسی شیب هر خط در این شکل نشان می‌دهد که با افزایش سرعت باد، شیب تغییرات نرخ انتقال حرارت برای یک بازه دمای محیطی یکسان، کاهش می‌یابد. به‌عبارت دیگر مقدار کاهش نرخ انتقال حرارت به‌ازای افزایش دمای محیط در مواقعی که سرعت وزش باد کمتر است، زیاد می‌شود. درنتیجه در سرعت‌های کم باد، درجهٔ حرارت محیط نقش خیلی مهمی در عملکرد برج ایفا می‌کند.



شکل ۸ نرخ گرمای گرفته‌شده از آب درون برج هلر منفرد برحسب تغییرات سرعت باد برای دماهای محیط مختلف



شکل ۹ نرخ حرارت گرفته‌شده از آب درون برج هلر منفرد برحسب دمای محیط برای سرعت‌های وزش باد مختلف

جدول ٦ شرایط مرجع برای اعمال تئوری Ma و همکاران [10] بر ۳برج هلر هم‌راستا

حالت	مشخصات جریان هوا	برج	دمای هوای اطراف برج (°C)	دمای آب ورودی به برج (°C)	دمای آب خروجی از برج(°C)	دبی حجمی آب گذرنده از برج (m^3/s)
۱	سرعت باد= ۲/۱۳m/s جهت باد= عمود بر راستای ۳برج	۱ (اول)	۲٦/۲۱	٥٤/۷٥	٤٥/٦۷	٤/۱۷
		۲ (وسط)	۲۷/۲۷	٥٦/۱٤	٤۷/۲۳	٤/۳۰
		۳ (آخر)	۲۷/۳۱	٥۸/۲۳	٤۹/۲۲	٤/٦٤
۲	سرعت باد= ۱/۱۱m/s جهت باد= هم جهت با راستای ۳برج	۱ (در خط حمله وزش باد)	۲۳/۱۱	٥۳/٥۸	٤٤/۸۱	٤/۱٦
		۲ (وسط)	۲٤/۷۱	٥٤/۳	٤٥/۸۱	٤/٥٥
		۳ (آخر)	۲٥/۹۳	٥٦/٥۱	٤۷/۸٤	٤/۷۱

جدول ۷ نتایج حل عددی معادلات (۱)، (۲)و (۳) برای شرایط مرجع حالت اول (جهت باد عمود بر راستای برج‌ها)

شمارهٔ برج	دمای هوای خروجی از برج (°C)	نرخ گرمای گرفته‌شده از آب در برج (MW)
۱ (اول)	٤۰/٤۸	۱٥٦/٤۱
۲ (وسط)	٤۱/۷	۱٥۸/۱۸
۳ (آخر)	٤۲/۷۷	۱۷۲/٤٦

تأثیر پارامترهای محیطی بر روی ۳ برج هلر هم‌راستا

در برج‌های هلر منفرد به‌علت هندسه متقارن برج، جهت باد پارامتر مهمی نیست و فقط سرعت باد و درجه‌حرارت محیط است که در عملکرد برج تأثیرگذار است. ولی در مجموعهٔ برج‌های کنار هم، جهت باد عاملی است که می‌تواند عملکرد حرارتی برج‌ها را کاهش دهد یا بهبود بخشد و بررسی آن برای یافتن راهکاری برای بهبود عملکرد برج‌ها ضروری است. در این قسمت به کمک تئوری Ma و همکاران [10]، عملکرد ۳ برج هلر هم‌راستا در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس در ۲ حالت اصلی جهت وزش باد که شامل عمود بر راستای برج‌ها و هم‌جهت با راستای برج‌هاست، مقایسه شده است.

حالت اول: جهت وزش باد عمود بر را ستای برج‌ها.

در این حالت از وزش باد، شـــرایط مرجع ۳برج هلر برای اعمال الگوریتم Ma و همکاران [10] براســـاس داده‌برداری از مرکز کنترل نیروگاه به‌دســـت آمده و در جدول (٦) (حالت ۱) نشان داده شده است. نتایج حل عددی معادلات (۱)، (۲) و (۳) برای به‌دســـت‌آوردن میزان گرمای منتقل‌شـده در برج در شـرایط بالا نیز در جدول (۷) آورده شده است.

از آن‌جا که الگوریتم ارائه‌شدهٔ Ma و همکاران [10] فقط برای یک برج هلر منفرد قابل اعمال بوده است و اثرات برج‌ها بر یکدیگر را در نظر نمی‌گیرد، باید در اعمال آن به حالت ۳ برج هم‌راستا دقت کرد. در حالتی که اثر وزش باد عمود بر برج‌هاست، هر برج در معرض مستقیم وزش باد قرار دارد و در شرایط وزش باد غیرشدید، هوای خروجی از هر برج بر ۲برج دیگر تأثیری ندارد. درنتیجه، تغییرات رفتار جریان هوا حول هر برج در شرایط محیطی تحلیل، که در ادامه بیان می‌شود، نسبت به حالت مرجع، که اندازه‌گیری شده است، مشابه با تغییرات رفتار جریان حول برج منفرد

عمل می‌کند. بنابراین، الگوریتم یادشده برای تحلیل جریان حول هر برج قابل استفاده است. از آن‌جا که شرایط آب ورودی و دمای محیط برای هر برج فرق می‌کند، قیاس آن‌ها غلط است. برای رفع این مشکل یک حالت دل‌خواه مطابق با جدول (۸) برای هرکدام از برج‌ها در نظر گرفته شده و با استفاده از الگوریتم Ma و همکاران [10] عملکرد هر ۳برج در شرایط یکسان محاسبه و مقایسه شده است. لازم به ذکر است فرضیات طوری در نظر گرفته شده است که اختلاف دمای اولیه (ITD) در حالت مرجع هر برج و شرایط فرض‌شده تقریبا برابر شود.

همچنین از آن‌جا که در سرعت‌های بالای وزش باد جریان حول برج‌ها بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند و استفاده از الگوریتم دچار اشکال می‌شود، محاسبات فقط برای سرعت‌های کم وزش باد انجام شده است. نرخ گرمای گرفته‌شده از آب درون برج‌ها براساس سرعت باد در جدول (۹) آورده شده است. همان‌طور که از این جدول مشخص است، در حالتی که وزش باد عمود بر راستای برج‌هاست، عملکرد ۳برج تقریبا مشابه یکدیگر بوده و در حالت نوزیدن باد نزدیک‌ترین مقدار نرخ انتقال حرارت را داراست. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت باد، برج ۱ و ۳ عملکردهای تقریبا یکسانی (یا با اختلاف یکسان) دارند، ولی عملکرد برج وسط (برج شماره ۲) درحال فاصله‌گرفتن از ۲برج دیگر در جهت منفی است. علت این پدیده را می‌توان این‌گونه توجیه کرد که در این حالت از وزش باد و چیدمان برج‌ها به‌علت کاهش سطح مقطع هوای عبوری در فاصلهٔ بین برج‌ها، فشار بیرونی رادیاتورها کم می‌شود که این افت فشار برای برج ۲ نسبت به ۲برج دیگر به‌ویژه در مواقع وزش باد شدیدتر است و باعث می‌شود دبی هوای کمتری وارد این برج شود و انتقال حرارت به‌خوبی ۲ برج دیگر انجام نشود. البته این افت فشار برای هر ۳ برج وجود دارد و می‌توان گفت در این وضعیت از وزش باد، هر برج به‌صورت منفرد راندمان بهتری از ۳ برج هم‌راستا در کنار هم خواهد داشت.

جدول ۸ فرضیات گرفته‌شده برای محاسبهٔ عملکرد برج‌ها در حالت اول (جهت باد عمود بر راستای برج‌ها)

دمای هوای محیط (°C)	۲۷
دمای آب ورودی به برج‌ها (°C)	۵۸
دبی حجمی آب ورودی به برج‌ها (m^3/s)	٤/٦

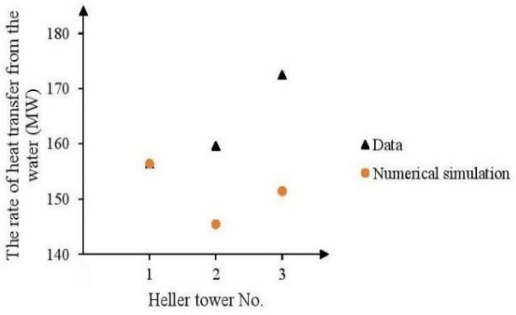
جدول ۹ نرخ انتقال حرارت از ۳برج در حالت اول (جهت باد عمود بر راستای برج‌ها) [مگاوات]

سرعت باد (m/s) / شمارهٔ برج	۰	۱	۲
۱ (اول)	۱۸۱/۳۰	۱۷۹/٤۰	۱۷٤
۲ (وسط)	۱۸۱	۱۷۸/۹۰	۱۷۳/٤۰
۳ (آخر)	۱۸۱/۲۰	۱۷۹/۲۵	۱۷۳/۹

حالت دوم: جهت وزش باد هم‌جهت با راستای برج‌ها. در این حالت یکی از برج‌ها در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد و ۲برج دیگر در پناه برج اول قرار می‌گیرند و باد مستقیم به آن‌ها برخورد نمی‌کند.

بنابراین، نمی‌توان از روش Ma و همکاران [10] برای مشابه‌سازی شرایط ۳ برج استفاده کرد. در این قسمت باتوجه‌به این‌که هر ۳برج از لحاظ هندسی با یکدیگر مطابقت دارند، داده‌های خوانده‌شده برای برجی که در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد، به‌عنوان مرجع برای ۲برج دیگر قرار گرفته است و عملکرد هرکدام از برج‌ها با عملکرد برج اول مقایسه شده است. از آن‌جا که هر ۳برج نیروگاه ساختار فیزیکی مشابهی دارند، فرض بالا مناسب است. شرایط مرجع برای اعمال روش Ma و همکاران [10] براساس داده‌برداری از مرکز کنترل نیروگاه در یک زمان مشخص در جدول (٦) (حالت ۲) آورده شده است. نتایج حل عددی معادلات (۱)، (۲) و

(۳) برای به‌دست‌آوردن نرخ گرمای گرفته‌شده از آب در شکل (۱۰) آورده شده است (حالت خوانده‌شده).



شکل ۱۰ مقایسهٔ نرخ انتقال حرارت در هرکدام از برج‌ها در ۲حالت واقعی و شبیه‌سازی (حالت وزش باد هم‌جهت با راستای برج‌ها)

مقدار محاسبه‌شده نرخ انتقال گرمای هر برج با استفاده از الگوریتم Ma و همکاران [10] با استفاده از مرجع‌قراردادن برج موجود در خط حملهٔ وزش باد، نیز در شکل (۱۰) نشان داده شده است (حالت محاسبه‌شده). در این‌جا فرض بر این است برجی که در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد (برج ۱)، مانند برج منفرد عمل می‌کند. این فرض در سرعت‌های کم وزش باد (مانند حالت فعلی) فرض غلطی نیست، ولی در سرعت‌های زیاد قضیه متفاوت است. هنگامی که چندین برج پشت سر هم در معرض وزش باد قرار می‌گیرند، برجی که در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد، نسبت به یک برج منفرد در معرض وزش باد، دچار افت عملکرد خواهد شد که دلیل این امر مکش برج پشتی و تأثیر آن بر برج جلویی است، زیرا باعث کاهش حجم هوای ورودی به برج خط حملهٔ وزش باد می‌شود. این پدیده را می‌توان با مقایسهٔ نرخ انتقال حرارت در شکل (۱۰) برای برج‌های ۲ و ۳ در حالت خوانده‌شده و محاسبه‌شده نیز دریافت کرد. همچنین این شکل نشان می‌دهد هنگامی که چندین برج پشت سر هم در مسیر باد قرار می‌گیرند، برج‌های پشتی نسبت به برجی که در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد، عملکرد بهتری خواهند داشت. دلیل این پدیده این است که برجی که در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد، به‌عنوان سپری در مسیر باد برای برج‌های پشتی قرار می‌گیرد و درنتیجه، مؤلفه عمودی بردارهای سرعت خروجی از برج‌های پشتی (که بیانگر حجم هوای ورودی به برج است) تقویت می‌شود و مکش این برج‌ها افزایش می‌یابد که باعث بهترشدن روند انتقال حرارت در این برج‌ها می‌شود.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

نتایج بررسی داده‌های جمع‌آوری‌شده از مرکز کنترل نیروگاه سیکل ترکیبی فارس برای یک برج خنک‌کن نوع هلر واقع در این نیروگاه و استفاده از یک روش نظری جدید در تحلیل آن نشان می‌دهد که برای محاسبه و پیش‌بینی عملکرد برج هلر منفرد در معرض شرایط محیطی مختلف می‌توان یک رابطهٔ ریاضی شامل ۳ضریب و یک حالت مرجع به‌دست آورد. این ۳ضریب وابسته به اختلاف دمای اولیه و سرعت باد در حالت مرجع و اختلاف دمای اولیه و سرعت باد در حالت خواسته‌شده است. لازم به ذکر است که رابطهٔ ریاضی گفته‌شده مانند روش نظری فقط برای سرعت‌های باد کمتر از سرعت بحرانی، که معمولا مقداری بسیار بزرگ و غیرمعمول در شرایط عملیاتی برج است، کاربرد دارد. با استفاده از این مدل ریاضی برای محاسبه عملکرد برج‌های مطالعات دیگر، نشان داده شد که برج‌های دیگر نیز در برابر تغییر شرایط محیطی رفتار تقریبا یکسانی از خود نشان می‌دهند و می‌توان با بررسی برج‌های متنوع‌تر، نمودارهای جامعی برای رابطهٔ داده‌شده، برای پیش‌بینی عملکرد انواع برج‌ها به‌دست آورد.

به کمک مدل ریاضی ایجادشده برای برج هلر منفرد در نیروگاه سیکل ترکیبی فارس، رفتار این برج در شرایط مختلف محیطی تحلیل شد و نتایج زیر به‌دست آمد:

۱. در هنگام افزایش دما، افزایش سرعت باد باعث می‌شود که نرخ انتقال حرارت صورت‌گرفته در برج با شیب کمتری کاهش یابد یا به‌عبارت دیگر در سرعت‌های زیاد باد، افزایش دمای محیط می‌تواند مانع از افت شدید راندمان برج شود.

۲. در مواقعی که سرعت باد کم است، نرخ انتقال حرارت در برج در دماهای بالای محیط با شیب بیشتری نسبت به دماهای کم محیط کاهش می‌یابد که اهمیت درجه‌حرارت محیط را در این مواقع نشان می‌دهد.

با استفاده از روش نظری جدید و داده‌برداری از مرکز کنترل نیروگاه برای ۳برج هلر هم‌راستا واقع در این نیروگاه، اثر دمای محیط و سرعت باد بر روی این برج‌ها در ۲حالت بررسی شده است:

حالت اول: جهت وزش باد عمود بر راستای برج‌ها: در این حالت نشان داده شد که برج منفرد در معرض وزش باد عملکرد بهتری نسبت به هر ۳برج خواهد داشت. به‌علت این‌که در حالت ۳برج کنار هم، فضای بین ۲ برج و مکش هر برج باعث می‌شود برج کناری‌شان نتواند به‌خوبی هوا را مکش کند. همچنین نتایج نشان داد که در مواقعی که سرعت باد زیاد است، برج وسط عملکرد بدتری نسبت به ۲برج دیگر پیدا می‌کند.

حالت دوم: جهت وزش باد هم‌جهت با راستای برج‌ها: نتایج نشان داد که برجی که در خط حملهٔ وزش باد قرار دارد، باعث کاهش اثر باد در هوای خروجی برج‌های پشتی و درنتیجه باعث افزایش راندمان برج‌های پشتی نسبت به خودش می‌شود. همچنین نشان داده شد که برج در خط حملهٔ وزش باد در این وضعیت عملکرد به‌مراتب ضعیف‌تری نسبت به همان برج در حالت منفرد و در همان وضعیت وزش باد دارد که علت این امر مکش برج پشتی و تأثیرش بر کاهش هوای ورودی به برج فعلی ارزیابی شد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از لطف مدیرعامل محترم و کارکنان صدیق نیروگاه سیکل ترکیبی فارس برای دراختیارگذاشتن داده‌های نیروگاهی کمال تشکر و قدردانی را دارند.

فهرست علائم

علائم لاتین

A	مساحت (m^2)
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه ($J\ kg^{-1}K^{-1}$)
G_1	دبی جرمی هوای عبوری از یک مبدل حرارتی ($kg\ s^{-1}$)
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ($W\ m^{-2}\ K^{-1}$)
ITD	اختلاف دمای اولیه (K)
k	ضریب هدایت حرارتی لوله ($W\ m^{-1}K^{-1}$)
M_1	ضریب در مدل ریاضی
M_2	ضریب در مدل ریاضی
M_3	ضریب در مدل ریاضی
$\dot{m}$	دبی جرمی ($kg\ s^{-1}$)
NTU	تعداد واحدهای انتقال
Q	مقدار گرمای مبادله‌شده در برج (W)
T	دما (K)
t	ضخامت لوله (m)
U	ضریب انتقال حرارت کلی ($W\ m^{-2}\ K^{-1}$)
V	سرعت باد ($m\ s^{-1}$)

علائم یونانی

γ	وزن مخصوص ($N\ m^{-3}$)
ε	بازده مبدل حرارتی
η	راندمان فین

زیرنویس

0	شرایط مبنا (دمای ۱۵°C و فشار یک اتمسفر)
a	هوا
c	برحسب سطح سرد
F	سطح جلویی یک مبدل حرارتی
f	سطح خارج لوله

سطح جلویی مبدل حرارتی	fr	متوسط	mean
سطح داخلی لوله	I	خروجی از برج	o
ورودی به برج	i	شرایط مرجع	ref
میانگین سطح تبادل حرارت جدار لوله	m	آب خنک‌کن	w

مراجع

1. du Preez, A. F., and Kröger, D. G., "Effect of wind on performance of a dry-cooling tower", *Heat Recovery Systems and CHP*, Vol. 13, pp. 139-146, (1993).
2. Wei, Q. -d., Zhang, B. -y., Liu, K. -q., Du, X. -d., and Meng, X.-z., "A study of the unfavorable effects of wind on the cooling efficiency of dry cooling towers", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 54-55, pp. 633-643, (1995).
3. Su, M.D., Tang, G.F., and Fu, S., "Numerical simulation of fluid flow and thermal performance of a dry-cooling tower under cross wind condition", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 79, pp. 289-306, (1999).
4. Al-Waked, R., and Behnia, M., "The performance of natural draft dry cooling towers under crosswind: CFD study", *International Journal of Energy Research*, Vol. 28, pp. 147-161, (2004).
5. Ghafari, S., Golneshan, A. -A., and Mokhtarpoor, R., "Effect of crosswind and air temperature on the thermal performance of Natural Draft Dry Cooling Tower (NDDCT)", *16th Annual (International) Conference on Mechanical Engineering-ISME, Shahid Bahonar University*, Kerman, Iran, (2008).
6. Ma, H., Si, F., Li, L., Yan, W., and Zhu, K., "Effects of ambient temperature and crosswind on thermo-flow performance of the tower under energy balance of the indirect dry cooling system", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 78, pp. 90-100, (2015).
7. Ardekani, M. A., Farhani, F., and Mazidi, M., "Effects of cross wind conditions on efficiency of Heller dry cooling tower", *Experimental Heat Transfer*, Vol. 28, pp. 344-353, (2015).
8. شمسی‌پور، عباس و گل‌نشان، علی‌اکبر، "بررسی عددی عملکرد رادیاتورهای برج هلر تحت‌تأثیر وزش باد بر ورودی و خروجی برج"، بیست‌وچهارمین همایش سالانه مهندسی مکانیک ایران، یزد، ایران، (۱۳۹۵).
9. Hooman, K., "Theoretical prediction with numerical and experimental verification to predict crosswind effects on the performance of cooling towers", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 36, pp. 480-487, (2015).
10. Ma, H., Si, F., Kong, Y., Zhu, K., and Yan, W., "A new theoretical method for predicating the part-load performance of natural draft dry cooling towers", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 91, pp. 1106-1115, (2015).
11. Fu, S., and Zhai, Z., "Numerical investigation of the adverse effect of wind on the heat transfer

performance of two natural draft cooling towers in tandem arrangement", *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 17, pp. 24-34, (2001).

۱۲. غفاری‌گوشه، صمد و گل‌نشان، علی‌اکبر، "بررسی عددی سه‌بعدی عملکرد ۳برج خنک‌کننده خشک هم‌راستا با مکش طبیعی (NDDCT) تحت وزش باد"، اولین کنفرانس ملی صنعت نیروگاه‌های حرارتی (گازی، سیکل ترکیبی، بخاری)، تهران، ایران، (۱۳۸۸).

۱۳. آروین‌فر، محمدعلی، "بررسی عددی سه‌بعدی اثر چیدمان مثلثی ۳برج خنک‌کننده خشک با مکش طبیعی تحت وزش باد"، پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، (۱۳۹۱).

۱٤. جهانگیری، علی، "بررسی عددی سه‌بعدی اثر تزریق دود خروجی از نیروگاه سیکل ترکیبی به درون ۳برج خنک‌کننده خشک هم‌راستا با مکش طبیعی تحت وزش باد"، پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، (۱۳۸۸).

15. Iran Power Development Company (I.P.D.C.) Project, "Thermotechnical calculation of main cooling system", Report, Fars Combined Cycle/ Main & Aux. Cooling System, (2005).

16. EGI, "Thermotechnical and aerodynamic design/ calculation/ characteristics of the dry cooling plant system heater", Report Vol. A, Budapest Institute of Engineering, (1985).

17. Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., and Lavine A. S., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley and Sons, Inc., New York, pp. 669-706, (2006).

۱۸. جهانگیری، علی و گل‌نشان، علی‌اکبر، "بررسی بهبود عملکرد ۳برج خنک‌کن هلر هم‌راستا تحت وزش باد با استفاده از تزریق دود اگزوز و دیواره‌های بادشکن"، بیست‌وچهارمین کنفرانس بین‌المللی برق، تهران، ایران، (۱۳۸۸).

19. Zhao, Y. B., Long, G., Sun, F., Li, Y., and Zhang, C., "Numerical study on the cooling performance of dry cooling tower with vertical two-pass column radiators under crosswind", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 75, pp. 1106-1117, (2015).

Thermal Performance Analysis of Natural Draft Dry Cooling Towers based on New Theoretical Method

Amin Khodakaram-Tafti[1] Ali-Akbar Golneshan[2]

1. Introduction

Thermal power plants are one of the most important industrial sectors for electricity generation in many countries. Therefore, it is necessary to study and analyze components of the power plant to predict their performances at operational conditions. Several factors cause the power output of a steam turbine to be less than expected. One of these factors is that the power plant's cooling water does not cool well when passing through the cooling tower. One of the most widely used power plant cooling towers is the natural draft dry cooling tower (NDDCT). In this type of cooling tower, the need for make-up water is small and therefore, it is appropriate for areas with lack of water such as arid and semi-arid regions. Natural draft dry cooling towers would be affected by environmental conditions more than other types of cooling towers. Engineers are always looking for a quick and optimal method to calculate the NDDCTs' performance in different environmental conditions. This method should give an initial estimate of the NDDCTs' performance without any special software or heavy computational runs. Obtaining simple algebraic models for such a purpose is beneficial. Theoretical studies and models derived from this type of studies can mainly be helpful in achieving such general mathematical relations. In this study, a single NDDCT of Fars Combined Cycle Power Plant was used and a simple algebraic mathematical model was obtained by applying a recently presented theoretical method. This model calculates the performance of the mentioned cooling tower under different environmental conditions (wind velocity and ambient temperature). The performance of the single NDDCT and the three aligned NDDCTs of Fars Combined Cycle Power Plant were analyzed under different environmental conditions by using the proposed model.

2. Measurements and Analysis

The studied cooling towers are three aligned Heller-type NDDCT located in the Fars Combined Cycle Power Plant. For creation and validation of the mathematical model, the following data were collected every 15 minutes during a day for each NDDCT and were averaged over every hour: mass flow rate of water, inlet, and outlet water temperature, ambient temperature, wind velocity, and direction. The amount of heat released from the water in the tower ($\dot{Q}$) is obtained from the conservation of energy equations. The *ε-NTU* method is used for analyzing the thermal performance of radiators around each cooling tower. ε is the effectiveness of heat exchanger and *NTU* is the number of transfer units.

3. Results and Discussion

Mathematical modeling of the single NDDCT. Previous studies have shown that at low wind velocities, the performance of three aligned NDDCT is almost the same as a single NDDCT exposed to wind. Therefore, at a proper ambient condition, the data of NDDCT in the attack line of wind were measured and was set as a reference condition to create the mathematical model. Reference condition is the actual performance data of a cooling tower, measured under a controlled data of environmental conditions (ambient temperature and wind velocity). Equation 1 is the mathematical relation created to calculate the performance of NDDCT under any desired condition. This model is only applicable for wind velocities less than critical velocity, which is usually large and uncommon in operational conditions.

$$\dot{Q} = M_1 M_2 M_3 \dot{Q}_{ref} \quad (1)$$

$\dot{Q}$ and $\dot{Q}_{ref}$ are the amount of heat transferred in the NDDCT at the desired and reference condition, respectively. The values of M_1, M_2 and M_3 coefficients depended on the values of wind velocity and initial temperature difference (*ITD*) of NDDCT at the reference and desired conditions.

Effect of environmental parameters on the performance of the single NDDCT. The effect of ambient temperature and wind velocity on the performance of a single NDDCT is investigated by using the created mathematical model. Figure 1 shows the effect of wind velocity on heat transfer rate in the NDDCT for different ambient temperatures. It is assumed that the flow rate and temperature of the water entering the tower are the same as the reference condition. As shown, when the wind velocity increases, the rate of heat transfer in the tower as well as its thermal efficiency decrease. Moreover, it is shown that in high ambient temperatures, as the wind velocity increases, the rate of heat transfer in the cooling

[1]. Corresponding author: PhD Candidate, Department of Thermo-Fluid Engineering, School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran. Email: am.khodakaram@shirazu.ac.ir
[2]. Associate Professor, Department of Thermo-Fluid Engineering, School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.

tower decreases with a lower slope. Figure 2 shows the effect of ambient temperature on the cooling tower's heat transfer rate. As shown, the NDDCT's heat transfer rate decrease linearly as the ambient temperature increases and assuming that the other parameters remain constant. Moreover, it is shown that, as wind velocity increases, the slope of the curve of heat transfer rate decreases in the same range of ambient temperatures. Thus, ambient temperature plays an important role in the cooling tower's performance at low wind velocities.

