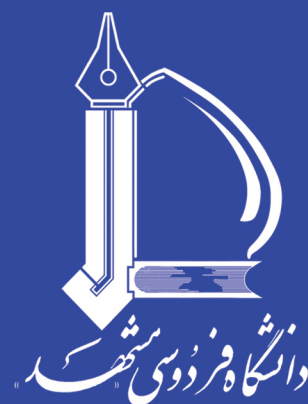




دوفصلنامه علمی

علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

شماره پیاپی ۲۲

سال ۳۱، شماره ۲

بهار و تابستان، ۱۳۹۹

- ۱ مطالعه تجربی فرآیند شکل گیری رژیم شکست کیسه ای جت مایع
توزیق شده در جریان هوا
یوسف رضائی - مهران تاج فر
- ۱۹ بررسی اثر عمق شیار ۷ شکل بر چقرمگی شکست KIC و ناحیه
پلاستیک نوک ترک با استفاده از داده های آزمایش ضربه
شارپی در فولاد API X۶۵
علی حسین زاده - خلیل فرهنگ دوست محمد رضا مرکی
- ۳۳ شبیه سازی الکترو شیمیایی - حرارتی سلول باتری
لیتیوم - یون خودروی الکتریکی
محمد امیر بیاتی نژاد - آرش محمدی
- ۵۳ کاربرد روش بدون المان SSPH در تحلیل ارتعاشات آزاد گرافن
کوروش محمدی - حسن شکراللهی
- ۶۷ کنترل گام متغیر برای یک کوادروتور با استفاده از
کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی
فیدبک تطبیقی مستقیم
مریم مسلسل - مهدی خدا بنده
- ۹۱ کنترل غیر خطی حرکت یک ربات کروی بر روی سطح
شیب دار مبتنی بر روش خطی سازی با استفاده از فیدبک
محمد عالی پور - علی مختاریان - حسین کریم پور
- ۱۰۵ شبیه سازی عددی رفتار جریان گرما - شاره حول
با وجود مقنول کنترل گر
سید اسماعیل رضوی - توحید ادیبی - احسان عباسی تبریزی
- ۱۲۷ پاسخ الکتریکی تیر پیزوالکتریک با استفاده از روش سختی دینامیکی
مجید جباری - بیژن احمدی
- ۱۴۱ شبیه سازی کامپیوتری فرسایش زانویی با جوش محیطی
در جریان دوفازی گاز جامد
فرناز حسینی - امیر همایون مقدادی - محسن دوازده امامی
ابراهیم محسنی هماگرانی - نسیم نجاری
- ۱۵۷ تأثیر افزودن نانوذرات آلومینا بر فرآیند احتراق با استفاده
از شاخص همگنی در یک موتور اشتعال تراکمی (مقاله کوتاه)
آرش محمدی - مصطفی ورمزیار - محسن سلیمانی
- ۱۷۷ بررسی تجربی جریان هوا پایین دست مدل مربعی
در زوایای مختلف (مقاله کوتاه)
احسان اردکانی - علیرضا تیمورتاش - محمد علی اردکانی

فهرست مطالب

۱	یوسف رضائی - مهران تاج فر	مطالعه تجربی فرآیند شکل گیری رژیم شکست کیسه ای جت مایع تزریق شده در جریان هوا
۱۹	علی حسین زاده -خلیل فرهنگ دوست محمدرضا مرکی	بررسی اثر عمق شیار V شکل بر چقرمگی شکست K _{IC} و ناحیه پلاستیک نوک ترک با استفاده از داده های آزمایش ضربه شاری در فولاد API X65
۳۳	محمد امیر بیاتی نژاد- آرش محمدی	شبیه سازی الکتروشمیایی-حرارتی سلول باتری لیتیوم-یون خودروی الکتریکی
۵۳	کوروش محمدی - حسن شکراللهی	کاربرد روش بدون المان SSPH در تحلیل ارتعاشات آزاد گرافن
۶۷	مریم مسلسل - مهدی خدابنده	کنترل گام متغیر برای یک کوادروتور با استفاده از کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی مستقیم
۹۱	محمد عالی پور - علی مختاریان حسین کریم پور	کنترل غیرخطی حرکت یک ربات کروی بر روی سطح شیب دار مبتنی بر روش خطی سازی با استفاده از فیدبک
۱۰۵	سید اسماعیل رضوی - توحید ادیبی احسان عباسی تبریزی	شبیه سازی عددی رفتار جریان گرما-شاره حول استوانه با وجود مقتول کنترل گر
۱۲۷	مجید جباری - بیژن احمدی	پاسخ الکتریکی تیر پیزوالکتریک با استفاده از روش سختی دینامیکی
۱۴۱	فرناز حسینی- امیرهمایون مقدادی محسن دوازده امامی - ابراهیم محسنی هماگرانی نسیم نجاری	شبیه سازی کامپیوتری فرسایش زانویی با جوش محیطی در جریان دوفازی گازجامد
۱۵۷	آرش محمدی - مصطفی ورمزیار محسن سلیمانی	تأثیر افزودن نانوذرات آلومینا بر فرآیند احتراق با استفاده از شاخص همگنی در یک موتور اشتعال تراکمی (مقاله کوتاه)
۱۷۷	احسان اردکانی- علیرضا تیمورتاش محمدعلی اردکانی	بررسی تجربی جریان هوا پایین دست مدل مربعی در زوایای مختلف (مقاله کوتاه)

مطالعه تجربی فرآیند شکل‌گیری رژیم شکست کیسه‌ای جت مایع تزریق‌شده در جریان هوا*

مقاله علمی - پژوهشی

مهران تاج‌فر^(۲)یوسف رضائی^(۱)

چکیده مطالعه تجربی به منظور بررسی فرآیند شکل‌گیری رژیم شکست کیسه‌ای جت مایع تزریق‌شده به درون جریان هوا انجام شد. جت مایع توسط یک نازل دایروی به قطر ۲٫۸۳ میلی‌متر در جریان هوا تزریق شده است. از روش سایه‌نگاری جهت آشکارسازی جت مایع استفاده شده و همچنین از یک دوربین سرعت‌بالا جهت ضبط و ثبت فرآیند شکل‌گیری و شکست کیسه‌های تشکیل‌شده بر روی ستون جت مایع، بهره گرفته شده است. عدد وبر هوا بین ۰٫۱ تا ۴۰ و نسبت ممنتوم جت مایع به هوا بین ۵ تا ۳۰ تغییر داده شده است. در این مطالعه یک تحلیل تئوری با در نظر گرفتن وجود تعادل بین نیروهای وارده بر روی یک کیسه انجام شده است که در نهایت یک عدد معیار برای شکل‌گیری کیسه‌ها به دست آمده است. قطر حلقه و اندازه پوسته یا غشاء کیسه‌ها نیز در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که نسبت بی‌بعد قطر حلقه و اندازه پوسته کیسه‌ها عددی ثابت بوده و با تغییر عدد وبر هوا و نسبت ممنتوم تغییر نمی‌کند. همچنین نتایج حاکی از آن است که پوسته کیسه‌ها نسبت قطر حلقه خود رشد بیشتری به سمت جریان هوا می‌کنند.

واژه‌های کلیدی رژیم شکست کیسه‌ای، تزریق جت مایع، جریان هوا، جریان چند فازی.

Experiments on the Formation Process of Bag Breakup Regime of Injected Liquid Jet into an Airstream

Y. Rezaei

M. Tadjfar

Abstract An experiment was conducted to investigate the bag breakup process of round liquid jet injected into an airstream. The liquid jet was visualized using shadowgraph technique and also a high-speed camera was used to observe the formation and breakup of bags in a water jet injected from a 2.83 mm diameter nozzle with air Weber number in the range of 0.1 to 40 and the liquid-to-air momentum ratio from 5 to 30. An analysis of the force balance on bags was conducted and a criterion for bag formation is obtained. In this study, the diameter of the bag ring and the size of the membrane of the bag are calculated. Present results indicate that the normalized ring diameter and the membrane size are constant. Results also show that the membrane of a bag grows more than its ring towards the airstream direction.

Key Words Bag Breakup Regime, Liquid Jet Injection, Airstream, Multiphase flow.

مقدمه

پیشینه تحقیق بر روی تزریق جت مایع به درون جریان هوا به قرن نوزدهم میلادی بازمی گردد. زمانی که تزریق و پاشش جت مایع کاربردهای فراوان و متنوعی در صنایع مختلف از جمله در صنایع هوافضا پیدا نمود. تزریق جت مایع به صورت عمودی در جریان هوا به دلیل اتمیزاسیون مناسب و نرخ تبخیر بالا، یکی از پیشرفته ترین روش ها برای سیستم تزریق سوخت است به طوری که کاربردهای گسترده ای در سیستم های تزریق سوخت موتورهای پیشرفته هواپیما دارد. از میان مهم ترین کاربردها می توان به سیستم تزریق سوخت محفظه احتراق توربین گاز، تزریق سوخت در پس سوزها و تزریق سوخت در موتورهای رم جت و اسکرم جت اشاره نمود [1,2]. راندمان و بازدهی این موتورها بستگی کامل به پروسه های انتشار، اتمیزاسیون و تبخیر جت سوخت مایع تزریق شده دارد [1]. این گستره کاربرد باعث شده است که محققان زیادی به پژوهش بر روی فیزیک تزریق مایع و شکست جت مایع بپردازند و از جنبه های گوناگون آن را مورد بررسی قرار دهند.

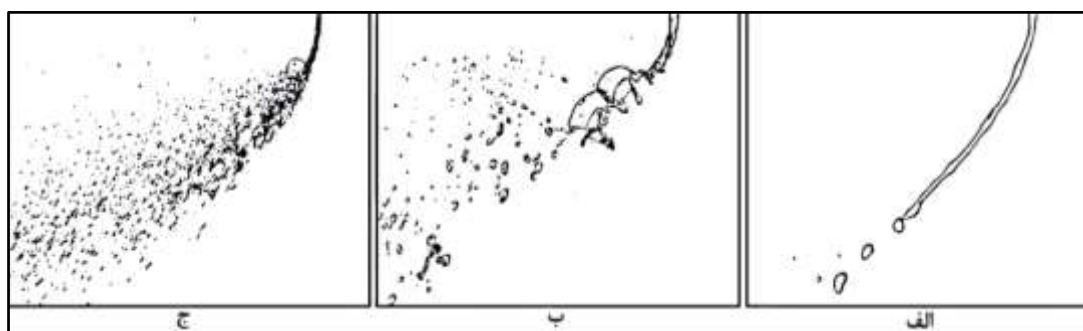
مطالعات اخیر درباره پروسه های شکست جت مایع نشان می دهد که فشار دینامیکی جریان هوا باعث مسطح نمودن ستون جت مایع شده و باعث خم شدن آن به سمت جریان هوا می شود. بعد از خم شدن جت مایع به سمت جریان هوا، ستون جت مایع شکسته شده و به تگه های (Ligament) بزرگ و قطرات کوچک تبدیل می شود [3,4]. با افزایش سرعت جریان هوا، رژیم های شکست متفاوتی پدیدار می شوند و ستون جت مایع متحمل رژیم های متفاوت شکست می شود. به گونه ای که در سرعت های پایین جریان هوا، جت مایع در رژیم شکست ستونی (Column Breakup Regime) شکسته می شود. با افزایش سرعت هوا ستون جت مایع وارد

رژیم شکست کیسه ای شده و در رژیم شکست کیسه ای (Bag Breakup Regime) شکسته می شود و در نهایت با افزایش بیشتر سرعت هوا ستون جت مایع متحمل رژیم شکست ترکیبی (کیسه ای/برشی) (Multimode Breakup Regime (Bag/Shear)) و در نهایت رژیم شکست برشی (Shear Breakup Regime) می شود [5,6]. شکل (۱) سه نوع از رژیم های شکست جت مایع را نشان می دهد.

رژیم های شکست جت مایع توسط وو و همکاران [7] طبقه بندی شدند به طوری که آنها طی یک مطالعه تجربی مشخصه های شکست جت تزریق شده در جریان جانبی هوا را مورد بررسی قرار دادند و رژیم های شکست جت مایع در جریان هوا را به دو رژیم اصلی: رژیم شکست ستونی و رژیم شکست سطحی (برشی) بر اساس عدد وبر هوا و نسبت ممتوم مایع به هوا، تقسیم بندی نمودند. آنها همچنین ناحیه شکست ستون جت مایع را به چهار زیر ناحیه، شکست ستونی ($We_a < 11$), شکست کیسه ای ($11 < We_a < 30$), شکست ترکیبی (کیسه ای/برشی) ($30 < We_a < 90$) و شکست برشی ($We_a > 90$) تقسیم بندی نمودند. در نهایت محل شکست ستون جت را شناسایی کردند و دریافتند که عمق نفوذ جت مایع تابعی از نسبت ممتوم مایع به هوا است و رابطه ای برای پیش بینی مسیر جت ارائه دادند. مازالون و همکارانش [8] به بررسی میزان اثر پارامترهایی که روی خواص شکست اولیه جت های مایع در جریان عرضی و شکست ثانویه قطرات تأثیرگذار هستند، پرداختند. آنها نیز رژیم های شکست اولیه جت مایع را بر اساس عدد وبر هوا به صورت زیر طبقه بندی نمودند: شکست ستونی ($We_a < 5$), کیسه ای ($5 < We_a < 60$), ترکیبی ($60 < We_a < 110$) و شکست برشی ($We_a > 110$). سلام و همکاران [9] در چند پژوهش به صورت جداگانه به بررسی رفتار جت مایع دایروی به

آغاز رژیم‌های شکست در آنها یکسان است و همه پژوهش‌ها گزارش یکسانی در مورد ترتیب پدیدار شدن رژیم‌های شکست ارائه نموده‌اند. در جدول (۱) محدوده وقوع رژیم‌های مختلف شکست ستون جت که توسط پژوهشگران مختلف ارائه شده است آورده شده است. برخی از محققان تأثیر ویژگی‌های مایع را بر روی مشخصه‌های جت تزریق شده در جریان هوا بررسی نموده‌اند. بیروک و همکاران [10]، تأثیر تغییر لزجت جت مایع را بر روی رژیم‌های شکست اولیه مورد مطالعه قرار دادند آنها متوجه شدند که لزجت مایع تأثیری روی مکانیزم‌های شکست جت تزریق شده در جریان هوا ندارد و همچنین آنها نشان دادند که رابطه‌ای که توسط وو و همکاران [7]، برای پیش‌بینی مسیر جت پیشنهاد داده شده بود فقط برای مایعات با لزجت پایین به کار می‌رود و قادر به پیش‌بینی مسیر جت مایعات با لزجت بالا نیست.

دورن جریان گازی عرضی پرداختند. آنها جت مایع آرام را با استفاده از مایعات مختلفی همچون آب، الکل، و ترکیب آب-گلیسرول را مطالعه کردند. آنها نیز مشابه کار وو و همکاران [7] و مازالون و همکاران [8] و چهار نوع رژیم‌های شکست برای جت مایع غیر آشفته در جریان هوا را بر اساس افزایش وبر هوا تقسیم‌بندی کرده‌اند: شکست ستونی ($We_a \leq 4$)، شکست کیسه‌ای ($4 < We_a < 30$)، شکست ترکیبی ($30 < We_a < 110$) و شکست برشی ($We_a > 110$). همان‌طور که مشاهده می‌شود در بین پژوهش‌های مختلف نتایج متفاوتی درباره تقسیم‌بندی‌های انواع رژیم‌های شکست بر اساس عدد وبر هوا وجود دارد. دلیل اصلی وجود اختلاف‌های جزئی بین تقسیم‌بندی‌های رژیم‌های متفاوت را می‌توان به تجربی بودن پژوهش‌ها و روش‌های اندازه‌گیری متفاوت اشاره نمود [2]. اما یک وجه اشتراکی که در بین تمامی این دسته‌بندی‌ها وجود دارد این است که ترتیب



شکل (۱): سه نوع متفاوت از رژیم‌های شکست. الف) شکست ستونی، ب) شکست کیسه‌ای، ج) شکست ترکیبی (کیسه‌ای/برشی)

جدول (۱): اعداد وبر هوا متناظر با آغاز رژیم‌های شکست مختلف

رژیم شکست	وو و همکاران [7]	سلام و همکاران [5]	مازالون و همکاران [8]
شکست ستونی	$We_a < 11$	$We_a \leq 4$	$We_a < 5$
شکست کیسه‌ای	$11 < We_a < 30$	$4 < We_a < 30$	$5 < We_a < 60$
شکست کیسه‌ای / برشی	$30 < We_a < 90$	$30 < We_a < 110$	$60 < We_a < 110$
شکست برشی	$90 < We_a$	$110 < We_a$	$110 < We_a$

تمبه و همکاران [11]، تأثیر کشش سطحی مایعات را بر روی رفتار ستون جت مورد بررسی قرار دادند، آنها دریافتند که در رژیم شکست سطحی، مایعات با کشش سطحی پایین قطره‌های کوچک‌تری در نسبت با مایعات با کشش سطحی بالا تولید می‌شود و همچنین آنها همانند وو و همکاران [7]، متوجه دو نوع رژیم شکست شدند: شکست ستونی که در نسبت ممتوم و وبر هوای پایین رخ می‌دهد و شکست سطحی که در نسبت ممتوم و وبر هوای بالا اتفاق می‌افتد. استنزلر و همکاران [12]، گزارش دادند که با افزایش لزجت مایع، ستون جت مایع تمایل بیشتری به خم شدن در جهت جریان هوا را دارد. برومند و همکاران [13] طی یک مطالعه تجربی به بررسی پارامترهایی همچون رژیم شکست اولیه، مسیر و ارتفاع شکست جت مایع تزریق شده به درون جریان هوای آشفته پرداختند. آنها گزارش نمودند که افزایش شدت آشفتگی جریان هوا باعث تأخیر شکل‌گیری رژیم شکست کیسه‌ای می‌شود. همچنین آنها متوجه شدند که ستون جت مایع در جریان هوای آشفته نسبت به جریان هوا بیشتر خم شده که این منجر به کاهش ارتفاع شکست جت مایع می‌شود.

هندسه نازل یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر رفتار جت مایع تزریق شده است که می‌تواند باعث ایجاد بیشترین تغییرات در شکل ستون جت مایع، نحوه شکستن و محل شکست جت مایع شود. در بسیاری از پژوهش‌های انجام شده، جت‌های دایروی بررسی شده‌اند و جت‌های غیردایروی همچون جت‌های بیضوی و مستطیلی کمتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. جت‌های غیر دایروی باعث افزایش ناپایداری جت مایع شده و فرآیند شکست را تسریع می‌بخشند. از دیدگاه احتراقی، جت‌های غیردایروی باعث افزایش اختلاط سوخت شده و می‌توانند باعث بهبودی راندمان و عملکرد احتراق و کاهش ناپایداری‌های آن شوند [14,15]. جدیدی و همکاران [16] ویژگی‌های جت‌های دایروی و بیضوی تزریق شده به درون جریان هوا را

به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار دادند. آنها گزارش نمودند که جت‌های بیضوی نفوذ کمتری نسبت به جت دایروی به درون جریان هوا می‌کنند و همچنین در شرایط یکسان، جت‌های بیضوی طول شکست کمتری نسبت به جت دایروی دارند یا به عبارت دیگر جت‌های بیضوی نسبت به جت دایروی زودتر شکسته می‌شوند. سانگ و همکاران [17] تأثیر هندسه نازل بر روی مسیر ستون جت‌های مایع بیضوی و دایروی را مورد بررسی تجربی قرار دادند و با استفاده از داده‌های تجربی روابطی برای پیش‌بینی مسیر جت‌های بیضوی و دایروی پیشنهاد نمودند. جابری و تاج‌فر [18,19] طی دو مطالعه تجربی و تئوری به بررسی ساختار و مشخصه‌های ناپایداری نظیر فرکانس و طول موج نوسانات ایجاد شده حاصل از پدیده تغییر محور (Axis-Switching Phenomenon) جت‌های مایع بیضوی و مستطیلی تزریق شده به درون هوای ساکن پرداختند. آنها متوجه شدند که پدیده تغییر محور جت‌های غیر دایروی نقش بسیار مهمی در تعیین نوسانات جت‌ها دارد و همچنین آنها دریافتند که افزایش نسبت منطری جت‌های غیر دایروی باعث افزایش طول موج پدیده تغییر محور می‌شود.

محاسبه اندازه قطرات و کیسه‌های تشکیل شده در رژیم‌های مختلف که نیز یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر نحوه اختلاط سوخت با هوا و بازده احتراق است، اخیراً توجه برخی از محققان را به خود جلب کرده است. از دیدگاه احتراقی قطرات کوچک‌تر به دلیل تبخیر و آمیزاسیون سریع آنها باعث افزایش اختلاط سوخت و هوا شده و می‌توانند باعث بهبودی عملکرد احتراق بشوند. وو و همکاران [20] در پژوهش دیگری به بررسی قطر میانگین قطرات تشکیل‌شده، سرعت قطرات و شار قطرات تشکیل‌شده را به‌منظور مرتبط کردن ساختار اسپری، مورد بررسی قرار دادند. همچنین به توسعه روابط و تصحیح‌هایی برای پیش‌بینی ساختار اسپری پرداختند. ساختار دوبعدی اسپری و چندین پدیده مختلف اسپری توسط آنها شناسایی شد. اینامورا

بررسی پیشینه مطالعات صورت گرفته نشان می‌دهد که علیرغم اینکه محاسبه اندازه قطر قطرات و کیسه‌های تشکیل شده در رژیم‌های مختلف به‌تازگی مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است، ولی تاکنون پژوهشی جامع در مورد چگونگی تشکیل کیسه و همچنین محاسبه پارامترهای آن صورت نگرفته است. به‌طوری‌که در هیچ‌یک از این پژوهش‌ها پارامتر اندازه پوسته یا غشاء کیسه مورد محاسبه قرار نگرفته است؛ بنابراین رفتار کیسه خصوصاً مشخصه‌های آن نیاز به بررسی بیشتری دارد که در این پژوهش مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در این مقاله ابتدا به بررسی چگونگی و عوامل تشکیل کیسه در رژیم شکست کیسه‌ای پرداخته شده است و سپس پارامترهای یک کیسه تشکیل شده بر روی ستون جت مایع همچون: اندازه قطر حلقه کیسه، اندازه پوسته کیسه و مدت زمان رشد کیسه مورد محاسبه و بررسی قرار گرفته است و همچنین مشخصه‌های آن به‌صورت کمی و کیفی تحلیل و مقایسه شده است. درنهایت به محاسبه مسیر ستون جت، طول و ارتفاع محل شکست ستون جت مایع تزریق شده به درون جریان هوا نیز پرداخته شده است.

تجهیزات تجربی، پردازش تصویر و شرایط آزمایش

در این بخش به ترتیب به سیستم تزریق جت مایع، تونل باد دو فاز، پردازش تصویر و شرایط آزمایش پرداخته می‌شود.

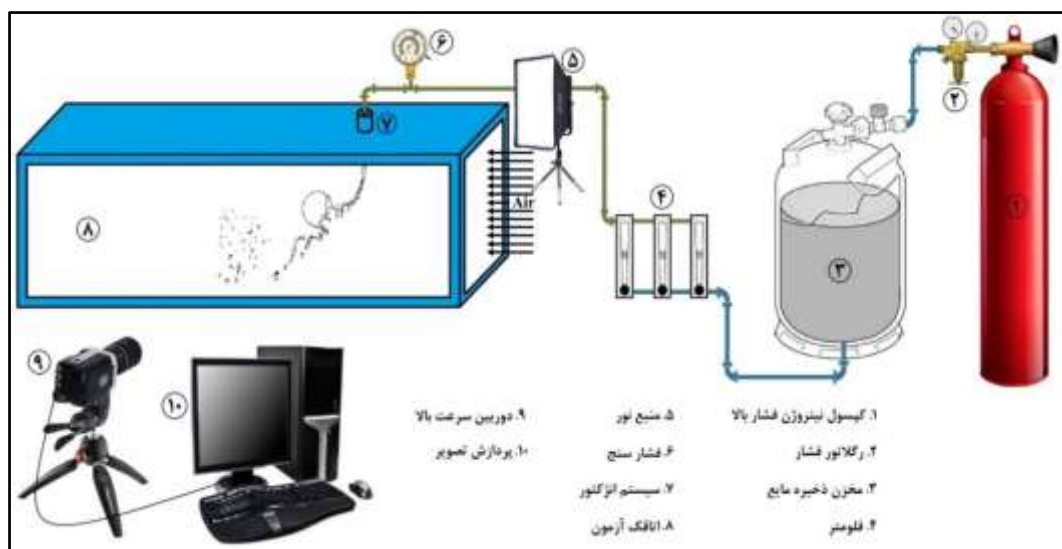
سیستم تزریق جت مایع

طرح‌واره تجهیزات تجربی و سیستم تزریق جت مایع در شکل (۲) به‌خوبی نشان داده شده است. سیستم تزریق مایع متشکل از کپسول نیتروژن پرفشار، مخزن مایع، فلومتر و انژکتور است. مایع تست شونده در یک مخزن ذخیره و برای ایجاد جریان از زیر مخزن، مایع داخل مخزن توسط گاز نیتروژن تحت فشار قرار می‌گیرد. از

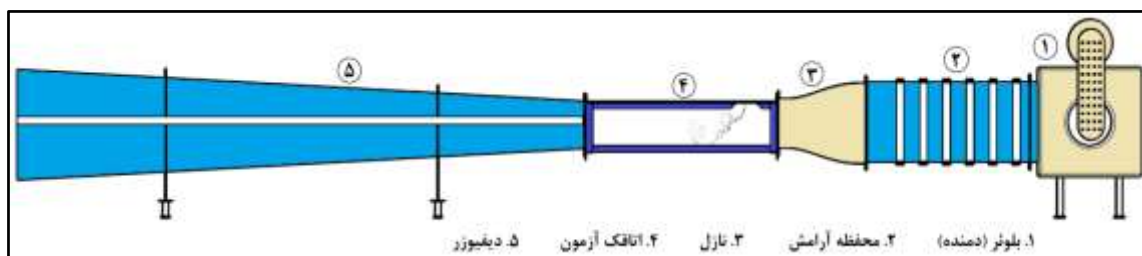
و همکارانش [21] با استفاده از روش پی‌دی‌پی‌ای به اندازه‌گیری سایز قطره در ستون اسپری و سرعت امواج ستون‌های مایع پرداختند. کیم و همکاران [22] توانستند با بررسی تجربی تزریق چندین جت دایروی با قطرهای مختلف و با کمک تحلیل ابعادی، به رابطه‌ای نیمه‌تجربی برای تخمین قطر میانگین قطرات تشکیل شده برحسب پارامترهای مختلف همچون قطر نازل، عدد وبر جت، عدد رینولدز جت، عدد رینولدز گاز و موقعیت طولی و عرضی جت توسعه دهند. سلام و همکاران [23] در پژوهش دیگری به بررسی کیسه‌های تشکیل شده در رژیم شکست کیسه‌ای پرداختند. آنها دریافتند که اندازه کیسه‌های تشکیل شده در رژیم شکست کیسه‌ای با تغییر نسبت ممتوم و عدد وبر هوا تغییر نمی‌کند و تقریباً دارای مقدار ثابتی است. وانگ و همکاران [24] طی یک مطالعه تجربی و تحلیلی به بررسی پارامترهایی همچون طول شکست جت، اندازه کیسه‌ها، محل تشکیل کیسه بر روی ستون جت و مدت زمان تشکیل کیسه پرداختند. آنها نیز بر ثابت بودن اندازه کیسه‌ها و تغییر نکردن آن با نسبت ممتوم و وبر هوا تأکید داشتند و گزارش نمودند که کاهش عدد رینولدز جت باعث می‌شود که کیسه‌ها در فاصله بیشتری نسبت به نقطه تزریق تشکیل شوند در حقیقت فاصله تشکیل کیسه بر روی ستون جت افزایش می‌یابد. ژانگ و همکاران [25] به بررسی مقدار پراکندگی قطرات تشکیل شده حاصل از تزریق جت مایع از نازل مخروطی به درون جریان هوا پرداختند. عمیقی و همکاران [26] طی یک مطالعه تجربی به محاسبه اندازه قطرات ایجاد شده در تزریق جت مایع در جریان هوا با دما و فشار بالا پرداختند. نتایج آنها حاکی از آن است که افزایش قطر نازل و سرعت جت مایع هر دو باعث افزایش نفوذ جت مایع به درون جریان هوا شده ولی باعث کاهش اندازه قطرات جت مایع می‌شود. از طرفی دیگر، افزایش سرعت جریان هوا باعث کاهش نفوذ جت مایع به درون جریان هوا شده و همچنین اندازه قطرات تشکیل شده را کاهش می‌دهد.

شکل (۳) طرح شماتیک تونل باد دو فازی دانشگاه صنعتی امیرکبیر را نشان می‌دهد. این تونل باد توانایی ایجاد جریان هوای کاملاً یکنواخت با شدت آشفستگی کمتر از ۰,۱ درصد در داخل اتاقک آزمون با دامنه سرعت بین ۰,۲ تا ۴۵ متر بر ثانیه را دارد. در محفظه آرامش این تونل باد چندین صفحات لانه زنبوری برای ایجاد جریان یکنواخت در اتاقک آزمون، قرار داده شده است. به منظور آشکارسازی جریان جت مایع، دیواره‌های کناری اتاقک آزمون تونل باد با استفاده از شیشه‌های شفاف ساخته شده است.

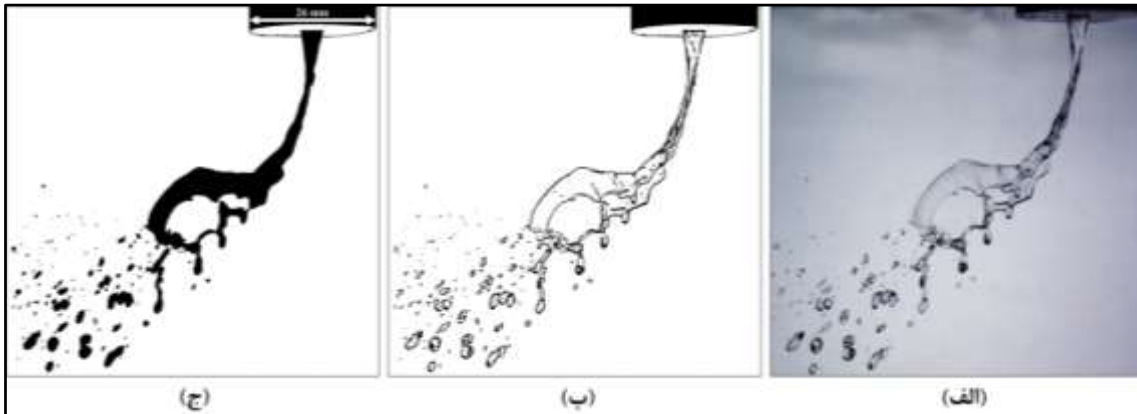
سه فلومتر با بازه‌های کاری مختلف برای اندازه‌گیری دبی جریان آب استفاده شده است. این سه فلومتر که به صورت موازی در مدار قرار گرفته‌اند، قادر به اندازه‌گیری دبی جریان در بازه‌های ۴ تا ۴۴ لیتر بر ساعت، ۲۰ تا ۱۶۰ لیتر بر ساعت و ۱۲۰ تا ۳۶۰ لیتر بر ساعت می‌باشند. در نهایت جت مایع توسط یک نازل که در قسمت بالایی اتاقک آزمون و در فاصله ۲۰۰ میلی‌متری از ورودی هوا به اتاقک آزمون نصب شده است، به داخل جریان هوا به صورت عمودی تزریق می‌شود. لازم به یادآوری است که در این مطالعه از آب به عنوان جت مایع تزریق‌شونده استفاده شده است.



شکل (۲): طرح‌واره تجهیزات تجربی و سیستم تزریق جت مایع



شکل (۳): طرح شماتیک تونل باد دو فازی



شکل (۴): فرآیند پردازش تصویر. (الف) تصویر اصلی، (ب) شناسایی مرزهای جت مایع، (ج) پروفیل جت مایع

پردازش تصویر

جت مایع با استفاده از روش سایه‌نگاری آشکارسازی شده است. با توجه به فرکانس بالای پدیده‌های حاضر، نیاز به یک دوربین سرعت بالا است؛ بنابراین از دوربین نیکون J4-1 استفاده شد که قادر به ثبت تصاویر با مدت زمان نورگیری ۶۲/۵ میکروثانیه و سرعت ۱۲۰۰ فریم بر ثانیه و با وضوح تصویر ۳۴۸۸ × ۵۲۳۲ است. پس از عکس‌برداری، تصاویر ثبت شده باید مورد پردازش قرار بگیرند تا امکان به دست آوردن داده‌های مورد نیاز فراهم شود؛ بنابراین یک کُد در نرم‌افزار متلب نوشته شد که امکان پردازش تصاویر را میسر می‌سازد. پردازش تصاویر در دو مسیر انجام می‌شود. در مسیر اول ابعاد فیزیکی یک پیکسل از هر تصویر مشخص می‌شود. بدین منظور، از قطر خارجی انژکتور که اندازه مشخصی (۲۶ میلی‌متر) دارد و سایه آن نیز در تصاویر ثبت می‌شود، به عنوان مقیاس استفاده شده است. کُد به صورت خودکار مقیاس را شناسایی کرده و با شمارش تعداد پیکسل آن، می‌تواند ابعاد فیزیکی هر پیکسل را محاسبه کند (شکل (۴-ج)). در مسیر دوم پردازش تصویر، عکس خام جت مایع (شکل (۴-الف)) دریافت می‌شود و در اولین مرحله، ستون جت شناسایی شده و مرز سایه‌های آن از تصاویر پس‌زمینه جدا می‌شود (شکل (۴-ب)). در گام نهایی پروفیل اصلی ستون جت مایع مشخص می‌شود.