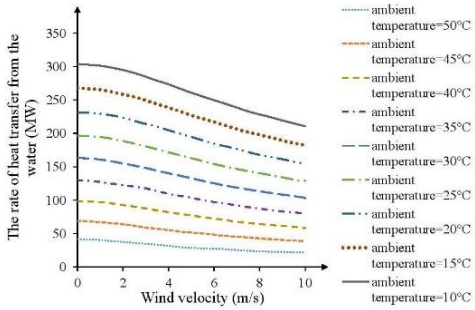


Figure 1. The effect of wind velocity on the rate of heat transfer in the NDDCT for different ambient temperatures

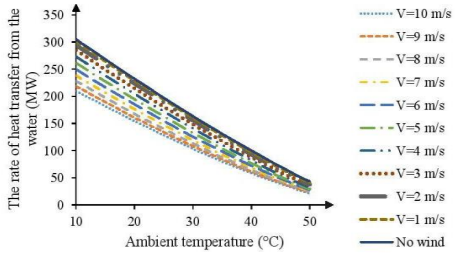


Figure 2. The effect of ambient temperature on the rate of heat transfer in the NDDCT for different wind velocities

Effect of environmental parameters on the performance of the three aligned NDDCTs

With the new theoretical method, the performance of three aligned cooling towers is investigated in the two conditions of wind direction, perpendicular to the towers and in line with the towers' direction.When the wind direction is perpendicular to the cooling towers, each tower is exposed directly to the wind and when the wind is not strong enough, the exiting air plume of each tower has no impact on the other two towers. Therefore, the method can be applied to each tower by considering low wind velocities. Moreover, because the inlet water conditions and ambient temperature are different for each tower, it is wrong to compare their performances. For solving this problem, a specific condition is assumed for each cooling tower and by using the new method, the performance of the three NDDCT is compared under the same condition. It is shown that as wind velocity increases, the performance of the middle NDDCT gets worse than the two side NDDCTs. At this condition of wind direction, the efficiency of each tower is lower than the single tower in the same condition. When the wind direction is in line with the direction of towers, one of the towers gets directly in the wind attack and others get in the back of this tower. Therefore, the new method cannot be applied to the three NDDCTs. In order to compare the towers' performance in this condition, the data of the tower in the wind attack line is set as the reference condition for the other two towers. Since all three towers have the same structure, this assumption is appropriate. It is shown that the performance of the tower in the wind attack line will reduce compared to a single tower exposed to wind due to the suction of the rear tower and its effect on the front tower. Moreover, it is shown that when the wind is in line with the direction of towers, the efficiency of the rear towers will increase from the tower in the wind attack line. The reason is that the tower in the wind attack line acts as a shield against the wind for the rear towers and as a result, the vertical component of the exiting air plume velocity vector of these towers increases. This velocity component indicates the volume rate of air entering the tower; therefore, air suction of the rear towers increases and makes the heat transfer rate increase.

4. Conclusion

In this study, a simple mathematical model was created to predict the performance of the Heller-type natural draft dry cooling tower (NDDCT) located in the Fars Combined Cycle Power Plant. The thermal behavior of a single cooling tower in different environmental conditions was analyzed by using this model. It was obtained that as the ambient temperature increases, the increase in wind speed causes the heat transfer rate in the cooling tower to decrease with a lower slope. Moreover, it was shown that at low wind velocities, ambient temperature plays an important role in the performance of NDDCT. Using the new theoretical method, along with the measured data, for calculating the performance of three aligned cooling towers in the Fars Combined Cycle Power Plant, the following results were obtained:1. When the wind direction is perpendicular to the NDDCTs, the performance of a single tower will be better than all the three aligned cooling towers' performance. Also, it was shown that as wind velocity increases, the performance of the middle NDDCT gets worse than the two side NDDCTs. 2. When the wind direction is in line with the direction of towers, the cooling tower in the wind attack line reduces the effect of wind on the exiting air plume of the rear towers and, therefore, increases the efficiency of the rear towers than itself. Moreover, it was shown that the performance of the cooling tower in the wind attack line would reduce compared to a single tower exposed to wind.

بررسی تجربی و عددی نمونهٔ بتنی مسلح با ورق مشبک تحت بارگذاری ضربه*

مقاله پژوهشی

حسین سپهوند[۱] مجتبی حسینی[۲] حسین حاتمی[۳]

چکیده *این مطالعه برای ٤نمونهٔ بتنی از بتن خودتراکم استفاده شده است. در روش تجربی شتاب ضربه‌زننده با سنسور شتاب‌سنج اندازه‌گیری شده و تغییر شکل نمونه‌ها پس از پایان آزمایش اندازه‌گیری شده است. برای آزمایش تجربی از دستگاه تست ضربه سقوط آزاد استفاده شده است. برای مدل‌سازی عددی از نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده شده است. این نرم‌افزار در شبیه‌سازی بارگذاری‌های دینامیکی نتایج مقبولی ارائه می‌کند. آزمایش ضربه برای نمونه‌های بدون ورق در شرایط تکیه‌گاهی ۲سرگیردار و ٤طرف آزاد، و برای نمونه‌های مسلح‌شده به‌دلیل کم‌بودن ضخامت نمونه‌ها فقط به‌صورت ٤طرف آزاد انجام شده است. مقایسهٔ نتایج روش تجربی و عددی نشان می‌دهد که این ۲روش تحقیق نتایجی نزدیک به‌هم دارند. نتایج نیز نشان می‌دهد که مقدار جابه‌جایی در نمونه‌های بدون ورق بیشتر از نمونه‌های مسلح‌شده بود. همچنین رفتار ورق‌های مشبک داخل نمونه‌ها بررسی شد.*

واژه‌های کلیدی بتن خودتراکم، تغییر شکل، ساندویچ پانل، ورق مشبک فولادی، ضربه.

مقدمه

امروزه در پی گسترش صنعت ساخت‌وساز در کشور و به‌دنبال زیان‌های جانی و مالی گسترده که در اثر حوادث طبیعی همچون زلزله هرازگاهی از گوشه‌وکنار این سرزمین به گوش می‌رسد، افزایش دقت و ایمنی در تولید و سپس اجرای سازه‌های مهندسی امری ضروری است [۱]. بتن ازجمله پرمصرف‌ترین مصالح ساختمانی در دنیا شناخته می‌شود؛ با گسترش استفاده از بتن، ویژگی‌هایی همچون دوام، کیفیت، تراکم و بهینه‌سازی آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌شوند. بتن خودتراکم SCC بتنی بسیار سیال و روان و مخلوطی همگن است که بسیاری از مشکلات بتن معمولی مانند جداشدگی، آب‌انداختن، جذب آب، نفوذپذیری و... را رفع کرده است و علاوه بر آن بدون نیاز به لرزاننده (ویبره) داخلی یا ویبره بدنه قالب، تحت اثر وزن خودمتراکم می‌شود [2].

مکانیک ضربه یکی از موضوع‌های اصلی و مهم مهندسی مکانیک است که بعد از جنگ جهانی دوم مورد توجه بیشتر محققان قرار گرفت. به تأثیر بارهای دینامیکی گذرا بر سازه‌های بتنی به‌صورت گسترده در کاربردهای عمرانی و نظامی توجه شده است. به‌عنوان مثال پوسته‌های محافظ یک رآکتور هسته‌ای باید توانایی حفاظت از رآکتور در مقابل برخورد یک هواپیما را داشته باشند. نگاهی به تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که از سال ۱۹٤۰ عملکرد سازه‌های خاص و راهبردی در برابر بارهای ضربه‌ای و انفجاری و بهبود خواص آن‌ها مورد توجه محققان بوده است. بعد از حادثه ۱۱سپتامبر، نه‌تنها طراحان سازه‌های دفاعی و راهبردی، بلکه همهٔ طراحان سازه‌ای به مقاومت ساختمان‌ها در برابر بارهای ضربه‌ای و انفجاری توجه کردند. آزمون ضربه یکی از روش‌های استاندارد برای تعیین انرژی شکست مواد در اثر تنش دینامیکی است. اساس آزمون ضربه تعیین مقدار انرژی

* تاریخ دریافت مقاله۹۸/۱۲/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۷/۱۷ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/fum-mech.v31i2.86056

(۱) کارشناسی ارشد، گروه عمران، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران.

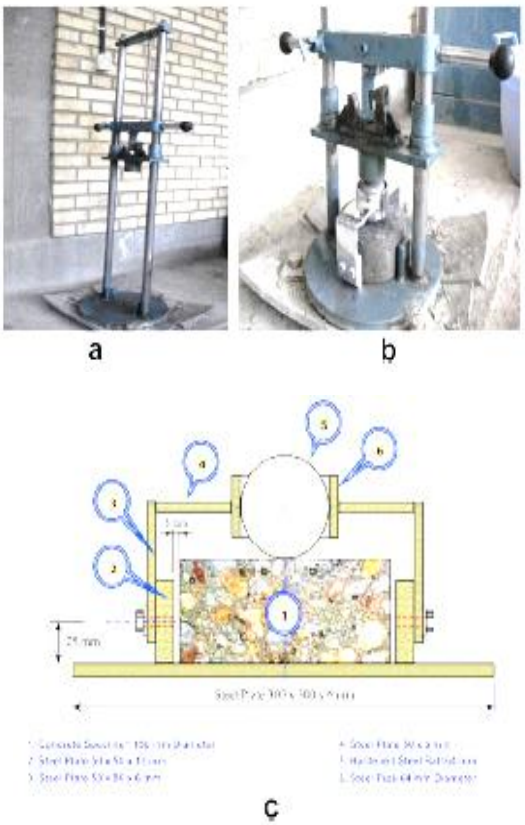
(۲) دانشیار، گروه عمران، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران.

(۳) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مکانیک، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران. **Email**: hatami.h@lu.ac.ir

لازم برای شکستن قطعه در اثر ضربه است. اطلاعاتی که از این آزمون به‌دست می‌آید، در درک چگونگی رفتار ماده در موقعیت‌های کاربردی واقعی بسیار مفید است. هدف آزمون ضربه شبیه‌سازی شرایط واقعی به‌منظور تلاش برای جلوگیری از شکست و پیش‌بینی شکست نمونه است. پدیدهٔ ضربه یک رخداد به‌شدت دینامیکی است، به‌نحوی که در بسیاری از مودهای ارتعاشی در داخل جسم ضربه‌خورنده تحریک می‌شوند. بااین‌حال، در هنگام تحلیل دینامیکی ضربه با سرعت کم، می‌توان از قوانین تماسی که به‌صورت استاتیکی به‌دست آمده‌اند، استفاده کرد؛ زیرا در سرعت‌های کم، اثرات نرخ کرنش و انتشار امواج برای بسیاری از مواد متداول ناچیز است[۳].

زیتکویچ [4] روشی برای بهبود رفتار بتن مسلح یافت. او از الیاف سیم آهنی تقریبا به‌طول ۱۰۰میلی‌متر و قطر ۱۰میلی‌متر، که به الیاف فولادی استفاده‌شده در بتن امروزی بسیار شبیه بود، استفاده کرد و نتیجه کار این بود که مقاومت‌های فشاری، کششی و برشی افزایش می‌یابد. تسو-لیانگ‌تنگ و همکارانش [5] ۳ نوع بتن مسلح‌شده با الیاف فولادی را با مقاومتی در حدود ۳۰مگاپاسکال به‌روش‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی تحت برخورد پرتابه با سرعت زیاد بررسی کردند. در شکل (۱) نمایی از دستگاه سقوط چکش و شماتیک تست ضربه دیده می‌شود.

ژنگا و همکاران [6] در تحقیقات خود بر روی میزان عمق نفوذ پرتابه‌ها بر روی بتن با مقاومت بالا، به این نتیجه رسیدند که با افزایش مقاومت بتن، عمق نفوذ پرتابه کمتر می‌شود. سونگ و همکاران [7] در سال۲۰۰۵ آزمایش‌هایی را با اضافه‌کردن الیاف فولادی به بتن با مقاومت بالا انجام دادند. بتن مسلح‌شده الیاف فولادی در قالب‌های استوانه‌ای ۱۵۰×۳۰۰میلی‌متری ریخته شد. آزمایش‌های مقاومت ضربه‌ای روی نمونه‌های ساخته‌شده انجام شد و مهم‌ترین نتیجهٔ کار آن‌ها این بود که مقاومت ضربه‌ای بتن با مقاومت بالا حاوی الیاف فولادی به مقدار چشمگیری در مقایسه با بتن با مقاومت بالا (بدون الیاف) بهبود می‌یابد.



شکل ۱ (a) دستگاه سقوط چکش (b) تنظیم نمونه (c) تست ضربه و ابزار و ابعاد [5]

کلانتری و همکاران [8] در سال۲۰۰۹ به بهینه‌سازی پانل‌های ساندویچی که هسته بتنی دارند و ۲طرف آن صفحه کامپوزیتی است، براساس سرعت ضربه‌ای کم پرداختند. نتایج کار آن‌ها نشان می‌دهد که پانل‌های پشتی باعث می‌شود نیروی مقاومت پانل‌ها در برابر ضربه بیشتر شود. رخشانی مهر و همکاران [۹] تأثیر میزان الیاف فولادی به‌کاررفته در بتن‌های با ردهٔ مقاومتی مختلف را بررسی کردند. شاخص‌های مقاومتی که برای شناسایی رفتار بتن انتخاب می‌شود، شامل مقاومت کششی، مقاومت ضربه‌ای، مقاومت فشاری و مقاومت خمشی است. در این پژوهش نمونه‌ها همچنین در هر

رده مقاومتی با ٤مقدار بدون الیاف، ۱۵، ۲۵ و ۳۵کیلوگرم الیاف در مترمکعب ساخته شدند. نتایج ایشان حاکی از آن بود که استفاده از الیاف فولادی مقاومت ضربه‌ای، زمان ظهور اولین ترک و مقاومت نهایی بتن را به‌طور درخور ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. همچنین افزودن این نوع الیاف مقاومت کششی و خمشی را به‌خوبی افزایش می‌دهد، اما تأثیر چندانی بر مقاومت فشاری بتن ندارد. سزاری و همکاران [۱۰] به بررسی رفتار یک نوع بتن فوق‌توانمند مسلح‌شده با الیاف فولادی (UHPSFRC) در مقابل برخورد پرتابه‌های با سرعت کم و زیاد پرداختند. برای بررسی رفتار و قابلیت این بتن در تحمل ضربه و برخورد پرتابه‌ها در این تحقیق، نوعی بتن با مقاومت بالا (HSC) نیز به‌عنوان مبنای مقایسه ساخته شده است. رفتار این ۲نوع بتن در مقابل ضربه با سرعت کم با انجام آزمایش سقوط وزنه بررسی شده است و خصوصیاتی شامل تعداد ضربه‌های لازم برای ایجاد اولین ترک و گسیختگی کلی، الگوی ترک‌خوردگی و قطر سوراخ‌شدگی در نمونه‌های بتنی مدنظر قرار گرفته است. برای بررسی این ۲نوع بتن در مقابل برخورد پرتابه با سرعت زیاد، از روش شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. نتایج آزمایش سقوط چکش نشان می‌دهد که HSC ترد است و مقاومت ضربه‌ای کمتری دارد و در همان ضربه اول به چندین تکه شکسته می‌شود، اما UHPSFRC با ۲ درصد الیاف رفتاری شکل‌پذیر بروز می‌دهد و قادر به تحمل دست‌کم ۱۰ضربهٔ پی‌درپی چکش است. نتایج شبیه‌سازی عددی نیز نشان می‌دهد که در شرایط یکسان برخورد پرتابه اجایو شکل با سرعت زیاد، به هدف بتنی UHPSFRC بدون سوراخ‌شدگی نفوذ می‌کند، اما در هدف HSC با همان ضخامت نفوذ کامل و سوراخ‌شدگی اتفاق افتاده است. خداداد واحدی و همکارانش [۱۱] با استفاده از نرم‌افزار LS-DYNA رفتار دینامیکی هدفی بتنی در مقابل نفوذ پرتابهٔ شبیه‌سازی‌شده را بررسی کردند و برای این منظور، برخورد پرتابهٔ فولادی به هدف بتنی مدنظر مدل‌سازی شد و ضمن محاسبهٔ عمق نفوذ پرتابه در هدف، نتایج به‌دست‌آمده با نتایج تجربی مقایسه شد. بررسی نتایج نشان‌دهنده تطابقی مناسب بین نتایج شبیه‌سازی عددی و نتایج تجربی است.

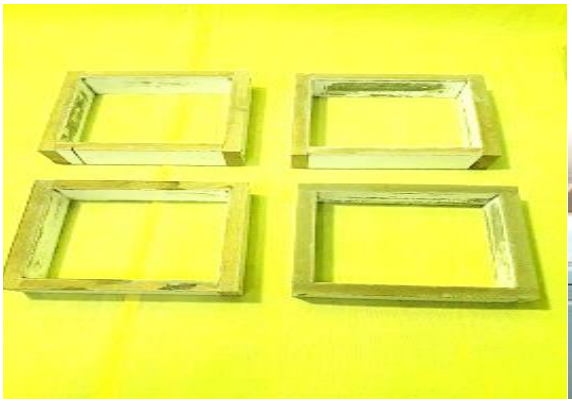
آزمایش

نمونه‌های آزمایش

برای انجام آزمایش ضربه از ۲نمونه بتنی بدون ورق با ابعاد ۱۰×۱۵×۱۵سانتی‌متر و ۲نمونه مسلح‌شده با ابعاد ۵×۱۵×۱۵ سانتی‌متر استفاده شده است. برای ساخت نمونه‌ها از بتن خودتراکم توانمند استفاده شده است. مقدار بتن لازم برای ساخت نمونه‌ها مطابق رابطهٔ (۱) است که در این رابطه W_c وزن بتن مورد نیاز برحسب کیلوگرم، a_c طول نمونه برحسب متر، b_c عرض نمونه برحسب متر، h_c ضخامت نمونه برحسب متر، ρ_c وزن مخصوص بتن که مقدار آن ۲٤۰۰کیلوگرم بر مترمکعب است و n_c هم تعداد نمونه‌های بتنی است.

$$Wc = ac \times bc \times hc \times \rho c \times nc \qquad (۱)$$

ساخت نمونه‌های مسلح‌شده به این صورت بود که در حین ساخت از ۲ورق در بالا و پایین نمونه استفاده شده است، همچنین برای بررسی تأثیر ضخامت ورق، یک نمونه با ورق ضخامت ۰/۸میلی‌متر و نمونهٔ دیگر با ورق ضخامت ۱میلی‌متر ساخته شد. برای هم‌بستگی و گیرایی بهتر بتن و ورق به‌ازای هر کیلوگرم سیمان، ٤گرم فوق‌روان‌کننده Dezobuild D-10 استفاده شده است. نمونه‌ها بعد از ساخت برای عمل‌آوری به‌مدت ۲۸ روز در آب قرار داده شدند. در شکل (۲) مراحل ساخت و بتن‌ریزی و عمل‌آوری بتن مشاهده می‌شود.



(الف) قالب قبل از بتن‌ریزی



(ب) بتن‌ریزی قالب‌ها



(ج) درآوردن نمونه‌ها از قالب

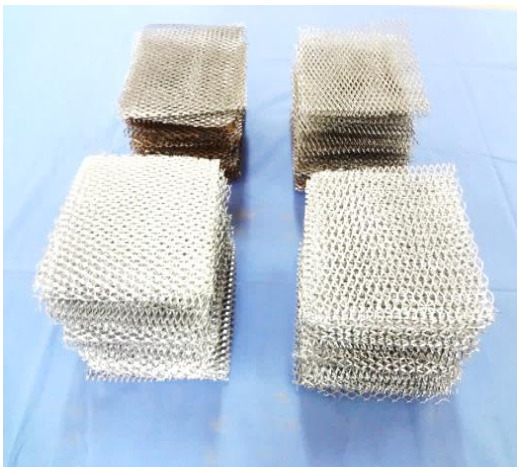


(د) عمل‌آوری نمونه‌ها در آب به‌مدت ۲۸روز

شکل ۲ مراحل ساخت ، بتن‌ریزی و عمل‌آوری نمونه‌ها

ورق

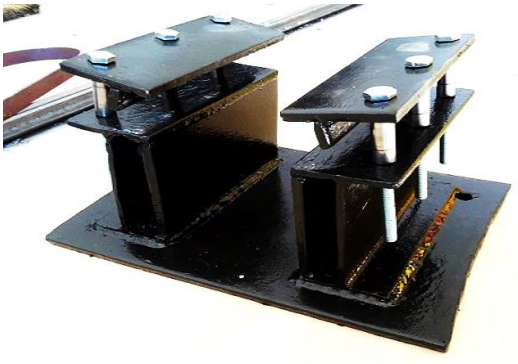
ورق استفاده‌شده در ساخت نمونه‌ها از توری‌های مشبک لوزی با ضخامت ۰/۸ و ۱میلی‌متر با نام تجاری اکسپند مش و از جنس فولاد st37 است. اندازه ورق‌ها برای ساخت ۲نمونه مسلح‌شده ۱٤×۱٤سانتی‌متر است. ۲دلیل برای این کاهش اندازه ورق‌ها وجود داشت؛ دلیل اول جاگیری بهتر ورق‌ها در داخل قالب‌ها در هنگام بتن‌ریزی و دلیل دوم اینکه در ٤ طرف ۲ نمونه یک کاور بتنی برای ورق‌ها وجود داشته باشد. در شکل (۳) نمایی از ورق‌های به‌کاررفته در ساخت نمونه‌ها قابل مشاهده است.



شکل ۳ نمایی از ورق‌های به‌کاررفته در ساخت نمونه‌ها

فیکسچر

فیکسچر وسیله‌ای است که باید قطعهٔ کار را در موقعیت مناسب جای دهد و آن را هنگام انجام عملیات ساخت در وضعیت مطلوب نگه دارد. برای شرایط ۲ سرگیرداربودن نمونه‌ها در حین ضربه از ۲تیرآهن IPE نمره ١٤ به‌طول ۲۰سانتی‌متر استفاده شده است که تیرآهن‌های یادشده با فاصله ۱۱سانتی‌متر از یکدیگر در راستای موازی روی یک ورق فولادی به ابعاد ۳۰×۲۵سانتی‌متر و ضخامت ۱سانتی‌متر به‌صورت دقیق جوشکاری شده است. برای تقویت بال‌های ۲تیرآهن، در جان تیرآهن‌ها ورقی با ضخامت ۱سانتی‌متر با ابعاد ۲۰×۱۳سانتی‌متر جوشکاری و اجرا شده است. در ادامه کار برای مهار نمونه‌ها در بالای فیکسچر از ۲ورق به ابعاد ۲۰×۷سانتی‌متر و ضخامت ۱سانتی‌متر استفاده شد. ابعاد ورق‌ها برابر با ابعاد بال ۲تیرآهن IPE نمره١٤ جوشکاری‌شده است. ورق‌های بالایی با ٦پیچ نمره۱۰ به بال‌های ۲تیرآهن متصل می‌شود و نمونهٔ بتنی را در هنگام ضربه کاملا ثابت نگه می‌دارد. برای جلوگیری از کمانش ورق‌های بالایی از ۲ورق به ابعاد ۲۰×۲سانتی‌متر استفاده کرده‌ایم که به‌صورت قائم جوشکاری شده است. در شکل (٤) نمای فیکسچر استفاده‌شده در این تحقیق نشان داده شده است.



شکل ٤ نمای فیکسچر

دستگاه آزمایش تست ضربه و شتاب‌سنج

دستگاه استفاده‌شده برای آزمایش ضربه مدل (DH-TM-7500J) است. نهایت ارتفاع تنظیم‌پذیر این دستگاه ۳ متر است و جرم ضربه‌زننده از ۱۸۰ تا ۲۵۰کیلوگرم تنظیم‌شدنی است. ارتفاع سقوط در این پژوهش ۲۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شد. جرم ضربه‌زننده به ٤نمونهٔ بتنی در این تحقیق ۱۸۰کیلوگرم انتخاب شده است. این دستگاه ۳ مدل سر ضربه‌زننده در اشکال تخت، مخروطی و نیم‌کروی دارد. دراین‌بین، سطح تماس پرتابهٔ تخت با هدف بتنی بیشتر از نیم‌کروی و برای نیم‌کروی بیشتر از مخروطی است. در این تحقیق برای مقایسهٔ نتایج تغییر شکل نمونه‌ها حین ضربه، سر ضربه‌زننده با شکل نیم‌کروی و به‌قطر ۱۲سانتی‌متر استفاده شده است. در شکل (۵) نمایی از سر ضربه‌زننده نیم‌کروی قابل مشاهده است. در جدول (۱) خواص مکانیکی سر ضربه‌زننده بیان شده است.



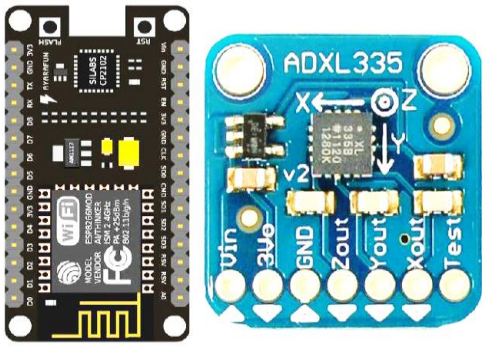
شکل ۵ سر ضربه‌زنندهٔ نیم‌کروی

جدول ۱ مشخصات مکانیکی سر ضربه‌زننده

جرم حجمی (kg/m^3)	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون
۹۹٤۵	۲۳۰	۰/۳

دستگاه تست ضربه از قسمت‌های مختلفی تشکیل شده است که عبارت‌اند از: قسمت کنترل مرکزی دستگاه، سیستم اندازه‌گیری و ضبط اطلاعات (شتاب‌سنج با دقت اندازه‌گیری میکروثانیه و به‌صورت وای‌فای استفاده شده است)، موتور، پایه‌های نگهدارنده

ضربه‌زننده، وزنه‌های ضربه‌زننده (۱۸۰–۲۵۰کیلوگرم) و سر ضربه‌زننده در اشکال مختلف (تخت، مخروطی، نیم‌کروی). این دستگاه ساخت ایران و مربوط به دانشگاه لرستان است. در شکل (٦) نمایی از این دستگاه و سنسور شتاب‌سنج آن نشان داده شده است.