به کمک این پروفیل نهایی می‌توان پارامترهای مورد نیاز از ستون جت همانند اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه، طول و ارتفاع شکست جت و غیره را به دست آورد. نهایتاً به کمک بعد فیزیکی به دست آمده در مسیر اول پردازش تصویر، تعداد پیکسل به دست آمده برای هر پارامتر به طول فیزیکی تبدیل می‌شود.

در حیطه بررسی تزریق جت مایع به کمک تصاویر سایه‌نگاری دو چشمه خطا وجود دارد: عدم قطعیت اندازه پیکسل و عدم قطعیت طول یک کمیت. در ادامه به نحوه محاسبه آن‌ها در این پژوهش پرداخته شده است. اگر اندازه هر پیکسل به صورت رابطه زیر تعریف نماییم:

$$\delta = \frac{D}{N} \quad (1)$$

که در آن D بیانگر اندازه طولی مقیاس و N بیانگر تعداد پیکسل‌های آن مقیاس است؛ بنابراین رابطه عدم قطعیت اندازه پیکسل خواهد بود:

$$\sigma_{\delta} = \left\{ \left(\frac{\partial \delta}{\partial D} \sigma_D \right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial N} \sigma_N \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱) خواهیم داشت که $\frac{\partial \delta}{\partial D} = \frac{1}{N}$ و $\frac{\partial \delta}{\partial N} = -\frac{D}{N^2}$ اکنون با جایگذاری در رابطه (۲)، رابطه نهایی برای عدم قطعیت اندازه پیکسل به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

آورده شده است.

جدول (۲): خلاصه شرایط آزمایش

پارامترها	آب	هوا
چگالی (ρ (kg/m ³)	998	1.225
لزجت (μ (N/m ²)	8.02×10^{-4}	1.73×10^{-5}
کشش سطحی (σ (N/m)	0.0728	—
سرعت (V (m/s)	0.22 - 1.76	1 - 29
و بر (We)	1.81 - 121	0.1 - 40
نسبت ممتوم q	5 - 30	—

نتایج و بحث

نتایج به دست آمده در پنج بخش ارائه می‌شوند. ابتدا در قسمت آشکارسازی جریان، تصویر جت مایع در رژیم شکست کیسه‌ای مورد تحلیل کیفی قرار می‌گیرند. در بخش بعد به نیروهای وارد بر یک کیسه به صورت تحلیلی پرداخته می‌شود. در ادامه اندازه قطر و پوسته کیسه‌ها و مدت زمان رشد یک کیسه تا قبل از شکست آن بررسی شده است و در نهایت به مسیر ستون جت و محل شکست آن پرداخته خواهد شد.

آشکارسازی جریان

تصاویر سایه‌نگاری به خوبی امکان بررسی شکل ظاهری ستون جت و تغییرات آن با پارامترهای مختلف را فراهم می‌کند که می‌تواند کمک به سزایی در شناخت رفتار جت باشد. در این مطالعه سه نوع از رژیم‌های شکست جت مایع در اعداد و بر هوای مختلف مشاهده شد. به طوری که رژیم شکست ستونی در اعداد و بر هوای $We_a < 5$ و با افزایش و بر هوا شاهد رژیم شکست کیسه‌ای در اعداد و بر $5 < We_a < 25$ بودیم و در نهایت با افزایش بیشتر و بر هوا رژیم شکست ترکیبی (برشی / کیسه‌ای) از عدد و بر هوا $We_a > 25$ پدیدار شد. از آنجایی که تمرکز اصلی این پژوهش، مطالعه رژیم شکست کیسه‌ای است بنابراین در ادامه تنها به بررسی مشخصه‌های رژیم

$$\sigma_\delta = \left\{ \left(\frac{1}{N} \sigma_D \right)^2 + \left(\frac{D}{N^2} \sigma_N \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

که در آن σ_D عدم قطعیت طول مشخصه مقیاس یا نشانگر پیکسل است که در این پژوهش مقدار ۰,۰۵ میلی متر محاسبه گردیده است و σ_N عدم قطعیت تعداد پیکسل است و از میانگین تعداد زیادی عکس به دست می‌آید.

برای اندازه‌گیری طول یک کمیت در فرآیند پردازش تصویر، از رابطه (۴) استفاده شده است:

$$L = M\delta \quad (4)$$

که در این رابطه M تعداد پیکسل و δ اندازه پیکسل است. برای محاسبه عدم قطعیت طول اندازه‌گیری شده L داریم که:

$$\sigma_L = \left\{ \left(\frac{\partial L}{\partial M} \sigma_M \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial \delta} \sigma_\delta \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

که با توجه به رابطه (۴) داریم که $\frac{\partial L}{\partial M} = \delta$ و $\frac{\partial L}{\partial \delta} = M$ بنابراین عدم قطعیت طول برابر خواهد بود با:

$$\sigma_L = \{ (\delta \sigma_M)^2 + (M \sigma_\delta)^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

که در این رابطه σ_δ از بخش قبل محاسبه شده و σ_M مشابه با σ_N قابل محاسبه است.

شرایط آزمایش

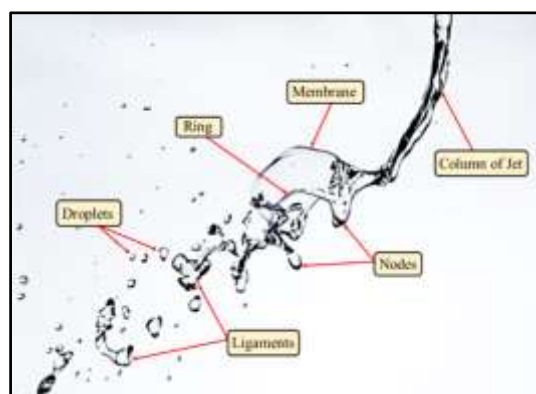
کلیه آزمایش‌ها در شرایط دمای اتاق و فشار اتمسفریک انجام شده است. در این مطالعه سرعت تزریق مایع بین ۰,۲۲ تا ۱,۷۶ متر بر ثانیه و همچنین سرعت هوا بین ۱ تا ۲۹ متر بر ثانیه متغیر است. برای یک نازل دایروی با قطر ۲,۸۳ میلی متر شرایط زیر آزمایش شده است: عدد و بر جت بین ۱,۸ تا ۱۲۱، عدد و بر هوا بین ۰,۱ تا ۴۰ و نسبت ممتوم مایع به هوا بین ۵ تا ۳۰ تغییر کرده است؛ که این محدوده آزمایش‌ها باعث به وجود آمدن رژیم‌های شکست ستونی، شکست کیسه‌ای و ترکیبی می‌شوند. شرایط آزمایش به طور خلاصه در جدول (۲)

شکل دایروی به شکل بیضوی تغییر می‌کند. همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده، قطر ستون جت در امتداد جریان هوا کاهش می‌یابد.

نیروی درگ آیرودینامیکی جریان هوا نیز باعث تغییر شکل بیشتر ستون جت مایع شده که در نهایت ستون جت تبدیل به یک کیسهٔ تو خالی می‌شود. زمانی که سرعت جریان هوا در کناره‌های ستون جت افزایش می‌یابد فشار جریان هوا در اطراف ستون جت مایع کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین، فشار داخل کیسه بیشتر از فشار خارج کیسه است. این اختلاف فشار باعث رشد کیسه می‌شود. با رشد کیسه ضخامت پوستهٔ کیسه کاهش و قطر حلقهٔ کیسه افزایش می‌یابد. رشد کیسه تا زمانی که ضخامت کیسه به اندازه‌ای نازک شده باشد که دیگر کشش سطحی مایع توانایی غلبه بر نیروی درگ آیرودینامیکی جریان هوا را نداشته باشد، ادامه پیدا می‌کند. بعداً آنکه کیسه به حداکثر رشد خود رسید، پوستهٔ کیسه شکسته می‌شود. پس از شکست شدن کیسه، قطرات مختلف و با اندازه‌های گوناگونی تولید می‌شود که این قطرات به سه دسته مشخص تقسیم می‌شوند: ۱. قطره‌های گره‌ای (Node-Droplets) که قطره‌های نسبتاً بزرگی هستند و توسط گره کیسه‌های تولید می‌شوند، ۲. قطره‌های حلقه‌ای (Ring-Droplets) که ناشی از شکسته شدن حلقهٔ کیسه‌ها تولید می‌شود، ۳. تعداد زیادی از قطره‌های بسیار کوچک که ناشی از شکسته شدن پوستهٔ کیسه تولید شده‌اند که به آنها قطره‌های پوسته‌ای (Membrane-Droplets) گفته می‌شود [24].

عدد وبر هوا یک پارامتر بسیار مهم برای تعیین رژیم‌های شکست جت مایع تزریق شده به درون جریان هوا است. همان‌طور که در قسمت مقدمه به آن اشاره شد محققان مختلف عدد وبر هوای متفاوتی برای رژیم‌های شکست گزارش نموده‌اند. برای مثال مازالون و همکارانش [8] گزارش نمودند که برای جریان با عدد آنسرج کمتر از ۰٫۱، رژیم شکست کیسه‌ای از عدد وبر هوا $We_a < 5$ شروع می‌شود. در این مطالعه یک تحلیل تئوری ساده برای پیش‌بینی عدد وبر هوای بحرانی برای

شکست کیسه‌ای می‌پردازیم. شکل (۵) قسمت‌های مختلف ستون جت مایع را در رژیم شکست کیسه‌ای معرفی می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود ستون جت در اثر جریان از جانب هوا تغییر شکل داده و تبدیل به یک کیسه تو خالی شده است. هر کیسه از سه قسمت اصلی پوسته یا غشاء (Membrane)، حلقه (Ring) و گره (Node) تشکیل شده است. رشد کیسه تا رسیدن به حداکثر مقدار خود ادامه پیدا می‌کند و بعداً آن کیسه شکسته شده و به قطرات و تکه‌های مختلف تبدیل می‌شود. در قسمت بعدی توضیحات کاملی در رابطه با چگونگی شکل‌گیری و فروپاشی کیسه در رژیم شکست کیسه‌ای ستون جت داده خواهد شد.



شکل (۵): قسمت‌های مختلف جت مایع در رژیم شکست

کیسه‌ای نسبت ممتوم $q = 20$ و وبر هوا $We_a = 6$

نیروی‌های وارد بر یک کیسه

روند تغییر شکل ستون جت مایع تزریق شده در جریان هوا به صورت شماتیک در شکل (۶) نشان داده شده است. جت مایع پس از تزریق، به درون جریان هوا نفوذ می‌کند. جریان هوا با برخورد با ستون جت مایع سرعت خود را سریعاً از دست داده که در نتیجه منجر به افزایش فشار استاتیک در قسمت بالادست ستون جت مایع می‌شود. افزایش اختلاف فشار استاتیک بین بالادست و پایین‌دست ستون جت باعث تغییر شکل مقطع ستون جت مایع می‌شود. در نتیجه سطح مقطع ستون جت از

وارد شده بر یک کیسه را می توان به صورت رابطه زیر نوشت:

$$(Differential Static Pressure)_{Bag} =$$

$$(Surface Tension)_{Bag} \quad (۷)$$

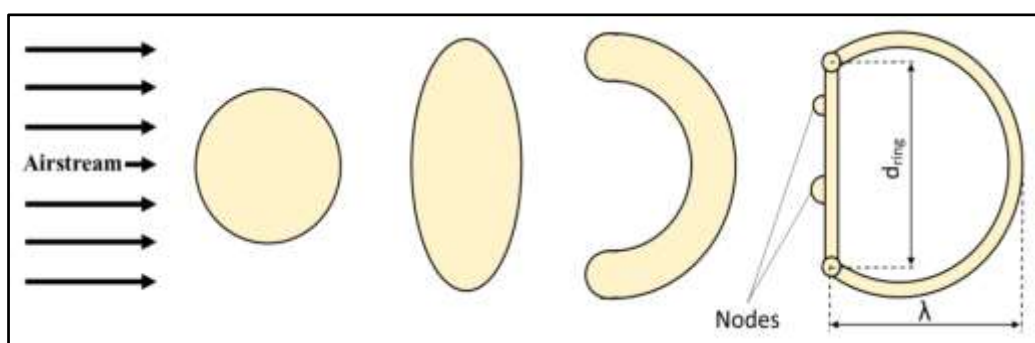
$$\frac{\pi d_r^2}{4} \times \frac{1}{2} \rho_a u_a^2 = \pi d_r \sigma \quad (۸)$$

$$\frac{\rho_a u_a^2 d_r}{\sigma} = 8 \quad (۹)$$

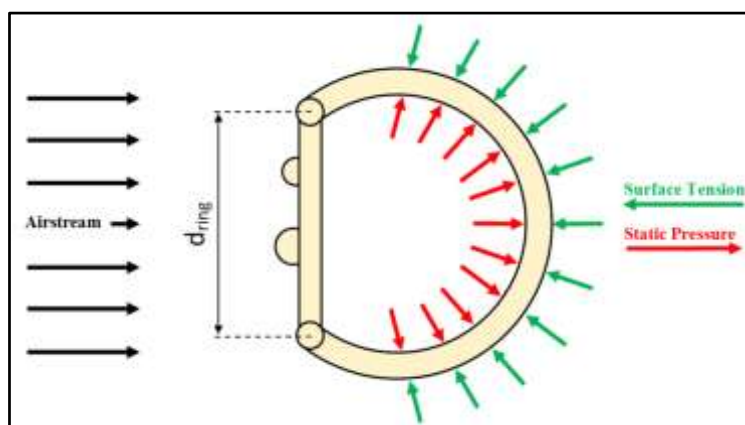
که در رابطه (۹) مقدار d_r (قطر حلقه کیسه) مجهول بوده و از اندازه گیری تجربی به دست می آید.

رژیم شکست کیسه ای، انجام شده است. در تحلیلی که صورت گرفته، فرض شده است که کیسه حداکثر رشد خود را کرده و نیروی های وارد بر کیسه در حالت تعادل قرار دارند. همچنین فرض شده است که پوسته کیسه به صورت یک نیم کره و با قطر d_r است. نیروهای وارد شده بر یک کیسه به صورت شماتیک در شکل (۷) نشان داده شده است.

وجود کیسه در جریان هوا باعث شده که سرعت جریان هوا در داخل کیسه به سرعت کاهش پیدا کرده در نتیجه تقریباً تمامی فشار دینامیک جریان هوا به فشار استاتیک تبدیل شود؛ بنابراین، فشار داخل کیسه بیشتر از فشار خارج آن است. در این صورت تعادل نیروهای



شکل (۶): تغییر شکل سطح مقطع ستون جت مایع تا شکل گیری کیسه

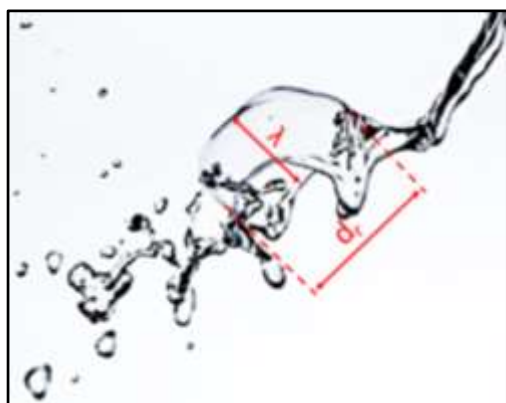


شکل (۷): شماتیک نیروهای وارد بر کیسه

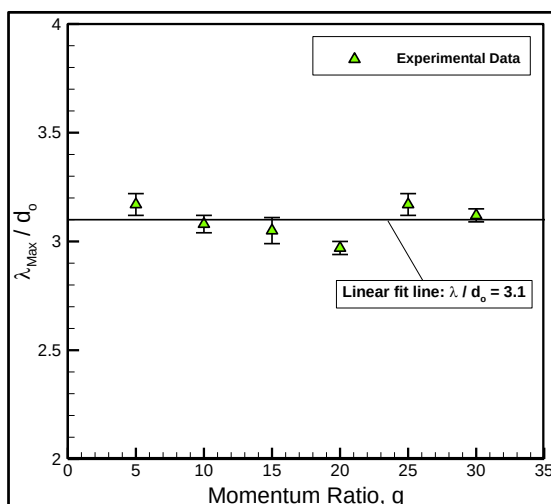
اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها

در این قسمت به نتایج به دست آمده از محاسبه اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها پرداخته می‌شود. در این مطالعه به منظور محاسبه اندازه قسمت‌های مختلف یک کیسه از نرم‌افزار ایمج جی (ImageJ) استفاده شده است. در هر شرایط آزمایش، بیش از ۵۰ عکس‌برداری انجام شده و نتایج ارائه شده میانگین همه تصاویر ثبت شده است. پارامترهای اندازه‌گیری شده کیسه در شکل (۸) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌نمایید اندازه پوسته کیسه با حرف λ و اندازه قطر حلقه کیسه با حرف d_r مشخص شده است. توجه داشته باشید که پارامترها در حالتی اندازه‌گیری شده‌اند که کیسه حداکثر رشد خود را کرده است یا به عبارت دیگر محاسبات درست در لحظه قبل از شکست کیسه، انجام شده است. نمودارهای شکل (۹) اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها نشان می‌دهند. با توجه به نتایج به دست آمده مقدار بی‌بعد شده اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها تقریباً ثابت و با میانگین به ترتیب ۲٫۱۶ و ۳٫۱ است و با تغییر نسبت ممتوم جت به هوا تغییر نمی‌کند. در حقیقت اختلاف فشار استاتیک بین دو طرف ستون جت باعث

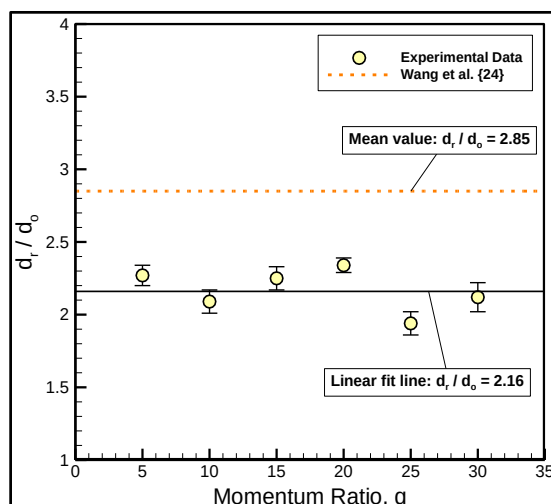
به وجود آمدن کیسه می‌شود ولی میزان رشد کیسه بستگی به مقدار کشش سطحی مایع دارد زیرا که کشش سطحی مایع تزریق‌شونده در نهایت عامل مقاومت کیسه در برابر شکست آن است. بنابراین می‌توان به این نتیجه رسید که اندازه قطر حلقه کیسه‌ها با تغییر سرعت جت و هوا نیز تغییر نکرده و همواره دارای یک مقدار نسبتاً ثابتی است. نتیجه مشابهی توسط وانگ و همکاران [24] در رابطه با مستقل بودن اندازه کیسه‌ها از نسبت ممتوم جت به هوا، گزارش شده است.



شکل (۸): پارامترهای اندازه‌گیری شده یک کیسه

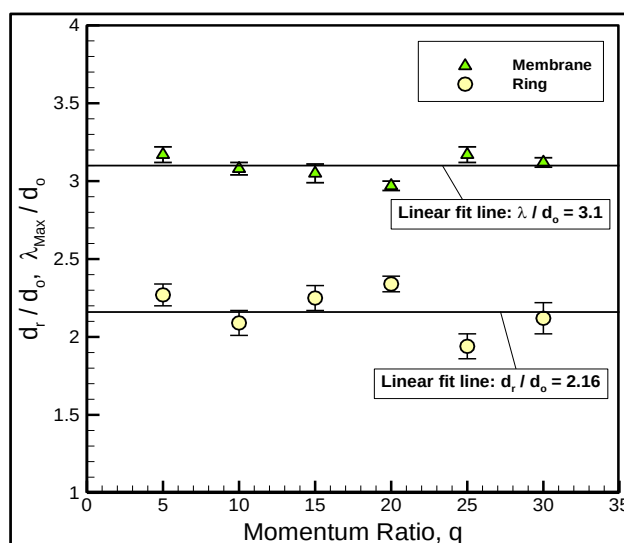


(ب)



(الف)

شکل (۹): نتایج اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها. (الف) قطر حلقه کیسه، (ب) پوسته کیسه



شکل (۱۰): مقایسه اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها

درحالی که مقدار میانگین حلقه کیسه ۲,۱۶ به دست آمده است. دلیل این امر این است که در حقیقت کیسه در جریان هوا به صورت یک نیم کره رشد نمی کند بلکه جریان هوا باعث کشیده شدن پوسته کیسه در جهت خود می شود. به عبارت دیگر جریان هوا باعث کش آمدن پوسته کیسه به سمت پایین دست جریان می شود و همین امر باعث شده که اندازه پوسته کیسه کمی بیشتر از حلقه خود باشد.

رشد کیسه‌ها در زمان

شکل (۱۱) نحوه شکل گیری و متلاشی شدن یک کیسه را در زمان به طور کامل برای مدت زمان ۱۱,۶۶۲ میلی ثانیه نشان می دهد. همان طور که پیشتر توضیح داده شد اختلاف فشار دو طرف ستون جت باعث شکل گیری کیسه بر روی ستون جت می شود. رشد کیسه تا زمانی که دیگر ضخامت پوسته کیسه به اندازه ای شده باشد که دیگر کشش سطحی مایع توانایی نگه داشتن آن را نداشته باشد، ادامه پیدا می کند. بعد از رسیدن کیسه به حداکثر اندازه خود، پوسته کیسه شکسته شده و به قطرات مختلفی تبدیل می شود. توجه داشته باشید که هر یک از این تصاویر با فاصله ۰,۸۳۳ میلی ثانیه از هم می باشند.

اکنون با داشتن مقدار $\frac{d_r}{d_0} = 2.16$ و قرار دادن آن در رابطه (۹) حداقل عدد ویر هوای مورد نیاز برای شروع رژیم شکست کیسه ای جت مایع به دست می آید:

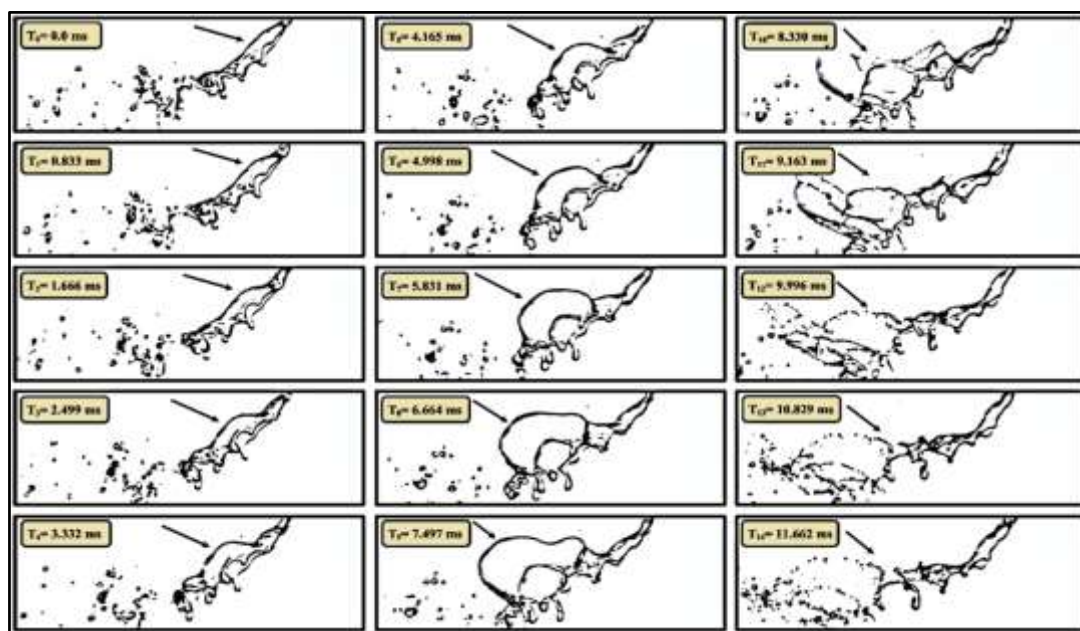
$$We_a = \frac{\rho_a u_a^2 d_0}{\sigma} = \frac{\rho_a u_a^2 d_r}{2.16 \sigma} \approx 4 \quad (10)$$

عدد ویر هوای بحرانی رژیم شکست کیسه ای که از تحلیل تئوری به دست آمد تقریباً مقدار ۴ است که با عدد گزارش شده توسط مازالون و همکارانش [8] که عدد ۵ است، کمی متفاوت است. یکی از دلایل اصلی وجود اختلاف بین تحلیل تئوری با آزمایش تجربی، وجود فرضیاتی است که در تحلیل تئوری بکار گرفتیم. دلیل دیگر، اختلاف فشار استاتیکی که سبب شکل گیری کیسه می شود در واقعیت کمی بیشتر از نیروی کشش سطحی مایع است؛ زیرا کشش سطحی مایع توانایی غلبه بر نیروی درگ آیرودینامیکی وارد بر کیسه را ندارد.

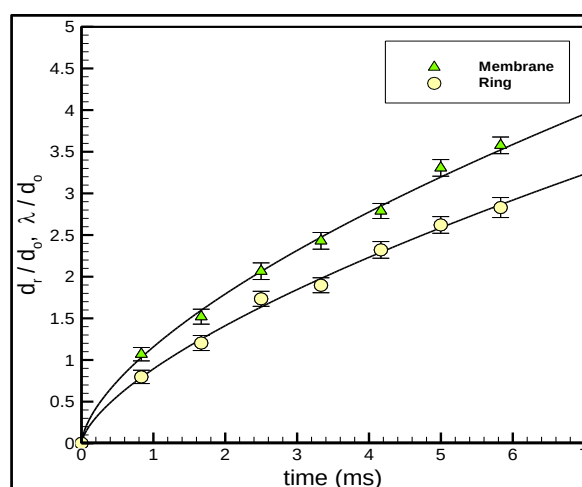
نمودار شکل (۱۰) اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه های تشکیل شده بر روی ستون جت مایع را با یکدیگر مقایسه می نماید. بر اساس محاسبات صورت گرفته، مشخص شد که اندازه پوسته کیسه کمی بیشتر نسبت به حلقه خود است. یا به عبارت دیگر پوسته کیسه رشد بیشتر نسبت به حلقه خود می کند. همان طور که مشاهده می شود مقدار میانگین پوسته کیسه ۳,۱

چنانچه در قسمت قبل توضیح داده شد پوسته یک کیسه رشد بیشتری نسبت به قطر حلقه خود می‌کند. دلیل اصلی آن این است که در حقیقت کیسه‌های تشکیل شده به‌صورت کروی شکل نبوده و به سمت جریان هوا کشیده می‌شوند و این کشیدگی باعث شده اندازه پوسته یک کیسه بزرگ‌تر از قطر حلقه خود باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود اندازه پوسته یک کیسه در زمان‌های مختلف نیز بیشتر از قطر حلقه خود است.

در این مطالعه اندازه رشد پوسته و قطر حلقه کیسه‌ها در حین رشدشان نسبت به زمان نیز مورد بررسی قرار گرفته شده است. از آنجایی که در ابتدای شکل‌گیری کیسه امکان محاسبه اندازه پوسته و قطر حلقه کیسه فراهم نیست بنابراین محاسبات ۶ میلی‌ثانیه قبل از شکست کیسه انجام گردیده است. نمودار شکل (۱۲) اندازه پوسته و قطر حلقه کیسه‌ها در حین رشدشان نسبت به زمان برای مدت ۶ میلی‌ثانیه نشان می‌دهند.



شکل (۱۱): روند شکل‌گیری و شکست یک کیسه



شکل (۱۲): مقایسه رشد اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه در زمان

مسیر، طول و ارتفاع محل شکست

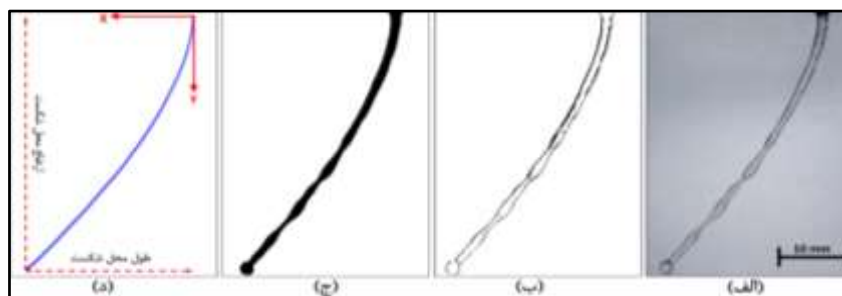
ستون جت مایع

با توجه به توضیحاتی که در قسمت پردازش تصویر داده شد، با داشتن تصویری از جت مایع تزریق شده به درون جریان هوا (شکل (۱۳-الف)) به راحتی می توان مرزهای جت مایع را شناسایی کرد (شکل (۱۳-ب)) و سپس پروفیل ستون جت مایع را به دست آورد (شکل (۱۳-ج)). در نهایت با داشتن پروفیل ستون جت مایع، می توان پارامترهایی همچون مسیر، طول و ارتفاع محل شکست ستون جت را محاسبه نمود. شکل (۱۳) فرآیند پردازش ستون جت مایع را نشان می دهد.

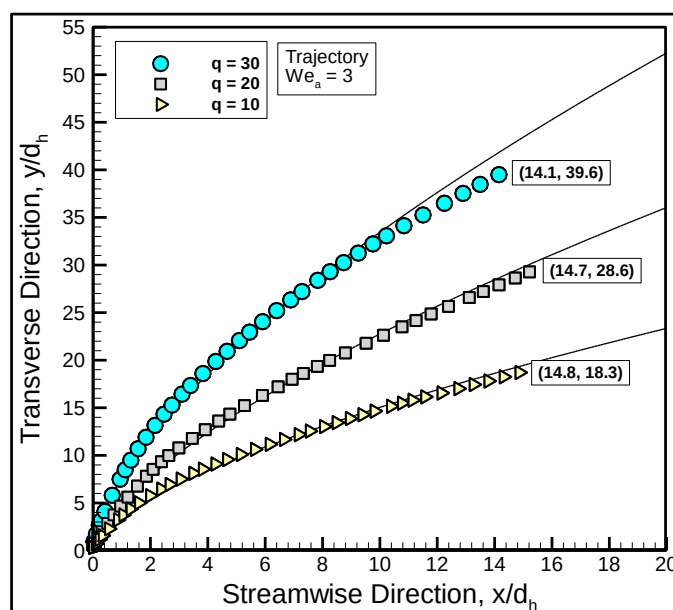
در این پژوهش تغییر مسیر ستون جت مایع با تغییر نسبت ممتوم در شرایط یکسان و در عدد وبر هوای ثابت $We_a = 3$ بررسی شده است. همان طور که در نمودارهای شکل (۱۴) مشاهده می شود، نتایج حاکی از آن است که افزایش نسبت ممتوم جت به هوا، باعث کاهش خمیدگی ستون جت به سمت جریان هوا می شود یا به عبارت دیگر زمانی که جت مایع با نسبت ممتوم بالا به درون جریان هوا تزریق می شود، ستون جت مقاومت بیشتری در برابر تغییر مسیر به سمت جهت جریان هوا می کند. پر واضح است که نمودار $q = 10$ شکل (۱۴) به دلیل پایین بودن نسبت ممتوم جت به هوا، ستون جت بیشتر به سمت جریان هوا منحرف گردیده است. نتیجه مشابهی توسط وو و همکاران [7] و تمبه و همکاران [11] در رابطه با تأثیر نسبت ممتوم بر روی مسیر ستون جت مایع، گزارش شده است. افزایش نسبت ممتوم همچنین باعث افزایش نفوذ ستون جت به درون جریان

هوا نیز می شود. همان طور که در نمودارهای شکل (۱۴) مشاهده می شود، ستون جت با نسبت ممتوم $q = 30$ نفوذ بیشتری به درون جریان هوا نموده است که در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفت.

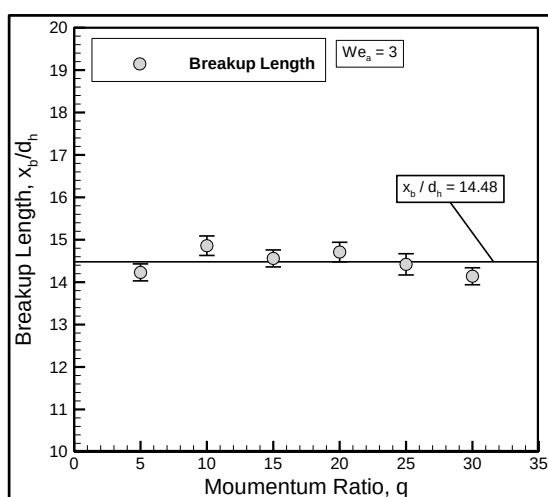
شکل (۱۵) مقادیر مربوط به طول و ارتفاع محل شکست ستون جت مایع را نشان می دهد. توجه داشته باشید که محور مختصات درست در نقطه تزریق جت قرار گرفته بنابراین اندازه گیری ها نسبت به آن نقطه صورت گرفته است (شکل (۱۳-ج)). با توجه به اینکه شکسته شدن جت به دلیل ماهیت غیریکنواخت آن در یک نقطه ثابت رخ نمی دهد در نتیجه نتایج ارائه شده در این مطالعه میانگین ۵۰ عدد از تصاویر گرفته شده است. همان طور که در نمودار (شکل (۱۵-الف)) مشاهده می شود، نتایج حاکی از آن است که افزایش نسبت ممتوم جت به هوا، باعث افزایش ارتفاع محل شکست ستون جت ها شده یا به عبارت دیگر جت مایع بیشتر به درون جریان هوا نفوذ می کند و در نتیجه ارتفاع محل شکست جت افزایش می یابد. از طرفی دیگر با افزایش نسبت ممتوم، طول محل شکست جت مایع تغییر چندانی نمی کند و طول شکست تقریباً دارای یک مقدار ثابت و با میانگین ۱۴،۴۸ است (شکل (۱۵-ب)). این نتایج با مشاهدات تجربی وو و همکاران [7] و تمبه و همکاران [11] کاملاً سازگار می باشند؛ و هر دو نتایج مشابهی را در رابطه با اینکه افزایش نسبت ممتوم منجر به افزایش ارتفاع محل شکست و ثابت بودن طول محل شکست می شود، گزارش نموده اند.