(الف)

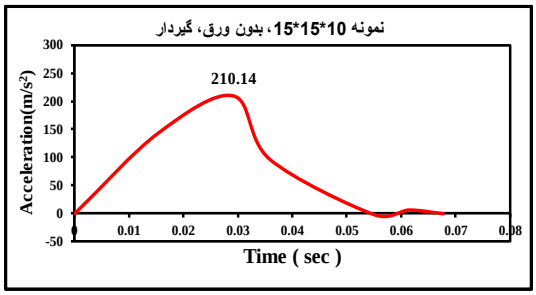


(ب)

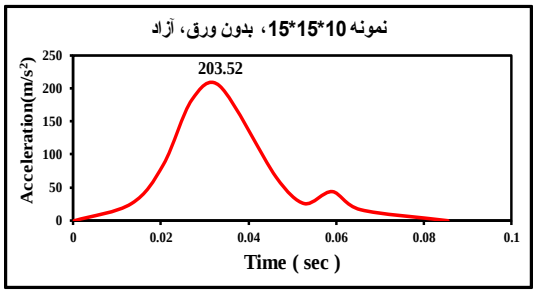
شکل ٦ (الف) سنسور شتاب‌سنج، (ب) دستگاه تست ضربه

نتایج آزمایش تجربی

نتایج این تحلیل به‌صورت نمودارهای شتاب–زمان از دستگاه شتاب‌سنج است. شکل (۷) نمودارهای شتاب–زمان نمونه‌های بدون ورق با شرایط تکیه‌گاهی ٤طرف آزاد و ۲طرف گیردار و شکل (۸) نمودارهای شتاب–زمان ۲نمونه مسلح‌شده است.

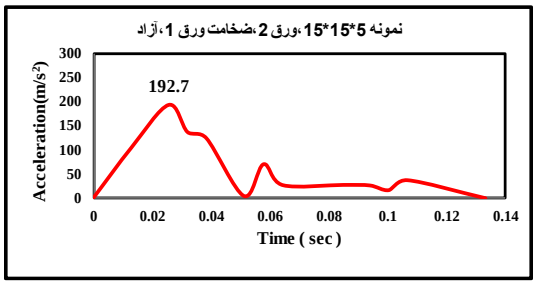


(الف)

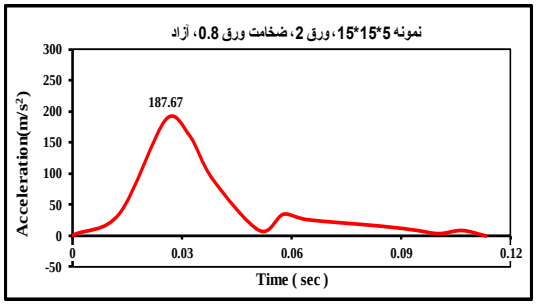


(ب)

شکل ۷ (الف) نمودار شتاب–زمان، بدون ورق، ۲طرف گیردار، تست تجربی، (ب) نمودار شتاب–زمان، بدون ورق، ٤طرف آزاد، تست تجربی



(الف)



(ب)

شکل ۸ (الف) نمودار شتاب–زمان، ۲ ورق ضخامت ۱میلی‌متر، تست تجربی، (ب) نمودار شتاب–زمان، ۲ ورق ضخامت ۰/۸میلی‌متر، تست تجربی

مقدار جابه‌جایی در روش تجربی برای نمونه‌های بدون ورق به‌دلیل تخریب کامل ۲نمونه همان ضخامت ۰/۱متر نمونه‌ها ست، اما برای محا سبهٔ مقدار جابه‌جایی در ۲نمونهٔ مسلح‌شده بعد از انجام آزمایش ضربه از کولیس ا ستفاده شده ا ست. شکل (۹) و شکل (۱۰) تغییر شکل و میزان جابه‌جایی نمونه‌ها را بعد از ضربه نشان می‌دهد.

مقدار نیرو برای هر ٤نمونه مطابق قانون دوم نیوتن از ضرب مقدار شتاب نمونه‌ها در جرم گوی ضربه‌زننده که در این تحقیق ۱۸۰کیلوگرم است، محاسبه شده ا ست. در شکل (۱۱) و شکل (۱۲) نمودارهای نیرو- جابه‌جایی نمونه‌ها قابل مشاهده است.

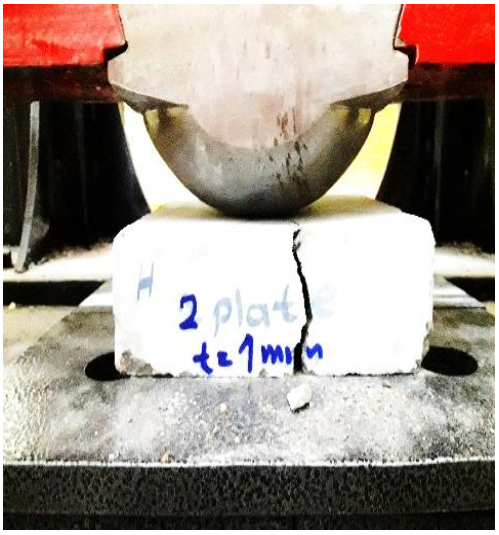


(الف)



(ب)

شکل ۹ (الف) نمونهٔ بدون ورق، ٤ طرف آزاد بعد از ضربه، (ب) نمونهٔ بدون ورق، ۲طرف گیردار بعد از ضربه

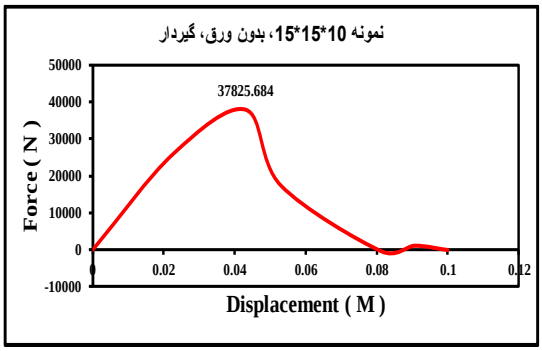


(الف)

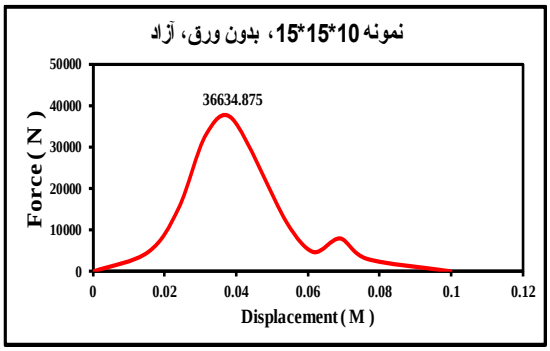


(ب)

شکل ۱۰ (الف) نمونهٔ ۲ورق، ضخامت ۱میلی‌متر بعد از ضربه، (ب) نمونهٔ ۲ورق، ضخامت ۰/۸میلی‌متر بعد از ضربه

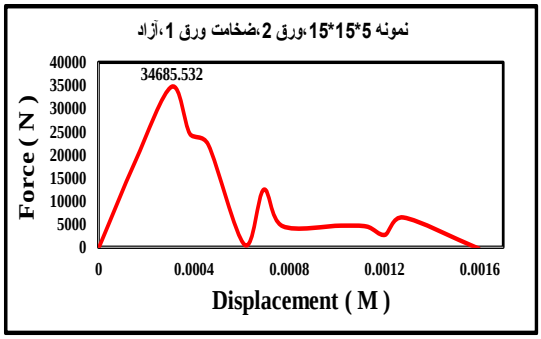


(الف)

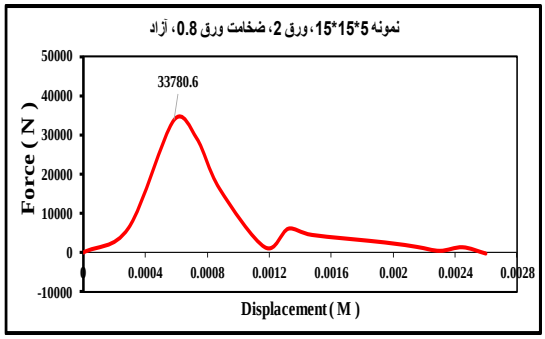


(ب)

شکل ۱۱ (الف) نمودار نیرو–جابه‌جایی نمونهٔ بدون ورق ۲طرف گیردار، (ب) نمودار نیرو–جابه‌جایی نمونهٔ بدون ورق ٤طرف آزاد



(الف)



(ب)

شکل ۱۲ (الف) نمودار نیرو–جابه‌جایی نمونهٔ ۲ورق ضخامت ۱میلی‌متر، (ب) نمودار نیرو–جابه‌جایی نمونهٔ ۲ورق ضخامت ۰/۸میلی‌متر

جدول ۲ نتایج تست تجربی

ابعاد نمونه (cm)	تعداد ورق	ضخامت ورق (mm)	شتاب (m/s^2)	جابه‌جایی (M)	نیرو (N)	تکیه‌گاه	ارتفاع سقوط (cm)
۱۵×۱۵×۱۰	–	–	۲۰۳/۵۲	۰/۱	۳٦٦۳٤/۸۷	آزاد	۲۵
۱۵×۱۵×۱۰	–	–	۲۱۰	۰/۱	۳۷۸۲۵/٦۸	گیردار	۲۵
۱۵×۱۵×۵	۲	۱	۱۹۲/۷	۰/۰۰۱٦	۳٤٦۸٦	آزاد	۲۵
۱۵×۱۵×۵	۲	۰/۸	۱۸۷/٦۷	۰/۰۰۲٦	۳۳۷۸۰/٦	آزاد	۲۵

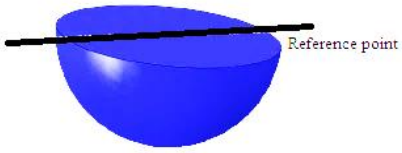
در جدول (۲) ماکزیمم شتاب نمونه‌ها برحسب متر بر مجذور ثانیه، جابه‌جایی برحسب متر و مقدار نیروی نمونه‌ها برحسب نیوتن نمایش داده شده است.

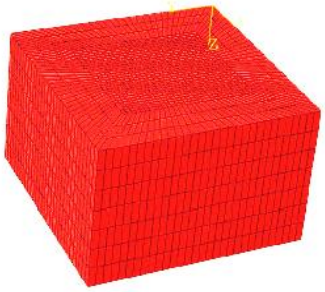
از نتایج تجربی در جدول شماره (۲) مشاهده می‌شود که نمونه‌های بدون ورق نسبت به نمونه‌های مسلح‌شده شتاب بیشتری دارند. همچنین نمونه‌های مسلح‌شده با ورق، نسبت به نمونه‌های بدون ورق جابه‌جایی کمتری دارند که این مو ضوع به‌و ضوح تأثیر وجود ورق در ساخت نمونه‌ها را نشان می‌دهد. از طرفی نمونهٔ مسلح‌شده با ورق ضخامت ۱میلی‌متر به‌واسطهٔ ضخامت بیشتر در مقایسه با نمونهٔ مسلح‌شده با ورق ضخامت ۰/۸میلی‌متر، جابه‌جایی کمتری دارد که این مو ضوع بیانگر آن ا ست که با افزایش ضخامت ورق، جابه‌جایی نمونه بعد از واردشدن ضربه کمتر

می‌شود.

مدل‌سازی عددی

برای بررسی عددی رفتار نمونه‌های بتنی تحت ضربه ناشی از سقوط آزاد و مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی، مدل‌سازی المان محدودی با استفاده از نرم‌افزار آباکوس برای هر ٤نمونه انجام شده است. برای مدل سازی بتن خصوصیات بتن خودتراکم و مدل سازی ورق مشبک خصوصیات فولاد st37 لحاظ شده است. با اعمال نقطهٔ مرجع Reference point در گوی ضربه‌زننده که به‌صورت خط مشکی در شکل (۱۳) قابل مشاهده است، نمودارهای شتاب-زمان و نیرو-جابه‌جایی نمونه‌ها استخراج شده است.

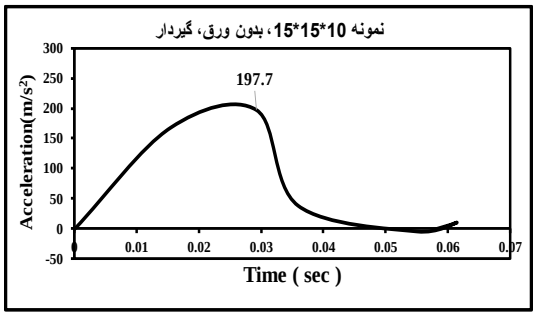




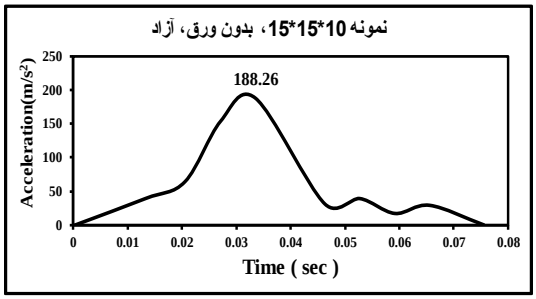
شکل ۱۳ مدل‌سازی گوی و نمونه

نتایج مدل‌سازی عددی

نتایج این تحلیل به‌صورت نمودارهای شتاب-زمان خروجی از نرم‌افزار آباکوس به‌دست آمده که در شکل (١٤) و شکل (١٥) نمودارهای شتاب زمان هر ٤نمونه در روش عددی نمایش داده شده است.

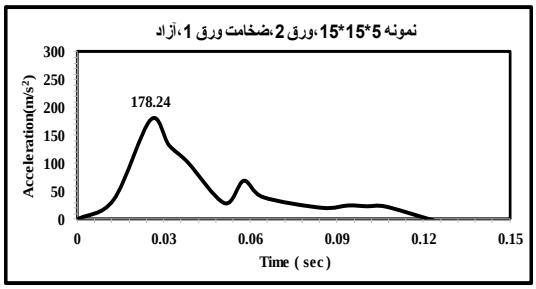


(الف)

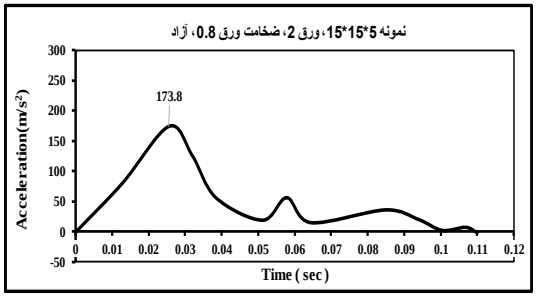


(ب)

شکل ١٤ (الف) نمودار شتاب-زمان، بدون ورق، ٢ طرف گیردار، تست عددی، (ب) نمودار شتاب-زمان، بدون ورق، ٤ طرف آزاد، تست عددی



(الف)

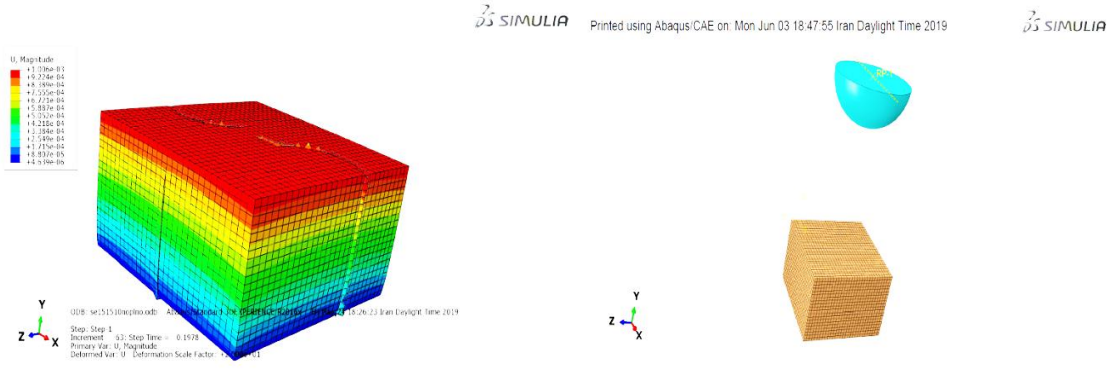


(ب)

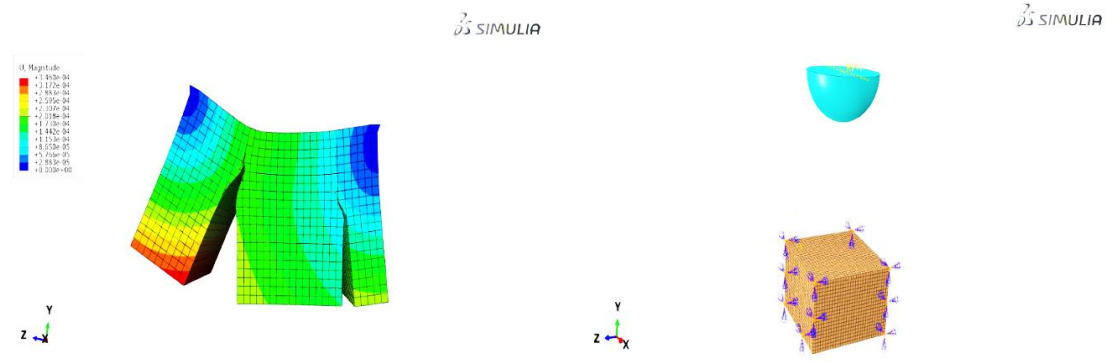
شکل ١٥ (الف) نمودار شتاب-زمان، ٢ورق ضخامت ١میلی‌متر، تست عددی، (ب) نمودار شتاب-زمان، ٢ورق ضخامت ٠/٨میلی‌متر، تست عددی

از نمودارهای شتاب–زمان در روش عددی مشاهده می‌شود که مانند روش تجربی شتاب نمونه‌های بدون ورق از نمونه‌های مسلح‌شده بیشتر است. همچنین شتاب در نمونهٔ بدون ورق در شرایط تکیه‌گاهی ۲سرگیردار بیشتر از شتاب نمونهٔ بدون ورق در حالت ٤طرف آزاد است. شتاب نمونهٔ مسلح‌شده با ورق ضخامت ۱میلی‌متر از نمونهٔ مسلح‌شده با ورق ۰/۸میلی‌متر بیشتر است و این موضوع بیانگر آن است که ضخامت بیشتر ورق باعث افزایش شتاب می‌شود. شکل (١٦) و شکل (١٧) مدل‌سازی هر ٤نمونه قبل و بعد از ضربه را نشان می‌دهد. از مشاهدهٔ نوع ترک‌های ایجادشده در ۲نمونه می‌توان استنباط کرد که تغییر شکل و میزان جابه‌جایی در نمونه‌های مسلح‌شده کمتر از نمونه‌های بدون ورق است.

نمودارهای نیرو–جابه‌جایی نمونه‌ها که خروجی نرم‌افزار آباکوس است، در شکل (۱۸) و شکل (۱۹) نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار نیروی نمونه‌های بدون ورق از مقدار نیروی نمونه‌های مسلح‌شده بیشتر است. مقادیر جابه‌جایی نمونه‌ها در روش عددی کمتر از مقادیر جابه‌جایی نمونه‌ها در روش تجربی است و این اختلاف ناچیز ناشی از آن است که در روش عددی ارتفاع سقوط دقیق ۲۵سانتی‌متر لحاظ می‌شود و ضربه گوی ضربه‌زننده درست به مرکز نمونه برخورد می‌کند و شاید در روش تجربی این ۲نکته به‌دلیل آزمایشگاهی‌بودن روش به‌صورت دقیق و میلی‌متری رعایت نشود. در جدول (۳) ماکزیمم شتاب نمونه‌ها برحسب متر بر مجذور ثانیه، جابه‌جایی برحسب متر و مقدار نیرو نمونه‌ها برحسب نیوتن در روش عددی نمایش داده شده است.

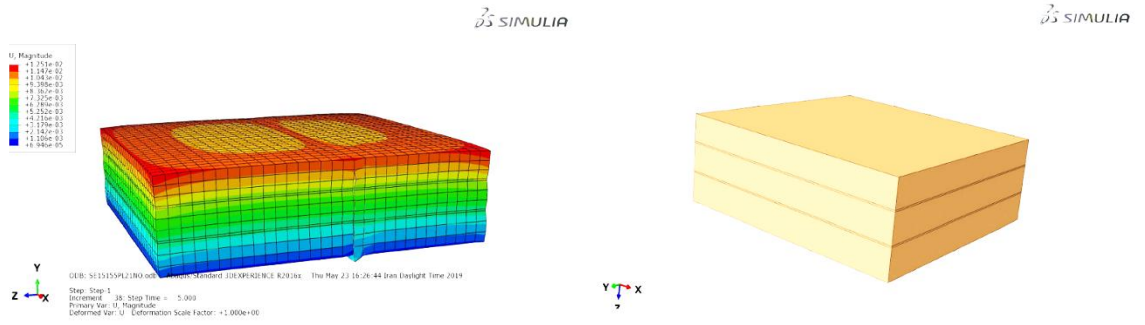


(الف)

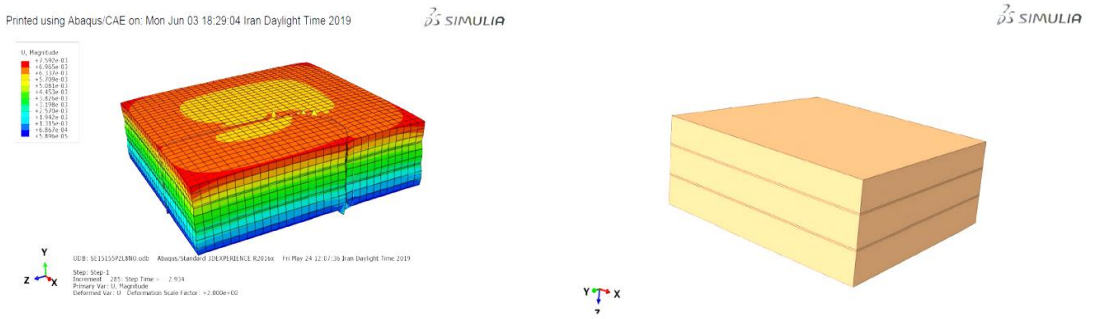


(ب)

شکل ١٦ (الف) مدل‌سازی نمونهٔ بدون ورق، ٤طرف آزاد، (ب) مدل‌سازی نمونهٔ بدون ورق، ۲طرف گیردار، قبل و بعد از ضربه

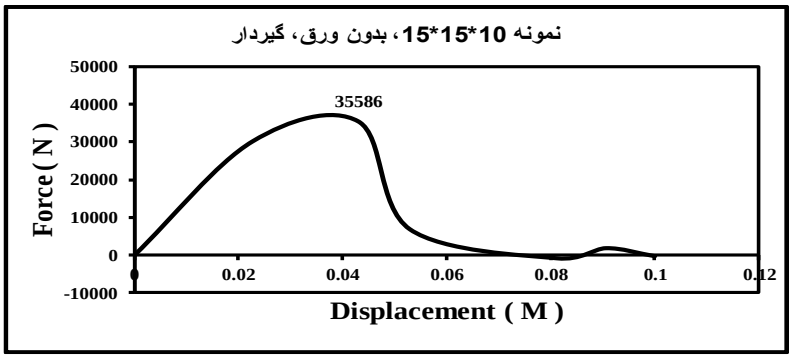


(الف)

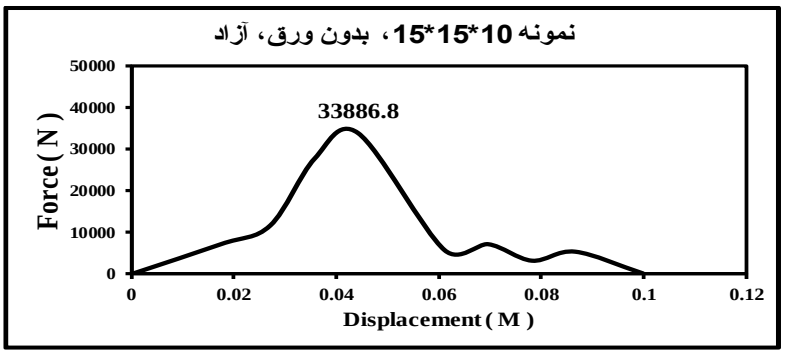


(ب)

شکل ۱۷ (الف) نمونهٔ ۲ورق، ضخامت ۱میلی‌متر ٤طرف آزاد، ۰ب) نمونهٔ ۲ورق، ضخامت ۰/۸میلی‌متر ٤طرف آزاد، قبل و بعد از ضربه،

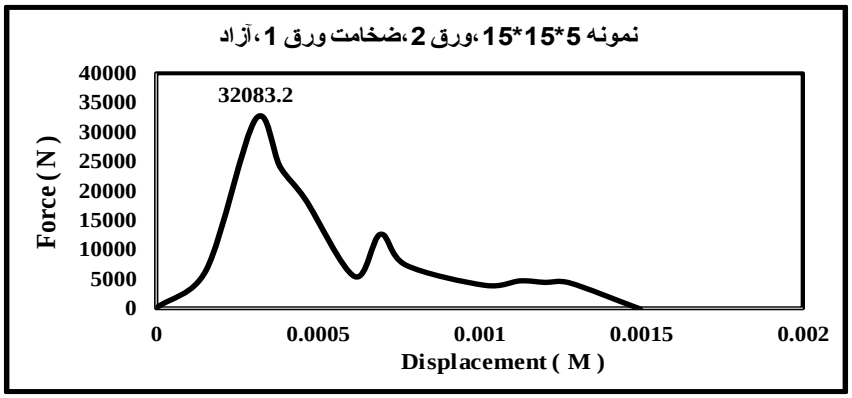


(الف)

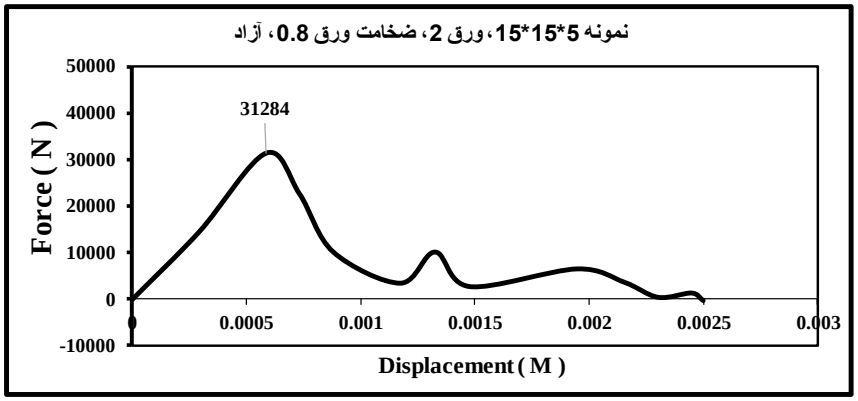


(ب)

شکل ۱۸ (الف) نمودار نیرو-جابه‌جایی، بدون ورق، ۲طرف گیردار، (ب) نمودار نیرو- جابه‌جایی، بدون ورق، ٤طرف آزاد، تست عددی



(الف)



(ب)

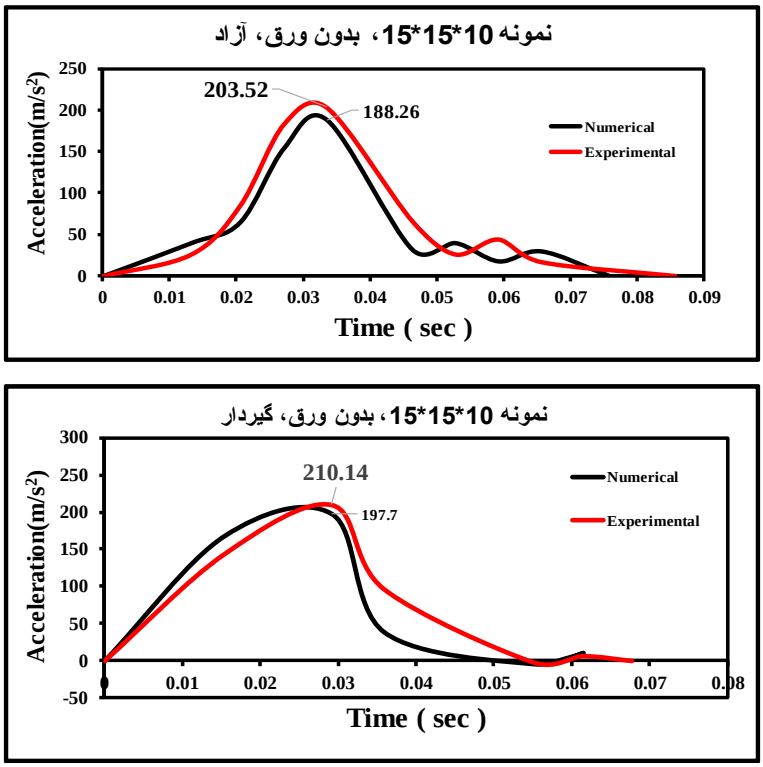
شکل ۱۹ (الف) نمودار نیرو–جابه‌جایی، ۲ورق ضخامت ۱میلی‌متر، (ب) نمودار نیرو–جابه‌جایی، ۲ورق ضخامت ۰/۸میلی‌متر، تست عددی

جدول ۳ نتایج تست عددی

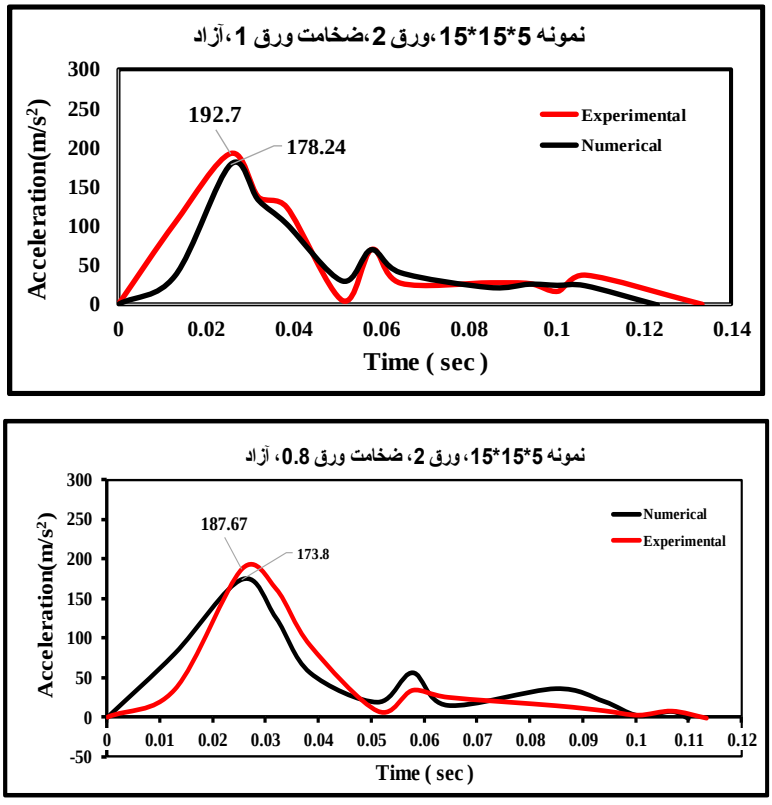
ابعاد نمونه (cm)	تعداد ورق	ضخامت ورق (mm)	شتاب (m/s^2)	جابه‌جایی (M)	نیرو (N)	تکیه‌گاه	ارتفاع سقوط (cm)
۱۵×۱۵×۱۰	–	–	۱۸۸/۲۶	۰/۱	۳۳۸۸۶/۸	آزاد	۲۵
۱۵×۱۵×۱۰	–	–	۱۹۷/۷	۰/۱	۳۵۵۸۶	گیردار	۲۵
۱۵×۱۵×۵	۲	۱	۱۷۸/۲٤	۰/۰۰۱۵	۳۲۰۸۳/۲	آزاد	۲۵
۱۵×۱۵×۵	۲	۰/۸	۱۷۳/۸	۰/۰۰۲۵	۳۱۲۸٤	آزاد	۲۵

بحث و نتایج

در مقایسهٔ نمودارهای شتاب–زمان و نیرو–جابه‌جایی نمونه‌ها مشاهده می‌شود که مقادیر تجربی از مقادیر عددی بیشتر و این اختلاف کمتر از ۷درصد است که این مقدار به‌دلایلی از قبیل اصطکاک بین یاتاقان‌های ضربه‌زننده، میله‌های نگهدارندهٔ وزنه و همچنین وجود میرایی است که در مدل عددی اعمال نشده است. البته باید در نظر داشت که شرایط تکیه‌گاهی و خطای احتمالی در ساخت نمونه‌ها عامل مهمی در مقدار نتایج است. در شکل (۲۰) مقایسهٔ نمودارهای شتاب–زمان و شکل (۲۱) نمودارهای نیرو–جابه‌جایی هر ٤نمونه در روش تجربی و عددی نشان داده شده است.

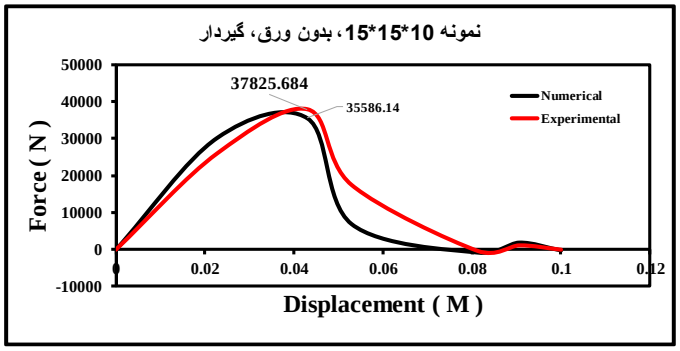


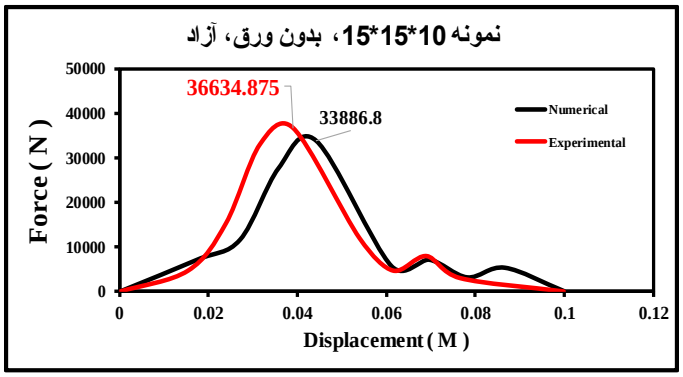
(الف)



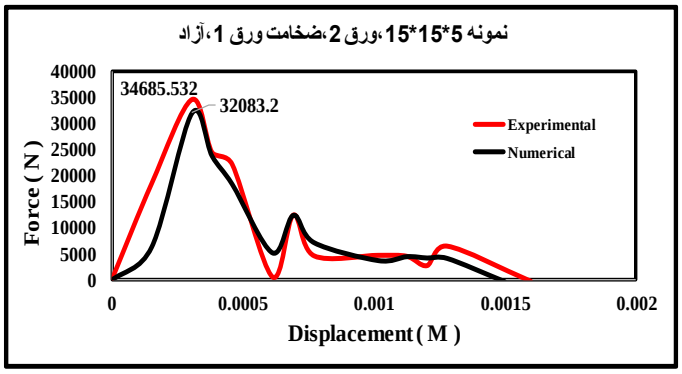
(ب)

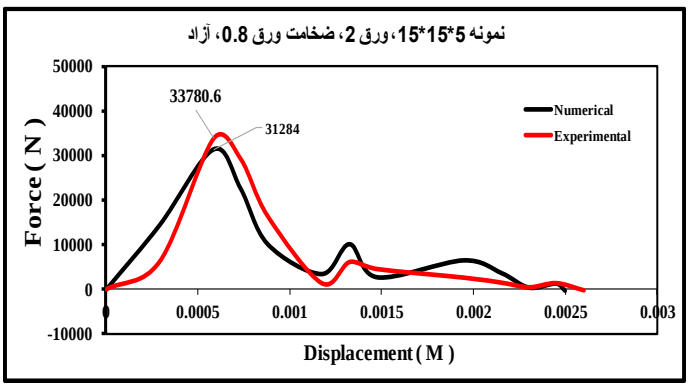
شکل ۲۰ (الف) مقایسهٔ نمودار شتاب-زمان نمونه‌های بدون ورق، (ب) مقایسهٔ نمودار شتاب-زمان نمونه‌های مسلح‌شده





(الف)

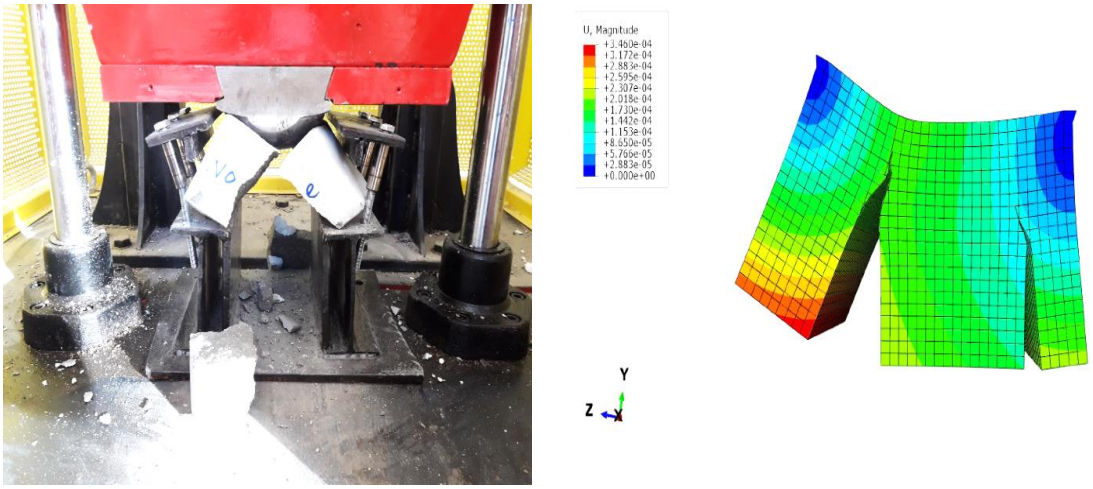




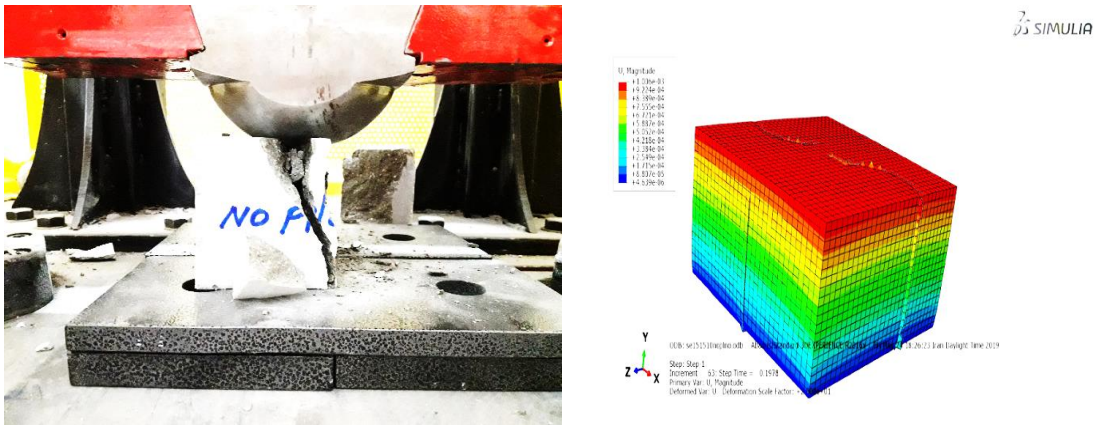
(ب)

شکل ۲۱ (الف) مقایسهٔ نمودار نیرو–جابه‌جایی نمونه‌های بدون ورق، (ب) مقایسهٔ نمودار نیرو–جابه‌جایی نمونه‌های مسلح‌شده

در بحث مقایسهٔ تغییر شکل نمونه‌ها در روش تجربی و عددی همان‌طور که در شکل (۲۲) و (۲۳) مشاهده می‌شود، میزان پیشروی ترک‌ها مشابه هم است. در روش تجربی نمونه‌های بدون ورق در هر ۲حالت ٤طرف آزاد و ۲ سرگیردار بر اثر ضربه دچار شکست می‌شوند که همین موضوع در مدل‌سازی عددی هم اتفاق می‌افتد. تغییر شکل نمونه‌های مسلح‌شده و نحوهٔ پیشروی ترک‌ها در روش تجربی هم مشابه روش عددی است، در بین ٤ نمونهٔ آزمایش‌شده، نمونهٔ بتنی مسلح‌شده با ورق ضخامت ۱ میلی‌متر، تغییر شکل و جابه‌جایی کمتری نسبت به ۳ نمونهٔ دیگر داشته است و این موضوع بیانگر اهمیت وجود ورق در ساخت نمونه‌ها را نشان می‌دهد. مشابه‌بودن نتایج روش تجربی با نتایج عددی نشان از دقت مناسب و نزدیک به‌هم این ۲ روش تحلیل دارد.

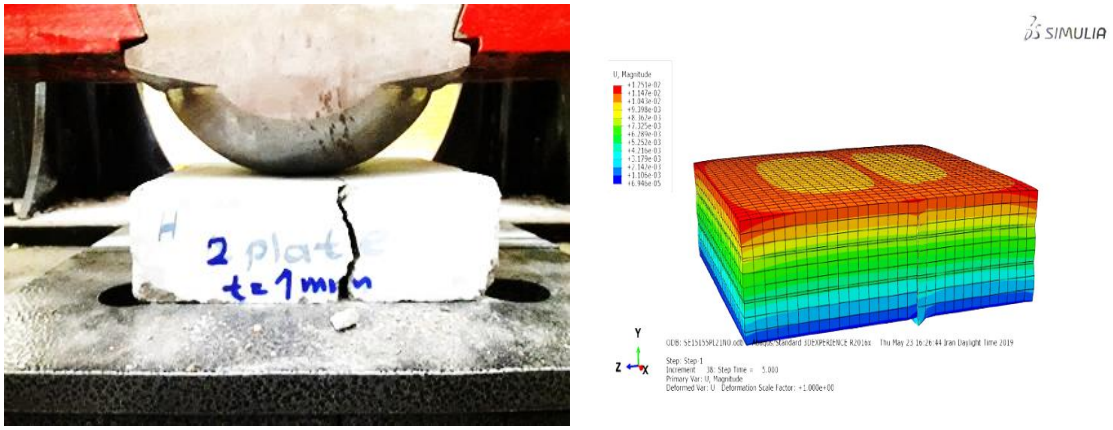


(الف)

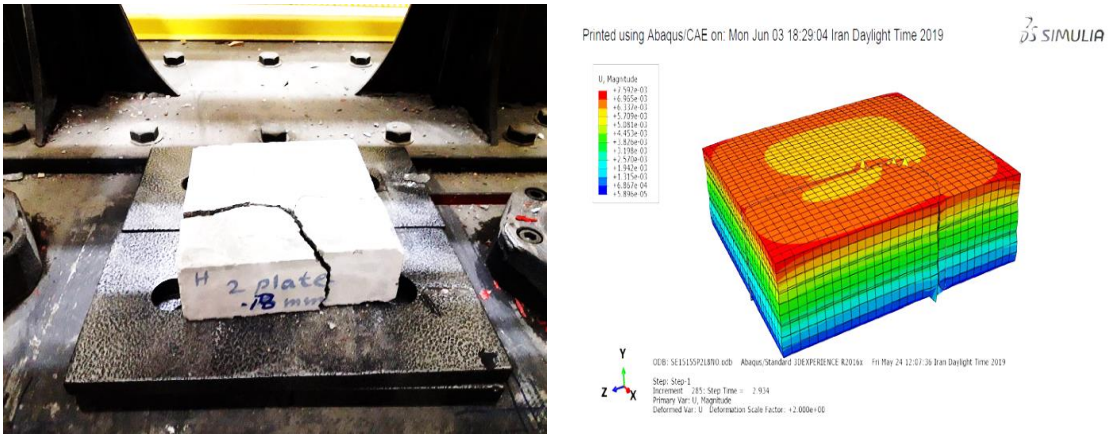


(ب)

شکل ۲۲ (الف) مقایسهٔ روش تجربی و عددی نمونهٔ بدون ورق، ۲سرگیردار، (ب) نمونه بدون ورق، ٤طرف آزاد



(الف)



(ب)

شکل ۲۳ (الف) مقایسهٔ روش تجربی و عددی نمونهٔ ۲ورق، ضخامت ۱میلی‌متر، (ب) نمونهٔ ۲ورق، ضخامت ۰/۸میلی‌متر

نتیجه‌گیری

در این تحقیق بررسی آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی رفتار ۲ نمونهٔ بتنی بدون ورق با ابعاد ۱۰×۱۵×۱۵سانتی‌متر و ۲ نمونهٔ بتنی مسلح‌شده با ابعاد ۵×۱۵×۱۵سانتی‌متر تحت ضربه با سرعت پایین ناشی از سقوط آزاد وزنه انجام شد. براساس نتایج این تحقیق در هر ۲روش تحلیل، شتاب نمونه‌های بدون ورق به‌واسطهٔ ضخامت بیشتر ابعاد نمونه در مقایسه با نمونه‌های مسلح‌شده با ابعاد کوچک‌تر بیشتر بود. هرچه شتاب نمونه‌ها بیشتر باشد، مقدار نیرو هم بیشتر است. تغییر شکل نمونه‌های مسلح‌شده نسبت به نمونه‌های بدون ورق کمتر بود که اهمیت وجود ورق در ساخت نمونه‌ها مشهود است، همچنین ضخامت ورق هم تأثیر بسزایی در تغییر شکل نمونه‌ها دارد، زیرا نمونهٔ ساخته‌شده با ورق ضخیم‌تر، نسبت به نمونهٔ ساخته‌شده با ورق نازک‌تر تغییر شکل و جابه‌جایی کمتری دارد. نمونهٔ ساخته‌شده با ورق ۱ میلی‌متر از شتاب نمونهٔ ساخته‌شده با ورق ۰/۸ میلی‌متر بیشتر است. همچنین مقایسهٔ نمودارهای تحلیل عددی و آزمایشگاهی هر ٤ نمونه، اختلافی کمتر از ۷ درصد را نشان می‌دهد که نشان از دقت مناسب و نزدیک به‌هم روش تجربی با عددی است.

مراجع

۱. طاحونی، شاپور، "طراحی ساختمان های بتن مسل"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ هفتم، (۱۳۸۳).

2. Hossain, M. M., Karim, M. R., Hasan, M., Hossain, M. K., Zain, M. F. M., "Durability of mortar and concrete made up of pozzolans as a partial replacement of cement: A review", *Construction and Building Materials*, Vol. 116. pp. 128–140, (2016).

۳. لطیفی، محمد، "بررسی تحلیل نفوذ پرتابه‌های صلب در یک هدف بتنی پوشش‌دار"، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد، دانشگاه امام حسین، (۱۳۸٦).

4. Beddar, M, "Development of steel fiber reinforced concrete from antiquity until the present day", Proceedings of the Conference Concrete: Constructions sustainable Option, Vol. 12, Dundee, UK, (2008)

5. Teng, T. L., Chub, Y. A., Chang, F. A., Shen, B. C., Cheng, D. S., "Development and Validation of Numerical Model of Steel Fiber Reinforced Concrete for High Velocity Impact", *Computational Materials Science*, Vol. 42, pp. 90-99, (2008).

6. Zhanga, M. H., Shimb, V. P. W., Lua, G., Chewa, C. W., "Resistance of high-strength concrete to projectile impact", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 31, pp. 825– 841, (2005).

7. Song, P. S., Wu, J. C., Hwang, S., Sheu, B. C.,"Assessment of Statistical Variations in Impact Resistance of High-Strength Steel Fiber Reinforced Concrete", *Cement and Concrete Research*, Vol. 35, pp. 393-39, (2005).

8. Kalantari, M., Rahim Nami, M., Hasan, K. M., "Optimization of composite sandwich panel against impact using genetic algorithm", *Journal of Optimization*, Vol 21, pp. 123-138, (2009).

۹. رخشانی مهر، مهراله، بخشی، حسین، "بررسی تأثیر مقدار الیاف و رده مقاومت بر مشخصات مکانیکی بتن با الیاف فولادی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه عمران، دانشگاه الزهرا، (۱۳۹٤).

۱۰. سزاری، مرتضی، دهقانی اشکذری، قاسم، "بررسی عملکرد ضربه‌ای بتن با مقاومت بالا و بتن فوق‌توانمند الیافی تحت برخورد پرتابه"، دانشگاه صنعتی ملک اشتر تهران، ۱۳۹۵، ص ۳٤۸-۳۳۷، (۱۳۹۵).

۱۱. واحدی، خداداد، "شبیه‌سازی رفتار دینامیکی بتن تحت بارگذاری ضربه‌ای"، بیستمین کنفرانس عمران سازه، دانشگاه تهران، اردیبهشت، (۱۳۸۷).

An Experimental and Numerical Investigation into Concrete Specimens with Expanded Metal Sheet under Impact Loading

Hossein Sepahvand[1] Mojtaba Hosseini[2]
Hossein Hatam[3]

1. Introduction

Nowadays, because of the rapid expansion of the construction industry in Iran and the extensive human and financial losses that can be heard from time to time from the corners of the country due to natural disasters such as earthquakes, boosting accuracy and safety in production and then execution of engineering structures is essential. Concrete is known as one of the most widely used building materials in the world. With the expansion of the use of concrete, properties such as durability, quality, density and optimization get special importance. Self-compacting concrete is very fluid and smooth and a homogeneous mixture that solves many problems of ordinary concrete such as separation, watering, water absorption, permeability, etc. and in addition without the need for any internal vibrator or body vibration, the mold compresses under its own weight.

2. Specimens

The reinforced specimens were made in such a way that two sheets at the top and bottom of the specimen were used during the construction. Also to investigate the effect of sheet thickness one sample was made with 0.8 mm thick sheet and the other sample was made with 1 mm thick sheet. For better bonding and adhesion of concrete and sheet, 4 g of Dezobuild D-10 lubricant is used per kg of cement. Samples were placed in water for 28 days after fabrication for fabrication. Figure 1 shows the construction and concreting steps.

3. Drop Hammer Test Machine 7500 J

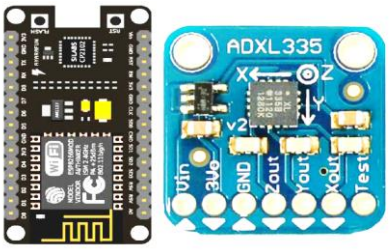
The device used for impact testing is DH-TM-7500J. The maximum adjustable height of this device is 3 meters and the impact mass can be adjusted from 180 to 250 kg. The height of the fall in this study was considered to be 25 cm. The impact mass of four concrete samples in this study was 180 kg. The impact tester consisted of several parts: the central control unit of the device, the system for measuring and recording information (accelerometer with accurate measurement of microseconds and used as WiFi), engine impact support bases, impact weights (180-250 kg) and impact head in different shapes (flat, conical, hemispherical). This device is made in Iran and belongs to Lorestan University. Figure 2 shows a view of this device and accelerometer sensor.



Figure 1. Stages of construction and concreting of samples



(a)



(b)

Figure 2. a) Impact testing device, b) Accelerometer sensor

[1] MSc, Civil Engineering, Lorestan University, Khorramabad, Iran.
[2] Associated Professor, Civil Engineering, Lorestan University, Khorramabad, Iran.
[3] Corresponding author: Associated Professor, Mechanical Engineering, Lorestan University, Khorramabad, Iran. **Email**: hatami.h@lu.ac.ir

4. Experimental Method

In the experimental method, sheetless samples have more acceleration than reinforced samples. Moreover, samples reinforced with sheets have less displacement than samples without sheets, which clearly shows the effect of the presence of sheets on the fabrication of samples. On the other hand, samples reinforced with sheets of 1 mm thick due to greater thickness compared to the sample reinforced with 0.8 mm thick sheet, have less displacement, which indicates that with increasing the thickness of the sheet, the displacement of the sample decreases after the impact.

5. Numerical Modeling

In order to numerically investigate the behavior of concrete samples under impact due to free fall and compare it with laboratory data, finite element modeling was performed using Abacus software for all four samples. For modeling concrete, the properties of self-compacting concrete and modeling of mesh sheet are considered as the characteristics of st37 steel. Acceleration-time and force-displacement diagrams of the samples are extracted by applying the reference point in the striking ball, which can be seen as a black line in Figure 3.

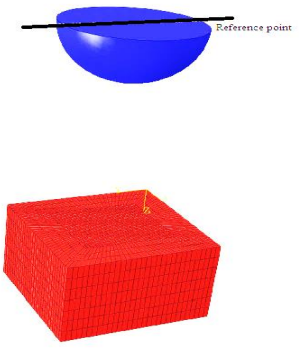


Figure 3. Sphere and sample modeling

In the numerical method, it is observed that, like the experimental method, the acceleration of sheetless samples is higher than that of reinforced samples. Moreover, the acceleration in the sheetless specimen under the conditions of double-trapped support is more than the acceleration of the sheetless specimen in the quadrilateral position. The acceleration of a sample reinforced with a 1 mm thick sheet is higher than that of a sample reinforced with a 0.8 mm thick sheet, which indicates that a thicker sheet increases the acceleration.