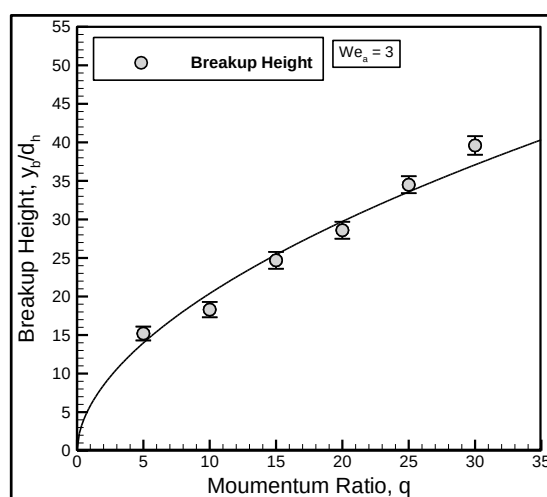
شکل (۱۳): فرآیند پردازش ستون جت، الف) تصویر اصلی، ب) شناسایی مرزهای جت مایع، ج) پروفیل جت مایع، د) مسیر ستون جت مایع



شکل (۱۴): مقایسه مسیر ستون جت‌های مایع با افزایش نسبت ممتوم جت مایع به هوا



(ب)



(الف)

شکل (۱۵): مقایسه تغییر محل شکست ستون جت با افزایش نسبت ممتوم. (الف) ارتفاع محل شکست جت، (ب) طول محل شکست

جت

نتیجه‌گیری

سایه‌نگاری آشکارسازی شده و وضعیت لحظه‌ای جت‌ها با استفاده از یک دوربین سرعت‌بالا ضبط و ثبت گردیده است. تصاویر با استفاده از گدی که در نرم‌افزار متلب نوشته شده است، مورد پردازش قرار گرفتند. عدد وبر هوا بین ۰٫۱ تا ۴۰ و نسبت ممتوم جت مایع به هوا بین ۵ تا ۳۰ برای بررسی تأثیرشان بر روی رژیم شکست

مشخصه‌های رژیم شکست کیسه‌ای جت مایع تزریق شده به درون جریان هوا به‌صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. از یک نازل دایروی با قطر ۲٫۸۳ میلی‌متر به‌منظور تزریق جت مایع به درون جریان هوا بهره گرفته شده است. جت‌های مایع توسط تکنیک

مطالعه مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج حاکی از آن شد که با افزایش نسبت ممتوم مقدار انحراف ستون جت به سمت جهت جریان هوا کاهش پیدا می‌کند یا به عبارتی دیگر ستون جت در برابر تغییر مسیر به سمت جریان هوا مقاومت بیشتری می‌کند که در نتیجه باعث افزایش نفوذ جت مایع به درون جریان هوا شده و ارتفاع محل شکست ستون جت افزایش می‌یابد.

واژه نامه

علائم انگلیسی

قطر، mm	d
قطر نازل، mm	d ₀
سرعت، m/s	u
عدد وبر	We

علائم یونانی

چگالی، kg/m ³	ρ
کشش سطحی N/m	σ
لزجت N/m ²	μ
اندازه پوسته کیسه	λ

زیر نویس

جت مایع	j
هوا	a
حلقه	r

کیسه تغییر داده شده است. در این مطالعه یک تحلیل تئوری با در نظر گرفتن وجود تعادل بین نیروهای وارده بر روی یک کیسه انجام شده است که در نهایت یک عدد معیار برای شکل‌گیری کیسه‌ها به دست آمده است. در این مطالعه همچنین سه نوع متفاوت از رژیم‌های شکست جت مایع در اعداد وبر هوای مختلف مشاهده شد. به طوری که رژیم شکست ستونی در اعداد وبر هوای $We_a < 5$ و با افزایش وبر هوا شاهد رژیم شکست کیسه‌ای در اعداد وبر $5 < We_a < 25$ بودیم و در نهایت با افزایش بیشتر وبر هوا رژیم شکست ترکیبی (برشی/کیسه‌ای) از عدد وبر هوا $We_a < 25$ پدیدار شد. در این مطالعه اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها نیز مورد بررسی و محاسبه قرار گرفت. بر اساس محاسبات صورت گرفته مشخص گردید که اندازه قطر حلقه و پوسته کیسه‌ها تقریباً دارای یک مقدار ثابت با میانگین به ترتیب ۲٫۱۶ و ۳٫۱ است و با تغییر نسبت ممتوم جت به هوا تغییر نمی‌کند. همچنین نتایج حاکی از آن است که پوسته کیسه‌ها رشد بیشتری نسبت به قطر حلقه خود می‌کنند که دلیل این امر کشیده شدن پوسته کیسه به سمت جریان هوا است یا به عبارت دیگر کیسه به صورت یک نیم‌کره در جریان هوا رشد نمی‌کند. اندازه پوسته و قطر حلقه کیسه‌ها در حین رشدشان در زمان‌های مختلف برای مدت ۶ میلی‌ثانیه بررسی گردید. مشخص شد که در زمان‌های مختلف نیز اندازه پوسته کیسه کمی بیشتر از قطر حلقه کیسه است. مسیر ستون جت مایع و همچنین طول و ارتفاع محل شکست ستون جت نیز در این

مراجع

1. Ashgriz, N., "Handbook of atomization and sprays: theory and applications", Springer Science & Business Media, (2011).
2. Broumand, M., Birouk, M. J. P. i. E., and Science, C., "Liquid jet in a subsonic gaseous crossflow: Recent progress and remaining challenges", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 57, pp. 1-29, (2016).

3. T. Chen, C. Smith, D. Schommer, and A. Nejad, "Multi-zone behavior of transverse liquid jet in high-speed flow", in *31st Aerospace Sciences Meeting*, pp. 453, (1993).
4. Song, Y., Hwang, D. and Ahn, K., "Effect of orifice geometry on spray characteristics of liquid jet in cross flow", in *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, pp. 1961, (2017).
5. Sallam, K., Aalburg, C., and Faeth, G. J. A. j., "Breakup of round nonturbulent liquid jets in gaseous crossflow", *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 12, pp. 2529-2540, (2004).
6. Schetz, J. A., and Padhye, A. J. A. J., "Penetration and breakup of liquids in subsonic airstreams", *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 10, pp. 1385-1390, (1977).
7. Wu, P.-K., Kirkendall, K. A., Fuller, R. P. Nejad, A. S. J. J. and power, o. P., "Breakup processes of liquid jets in subsonic crossflows", *Journal of Propulsion & Power*, Vol. 13, No. 1, pp. 64-73, (1997).
8. Mazallon, J., Dai, Z., Faeth, G. J., and Sprays, A., "Primary breakup of nonturbulent round liquid jets in gas crossflows", *Atomization and Sprays*, Vol. 9, No. 3, (1999).
9. Aalburg, C. B., G. van Leer., Faeth, M., Sallam, K. A., and Sprays, J. A., "Properties of nonturbulent round liquid jets in uniform gaseous cross flows", *Atomization and Sprays*, Vol. 15, No. 3, pp. 271-294, (2005).
10. Birouk et al., M., "An experimental study of liquid jets interacting with cross airflows", *Particle & Particle Systems Characterization*, Vol. 20, No. 1, pp. 39-46, (2003).
11. Tambe, S., Jeng, S.-M., Mongia, H., and Hsiao, G., "Liquid jets in subsonic crossflow", in *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 731, (2005)
12. Stenzler, J. N., Lee, J. G., Santavicca, D. A., Lee, W. J., and Sprays, A., "Penetration of liquid jets in a cross-flow", *41st aerospace sciences meetings and exhibit. American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 16, No. 8, pp. 887-906, (2006).
13. Broumand, M. and Birouk, M., "Liquid jet primary breakup in a turbulent cross-airflow at low Weber number", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 879, pp. 775-792, (2019).
14. Gutmark, E. and Grinstein, F. J. A. R. O. F. M. "Flow control with noncircular jets", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 31, No. 1, pp. 239-272, (1999).
15. Wang, F. and Fang, T. J. I. J. O. M. F., "Liquid jet breakup for non-circular orifices under low pressures", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 72, pp. 248-262, (2015).
16. Jadidi, M., Sreekumar, V., and Dolatabadi, A. "Breakup of elliptical liquid jets in gaseous crossflows at low Weber numbers", *Journal of Visualization*, Vol. 22, No. 2, pp. 259-271, (2019).
17. Song Hwang, Y. D. and Ahn, K., "Effect of Orifice Geometry on Column Trajectories of Liquid Jets in Crossflows", *Intl Journal of Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 20, No. 1, pp. 139-149, (2019).
18. Jaber, A., and Tadjfar, M., "Wavelength and frequency of axis-switching phenomenon formed over rectangular and elliptical liquid jets", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 119, pp. 144-154,

- (2019).
19. Jaberi., A. and Tadjfar, M., "Comparative study on interfacial oscillations of rectangular and elliptical liquid jets", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 234, No. 7, pp. 1272-1286, (2020).
 20. Wu,P.K., Kirkendall, K. A., Fuller, R. P., Nejad, A. S., power, J. J. o. p., "Spray structures of liquid jets atomized in subsonic crossflows", *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 14, No. 2, pp. 173-182, (1998).
 21. Inamura, T. Nagai, N. J. J. and Power, o. P., "Spray characteristics of liquid jet traversing subsonic airstreams", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 13, No. 2, pp. 250-256, (1997).
 22. Kihm, K. D., Lyn, G., Son, S. J., and Sprays, A., "Atomization of cross-injecting sprays into convective air stream", *Atomization and Sprays*, Vol. 5, No. 4&5, pp. 417-433, (1995).
 23. Ng, C.-L., Sankarakrishnan, R., and Sallam, K. J. I. J. o. M. F. "Bag breakup of nonturbulent liquid jets in crossflow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 34, No. 3, pp. 241-259, (2008).
 24. Wang, X.-h., Huang,Y., Wang, S. l., and Liu, Z.-l J. A. j., "Bag breakup of turbulent liquid jets in crossflows", *AIAA Journal*, Vol. 50, No. 6, pp. 1360-1366, (2012).
 25. Zhang, H., Bai, B., and Wang,Y. "Quantitative description of droplet dispersion of hollow cone spray in gaseous crossflow", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 93, pp. 398-408, (2018).
 26. Amighi. A. and Ashgriz, N. "Global droplet size in liquid jet in a high-temperature and high-pressure crossflow", *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 3, pp. 1260-1274, (2019).

بررسی اثر عمق شیار V شکل بر چقرمگی شکست K_{IC} و ناحیه پلاستیک نوک ترک با استفاده از داده‌های

آزمایش ضربه شارپی در فولاد API X65*

مقاله علمی - پژوهشی

علی حسین زاده^(۱) خلیل فرهنگ دوست^(۲) محمدرضا مرکی^(۳)

چکیده در این مقاله بررسی اثر عمق شیار بر چقرمگی شکست (K_{IC}) و ناحیه پلاستیک نوک ترک با استفاده از داده‌های آزمایش ضربه شارپی (CVN) استخراج شده از لوله‌های انتقال نفت و گاز فولادی از جنس API X65 با عمق شیارهای متفاوت انجام و انرژی شکست اندازه‌گیری شد. همچنین شبیه‌سازی کامپیوتری آزمایش ضربه با مدل سه‌بعدی بر اساس قانون آسیب اصلاح شده گرسون در نرم‌افزار آباکوس انجام شد. برای به دست آوردن مقادیر K_{IC} ، معادلات بر اساس تنش تسلیم و انرژی شکست‌های آزمایش ضربه شارپی (CVN) به دست آمده از فولاد مورد نظر استفاده شد. داده‌های K_{IC} و ناحیه پلاستیک نوک ترک برآورد شده با افزایش عمق شیار نمونه ضربه شارپی کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی چقرمگی شکست، ناحیه پلاستیک نوک ترک، آزمایش ضربه شارپی، اثر عمق شیار، فولاد API X65.

Effect of V-notch Depth on Fracture Toughness and the Plastic Region of the Crack Tip Using Charpy Impact Test Data in API X65 Steel

A. Hosseinzadeh

Kh. Farhangdoost

M. R. Maraki

Abstract In this paper, the effect of notch depth on the fracture toughness (K_{IC}) and the plastic region of the crack tip material using the Charpy V-Notch test (CVN) data extracted from API X65 with different notch depth were conducted and the fracture energy was measured. Also, computer simulation of the experiment with a three-dimensional model was performed based on Gurson's modified damage law in Abaqus software. To obtain K_{IC} values, equations based on the yield stress (σ_{YS}) and the failure energy of the Charpy V-Notch test (CVN) obtained from the steel was used. The estimated K_{IC} data and plastic region of the crack tip, decreased with increasing notch depth.

Key Words Fracture toughness, Crack tip plastic region, charpy impact test, notch depth effect, API X65 steel.

DOI: 10.22067/fum-mech.v31i2.84506

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۹/۱۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۴/۷ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسنده مسئول: استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۳) مربی، مهندسی مواد، دانشگاه صنعتی بیرجند.

Email: rfarhang@um.ac.ir

مقدمه

بخش عمده‌ای از خطوط لوله فولادی به‌کاررفته در ایران از جنس فولاد API X65 است و در حال حاضر لوله‌هایی قطور با قطر خارجی ۵۶ اینچ از این فولاد ساخته می‌شوند. لذا ضروری است تا در مورد این نوع لوله اطلاعاتی نظیر خواص مکانیکی (چقرمگی شکست، انرژی شکست، استحکام تسلیم، استحکام کششی)، ریزساختار، ترکیب شیمیایی و اطلاعاتی از این قبیل جمع‌آوری و بررسی گردد [۱].

چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای ماده (K_{IC}) مستقل از ضخامت قطعه است. ولی برای ضخامت‌های کم که شرایط تنش صفحه‌ای برقرار است، ممکن است مقاومت ماده با رشد ترک افزایش یابد و قبل از شکست ناگهانی ماده، محدوده‌ای از رشد ترک نرم ایجاد شود. در چنین شرایطی آزمایش‌های مورد استفاده برای اندازه‌گیری چقرمگی تنش صفحه‌ای (K_C) به‌سختی قابل تفسیر است، به‌ویژه این که K_C تابعی از دمای محیط، نرخ کرنش و ضخامت قطعه است. لیکن K_{IC} فقط تابع دمای محیط و نرخ کرنش است. با توجه به اینکه بیشتر قطعاتی که در سازه‌های مهندسی به کار می‌روند، معمولاً به شکلی هستند که شرایط تنش صفحه‌ای بر آن‌ها حاکم است، لازم است چقرمگی شکست تنش صفحه‌ای مورد توجه بیشتری قرار گیرد [۲].

در مکانیک شکست الاستیک خطی، K_{IC} مقدار شدت تنش در نوک ترک است اگر کرنش در جسم الاستیک باشد [۳]. در حال حاضر، استاندارد ASTM E-399 برای به دست آوردن مقادیر K_{IC} در کرنش صفحه‌ای برای حالت جابجایی باز شدن ترک استفاده می‌شود. این استاندارد پیچیده و پرهزینه است؛ زیرا شامل نمونه‌های آزمایش ماشین‌کاری با هندسه پیچیده تحت تلو رانس‌های بسیار سخت است. علاوه بر این، همیشه نمی‌توان نمونه را ساخت، اگر مواد آنالیز شده

ابعاد مناسب نداشته باشد [۴]. با این وجود، می‌توان مقادیر K_{IC} را از رابطه بین K_{IC} و آزمایش ضربه شاری [17-5] به دست آورد. این رابطه‌ها بر اساس نمونه CVN است. مقدار K_{IC} یک خواص ماده است که مستقل از هندسه کرنش صفحه‌ای است؛ بنابراین، مقدار K_{IC} می‌تواند به ساختار یا عنصر ساخته‌شده از همان ماده اعمال شود [18].

در این مقاله، مقادیر K_{IC} از روابط بین K_{IC} و انرژی ضربه شاری در مطالعات انجام‌شده برای داده‌های آزمون ضربه CVN گزارش شده است. مقادیر CVN از کار گزارش شده توسط حسین‌زاده [۳۵ و ۱] به دست آمد. نمونه آزمون شاری با ابعاد استاندارد (۱۰×۱۰×۵۵ میلی‌متر) و شیار (شعاع قوس شیار ۰/۲۵ میلی‌متر، زاویه ۴۵ درجه و عمق شیار از ۱/۲۵ تا ۳ میلی‌متر) در فلز پایه فولاد API X65 استخراج شد. در این مقاله به تأثیر عمق شیار بر ناحیه پلاستیک نوک ترک و چقرمگی شکست بر اساس نتایج تجربی و عددی برای فولاد API X65 پرداخته شده است.

معرفی ماده

استاندارد API مشخصات فولادهای پراستحکام مانند ترکیب شیمیایی، استحکام تسلیم، استحکام شکست، شرایط جوشکاری، فرایندهای ساخت، نحوه انجام آزمایش‌های مکانیکی و مواردی از این دست را بیان می‌کند. تمامی این فولادها با گریدهایی توسط یک حرف و یک عدد مشخص می‌شوند که این عدد (به جز گریدهای A و B) حداقل استحکام تسلیم این نوع فولادها را بر اساس واحد انگلیسی (ksi) مشخص می‌کند. بر اساس استاندارد API این گریدها عبارت‌اند از: A25، B، X42، X46، X52، X56، X60، X65، X70، X80 و X100. محصولات API در دو سطح PSL1 و PSL2 که بیانگر دو سطح مختلف استاندارد تخصصی

مورد نیاز این محصولات هستند، بیان می‌شوند [۱۹].
به‌طور کلی لوله سیاه فولادی در صنعت به دو دسته درزدار و بدون درز تقسیم می‌شود. لوله‌های درزدار برای انتقال مایعات، تولید پروفیل‌های قوطی، ساخت مصنوعات و سازه‌های فلزی به‌کاربرده می‌شود [۲۰].

خواص مکانیکی و ترکیب شیمیایی فولاد آزمایش شده به ترتیب در جدول (۱) و (۲) ذکر شده است.

جدول (۱): خواص مکانیکی فولاد API X65 [21]

مقدار	خواص مکانیکی
۲۱۰	Young's modulus (GPa)
۵۰۵	Yield strength (MPa)
۶۱۱	Tensile strength (MPa)
۰/۸۳	Yield to UTS
۲۰	Elongation (%)
۸۵۰	K(GPa)
۰/۰۹۸	n
۲۱۷-۲۲۸	Vickers Hardness (HV)

جدول (۲): ترکیب شیمیایی لوله فولادی API X65 [21]

C	P	Mn	S	Si	Cr	Fe
۰/۰۷۲	۰/۰۰۸	۱/۴۵	۰/۰۰۲	۰/۲۰۱	۰/۳۲۰	Balance

آزمایش تجربی

به‌منظور دستیابی به اهداف پژوهش، ۲۴ نمونه ضربه شاری در ۸ گروه ۳ تایی از لوله ساخته شده در مقیاس صنعتی با جنس فولاد میکرو آلیاژی گرید API X65 با قطر خارجی ۱۲۱۹ میلی‌متر و ضخامت دیواره ۱۴/۳ میلی‌متر جدا شده است.

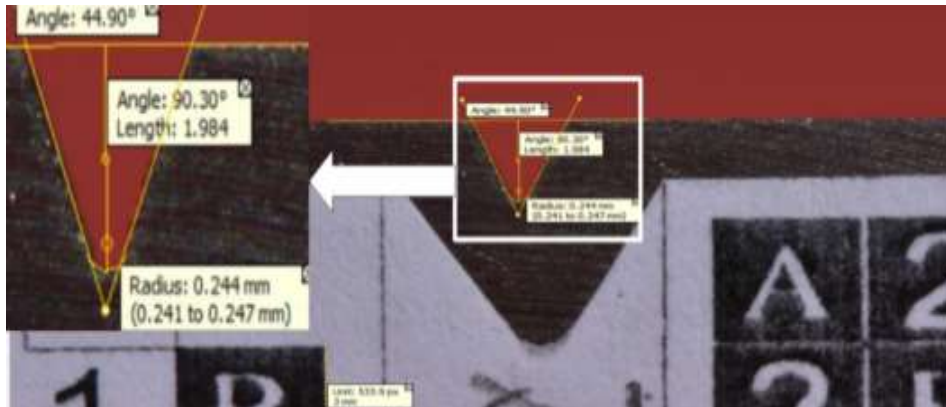
پس از برش اولیه نمونه‌ها به‌منظور رساندن آنها به ابعاد استاندارد، می‌بایست بر روی آنها عملیات

برشکاری و تراشکاری صورت پذیرد. با استفاده از دستگاه برش‌زن لوله، لوله فولادی برش خورده صفحه‌ای از آن جدا شده که این صفحه در قسمت فلز پایه می‌باشد. با توجه به اینکه نمونه‌ها از لوله‌ای به قطر ۱۲۱۹ میلی‌متر بریده می‌شوند، پس از برش دارای انحنا خواهند بود که توسط دستگاه فرز، ضخامت آن به ۱۰ میلی‌متر و هم‌چنین عرض ستون به ۵۵ میلی‌متر (اندازه استاندارد طول نمونه‌های آزمایش ضربه شاری) کاهش یافت. سپس توسط دستگاه سنگ‌زنی سطح آن صاف و صیقلی شد.

در این تحقیق با استفاده از دستگاه وایرکات نمونه‌ها با ابعاد استاندارد ۱۰×۱۰×۵۵ میلی‌متر و شیار آن با زاویه ۴۵ درجه و قوس انتهای شیار با شعاع ۰/۲۵ میلی‌متر و عمق شیار از ۱/۲۵ تا ۳ میلی‌متر (۸ نمونه با اختلاف ۰/۲۵ میلی‌متر) با اعمال دقت کافی و رعایت الزامات استاندارد ساخته شد.

برای صحت سنجی ابعاد نمونه‌ها (ضخامت، طول و عرض) با میکرومتر اندازه‌گیری شد. ابعاد شیار نمونه‌ها (عمق و شعاع قوس) با دوربین عکس‌برداری با عدسی ماکرو و نرم‌افزار پردازش تصویر با دقت ۰/۰۰۱ میلی‌متر مطابق شکل (۱) به‌طور دقیق اندازه‌گیری شد که کاملاً مطابق تلورانس‌های استاندارد ASTM E23 بود و سپس به آزمایشگاه کنترل کیفیت (کارخانه لوله‌سازی اهواز) برای انجام آزمایش ضربه منتقل شد.

آزمایش ضربه شاری با استفاده از ماشین زوئیک رول آلمان با ظرفیت ۷۵۰ ژول که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، در دمای ۲۰ درجه سلسیوس (دمای محیط شهر اهواز در آذرماه) انجام شد. آزمایش ضربه شاری برای نمونه‌های فلز پایه ۳ بار تکرار شده و میانگین انرژی شکست به‌دست آمده است.



شکل (۱): اندازه‌گیری با نرم‌افزار دیجیمایزر [۳۵]



شکل (۲): ماشین ضربه شاری زوئیک رول آلمان

این دستگاه مجهز به سیستم نمایش انرژی بوده و به صورت دیجیتال انرژی شکست نمونه را می‌توان از روی صفحه مانیتور آن قرائت کرد.

طی این مرحله، با توجه به مقادیر انرژی شکست به‌دست‌آمده، انرژی شکست میانگین سه نمونه استاندارد ۲۴۱ ژول است که این انرژی معادل ۳۲ درصد ظرفیت دستگاه آزمایش این شرکت بوده است. از آنجاکه مطابق استاندارد، حداکثر انرژی شکست نمونه‌ها می‌بایست از ۸۰٪ ظرفیت ماشین کمتر باشد، این آزمایش از نظر

در این آزمایش سه نمونه با ابعاد استاندارد و بیست‌ویک نمونه با عمق شیار V شکل غیراستاندارد تحت آزمایش ضربه شاری قرار گرفت. مشخصات اصلی ماشین ضربه شاری زوئیک رول آزمایش‌شده در جدول (۳) نشان داده‌شده است.

جدول (۳): مشخصات اصلی ماشین ضربه شاری

ظرفیت (J)	شعاع ضربه‌زن (mm)	سرعت ضربه‌زن (m/s)	جرم ضربه‌زن (kg)
۷۵۰	۸	۵/۴۲	۵۰

در روابط جدول (۴)، K_{IC} چقرمگی شکست در حالت کرنش مسطح، σ_y تنش تسلیم و CVN انرژی شکست حاصل از آزمایش ضربه شاری روی نمونه شیاردار با شیار V شکل است و واحد این کمیت‌ها به ترتیب $MPa\sqrt{m}$ ، MPa و J است.

با استفاده از روابط جدول و انرژی شکست به دست آمده از آزمایش ضربه شاری و هم‌چنین با داشتن $\sigma_{ys} = 505 MPa$ ابتدا K_{IC} در ۸ حالت به دست آورده و سپس با توجه به محققان دیگر که برای نمونه استاندارد K_{IC} را برای این فولاد به دست آوردند مقایسه می‌شود و ۲ رابطه که تطابق خوبی دارند برگزیده می‌شود. سپس با استفاده از روابط فون میز ناحیه پلاستیک نوک ترک و شبیه‌سازی نمونه استاندارد مقایسه می‌شود و بهترین تطابق به عنوان رابطه مدنظر انتخاب می‌شود و در پایان به مقایسه اثر عمق شیار در ناحیه پلاستیک نوک ترک و K_{IC} برای فولاد آزمایش شده پرداخته می‌شود.

استاندارد قابل قبول است [22]. در شکل (۳) یک گروه سه‌تایی از نمونه آزمایش شاری قبل و بعد شکست مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود نمونه‌ها به صورت کامل شکسته نشده و شکست نرم اتفاق افتاده است.

نتایج و بحث

به دلیل دشوار بودن، پرهزینه و وقت‌گیر بودن آزمایش چقرمگی شکست، تلاش می‌شود از روش‌های ساده‌تر مانند آزمایش ضربه شاری جهت محاسبه K_{IC} استفاده گردد. از سال ۱۹۷۰ محققانی نظیر Novak, Rolfe و سایرین با انجام آزمایش‌های متعدد به وجود روابطی بین چقرمگی شکست و انرژی شکست آزمایش ضربه شاری (با استفاده از نمونه با شیار V شکل) پی بردند. در جدول (۴) تعدادی از روابط که برای لوله فولادی API X65 کاربرد دارد آورده شده است [21].



شکل (۳): یک گروه سه‌تایی (با عمق شیار استاندارد) از نمونه آزمایش شاری قبل و بعد شکست [۳۵]

جدول (۴): روابط بین K_{IC} و انرژی ضربه شاری

ردیف	مرجع	رابطه
1	Rolfe-Novak-Barsom [23,24]	$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{YS}}\right)^2 = 0.64\left(\frac{CVN}{\sigma_{YS}} - 0.01\right)$
2	[25] Ault et al.	$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{YS}}\right)^2 = 1.37\left(\frac{CVN}{\sigma_{YS}} - 0.045\right)$
3	Van der Sluys et al. [26] and Witt [27]	$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{YS}}\right)^2 = 0.893\left(\frac{CVN}{\sigma_{YS}} - 0.0291\right)$
4	Kussmaul and Roos [28]	$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{YS}}\right)^2 = 1.23\left(\frac{CVN}{\sigma_{YS}} - 0.0061\right)$
5	WRC 265 [10]	$K_{IC} = 8.47(CVN)^{0.63}$
6	Sailors and Corten [11]	$K_{IC} = 14.6(CVN)^{0.50}$
7	Marandet and Sanz [15]	$K_{IC} = 19(CVN)^{1/2}$
8	Robert and Newton [13]	$K_{IC} = 8.47(CVN)^{0.63}$

استفاده از روابط جدول (۴)، در جدول (۵) گزارش شده است.

از روابط جداول (۴) و (۵)، دو رابطه بر اساس تحقیقات انجام شده مورد قبول است. برای به دست آوردن رابطه قطعی که بتوان برای این فولاد به آن استناد کرد با توجه به رابطه فون میزز ناحیه پلاستیک نوک ترک را برای نمونه استاندارد ضربه شاری به دست آورده و سپس با ناحیه پلاستیک نوک ترک که در شبیه سازی به دست آمده مقایسه می شود.

اندازه ناحیه پلاستیک نوک ترک بر اساس رابطه فون میزز به صورت رابطه (۱) [33] است:

$$r = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{YS}} \right)^2 \left[\frac{3}{2} \sin^2 \theta + h(1 + \cos \theta) \right] \quad (1)$$

در رابطه (۱)، r اندازه ناحیه پلاستیک نوک ترک، K_{IC} چقرمگی شکست، σ_{YS} تنش تسلیم و h برای حالت تنش صفحه ای $h=1$ یا کرنش صفحه ای $h=(1-2\nu)/2$ است. برای نمونه های ضربه شاری حالت کرنش صفحه ای است، بنابراین برای نمونه های آزمایش ضربه شاری ناحیه پلاستیک نوک ترک بر اساس رابطه فون میزز به صورت رابطه (۲) است:

در عمل برای به دست آوردن چقرمگی شکست از دو روش متداول آزمون خمش سه نقطه ای و CT استفاده می شود. بدین منظور نمونه هایی با ابعاد استاندارد از ماده مورد نظر استخراج و آزمایش می شود. حاصل این آزمایش نمودار نیروی وارد بر نمونه ها بر حسب گشودگی دهانه ترک خواهد بود. سپس از نمودار به دست آمده مقدار گشودگی نوک ترک را به دست آورده و با توجه به رابطه بین چقرمگی شکست و گشودگی نوک ترک که در استاندارد آورده شده است، مقدار چقرمگی شکست را به دست می آورند [32]. برای فولاد آزمایش شده هاشمی و همکار [21,30] با استفاده از آزمایش خمش سه نقطه ای و شبیه سازی CT بر روی ۱۰۰ نمونه چقرمگی شکست بین ۲۸۳ تا ۳۳۴ $MPa\sqrt{m}$ به دست آوردند. اصغری و همکاران [30] با استفاده از آزمایش CT مقدار K_{IC} را برای این فولاد ۳۰۴ $MPa\sqrt{m}$ گزارش کردند. بیک و همکاران [31] برای این فولاد مقدار K_{IC} را ۳۰۸ $MPa\sqrt{m}$ گزارش کردند. با داشتن مقادیر K_{IC} گزارش شده [21,29-31] و همچنین مقادیر K_{IC} به دست آمده برای نمونه استاندارد ضربه شاری با

$$r = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{YS}} \right)^2 \left[\frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta) \right] \quad (2)$$

با داشتن مقادیر K_{IC} و $\sigma_{YS} = 505 \text{ GPa}$ ، $\nu = 0.3$ می‌توان نمودار ناحیه پلاستیک نوک ترک را با رابطه (۲) برای نمونه استاندارد آزمایش ضربه شاری ترسیم کرد. سه رابطه مختلف با توجه به داشتن سه K_{IC} در جدول (۶) شرح داده شده است.

شکل (۴) ناحیه پلاستیک نوک ترک بر اساس روابط فون میز به صورت کرنش صفحه‌ای و تنش صفحه‌ای به صورت شماتیک نشان می‌دهد [33].

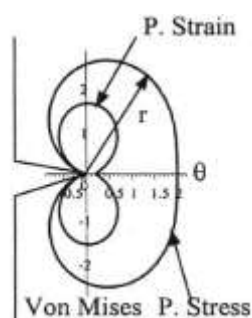
شبیه‌سازی نمونه‌های آزمایش ضربه شاری به صورت سه بعدی و تغییر شکل پذیر و بر اساس مدل اصلاح گرسون انجام شد [۳۵] و مراحل مختلف شکست شبیه‌سازی نمونه استاندارد در شکل (۵) مشاهده می‌شود. در این تحقیق قسمت مدنظر در لحظه شروع ناحیه پلاستیک نوک ترک ایجاد می‌شود، است. با استفاده از روابط جدول (۶) نمودار ناحیه پلاستیک نوک ترک برای نمونه استاندارد مطابق شکل (۶) است.