6. Results and Discussion

Comparing the acceleration-time and force-displacement diagrams of the specimens, it can be seen that the experimental values are higher than the numerical values and this difference is less than 7%, This value is due to reasons such as friction between the impactor bearings, the weight-bearing rods, as well as the presence of damping, which is not applied in the numerical model. However, it should be borne in mind that the support conditions and possible errors in the construction of samples are important factors affecting results.

7. Conclusion

In this research, laboratory study and numerical simulation of the behavior of two concrete samples without sheets with dimensions of 15×15×10 cm and two reinforced concrete samples with dimensions of 15×15×5cm under low-speed impact due to free fall of weight were performed. Based on the results of this study, in both methods of analysis, the acceleration of sheetless specimens was higher due to the greater thickness of the specimen compared to the reinforced specimens with smaller dimensions. The higher the acceleration of the samples, the greater the amount of force. The deformation of the reinforced specimens was less than that of the specimens without sheets, which shows the importance of sheets in the fabrication of specimens. Moreover, the thickness of the sheet has a significant effect on the deformation of the samples as the sample made with a thicker sheet has less deformation and displacement than the sample made with a thinner sheet. The acceleration of the sample made with 1 mm sheet is higher than the acceleration of the sample made with 0.8 mm sheet. Also, the comparison of the graphs obtained from numerical and laboratory analysis of all four samples also shows a difference of less than 7%, It shows the appropriate accuracy and close to the experimental method with the numerical method.

ارائه رابطه‌ای جهت به‌دست آوردن میزان نشت گاز طبیعی از یک خط لوله مدفون فشار بالا در یک محیط متخلل*

مقاله پژوهشی

رضا سبزیان(۱) علی عبدالهی(۲) سبحان امامی کوپائی(۳)

چکیده *نشت گاز از خطوط لوله انتقال علاوه بر هدر رفت حجم زیادی از گاز و گاهاً قطع جریان گاز می‌تواند خسارت‌های جانی و محیط‌زیستی قابل توجه‌ای را به همراه داشته باشد. از این‌رو مهار نکردن نشتی، باعث ضررهای هنگفت سالیانه به شرکت ملی گاز خواهد شد. موضوع این پژوهش، شبیه‌سازی عددی نشت گاز از خطوط لوله فشار بالا (تا ۱۰۵۰ psi یا ۷۲٤۰ kPa) مدفون در خاک و ارائه رابطه‌ای جهت محاسبه میزان نشت گاز از این خطوط لوله می‌باشد. نشتی از یک سوراخ در قسمت فوقانی سطح جانبی لوله در نظر گرفته شده است. سیال کاری تراکم‌پذیر و جریان به‌صورت آشفته و پایا می‌باشد. همچنین خاک اطراف لوله به‌صورت یک ناحیه متخلخل همگن مدل‌سازی شده است. اطلاعات مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسئله به کمک مشاور صنعتی تهیه شده است. در این مطالعه پارامترهای تاثیر گذار بر مقدار دبی حجمی گاز نشت شده مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاضر نشان می‌دهد که بر خلاف خطوط روزمینی، نشتی از مقطع آسیب دیده در خطوط مدفون، حتی در فشارهای بالا، در سرعت‌های پائین رخ داده و خفگی دینامیک گازی جریان مشاهده نمی‌شود. در نهایت روابط همبسته‌ی بسیار دقیقی برای تخمین میزان نشتی از خطوط تغذیه و انتقال ارائه شده است که کمینه ضریب همبستگی آن ۰٫۹۹٦۰ می باشد.*

واژه های کلیدی لوله‌ی مدفون، خطوط تغذیه و انتقال، نشت گاز طبیعی، محیط متخلخل، روابط همبسته.

مقدمه

از آن‌جا که اکثر میدان‌های گاز طبیعی در جهان دور از بازار مصرف هستند، هزینه‌های مربوط به تولید، فرآوری و انتقال گاز طبیعی زیاد است. در چنین وضعیتی انتقال گاز به‌وسیله راه‌کارهای جدید همراه با کاهش هزینه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. همین مسئله باعث ایجاد روش‌های مختلف برای انتقال گاز طبیعی شده است که از این میان بیش‌ترین سهم انتقال، برعهده خطوط لوله است [1]. یکی از مشکلات خطوط لوله گاز طبیعی نشت گاز است. نشت گاز پدیده‌ی خطرناکی است که همواره امکان بروز آن در مسیر خطوط لوله وجود دارد. نشت گاز عبارت است از خروج ناخواستهٔ گاز که بنا به علل گوناگون روی می‌دهد. در اثر نشت گاز احتمال انفجار یا آتش سوزی وجود دارد. از طرفی هدر رفتن بخشی از مواد ارزشمند که جزء محصولات و یا مواد اولیه برخی از واحدهای صنعتی هستند، از لحاظ اقتصادی نیز ناخوشایند است. از جمله مهم‌ترین عواملی که باعث آسیب دیدن خط لوله و ایجاد نشتی می‌شوند عبارت‌اند: از خوردگی و فرسودگی، شکست مکانیکی و آسیب شخص ثالث. علیرغم اعمال کلیه حفاظت‌ها و پیش‌بینی‌های فنی در طراحی و اجرا و بهره برداری شبکه‌ها و خطوط انتقال گاز هیچ‌گاه نمی‌توان

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۱۲/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۷/۳۱ می‌باشد **DOI:** 10.22067/fum-mech.v31i2.86056

(۱) دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

Email: abdollahi@pmc.iaun.ac.ir

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

احتمال بروز نشت را صفر فرض کرد. به‌طور کلی مطالعات مربوط به نشت گاز به دو دسته نشت‌یابی و محاسبه میزان گاز نشت شده تقسیم می‌شود که با توجه به هدف مطالعه حاضر مطالعاتی که درآن‌ها به بررسی میزان نشتی گاز پرداخته شده بررسی می‌شوند. مطالعات انجام گرفته در این حیطه به‌صورت تجربی، تحلیلی و شبیه‌سازی عددی می‌باشند.

منتیل و همکاران [2] به بررسی نرخ نشت گاز از خط لوله گاز پرداختند و یک مدل ریاضی جهت نشت جریان گاز برای خطوط لوله فشار پایین و متوسط (فشارهایی که رفتار گاز ایده‌آل در آن وجود دارد) ارائه کردند. آن‌ها برای مدل‌سازی از خط لوله‌ای با قطر mm ۱۶۳٫۶ با فشار اولیه‌ی bar ۵ و از گاز متان با گرمای ویژه ثابت به‌جای گاز طبیعی استفاده کردند. همچنین جریان در سوراخ لوله را به‌صورت تک‌آنتروپی (Isentropic) و جریان داخل لوله را به صورت بی‌دررو و یک‌بعدی در نظر گرفته‌اند. این پژوهش در حالت جریان پایا و ناپایا مورد بررسی قرارگرفته است. آن‌ها یک مدل جدید به‌عنوان ترکیبی از مدل‌های کلاسیک "سوراخ" و "لوله" برای محاسبه انتشار گاز در سیستم‌های توزیع در فشار متوسط و کم طراحی کردند. مدل پیشنهادی در قطرهای کوچک‌تر با مدل سوراخ (که در آن می‌توان لوله را شبیه یک مخزن در نظر گرفت که در حین خروج گاز، فشار داخل مخزن تغییر نمی‌کند) منطبق است و در قطرهای بزرگ‌تر مدل پیشنهادی منطبق بر مدل شکست کامل لوله است.

یوها و همکاران [3] به مدل‌سازی ریاضی انتشار گاز از طریق سوراخ در خطوط لوله پرداختند و نرخ انتشار گاز برای سوراخ‌هایی با اندازه‌های مختلف را بررسی کردند. آن‌ها، یک مدل جدید برای حفره‌ای که بین دو حالت مدل سوراخ (هنگامی‌که سوراخ کوچک‌تر از قطر لوله است) و مدل لوله (هنگامی‌که قطر سوراخ به قطر خط لوله می‌رسد) قرار دارد پیشنهاد کردند. در این پژوهش آن‌ها از فرضیه‌های پیشنهادی توسط منتیل با اعمال ضریب تراکم‌پذیری ۰٫۹ برای فشار بالا استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد انتشار گاز در یک سوراخ کوچک را می‌توان به‌عنوان یک فرآیند حالت پایا در نظر گرفت.

جو و آهن [4] یک مدل ساده صریح برای محاسبه گاز خارج‌شده از سوراخ در لوله‌ی گاز فشار بالا با استفاده از معادله حالت گاز ایده‌آل ارائه کرده‌اند. آن‌ها سوراخی را در یک لوله‌ی بسته که توسط یک نازل همگرا به یک مخزن وصل است در نظر گرفته و جریان داخل لوله را به‌صورت جریان بی‌دررو و جریان را در نازل و سوراخ به‌صورت جریان تک‌آنتروپی در نظر گرفته‌اند. همچنین به دلیل آن‌که طول نازل و قطر سوراخ در مقایسه با طول لوله بسیار کوچک هستند، اتلاف ناشی از اصطکاک در نازل و سوراخ را نادیده گرفتند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که مدل ساده صریح پیشنهادی، نرخ تخلیه گاز را کمی بیشتر از مدل تئوری نشان می‌دهد که این تفاوت بین ۰ تا ۲۰ درصد برای نسبت گرمای ویژه ۱٫۴۲ متغیر است. هنگامی که نقطه انتشار به مخزن نزدیک می‌شود خطا به صفر کاهش می‌یابد.

اُکه و همکاران [5] با استفاده از روش مشخصه‌ها، به شبیه‌سازی عددی جریان نشتی از خطوط لوله تحت‌فشار پرداخته و بر این اساس جریان خروجی از لوله را محاسبه کردند. برای شبیه‌سازی سوراخی را در خط لوله به طول km ۱۶ و قطر m ۰٫۴۲ در نظر گرفته و با فرض باز یا بسته بودن انتهای لوله مدل خود را بررسی کردند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مدل‌های متداولی که نشتی از لوله را به‌صورت تخلیه مخزن از یک سوراخ مدل می‌کنند، به دلیل ایجاد جریان‌های برگشتی در قسمت پایین‌دست سوراخ، به‌ویژه در مراحل اولیه کاهش فشار نامناسب هستند.

ژائو و همکاران [6] با ارائه یک مدل گذرا به بررسی میزان نفوذ گاز نشت کرده از خطوط لوله قرار گرفته بر روی سطح زمین پرداختند. اثر پارامترهایی

نظیر قطر سوراخ، زمان قطع جریان گاز و سرعت باد بر میزان غلظت گاز پخش شده مورد بررسی قرار گرفته و درجه حساسیت نواحی در معرض انفجار و مسمومیت به پارامترهای موثر مورد بحث قرار گرفت. نشـــان داده شـد که پایداری جو تأثیر خاصـی روی منطقه انفجار و مسمومیت دارد به‌طوری که پایداری بیشتر انتشار گاز را دشوارتر و منطقه تحت خطر را وسعت می‌بخشد.

ســـافیتری و همکاران [7] غلظت گاز و میزان گاز نشت شده از خط لوله غیرمدفون را براساس تصاویر به‌دست آمده از دوربین‌های مادون قرمز محاسبه کردند. در این روش نرخ نشتی گاز بر اساس اندازه توده یا ابر گاز نشـت شـده که به وسـیله تصـاویر ثبت شـده از دوربین‌های تصـــویر برداری مادون قرمز قابل پیش‌بینی است، به‌دست می‌آید. مقادیر محاسبه شده از این روش در دبی‌های نشـتی کم (کمتر از kg/s ۰٫۱) در شـرایط آب و هوائی واقعی دارای دقت مناســبی بوده اما در دبی‌های نشتی زیاد اعتبار نتایج جای تردید دارد.

نوری بروجردی [8] جریان گاز در خطوط لوله غیرمدفون پس از شکست لوله را مورد بررسی قرار داد. در کار ایشان جریان گذرای گاز به‌صورت یک بعدی، تراکم پذیر و آدیاباتیک در نظر گرفته شده و معادلات حاکم در راستای یک خط لوله طولانی با استفاده از روش تفاضل محدود مرتبه بالای ضمنی حل شدند. در این مطالعه فرض شده یک گسیختگی به‌طور تصادفی در فاصله دور از محل تغذیه خط لوله رخ می‌دهد که خط لوله را به دو بخش مجزا (فشار بالا و فشار پایین) تقسیم می‌کند. در بخش فشار بالا، تغذیه گاز ادامه می‌یابد و جریان با همان مقدار اولیه ثابت نگه‌داشته می‌شود. در بخش فشار پایین، جریان به سمت صفر کاهش می‌یابد؛ زیرا کل گاز در بخش فشار پایین تخلیه می‌شود. در زمان‌های اولیه پس از شکست، افت فشار قابل‌توجهی در نقطه شکست رخ می‌دهد و جریان به‌صورت خفه شده (Choked) (سرعت جریان خروج گاز به سرعت صوت رسیده) خواهد بود. بعد از مدتی فشار گاز در سوراخ به فشار محیط رسیده و دیگر افت فشاری روی نمی‌دهد. در این حالت جریان به‌صورت پایا در می‌آید و دبی جریان نشت یافته نیز به یک مقدار ثابت می‌رسد. نتایج نشان می‌دهد که تاثیر ضریب تراکم‌پذیری بر روی سرعت گاز بیشتر از فشار آن بوده در حالی که این ضریب تاثیری بر روی دما ندارد.

کوستووسکی و اسکورک [9] به بررسی یک بعدی جریان در لوله‌های آسیب‌دیده شبکه توزیع گاز طبیعی پرداخته‌اند و در مدل پیشـنهادی خود، لوله آسـیب‌دیده را به‌صورت شکست کامل در نظر گرفتند. آن‌ها جریان داخل لوله را در حالت‌های جریان دما ثابت و جریان بی‌دررو شبیه سازی کرده و هر یک از این دو حالت را برای گاز کامل و گاز واقعی بررســـی کردند. آن‌ها همچنین اثر ضریب تخلیه را بر روی دبی خروجی گاز مورد تحلیل قرار دادند. آن‌ها برای به‌دســـت آوردن خواص گاز واقعی از معادله حالت بندیکت – وب – روبین اســـتفاده کردند. نتایج حاصـــل از مقایســـه بین مدل‌های جریان گاز واقعی و ایده‌آل نشـــان می‌دهد که تفاوت بین این مدل‌ها در فشـــار متوســـط قابل‌اغماض است ولی باید برای خطوط لوله فشار بالا در نظر گرفته شود.

مولودی و ابوالفضلی‌اصفهانی [10] به بررسی عددی جریان گذرای، تراکم پذیر و شبه یک بعدی در لوله‌های گاز غیر مدفون شکسته شده پرداختند. در کار آن‌ها تأثیر پارامترهای فیزیکی بدون بعد بر روی نرخ نشت از خطوط لوله گاز مورد بررسی قرار گرفته و روابط همبسته (Correlation) بدون بعدی برای تخمین دبی گاز نشت یافته پیشنهاد شده است. آن‌ها این پژوهش را در طیف گسترده‌ای از فشارهای عملیاتی و برای مدل حفره و مدل شکست کامل انجام دادند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد که برای نرخ انتشار در مدل حفره تنها پارامتر مؤثر، نسبت قطر بی‌بعد شده (نسبت قطر سوراخ به قطر لوله) است، درحالی‌که مدل گسیختگی کامل لوله، تابعی از عبارت اصطکاک بی‌بعد شده (نسبت

حاصل ضرب ضریب اصطکاک در طول لوله به قطر لوله) و نسبت قطر بی‌بعد شده است.

اوکاموتو و گومی [11] به برر سی تجربی و عددی رفتار نفوذی گاز نشـــت یافته از خطوط لوله مدفون به درون خاک پرداختند. این مطالعات در مقیاس کامل و به صورت سه بعدی انجام گرفت. آن‌ها مشاهده کردند بعد از گذشـت ۲٤۰ سـاعت از شـروع نشـت گاز، در شـعاع ۰٫۵ متری از نقطه نشـتی غلظت گاز حدود ۸۰ درصد بوده و هر چه فاصله از نقطه نشتی بیشتر شود، غلظت گاز رفته رفته کاهش می یابد؛ به‌طوری که در شعاع ۱ متری غلظت گاز به حدود ۳۰ درصد می‌رسد. در مقایسه بین دو گاز متان و پروپان مشاهده شد که در ناحیه غلظت بالا، متان که دارای وزن مخصوص کمتری نسبت به هوا است عمدتاً از نقطه نشتی به سمت بالا نفوذ کرده در حالی که پروپان که دارای وزن مخصوص بیشتری نسبت به هوا است عمدتاً به سمت پائین نفوذ می‌کند. البته در ناحیه غلظت پائین وزن مخصوص تاثیر کمی دارد. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که مدل عددی ارائه شـده توسـط آن‌ها غلظت گاز درون خاک را با تطابق خوبی نسبت به نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کند.

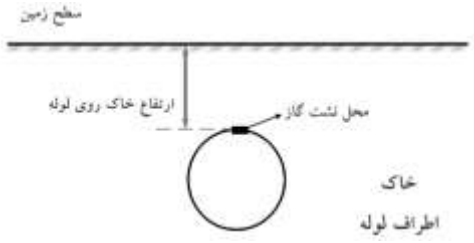
ابراهیمی مقدم و همکاران [12,13] به بررسی عددی نشت گاز طبیعی از یک سوراخ کوچک واقع بر سطح لوله‌های فشار پایین رو زمینی و مدفون پرداخته‌اند. جریان گاز درون لوله به‌صورت دو بعدی، تراکم‌پذیر، آشفته، پایا و با فرض گاز ایده‌آل تحلیل شده است. آن‌ها خاک را به‌صورت یک محیط متخلخل در نظر گرفتند. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که با بزرگتر شدن قطر سوراخ، فشار مقطع آسیب دیده کاهش یافته و به دنبال آن اختلاف فشار مقطع ابتدایی و مقطع آسیب دیده بیشتر می‌شود که نتیجه آن افزایش دبی نشتی است. در سوراخ‌هایی با قطر بزرگ‌تر، به علت افزایش جریان برگشتی از سمت پایین‌دست به سمت سوراخ، در نظر گرفتن طول لوله بعد از سوراخ تاثیر قابل توجهی در نتایج خواهد داشت. همچنین برای لوله های مدفون پس از ورود جریان گاز طبیعی به داخل خاک و برخورد آن با ذرات خاک و همچنین هوای موجود بین این ذرات، یک جفت گردابه در طرفین جت گاز ورودی به داخل خاک ایجاد می‌شود. بر اساس نتایج عددی، روابط همبسته‌ای برای پیش‌بینی دبی حجمی گاز نشت یافته ارائه شد. ابراهیمی مقدم و همکاران [14] در ادامه مطالعات خود به بررسی سه بعدی نشت گاز طبیعی از یک سوراخ کوچک واقع بر سطح لوله‌های فشار پایین رو زمینی و مدفون پرداخته‌اند. دامنه فشار مورد بررسی bar ۵–۳ می‌باشد. نتایج آن‌ها نشان داد که برای لوله‌های رو زمینی تفاوت نتایج دوبعدی و سه بعدی تنها ۷٪ است؛ اما برای لوله‌های مدفون تفاوت فاحشی وجود دارد؛ به‌طوری که استفاده از شبیه‌سازی‌های دوبعدی برای مدل‌سازی نشتی لوله‌های مدفون اصلاً گزینه مناسبی نبوده و نتایج اشتباهی را به همراه دارد. روابط همبسته‌ی ارائه شده برای پیش‌بینی دبی حجمی گاز نشت یافته در این کار دارای ۷٪ خطا نسبت به مقادیر عددی می‌باشند. در اغلب مطالعات انجام گرفته بر روی نشتی گاز از خطوط مدفون محیط خاک به‌صورت یک ناحیه متخلخل در نظر گرفته شده است. اگر چه در زمینه تاثیر محیط متخلخل بر روی نرخ انتقال حرارت مطالعات مفصلی در ادبیات علمی یافت می‌شود (برای نمونه [15-24])، مطالعات بسیار کمی به بررسی تاثیر محیط متخلخل و پارامترهای مربوطه بر روی نرخ انتقال جرم پرداخته‌اند.

خطوط لوله و مخازن مواد شیمیایی که در بسیاری از موارد در آن‌ها مواد آلاینده‌ی محیط زیست، مواد آتش‌زا و حتی مواد سمی وجود دارد از اهمیت به سزایی در صنعت برخوردارند. بدیهی است که وجود نشتی از این خطوط، به ویژه در مناطقی که از لحاظ زیست محیطی دارای حساسیت هستند می‌تواند خطرات زیادی برای موجوداتی که روی زمین زندگی می‌کنند فراهم آورد. از طرفی هدر رفتن بخشی از مواد ارزشمند که جزء محصولات و یا مواد اولیه‌ی ما هستند، از لحاظ

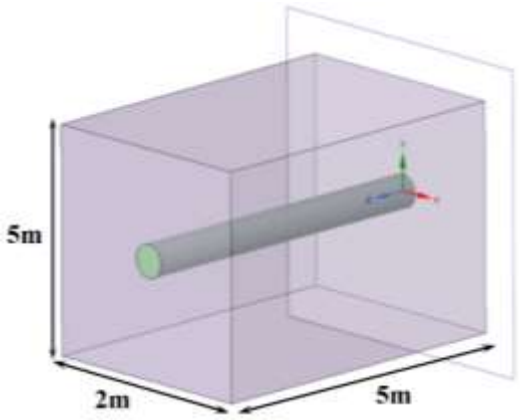
اقتصادی نیز ناخوشایند است. بنابراین و با توجه به تاریخچه، محاسبه میزان گاز نشت شده از خطوط لوله گاز طبیعی موضوع بسیار مهم و کاربردی است. اکثر تحقیقات گذشته در این حیطه در زمینه خطوط لوله روزمینی بوده است. در زمینه خطوط مدفون مطالعات بسیار کمی در دسترس می‌باشد که در مواردی حتی به صورت دوبعدی و با دقت پائین انجام شده‌اند. همچنین برای خطوط لوله انتقال و توزیع مدفون در خاک که فشار گاز در آن‌ها در محدوده ۱۵۰-۱۰۵۰ psi (۱۰٫۳-۷۲٫٤ bar) قرار دارد تا به حال مطالعه‌ای برای محاسبه میزان نشت گاز انجام نشده است. با توجه به اهمیت این موضوع برای شرکت‌های توزیع گاز، در این مطالعه به محاسبه میزان نشت گاز از خطوط لوله انتقال و تغذیه پرداخته شده و روابطی با دقت بسیار بالا برای محاسبه نشت گاز از این خطوط بر حسب قطر لوله، قطر سوراخ و فشار خطوط ارائه می‌شود.

مدل‌سازی مسئله

هنگامی‌که خط لوله دچار آسیب می‌شود حالت‌های مختلف مانند ایجاد حفره یا سوراخ و شکست کامل می‌تواند ایجاد شود. در حالت اول سوراخی بر سطح لوله ایجاد می‌شود که قطر آن از قطر لوله کوچک‌تر است و جریان از این سوراخ به محیط بیرون نشت می‌کند. این حالت را مدل سوراخ می‌نامند. در حالت دوم قطر سوراخ بزرگ‌تر یا مساوی قطر لوله است و برای مدل شکست کامل لوله به کار می‌رود [2]. در این مقاله مدل مورد استفاده حالت سوراخ می‌باشد. به‌دلیل طولانی بودن خط لوله گاز مدل سازی کل طول خط لوله تغذیه و انتقال گاز امکان پذیر نمی‌باشد. لذا لوله‌ای به طول m ۵ به عنوان محیط حل در این پژوهش انتخاب شده است. در فاصله‌ی ۳ متری از ابتدای لوله یک سوراخ دایره‌ای درقسمت بالای لوله برای شبیه سازی نشت گاز در نظر گرفته شده است. برای مدل کردن خاک اطراف لوله مکعبی به ابعاد m ۲×۵×۵ در نظر گرفته شده است [14]. ارتفاع خاک بالای لوله برابر m ۱٫۵ در نظر گرفته شده و خاک به‌صورت یک ناحیه متخلخل در اطراف لوله تعریف شده است. در این پژوهش برای مدل‌سازی خطوط لوله تغذیه از سه لوله پرکاربرد با قطرهای ٤، ٦ و ۸ اینچ (۱۰٫۱٦، ۱۵٫۲٤ و ۲۰٫۳۲ سانتی‌متر) و برای خطوط لوله انتقال از دو لوله با قطرهای ۸ و ۱۰ اینچ (۲۰٫۳۲ و ۲۵٫٤ سانتی‌متر) استفاده شده است. در شکل (۱) محیط حل نشان داده شده است. به دلیل متقارن بودن مسئله و برای کاهش هزینه محاسباتی نیمی از محیط حل مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۱ شمائی از خط لوله مدفون در خاک



شکل ۲ نمای کلی دامنه حل محاسباتی

معادلات حاکم بر جریان درون لوله

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد از آنجایی‌که در خط لوله‌ای که دچار نشتی شده فشار بالا است، سیال در کل ناحیه محاسباتی به‌صورت تراکم‌پذیر در نظر گرفته می‌شود؛ همچنین جریان در لوله به‌صورت پایا و آشفته است. بر این اساس معادلات حاکم بر مساله شامل

معادله‌ی بقای جرم (پیوستگی)، بقای اندازه حرکت (مومنتوم)، بقای انرژی و بقای گونه‌های شیمیائی می‌باشد. این معادله‌ها برای سیال تراکم‌پذیر و در حالت پایا به ترتیب به‌صورت رابطه‌های متوسط‌گیری شده زیر بیان می‌شوند [25,26].

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i) = 0, \quad (۱)$$

در معادله فوق ρ، چگالی و u_i بردار سرعت می‌باشد. معادله انتقال مومنتوم متوسط‌گیری شده به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\bar{\tau}}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i}(-\bar{\rho}\widetilde{u_i''u_j''}) + \bar{P}g_I, \quad (۲)$$

در این معادله p، نشان دهنده فشار استاتیکی، $\bar{\bar{\tau}}_{ij}$ تانسور تنش، ρg_i نیروی جاذبه و عبارت $\widetilde{u_i''u_j''}$ به عنوان مولفه‌های تنش رینولدز شناخته می‌شود که با استفاده از مدل آشفتگی تخمین زده می شود. با اعمال قانون پایستگی انرژی، معادله انرژی متوسط‌گیری شده به‌صورت معادله (۳) به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\tilde{u}_i(\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p})\right] = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[k_{eff}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} + \tilde{u}_i(\bar{\bar{\tau}}_{ij})_{eff}\right], \quad (۳)$$

در معادله (۳)، E انرژی کل و k_{eff} ضریب هدایت حرارتی موثر می‌باشد که از رابطه (٤) محاسبه می‌شود.T دما و $(\bar{\bar{\tau}}_{ij})_{eff}$ تانسور تنش موثر است که از رابطه (۵) به‌دست می‌آید. دو جمله سمت راست معادله (۳) به‌ترتیب بیانگر انتقال انرژی به دلیل انتقال حرارت هدایتی و گرمایش لزجتی سیال می‌باشد.

$$k_{eff} = k + k_t, \quad (٤)$$

$$(\bar{\bar{\tau}}_{ij})_{eff} = \mu_{eff}\left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_l}\right], \quad (۵)$$

در رابطه (٤) k ضریب هدایت حرارتی مولکولی و k_t ضریب هدایت حرارتی آشفته می‌باشد که براساس مدل آشفتگی استفاده شده تعیین می‌شود. همچنین معادله انتقال گونه‌های شیمیایی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\,\tilde{u}_i\widetilde{Y_k}) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\bar{\rho}D_{k.m}\frac{\partial \widetilde{Y_k}}{\partial x_i} + \widetilde{u_i''Y_k''}\right), \quad (٦)$$

در این معادله، Y_k کسر جرمی گونه k ام و $D_{k.m}$ ضریب نفوذ گونه k در مخلوط می‌باشد.

معادله حالت گاز واقعی

مطالعات مختلفی (برای نمونه [9,27]) نشان داده‌اند که برای خطوط انتقال گاز بین شهری که دارای فشار بالایی هستند (بازه فشار مورد استفاده در کار حاضر) باید از خواص گاز واقعی برای شبیه‌سازی جریان در لوله آسیب دیده استفاده کرد. معادله (۷)، معادله حالت گاز می‌باشد که در آن P، Z، ρ، R، T به ترتیب بیانگر فشار، ضریب تراکم پذیری، چگالی، ثابت گاز و دما می‌باشند:

$$P = Z\rho RT. \quad (۷)$$

زمانی که گاز کامل فرض شود، ضریب تراکم پذیری برابر عدد ثابت یک است ولی برای حالت گاز واقعی، انجمن گاز آمریکا یک روش دقیق به نام آجیآ (AGA) برای محاسبه ضریب تراکم پذیری گاز طبیعی مورد استفاده در خطوط انتقال و توزیع گاز ارائه کرده است. برای محاسبه ضریب تراکم‌پذیری گاز طبیعی با استفاده از استاندارد آجیآ از روش مشخصه جزئی (D.C.M) استفاده شده است. این روش در حال حاضر روش پذیرفته شده جهانی برای تعیین دقیق حجم استاندارد گاز عبوری در مبادی خرید و فروش محسوب می‌شود. درصد خطای این روش برای محدوده قابل قبول اجزاء مولی گاز، در محدوده دمایی بین ۲۶۳ تا ۳۵۰

کلوین و محدوده فشار بین ۰ تا ۱۲ MPa ، ۰٫۱ ± می‌باشد [28]. با توجه به آن‌که این روش در محدوده وسیعی از دما، چگالی و فشار گاز طبیعی، قابل به‌کارگیری است در این مطالعه از این روش استفاده خواهد شد. ضریب تراکم‌پذیری در معادله آجیآ به‌صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود [29]:

$$z = 1 + B\rho_m - \rho_r \sum_{n=13}^{18} c_n^* + \sum_{n=13}^{58} c_n^* \left(b_n - c_n k_n \rho_r^{k_n}\right) \rho_r^{b_n} \exp\left(-c_n \rho_r^{b_n}\right), \quad (۸)$$

در این رابطه B ضـــریب دوم ویریال، ρ_m چگالی مولار، ρ_r چگالی کاهیده، k_n، c_n و b_n ضـــرایب ثابت پارامتری و c_n^* یک ضریب تابع ترکیبات تشکیل دهنده گاز طبیعی و دمای گاز می‌باشد.

تخمین افت فشار درون لوله

فشار گاز در لوله به تدریج در جهت جریان کاهش می‌یابد. این مقدار کاهش یا افت فشار به گذر حجمی جریان، طول لوله، قطر داخلی، زبری سطح داخلی لوله و همچنین خواص فیزیکی گاز، فشار و دمای متوسط گاز بستگی دارد. برای محاسبه افت فشار در طول خط لوله معادله ویموث (Weymouth) (۹) استفاده می‌شود که معادله آن به‌صورت زیر است [30]:

$$Q = 3.7435 \times 10^{-3}\, E\left(\frac{T_b}{P_b}\right)\sqrt{\left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{G T_f L_e Z}\right)} D^{2.667}, \quad (۹)$$

در رابطه فوق، T_b، P_b، T_f، L_e، Z، D، E، P_1، P_2،Q به ترتیب بیانگر دمای پایه یا دمای محیط بر حسب کلوین، فشار پایه یا فشار محیط بر حسب کیلو پاسکال، چگالی گاز (بدون واحد) دمای متوسط جریان گاز، طول هم‌ارز خط لوله (km)، ضریب تراکم‌پذیری گاز، قطر داخلی لوله، بازدهی خط لوله (یک مقدار اعشاری کمتر یا مساوی ۱)، فشار اولیه یا فشار ورودی (kPa)، فشار ثانویه یا فشار خروجی (kPa)، نرخ جریان حجمی گاز در شرایط استاندارد (۱۰۱٫۳۵۲ kPa و ۲۸۸ K) برحسب m^3/day می‌باشد [30].

معادلات حاکم درون خاک

همان‌طور که اشاره شد، برای شبیه‌سازی خاک، یک ناحیه متخلخل در اطراف لوله تعریف شده است. در یک محیط متخلخل طبیعی توزیع منفذها از نظر شکل و اندازه به صورت بی‌قاعده و نامنظم می‌باشند و هیچ قانون خاصی بر نحوه پراکندگی آن‌ها حاکم نیست [31]. تخلخل یک محیط متخلخل به صورت کسری از حجم کل محیط که توسط سیال اشغال می‌شود، تعریف شده و با نماد (Υ) نمایش داده می‌شود که عددی بین ۰ تا ۱ است [32]. معادله‌های جریان در ناحیه متخلخل به‌صورت مستقل از ناحیه درون لوله تعریف می‌شوند. معادله‌های حاکم بر ناحیه متخلخل شامل معادله‌های پیوستگی، مومنتوم و انرژی است که در ادامه معرفی می‌شوند [33,34]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Upsilon \rho u_i u_j\right) = 0, \quad (۱۰)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Upsilon \rho u_i u_j\right) = -\Upsilon \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial\left(\gamma \bar{\bar{\tau}}_{ij}\right)}{\partial x_j} + \Upsilon \rho g_i - \Upsilon \rho g_i - \left(\frac{\mu}{\alpha} + \frac{C_2 \rho}{2}|u_i|\right) u_i, \quad (۱۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left[u_i(\rho_f E_f + \rho)\right] = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[k_{eff}\frac{\partial T}{\partial x_i} + u_i\left(\bar{\bar{\tau}}_{ij}\right)_{eff}\right] + s_f^h, \quad (۱۲)$$

در روابط فوق Υ میزان تخلخل و برابر ۳۵ درصد، α ضریب نفوذپذیری و C_2 ضریب مقاومت اینرسی می‌باشند که برای مدل کردن مقاومت محیط متخلخل در برابر حرکت سیال در نظر گرفته می‌شوند. در این

پژوهش از فرمول‌های تجربی ارائه شده توسط ارگان [35] برای محاسبه این ضرایب استفاده شده است که به‌صورت روابط (۱۳) و (۱٤) می‌باشند.

$$\alpha = \frac{d_p^2}{150} \times \frac{\gamma^3}{(1-\gamma)^2}, \quad (۱۳)$$

$$C_2 = \frac{3/5}{d_p} \times \frac{(1-\gamma)}{\gamma^3}, \quad (۱٤)$$

در این روابط d_p قطر ذرات متخلخل است. خواص خاک مورد استفاده برای شبیه‌سازی در این پژوهش در جدول (۱) ارائه شده است [36].

جدول ۱ خواص خاک مورد استفاده در این پژوهش [36]

خواص خاک	میزان تنظیم شده
نفوذ پذیری (m^2/s)	۱٫٦×۱۰$^{-٦}$
رسانائی گرمائی (W/mK)	۲٫۹
ظرفیت گرمایی (J/kgK)	۷۳۲٫٦۹
چگالی (kg/m^3)	۲٦٥۰

روش حل عددی و شرایط مرزی

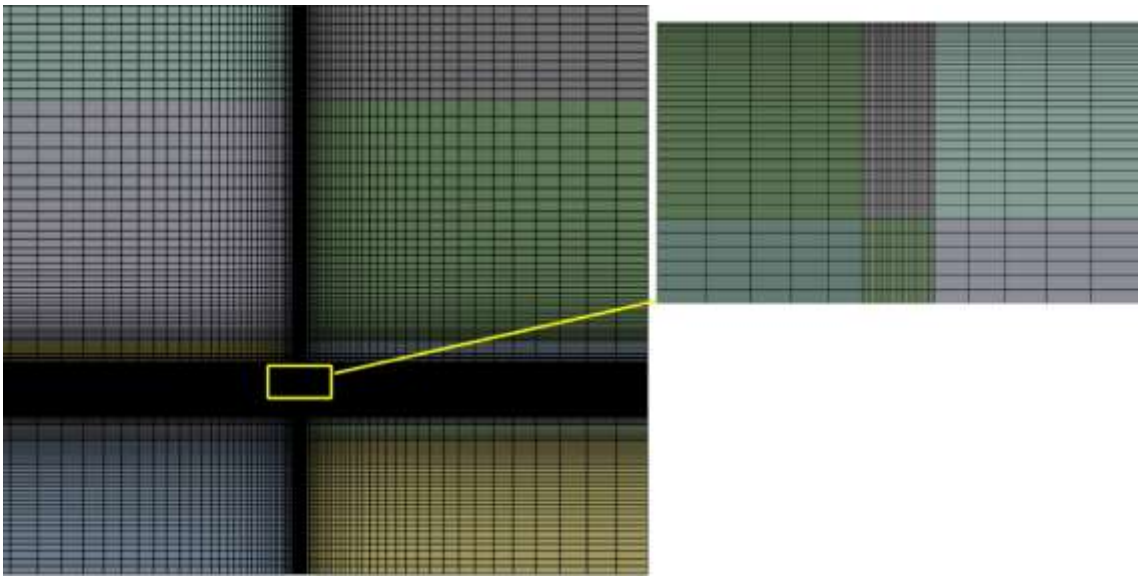
در کار حاضر از مدل اغتشاشی کی-ابسیلون تحقق‌پذیر (k-ε Realizable) استفاده شده است. برای شبیه سازی رفتار نزدیک دیواره از تابع دیواره ا ستاندارد بهره گرفته شده است. حل‌گر مسئله از نوع مبتنی بر فشار انتخاب شده و الگوریتم کوپلینگ فشار- سرعت نیز از نوع سیمپل (SIMPLE) می‌باشد. کلیه جمله‌های جابه‌جایی در معادلات حاکم بر مسئله به کمک روش بالادستی مرتبه دوم گسسته‌سازی شده‌اند.

در این پژوهش در مقطع ورودی لوله شرط مرزی از نوع فشار ورودی و در مقطع خروجی در انتهای لوله شرط مرزی از نوع فشار خروجی انتخاب شده است. در ورودی گاز طبیعی با ترکیبات واقعی آن و بر اساس آنالیز گاز استان چهار محال و بختیاری به‌صورت ترکیبی از ۸۸٫۸٦ ٪ متان، ٤٫۹ ٪ اتان، ۱٫۷٤ ٪ پروپان، ۰٫٦۹ ٪ ایزوبوتان، ۰٫٦۹ ٪ بوتان نرمال، ۰٫٦۹ ٪ ایزو پنتان، ۰٫۳۱ ٪ پنتان نرمال، ۰٫۳۱ ٪ هگزان، ۳٫٦۹ ٪ نیتروژن و ۱٫۲۹ دی اکسید کربن در نظر گرفته شده است. همچنین برای دیواره لوله نیز از شرط مرزی عدم لغزش و شرط بی‌دررو استفاده شده است. سطح خاک که در تماس با محیط اطراف می باشد دارای شرط مرزی فشار خروجی است.

بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی

در این پژوهش شبکه‌بندی مدل مورد بررسی با استفاده از شبکه‌های سازمان یافته انجام شده است. از آنجایی‌که دیواره‌ها به عنوان منبع اصلی تشکیل آشفتگی می‌باشند و در نزدیکی دیواره‌ها کمیت‌هایی چون سرعت دارای گرادیان شدیدی هستند، مدل کردن صحیح جریان در نزدیکی دیواره اثر بسیار مهمی بر حل دقیق دارد. لذا در نزدیکی دیواره‌ها و همچنین سوراخ، شبکه‌بندی بسیار ریزتر از نواحی دیگر انتخاب شده است. شکل (۳) نشان دهنده‌ی هندسه شبکه‌بندی شده می‌باشد.

برای بررسی عدم وابستگی نتایج به تعداد سلول‌های به کار رفته در دامنه محاسباتی و اعتبارسنجی شبکه، یک مدل با مشخصات ثابت (قطر لوله، قطر سوراخ و فشار ورودی به لوله) و تعداد سلول‌های متفاوت در چهار حالت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل در جدول (۲) آورده شده است. این جدول برای لوله‌ای با فشار ۲٥۰ psi (۱۷٫۲ bar) و قطر ٤ in (۱۰٫۱٦ cm) که سوراخی به قطر ۳۰ mm بر روی آن ایجاد شده می‌باشد. مقادیر درصد اختلاف در جدول (۲) بر اساس اختلاف میزان نشتی گاز بین دو ردیف متوالی جدول محاسبه شده است.



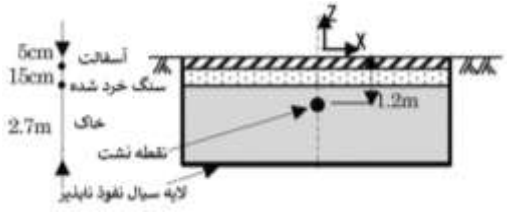
شکل ۳ شبکه‌بندی دامنه حل محاسباتی

جدول ۲ تاثیر تعداد سلول محاسباتی بر میزان گاز نشت شده

تعدا سلول‌های محاسباتی	دبی جرمی جریان گاز نشت یافته (kg/s)	٪ اختلاف
۳۲۳۱٤٥	۰٫۲۸۸۸۹٦۲	–
٦۳٤۸۲۸	۰٫۲۸۳۰۸۹٦	۲٫٥
۱۰۹۳۷۲۰	۰٫۲۸۳۹٦٦	۰٫۳
۲۱۳٤٥۳۲	۰٫۲۸۳۸٤٦	۰٫۰٤

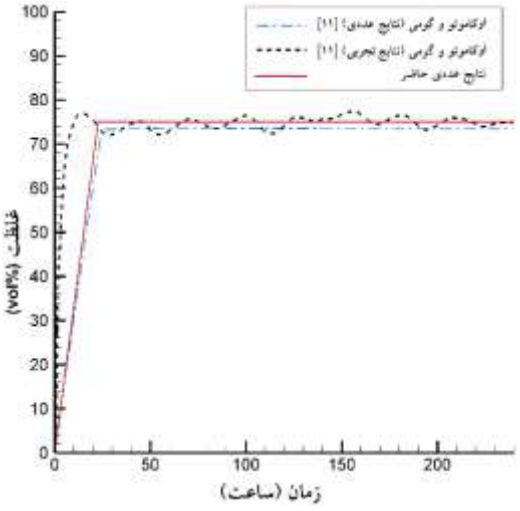
راستی‌آزمایی نتایج

برای صحت‌سنجی مدل عددی به کار برده شده در این پژوهش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر با نتایج تجربی مرجع [11] مقایسه شده است. اوکاموتو و گومی [11] نحوه توزیع غلظت گاز متان درون زمین را برای مقدار مشخصی نشتی به‌صورت تجربی بررسی کردند. در این کار محفظه‌ای به حجم m^3 ۳۰۰ با ابعاد m ۳×۱۰×۱۰ به وسیله‌ی خاکی با میزان تخلخل مشخص پر شد. نشتی در فاصله cm ۱۲۰ از سطح زمین رخ می‌دهد. محیط متخلخل در نظر گرفته شده از سه لایه مختلف با میزان تخلخل و ضخامت متفاوت تشکیل شده که شامل cm ٥ آسفالت با تخلخل ٥ درصد، cm ۱٥ سنگ خرد شده با تخلخل ۲۳٫٥ درصد و یک لایه cm ۲۷۰ خاک با تخلخل ۱۷ درصد است. طرح‌واره محفظه در نظر گرفته شده در پژوهش اوکاموتو و گومی در شکل (٤) نشان داده شده است. دیواره‌های مخزن به‌صورت نفوذ ناپذیر در نظر گرفته شده‌اند و در فاصله سه متری از سطح زمین یک لایه سیال نفوذ ناپذیر نیز قرار دارد.



شکل ٤ طرح‌واره‌ای از ست‌آپ آزمایشگاهی به‌منظور اندازه‌گیری غلظت متان نشت شده در زمین [11]

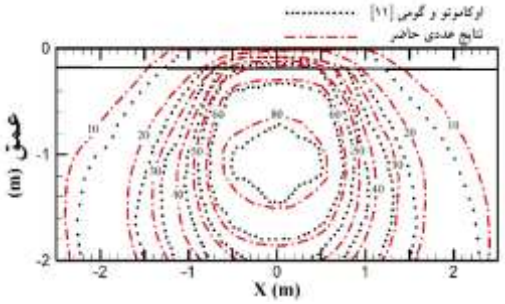
آن‌ها میزان معینی از گاز متان را از نقطه مشخصی از محفظه نشت دادند و توزیع غلظت گاز را پس از گذشت ۲٤۰ ساعت در اطراف نقطه نشتی اندازه‌گیری کردند. برای بررسی صحت مدل مورد استفاده در پژوهش حاضر، با در نظر گرفتن شرایط و فرضیات مورد استفاده توسط اوکاموتو و گومی [11] این مسئله در نرم افزار فلوئنت شبیه‌سازی شد. نتایج به‌دست آمده با نتایج مرجع [11] مقایسه شد که در شکل (۵) آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج شبیه‌سازی حاضر، تطابق خوبی با نتایج کار تجربی اوکاموتو و گومی دارد. در شکل (٦) نیز میزان پراکندگی گاز نشت شده درون زمین بعد از مدت زمان ۲٤۰ ساعت با نتایج تجربی مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود رفتار گاز نشت شده و میزان غلظت آن در شبیه‌سازی انجام شده نیز تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.



شکل ۵ مقایسه توزیع غلظت گاز متان در پژوهش حاضر و پژوهش اوکاموتو و گومی [11]

تفسیر و تحلیل نتایج

کمیت‌هایی مانند قطر لوله، قطر سوراخ، فشار خط لوله، دمای خط لوله، طول لوله، افت فشار درون لوله و خواص خاک می‌توانند بر نشت گاز طبیعی از خط لوله تاثیر داشته باشند. البته بر اساس نتایج لو و همکاران [37] به دلیل تغییرات ناچیز دما در طول خط لوله گاز طبیعی، تاثیر دمای ورودی بر میزان نشت گاز قابل صرف نظر می‌باشد. در ادامه میزان تاثیر هر یک از پارامترهای فوق بر میزان دبی گاز نشت یافته و میدان جریان حاصل از نشتی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ٦ مقایسه درصد توزیع غلظت گاز متان در پژوهش حاضر و پژوهش اوکاموتو و گومی [11] بعد از ۲٤۰ ساعت نشت گاز

بررسی تاثیر قطر لوله و قطر سوراخ بر میزان نشت گاز

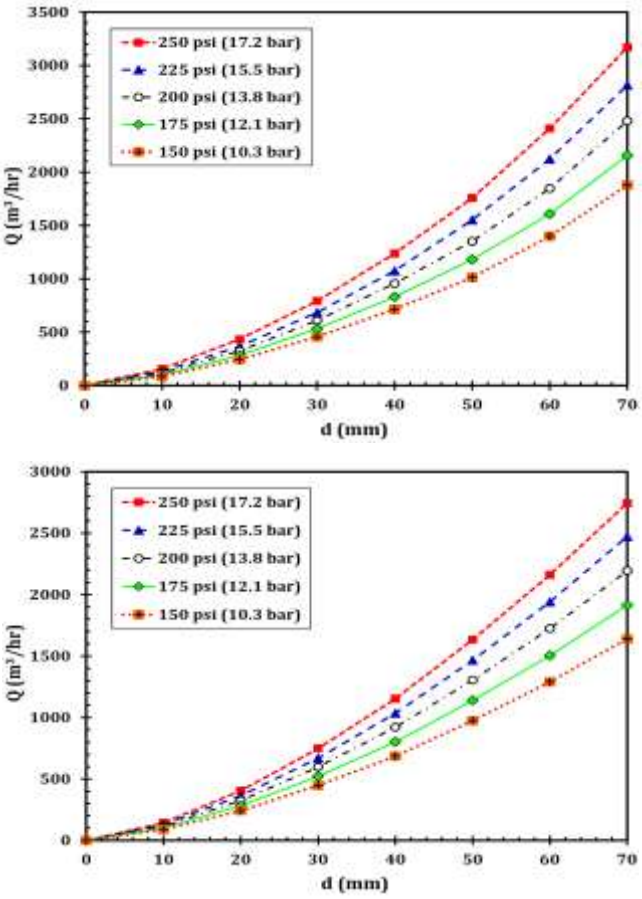
قطر لوله و قطر سوراخ از موثرترین پارامترهای نشت گاز در خطوط لوله می‌باشند. به همین علت در این پژوهش، لوله‌هایی با قطرهای مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای خطوط تغذیه، لوله‌هایی با قطر ٤، ٦ و ۸ اینچ (۱۰٫۱٦، ۱۵٫۲٤ و ۲۰٫۳۲ سانتی‌متر) و برای خطوط انتقال، لوله‌هایی با قطر ۸ و ۱۰ اینچ (۲۰٫۳۲ و ۲۵٫٤ سانتی‌متر) که از پر کاربردترین سایزهای لوله در خطوط تغذیه و انتقال می‌باشند، در نظر گرفته شده است. همچنین قطر سوراخ به ازای مقادیر مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. به دلیل زبری سطح داخلی لوله، طول لوله تاثیر خود را در قالب افت فشار نشان می‌دهد. در این پژوهش زبری سطح داخلی لوله نیز در نظر گرفته شده است و افت فشار در طول لوله محاسبه شده است. فشار ابتدای خط لوله برای خطوط لوله تغذیه به ازای مقادیر ۱۵۰، ۱۷۵، ۲۰۰، ۲۲۵ و ۲۵۰ psi و برای خطوط

انتقال به ازای مقادیر ۴۰۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۷۰۰، ۸۰۰، ۹۰۰ و ۱۰۵۰ psi مورد بررسی قرار گرفته است.

در شکل (۷) تغییرات دبی حجمی گاز نشت شده از خطوط تغذیه به ازای مقادیر مختلف قطر سوراخ و فشارهای ورودی متفاوت برای لوله‌هایی با قطرهای ٤ و ٨ اینچ (۱۰٫۱٦ و ۲۰٫۳۲ سانتی‌متر) نشان داده شده است. با بررسی حالت‌های مختلف در این دو نمودار مشاهده می‌شود که مطابق انتظار با افزایش قطر سوراخ میزان نشت گاز افزایش یافته است و با کاهش قطر سوراخ کاهش می‌یابد. بر اساس این شکل‌ها مشاهده می‌شود که دبی گاز نشت شده با قطر سوراخ رابطه‌ی مستقیم و از مرتبه دو دارد؛ به‌طوری که مثلاً برای تخمین دبی گاز نشت شده از یک خط لوله تغذیه با قطر ٤ in (۱۰٫۱٦ cm) و فشار ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) می‌توان از رابطه زیر که دارای ضریب همبستگی ۰٫۹۹۹۹ است استفاده کرد:

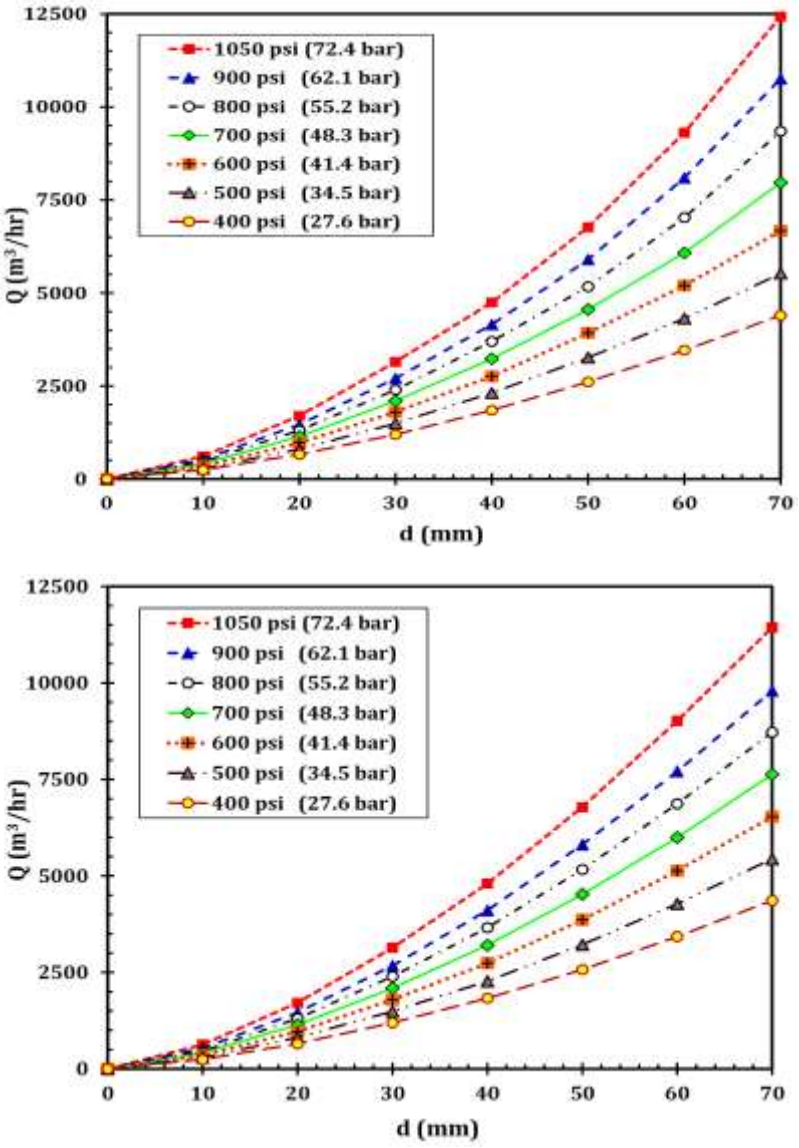
$$Q = 0.4753d^2 + 11.772d + 0.4747. \quad (۱۵)$$

مقایسه‌ی منحنی‌های مختلف نشان می‌دهد دبی گاز نشت شده با افزایش قطر لوله کاهش پیدا کرده است، یعنی با قطر لوله رابطه عکس دارد و هر مقدار که قطر لوله افزایش پیدا کرده است میزان نشت گاز کمتر شده است. برای نمونه دبی نشتی برای خط لوله تغذیه با قطر ٤ in (۱۰٫۱٦ cm)، فشار خط ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) و سوراخی با قطر ۵۰ mm برابر ۱۷۵۵٫۷ Nm^3/hr است؛ در حالی‌که برای لوله‌ای با همان مشخصات و قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) به ۱٦۳۲٫۲ Nm^3/hr کاهش می‌یابد.