جدول (۵): K_{IC} های نمونه استاندارد آزمایش شاری

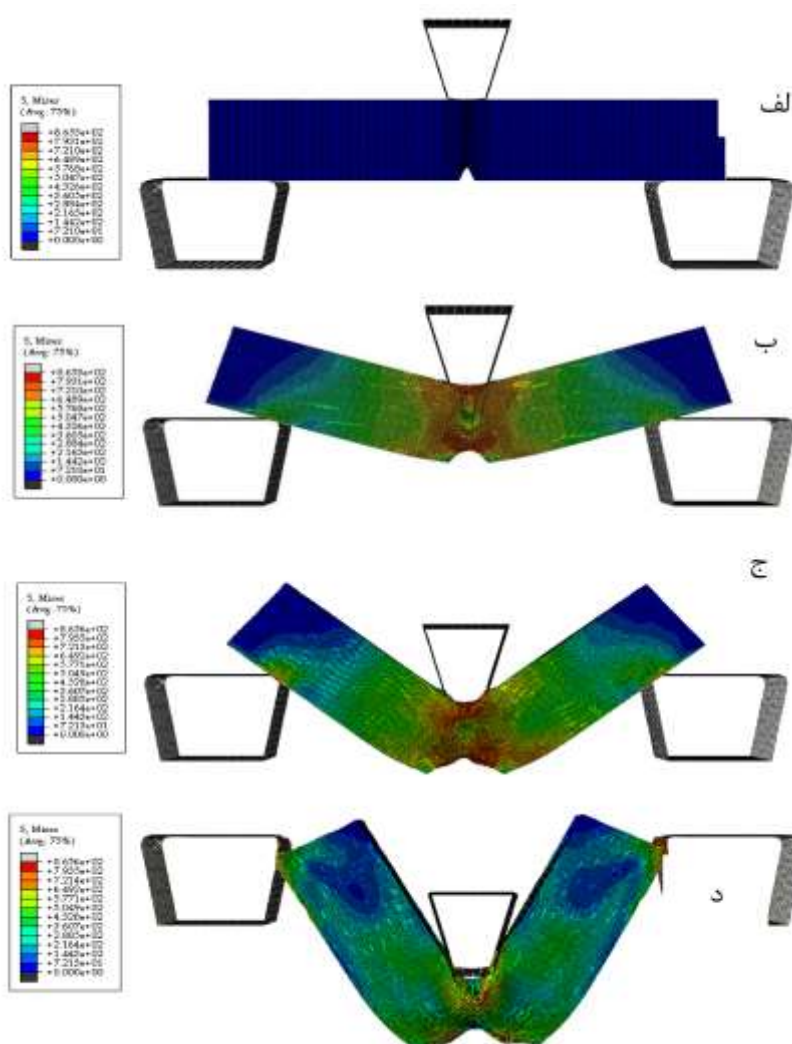
ردیف	مرجع	K_{IC} $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$	توضیحات
1	Rolfe-Novak-Barsom [23,24]	۲۷۶/۴۷۹۸	عدم تطابق با آزمایش تجربی و شبیه‌سازی مراجع [21,29-31]
2	[25] Ault et al.	۳۸۹/۱۰۹۷	
3	Van der Sluys et al. [26] and Witt [27]	۳۱۹/۸۵۸۵	مطابق آزمایش تجربی و شبیه‌سازی مراجع [21,29-31] است
4	Kussmaul and Roos [28]	۳۸۴/۸۸۱۳	عدم تطابق با آزمایش تجربی و شبیه‌سازی مراجع [21,29-31]
5	WRC 265 [10]	۲۶۸/۶۵۳۸	
6	Sailors and Corten [11]	۲۲۶/۹۱۷۷	
7	Marandet and Sanz [15]	۲۹۵/۳۰۳۸	مطابق آزمایش تجربی و شبیه‌سازی مراجع [21,29-31] است
8	Robert and Newton [13]	۲۶۸/۶۵۳۸	عدم تطابق با آزمایش تجربی و شبیه‌سازی مراجع [21,29-31]

جدول (۶): معادلات ناحیه پلاستیک نوک نمونه استاندارد شاری

ردیف	K_{IC} $(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	رابطه ناحیه پلاستیک نوک ترک نمونه استاندارد آزمایش ضربه شاری
۱	۳۱۹/۸۵۸۵	$r_1 = 0.03192(1.5 \sin^2 \theta + 0.16(1 + \cos \theta))$
۲	۲۹۵/۳۰۳۸	$r_2 = 0.02721(1.5 \sin^2 \theta + 0.16(1 + \cos \theta))$



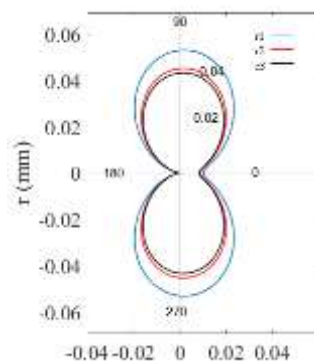
شکل (۴): شماتیک ناحیه پلاستیک نوک ترک برای تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای در حالت کلی [33]



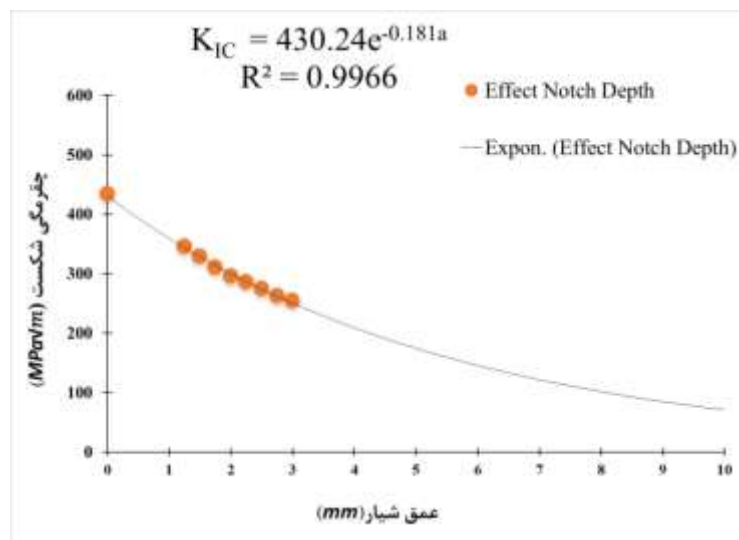
شکل (۵): مراحل شکست نمونه ضربه شاری در نرم افزار آباکوس؛ الف) تصویر نمونه قبل از شکست، ب) تصویر نمونه در لحظه ۱/۵ میلی ثانیه، ج) تصویر نمونه در لحظه ۳ میلی ثانیه، د) تصویر نمونه بعد از اتمام شکست [۳۵]

عمق شیار تغییر می‌کند از رابطه مارندت و سنز [15] استفاده می‌شود. در شکل (۷) و (۸) به ترتیب اثر عمق شیار بر K_{IC} و اثر عمق شیار بر ناحیه پلاستیک نوک ترک در فولاد ایکس شصت و پنج را نشان می‌دهد. در نمودار شکل (۷) چقرمگی شکست که خاصیت ماده است به عنوان تابعی از عمق شیار داده شده است. مقاومت ماده در برابر شکست، تابع ضخامت نمونه است و وقتی ضخامت به اندازه کافی زیاد شد، این وابستگی از بین می‌رود. به این مقدار ثابت، چقرمگی شکست گفته می‌شود.

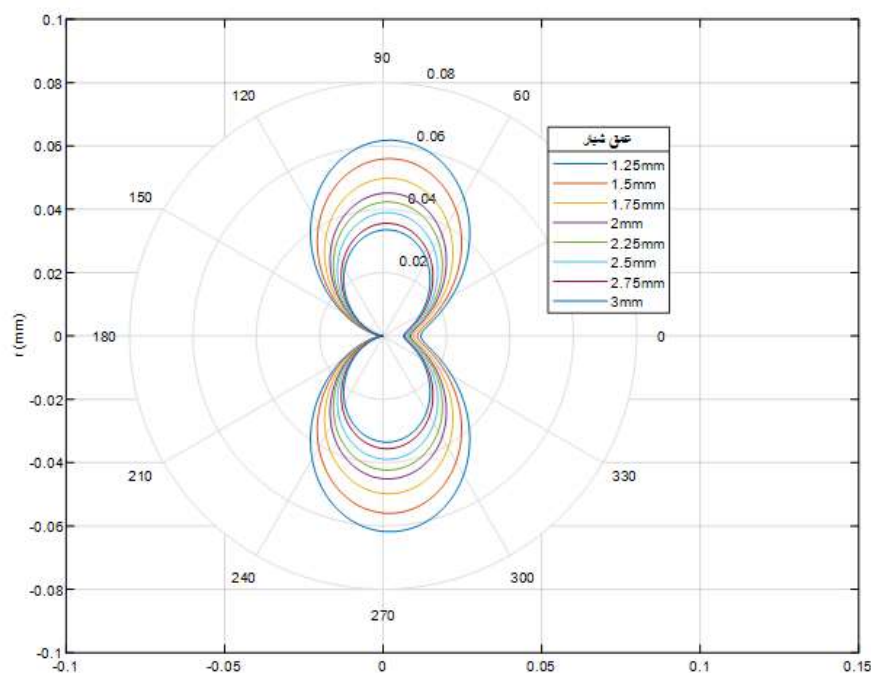
در شکل (۶)، r_3 از نتایج به دست آمده از تحقیق هاشمی [21, 30] و اصغری [29] است که با مقایسه نمودارها بهترین چقرمگی شکست را مقدار $295/303 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ می‌توان گزارش کرد که این اختلاف بین ۳ تا ۴ درصدی با توجه به شکل (۹) که نمودار دمایی فولاد ایکس شصت و پنج را نشان می‌دهد، به علت اختلاف دما به عنوان یک عامل مؤثر در چقرمگی شکست است. بنابراین برای به دست آوردن K_{IC} سایر نمونه‌ها که



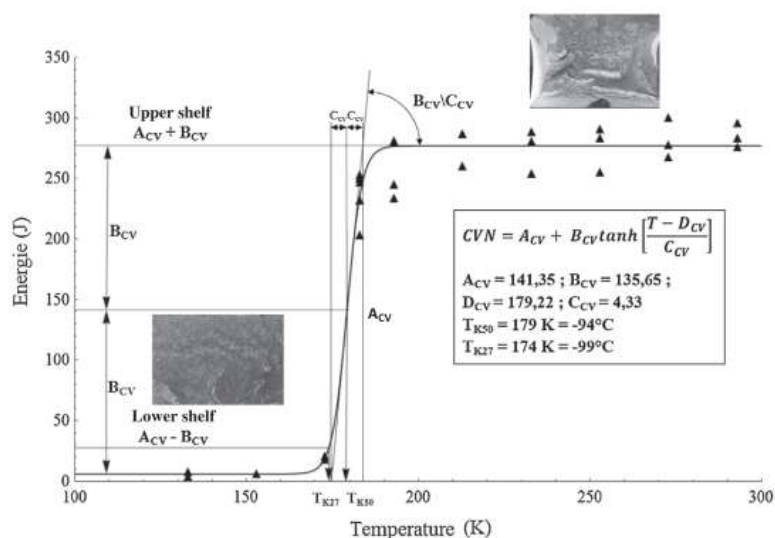
شکل (۶): ناحیه پلاستیک نوک ترک نمونه استاندارد شارپی



شکل (۷): نمودار اثر عمق شیار نمونه شارپی بر K_{IC}



شکل (۸): نواحی پلاستیک نوک ترک نمونه‌های شاری با تغییر عمق شیار



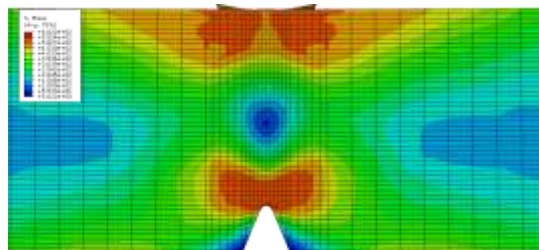
شکل (۹): نمودار انرژی-دما برای فولاد API X65 [34]

در شکل (۱۰) و (۱۱) ناحیه پلاستیک نوک ترک در نمونه با شیار و بدون شیار از شبیه سازی مشاهده می‌شود.

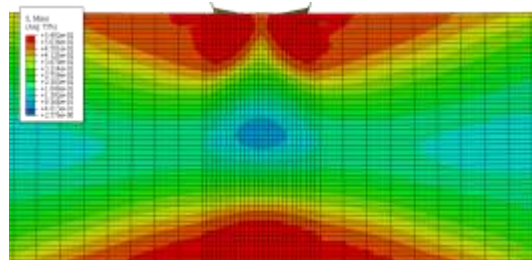
همان‌طور که از مقایسه نمودار شیاردار و بدون شیار مشخص است، ناحیه پلاستیک در نمونه بدون

همان‌طور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود با افزایش عمق شیار چقرمگی شکست طبق رابطه نمایی کاهش می‌یابد که این کاهش به علت کم شدن سطح مقطع است. در شکل (۸) مشاهده می‌شود که با افزایش عمق شیار ناحیه پلاستیک نوک ترک کاهش می‌یابد.

شیار بسیار بیشتر از نمونه شیاردار است و مانند شکل (۶) که برای نمونه‌های ترک‌دار است تبعیت نمی‌کند.



شکل (۱۰): ناحیه پلاستیک نوک ترک نمونه استاندارد شاری



شکل (۱۱): ناحیه پلاستیک نمونه شاری بدون شیار

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر بررسی اثر عمق شیار V شکل بر چقرمگی شکست و ناحیه پلاستیک نوک ترک با استفاده از داده‌های آزمایش ضربه شاری در فولاد ایکس شصت و پنج بررسی شد. برای این تحقیق بیست و چهار نمونه در هفت سری نمونه (هر نمونه با ۳ بار تکرار) با عمق شیار غیراستاندارد و یک سری ۳ تایی نمونه با ابعاد استاندارد مورد آزمایش قرار گرفت. دستگاه ضربه شاری مورد استفاده در این آزمایش با ظرفیت ۷۵۰ ژول مطابق استاندارد ASTM E23 انتخاب شد. همچنین شبیه‌سازی سه‌بعدی نمونه در نرم‌افزار آباکوس صورت گرفت. خلاصه نتایج به‌دست‌آمده عبارت است از:

۱. با افزایش عمق شیار انرژی شکست شاری به صورت نمایی بر اساس رابطه $E = 503.44e^{-0.352a}$ کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش عمق شیار،

چقرمگی شکست به صورت نمایی بر اساس رابطه $K_{IC} = 430.24e^{-0.181a}$ کاهش پیدا می‌کند.

۲. ناحیه پلاستیک نوک ترک با استفاده از رابطه فون میزز و چقرمگی شکست به‌دست‌آمده از رابطه ماندراوت و سنز به دست آمد و مشاهده شد که با افزایش عمق شیار، ناحیه پلاستیک نوک ترک کاهش می‌یابد.

۳. برای اعتبارسنجی نتایج چقرمگی شکست به‌دست‌آمده از آزمایش تجربی ضربه شاری تحقیقات هاشمی و اصغری استفاده شد. مقایسه مقدار حاصل از نتایج آزمایش تجربی و تحقیقات هاشمی و اصغری طبق رابطه ماراندت و سنز ۳ تا ۴ درصد خطا دارد که به علت اختلاف دمای محیط آزمایش است.

۴. برای اعتبارسنجی ناحیه پلاستیک به‌دست‌آمده از آزمایش تجربی ضربه شاری از شبیه‌سازی سه‌بعدی بر اساس مدل اصلاح‌شده آسیب گرسون استفاده شد. مقایسه ناحیه پلاستیک به‌دست‌آمده از معیار فون میزز و رابطه ماراندت و سنز با شبیه‌سازی تطابق خوبی داشت.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله مراتب سپاس و قدردانی خود را از دانشگاه بیرجند که داده‌های حاصل از آزمایش‌های تجربی در این دانشگاه انجام شده است و همچنین راهنمایی دکتر سیدحجت هاشمی اعلام می‌دارند. همچنین از آقایان مهندس غریب‌زاده (مدیر پژوهش و توسعه)، مهندس احمدی، مهندس داودیان رنجبر، مهندس کلانتری و مهندس سلطانی در آزمایشگاه کنترل کیفیت شرکت لوله‌سازی اهواز کمال تقدیر و تشکر را دارند. همچنین از شرکت لوله و تجهیزات سدید به لحاظ در اختیار قرار دادن فولاد API X65 و آقایان مهندس اسماعیل قاسمی سلوکل و

Simulation	شبیه سازی	مهندس محمدعلی آبادزردشتی که در شبیه سازی یاری نمودند قدردانی و تشکر می گردد.
Notch Depth	عمق شیار	
Steel	فولاد	
Polar	قطبی	واژه نامه
Fracture Mechanic	مکانیک شکست	3D Pointing Test آزمایش خمش سه نقطه
Impact Mechanic	مکانیک ضربه	Charpy Impact Test آزمایش ضربه شاری
Crack tip plastic region	ناحیه پلاستیک نوک ترک	Tresca Stress تنش ترسکا
Specimen	نمونه	Von Mises Stress تنش فن میز
		Fracture toughness چقرمگی شکست

مراجع

1. Hosseinzadeh, A., "Experimental and numerical investigation of section thickness effect on Charpy fracture energy in API X65 steel", MSC thesis of Mechanical Engineering, University of Birjand, (2018).
2. Majzoobi, Gh., Alavinia, A., "Strength of Materials 3", Bu Ali Sina University Press, (2011).
3. Velazquez, J. L., "Mecánica de fractura", México: Limusa, (2004).
4. Matusevich, A. E., Mancini, R. A., Giudici, A. J., "Determinación de la tenacidad a la fractura del material de un gasoducto", *Revista Latinoamericana Am Metal Mater*; Vol.32, No. 2, pp. 60-253, (2012).
5. McNicol, R. C., "Correlations of Charpy test results for standard and nonstandard size specimens", *Shaker Heights: Welding Research Council*; Vol. 5. pp. 385, (1965).
6. Phaal, R., Macdonald, K. A., Brown, P. A., "Correlations between fracture and Charpy impact energy", report from the cooperative research programmed for industrial members only, TWI report 504/1994. Cambridge, U.K.: The Welding Institute, (1994).
7. Barsom, J. M., Rolfe, S. T., "Fracture and fatigue control in structures", 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, (1999).
8. Rolfe, S. T., Novak, S. R., "Slow-bend KIC testing of medium high-toughness steel", Review of development in plane strain fracture toughness testing, ASTM STP 463, ASTM; pp. 124-59, (1970).
9. Barsom, J. M., Rolfe, S. T., "Correlations between KIC and Charpy V-notch test results in the transition-temperature range", Impact Testing of Metals, ASTM STP 466, ASTM; pp. 281-302, (1970).
10. Roberts, R., Newton, C., "Interpretive report on small scale test correlations with KIC data", WRC Bulletin, Welding Research Council, New York N.Y.; February, pp. 265, (1981).

11. Sailors, R. H., Corten, H. T., "Relations between material fracture toughness using fractures mechanics and transition temperature test", In: Fracture toughness, proceeding of the 1972, National Symposium on Fracture Mechanics – Part II, STP 514, ASTM; pp. 164–91, (1972).
12. Wullaert, R. A., "Fracture toughness predictions from Charpy V-notch data, what does the Charpy test really tell us In: Proceeding of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers", American Society for Metals, (1978).
13. Roberts, R., Newton, C., "Report on small-scale test correlations with KIC data", Weld Res Council Bull;299, (1984).
14. Barsom, J. M., "The development of AASHTO fracture toughness for bridge steel", *Engineering Fracture Mechanics*; Vol. 7, No. 3, pp. 605–18, (1975).
15. Marandet, B., Sanz, G., "Evaluation of the toughness of the medium-strength by using elastic fracture mechanics and correlations between KIC and Charpy V-notch", *Flaw Growth and Fracture*, STP 631, ASTM; pp. 72–95, (1977).
16. Norris, D. M., Reaugh, J. E., Server, W. L., "A fracture-toughness correlations based on Charpy initiation energy", *Fracture Mechanics: Thirteenth Conference*, STP 473, ASTM; pp. 207–17.
17. Walling, K., "New report methodology for selecting Charpy toughness criteria for thin high strength steels. Report Represented to Commission X", Annual assembly, Beijing, IIW DOC. NO. X.1290-94, (1981).
18. Morales, F. R., Scott, A. D., Nápoles, N. P., "Determinación de la tenacidad a la fractura de muestras de acero 45 fundido, empleando las correlaciones entre el KIC y la energía de impacto medida en el ensaye de Charpy", *Ingeniería Mecánica*;2:29–33, (2005).
19. Salaripour, H., "Analysis of experimental results of API X70 steel drop weight tear test", Master Thesis in Mechanics, Department of Mechanics, Birjand University, (2011).
20. Verlinden, B., "Thermo-Mechanical Processing of Metallic Materials", First Edition, *Elsevier Ltd*, (2007).
21. Hasemi, S. H., Kymyabakhsh, M., Rezaei Yekta, M., Farahi, A., "Experimental and numerical investigation of the influence of the length of the three-point bending point groove on the value of the integral J in steel gas transfer pipes with API X65", *19th Aannual Conference of Iranian Society of Mechanical Engineering (ISME2011)*, Birjand, University of Birjand, (2011).
22. ASTM E23, standard Test Methods for Notched Bar Impact Testing of Metallic Materials (Approved Nov. 10. 2002, Published May 2003).
23. Rolfe, S. T., Novak, S. T., "Impact testin of metals", ASTM STP 463. American Society for Testing and Materials; pp. 124-159, (1970).
24. Barsom, J. M., Rolfe, S. T., "Impact testing of metals", ASTM STP 466. American Society for Testing

- and Materials; pp. 281-302, (1970).
25. Ault, R. T., Wald, G. M., Bertola, R. B., "Development of an improved ultrahigh strength steel for forged aircraft components", AFML TR 71271, Airforce Materials Lab, Wright-Patterson Airforce Base, Ohio, USA, (1971).
26. VanderSluys, W. A., Seely, R. R., Schwabe, J. E., "Determining fracture properties of reactor vessel forging materials", EPRI NP 922, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California, USA, pp. 5-22, (1983).
27. Witt, F. J., "Relationships between Charpy impact shelf energies and upper shelf K_{IC} values for reactor pressure vessel steels", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, (1983).
28. Kussmaul, K., Roos, E., "Statistical evaluation of post-yield fracture mechanics properties on the basis of the notched bar impact test", Safety and Reliability of Pressure Components with Special Emphasis on Fracture Exclusion: 10th MPA seminar, *Staatliche Material prufungsanstalt Universitat, Stuttgart*, Vol.1, pp. 12, (1984).
29. Asghari, V., ChoupaniNaghdaHanifi, M., "CVN-KJC correlation model for API X65 gas pipeline", *Engineering Failure Analysis*, doi: 10.1016/j.engfailanal.2017.04.007, (2017).
30. Hasemi, S. H., Kymyabakhsh, M., "Experimental and Numerical Determination of Fracture Toughness in Gas Pipeline Steel of Grade API X65", *Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)*, Vol. 45, No. 2, (2013)
31. Beak, J. H., Kim, Y. P., Kim, C. M., Kim, W. S., Seok, C. S., "Effect of Pre-Strain on the Mechanical Properties of API X65 Pipe", *Material and Science A*, Vol. 527, pp.1473-1479, (2010).
32. BS EN ISO 12737, "Metallic Materials Determination of Plan-Strain Fracture Toughness", British Standard 000Institution, (1999).
33. Perez, N., "Fracture Mechanics", Department of Mechanical Engineering, University of Puerto Rico, (2004).
34. Capelle, J., Furtado, J., Azari, Z., Jallais, S., Pluvinage, G., "Design based on ductile-brittle transition temperature for API 5L X65 steel used for dense CO₂ transport", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 110, pp. 270-280, ISSN 0013-7944, (2013).
35. Hosseinzadeh, A., Hashemi, S. H., "Experimental and numerical investigation of notch depth effect on Charpy fracture energy in API X65 steel", *Iranian Journal of Science and Technology*, (2020).

شبیه سازی الکتروشیمیایی-حرارتی سلول باتری لیتیوم-یون خودروی الکتریکی*

مقاله علمی - پژوهشی

آرش محمدی^(۲)محمد امیر بیاتی نژاد^(۱)

چکیده امروزه مشکلاتی مانند تولید آلاینده ها و کاهش منابع فسیلی از جمله مشکلات اصلی جهانی شده است. تعداد زیاد خودروهایی که از سوخت های هیدروکربنی استفاده می کنند اصلی ترین عامل بروز این مشکلات است. استفاده از خودروهای الکتریکی یک راه حل مناسب محسوب می شود. یکی از مهم ترین مؤلفه ها برای باتری خودروهای الکتریکی محاسبه میزان سطح شارژ آن است. در این مقاله یک تک سلول باتری لیتیومی منشوری حین چرخه تخلیه به روش الکتروشیمیایی-حرارتی با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی سه بعدی شبیه سازی شده است. ابتدا نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی ولتاژ و دما اعتبار سنجی شده است. سپس نتایج توزیع پتانسیل الکتریکی در جمع کننده جریان، سطح شارژ، غلظت یون لیتیوم در الکتروود، توزیع دما و حرارت های تولید شده در باتری آورده شده است.

واژه های کلیدی باتری لیتیومی، سطح شارژ، غلظت یون لیتیوم.

Electrochemical-Thermal Simulation of Cell Lithium-Ion Battery of Electrical Vehicle

M. A. Bayati Nezhad

A. Mohammadi

Abstract Nowadays, pollution and reduction in fossil resources are major problems for world. The large number of cars which use hydrocarbons fuels is the main factor of this problem. Using of electric vehicles is a suitable solution. One of the most important parameters to calculate for electric vehicles battery is its state of charge. In this paper, a single prismatic cell of lithium ion battery in discharge cycle with electrochemical-thermal has been simulated with 3D CFD. First, numerical results are validated with experimental results of voltage and temperature. Then, the results of the electrical potential distribution in the current collector, state of charge, the lithium ion concentration in electrode, the temperature distribution and generated heat in battery are presented.

Key Words Lithium Ion Battery, State of Charge, Lithium Ion Concentration.

DOI: 10.22067/fum-mech.v31i2.85936

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۱۲/۱۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۴/۱۹ می باشد.

(۱) نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

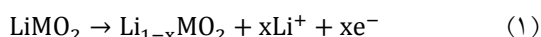
Email: a.bayatinezhad@sru.ac.ir

(۲) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

مقدمه

خودروهای تمام الکتریکی در آینده جایگزین خودروهای احتراق داخلی خواهند شد. باتری به عنوان بخش تأمین انرژی قوای محرکه این خودروهای الکتریکی است. در بین باتری‌های قابل شارژ باتری‌های لیتیومی به دلیل چگالی انرژی بالا (تقریباً ۲ برابر نیکل کادمیوم)، وزن و حجم سبک‌تر (حدود ۳ تا ۵ برابر دیگر باتری‌ها)، قابلیت شارژ سریع، نرخ پایین خود تخلیه بودن (کمتر از ۱۰ درصد در هر ماه) و عمر طولانی (>۵۰۰ چرخه)، انتخاب مناسبی برای استفاده در وسایل الکتریکی است [1]. باتری‌های لیتیومی که اساس کار آن‌ها بر جابجایی یون لیتیوم بین الکترودهای مثبت و منفی است، دارای اجزای جمع‌کننده جریان مثبت (آلومینیوم)، جمع‌کننده جریان منفی (مس)، زبانه مثبت، زبانه منفی، الکترود مثبت (کاتد)، الکترود منفی (آنود)، جداساز و محلول الکترولیت است که فضای بین دو الکترود را اشغال می‌کند. عملکرد باتری‌های لیتیومی بدین گونه است که در فرآیند تخلیه (تبدیل انرژی شیمیایی به الکتریکی)، یون‌های لیتیوم از ذرات موجود در ساختار الکترود منفی جدا شده و به طرف الکترود مثبت حرکت می‌کنند و در نهایت در ساختار الکترود مثبت قرار می‌گیرند. در فرآیند شارژ (تبدیل انرژی الکتریکی به شیمیایی)، بالعکس است و یون‌های لیتیوم از الکترود مثبت جدا شده و وارد ساختار لایه‌ای الکترود منفی می‌شوند. در اثر فرآیندهای لیتیوم‌دهی و لیتیوم-گیری، بار الکتریکی منفی (الکترون) ایجاد شده و توسط جمع‌کننده‌های جریان که ورقه‌هایی با رسانایی الکتریکی بسیار بالایی هستند دریافت می‌شود و بنابراین جریان الکتریکی در مدار بیرونی باتری به حرکت درمی‌آید. این عمل منجر به تولید حرارت نیز خواهد شد. زبانه‌های مثبت و منفی (پایانه‌های مثبت و منفی) به عنوان ورودی و خروجی جریان الکتریکی به صفحات جمع‌کننده جریان متصل شده‌اند. جریان الکتریکی از طریق زبانه‌ها به درون صفحات جمع‌کننده‌های جریان مثبت و منفی

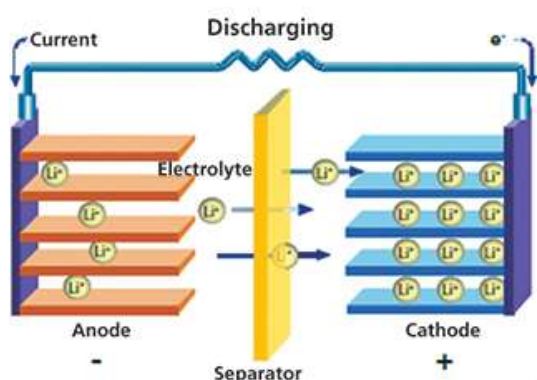
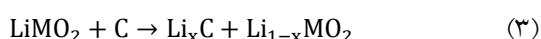
وارد و یا از آن خارج می‌شود. واکنش‌های انجام شده در فرآیند شارژ و تخلیه به صورت معادلات (۱) تا (۳) است [2]. در شکل (۱) فرآیند الکتروشیمیایی در باتری لیتیومی طی چرخه تخلیه نشان داده شده است. واکنش الکترود مثبت در فرآیند شارژ (تخلیه بالعکس است) [2]:



واکنش الکترود منفی در فرآیند شارژ (تخلیه بالعکس است) [2]:



واکنش کلی [2]:



شکل (۱): فرآیند الکتروشیمیایی در تخلیه باتری لیتیومی [3]

چالش‌های استفاده از باتری‌های لیتیومی شامل افزایش کارایی، ایمنی و طول عمر باتری است. استفاده از باتری‌های لیتیومی به دلیل ترکیب مواد پراورزی و حلال‌های الکترولیت ممکن است باعث بروز اشتعال و انفجار باتری شود [4]. همچنین افزایش حداکثر دما و توزیع غیریکنواخت دما در باتری منجر به عدم تعادل الکتریکی و در نتیجه اختلاف سطح شارژ در سلول‌ها می‌شود؛ بنابراین به یک سیستم مدیریت باتری دقیق نیاز است تا باتری به صورت مناسب ایفای نقش کند. سیستم مدیریت باتری عواملی چون دمای باتری (به منظور جلوگیری از افزایش بیش از حد دمای باتری و خطر

انفجار)، توزیع دما در سلول باتری (یکنواخت‌سازی دما در سلول باتری)، توزیع غلظت یون لیتیوم در الکترودها و الکترولیت (جلوگیری از کاهش ظرفیت باتری)، جریان باتری و تعیین محدوده بهینه، ولتاژ باتری و تعیین محدوده بهینه، تخمین سطح شارژ باتری (جلوگیری از افزایش بیش از حد شارژ/تخلیه) و تخمین سطح سلامت باتری را به منظور جلوگیری از تخریب‌های فیزیکی، فرار حرارتی، پیری و عدم تعادل در سلول نظارت می‌کند [5]. سیستم مدیریت باتری ممکن است از اجزای بسیاری مانند سنسورها، کنترل‌کننده‌ها و اعمال‌کننده‌ها که توسط بسیاری از مدل‌ها، الگوریتم‌ها و سیگنال‌ها کنترل می‌شود، تشکیل شود [6]. در حال حاضر، شرکت‌هایی همچون CATL، BMZ، Tesla، A123Systems، SK Innovation، LG Chem، Leclanché، Panasonic و BYD به صورت تخصصی و متمرکز به تولید باتری‌های لیتیومی جهت استفاده در خودروهای الکتریکی پرداخته‌اند. برای شبیه‌سازی باتری‌های لیتیومی، روش‌های شبیه‌سازی ریاضی (توصیف باتری لیتیومی به کمک زبان ریاضی، قضیه‌ها و نمادها)، شبیه‌سازی به وسیله مدار معادل (شامل تعدادی مقاومت و خازن متصل شده به منبع ولتاژ و با خاصیت حفظ تمامی خواص الکتریکی)، شبیه‌سازی الکتریکی-حرارتی (بررسی رفتار حرارتی باتری با قرار دادن ترم منبع تولید گرما و محاسبه دما، جریان، ولتاژ و سطح شارژ) و شبیه‌سازی الکتریکی-شیمیایی (اغلب برای تجزیه و تحلیل عملکرد باتری در رابطه با بسیاری از مواد داخلی و واکنش‌های شیمیایی صورت گرفته در باتری با در نظر گرفتن اثرات الکترودینامیک و ترمودینامیک شیمیایی و در نتیجه محاسبه دما، جریان، ولتاژ، سطح شارژ و توزیع غلظت یون لیتیوم در باتری) وجود دارد. در این مقاله، از شبیه‌سازی کوپل شده الکتروشیمیایی-حرارتی به منظور افزایش دقت و قابلیت اعتماد در نتایج استفاده خواهد شد. از نتیجه شبیه‌سازی، فرآیند تخلیه باتری صورت می‌گیرد و بنابراین می‌توان سطح شارژ باتری را

تخمین زد.

پیشینه تحقیق

در سال ۲۰۰۲، چانگ و همکاران عملکرد باتری لیتیومی LiFePO_4 را با افزایش هدایت مواد (۸ الی ۱۰ برابر) و استفاده از آلومینیوم، نایوبوم و زیرکونیوم بهبود بخشیدند [7]. در سال ۲۰۰۶ کتته و همکاران بر روی دستگاه‌های مختلف ذخیره انرژی، مطالعه تطبیقی انجام دادند. آن‌ها به وضوح دریافتند که باتری لیتیومی دارای قدرت و چگالی انرژی بیشتری نسبت به سایر دستگاه‌های ذخیره‌سازی انرژی است. علاوه بر این، برخی ویژگی‌ها مانند راندمان بالا، چرخه عمر طولانی، نرخ تخلیه کم و ولتاژ بالا را دارد [8]. در سال ۲۰۰۸، شرکت‌های نایسان و ایمارا از تکنولوژی لیتیوم نیکل منگنز کبالت اکسید ($\text{LiNi}_x\text{Mn}_y\text{Co}_z\text{O}_2$) استفاده کردند که منجر به چگالی انرژی بالایی شد [9]. در سال ۲۰۰۸، مدل تونین شامل یک یا دو شبکه‌مدار معادل برای پیش-بینی پاسخ باتری در وضعیت خاصی از شارژ و ولتاژ مدار باز توسط کروم و کرین ارائه شد. این مدل قادر به پیش-بینی پاسخ گذرا از ولتاژ باتری با تغییر جریان است و بنابراین می‌توان آن را در شرایط مختلف دینامیکی بکار برد. مزیت این مدل آسانی و سادگی اجرای آن است و عیب آن این است که واحدهای مقاومت و خازن ثابت فرض شده و قادر به پیش‌بینی کاهش ظرفیت نیست [10]. در سال ۲۰۱۱، چن و رینک مدل ترکیبی الکتریکی را پیشنهاد کردند که ترکیبی از شبکه‌های مدار معادل و مدل تونین و مدل زمان اجرا بود و در آن، ولتاژ پایانه باتری توسط یک شبکه‌مدار معادل تحت شرایط بارگذاری دینامیکی مختلف شبیه‌سازی شد. مزیت این روش دقت بالا در شرایط بارگذاری دینامیکی است و عیب آن این است که پارامترهای مدل به خوبی به روزرسانی نمی‌شود [11]. در سال ۲۰۱۱ ژینگ و همکاران سیستم مدیریت باتری را به دو دیدگاه ساختار سخت‌افزاری و نرم‌افزاری طبقه‌بندی کردند. در بخش

سخت‌افزار به‌منظور نظارت و اندازه‌گیری پارامترهای باتری مانند ولتاژ باتری، جریان و دما، سیستم‌های مختلف حسگر در سیستم مدیریت باتری گنجانده شد. بخش نرم‌افزار به‌عنوان مرکز سیستم مدیریت باتری در نظر گرفته شد، زیرا سخت‌افزار را کنترل کرده و سطح شارژ و سطح سلامت را برای همه سنسورها تخمین می‌زند [12]. در سال ۲۰۱۲ روش فیلتر کالمن توسط ژو و وانگ به‌منظور تخمین سطح شارژ ارائه گردید. مزیت این روش دقت بالای تخمین سطح شارژ تحت تأثیر اغتشاشات خارجی مانند نویز است. عیب این روش این است که روش فیلتر کالمن به‌صورت مستقیم قادر به تخمین سطح شارژ یک سیستم غیر خطی نیست. همچنین نیاز به محاسبات ریاضی پیچیده‌ای دارد [13]. در سال ۲۰۱۲ لی و همکاران یک آزمایش برای تعیین کاهش ظرفیت باتری‌های لیتیومی با تغییرات دما انجام دادند. نتایج نشان می‌دهد که ظرفیت باتری‌ها با الکترولیت LiPF_6 و LiBF_4 زمانی که دما به کمتر از -20°C درجه سانتی‌گراد برسد، به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد، درحالی‌که در دمای 25°C درجه سانتی‌گراد، کمتر از ۱۰ درصد کاهش ظرفیت وجود دارد [14]. در سال ۲۰۱۲، یی و همکاران شبیه‌سازی عددی الکتریکی-حرارتی را برای باتری لیتیومی LiMn_2O_4 توسط نرم‌افزار Ansys Workbench انجام دادند. در این شبیه‌سازی، توزیع یون لیتیوم در سلول باتری تعیین شد و دریافتند که با کاهش دما، تغییرات غلظت یون لیتیوم افزایش یافته که منجر به از دست رفتن ظرفیت باتری می‌شود. نشان داده شد که گرمای آنتروپی در فرآیند تخلیه با نرخ پایین، غالب و گرمای واکنش در الکترودها در فرآیند تخلیه با نرخ بالا، غالب است. برای اعتبارسنجی با نتایج تجربی به روش آزمون پالس، باتری با جریان ثابت در دمای اتاق (25°C درجه سانتی‌گراد) تخلیه شد تا رفتار باتری مشخص گردد. مقایسه این نتایج خطای کمتر از ۲ درصد را نتیجه داد [15]. در سال ۲۰۱۴ ژینگ و همکاران باتری LiFePO_4 را به‌منظور

بررسی سطح شارژ و ولتاژ تحت آزمایش قرار دادند. آن‌ها نمودار ولتاژ را در حین تخلیه بر حسب زمان در دمای 20°C درجه سانتی‌گراد ترسیم و مشاهده کردند که با افزایش زمان، ولتاژ خروجی کاهش یافته است. همچنین مشاهده شده است که با افزایش زمان، سطح شارژ باتری نیز کاهش می‌یابد [16]. در سال ۲۰۱۴، روش فیلتر H_∞ توسط ژانگ برای تخمین سطح شارژ استفاده شد. فیلتر H_∞ پارامترهای باتری را متغیر با زمان در نظر می‌گیرد و نیازی به دانستن مشخصات نویز فرآیند و ویژگی‌های نویز اندازه‌گیری نیست. این مدل به‌سادگی طراحی شده که دارای قدرت بالا برای عمل در شرایط خاص است. مزیت این روش عملکرد بهینه از نظر دقت، هزینه محاسبات و بازده زمانی است. عیب این روش این است که تأثیر دما، پیری و هیستریزیس می‌تواند دقت مدل را کاهش دهد [17]. در سال ۲۰۱۵، چنگ و همکاران با استفاده از باتری لیتیومی کبالت اکسید و به‌وسیله نرم‌افزار AutoLion، شبیه‌سازی باتری لیتیومی را توسط مدل فیزیکی-حرارتی در دماهای مختلف محیط انجام دادند و تأثیر دما بر مقاومت درونی باتری، دامنه پاسخ ولتاژ و ظرفیت باتری (عمر باتری) را بررسی کردند. کاهش دمای باتری منجر به افزایش محدوده ولتاژ خروجی باتری می‌شود. نشان داده شد که کاهش دمای باتری باعث افزایش مقاومت درونی باتری شده که این عامل باعث کاهش ظرفیت باتری می‌شود و ظرفیت باتری در دماهای پایین‌تر نسبت به دماهای بالاتر سریع‌تر تخریب می‌شود [18]. در سال ۲۰۱۷، بهیرایی، فرتاج و نظری، شبیه‌سازی الکتریکی-حرارتی را برای سلول باتری لیتیومی با استفاده از باتری ۵ آمپر ساعت در نرم‌افزار COMSOL Multiphysics انجام دادند. در این پروژه از یک سیال خنک‌کننده (آب) جهت کاهش دمای باتری استفاده شده است. مشخص شد که افزایش عدد رینولدز، حداکثر دمای باتری را کاهش داده ولی باعث توزیع غیریکنواخت دما به دلیل هدایت نامناسب حرارت می‌شود. همچنین مشخص شد که با افزایش ضخامت

صفحات خنک‌کننده، سطح تماس افزایش یافته، انتقال حرارت بیشتر شده، حداکثر دما کاهش و توزیع دما یکنواخت‌تر می‌شود. به‌منظور اعتبارسنجی نتایج، دمای سلول باتری به روش تجربی و با استفاده از یک دوربین مادون‌قرمز اندازه‌گیری شده است. مشخص شد که سیستم خنک‌کننده دو کاناله، دارای حداکثر دمای پایین‌تر و توزیع دمای یکنواخت‌تری نسبت به سیستم خنک‌کننده تک کاناله است [19]. در سال ۲۰۱۸ تانگ و وو به بررسی خواص حرارتی باتری‌های لیتیومی در طول فرآیند تخلیه پرداختند. در این پژوهش، از یک باتری لیتیومی با ظرفیت ۲۰ آمپر ساعت و از جنس $\text{LiFePO}_4 / \text{MCMB}$ برای یک شبیه‌سازی عددی استفاده شد. تغییرات گرمای اهمی، گرمای واکنش الکتروشیمیایی و گرمای قطبش در تخلیه با جریان و همچنین ارتباط آن با میزان کاهش ظرفیت باتری در طی فرآیند، بررسی شد. مشخص شد که در هنگام شارژ/تخلیه با نرخ معمولی، گرمای قطبش فعال و گرمای واکنش الکتروشیمیایی، برای کاتد و آند، منبع اصلی تولید حرارت به‌حساب می‌آید. از بین رفتن ظرفیت در طول فرآیند شارژ/تخلیه، هر دو بر مدت زمان شارژ و تخلیه تأثیر می‌گذارد. همچنین بر سطح شارژ نیز تأثیر گذاشته که موجب تغییر در رفتار حرارتی باتری می‌شود. علاوه بر این مشاهده شد که به دلیل از بین رفتن لیتیوم فعال در طول فرآیند، باتری با چرخه بیشتر، حرارت کلی کمتری را در فرآیند شارژ/تخلیه تولید می‌کند [20]. در سال ۲۰۱۸ حسین‌زاده و همکاران یک مدل الکتروشیمیایی-حرارتی یک‌بعدی را برای توصیف رفتار باتری لیتیومی ۵۳ آمپر ساعت و فرمول شیمیایی $\text{LiNi}_x\text{Mn}_y\text{Co}_{1-x-y}\text{O}_2$ در بازه گسترده‌ای از شرایط عملیاتی از جمله شارژ پیوسته (۵C الی ۲C)، تخلیه پیوسته (۵C الی ۰C) و عملکرد باتری در یک وسیله نقلیه الکتریکی در چرخه رانندگی شهری توسعه دادند. مدل یک‌بعدی یک جفت الکتروود با یک مدل حرارتی سه‌بعدی یک سلول ترکیب شده است تا توزیع دما در

مقیاس سلولی به دست آید. عملکرد مدل برای دامنه دمای محیط ۵ الی ۴۵ درجه سانتی‌گراد تصدیق داده شد. نتایج نشان می‌دهد که عملکرد باتری به درجه حرارت محیط بسیار وابسته است. با کاهش دمای محیط از ۴۵ درجه سانتی‌گراد به ۵ درجه سانتی‌گراد، انرژی در دسترس به ۱۷/۱ درصد و ۷/۸ درصد به ترتیب در تخلیه ۵C و ۰C کاهش می‌یابد [21]. در سال ۲۰۱۹ چن و زیونگ در ابتدا یک مدل باتری بهبودیافته به‌وسیله شبکه عصبی پیشرو با معرفی ورودی‌های تعریف‌شده جدید، ایجاد کردند. بر اساس مدل شبکه عصبی پیشرو و الگوریتم فیلتر کالمن گسترده، یک روش تخمین سطح شارژ مبتنی بر شبکه عصبی پیشرو طراحی شد و استحکام آن با استفاده از داده‌های تجربی به دست آمده در دماهای مختلف مورد تأیید قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که روش مبتنی بر شبکه عصبی پیشرو یک روش مؤثر برای برآورد دقیق سطح شارژ در محیط کاربرد پیچیده وسایل نقلیه الکتریکی است [22]. در این مقاله یک تک‌سلول باتری لیتیومی منشوری در طول چرخه تخلیه با نرخ‌های مختلف به روش الکتروشیمیایی-حرارتی با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی سه‌بعدی و در نرم‌افزار AVL FIRE شبیه‌سازی شده است. استفاده از یک تک‌سلول سبب کاهش مدت زمان محاسبات و همچنین سادگی در تغییر مؤلفه‌های باتری می‌شود که در نهایت می‌تواند به یک استک باتری لیتیومی تعمیم داده شود. نوآوری این مقاله استفاده از روش الکتروشیمیایی-حرارتی است که با در نظر گرفتن واکنش‌های الکتروشیمیایی بین الکتروودها و الکترولیت و همچنین با حل هم‌زمان معادلات الکتریکی، شیمیایی و حرارتی باعث می‌شود که شبیه‌سازی‌ها با دقت بسیار بالاتری نسبت به اکثر مطالعات پیشین انجام شود. در پژوهش‌های پیشین به علت اینکه روش الکتروشیمیایی-حرارتی نیازمند تعداد زیادی مؤلفه ورودی است و همچنین مدت زمان محاسباتی بسیار بالایی دارد، کم‌تر از این روش استفاده شده است. نوآوری دیگر این مقاله

الکتریکی در الکترودها و پتانسیل یونی در الکترولیت طبق معادلات (۸) و (۹) از معادلات بقای شارژ مربوطه محاسبه می‌شوند [23].

$$\nabla \cdot \vec{i}_{ele} = -i_r a_s \quad (۸)$$

و

$$\nabla \cdot \vec{i}_{ion} = i_r a_s \quad (۹)$$

که تراکم جریان الکتریکی در الکترودها ($\vec{i}_{ele}$) و تراکم جریان یونی در الکترولیت ($\vec{i}_{ion}$) به صورت معادلات (۱۰) و (۱۱) است.

$$\vec{i}_{ele} = -\sigma_s \epsilon_s \nabla \phi_{ele} \quad (۱۰)$$

و

$$\vec{i}_{ion} = \kappa \epsilon_e^q (\nabla \phi_{ion} - \frac{2RT(1-t^+) \nabla c_e}{F c_e}) \quad (۱۱)$$

رسانش یونی (κ) به غلظت نمک لیتیوم (c_e) و دما بستگی دارد و طبق معادله (۱۲) محاسبه می‌شود [23].

$$\kappa = \kappa_{ref}(c_e) \exp \left[\frac{E_{act,\kappa}}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (۱۲)$$

غلظت یون لیتیوم در ذرات جامد (c_s) و غلظت نمک لیتیوم در الکترولیت (c_e) از معادلات (۱۳) و (۱۴) محاسبه می‌شوند [23].

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left(D_s \frac{\partial c_s}{\partial r} \right) - \frac{2}{r} D_s \frac{\partial c_s}{\partial r} = 0 \quad (۱۳)$$

و

$$\frac{\partial (\epsilon_e c_e)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j}_e = \frac{(1-t^+) i_r a_s}{F} \quad (۱۴)$$

که شار پخش نمک لیتیوم به صورت معادله (۱۵) است.

$$\vec{j}_e = -D_e \epsilon_e^q \nabla c_e \quad (۱۵)$$

ضرایب توزیع لیتیوم در ذرات جامد (الکترودها) و الکترولیت به دما بستگی دارند که به ترتیب طبق روابط (۱۶) و (۱۷) به دست می‌آیند [23].

$$D_s = D_{s,ref} \exp \left[\frac{E_{act,D_s}}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (۱۶)$$

و

$$D_e = D_{e,ref} + \delta_1 (T - T_{ref}) + \delta_2 (T - T_{ref})^2 + \delta_3 (T - T_{ref})^3 \quad (۱۷)$$

در محاسبه مؤلفه‌های باتری لیتیومی از جمله سطح شارژ باتری است که همگی با حل معادلات، به صورت مستقیم و در هر لحظه قابل محاسبه است. در صورتی که در مطالعات سایر افراد، اغلب از روش‌های تخمین سطح شارژ مانند روش فیلتر کالمن استفاده شده که هزینه و خطای محاسباتی نسبتاً بالایی دارد. در این مقاله نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی ولتاژ و دما با نرخ تخلیه جریان ثابت اعتبارسنجی شده است. سپس نتایج سطح شارژ باتری لیتیومی، توزیع پتانسیل الکتریکی در جمع‌کننده جریان، غلظت یون لیتیوم در الکترودها، توزیع دما در سطح باتری و حرارت‌های تولیدشده طی فرآیند تخلیه در نرخ‌های ۱C، ۳C و ۵C محاسبه شده است.

معادلات حاکم

معادلات شبیه‌سازی الکتروشیمیایی-حرارتی شامل کوپل معادلات الکتریکی، شیمیایی و حرارتی است. ابتدا معادلات بقا و انتقال در جمع‌کننده‌های جریان و ناحیه واکنش حل می‌شود. ناحیه واکنش شامل الکترودها، مثبت، الکترودها منفی و جداساز است. پتانسیل الکتریکی (ϕ_{ele}) از معادله بقای شارژ الکتریکی یعنی معادله ۴ به دست می‌آید [23].

$$\nabla \cdot \vec{i}_{ele} = 0 \quad (۴)$$

که تراکم جریان الکتریکی در جمع‌کننده‌های جریان برابر با معادله (۵) است.

$$\vec{i}_{ele} = -\sigma_c \nabla \phi_{ele} \quad (۵)$$

مقدار دما از معادله تعادل انرژی یعنی معادله (۶) محاسبه می‌شود [23].

$$\frac{\partial (\rho_c c_p c T)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = -\vec{i}_{ele} \cdot \nabla \phi_{ele} \quad (۶)$$

که شار حرارتی رسانش برابر با معادله (۷) است.

$$\vec{q} = -\lambda_c \nabla T \quad (۷)$$

در مدل الکتروشیمیایی-حرارتی، واکنش الکتروشیمیایی در حجم الکترودها و در سطح بین الکترولیت و ذرات الکترودها محاسبه می‌شود. پتانسیل

یکدیگر متصل شده‌اند. جنس الکتروود مثبت از $\text{Li}[\text{NiMnCo}]\text{O}_2$ ، جنس الکتروود منفی از گرافیت، جنس جمع‌کننده جریان مثبت از آلومینیوم و جنس جمع‌کننده جریان منفی از مس است. الکتروولیت بکار رفته در باتری نیز از نوع لیتیوم هگزا فلوئورو فسفات (LiPF_6) و ترکیبی از اتیلن کربنات و دی متیل کربنات است. مشخصات باتری در جدول (۱) و ضخامت و تعداد لایه‌های اجزای باتری در جدول (۲) آورده شده است.

جدول (۱): مشخصات باتری ePLB C020 [26]

نوع مشخصه	مقدار مشخصه (واحد)
ضخامت	۷ (میلی‌متر)
طول (به‌جز زبانه‌ها)	۱۹۵ (میلی‌متر)
عرض	۱۲۵ (میلی‌متر)
وزن	۴۰۷ (گرم)
ولتاژ اسمی	۳/۶۵ (ولت)
ظرفیت اسمی	۲۰ (آمپر-ساعت)
بیشینه ظرفیت	۲۱ (آمپر-ساعت)
انرژی مخصوص	۱۷۵ (وات-ساعت/کیلوگرم)
چگالی انرژی	۳۷۰ (وات-ساعت/لیتر)
حد ولتاژ توصیه‌شده تخلیه	۳ (ولت)
حد ولتاژ پایین تخلیه	۲/۵ (ولت)

جدول (۲): ضخامت و تعداد لایه‌های اجزای باتری [26]

جنس ماده	ضخامت (میکرومتر)	تعداد لایه‌ها
آلومینیوم	۲۱	۱۷
مس	۱۲	۱۸
الکتروود +	۷۰	۳۴
الکتروود -	۷۹	۳۶

خواص الکتریکی و شیمیایی الکتروولیت LiPF_6 باتری ePLB C020 مطابق جدول (۴) است. خواص الکتریکی جمع‌کننده‌های جریان مثبت و منفی باتری ePLB C020 نیز به‌صورت جدول (۵) است. خواص حرارتی اجزای باتری نیز در جدول (۳)

رابطه پتانسیل مدار باز (Φ_{oc}) استفاده شده برای این باتری، طبق معادله (۱۸) محاسبه می‌شود [24].

$$\begin{aligned} \Phi_{oc} = & 8 + 5.06\theta_{se} - 12.58\theta_{se}^{0.5} \\ & - 8.63 \times 10^{-4}\theta_{se}^{-1} + 2.18 \times 10^{-5}\theta_{se}^{1.5} \\ & - 0.46 \exp[15(0.06 - \theta_{se})] \\ & - 0.55 \exp[-2.43(\theta_{se} - 0.92)] \end{aligned} \quad (18)$$

سطح شارژ باتری به صورت معادله (۱۹) تعریف می‌شود [23].

$$SOC = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \quad (19)$$

استوکیومتری متوسط طبق معادله (۲۰) محاسبه می‌شود [23].

$$\theta = \frac{\bar{c}_s}{c_{s,max}} \quad (20)$$

که غلظت یون لیتیوم متوسط در ذره ($\bar{c}_s$) طبق رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

$$\bar{c}_s = \frac{1}{r_s} \int_0^{r_s} c_s(r, t) dr \quad (21)$$

بنابراین سطح شارژ باتری به‌صورت مستقیم در هر لحظه و در تمامی نقاط الکتروود، با استفاده از غلظت یون لیتیوم متوسط در سطح جامد (الکتروود) محاسبه خواهد شد. غلظت یون لیتیوم نیز طبق معادلات (۱۳) و (۱۶)، وابسته به دما است؛ بنابراین سطح شارژ باتری تابع مؤلفه‌های بسیاری از جمله دما (T)، استوکیومتری سطح در سطح شارژ صفر و یک (θ_0 و θ_1)، ضریب توزیع یون لیتیوم در سطح جامد (D_s) و غلظت یون لیتیوم در ذرات جامد (c_s) است.

مشخصات باتری

در این مقاله جهت شبیه‌سازی باتری لیتیومی از باتری لیتیوم پلیمر نوع ePLB C020 ساخت شرکت EiG کره جنوبی استفاده می‌کنیم [25]. این شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار AVL FIRE انجام شده است. هر استک این باتری دارای ۳۴ سلول است که به‌صورت موازی به

دیده می شود.

نرخ های ۱C، ۳C و ۵C انجام می شود. در شبیه سازی ها از دو فاز جامد (الکترودها و جمع کننده های جریان) و فاز مایع (الکترولیت) جهت انتقال یون های لیتیوم بین الکترودها استفاده شده است. ناحیه جداساز به عنوان فاز مایع یا الکترولیت در نظر گرفته شده و تمامی خواص الکتریکی، حرارتی و شیمیایی الکترولیت به این ناحیه داده شده و تأثیر آن دیده شده است. معادلات انرژی، فشار و حرارت ویسکوز برای این ناحیه حل شده و نوع سیال نیز تراکم ناپذیر انتخاب شده است. تأثیر صفحه متخلخل جداساز نیز با استفاده از عدد تخلخل وارد شبیه سازی می شود.

در این مقاله، شبیه سازی سه بعدی یک تک سلول باتری لیتیومی به صورت الکتروشیمیایی-حرارتی صورت گرفته است؛ بنابراین با توجه به بیشینه ظرفیت استک باتری حاوی ۳۴ سلول (۲۱ آمپر ساعت)، ظرفیت یک تک سلول برابر با ۰/۶۱۷۶ آمپر ساعت است. سلول ها به صورت موازی متصل شده اند پس تک سلول می بایست ولتاژی برابر با ولتاژ ۳۴ سلول داشته و جریان آن بر ۳۴ تقسیم شود. دمای محیط ۲۵ درجه سانتی گراد در نظر گرفته شده است. سطح شارژ اولیه باتری را برابر یک (صد در صد) قرار داده و چرخه تخلیه جریان ثابت برای

جدول (۳): خواص حرارتی اجزای باتری [26]

جنس ماده	چگالی (کیلوگرم/مترمکعب)	ظرفیت حرارتی (ژول/کیلوگرم کلوین)	هدایت حرارتی (وات/متر کلوین)
آلومینیوم	۲۷۰۲	۹۰۳	۲۳۸
مس	۸۹۳۳	۳۸۵	۳۹۸
جداساز	۱۰۱۷	۱۹۷۸	۰/۳۴
الکترو +	۲۸۹۵	۱۲۷۰	۱/۵۸
الکترو -	۱۵۵۵	۱۴۳۷	۱/۰۴

جدول (۴): خواص الکتریکی و شیمیایی الکترولیت باتری ePLB C020 [23,26]

خاصیت (واحد)	در الکترو مثبت	در جداساز	در الکترو منفی
هدایت الکتریکی (A/V.m)	فرمول (۱۲)	فرمول (۱۲)	فرمول (۱۲)
ضریب توزیع یون لیتیوم (m ² /s)	فرمول (۱۶)	فرمول (۱۶)	فرمول (۱۶)
تخلخل (-)	۰/۶۳	۱	۰/۵۰۳
شاخص Bruggeman (-)	۳/۳	۳/۳	۳/۳
عدد انتقال کاتیون (-)	۰/۳۶۳	۰/۳۶۳	۰/۳۶۳
غلظت اولیه یون لیتیوم (kmol/m ³)	۲	۲	۲

جدول (۵): خواص الکتریکی جمع کننده های جریان باتری ePLB C020 [23,26]

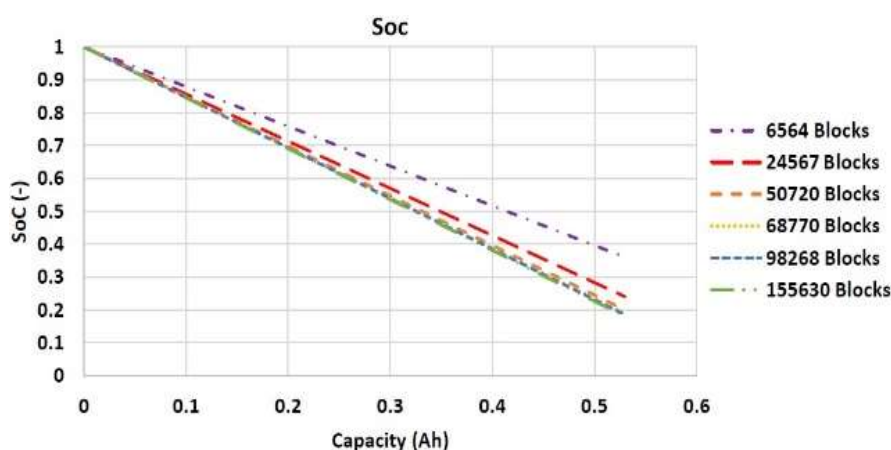
خاصیت (واحد)	جمع کننده جریان مثبت (آلومینیوم)	جمع کننده جریان منفی (مس)
هدایت الکتریکی (A/V.m)	۳۸۳۰۰۰۰۰	۶۳۳۰۰۰۰۰

ایجاد شبکه محاسباتی

در ابتدای شبیه‌سازی می‌بایست مبحث استقلال از شبکه را جهت دقیق بودن نتایج خروجی بررسی کرد. برای این منظور، سلول باتری لیتیومی را با گام‌های مکانی و تعداد تقسیمات مختلف شبکه‌بندی کرده و نتایج خروجی برای مؤلفه سطح شارژ باتری طی فرآیند تخلیه جریان ثابت با نرخ ۱C بررسی شده است. شبکه‌بندی محاسباتی توسط نرم‌افزار AVL FIRE انجام شده و به‌صورت منظم و سازمان یافته است. در شکل (۲) نمودار تغییرات سطح شارژ باتری بر حسب ظرفیت در تعداد شبکه‌بندی‌های

مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، شبکه محاسباتی دقیق و مناسب برای انجام شبیه‌سازی-ها، شبکه محاسباتی با ۶۸۷۷۰ شبکه است و افزایش تعداد شبکه محاسباتی بیش از آن تأثیری در نتایج شبیه‌سازی نخواهد داشت و تغییرات سطح شارژ کمتر از یک درصد خواهد بود.

در جدول (۶) تعداد تقسیمات شبکه محاسباتی در راستاهای مختلف سلول باتری لیتیومی ارائه شده است. تعداد شبکه‌های ایجاد شده در کل حجم بخش‌های مختلف باتری نیز به‌صورت جدول (۷) است.



شکل (۲): تغییرات سطح شارژ بر حسب ظرفیت باتری در نرخ ۱C با تعداد شبکه محاسباتی مختلف

جدول (۶): تعداد تقسیمات شبکه محاسباتی در راستاهای مختلف سلول باتری

تعداد تقسیمات	راستا
۶۵	طول باتری (به‌جز زبانه‌ها)
۴۲	عرض باتری
۵	طول زبانه‌ها
۱۳	عرض زبانه‌ها
۴	ضخامت جمع‌کننده جریان منفی همراه با زبانه منفی
۶	ضخامت الکتروود منفی
۵	ضخامت جداساز
۶	ضخامت الکتروود مثبت
۴	ضخامت جمع‌کننده جریان مثبت همراه با زبانه مثبت

جدول (۷): تعداد شبکه محاسباتی در حجم بخش های مختلف سلول باتری

بخش	تعداد شبکه محاسباتی
جمع کننده جریان منفی همراه با زیانه منفی خروجی	۱۱۱۸۰
الکتروود منفی	۱۶۳۸۰
جداساز	۱۳۶۵۰
الکتروود مثبت	۱۶۳۸۰
جمع کننده جریان مثبت همراه با زیانه مثبت خروجی	۱۱۱۸۰
کل سلول باتری	۶۸۷۷۰

جدول (۸): اجزای سلول باتری لیتیومی

شماره	نام بخش
۱	جمع کننده جریان منفی
۲	زیانه منفی
۳	الکتروود - (آند)
۴	جداساز (الکتروولیت)
۵	الکتروود + (کاتد)
۶	جمع کننده جریان مثبت
۷	زیانه مثبت

چرخه شبیه سازی

در این بخش، جهت تأیید و تصدیق نتایج شبیه سازی، چرخه های تخلیه جریان ثابت تحت نرخ های تخلیه ۱C، ۲C، ۳C و ۵C انجام می شود. جریان های تخلیه برای یک تک سلول باتری ePLB C020 به صورت جدول (۹) است.

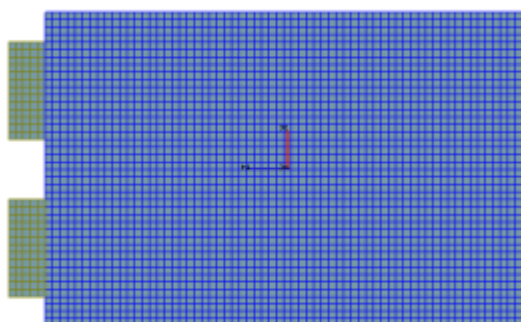
جدول (۹): نرخ و جریان تخلیه تک سلول باتری لیتیومی

نرخ تخلیه	جریان تخلیه (آمپر)
۱C	۰/۶۱۷۶
۲C	۱/۲۳۵۲
۳C	۱/۸۵۲۸
۵C	۳/۰۸۸

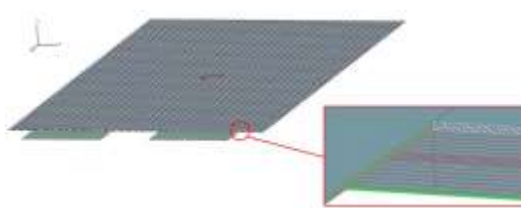
اعتبارسنجی نتایج شبیه سازی

برای اعتبارسنجی نتایج شبیه سازی الکتروشیمیایی -

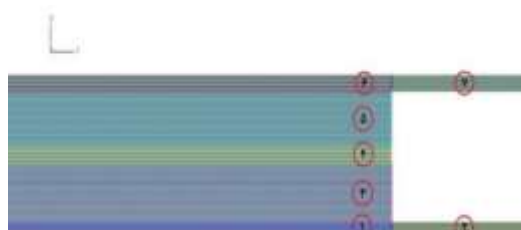
هندس و شبکه محاسباتی تک سلول ایجاد شده در نرم افزار AVL FIRE مطابق شکل های (۳) و (۴) است. نحوه قرارگیری بخش های مختلف سلول باتری در شکل (۵) و جدول (۸) نشان داده شده است.



شکل (۳): هندسه و شبکه بندی تک سلول باتری لیتیومی



شکل (۴): هندسه و شبکه بندی تک سلول باتری لیتیومی



شکل (۵): نحوه قرارگیری اجزای سلول باتری لیتیومی

حرارتی، نمودار ولتاژ بر حسب ظرفیت باتری در حالت شبیه‌سازی و آزمایشگاهی با هم مقایسه می‌شوند. نمودار ولتاژ بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های تخلیه جریان ثابت ۱C، ۲C، ۳C و ۵C مطابق شکل (۶) است. نتایج شبیه‌سازی تطبیق خوبی را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. کل مدت زمان تخلیه باتری در شبیه‌سازی عددی با نرخ‌های ۱C، ۲C، ۳C و ۵C به ترتیب برابر با ۳۰۹۰، ۱۵۳۶، ۹۵۵ و ۶۶۹ ثانیه است. بیشینه مقادیر خطا در نرخ‌های ۱C، ۲C، ۳C و ۵C به ترتیب برابر با ۱/۲۲، ۱/۳۷، ۱/۴۹ و ۱/۶۵ درصد است.

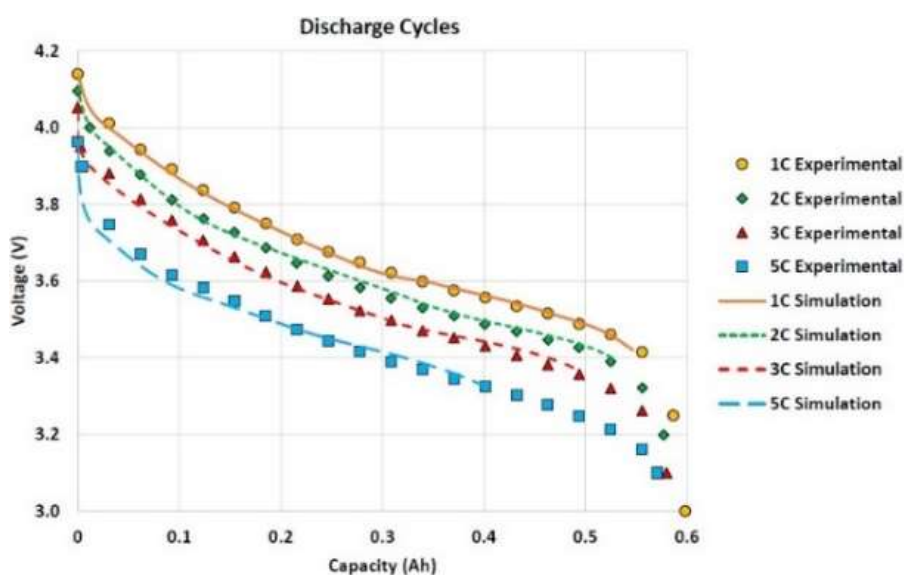
با افزایش نرخ تخلیه (به‌عنوان مثال در نرخ تخلیه ۵C)، شدت جریان تخلیه باتری نیز افزایش یافته و سرعت و میزان وقوع واکنش‌های الکتروشیمیایی بین الکترودها و الکترولیت و در نتیجه شدت انتقال یون‌های لیتیوم نیز افزایش می‌یابد. این عمل منجر می‌شود تا درصد خطای موجود میان نتایج شبیه‌سازی عددی و نتایج تجربی کمی افزایش یابد. همچنین مشاهده می‌شود که با کاهش نرخ تخلیه (به‌عنوان مثال در نرخ تخلیه ۱C)، شدت جریان تخلیه و واکنش‌های الکتروشیمیایی کاهش یافته و از اختلاف میان نتایج تجربی و شبیه‌سازی کاسته شده است. شبیه‌سازی‌ها طبق شکل نشان می‌دهد که منحنی ولتاژ در نرخ‌های تخلیه ۱C، ۲C، ۳C و ۵C به ترتیب از مقادیر ۴/۱۴، ۴/۱۱، ۴/۰۴ و ۳/۹۵ ولت شروع و به ترتیب تا مقادیر ۳/۴، ۳/۳۹، ۳/۳۷ و ۳/۳۳ ولت کاهش می‌یابد؛ بنابراین با کاهش نرخ تخلیه، ولتاژ باتری از مقادیر بالاتری شروع به کاهش کرده و میزان تغییرات ولتاژ تا انتهای تخلیه افزایش یافته است. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، می‌توان به ولتاژهای پایین‌تری در شروع و پایان فرآیند دست پیدا کرد؛ بنابراین با افزایش نرخ تخلیه ولتاژ باتری سریع‌تر به ولتاژ قطع نزدیک شده و شبیه‌سازی در ظرفیت‌های پایین‌تری متوقف خواهد شد.