شکل ۷ تغییرات دبی حجمی گاز نشت شده ازخطوط لوله تغذیه برحسب قطر سوراخ در فشارهای ورودی مختلف. تصویر بالائی متعلق به لوله تغذیه ٤ in (۱۰٫۱٦ cm) و تصویر پائینی متعلق به لوله انتقال ٨ in (۲۰٫۳۲ cm) است

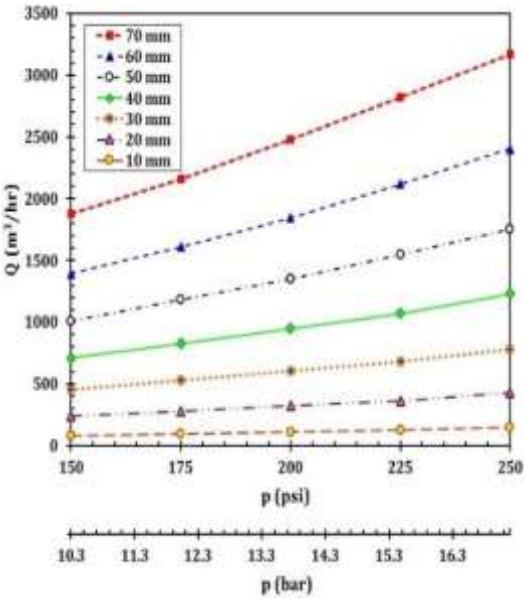
تغییرات دبی حجمی گاز نشت شده از خطوط لوله انتقال به ازای مقادیر مختلف قطر سوراخ و فشارهای متفاوت ورودی خط لوله برای لوله‌های ۸ و ۱۰ اینچی (۲۰٫۳۲ و ۲۵٫٤ سانتی‌متری) در شکل (۸) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تاثیر قطر سوراخ و قطر لوله بر میزان دبی حجمی گاز نشت شده مشابه با خطوط لوله تغذیه است. به‌طور مثال اگر قطر سوراخ ۷۰ mm و فشار ابتدای خط لوله ۱۰۵۰ psi (bar ۷۲٫٤) فرض شود، میزان دبی گاز نشت شده برای لوله‌ی ۸ اینچی (۲۰٫۳۲ سانتی‌متری)، ۱۲٤۳۰ Nm^3/hr است؛ در حالی که برای لوله‌ی ۱۰ اینچی (۲۵٫٤ سانتی‌متری) میزان نشتی تا مقدار ۱۱٤۳۵ Nm^3/hr کاهش می‌یابد. این موضوع نشان دهنده‌ی رابطه معکوس قطر لوله و دبی حجمی گاز نشت شده است.

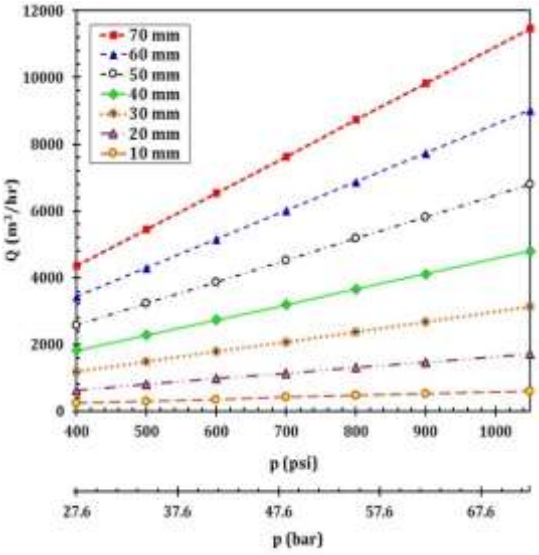


شکل ۸ تغییرات دبی حجمی گاز نشت شده ازخطوط لوله انتقال برحسب قطر سوراخ در فشارهای ورودی مختلف. تصویر بالائی متعلق به لوله تغذیه ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) و تصویر پائینی متعلق به لوله انتقال ۱۰ in (۲۵٫٤ cm) است

بررسی تاثیر فشار ابتدای خط لوله بر میزان نشت گاز

همان‌طور که از شکل‌های (۷) و (۸) نیز مشخص است، با افزایش فشار خط لوله، میزان نشتی افزایش می‌یابد. به‌منظور بررسی کمی تاثیر فشار ابتدای خط لوله بر تغییرات دبی حجمی گاز نشت شده، در شکل (۹) این وابستگی برای یک خط لوله تغذیه با قطر ٤ اینچ (تصویر بالائی) و یک خط لوله انتقال با قطر ۸ اینچ (تصویر پائینی) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود دبی گاز نشت شده با فشار ابتدای خط لوله رابطه مستقیم خطی دارد؛ به‌طوری که می‌توان از یک برازش خطی با ضریب همبستگی بسیار نزدیک به یک برای توصیف این وابستگی استفاده کرد. در خط لوله تغذیه ٤ اینچی (۱۰٫۱٦ سانتی‌متر) با قطر سوراخ ۷۰ mm در حالتی‌که فشار ابتدای خط لوله ۱۵۰ psi (۱۰٫۳ bar) باشد، میزان نشتی Nm^3/hr ۱۹۰۲ تخمین زده می‌شود. در حالی‌که با افزایش فشار ابتدای خط لوله به ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) میزان نشتی به Nm^3/hr ۳۱۷۰ افزایش می‌یابد. برای خطوط انتقال نیز شرایط به‌صورت مشابه می‌باشد.





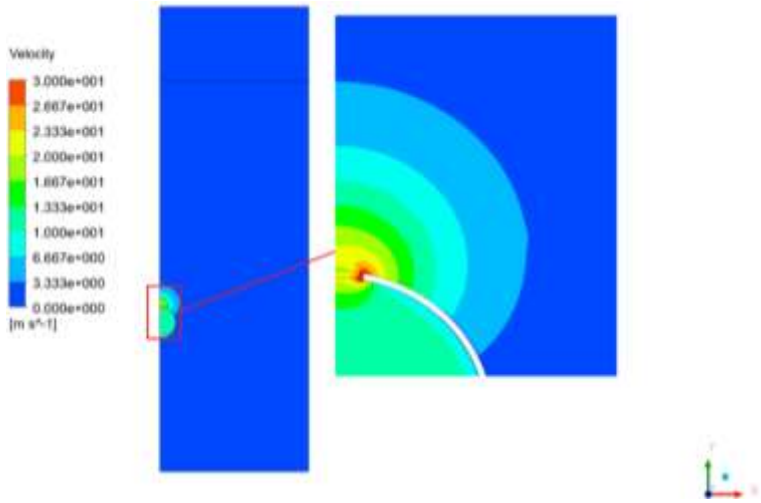
شکل ۹ تغییرات دبی حجمی گاز نشت شده بر حسب فشار ابتدای خط لوله برای قطرهای مختلف سوراخ. تصویر بالائی متعلق به لوله تغذیه ٤ in (۱۰٫۱٦ cm) و تصویر پائینی متعلق به لوله انتقال ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) است

مطابق شکل (۹) برای خط لوله انتقال ۸ اینچی (۲۰٫۳۲ سانتی‌متری)، با قطر سوراخ ۷۰ mm میزان گاز نشت شده برای فشار ابتدای خط ٤۰۰ psi (۲۷٫٦ bar)، Nm^3/hr ٤۳۹۹٫۲ می‌باشد؛ در صورتی‌که برای فشار ۱۰۵۰ psi (۷۲٫٤ bar) میزان نشتی به Nm^3/hr ۱۲۸۲۷٫۱ افزایش می‌یابد.

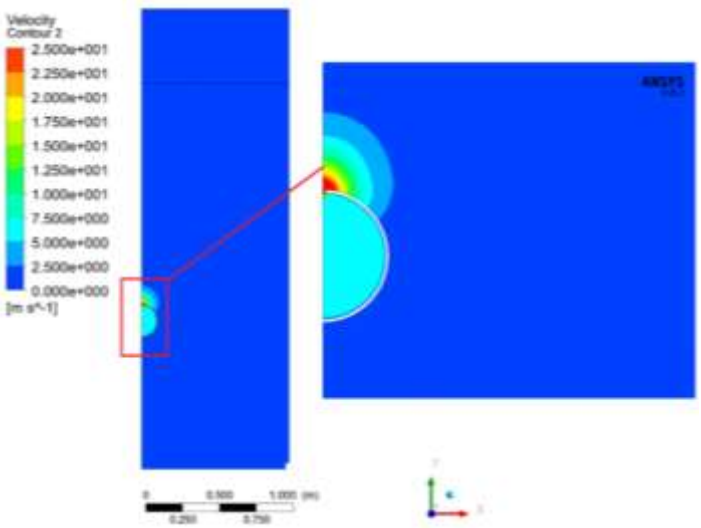
بررسی توزیع کمیت‌ها در دامنه حل

برای بررسی توزیع کمیت‌ها در دامنه‌ی حل، توزیع سرعت در ناحیه پیرامون سوراخ در خط لوله تغذیه با قطر ٤ in (۱۰٫۱٦ cm)، فشار ابتدای خط ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) و قطر سوراخ ٤۰ mm در شکل (۱۰) و توزیع سرعت در ناحیه پیرامون سوراخ در خط لوله انتقال با قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm)، فشار ابتدای خط ۱۰۵۰ psi (۷۲٫٤ bar) و قطر سوراخ ٤۰ mm در شکل (۱۱) نشان داده شده است. این شکل‌ها نشان دهنده توزیع سرعت کل ناحیه حل(خاک و لوله) و مقطع آسیب دیده می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در هر دو شکل بیشینه

سرعت در کنار دیواره سوراخ (محل نشتی) اتفاق می‌افتد. با عبور جریان از سوراخ به دلیل مقاومت خاک روی لوله سرعت گاز پس از خروج به شدت کاهش می‌یابد. این نتایج نشان می‌دهد که بر خلاف لوله‌های رو زمینی، در لوله‌های مدفون نشتی گاز در رژیم مادون صوت باقی می‌ماند و فرآیندهای دینامیک گازی مانند خفگی جریان در مقطع آسیب دیده روی نمی‌دهد. تاکید بر روی این موضوع از آنجایی اهمیت دارد که مطالعات عددی صورت گرفته بر روی خطوط مدفون که به‌صورت دوبعدی انجام شده‌اند [12,13] خفگی جریان در خروج از سوراخ را گزارش کرده‌اند؛ در حالی‌که شبیه‌سازی‌های سه بعدی این موضوع را مردود دانسته‌اند [14]. مطالعه حاضر نشان می‌دهد که سرعت نشتی گاز از خطوط مدفون حتی در فشارهای بالا نیز از سرعت صوت فاصله قابل توجه‌ای داشته و رژیم جریان کاملاً مادون صوت باقی می‌ماند.

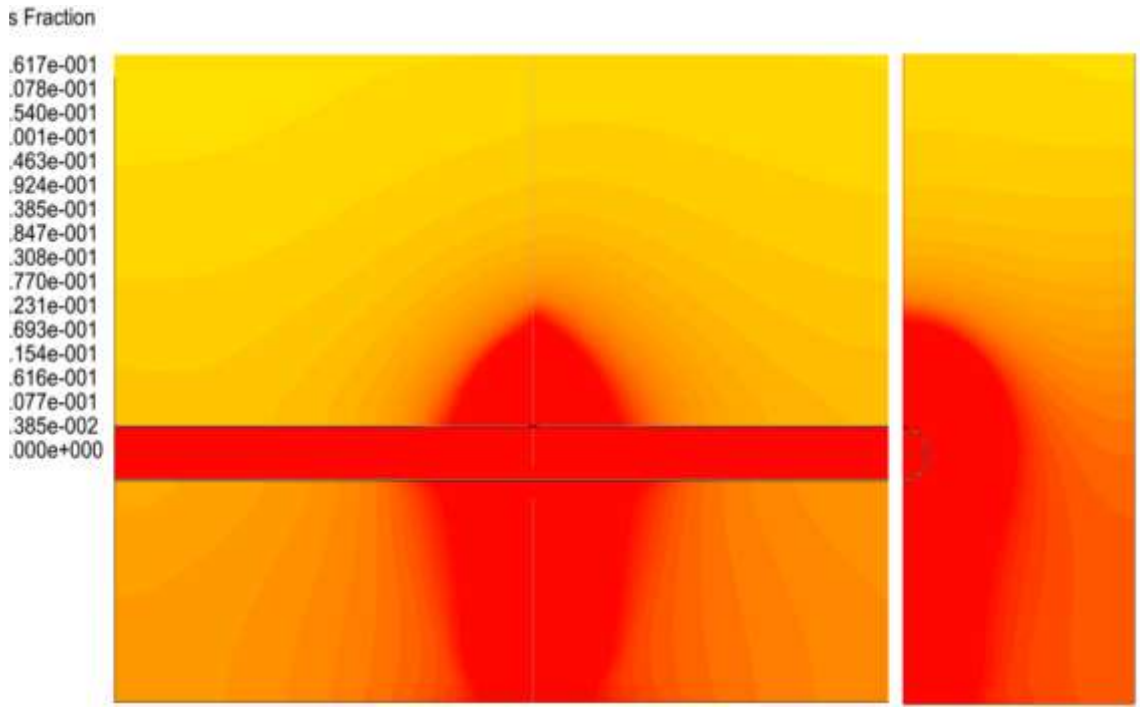


شکل ۱۰ توزیع سرعت در نمای جانبی برای لوله‌ای به قطر ٤ in (۱۰٫۱٦ cm)، فشار ابتدایی ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) و قطر سوراخ ٤۰ mm



شکل ۱۱ توزیع سرعت در نمای جانبی برای لوله‌ای به قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm)، فشار ابتدایی ۱۰۵۰ psi (۷۲٫٤ bar) و قطر سوراخ ٤۰ mm

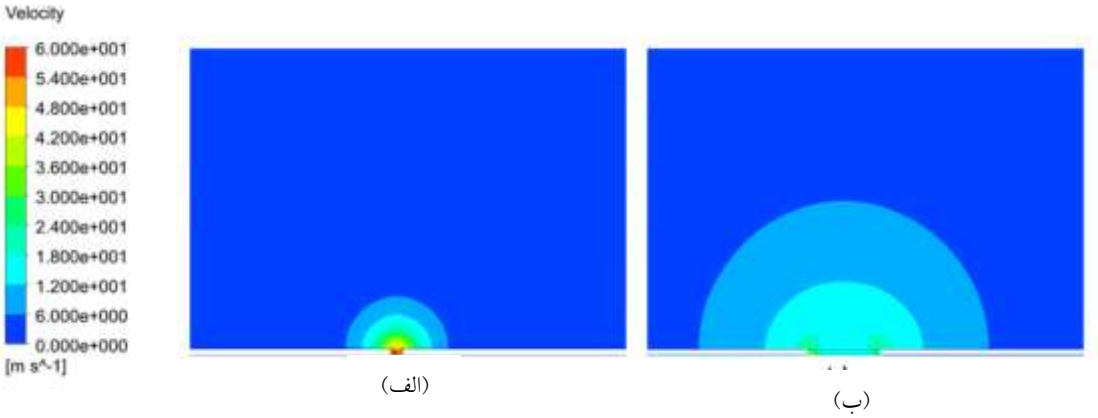
پیش از آن‌که گاز طبیعی به درون خاک نشت کند درون منافذ خاک تنها هوا وجود دارد. با نشت گاز به درون منافذ خاک، گاز طبیعی با هوا ترکیب می‌شود. شکل (۱۲) نشان دهنده توزیع غلظت گاز متان درون خاک اطراف لوله است. همان‌طور که مشاهده می شود در اطراف نقطه نشتی غلظت گازمتان بسیار بالا می‌باشد و با دور شدن از نقطه نشت، رفته رفته میزان غلظت آن کاهش می‌یابد و در مقابل غلظت هوا افزایش می‌یابد. در این ناحیه سیال موجود در خاک ترکیبی از گاز طبیعی و هوا می‌باشد که در مجاورت نشتی به دلیل بالا بودن فشار گاز غلظت گاز طبیعی بسیار بیشتر از هوا می‌باشد. مطابق این شکل غلظت متان علاوه بر ناحیه بالایی مجاور سوراخ در پائین لوله نیز مقدار قابل توجه‌ای دارد. این موضوع نشان می‌دهد که گاز طبیعی پس از خروج از سوراخ به درون منافذ خاک نفوذ می‌کند و در جهات مختلف پخش می‌شود. بخشی از جریان ورودی به خاک پس از برخورد با ذرات خاک به سمت ناحیه زیرین لوله حرکت می‌کند. با توجه به مسیرهای عبور جریان گاز درون خاک و با توجه به آن که گاز در حالت واقعی در سه جهت (x، y، z) حرکت می‌کند، مدل سازی نشت گاز باید به صورت سه بعدی انجام شود؛ در غیر این‌صورت خطای محاسباتی زیادی در نتایج به وجود خواهد آمد. انتقال متان در اثر مکانیزم‌های جابه‌جائی و نفوذ به سمت سطح خاک و همچنین به سمت عمق خاک، نواحی با تجمع بالای متان در اطراف سوراخ لوله شکل داده است. گازی که به سمت سطح خاک حرکت می‌کند وارد هوای اتمسفر شده اما گازی که به عمق خاک منتقل می شود با توجه به شرایط مرزی میدان حل در قسمت پائینی، تجمع پیدا می‌کند. از این‌رو مطابق شکل (۱۲) ناحیه غلظت بالا در پائین لوله گستردگی بیشتری دارد.



(ب) (الف)

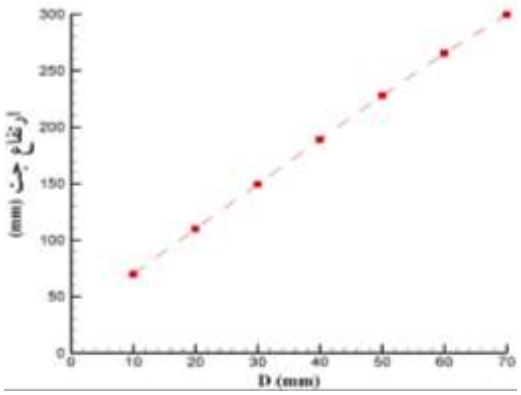
شکل ۱۲ توزیع غلظت گاز متان نشت شده درون خاک در صفحه (الف) yz، (ب) yx برای لوله‌ای به قطر in ٤ (١٠,١٦ cm)، فشار ابتدایی psi ٢٥٠ (٧٢,٤ bar) و قطر سوراخ mm ٤٠

یکی از عوامل تاثیر گذار بر توزیع غلظت متان نشت شده در خاک مجاور سوراخ، طول جت نشتی یا به عبارت دیگر عمق نفوذ گاز می‌باشد. با بررسی نتایج به‌دست آمده مشاهده می‌شود که با افزایش قطر سوراخ برای مقادیر ثابت قطر لوله و فشار ابتدای خط، طول جت گاز نشت شده بزرگ‌تر می‌شود و میزان نفوذ سیال به محیط متخلخل خاک افزایش می‌یابد. این مشاهده نیز درست بر عکس نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های دو بعدی جریان نشتی گاز از لوله‌های مدفون [12] است. در شکل (۱۳) جت گاز برای لوله‌ای به قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm)، فشار ابتدایی ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) و قطر سوراخ ۱۰ mm با لوله‌ای با فشار اولیه و قطر لوله ثابت و قطر سوراخ ۷۰ mm مقایسه شده است. اگر چه مطابق انتظار، سرعت خروجی از مقطع آسیب دیده برای سوراخی با قطر کوچک‌تر بیشتر است؛ اما طول نفوذ جت کمتر است. با توجه به اینکه مساله حاضر، تخمین گاز نشت شده از لوله های زیر زمینی است و سرعت گاز خروجی بسیار کم می باشد، بنابراین برخلاف لوله‌های رو زمینی پدیده دینامیک گازی خاصی اتفاق نمی‌افتد. برای درک بهتر مساله نمودار ارتفاع جت گاز نشت شده (طول نفوذ جت) بر حسب قطر سوراخ برای خطوط لوله تغذیه ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) با فشار ابتدایی ۲۵۰ psi (۱۷٫۲ bar) در شکل (۱٤) رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییرات ارتفاع جت گاز ناشی از نشتی با قطر سوراخ رابطه خطی دارد و مشاهده می‌شود با افزایش قطر سوراخ طول جت گاز افزایش می‌یابد.



(الف) (ب)

شکل ۱۳ جت گاز برای لوله‌ای به قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm)، فشار ابتدایی ۲۵۰ psi (۷۲٫٤ bar) و (الف) قطر سوراخ ۱۰ mm و (ب) قطر سوراخ ۷۰ mm



شکل ۱٤ ارتفاع جت گاز نشت شده بر حسب قطر سوراخ برای خطوط لوله تغذیه ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) با فشار ابتدایی ۲۵۰ psi (۷۲٫٤ bar)

ارائه روابطی برای محاسبه دبی گاز نشت شده

شبیه‌سازی عددی برای بررسی نشت گاز از خطوط لوله تغذیه و انتقال گاز مدفون در خاک در این پژوهش انجام شد که در بخش قبل به بررسی نتایج حاصل از این شبیه‌سازی پرداختیم و تاثیرگذاری پارامترهای موثر بر مقدار دبی حجمی گاز نشت شده از خط لوله را مورد بررسی قرار دادیم. حال بر اساس نتایج ارائه شده در بخش قبل روابط همبسته‌ای برای تعیین میزان دبی گاز نشت شده از هر یک از خطوط تغذیه و انتقال ارائه می‌شود. با توجه به نمودارها و با بررسی تغییرات مربوط به پارامترهای تاثیرگذار بر میزان نشتی، روابط ارائه شده بر حسب قطر سوراخ، قطر لوله و فشار ابتدای لوله می‌باشند که با استفاده از نرم افزار متلب به‌دست آمده‌اند. اگر چه معمولاً روابط همبسته در علوم مهندسی به‌صورت روابطی از اعداد بی‌بعد بیان می‌شوند؛ اما از آن‌جایی که در پژوهش حاضر اولویت با دقت روابط همبسته و سادگی کاربرد آن‌ها بوده است، روابط ارائه شده در بازه‌های مختلف و بر حسب قطر سوراخ، قطر لوله و فشار ابتدای لوله می‌باشند.

روابط (۱۶) و (۱۷) برای محاسبه دبی گاز نشت شده از خط لوله تغذیه با قطر ٤ in (۱۰٫۱٦ cm) ارائه شده است:

$$Q = 33.05 - 0.3419\,p - 1.449\,d + 0.0008563\,p^2 + 0.0667\,pd + 0.001948\,d^2, \quad (16)$$

$$Q = 871.4 - 6.442\,p - 33.12\,d + 0.01035p^2 + 0.2054\,pd + 0.3912d^2. \quad (17)$$

روابط (۱۸) و (۱۹) برای محاسبه دبی گاز نشت شده از خط لوله تغذیه با قطر ٦ in (۱۵٫۲٤ cm) ارائه شده است:

$$Q = -25.68 + 0.2433\,p + 1.637\,d - 0.000554\,p^2 + 0.05779\,pd - 0.1656\,d^2, \quad 1 \le d \le 10\ \text{mm} \quad (18)$$

$$Q = 383 - 2.346\,p - 23.11\,d + 0.0009417\,p^2 + 0.1808\,pd + 0.2835\,d^2. \quad 10 \le d \le 70\ \text{mm} \quad (19)$$

روابط (۲۰) و (۲۱) برای محاسبه دبی گاز نشت شده از خط لوله تغذیه با قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) ارائه شده است:

$$Q = 1.789 - 0.01849\,p - 0.014\,d + 4.62\,e^{-5}\,p^2 + 0.05758\,pd + 0.00061d^2, \quad 1 \le d \le 10\ \text{mm} \quad (20)$$

$$Q = 313.2 - 1.843\,p - 21.03\,d - 4.139\,e^{-5}\,p^2 + 0.1758\,pd + 0.2583\,d^2. \quad 10 \le d \le 70\ \text{mm} \quad (21)$$

روابط (۲۲) و (۲۳) برای محاسبه دبی گاز نشت شده از خط لوله انتقال با قطر ۸ in (۲۰٫۳۲ cm) ارائه شده است:

$$Q = -0.225 - 0.1659\,p + 0.00074\,d + 0.0128\,p^2 + 0.057\,pd - 5.56\,e^{-7}d^2, \quad 1 \le d \le 10\ \text{mm} \quad (22)$$

$$Q = 1672 - 102\,p - 2.464\,d + 1.152p^2 + 0.194\,pd + 5.38\,e^{-5}d^2. \quad 10 \le d \le 70\ \text{mm} \quad (23)$$

روابط (۲٤) و (۲۵) برای محاسبه دبی گاز نشت شده از خط لوله انتقال با قطر ۱۰ in (۲۵٫٤ cm) ارائه شده است.

$$Q = -0.167 - 0.217\,p + 0.000804\,d + 0.01835p^2 + 0.0584\,pd - 7.37\,e^{-7}d^2, \quad 1 \le d \le 10\ \text{mm} \quad (24)$$

$$Q = 1091 - 73.17\,p - 1.791\,d + 0.9126p^2 + 0.1727\,pd + 1.066\,e^{-5}d^2.$$
$$10 \le d \le 70\ mm \qquad (۲۵)$$

در این روابط Q دبی حجمی نرمال شده گاز برحسب Nm^3/hr، d قطر سوراخ بر حسب mm و p فشار ابتدای خط بر حسب psi می‌باشد. این روابط برای خطوط تغذیه در محدوده فشار ۱۵۰≤ p ≤۲۵۰ psi (۱۰٫۳≤ p ≤۱۷٫۲ bar) و برای خطوط انتقال در محدوده فشار ٤۰۰≤ p ≤۱۰۵۰ psi (۲۷٫٦≤ p ≤۷۲٫٤ bar) و قطر سوراخ ۱≤ p ≤۷۰ mm مناسب می‌باشند.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج به‌دست آمده از طریق روابط همبستگی فوق با یکدیگر مقایسه شده و ضریب همبستگی(r) مربوط به روابط فوق در جدول (۳) آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگرچه دامنه تغییرات فشار لوله و قطر سوراخ‌ها دارای گستره وسیعی است، اما با این حال روابط برازش شده در این پژوهش از دقت مناسبی برخوردار هستند.