جهت تأیید بیشتر شبیه‌سازی‌ها، تغییرات دمای متوسط سطح بر حسب ظرفیت باتری طی فرآیند تخلیه

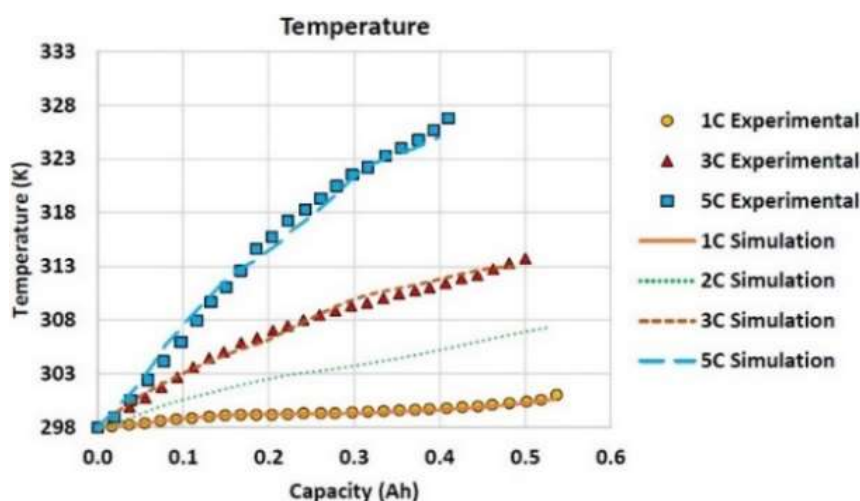
محاسبه شده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. شکل (۷) این نمودار را نشان می‌دهد که تطبیق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. بیشینه مقادیر خطا در نرخ‌های ۱C، ۲C و ۳C به ترتیب برابر با ۰/۱۲۷، ۰/۳۸ و ۰/۵ درصد است. بیش‌ترین مقدار خطا مجدداً در نرخ تخلیه ۵C رخ داده که علت آن تشدید واکنش‌های الکتروشیمیایی در نرخ‌های بالای تخلیه است. شبیه‌سازی‌ها طبق شکل (۷) نشان می‌دهد که دمای متوسط سطح باتری در تمامی نرخ‌های تخلیه از مقدار دمای اولیه ۲۹۸ کلون شروع شده است. در نرخ‌های تخلیه ۱C، ۲C، ۳C و ۵C دمای متوسط سطح باتری به ترتیب تا مقادیر ۳۰۷/۷، ۳۰۷/۳، ۳۱۳ و ۳۲۵ کلون افزایش یافته است. با افزایش نرخ تخلیه و همچنین افزایش شدت جریان تخلیه، سرعت وقوع واکنش‌های الکتروشیمیایی بین الکترودها و الکترولیت افزایش یافته است؛ بنابراین با افزایش نرخ تخلیه، حرارت‌های تولیدشده اعم از تولید حرارت ژول ناشی از مقاومت‌های درونی باتری و همچنین تولید حرارت واکنش ناشی از واکنش‌های الکتروشیمیایی بین الکترودها و الکترولیت نیز افزایش می‌یابد که سبب می‌شود تا در یک ظرفیت مشخص، در نرخ‌های تخلیه بالاتر میزان افزایش دمای بیشتری رخ دهد. به‌عنوان مثال در انتهای فرآیند تخلیه در نرخ‌های تخلیه پایین مانند ۱C، افزایش دمای متوسط سطح باتری فقط ۲/۷ کلون بوده درحالی‌که در نرخ‌های تخلیه بالا مانند ۵C، افزایش دمای متوسط سطح باتری ۲۷ کلون است. ضمناً نتایج آزمایشگاهی در نرخ تخلیه ۲C جهت تصدیق با نتایج شبیه‌سازی در گزارش‌ها وجود ندارد. در انتهای این بخش، تحلیل حساسیت در شبیه‌سازی ارائه شده است. سطح شارژ باتری جهت تعیین مقدار انرژی در دسترس و همچنین انجام عملیات شارژ و تخلیه در محدوده ایمن سطح شارژ (سطح شارژ ۲۰ الی ۹۰ درصد جهت افزایش طول عمر باتری لیتیومی منشوری) به‌عنوان یک مقیاس بسیار مهم محسوب می‌شود. بدین منظور، تحلیل حساسیت برای تغییرات سطح شارژ

شارژ در انتهای فرآیند تخلیه رخ داده که مقدار این تغییرات برای نرخ‌های $0.95C$ و $1.05C$ نسبت به نرخ $1C$ به ترتیب برابر با $0.13/0.05$ (درصد) و $0.15/0.08$ (درصد) است؛ بنابراین با ایجاد تغییرات جزئی در مقدار نرخ تخلیه به‌عنوان ورودی، بیشترین مقدار تغییرات سطح شارژ به‌عنوان خروجی بسیار کوچک خواهد بود.

باتری بر حسب ظرفیت (به‌عنوان خروجی) در نرخ‌های مختلف تخلیه (به‌عنوان ورودی) که به‌طور جزئی تغییر داده می‌شوند، انجام شده است. در شکل (۸) نمودار تغییرات سطح شارژ بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های تخلیه $0.95C$ ، $1C$ و $1.05C$ ارائه شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، در یک ظرفیت مشخص با تغییر در نرخ تخلیه، بیشترین مقدار تغییرات سطح

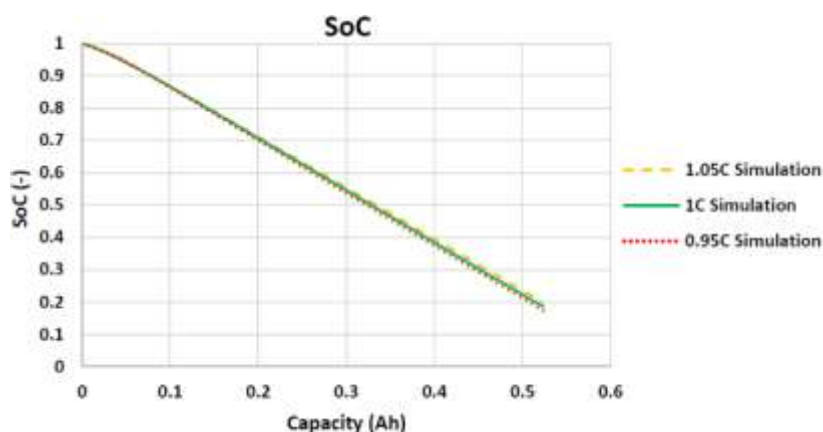


شکل (۶): تغییرات ولتاژ بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های مختلف تخلیه در حالت شبیه‌سازی (خطوط) و آزمایش تجربی (نقاط) [25]



شکل (۷): تغییرات دمای متوسط سطح باتری بر حسب ظرفیت در نرخ‌های مختلف تخلیه در حالت شبیه‌سازی (خطوط) و آزمایش تجربی

(نقاط) [23]

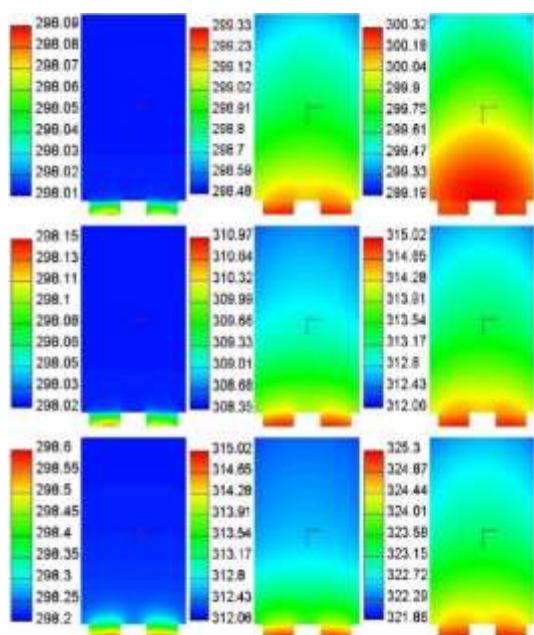


شکل (۸): تحلیل حساسیت تغییرات سطح شارژ (به‌عنوان خروجی) بر حسب ظرفیت با تغییر جزئی در نرخ تخلیه (به‌عنوان ورودی)

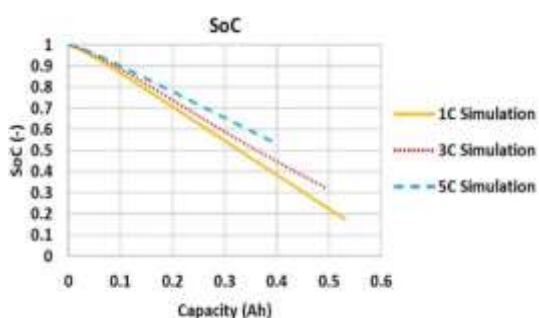
بحث بر روی نتایج

پس از اعتبارسنجی و تصدیق نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده با نتایج آزمایشگاهی، سایر مؤلفه‌های باتری تعیین خواهد شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی سه‌بعدی و الکتروشیمیایی-حرارتی یک تک‌سلول باتری لیتیومی ePLB C020 با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی در نرخ‌های تخلیه جریان ثابت ۱C، ۳C و ۵C به دست آمده است. در تمامی کانتورهای ارائه شده در این مقاله، سطر اول مربوط به نرخ تخلیه ۱C از چپ به راست در ابتدا (ثانیه ۱۰ ام)، وسط (ثانیه ۱۵۵۰ ام) و انتها (ثانیه ۳۰۹۰ ام) تخلیه، سطر دوم مربوط به نرخ تخلیه ۳C از چپ به راست در ابتدا (ثانیه ۱۰ ام)، وسط (ثانیه ۴۸۰ ام) و انتها (ثانیه ۹۵۵ ام) تخلیه و سطر سوم مربوط به نرخ تخلیه ۵C از چپ به راست در ابتدا (ثانیه ۱۰ ام)، وسط (ثانیه ۲۲۸ ام) و انتها (ثانیه ۴۶۹ ام) تخلیه است. شکل (۹) نشان‌دهنده توزیع پتانسیل الکتریکی در سطح جمع‌کننده جریان مثبت تحت چرخه‌های مختلف تخلیه جریان ثابت است. در هر لحظه از فرآیند تخلیه و در تمامی نرخ‌های تخلیه، توزیع پتانسیل الکتریکی در جمع‌کننده جریان مثبت تقریباً یکنواخت است. با گذر زمان و در انتهای فرآیند تخلیه، به‌تدریج یکنواختی پتانسیل الکتریکی در سطح جمع‌کننده جریان مثبت کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، به علت افزایش شدت جریان و واکنش‌های الکتروشیمیایی در باتری، یکنواختی پتانسیل

الکتریکی در جمع‌کننده جریان مثبت کاهش یافته است که این امر منجر به کاهش عمر باتری لیتیومی خواهد شد. در شکل (۱۰) توزیع دما در سطح باتری تحت نرخ‌های مختلف تخلیه جریان ثابت آورده شده است. در شبیه‌سازی‌های عددی، زبانه‌های مثبت و منفی (پایانه‌های مثبت و منفی) به‌عنوان ورودی و خروجی جریان الکتریکی (شرط مرزی) انتخاب شده و جریان الکتریکی از طریق این زبانه‌ها، وارد صفحات جمع‌کننده‌های جریان شده و یا از طریق آن از صفحات جمع‌کننده خارج شده و وارد مدار بیرونی باتری می‌شود. هنگامی که جریان الکتریکی از طریق زبانه‌های باتری وارد می‌شود، به علت کوچک بودن سطح مقطع زبانه‌ها نسبت به صفحات جمع‌کننده جریان، تراکم جریان الکتریکی در زبانه‌ها افزایش می‌یابد. افزایش تراکم جریان سبب ایجاد تولید حرارتی اهمی بیشتری در این نواحی خواهد شد و بنابراین مشاهده می‌شود که دما در زبانه‌های باتری افزایش بیشتری خواهد داشت. همچنین به علت هدایت کم حرارتی در گوشه‌های باتری، دما در این نواحی کم‌تر است. در هر نرخ تخلیه با گذر زمان، بیشینه دما از طرف زبانه‌ها به سمت مرکز باتری گسترش یافته و یکنواختی توزیع دما در سطح سلول باتری کاهش می‌یابد. با کاهش نرخ تخلیه، مدت زمان چرخه تخلیه افزایش یافته و به همین علت میزان گسترش دما به سمت مرکز سلول بیش‌تر شده است. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، به علت تشدید جریان و واکنش‌های



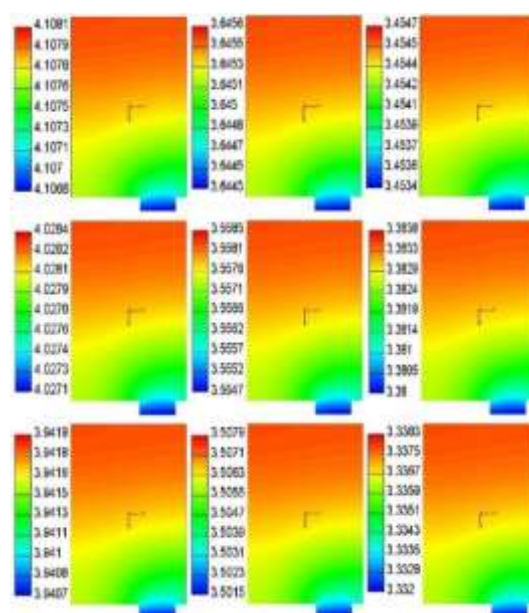
شکل (۱۰): توزیع دما (کلوین) در سطح باتری در ابتدا، وسط و انتهای فرآیند تخلیه (از چپ به راست)، سطر اول در نرخ ۱C، سطر دوم در نرخ ۳C و سطر سوم در نرخ ۵C



شکل (۱۱): تغییرات سطح شارژ باتری بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های مختلف تخلیه

در شکل (۱۲) کانتور توزیع سطح شارژ در الکتروود مثبت مشاهده می‌شود. طبق نتایج، به علت هدایت الکتریکی بهتر در زبانه‌های باتری، سطح شارژ در نزدیکی زبانه‌ها کم‌تر است و با گذشت زمان، سطح شارژ به طرف مرکز الکتروود حرکت می‌کند. با افزایش زمان در هر نرخ تخلیه، یکنواختی سطح شارژ در الکتروود مثبت کاهش می‌یابد. با افزایش نرخ تخلیه، یکنواختی سطح شارژ نیز کاهش می‌یابد که این امر باعث کاهش

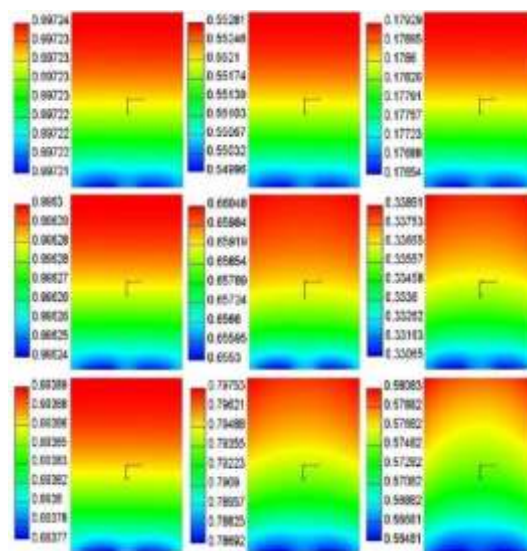
الکتروشیمیایی در باتری، بیشینه دمای سلول افزایش یافته و یکنواختی توزیع دما در سلول کاهش یافته است که این امر ممکن است باعث کاهش عمر و یا انفجار باتری لیتیومی شود. ضمناً به دلیل کوچک بودن ضخامت سلول باتری لیتیومی (۲۰۷ میکرومتر)، تغییرات دما در جهت عمود بر باتری (از جمع‌کننده جریان مثبت به سمت جمع‌کننده جریان منفی) بسیار کوچک بوده و تغییرات دما عمدتاً در صفحه باتری است. در شکل (۱۱)، نمودار سطح شارژ تک‌سلول باتری لیتیومی تحت چرخه تخلیه جریان ثابت آورده شده است. در هر سه نرخ تخلیه ۱C، ۳C و ۵C، سطح شارژ باتری از مقدار اولیه یک (صد در صد) با شیب تقریباً ثابتی شروع به کاهش کرده است. با کاهش نرخ تخلیه، می‌توان به سطح شارژ پایین‌تری دست یافت. در نرخ‌های تخلیه ۱C، ۳C و ۵C، سطح شارژ باتری به ترتیب تا مقادیر ۰/۱۷۶، ۰/۳۲۵ و ۰/۵۲۸ کاهش می‌یابد.



شکل (۹): توزیع پتانسیل الکتریکی (ولت) در سطح جمع‌کننده جریان مثبت در ابتدا، وسط و انتهای فرآیند تخلیه (از چپ به راست)، سطر اول در نرخ ۱C، سطر دوم در نرخ ۳C و سطر سوم در نرخ ۵C

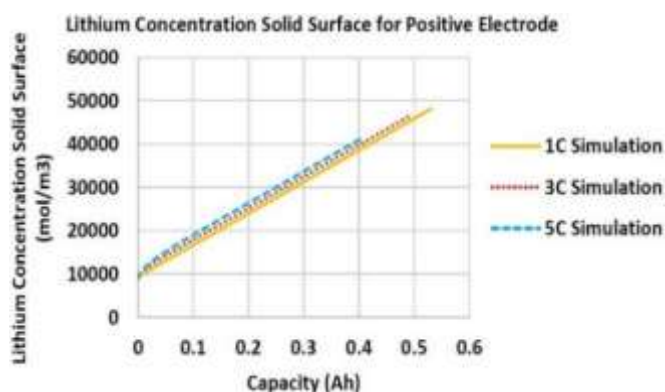
طول عمر باتری لیتیومی خواهد شد.

در نرخ‌های تخلیه ۱C، ۳C و ۵C به ترتیب از مقادیر ۸۷۸۰، ۸۸۱۱ و ۸۸۴۲ مول بر مترمکعب شروع شده و به ترتیب تا مقادیر ۴۸۰۹۳، ۴۶۵۱۱ و ۴۱۴۳۴ مول بر مترمکعب افزایش یافته است. مشاهده می‌شود که با کاهش نرخ تخلیه، می‌توان به غلظت‌های بالاتری از یون لیتیوم در الکترود مثبت دست پیدا کرد. در شکل (۱۴) کانتور غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت آورده شده است. غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت در نزدیکی زبانه‌های باتری بیشتر از سایر نقاط است. علت این موضوع تراکم جریان و دمای بالاتر در زبانه‌های باتری است. دمای بالاتر در زبانه‌های باتری سبب افزایش ضریب توزیع یون لیتیوم (طبق معادله ۱۶) در این نواحی شده و بنابراین غلظت یون لیتیوم در نزدیکی زبانه‌های باتری از سایر نقاط بیشتر است و با گذشت زمان و گسترش دما از سمت زبانه‌ها به سمت مرکز هندسه سلول، بیشینه غلظت یون لیتیوم نیز به سمت مرکز سلول گسترش می‌یابد. افزایش نرخ تخلیه نیز باعث افزایش دمای بیشتر در زبانه‌ها و در نتیجه افزایش بیشتر غلظت یون لیتیوم در این نواحی خواهد شد. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، به علت افزایش بیشتر در دمای باتری، یکنواختی غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت کاهش یافته که امری نامناسب برای باتری‌های لیتیومی به حساب می‌آید.

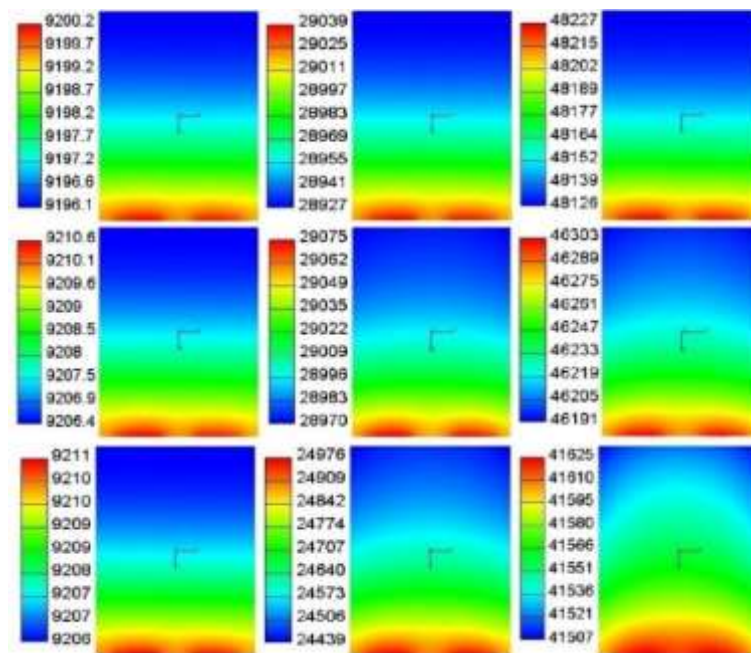


شکل (۱۲): توزیع سطح شارژ (-) در الکترود مثبت در ابتدا، وسط و انتهای فرآیند تخلیه (از چپ به راست)، سطر اول در نرخ ۱C، سطر دوم در نرخ ۳C و سطر سوم در نرخ ۵C

تغییرات غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت باتری لیتیومی تحت نرخ‌های مختلف تخلیه محاسبه گردید. این تغییرات مطابق با شکل (۱۳) است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با شروع فرآیند تخلیه، یون‌های لیتیوم از سمت الکترود منفی به طرف الکترود مثبت حرکت کرده و غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت با شیب تقریباً ثابتی افزایش می‌یابد. غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت



شکل (۱۳): تغییرات غلظت یون لیتیوم در الکترود مثبت بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های مختلف تخلیه



شکل (۱۴): توزیع غلظت یون لیتیوم (مول بر مترمکعب) در الکتروود مثبت در ابتدا، وسط و انتهای فرآیند تخلیه (از چپ به راست)، سطر اول در نرخ ۱C، سطر دوم در نرخ ۳C و سطر سوم در نرخ ۵C

علت فرآیندهای لیتیوم‌دهی و لیتیوم‌گیری توسط الکترودهای منفی و مثبت، میزان افزایش تولید حرارت اهمی شدیدتر است. با افزایش نرخ تخلیه، به علت افزایش شدت جریان تخلیه، تولید حرارت اهمی نیز بیش‌تر شده و در کل، تولید حرارت اهمی در نرخ‌های تخلیه بالاتر مقدار بیش‌تری دارد.

میزان تولید حرارت واکنش ناشی از واکنش‌های الکتروشیمیایی بین الکترودها و الکترولیت در نرخ‌های مختلف تخلیه محاسبه گردید. این تغییرات مطابق با شکل (۱۶) است. مقدار تولید حرارت واکنش در نرخ‌های تخلیه ۱C، ۳C و ۵C به ترتیب از مقادیر ۰/۰۴، ۰/۳ و ۰/۷ وات شروع شده و به ترتیب تا مقادیر ۰/۰۴۵، ۰/۳۶ و ۰/۸۱ وات افزایش می‌یابد. با افزایش نرخ تخلیه، به دلیل افزایش شدت جریان تخلیه و واکنش‌های الکتروشیمیایی در باتری، مقدار و شیب افزایش تولید حرارت واکنش نیز بیش‌تر شده و در کل، تولید حرارت واکنش در نرخ‌های تخلیه بالاتر تأثیر چشم‌گیرتری دارد.

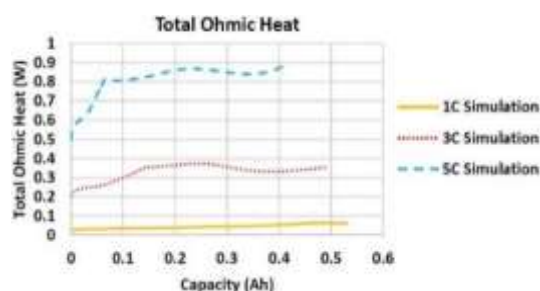
میزان تولید حرارت ژول (تولید حرارت اهمی) ناشی از ناتوانی حرکت الکترون‌ها با سرعت مورد نیاز تحت نرخ‌های مختلف تخلیه محاسبه گردید. به عبارت دیگر، در حین انجام واکنش‌های الکتروشیمیایی در باتری لیتیومی، الکترون تولید شده و به وسیله جمع‌کننده‌های جریان دریافت می‌شود. حرکت این الکترون‌ها در صفحات جمع‌کننده جریان و زبانه‌های آن، باعث تولید حرارت ژول خواهد شد که مقدار آن به شدت جریان تخلیه و میزان رسانایی و هدایت الکتریکی مواد استفاده شده در جمع‌کننده‌ها بستگی دارد. همچنین بخش دیگری از این حرارت مربوط به حرارت‌های تولید شده در اثر مقاومت‌های داخلی اجزای باتری اعم از فاز جامد و مایع است که مانع از انتقال مناسب بار می‌شوند. این تغییرات مطابق با شکل (۱۵) است. مقدار تولید حرارت ژول در نرخ‌های تخلیه ۱C، ۳C و ۵C به ترتیب از مقادیر ۰/۰۳، ۰/۲۱ و ۰/۵ وات شروع شده و به ترتیب تا مقادیر ۰/۰۶۲، ۰/۳۶ و ۰/۸۸ وات افزایش می‌یابد. در ابتدا و انتهای چرخه تخلیه به

انتهای تخلیه افزایش یافته است. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، می‌توان به ولتاژهای پایین‌تری در شروع و پایان فرآیند دست پیدا کرد.

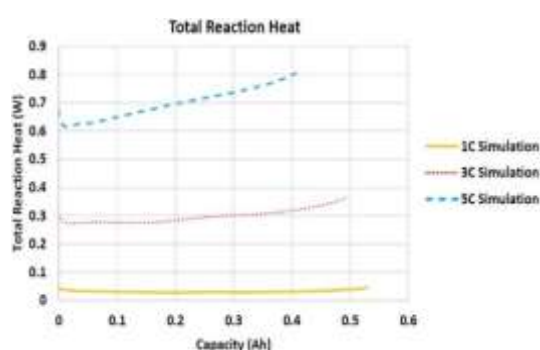
۲. در هر لحظه از فرآیند تخلیه و در تمامی نرخ‌های تخلیه، توزیع پتانسیل الکتریکی در جمع‌کننده جریان مثبت تقریباً یکنواخت است. با گذر زمان و در انتهای فرآیند تخلیه، به تدریج یکنواختی پتانسیل الکتریکی در سطح جمع‌کننده جریان مثبت کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، به علت افزایش شدت جریان و واکنش‌های الکتروشیمیایی در باتری، یکنواختی پتانسیل الکتریکی در جمع‌کننده جریان مثبت کاهش یافته است که این امر منجر به کاهش عمر باتری لیتیومی خواهد شد.

۳. به علت تراکم بیش‌تر جریان در زبانه‌ها، دما در زبانه‌های باتری بالاتر از سایر مناطق باتری است. همچنین به علت هدایت کم حرارتی در گوشه‌های باتری، دما در این نواحی کم‌تر است. در هر نرخ تخلیه با گذر زمان، بیشینه دما از طرف زبانه‌ها به سمت مرکز باتری گسترش یافته و یکنواختی توزیع دما در سطح سلول باتری کاهش می‌یابد. با کاهش نرخ تخلیه، مدت زمان چرخه تخلیه افزایش یافته و به همین علت میزان گسترش دما به سمت مرکز سلول بیش‌تر شده است. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، به علت تشدید جریان و واکنش‌های الکتروشیمیایی در باتری، بیشینه دمای سلول افزایش یافته و یکنواختی توزیع دما در سلول کاهش یافته است که این امر ممکن است باعث کاهش عمر و یا انفجار باتری لیتیومی شود. ضمناً به دلیل کوچک بودن ضخامت سلول باتری لیتیومی تغییرات دما در جهت عمود بر باتری بسیار کوچک بوده و تغییرات دما عمده‌تاً در صفحه باتری است.

۴. در هر سه نرخ تخلیه، سطح شارژ باتری از مقدار اولیه یک (صد در صد) با شیب تقریباً ثابتی شروع به کاهش کرده است. با کاهش نرخ تخلیه، می‌توان به سطح شارژ پایین‌تری دست یافت. به علت هدایت



شکل (۱۵): تولید حرارت ناشی از گرمایش ژول بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های مختلف تخلیه



شکل (۱۶): تولید حرارت ناشی از گرمایش واکنش بر حسب ظرفیت باتری در نرخ‌های مختلف تخلیه

نتیجه‌گیری

در این مقاله یک تک‌سلول سه‌بعدی باتری لیتیومی به روش الکتروشیمیایی-حرارتی به صورت عددی شبیه‌سازی شد. سه چرخه تخلیه جریان ثابت با نرخ ۱C، ۳C و ۵C صورت گرفت. اعتبارسنجی نتایج عددی شبیه‌سازی الکتروشیمیایی-حرارتی در هر سه نرخ تخلیه، تطبیق خوبی با نتایج تجربی دارد. مؤلفه‌های باتری از جمله توزیع پتانسیل الکتریکی در جمع‌کننده جریان، سطح شارژ باتری، غلظت یون لیتیوم در الکتروود مثبت، توزیع دمای متوسط در سطح باتری و حرارت‌های تولیدشده طی فرآیند تخلیه در نرخ‌های مختلف محاسبه شد. پس از تحلیل و بررسی، نتایج زیر به دست آمده است:

۱. با کاهش نرخ تخلیه، ولتاژ باتری از مقادیر بالاتری شروع به کاهش کرده و میزان تغییرات ولتاژ تا

c_e	غلظت نمک لیتیوم در الکترولیت، mol/m^3	الکتریکی بهتر در زبانه‌های باتری، سطح شارژ در نزدیکی زبانه‌ها کم‌تر است و با گذشت زمان، سطح شارژ به طرف مرکز الکتروود حرکت می‌کند. با افزایش زمان در هر نرخ تخلیه، یکنواختی سطح شارژ در الکتروود مثبت کاهش می‌یابد. با افزایش نرخ تخلیه، یکنواختی سطح شارژ نیز کاهش می‌یابد که این امر باعث کاهش طول عمر باتری لیتیومی خواهد شد.
c_p	ظرفیت حرارتی ویژه، J/kgK	۵. با شروع فرآیند تخلیه، یون‌های لیتیوم از سمت الکتروود منفی به طرف الکتروود مثبت حرکت کرده و غلظت یون لیتیوم در الکتروود مثبت با شیب تقریباً ثابتی افزایش می‌یابد. مشاهده می‌شود که با کاهش نرخ تخلیه، می‌توان به غلظت‌های بالاتری از یون لیتیوم در الکتروود مثبت دست پیدا کرد. به علت هدایت الکتریکی بهتر در زبانه‌ها، غلظت یون لیتیوم در نزدیکی زبانه‌های باتری بیش‌تر است و با گذشت زمان به طرف مرکز الکتروود حرکت می‌کند. همچنین با افزایش نرخ تخلیه، یکنواختی غلظت یون لیتیوم در الکتروود مثبت کاهش می‌یابد که امری نامناسب برای باتری‌های لیتیومی به حساب می‌آید.
c_s	غلظت لیتیوم در الکتروود، mol/m^3	۶. در ابتدا و انتهای چرخه تخلیه به علت فرآیندهای لیتیوم‌دهی و لیتیوم‌گیری توسط الکتروودهای منفی و مثبت، میزان افزایش تولید حرارت ژول شدیدتر است. با افزایش نرخ تخلیه، به علت افزایش شدت جریان تخلیه، تولید حرارت ژول نیز بیش‌تر شده و تولید حرارت ژول در نرخ‌های تخلیه بالا، مقدار و تأثیر بیش‌تری دارد.
C	نرخ شارژ یا تخلیه، $1/h$	۷. با افزایش نرخ تخلیه، به علت افزایش شدت جریان تخلیه و واکنش‌های الکتروشیمیایی در باتری، مقدار و شیب افزایش تولید حرارت واکنش نیز بیش‌تر شده و در کل، تولید حرارت واکنش در نرخ‌های بالای تخلیه تأثیر چشم‌گیرتری دارد.
D	ضریب توزیع یون لیتیوم، m^2/s	
E	انرژی فعال‌سازی، J/mol	
F	ثابت فارادی، As/mol	
$i \cdot i^{\rightarrow}$	تراکم جریان، A/m^2	
I	جریان الکتریکی، A	
$j^{\rightarrow}$	شار توزیع، $\text{mol/m}^2\text{s}$	
q	شار حرارتی، W/m^2	
r	شعاع ذرات الکتروود، m	
r_s	شعاع متوسط ذرات، m	
R	ثابت جهانی گازها، J/mol.K	
SoC	سطح شارژ، -	
t	زمان، s	
t^+	عدد انتقال کاتیون، -	
T	دما، K	
T_{∞}	دمای محیط، K	

نمادهای یونانی

δ_1	وابستگی دمایی، m^2/Ks
δ_2	وابستگی دمایی، $\text{m}^2/\text{K}^2\text{s}$
δ_3	وابستگی دمایی، $\text{m}^2/\text{K}^3\text{s}$
ε	کسر حجمی، -
θ	استوکیومتری متوسط در الکتروود، -
θ_0	استوکیومتری در سطح شارژ صفر، -
θ_1	استوکیومتری در سطح شارژ یک، -
κ	هدایت یونی، A/Vm
λ	هدایت حرارتی، W/m
ρ	چگالی، J/kg.K
σ	هدایت الکتریکی، A/Vm
ϕ	پتانسیل الکتریکی، V
ϕ_{oc}	پتانسیل مدار باز، V

واژه نامه

a_s	مساحت سطح فعال در واحد حجم، m^2/m^3
-------	---

فاز یونی	زیر نویس‌ها	ion
مقدار اولیه	c	ini
مقدار مرجع	c +	ref
سطح مشترک بین ذرات الکتروود/الکترولیت	c -	se
جداساز	e	sep
الکتروود مثبت	s	+
الکتروود منفی	ele	-

مراجع

1. Rahn, C. D., and Wang, C. Y., "Battery Systems Engineering", John Wiley & Sons Ltd, (2013).
2. Mastali Majdabadi, M., "Electrochemical-Thermal Modeling of Lithium-ion Batteries", PhD thesis, University of Waterloo, (2016).
3. Linden, D., and Reddy, T. B., "Handbook of Batteries", 2nd ed, McGraw-Hill, New York, (2002).
4. Martin, H., "Solid-state-EV-Battery Breakthrough from Li-ion Battery Inventor John Goodenough", North American Energy News, (2017).
5. Campestrini, C., and Horsche, M. F., "Validation and Benchmark Methods for Battery Management System Functionalities: State of Charge Estimation Algorithms", *Journal Energy Storage*, Vol. 7, No. 1, pp. 38–51, (2016).
6. Hannan, M. A., and Lipu, M. S. H., "A Review of Lithium-ion Battery State of Charge Estimation and Management System in Electric Vehicle Applications: Challenges and Recommendations", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 78, No. 1, pp. 834–854, (2017).
7. Chung, S. Y., Bloking, J. T., and Chiang, Y. M., "Electronically Conductive Phospho-olivines as Lithium Storage Electrodes", *Nature Materials*, Vol. 1, No. 2, pp. 123–128, (2002).
8. Conte, F. V., "Battery and Battery Management for Hybrid Electric Vehicles", A Review, *Elektro Und Inf*, Vol. 123, No. 10, pp. 424–31, (2006).
9. Imara Corporation website, Imaracorp.com, Archived from the original on 22 July 2009, Retrieved 8 October, (2011).
10. Kroeze, R. C., and Krein, P. T., "Electrical Battery Model for Use in Dynamic Electric Vehicle Simulations", *IEEE Power Electron Spec Conference*, pp. 1336–1342, (2008).
11. Chen, M., and Rinc Mora, G. A., "Accurate Electrical Battery Model Capable of Predicting Runtime and I-V Performance", *IEEE Trans Energy Convers*, Vol. 21, No. 2, pp. 504–11, (2006).
12. Xing, Y., Ma, E. W. M., Tsui, K. L., and Pecht, M., "Battery Management Systems in Electric and Hybrid Vehicles", *Energies*, Vol. 4, No. 11, pp. 1840–57, (2011).
13. Xu, L., Wang, J., and Chen, Q., "Kalman Filtering State of Charge Estimation for Battery Management

- System Based on A Stochastic Fuzzy Neural Network Battery model", *Energy Convers Manag*, Vol. 53, No. 1, pp. 33–9, (2012).
14. Li, J., Yuan, C. F., Guo, Z. H., Zhang, Z. A., Lai, Y. Q., and Liu, J., "Limiting Factors for Low Temperature Performance of Electrolytes in LiFePO₄/Li and Graphite/Li Half Cells", *Electrochim Acta*, Vol. 59, No. 1, pp. 69–74, (2012).
 15. Ye, Y., Shi, Y., Cai, N., Lee, J., and He, X., "Electro-thermal modeling and experimental validation for lithium ion battery", *Journal of Power Sources*, Vol. 199, No. 1, pp. 227–238, (2012).
 16. Xing, Y., He, W., Pecht, M., and Tsui, K. L., "State of charge estimation of lithium-ion batteries using the open-circuit voltage at various ambient temperatures", *Applied Energy*, Vol. 113, No. 1, pp. 106–115, (2014).
 17. Zhang, Y., "State-of-charge Estimation of the Lithium-ion Battery System with Time-Varying Parameter for Hybrid Electric Vehicles", *Control Theory Appl IET*, Vol. 8, No. 3, pp. 160–7, (2014).
 18. Cheng, M., Feng, L., and Chen, B., "Simulation of Lithium Ion HEV Battery Aging Using Electrochemical Battery Model under Different Ambient Temperature Conditions", SAE International by University of Alberta Libraries, (2015).
 19. Bahiraei, F., Fartaj, A., and Nazri, Gh. A., "Electrochemical-thermal Modeling to Evaluate Active Thermal Management of a Lithium-ion Battery Module", *Electrochimica Acta*, Vol. 254, No. 1, pp. 59–71, (2017).
 20. Tang, Y., and Wu, L., "Study of the Thermal Properties During the Cyclic Process of Lithium ion Power Batteries Using the Electrochemical-Thermal Coupling model", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 137, No. 1, pp. 11–22, (2018).
 21. Hosseinzadeh, E., Genieser, R., Worwood, D., Barai, A., Marco, J., and Jennings, P., "A systematic approach for electrochemical-thermal modelling of a large format lithium-ion battery for electric vehicle application", *Journal of power sources*, Vol. 382, No. 1, pp. 77-94, (2018).
 22. Chen, C., Xiong, R., Yang, R., and Shen, W., "State of Charge Estimation of Lithium-ion Battery Using an Improved Neural Network Model and Extended Kalman Filter", *Journal of Cleaner Production*, Vol. 234, No. 1, pp. 1153-1164, (2019).
 23. Fink, C., and Kaltenegger, B., "Electrothermal and Electrochemical Modeling of Lithium-ion Batteries: 3D Simulation with Experimental Validation", *The Electrochemical Society*, Vol. 61, No. 27, (2014).
 24. Doyle, M., Newman, J., Gozdz, A., Schmutz, C., and Tarascon, J. M., "Comparison of modeling predictions with experimental data from plastic lithium ion cells", *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 143, No. 6, (1996).
 25. EIG-ePLB-C020-Datasheet, HighEnergy Product ePLB C Technology.
 26. Taheri, P., and Bahrami, M., "Temperature Rise in Prismatic Polymer Lithium-Ion Batteries: An Analytic Approach", *SAE Int*, Vol. 5, No. 1, (2012).

کاربرد روش بدون المان SSPH در تحلیل ارتعاشات آزاد گرافن*

مقاله علمی - پژوهشی

حسن شکراللهی^(۲)کوروش محمدی^(۱)

چکیده در این مقاله روش هیدرودینامیک ذرات هموار متقارن (SSPH)، برای بررسی ارتعاشات آزاد گرافن دو لایه با در نظر گرفتن اثر برشی بین لایه‌ها استفاده می‌شود. شرایط مرزی گیردار-آزاد و فاصله بین دو لایه بیرونی در حین تغییر شکل ثابت فرض می‌شود. معادلات حاکم با در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر-برنولی برای هر لایه و در نظر گرفتن جابجایی داخل صفحه علاوه بر جابجایی عرضی، به دست می‌آید. با حل معادلات حاکم به روش SSPH فرکانس‌های اول و دوم محاسبه شده است. این نتایج با نتایج شبیه سازی دینامیک مولکولی و نتایج به دست آمده از حل عددی معادله حاکم به روش GDQ که از مراجع دیگر استخراج شده است، مقایسه شده است و دقت و درستی روش حل بدون مش SSPH نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی روش بدون مش، گرافن دو لایه، ارتعاشات آزاد، تیر ساندویچی، روش SSPH.

Application of SSPH Method in Free Vibration Analysis of Graphene

K. Mohammadi

H. Shokrollahi

Abstract In this paper, the symmetric smoothed particle hydrodynamics (SSPH) as a meshless method is explained in detail. Free vibration analysis of bilayer graphenes with interlayer shear effect is modeled. The bilayer graphene is modeled as a sandwich beam with free-clamp end condition. To obtain the governing equations, each graphene layer is modeled based on the Euler-Bernoulli theory and in-plane displacements are also considered in addition to the transverse displacement. It is also assumed that the graphene layers do not have relative displacement during vibration. The results obtained by the sandwich beam model solved by SSPH method, include the first two natural frequencies of the bilayer graphenes. These results are validated by the molecular dynamic and compared with the GDQM results reported in the literature.

Key Words Meshless Method, Bilayer Graphene, Free Vibration, Sandwich Beam Model, SSPH Method.

مقدمه

برای مدت زمان زیادی، روش اجزا محدود (FEM) یک روش استاندارد برای حل عددی گستره وسیعی از چالش‌های مهندسی بوده است. مسأله‌ها و چالش‌های جهان امروزی به مراتب شکل پیچیده‌تری به خود گرفته‌اند، بنابراین روش اجزا محدود به تنهایی قادر به حل این مسائل نبوده و ناکافی است. برخی از محدودیت‌های روش اجزا محدود عبارت‌اند از:

۱. تولید یک مش با کیفیت خوب با توجه به هندسه و شرایط فیزیکی، مسأله همیشه آسان نیست، به عنوان مثال در تغییر شکل و کرنش‌های بزرگ؛
۲. تولید و اصلاح مش در روش اجزا محدود از نظر محاسباتی هزینه‌بر است؛
۳. در مکانیک شکست در مباحث مربوط به رشد ترک‌ها، بخصوص در میکرو ترک‌ها و همچنین در ترک‌هایی که مسیر آن پیچیده است، به دلیل لزوم وجود یک مش با کیفیت، روش اجزا محدود ممکن است جواب‌هایی نادرست به دست دهد؛
۴. در ناپیوستگی‌ها و یا در مرز دو فاز از ماده، استفاده از روش اجزا محدود غیر ممکن و یا بسیار هزینه‌بر است.

با توجه به محدودیت‌های روش اجزا محدود، توسعه سایر روش‌های حل عددی که توانایی حل مسأله‌های پیچیده را بدون استفاده از مش داشته باشد، بسیار ضروری است. روش‌های بدون مش برای غلبه بر محدودیت‌های روش اجزا محدود توسعه داده شده‌اند. این روش‌ها نیازی به مش برای گسسته سازی دامنه حل ندارند، بلکه از یک سری توابع تقریب و یک دسته نقاط برای تخمین توابع استفاده می‌کنند. برخی از مزایای روش‌های بدون مش نسبت به روش اجزا محدود عبارت‌اند از:

۱. هزینه محاسبات به دلیل عدم نیاز به وجود مش، کاهش می‌یابد؛
۲. دقت بیشتر در محاسبات به آسانی تنها با اضافه کردن

نقاط به دامنه حل، به خصوص در محل‌هایی که نیاز به اصلاح دارد، قابل دستیابی است؛

۳. مسائل مربوط به تغییر شکل‌های بزرگ و آنی و همچنین مسائل غیرخطی به راحتی با روش‌های بدون مش قابل مدل‌سازی هستند، زیرا که فاصله بین نقاط در حین انجام محاسبات به صورت اتوماتیک تولید می‌شود و با تغییر زمان نیز تغییر می‌کند [1].

روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) (Smoothed Particle Hydrodynamics)، یک روش لاگرانژی بدون نیاز به مش است که از یک روش درونیابی نقطه‌ای برای محاسبه میدان متغیرهای هموار استفاده می‌کند. هر نقطه (ذره) یک جرم، مختصات لاگرانژی، سرعت لاگرانژی و انرژی درونی دارد؛ سایر مقادیر به وسیله درونیابی و یا از روابط ساختاری به دست می‌آید. ذره‌ها با سرعت محیط پیوسته حرکت می‌کنند، اما با یک شبکه همراه نیست و در نتیجه اتصال ثابت ندارند [2].

روش هیدرودینامیک ذرات هموار، کاملاً یک روش بدون نیاز به استفاده از مش است که اصولاً در محیط‌های پیوسته کاربرد دارد و می‌توان به عنوان قدیمی‌ترین روش‌های بدون مش از آن یاد کرد. این روش حل در ابتدا برای پاسخ به مسائل فیزیکی مطرح در نجوم، در حالت سه بعدی بدون شرایط مرزی (خلاء)، مانند انفجار ستارگان، دینامیک ابرها و ... توسط لوسی [3]، جینگولد و موناگان [4] در سال ۱۹۷۷ میلادی ابداع و گسترش داده شد. ابتکار آنها، محاسبه مشتق‌های یک تابع بدون استفاده از ساختار محاسباتی مش است. تابع تقریب (تابع هسته) جزء اصلی روش SPH است و محققان بسیاری از جمله موناگان و لاتانزیو [5]، بلسارا [6]، لیو و همکاران [7,8] در این زمینه بحث کرده و توابعی را پیشنهاد داده‌اند. لیبرسکی و پتچک روش SPH را برای کار با تانسورهای تنش و مواد مقاوم (جامدات) در حالت دوبعدی و سه بعدی گسترش دادند [9,10]. با به کارگیری روش SPH در مدل‌سازی جامدات، دو محدودیت ذاتی موجود در اصل این روش بیشتر بروز

پیدا کرد؛ نبود دقت در نقاط مرزی و پدیده ناپایداری کششی (Tensile instability). تلاش برای رفع این محدودیت‌ها و افزایش کارایی روش SPH منجر به ظهور روش‌های بدون مش دیگری از بطن این روش شد؛ مانند روش EFGM (Element Free Galerkin Method)، روش RKPM (Reproducing Kernel Moving Least Square)، روش MLSPH (Particle Method) و روش MLPG (Square Particle Hydrodynamics) و روش Meshless Local Petrov Galerkin Method [2].

روش هیدرودینامیک ذرات هموار متقارن (SSPH) (Symmetric Smoothed Particle Hydrodynamics) توسط باترا و ژانگ در سال ۲۰۰۷ میلادی برای تحلیل عددی مسایل تنش-کرنش در حالت الاستیک پیشنهاد شد. این روش حل، ماتریس ضرایب را به صورت متقارن محاسبه می‌کند و ضرایب مشتقات تابع هسته را ضرایب غیر از صفر قرار می‌دهد و همچنین تقریب بهتری از جواب را نسبت به روش MLSPH نتیجه می‌دهد [11].

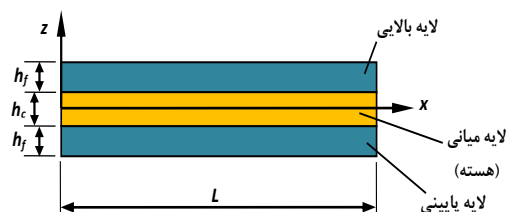
گرافن، به عنوان نازک‌ترین سازه از پیوند کووالانسی بین اتم‌های کربن که به صورت ساختار لانه زنبوری در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و به دلیل دارا بودن خواص ویژه مکانیکی، الکتریکی، اپتیکی و حرارتی و همچنین هزینه تولید به نسبت پایین آن، مورد توجه ویژه پژوهشگران قرار گرفته است. گرافن با مدول الاستیک درون صفحه‌ای برابر با ۱ تراپاسکال قوی‌ترین سازه شناخته شده در سال‌های اخیر بوده است [12]. همچنین مدول برشی بین لایه‌ای در گرافن‌های چند لایه در حدود ۲۵/۰ گیگاپاسکال است. در بررسی رفتار استاتیکی و دینامیکی گرافن‌های چندلایه، از روش‌های مختلفی مانند شبیه‌سازی دینامیک مولکولی، مکانیک مولکولی و مکانیک محیط‌های پیوسته، استفاده می‌شود. به منظور بررسی اثر برش بین لایه‌ای، مدل تیر چندگانه برشی توسط لیو و همکارانش [13] پیشنهاد شده است. آنها با استفاده از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی و با صرف نظر کردن از جابجایی‌های درون صفحه‌ای و در نظر گرفتن صرفاً جابجایی عرضی یکسان برای تمامی

لایه‌های گرافن چندلایه، عبارت برش را در معادلات حرکت تیر اویلر-برنولی اعمال نموده و مدل جدیدی به نام مدل تیر چندگانه برشی (Multi-Beam Shear Model) (MBSM) را ارائه نمودند که نتایج حاصل از روش فوق، همخوانی خوبی با نتایج شبیه‌سازی دینامیک مولکولی دارد. در مطالعه دیگری، ناظم‌نژاد و همکاران [14] به دلیل شباهت گرافن دو لایه به تیر ساندویچی، از مدل تیر ساندویچی برای مدل‌سازی ارتعاشاتی آن استفاده کرده‌اند و سپس با استفاده از روش GDQM (Generalized Differential Quadrature Method) به حل عددی معادلات حاکم پرداخته‌اند.

در این مطالعه، از مدل تیر ساندویچی برای تحلیل عددی ارتعاشی گرافن دو لایه استفاده می‌شود. یک تیر ساندویچی با یک لایه میانی انعطاف‌پذیر که تنها قادر به تحمل نیروهای برشی است (برش بین صفحات گرافن) در نظر گرفته می‌شود. دو لایه بیرونی تیر ساندویچی، صفحات گرافن را مدل می‌کند. در تحلیل از تئوری اویلر-برنولی استفاده می‌شود و جابجایی عرضی برای هر سه لایه ثابت فرض می‌شود. در نهایت، پس از استخراج معادلات حاکم، این معادلات با استفاده از روش SSPH گسسته سازی شده و مدهای اول و دوم فرکانس طبیعی محاسبه می‌شوند. دقت فرکانس‌های محاسبه شده از روش SSPH با نتایج حاصل از روش‌های دینامیک مولکولی، تیر چندگانه برشی و مدل تیر ساندویچی حل شده به روش GDQM که از مراجع دیگر استخراج شده است، مقایسه می‌شود. لازم به ذکر است که با استفاده از فرض تیر برای صفحات گرافن، می‌توان به شناخت نسبی از رفتار مکانیکی گرافن‌ها دست یافت و می‌توان گفت فرض انجام شده در این مطالعه می‌تواند مقدمه‌ای بر ارائه مدل‌های جامع‌تر و کامل‌تر در تحلیل صفحات گرافنی باشد. با تعمیم مدل تیر به مدل صفحه‌ای و سپس مدل سه‌بعدی می‌توان سازه مورد نظر را به طور دقیق‌تر و واقعی‌تر تحلیل کرد؛ بنابراین مدل تیر پایه و مقدمه‌ای بر تحلیل‌های دوبعدی و سه‌بعدی است.

فرمولاسیون و معادلات حاکم

در مدل سازی گرافن، تیر ساندویچی مطابق شکل (۱)، از سه لایه تشکیل شده است که لایه میانی تنها قادر به تحمل نیروهای برشی است و به دلیل چگالی ناچیز از اینرسی آن صرف نظر می شود، جابجایی نسبی عرضی هر سه لایه ثابت و لایه های بالایی و پایینی از برنولی همسانگرد تشکیل شده و از تئوری تیر اویلر - برنولی پیروی می کند. طول تیر L ، عرض تیر b ، و ضخامت های لایه های بیرونی و هسته به ترتیب h_f و h_c فرض می شود.



شکل (۱): شماتیک تیر ساندویچی (گرافن دو لایه)

روابط کرنش - جابجایی و تنش - کرنش

میدان جابجایی برای رویه بالایی، از رابطه (۱) به دست می آید.

$$\begin{aligned} w_t(x, z, t) &= w_1(x, t) \\ u_t(x, z, t) &= u_1(x, t) - \left(z - \frac{h_c + h_f}{2}\right) \frac{\partial w_1(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $\frac{h_c}{2} \leq z \leq \frac{h_c}{2} + h_f$ و w_1 و u_1 به ترتیب جابجایی در راستای طولی و عرضی نقاط واقع بر صفحه میانی لایه بالایی است. برای لایه پایینی جابجایی به صورت رابطه (۲) فرض می شود.

$$\begin{aligned} w_b(x, z, t) &= w_2(x, t) \\ u_b(x, z, t) &= u_2(x, t) - \left(z + \frac{h_c + h_f}{2}\right) \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

که برای لایه پایینی $-\frac{h_c}{2} \leq z \leq -\frac{h_c}{2} - h_f$ است و w_2 و u_2 به ترتیب جابجایی در راستای طولی و عرضی

نقاط واقع بر صفحه میانی لایه پایینی است. با توجه به فرض ثابت بودن ضخامت لایه میانی حین تغییر شکل و توزیع خطی در راستای طولی، رابطه (۳) بیانگر میدان جابجایی لایه میانی است.

$$w_c(x, z, t) = w_b(x, z, t) = w_t(x, z, t) = w(x, t)$$

$$\begin{aligned} u_c(x, z, t) &= \frac{u_1(x, t) + u_2(x, t)}{2} + \\ &\quad \frac{2z}{h_c} \left(\frac{u_1(x, t) - u_2(x, t)}{2} + \frac{h_f}{2} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن $\frac{h_c}{2} \leq z \leq \frac{h_c}{2}$. روابط کرنش - جابجایی نیز با توجه به تئوری تیر اویلر - برنولی از روابط (۴) و (۵) به ترتیب برای لایه بالایی و پایینی به دست می آیند.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^t(x, z, t) &= \frac{\partial u_t(x, z, t)}{\partial x} \\ &= \frac{\partial u_1(x, t)}{\partial x} - \left(z - \frac{h_c + h_f}{2}\right) \frac{\partial^2 w_1(x, t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^b(x, z, t) &= \frac{\partial u_b(x, z, t)}{\partial x} \\ &= \frac{\partial u_2(x, t)}{\partial x} - \left(z + \frac{h_c + h_f}{2}\right) \frac{\partial^2 w_2(x, t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (5)$$

لایه میانی تنها قادر به تحمل نیروهای برشی است و رابطه کرنش - جابجایی آن به صورت رابطه (۶) به دست می آید.

$$\begin{aligned} \gamma_{xz}^c(x, z, t) &= \frac{\partial w_3(x, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_c(x, z, t)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + \\ &\quad \frac{2}{h_c} \left(\frac{u_1(x, t) - u_2(x, t)}{2} + \frac{h_f}{2} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

بنابراین تنش محوری در لایه بالایی و پایینی و تنش برشی در لایه میانی برحسب کرنش های متناظر قابل محاسبه هستند.

$$\rho A_f \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

$$-E_f A_f \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \frac{G_c A_c}{h_c^2} \left[(h_f + h_c) \frac{\partial w}{\partial x} + (u_1 - u_2) \right] - \rho A_f \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = 0 \quad (14)$$

$$-\frac{G_c A_c (h_f + h_c)}{h_c^2} \left[(h_f + h_c) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \right] + 2E_f I_f \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - 2\rho A_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

در اینجا هندسه و خواص مکانیکی لایه‌های بیرونی یکسان است و با پایین‌نویس f نشان داده شده است، همچنین هندسه و خواص مکانیکی لایه میانی با پایین‌نویس c نشان داده می‌شود. A سطح مقطع هر لایه و I ممان دوم سطح مقطع هر لایه است. شرایط مرزی در $x = 0, L$ در رابطه (۱۶) آورده شده است.

$$(\overline{AW}) \delta w = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0; \quad \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \delta u_1 = 0; \quad \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \delta u_2 = 0 \quad (16)$$

که در آن

$$\overline{AW} = -2E_f I_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{G_c A_c (h_f + h_c)}{h_c^2} \left[(h_f + h_c) \frac{\partial w}{\partial x} + (u_1 - u_2) \right]$$

برای ابتدای تیر، نقطه $x = 0$ ، شرط مرزی گیردار برقرار است یعنی در این نقطه $w = \frac{\partial w}{\partial x} = u_1 = u_2 = 0$ است. برای انتهای تیر، نقطه $x = L$ ، شرط مرزی آزاد برقرار است یعنی در این نقطه $\overline{AW} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0$ است.

به‌منظور حل معادلات حاکم، (۱۳) تا (۱۶)، از فرم متقارن هیدرودینامیک ذرات هموار یا (SSPH) استفاده

$$\sigma_x^t = E_t \epsilon_x^t = E_t \left(\frac{\partial u_1(x, t)}{\partial x} - \left(z - \frac{h_c + h_f}{2} \right) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (17)$$

$$\sigma_x^b = E_b \epsilon_x^b = E_b \left(\frac{\partial u_2(x, t)}{\partial x} - \left(z + \frac{h_c + h_f}{2} \right) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (18)$$

$$\tau_{xz}^c = G_c \gamma_{xz}^c = G_c \left[\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + \frac{2}{h_c} \left(\frac{u_1(x, t) - u_2(x, t)}{2} + \frac{h_f}{2} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \right] \quad (19)$$

که E ، مدول یانگ لایه‌های بیرونی و G ، مدول برشی لایه میانی است.

استخراج معادلات حاکم

برای به دست آوردن معادلات حاکم از اصل همیلتون استفاده می‌کنیم.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T) dt = 0 \quad (20)$$

که U ، انرژی پتانسیل و T ، انرژی جنبشی و t ، زمان است. δU و δT از روابط (۱۱) و (۱۲) محاسبه می‌شوند.

$$\Delta t = \int_{V_t} \rho_t \left(\frac{\partial^2 u_t}{\partial t^2} \delta u_t + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w \right) dV_t + \int_{V_b} \rho_b \left(\frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} \delta u_b + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w \right) dV_b \quad (21)$$

$$\delta U = \int_{V_t} \sigma_x^t \delta \epsilon_x^t dV_t + \int_{V_b} \sigma_x^b \delta \epsilon_x^b dV_b + \int_{V_c} \tau_{xz}^c \delta \gamma_{xz}^c dV_c \quad (22)$$

با جایگذاری روابط (۱۱) و (۱۲) در رابطه (۲۰) و استفاده از روابط (۴) تا (۹)، معادلات حاکم به‌صورت روابط (۱۳) تا (۱۵) به دست می‌آید.

$$-E_f A_f \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{G_c A_c}{h_c^2} \left[(h_f + h_c) \frac{\partial w}{\partial x} + (u_1 - u_2) \right] -$$

$$\sum_{j=1}^{N(x)} f(\xi^{(j)}) W(\xi^{(j)}, x) P(\xi^{(j)}, x)^T$$

$$= \sum_{j=1}^{N(x)} [P(\xi^{(j)}, x)^T W(\xi^{(j)}, x) P(\xi^{(j)}, x)] Q(x)$$

(۲۱)

که $N(x)$ تعداد نقاط موجود در ناحیه تأثیر $W(\xi, x)$ است. می‌توان رابطه (۲۱) را به صورت رابطه (۲۲) نوشت.

$$C(\xi - x)Q(x) = D(\xi - x)F^{(x)}(\xi - x) \quad (22)$$

که در آن،

$$C(\xi - x) = P(\xi, x)^T W(\xi, x) P(\xi, x)$$

$$D(\xi - x) = P(\xi, x)^T W(\xi, x)$$

جواب معادله (۲۲) به صورت رابطه (۲۳) است.

$$Q(x) = K(\xi, x)F(\xi) \quad (23)$$

که در آن $K^{(x)}(\xi, x) = C(\xi - x)^{-1}D(\xi - x)$ رابطه (۲۳) را می‌توان به فرم سری نشان داد

$$Q_I(x) = \sum_{j=1}^M K_{IJ} F_j; \quad I = 1, 2, \dots, 7 \quad (24)$$

که M ، تعداد نقاط و $F_j = f(\xi^j)$ ، هفت مؤلفه معادله (۲۴) در حالت یک‌بعدی در رابطه (۲۵) آمده است.

$$\frac{d^n f(x)}{dx^n} = n! Q_{n+1}(x) = \sum_{j=1}^M K_{IJ} F_j;$$

$$I = n + 1 = 1, 2, \dots, 7$$

(۲۵)

جزئیات بیشتر در مورد روش SSPH در مرجع [11] آمده است.

گسسته‌سازی معادلات حاکم به روش SSPH

برای تحلیل ارتعاشات آزاد، توابع جابجایی را به شکل رابطه (۲۷) در نظر می‌گیریم.

که در رابطه (۲۶)، ω و $z = \sqrt{-1}$ فرکانس طبیعی است. در نهایت فرم گسسته معادلات حاکم، روابط (۱۳)

می‌شود. این روش بر پایه بسط تیلور یک تابع در نقطه دلخواه بنا شده است و در ادامه جزئیات آن ارائه می‌شود.

فرم معادلات حاکم به روش SSPH

روش SSPH. بسط سری تیلور یک تابع اسکالر در حالت یک‌بعدی حول نقطه دلخواه x را می‌توان به شکل رابطه (۱۷) نشان داد.

$$f(\xi) = f(x) + (\xi - x)f'(x) + \frac{1}{2!}(\xi - x)^2 f''(x) + \frac{1}{3!}(\xi - x)^3 f'''(x) + \frac{1}{4!}(\xi - x)^4 f^{(IV)}(x) + \frac{1}{5!}(\xi - x)^5 f^{(V)}(x) + \frac{1}{6!}(\xi - x)^6 f^{(VI)}(x)$$

(۱۷)

که $f(\xi)$ مقدار تابع در نقطه ξ که در نزدیکی نقطه x قرار دارد، است. اگر جمله‌های مرتبه صفر تا شش بسط را در نظر گرفته و از بقیه جمله‌ها صرف‌نظر شود، رابطه (۱۷) را می‌توان به شکل رابطه (۱۸) نوشت.

$$f(\xi) = P(\xi, x)Q(x)$$

(۱۸)

که در آن،

$$Q(x) = \left[f(x), \frac{df(x)}{dx}, \frac{1}{2!} \frac{d^2 f(x)}{dx^2}, \dots, \frac{1}{6!} \frac{d^6 f(x)}{dx^6} \right]^T$$

(۱۹)

$$P(\xi, x) = [1, (\xi - x), (\xi - x)^2, (\xi - x)^3, \dots, (\xi - x)^6]$$

(۲۰)

تعداد جمله‌های مورد استفاده از بسط تیلور برحسب بیشترین مرتبه موجود در معادلات حاکم مشخص می‌شود. برای محاسبه مقادیر مجهول در $Q(x)$ ، طرفین رابطه (۱۹) را در عبارت $W(\xi, x)P(\xi, x)^T$ ضرب می‌کنیم و برای هر نقطه در دامنه تأثیر محاسبه می‌شود. $W(\xi, x)$ در اینجا تابع وزن است که در ساخت تابع شکل مورد نیاز شرکت می‌کند. در سیستم شماره‌گذاری نقاط در مختصات عمومی، فرض می‌کنیم تعداد نقاطی که در ناحیه تأثیر $W(\xi, x)$ اعمال شده به نقطه j ام قرار دارند، $r(j)$ باشد. رابطه (۲۱) حاصل می‌شود.