جدول ۳ ضریب همبستگی روابط ارائه شده برای تخمین دبی نشتی گاز

شماره معادله	ضریب همبستگی	شماره معادله	ضریب همبستگی
معادله (۱٦)	۰٫۹۹۸۹	معادله (۲۱)	۱٫۰۰۰۰
معادله (۱۷)	۰٫۹۹۹۷	معادله (۲۲)	۰٫۹۹٦۰
معادله (۱۸)	۰٫۹۹۹۳	معادله (۲۳)	۱٫۰۰۰۰
معادله (۱۹)	۰٫۹۹۸۵	معادله (۲٤)	۱٫۰۰۰۰
معادله (۲۰)	۰٫۹۹۹۵	معادله (۲۵)	۰٫۹۹۸۸

نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت بررسی مسئله نشت در صنعت گاز، در این مقاله نشت گاز طبیعی از خطوط لوله تغذیه و انتقال مدفون در زمین مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور لوله‌ای مدفون در خاک که سوراخی در قسمت فوقانی آن در نظر گرفته شده با استفاده از شبیه‌سازی عددی مورد تحلیل قرار گرفت. خاک به‌صورت یک محیط متخلخل در نظر گرفته شد. تاثیر عواملی نظیر قطر لوله، قطر سوراخ و فشار خط لوله بر میزان نشت گاز طبیعی از خط لوله آسیب دیده مورد بررسی قرار گرفت و روابط همبسته‌ی بسیار دقیقی برای تخمین میزان نشت گاز از خطوط تغذیه و انتقال که دارای فشار کاری بالایی هستند، استخراج شد. نتایج مستخرج از مطالعه حاضر را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

۱. رابطه‌ی دبی گاز نشت شده با قطر سوراخ از مرتبه دو و با فشار لوله از مرتبه یک است.
۲. در لوله‌های مدفون، بر خلاف لوله‌های رو زمینی، نشتی گاز در رژیم مادون صوت باقی می‌ماند و فرآیندهای دینامیک گازی مانند خفگی جریان در مقطع آسیب دیده روی نمی‌دهد. خفگی جریان خروجی حتی در خطوط فشار بالا نیز مشاهده نشد.
۳. بخشی از جریان خروجی از مقطع سوراخ پس از برخورد با ذرات خاک به سمت ناحیه زیرین لوله حرکت می‌کند. این موضوع نشان می‌دهد که نفوذ گاز در خاک در حالت واقعی در هر سه جهت روی می‌دهد.
٤. اگر چه سرعت خروجی از مقطع آسیب‌دیده برای سوراخی با قطر کوچک‌تر بیشتر است؛ اما طول نفوذ جت در این حالت کمتر خواهد بود.

از آنجایی‌که خطوط انتقال و تغذیه گاز طبیعی در شرایط محیطی متنوعی به کار گرفته می‌شوند به عنوان پیشنهاد تاثیر دمای گاز بر میزان نشتی در مطالعات آینده می‌تواند بررسی شود. همچنین با توجه به ویژگی‌های متفاوت انواع خاک در اقلیم سرزمینی ایران بررسی تاثیر خواص مختلف خاک بر روی میزان نشت گاز ضروری به نظر می‌رسد.

سپاسگزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از شرکت گاز منطقه‌ای استان چهار محال و بختیاری و به ویژه آقای دکتر ابراهیم

خلیلی جهت همکاری در زمینه انجام این تحقیق قدردانی به عمل آورند.

واژه نامه

خط لوله	Pipeline
لوله مدفون	Buried pipe
خط لوله تغذیه	Supply pipeline
خط لوله انتقال	Transmission pipeline
نشتی	Leakage
نرخ جریان	Flow rate
رابطه همبسته	Correlation
محیط متخلخل	Porous media

مراجع

1. Parvini, M., Gharagouzlou, E., "Gas leakage consequence modeling for buried gas pipelines", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 37, pp. 110-8, (2015).
2. Montiel, H., Vílchez, J. A., Casal, J., Arnaldos, J., "Mathematical modelling of accidental gas releases", *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 59, pp. 211-33, (1998).
3. Yuhu, D., Gao, H., Zhou, J., Yaorong, F., "Mathematical modeling of gas release through holes in pipelines", *Chemical Engineering Journal*, Apr 15, Vol. 92, pp. 237-41, (2003).
4. Jo, Y. D., Ahn, B. J., "A Simple Model for the Release Rate of Hazardous Gas from a Hole on High-Pressure Pipelines", *Journal of Hazardous Materials*, Feb 28, Vol. 97(1-3), pp. 31-46, (2003).
5. Oke, A., Mahgerefteh, H., Economou, I., Rykov, Y., "A transient outflow model for pipeline puncture", *Chemical Engineering Science*, Oct, Vol. 58(20), pp. 4591-604, (2003).
6. Zhao, Y., Xihong, L., Jianbo, L., "Analysis on the diffusion hazards of dynamic leakage of gas pipeline", *Reliability Engineering & System Safety*, Jan, Vol. 92(1), pp. 47-53, (2007).
7. Safitri, A., Xiaodan, G., Mannan, M. S., "Dispersion modeling approach for quantification of methane emission rates from natural gas fugitive leaks detected by infrared imaging technique", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Mar, Vol. 24(2), pp. 138-45, (2011).
8. Nouri-Borujerdi, A., "Transient modeling of gas flow in pipelines following catastrophic failure", *Mathematical and Computer Modelling*, Dec, Vol. 54(11-12), pp. 3037-45, (2011).
9. Kostowski, W. J., Skorek, J., "Real gas flow simulation in damaged distribution pipelines", *Energy*, Sep, Vol. 45(1), pp. 481-88, (2012).
10. Moloudi, R., Abolfazli Esfahani, J., "Modeling of gas release following pipeline rupture: proposing non-dimensional correlation", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Nov, Vol. 32, pp. 207-17, (2014).
11. Okamoto, H., Gomi, Y., "Empirical research on diffusion behavior of leaked gas in the ground", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Sep, Vol. 24(5), pp. 531-40, (2011).
12. Ebrahimi-Moghadam, A., Farzaneh-Gord, M., Deymi-Dashtebayaz, M., "Correlations for estimating

natural gas leakage from above-ground and buried urban distribution pipelines", *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Agu, Vol. 34, pp.185-96, (2016).

13. Ebrahimi-Moghadam, A., Farzaneh-Gord, M., Deymi-Dashtebayaz, M., "Calculation the amount of natural gas loss from a hole in buried distribution gas pipelines", *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 47(3), pp. 1-10, Persian, (2017).
14. Ebrahimi-Moghadam, A., Farzaneh-Gord, M., Arabkoohsar, A., Jabari Moghadam, A., "CFD analysis of natural gas emission from damaged pipelines: Correlation development for leakage estimation", *Journal of Cleaner Production*, Oct 20, Vol. 119, pp. 257-71, (2018).
15. Barnoon, P., Toghraie, D., Rostami, S., "Optimization of heating-cooling generators with porous components/cryogenic conductors on natural convection in a porous enclosure: Using different two-phase models and single-phase model and using different designs", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Feb 1, Vol. 111, pp. 104472, (2020).
16. Mirzaeyan, M., Toghraie, D., "Numerical investigation of laminar heat transfer and nanofluid flow between two porous horizontal concentric cylinders", *Journal of Central South University*, Jul 1, Vol. 26(7), pp. 1976-99, (2019).
17. Jourabian, M., Rabienataj Darzi, A. A., Toghraie, D., Akbari, O. A., "Melting process in porous media around two hot cylinders: Numerical study using the lattice Boltzmann method", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Nov 1, Vol. 509, pp. 316-35, (2018).
18. Barnoon, P., Toghraie, D., "Numerical investigation of laminar flow and heat transfer of non-Newtonian nanofluid within a porous medium", *Powder Technology*, Feb 1, Vol. 325, pp. 78-91, (2018).
19. Nazari, S., Toghraie, D., "Numerical simulation of heat transfer and fluid flow of Water-CuO Nanofluid in a sinusoidal channel with a porous medium. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures", Mar 1, Vol. 87, pp. 134-40, (2017).
20. Moradi, A., Toghraie, D., Isfahani, A. H., Hosseinian, A., "An experimental study on MWCNT–water nanofluids flow and heat transfer in double-pipe heat exchanger using porous media", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Sep 15, Vol. 137(5), pp. 1797-807, (2019).
21. Arasteh, H., Mashayekhi, R., Toghraie, D., Karimipour, A., Bahiraei, M., Rahbari, A., "Optimal arrangements of a heat sink partially filled with multilayered porous media employing hybrid nanofluid", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Aug 15, Vol. 137(3), pp. 1045-58, (2019).
22. Toghraie, D., Mahmoudi, M., Akbari, O. A., Pourfattah, F., Heydari, M., "The effect of using water/CuO nanofluid and L-shaped porous ribs on the performance evaluation criterion of microchannels", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Jan 14, Vol. 135(1), pp. 145-59, (2019).
23. Jourabian, M., Rabienataj, Darzi, A. A., Toghraie, D., Akbari, O. A., "Melting process in porous media

around two hot cylinders: Numerical study using the lattice Boltzmann method", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Nov 1, Vol. 509, pp. 316-35, (2018).

24. Li ,Y., Hosseini, M., Arasteh, H., Toghraie, D., Rostami, S., "Transition simulation of two-phase intermittent slug flow characteristics in oil and gas pipelines", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Apr 1, Vol. 113, pp. 104534, (2020).
25. Versteeg, H. K., Malalasekera, W., "An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method", 2nd ed. Pearson publication, New York, (2007).
26. ANSYS Fluent Tutorial Guide. Release 18.0. ANSYS, Inc. January, (2017).
27. Jaberi Khosroshahi, A., Hossainpour, S., Noorolahi Bastam, N., "Determination of gas leakage rate from damaged pipeline considering AGA equation of state", *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 46(3), pp. 67-77. Persian, (2016).
28. Marić, I., Galović, A., Šmuc, T., "Calculation of natural gas isentropic exponent", *Flow Measurement and Instrumentation*, Mar, Vol. 16(1), pp. 13-20, (2005).
29. British Standard Institution, Calculation of natural gas compression factor, BS EN ISO 12213-2, Sep. 32 p, (2009).
30. Menon, E. S., "Gas pipeline hydraulics", Crc Press publication, New York**,** (2005).
31. Nield, D. A., Bejan, A., "Convection in porous media", 4th ed, Springer, New York, (2006).
32. Heinemann, Z. E., "Fluid flow in porous media [dissertation]", University of Leoben, (2005).
33. Ewing, R. E., Wang, J., Weekes, S. L., "On the simulation of multicomponent gas flow in porous media", *Applied Numerical Mathematics*, Dec, Vol. 31(4), pp. 405-27, , (1999).
34. Esfe, M. H., Bahiraei, M., Hajbarati, H., Valadkhani, M., "A comprehensive review on convective heat transfer of nanofluids in porous media: Energy-related and thermohydraulic characteristics", *Applied Thermal Engineering*, May, Vol. 20, pp. 115487, (2020).
35. Ergun, S., "Fluid flow through packed columns", *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48(2), pp. 89-94, (1952).
36. Farouki, O. T., "Thermal properties of soils", Series on Rock and Soil Mechanics, Trans Tech Publication, Switzeland, (1986).
37. Lu, L., Zhang, X., Yan, Y., Li, J. M., Zhao, X., "Theoretical analysis of natural-gas leakage in urban medium-pressure pipelines", *Journal of Environment and Human*, Jul, Vol. 1(2), pp. 71-86, (2014).

Presenting a Correlation to Obtain Natural Gas Leakage Rate from a Buried High-Pressure Pipeline in a Porous Media

Reza Sabzian[1] Ali Abdollahi[2]
Sobhan Emami[3]

1. Introduction

Gas leakage from the transmission, supply, and urban distribution network pipelines, in addition to triggering the loss of a large volume of gas and, sometimes, gas-flow shut off, can result in human and environmental damages. Thus, the non-controlled leakage will bring annually expensive losses to the National Iranian Gas Company. Unlike the exertion of all technical conservations and predictions in the design, implementation, and exploitation from the distribution networks and gas transmission lines, we can never estimate the gas leakage emergence possibility at zero. Hence, the calculation of the gas leaked from natural gas pipelines is an extensively important and most demanded issue. Majority of the previous studies in this regard have addressed gas leakage from above-ground pipelines. However, few investigations on buried or under-ground pipelines are available. Furthermore, in some cases, the numerical studies have been conducted using two-dimensional simulation and with low accuracy. Likewise, no study has so far examined the buried supply and transmission pipelines, whose gas pressure is between 150 and 1050 psi (10.3-72.4 bar), to calculate the volumetric flow rate of leaked gas. Concerning the importance of this topic in the natural gas distribution companies, this research estimates the rate of gas release from supply and transmission pipelines and presents high-accurate correlational relationships for the estimation of gas leakage from these lines according to pipe diameter, hole diameter, and line pressure.

2. Problem Modeling and Numerical Solution Method

To model the problem, the researchers used a hole, whose diameter is smaller than the pipe diameter, over the pipe surface. The gas flow leaked from this hole to the outer ambient. This condition is called the hole model. Figure 1 illustrates the computational domain inside and outside of the pipe.

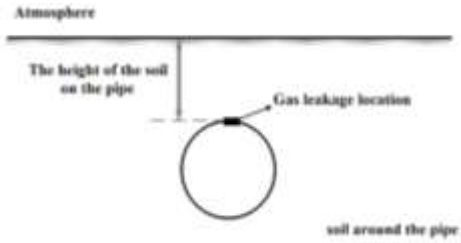


Figure 1. Schematic view of buried pipe

In this study, the flow inside the pipe is steady and turbulent. Accordingly, the problem governed by equations include the conservation of mass, momentum, conservation of energy, and conservation of chemical species. These equations are solved for the compressible fluid and in steady and three-dimensional conditions. Regarding the high pressure of the natural gas in the damaged pipe, the study employed the real gas equation, and the compressibility factor of the natural gas is obtained by the AGA method. Moreover, the turbulent flow is modeled by the use of k-ε realizable terbulence model.

For soil simulation, a porous medium is defined around the buried pipe. The distribution of the pores is irregular and disordered. The flow equations in the porous medium are defined independently from the inner side of the pipe. The governing equations consist of conservation of mass, momentum, and energy depended on the porosity as well as the permeability and inertial resistance coefficients of the soil. In this research, the porosity of the soil equals 35%, and other coefficients were calculated by the empirical formulas presented by Ergun.

3. Results and Discussion

Parameters such as pipe diameter, hole diameter, pipeline pressure, pipeline temperature, pipe length, loss of pressure within the pipe, and thermal properties of soil can affect the amount of gas leakage from the pipe. However, due to insignificant temperature changes along the

[1]. MSc Student, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.
[2]. Corresponding author. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran. Email: abdollahi@pmc.iaun.ac.ir
[3]. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

natural gas pipe, the effect of inlet temperature on the amount of gas leakage can be disregarded.

Evaluation of the pipe radius and hole radius' effect on the amount of gas leakage . Pipe and hole diameters are two of the most effective parameters on the amount of gas leak in pipelines. Therefore, in this research, pipes with different diameters are evaluated. For supply lines, pipes with 4, 6, and 8 inch diameters and for transmission lines, pipes with 8 and 10 inch diameters, which are the most commonly used sizes for supply and transmission lines, were used. Moreover, the hole diameter was evaluated with respect to different quantities. In Figure 2 the changes in the volumetric flow rate of the gas leaked from supply lines are shown with respect to the hole diameter and different pressures on the four-inch-diameter pipe. As expected, as the hole diameter increases, gas leakage also increases. According to this figure, the volumetric flow rate of leaked gas has a direct and second-order relation with the hole diameter.

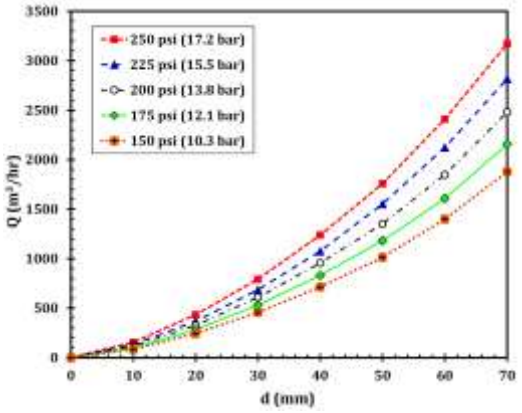


Figure 2. The volumetric flow rate of the gas leaked from supply lines, with respect to hole radius in different pressures on the four-inch-diameter supply line

Evaluation of the effect of pipeline inlet pressure on the amount of gas leakage. In Figure 3 the changes in the volumetric flow rate of the gas leaked from transmission lines are shown with respect to different hole diameters and different pressures on the eight-inch-diameter pipe. According to this figure, the volumetric flow rate of the leaked gas has a direct aad first-order relation with pipe inlet pressure.

According to the results from the numerical simulations, correlational relationships are introduced for determining the volumetric flow rate of the leaked gas, Q (m^3/hr), from supply and transmission lines. The fitted equations are in different ranges and with respect to hole diameter, d(mm), pipe diameter, and pressure at the inlet of the pipeline, p(psi). For example, for a ten-inch-diameter transmission line in the $400 \leq p \leq 1050$ psi pressure range and $10 \leq d \leq 70$ mm hole diameter, the following correlational relationship is achieved:

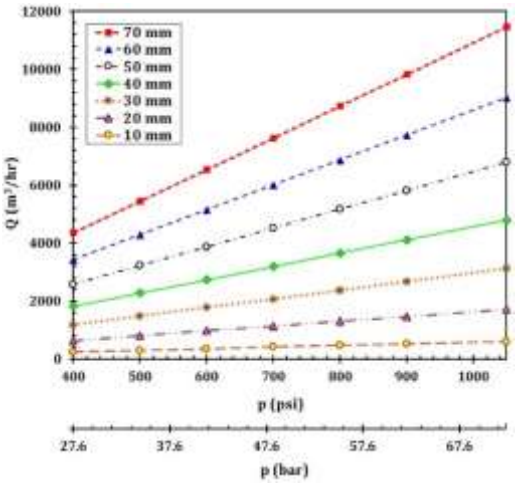


Figure 3. The volumetric flow rate of the gas leaked from transmission lines, with respect to different hole diameters and pressures on the eight-inch-diameter transmission line

Introducing the correlations to measure the flow rate of the leaked gas

$$Q=1091-73.17\,p-1.791\,d+0.9126\,p^2+0.1727\,pd+1.066e^{-5}d^2 \quad (1)$$

This fitted equation has a 0.9988 correlation coefficient and is highly precise.

4. Conclusion

The effect of factors, such as pipe diameter, hole diameter, and pipeline pressure on the amount of natural gas leakage from a damaged pipeline, was evaluated and highly precise correlations were extracted for estimating the amount of gas leaked from high-pressure supply and transmission pipelines. The results show that the relations between the volumetric flow rate of leaked gas and hole diameter and pipe pressure, respectively, are of the second and first order. Unlike above-ground pipes, in under-ground pipes, the choked outflow from the damaged section is not seen, even in high pressures. According to the results, parts of the released gas from the pipe move towards the lower area of the pipe, after colliding with soil particles, which shows that the leakage flow has a three-dimensional character and it is not possible to provide precise corelations for estimating the leakage through two-dimensional simulation.

CONTENTS

Numerical Investigation of Darrieus Wind Turbine Near a One-Way Highway	Sadegh Toudarbari- Mohamad Javad Maghrebi	1
A Numerical and Experimental Investigation on the Parabolic Dish Solar Concentrator	Mohammad Shafiey Dehaj - Mohsen Mirzaei Mostafa Zamani Mohiabadi	17
Evaluation of Thermo-Economic Cabinet Solar Dryer with Evacuated Heat Pipe Collector and Energy Storage	Mohammad Saleh Barghi Jahromi Masoud Iranmanesh - Hadi Samimi Akhijahani	39
A Numerical Study on the Thermal Stress caused by Laser Radiation on Healthy and Cancerous Skin Tissue	Sajjad Davoodi - Mostafa Esmaeili Hassan Shokrollahi	59
Numerical Simulation of Same-Sized Cells Focusing and Separation with Surface Acoustic Waves	Donya Shahani - Abas Ramiar Arash Mahboubidoust	77
Numerical Analysis of Mix Convection Non-Newtonian Nano Fluid in a Channel with Block	Kourosh Javaherdeh - Habib Karimi	93
Semi-Implicit Integration of Constitutive Equations with Non-Linear Mixed Hardening	Mojtaba Afife Golsheikhi Mehrzad Sharifian Mehrdad Sharifian	111
Finite Element Modeling of Laser Ultrasonics Process in Thermoelastic Regime	Salman Shamsaei - Farhang Honarvar	133
Heat Transfer of Nanofluid in a Channel with Magnetic Field and Porous Obstacle using the Darcy–Brinkman–Forchheimer Model in the LBM Method	Saed Bazkhane - Iman Zahmatkesh	153
Numerical Analysis of Magnetic Mixing Phenomenon in an Electroosmotic Flow between Two Parallel Plates	Morteza Dallakehnejad - Seyed Ali Mirbozorgi Hamid Niazmand	173
Thermal Performance Analysis of Natural Draft Dry Cooling Towers based on New Theoretical Method	Amin Khodakaram-Tafti Ali-Akbar Golneshan	191
An Experimental and Numerical Investigation into Concrete Specimens with Expanded Metal Sheet under Impact Loading	Hossein Sepahvand - Mojtaba Hosseini Hossein Hatam	211
Presenting a Correlation to Obtain Natural Gas Leakage Rate from a Buried High-Pressure Pipeline in a Porous Media	Reza Sabzian - Ali Abdollahi Sobhan Emami	231

JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. Mehran Kadkhodayan **General Director:** Dr. Hamid Niazmand

Concessionaire: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

Dr. Akbar Afaghi Khatibi	Associate Professor	RMIT University, Australia
Dr. Kazem Abhary	Associate Professor	University of South Australia, Australia
Dr. Aliakbar Akbarzadeh	Professor	RMIT University, Australia
Dr. Hamed Haddad Khodaparast	Associate Professor	Swansea University, UK
Dr. Masoud Boroomand	Professor	Amirkabir University of Technology
Dr. S.Mohammad Reza Khalili	Professor	K.N. Toosi University of Technology
Dr. Ehsan Roohi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mahmoud Shariati	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Ebrahim Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
Dr. Masoud Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mohammad Reza Kazempour Mofrad	Professor	University of California, United States
Dr. Mehran Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Moeenfard	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Behdad Moghtaderi	Professor	University of Newcastle, Australia
Dr. Mohammad Reza Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Simin Nasseri	Professor	Kennesaw, United States
Dr. Hamid Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. Y. Bina **Executive Director:** T. Hooshmand
Typesetting: A. Noie

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN
Tel: +98 51 38806024 Fax: +98 51 38763301
Email: ejour@um.ac.ir Web site: http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir
Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO

ISSN 2008 - 918X

Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Serial No. 23

Numerical Investigation of Darrieus Wind Turbine Near a One-Way Highway 1
Sadegh Toudarbari- Mohamad Javad Maghrebi
A Numerical and Experimental Investigation on the Parabolic Dish Solar Concentrator 17
Mohammad Shafiey Dehaj - Mohsen Mirzaei
Mostafa Zamani Mohiabadi
Evaluation of Thermo-Economic Cabinet Solar Dryer with Evacuated Heat Pipe Collector and Energy Storage 39
Mohammad Saleh Barghi Jahromi
Masoud Iranmanesh - Hadi Samimi Akhijahani
A Numerical Study on the Thermal Stress caused by Laser Radiation on Healthy and Cancerous Skin Tissue 59
Sajjad Davoodi - Mostafa Esmaeili
Hassan Shokrollahi
Numerical Simulation of Same-Sized Cells Focusing and Separation with Surface Acoustic Waves 77
Donya Shahani - Abas Ramiar - Arash Mahboubidoust
Numerical Analysis of Mix Convection Non-Newtonian Nano Fluid in a Channel with Block 93
Kourosh Javaherdeh - Habib Karimi
Semi-Implicit Integration of Constitutive Equations with Non-Linear Mixed Hardening 111
Mojtaba Afife Golsheikhi - Mehrzad Sharifian
Mehrdad Sharifian
Finite Element Modeling of Laser Ultrasonics Process in Thermoelastic Regime 133
Salman Shamsaei - Farhang Honarvar
Heat Transfer of Nanofluid in a Channel with Magnetic Field and Porous Obstacle using the Darcy–Brinkman–Forchheimer Model in the LBM Method 153
Saed Bazkhane - Iman Zahmatkesh
Numerical Analysis of Magnetic Mixing Phenomenon in an Electroosmotic Flow between Two Parallel Plates 173
Morteza Dallakehnejad - Seyed Ali Mirbozorgi
Hamid Niazmand
Thermal Performance Analysis of Natural Draft Dry Cooling Towers based on New Theoretical Method 191
Amin Khodakaram-Tafti - Ali-Akbar Golneshan
An Experimental and Numerical Investigation into Concrete Specimens with Expanded Metal Sheet under Impact Loading 211
Hossein Sepahvand - Mojtaba Hosseini
Hossein Hatam
Presenting a Correlation to Obtain Natural Gas Leakage Rate from a Buried High-Pressure Pipeline in a Porous Media 231
Reza Sabzian - Ali Abdollahi
Sobhan Emami

Vol. 32, No.1,
Autumn & Winter, 2021