تا (۱۵)، به روش SSPH به فرم رابطه (۲۷) تا (۲۹) تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} & \{u_1(x, t), u_2(x, t), w(x, t)\} \\ &= \{\bar{u}_1(x), \bar{u}_2(x), \bar{w}(x)\} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{GA_c}{\rho h_c^2 A_f} \sum_{j=1}^{N(i)} (k_{1j}[(\bar{u}_1)_j - (\bar{u}_2)_j] + (h_c + h_f)k_{2j}(\bar{w})_j) \\ & - \frac{E}{\rho} 2! \sum_{j=1}^{N(i)} k_{3j}(\bar{u}_1)_j - \omega^2 \sum_{j=1}^{N(i)} k_{1j}(\bar{u}_1)_j = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{GA_c}{\rho h_c^2 A_f} \sum_{j=1}^{N(i)} (k_{1j}[(\bar{u}_1)_j - (\bar{u}_2)_j] + (h_c + h_f)k_{2j}(\bar{w})_j) \\ & - \frac{E}{\rho} 2! \sum_{j=1}^{N(i)} k_{3j}(\bar{u}_2)_j - \omega^2 \sum_{j=1}^{N(i)} k_{1j}(\bar{u}_2)_j = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4! EI_f}{\rho A_f} \sum_{j=1}^{N(i)} k_{5j} \bar{w}_j - \\ & \frac{GA_c(h_c + h_f)}{2\rho h_c^2 A_f} \sum_{j=1}^{N(i)} (k_{2j}[(\bar{u}_1)_j - (\bar{u}_2)_j] + (h_c + h_f)2! k_{3j} \bar{w}_j) \\ & - \omega^2 \sum_{j=1}^{N(i)} k_{1j} \bar{w}_j = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

فرم گسسته سازی شده شرایط مرزی، رابطه (۱۶)، نیز طبق رابطه (۳۰) ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{N(i)} k_{1j}(\bar{u}_1)_j = \sum_{j=1}^{N(i)} k_{1j}(\bar{u}_2)_j = \sum_{j=1}^{N(i)} k_{1j} \bar{w}_j = 0 \\ & \sum_{j=1}^{N(i)} k_{2j} \bar{w}_j = 0 \\ & \sum_{j=1}^{N(i)} k_{2j}(\bar{u}_1)_j = \sum_{j=1}^{N(i)} k_{2j}(\bar{u}_2)_j = 2! \sum_{j=1}^{N(i)} k_{3j} \bar{w}_j = 0 \\ & -2EI_f 3! \sum_{j=1}^{N(i)} k_{4j} \bar{w}_j + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{GA_c(h_c + h_f)}{h_c^2} \sum_{j=1}^{N(i)} (k_{1j}[(\bar{u}_1)_j - (\bar{u}_2)_j] + (h_c + h_f)k_{2j}(\bar{w})_j) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

با اعمال شرایط مرزی روابط (۳۰) در معادلات حاکم (۲۷) تا (۲۹) به یک دستگاه معادلات به شکل رابطه (۳۱) می‌رسیم.

$$\begin{bmatrix} [K_{bb}] & [K_{bd}] \\ [K_{db}] & [K_{dd}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d^b\} \\ \{d^d\} \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ \{d^d\} \end{Bmatrix} \quad (31)$$

که $[K_{bb}]$ ، ضرایب جملات نقاط مرزی در معادله‌های متناظر با نقاط مرزی و $[K_{bd}]$ ، ضرایب جملات نقاط مرزی در معادله‌های متناظر با نقاط درونی و $[K_{db}]$ ، ضرایب جملات نقاط درونی در معادله‌های متناظر با نقاط مرزی و $[K_{bb}]$ ، ضرایب جملات نقاط درونی در معادله‌های متناظر با نقاط درونی است. $\{d^b\}$ ، درجه‌های آزادی نقاط مرزی و $\{d^d\}$ ، درجه‌های آزادی نقاط درونی دامنه حل تیر هستند که به صورت رابطه (۳۲) نمایش داده می‌شوند.

$$\begin{aligned} \{d^b\} &= \{\bar{u}_1(x_1), \bar{u}_2(x_1), \bar{w}(x_1), \bar{w}(x_2), \\ & \bar{w}(x_{N-1}), \bar{u}_1(x_N), \bar{u}_2(x_N), \bar{w}(x_N)\} \\ \{d^d\} &= \{\bar{u}_1(x_2), \bar{u}_1(x_3), \dots, \bar{u}_1(x_{N-1}), \\ & \bar{u}_2(x_2), \bar{u}_2(x_3), \dots, \bar{u}_2(x_{N-1}), \bar{w}(x_3), \\ & \bar{w}(x_4), \dots, \bar{w}(x_{N-2})\} \end{aligned} \quad (32)$$

با ساده کردن معادله (۳۱)، این معادله به یک مساله مقدار ویژه استاندارد به شکل رابطه (۳۳) تبدیل می‌شود.

$$[K_{dd}] - [K_{db}][K_{bb}]^{-1}[K_{bd}]\{d^d\} = \omega^2\{d^d\} \quad (33)$$

اکنون یک دستگاه معادلات داریم که با حل این دستگاه مقادیر فرکانس طبیعی گرافن دو لایه به دست خواهد آمد. با حل معادله حاصل، فرکانس‌های طبیعی گرافن دولایه به دست می‌آید. بر اساس روابط و معادله‌های به دست آمده و با استفاده از کُدنویسی در محیط نرم‌افزار متلب، فرکانس‌های طبیعی متناظر با

گرافن دولایه در نظر گرفته شده در این مطالعه به دست آمده است.

است. لازم به یادآوری است که در روند پاسخ، تابع وزنی $W(\xi, x)$ با استفاده از تابع اصلاح شده گوس به شکل رابطه (۳۴) تعریف می‌شود.

$$W(\xi, x) = \frac{G}{(h\sqrt{\pi})^\lambda} \begin{cases} (64 - d^2)e^{-d^2} & 0 \leq d \leq 9 \\ 0 & d > 9 \end{cases};$$

$$d = |x - \xi|/h \quad (34)$$

که d ، شعاع ناحیه تأثیر تابع وزن و h ، طول مشخصه است. G و λ نیز پارامترهایی هستند که به دلیل نوع روش SSPH از طرفین معادله‌ها حذف می‌شوند و تأثیری در روند پاسخ نخواهند داشت. شایان یادآوری است که h برابر با 1.3Δ ، که Δ کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه (گره) هم‌جوار است، به همراه d ، طوری در نظر گرفته شده‌اند که کم‌ترین خطا در پاسخ حاصل شود.

نتایج

در مراجع [15,16] اشاره شده است که صلبیت خمشی گرافن دو لایه در محدوده $0.83-2.14$ الکترون‌ولت قرار دارد که در جدول (۱) تعدادی از آن‌ها آورده شده است. به‌عنوان اولین بخش از نتایج، سرعت همگرایی روش SSPH برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی اول و دوم تیر ساندویچی یک سرگیردار به طول 10 نانومتر و عرض 2 نانومتر و سایر خواص موجود در جدول (۲)، با ارائه نتایج برحسب تعداد ذره در دامنه حل در جدول (۳) نشان داده شده است. این جدول بیانگر سرعت همگرایی بالا به ازای تعداد ذره (نقاط گرهی) نسبتاً کم

جدول (۱): صلبیت خمشی گرافن [14]

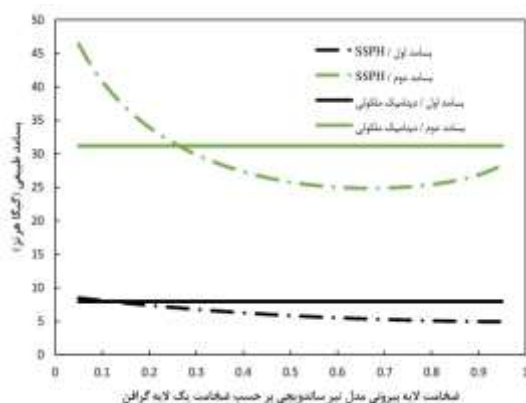
روش محاسبه	صلبیت خمشی (eV)
تابع پتانسیل ایربو (AIREBO)	۰/۸۳
تابع پتانسیل ایربو	۱/۰۲
آزمایشگاهی	۱/۲۰
تابع پتانسیل ایربو	۱/۴
دی.اف.تی (DFT) (Density Functional Theory)	۱/۶۱
تابع پتانسیل دریدینگ (Dreiding)	۲/۱۴

جدول (۲): خواص مکانیکی و هندسی گرافن [14]

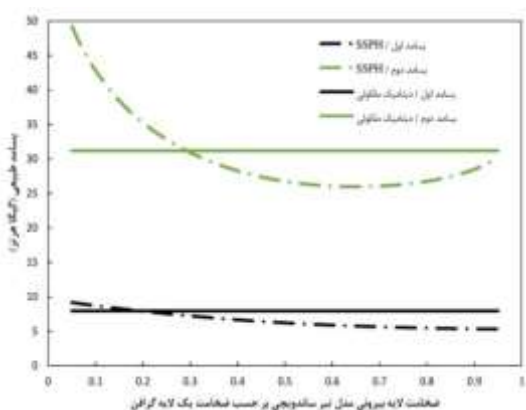
ویژگی	مقدار
ارتفاع کل گرافن دو لایه (nm)	2×0.335
چگالی (kg/m^3)	۲۲۶۰
مدول الاستیسیته (E) (TPa)	۱
مدول برشی (G) (MPa)	۰/۲۵
کایرالیته	آرمچیر

جدول (۳): همگرایی دو بسامد طبیعی اول گرافن

تعداد نقاط گرهی	۱۷	۱۹	۲۱	۲۳	۲۵	۲۷	۲۹
بسامد اول (GHz)	۷/۹۸	۷/۹۷	۷/۹۷	۷/۹۶	۷/۹۶	۷/۹۶	۷/۹۶
بسامد دوم (GHz)	۳۱/۱۱	۳۱/۰۹	۳۱/۰۸	۳۱/۰۸	۳۱/۰۷	۳۱/۰۷	۳۱/۰۷



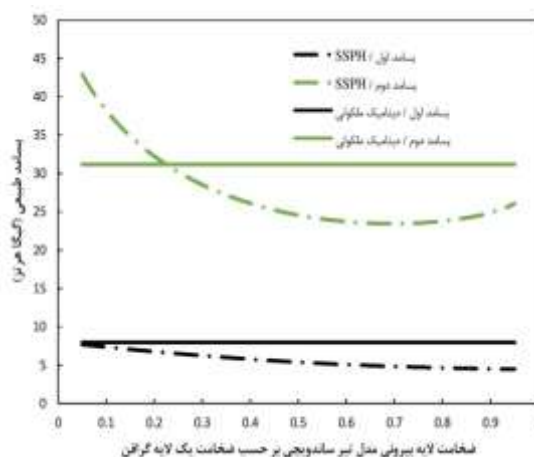
شکل (۳): تغییرات بسامد طبیعی گرافن دو لایه بر حسب ضخامت لایه بیرونی مدل تیر ساندویچی به روش SSPH در صلبیت خمشی $1/0.2$ الکترونولت. نتایج دینامیک مولکولی از مرجع [14] آورده شده است



شکل (۴): تغییرات بسامد طبیعی گرافن دو لایه بر حسب ضخامت لایه بیرونی مدل تیر ساندویچی به روش SSPH در صلبیت خمشی $1/20$ الکترونولت. نتایج دینامیک مولکولی از مرجع [14] آورده شده است

در شکل‌های (۲) تا (۷) نمودارهای مربوط به مدل‌سازی گرافن دو لایه با مدل تیر ساندویچی که معادلات حاکم به روش SSPH گسسته‌سازی شده است، در صلبیت‌های خمشی مختلف آورده شده است. خطوط افقی نتایج مربوط به شبیه‌سازی دینامیک مولکولی است که فرکانس طبیعی اول و دوم را به ترتیب $7/95$ و $31/2$ گیگاهرتز گزارش کرده است [14].

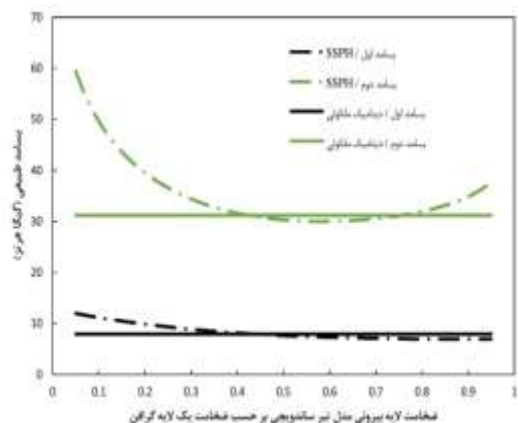
با توجه به شکل‌های (۲) تا (۷)، مشاهده می‌شود که در صلبیت‌های خمشی مختلف، می‌توان با در نظر گرفتن ضخامت معینی برای رویه‌های بیرونی مدل تیر ساندویچی به نتایج مشابه با نتایج مدل شبیه‌سازی دینامیک مولکولی رسید. همچنین، نتایج به دست آمده با استفاده از روش SSPH به صورت کیفی با نتایج ارائه شده در مقاله [14] تطابق خوبی دارد که در ادامه این تطابق به لحاظ کمی نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.



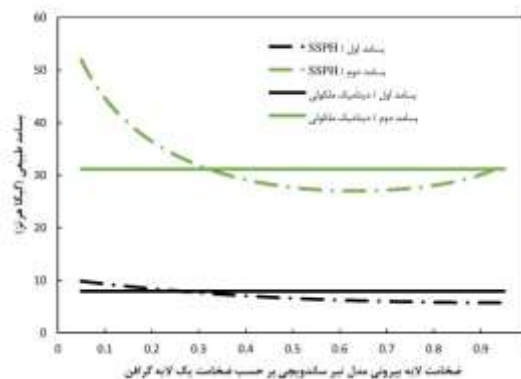
شکل (۲): تغییرات بسامد طبیعی گرافن دو لایه بر حسب ضخامت لایه بیرونی مدل تیر ساندویچی به روش SSPH در صلبیت خمشی $0/83$ الکترونولت. نتایج دینامیک مولکولی از مرجع [14] آورده شده است

لازم به یادآوری است که واحد صلبیت خمشی گرافن (EI/b) الکترونولت (eV) است که هر الکترونولت تقریباً معادل 1.6×10^{-19} ژول است.

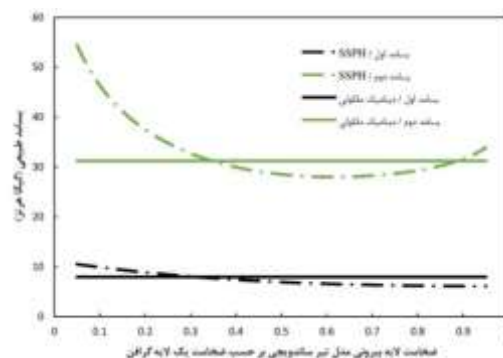
آورده شده است



شکل (۷): تغییرات بسامد طبیعی گرافن دو لایه بر حسب ضخامت لایه بیرونی مدل تیر ساندویچی به روش SSPH در صلبیت خمشی $2/14$ الکترونولت. نتایج دینامیک مولکولی از مرجع [14] آورده شده است



شکل (۵): تغییرات بسامد طبیعی گرافن دو لایه بر حسب ضخامت لایه بیرونی مدل تیر ساندویچی به روش SSPH در صلبیت خمشی $1/40$ الکترونولت. نتایج دینامیک مولکولی از مرجع [14] آورده شده است



شکل (۶): تغییرات بسامد طبیعی گرافن دو لایه بر حسب ضخامت لایه بیرونی مدل تیر ساندویچی به روش SSPH در صلبیت خمشی $1/61$ الکترونولت. نتایج دینامیک مولکولی از مرجع [14]

در جدول (۴) و (۵)، ضخامت‌های معادل به دست آمده از روش SSPH برای رویه‌های مدل تیر ساندویچی که بر حسب ضخامت یک لایه گرافن است، به همراه بسامدهای اول و دوم متناظر با این ضخامت‌های معادل آورده شده است. همچنین نتایج به دست آمده در مدل تیر ساندویچی که معادلات حاکم آن به روش GDQM گسسته‌سازی شده و نتایج حاصل از مدل تیر چندگانه برشی، برای مقایسه افزوده شده‌اند.

جدول (۴): مقایسه بسامد طبیعی اول در مدل تیر ساندویچی به روش SSPH و GDQM و مدل تیر چندگانه برشی با دینامیک مولکولی

بسامد طبیعی اول (GHz)						ضخامت معادل لایه‌های تیر ساندویچی h_f/h	صلبیت خمشی (الکترونولت)
درصد خطا	مدل تیر چندگانه برشی [14]	درصد خطا	روش GDQM [14]	درصد خطا	روش SSPH		
۸/۸	۷/۲۷	۱۴/۲	۶/۸۲	۱۴/۰	۶/۸۴	۰/۱۸	۰/۸۳
۶/۴	۷/۴۴	۹/۴	۷/۲۰	۹/۳	۷/۲۱	۰/۲۲	۱/۰۲
۴/۷	۷/۸۵	۶/۷	۷/۴۲	۶/۵	۷/۴۳	۰/۲۶	۱/۲۰
۲/۶	۷/۷۴	۲/۵	۷/۷۵	۲/۶	۷/۷۴	۰/۲۸	۱/۴
۰/۹	۷/۸۸	۲/۱	۷/۷۸	۲/۰	۷/۷۹	۰/۳۳	۱/۶۱
۳/۴	۸/۲۲	۰/۱	۷/۹۶	۰/۱	۷/۹۶	۰/۴۳	۲/۱۴

جدول (۵): مقایسهٔ بسامد طبیعی دوم در مدل تیر ساندویچی به روش SSPH و GDQM و مدل تیر چندگانه برشی با دینامیک مولکولی

بسامد طبیعی دوم (GHz)						ضخامت معادل لایه‌های تیر ساندویچی h_f/h	صلبیت خمشی (الکترون‌ولت)
درصد خطا	مدل تیر چندگانه برشی [14]	درصد خطا	روش GDQM [14]	درصد خطا	روش SSPH		
۱۹/۴	۲۵/۱۶	۵/۷	۳۲/۹۸	۵/۷	۳۲/۹۷	۰/۱۸	۰/۸۳
۱۵/۹	۲۶/۲۵	۴/۳	۳۲/۵۵	۴/۹	۳۲/۷۴	۰/۲۲	۱/۰۲
۱۲/۹	۲۷/۱۹	۲/۵	۳۱/۹۷	۳/۱	۳۲/۱۸	۰/۲۶	۱/۲۰
۹/۶	۲۸/۱۹	۳/۵	۳۲/۲۹	۳/۸	۳۲/۴۰	۰/۲۸	۱/۴
۶/۴	۲۹/۲۰	۱/۱	۳۱/۵۴	۱/۱	۳۱/۵۴	۰/۳۳	۱/۶۱
۱/۱	۳۱/۵۳	۲/۶	۳۲/۰۰	۰/۴	۳۱/۰۸	۰/۴۳	۲/۱۴

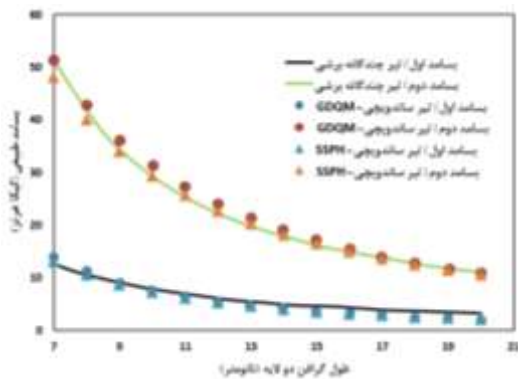
روش SSPH در صلبیت‌های خمشی ۱/۶۱ و ۲/۱۴ الکترون‌ولت نیز دقت بیشتری نسبت به روش GDQM دارد.

با توجه به نتایج، از آنجاکه در صلبیت‌های خمشی ۱/۴۰، ۱/۶۱ و ۲/۱۴ الکترون‌ولت هم مدل تیر ساندویچی و هم مدل تیر چندگانه برشی نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهند، در شکل‌های (۸) تا (۱۰) بسامدهای طبیعی اول و دوم گرافن دو لایه برحسب طول‌های متفاوت از ۷ تا ۲۰ نانومتر نمایش داده شده است. در این شکل‌ها نتایج مدل تیر ساندویچی به ازای هر دو روش حل SSPH و GDQM آورده شده است. اختلاف مشاهده‌شده در صلبیت خمشی پایین‌تر در شکل‌های (۸) تا (۱۰) بین نتایج مدل‌های تیر ساندویچی و تیر چندگانه برشی، ناشی از عدم وجود پارامتر برش در تیر چندگانه برشی است؛ اما در صلبیت‌های خمشی بالاتر این پارامتر اثر کمتری داشته و بنابراین نتایج به دست آمده از هرکدام روش‌های حل بسیار به یکدیگر نزدیک بوده و اختلاف جزئی دارند.

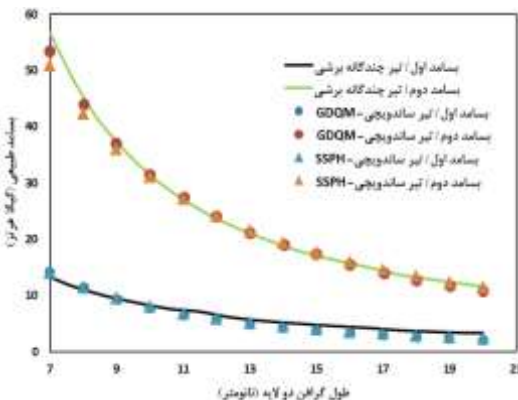
در انتها، با توجه به جدول‌های (۴) و (۵)، و شکل‌های (۸) تا (۱۰)، بیشترین همگرایی نتایج مدل تیر ساندویچی با شبیه‌سازی دینامیک مولکولی در صلبیت‌های خمشی ۱/۶۱ و ۲/۱۴ الکترون‌ولت مشاهده می‌شود، در این بین مدل تیر ساندویچی به روش SSPH به دلیل اختصاص دادن سهم بیشتری از ضخامت به اثر برشی، بیشترین و بهترین همخوانی را نسبت به روش

با توجه به جدول‌های (۴) و (۵) مشاهده می‌شود که در مدل تیر چندگانه برشی در بسامد طبیعی اول، تنها در صلبیت‌های خمشی برابر با ۱/۲۰ الکترون‌ولت و یا بیشتر و همچنین در بسامد طبیعی دوم تنها در صلبیت خمشی ۲/۱۴ الکترون‌ولت است که نتایج با خطای کمتر از ۵ درصد اتفاق می‌افتد؛ اما در مدل تیر ساندویچی در هر دو روش گسسته‌سازی SSPH و GDQM، خطای کمتر از ۵ درصد در بسامد اول طبیعی در صلبیت‌های خمشی مساوی و بیشتر از ۱/۴۰ الکترون‌ولت و در بسامد طبیعی دوم تقریباً به ازای تمامی مقادیر صلبیت خمشی دیده می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که به دلیل اثر برشی و ضخامت لایه‌ها در مدل تیر ساندویچی، نتایج در محدودهٔ وسیع‌تری نسبت به مدل تیر چندگانه برشی قابل قبول هستند.

در جدول (۶) ضخامت‌های معادل در مدل تیر ساندویچی به ازای هر دو روش حل SSPH و GDQM آورده شده است. مشاهده می‌شود که در روش SSPH به دلیل نوع روش حل و تأثیر تابع وزن در ساخت تابع شکل، ضخامت‌های معادل محاسبه شده مقدار کمتری نسبت به نتایج روش GDQM دارد و سهم بیشتری از ضخامت کل برای اثر برشی به کار گرفته شده است. به همین دلیل است که در جدول (۴) نتایج به دست آمده در بسامد طبیعی اول به روش SSPH به مقدار کمی، دقت بیشتری نسبت به روش GDQM دارد. همچنین در بسامدهای طبیعی دوم در جدول (۵) مشاهده می‌شود که



شکل (۹): تغییرات فرکانس طبیعی گرافن دولایه برحسب طول آن به ازای صلبیت خمشی برابر $1/61$ الکترونولت. نتایج تیر چنگانه برشی و GDQM از مرجع [14] آورده شده است



شکل (۱۰): تغییرات فرکانس طبیعی گرافن دولایه برحسب طول آن به ازای صلبیت خمشی برابر $2/14$ الکترونولت. نتایج تیر چنگانه برشی و GDQM از مرجع [14] آورده شده است

نتیجه گیری

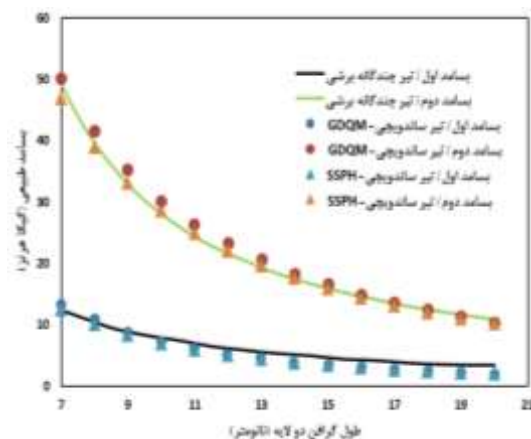
در این مطالعه از روش گسسته سازی معادلات حاکم مدل تیر ساندویچی به روش SSPH برای بررسی ارتعاشات آزاد گرافن دولایه، با هدف نمایش کارایی و دقت این روش در حل معادلات حاکم در تحلیل های ارتعاشاتی، استفاده شد. برای مقایسه بهتر با سایر نتایج به دست آمده در مراجع، فرض های مشابه با این مراجع در نظر گرفته شد که شامل ثابت بودن فاصله نسبی بین لایه ها به هنگام ارتعاش، استفاده از تئوری تیر اویلر - برنولی برای مدل کردن لایه های گرافن، در نظر گرفتن

GDQM با نتایج شبیه سازی دینامیک مولکولی دارد. هرچند که روش حل SSPH و GDQM نتایج نزدیک به هم را ارائه می دهند اما در اینجا استفاده از روش گسسته سازی SSPH در مدل تیر ساندویچی منجر به نتایج به نسبت دقیق تری نسبت به روش گسسته سازی GDQM شده است. در نتیجه این مطالعه می تواند نماینده مسیری جدید در به کارگیری گسسته سازی معادلات حاکم به دست آمده از تئوری های مختلف با استفاده از روش های بدون مش مانند SSPH در تحلیل های ارتعاشاتی گرافن های چند لایه باشد.

جدول (۶): ضخامت های معادل برای رویه های مدل تیر

ساندویچی

صلبیت خمشی (الکترونولت)	روش SSPH h_f/h	روش GDQM [14] h_f/h
۰/۸۳	۰/۱۸	۰/۲۰
۱/۰۲	۰/۲۲	۰/۲۵
۱/۲۰	۰/۲۶	۰/۳۰
۱/۴	۰/۲۸	۰/۳۲۵
۱/۶۱	۰/۳۳	۰/۴۰
۲/۱۴	۰/۴۳	۰/۵۵



شکل (۸): تغییرات فرکانس طبیعی گرافن دولایه برحسب طول آن به ازای صلبیت خمشی برابر $1/40$ الکترونولت. نتایج تیر چنگانه برشی و GDQM از مرجع [14] آورده شده است

یک مدول برشی معادل برای مدل کردن اثر برشی میان صفحه‌ای در لایه میانی تیر ساندویچی و همچنین احتساب جابجایی درون صفحه‌ای علاوه بر جابجایی عرضی است. در این مطالعه برای محاسبه بسامدهای طبیعی اول و دوم گرافن دو لایه، معادلات حاکم بر تیر ساندویچی بر اساس روش SSPH گسسته‌سازی شد و نتایج به دست آمده با نتایج معادلات گسسته شده تیر ساندویچی به روش GDQM و نتایج تیر چندگانه برشی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی مقایسه شد. در صلیب‌های خمشی بالا، مدل تیر ساندویچی و تیر چندگانه برشی با خطای ناچیزی نتایج منطبق بر شبیه‌سازی دینامیک مولکولی ارائه می‌دهند و در این بین گسسته‌سازی معادلات حاکم تیر ساندویچی به روش SSPH با در نظر گرفتن ضخامت بیشتری برای مدل کردن اثر برشی، و همچنین امکان ارائه تابع شکل‌های مختلف، نسبت به مدل‌های دیگر نتایج دقیق‌تری را به دست می‌دهد. این مطالعه نشان می‌دهد که روش گسسته‌سازی بدون مش SSPH را می‌توان به عنوان روشی کارآمد در حل معادلات حاکم مربوط به تحلیل‌های ارتعاشاتی، استفاده کرد. البته برای مطالعه موردی حاضر، با توجه به نتایج محدود آزمایشگاهی و شبیه‌سازی دینامیک مولکولی، انتخاب بهترین مدل و روش حل معادلات، نیازمند توسعه تئوری‌ها و روش‌های حل معادلات و همچنین انجام آزمایش‌ها و تحقیقات بیشتری است.	b	عرض تیر
	h	ضخامت لایه
	u	جابجایی در راستای طولی (x)
	w	جابجایی در راستای ضخامت (z)
	ε	کرنش نرمال
	γ	کرنش برشی
	σ	تنش نرمال
	E	مدول یانگ لایه‌های بیرونی
	G	مدول برشی لایه میانی
	U	انرژی پتانسیل
	T	انرژی جنبشی
	t	زمان
	A	سطح مقطع هر لایه
	I	ممان دوم سطح مقطع
	ω	فرکانس طبیعی
	t	(بالانویس یا پایین نویس): مربوط به لایه بالایی
	b	(بالانویس یا پایین نویس): مربوط به لایه پایینی
	c	(بالانویس یا پایین نویس): مربوط به لایه میانی
	f	(بالانویس یا پایین نویس): مربوط به لایه‌های بیرونی

واژه نامه

L طول تیر

مراجع

1. Liu, G. R., "Mesh free methods: moving beyond the finite element method", CRC Press, New York, (2003).
2. Vignjevic, R., and Campbell, J., "Review of development of the smooth particle hydrodynamics (SPH) method", in *Predictive Modeling of Dynamic Processes: Springer*, pp. 367-396, (2009).

3. Lucy, L. B., "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *The Astronomical Journal*, Vol. 82, pp. 1013-1024, (1977).
4. Gingold, R. A., and Monaghan, J. J., "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars", *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, No. 3, pp. 375-389, (1977).
5. Monaghan, J. J., and Lattanzio, J. C., "A refined particle method for astrophysical problems", *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 149, pp. 135-143, (1985).
6. Balsara, D. S., "Von Neumann stability analysis of smoothed particle hydrodynamics—Suggestions for optimal algorithms", *Journal of Computational Physics*, Vol. 121, No. 2, pp. 357-372, (1995).
7. Liu, M., Liu, G., and Lam, K., "Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 155, No. 2, pp. 263-284, (2003).
8. Liu, W. K., Jun, S., and Zhang, Y. F., "Reproducing kernel particle methods", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 20, No. 8- 9, pp. 1081-1106, (1995).
9. Libersky, L. D., and Petschek, A. G., "Smooth particle hydrodynamics with strength of materials", in *Advances in the free-Lagrange method including contributions on adaptive gridding and the smooth particle hydrodynamics method*, Springer, pp. 248-257, (1991).
10. Libersky, L. D., Petschek, A. G., Carney, T. C., Hipp, J. R., and Allahdadi, F. A., "High strain Lagrangian hydrodynamics: a three-dimensional SPH code for dynamic material response", *Journal of Computational Physics*, Vol. 109, No. 1, pp. 67-75, (1993).
11. Zhang, G., and Batra, R., "Symmetric smoothed particle hydrodynamics (SSPH) method and its application to elastic problems", *Computational Mechanics*, Vol. 43, No. 3, pp. 321-340, (2009).
12. Hosseini Kordkheili, S., and Moshrefzadeh-Sani, H., "Mechanical properties of double-layered graphene sheets", *Computational Materials Science*, Vol. 69, pp. 335-343, (2013).
13. Liu, Y., Xu, Z., and Zheng, Q., "The interlayer shear effect on graphene multilayer resonators", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 59, No. 8, pp. 1613-1622, (2011).
14. Nazemnezhad, R., and Shokrollahi, H., "Free vibration analysis of bilayer graphenes with interlayer shear effect", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 131-138, (2014).
15. Liu, P., and Zhang, Y., "Temperature-dependent bending rigidity of grapheme", *Applied Physics Letters*, Vol. 94, No. 23, p. 231912, (2009).
16. Kang, J. W., and Lee, S., "Molecular dynamics study on the bending rigidity of graphene nanoribbons", *Computational Materials Science*, Vol. 74, pp. 107-113, (2013).

کنترل گام متغیر برای یک کوادروتور با استفاده از کنترل کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک

تطبیقی مستقیم*

مقاله علمی - پژوهشی

مریم مسلسل^(۱)مهدی خدابنده^(۲)

چکیده در این مقاله به بررسی ساختار دینامیکی کوادروتور گام متغیر و طراحی کنترل کننده مناسب بر اساس مدل سازی های ریاضی پرداخته شده است. کوادروتور گام ثابت به دلیل ساختار دینامیکی ساده تر نسبت به سایر مدل ها بیشتر مورد توجه تحقیقات علمی قرار گرفته است. این نوع از کوادروتورها در عین سادگی نسبی، محدودیت هایی نظیر کاهش مداومت پروازی و انجام مانورهای مختلف پروازی را به همراه دارند. می توان با استفاده از ملخ های گام متغیر در یک کوادروتور، محدودیت های یاد شده را به طور نسبی کاهش داد. در این مقاله، ابتدا به بررسی ویژگی های ملخ های گام متغیر در مقایسه با ملخ های گام ثابت برای یک کوادروتور پرداخته شده است. در ادامه از روش خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی مستقیم جهت کنترل کوادروتور گام متغیر استفاده شده است. در نهایت نیز نتایج حاصل از طرح کنترلی پیشنهادی از طریق شبیه سازی با نرم افزار MATLAB بررسی شده است. جهت بررسی بهتر عملکرد کنترل کننده های طراحی شده، نتایج شبیه سازی با روش های PID و دینامیک معکوس غیرخطی (NID) و مدل غزشی و مدل غزشی تطبیقی در شرایط تغییر جرم کوادروتور مقایسه شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که اتخاذ این راهبرد تطبیقی اجازه می دهد تا کوادروتور جهت گیری های زمان متغیر و دستورات ارتفاع را به طور دقیق تری، در حضور اغتشاشات و یا نامعینی های پارامتری، در مقایسه با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک غیر تطبیقی، دنبال کند و همچنین نشان می دهد که کنترل کننده های خطی سازی فیدبک تطبیقی و مدل غزشی تطبیقی به ترتیب در مقایسه با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک، مدل غزشی، PID و NID ردیابی دقیق تر و با خطای کمتری دارند.

واژه های کلیدی کوادروتور گام متغیر، مدل سازی، کنترل خطی سازی فیدبک، کنترل خطی سازی فیدبک تطبیقی مستقیم.

Variable-Pitch Control of a Quadrotor Using Feedback Linearization Controller and Direct Adaptive Feedback Linearization Controller

M. Mosalsal

M. Khodabandeh

Abstract In this paper, the dynamic structure of variable pitch quadrotor and the design of a suitable controller based on mathematical modeling have been studied. The fixed pitch quadrotor because of having a simpler dynamic structure than other models has been the focus of scientific studies. This kind of quadrotors, despite their relative simplicity, creates limitations such as shortening the flight time and various maneuvers. In this paper, at first, the characteristics of variable pitch propeller are studied and compared with the fixed pitch propeller for a quadrotor. In continue, a Feedback Linearization Controller and a Direct Adaptive Feedback Linearization Controller are used to control the Variable-Pitch quadrotor. Ultimately, the results of the proposed control are investigated via MATLAB software simulation. To better evaluate the performance of the designed controllers, the simulation results are compared with PID and Nonlinear Inverse Dynamics (NID) and Sliding Mode and Adaptive Sliding Mode controllers in the mass change condition of the quadrotor. The simulation results show that this adaptive strategy allows the quadrotor to follow variable time attitude and altitude commands more accurately, in the presence of disturbances or parameter uncertainties, compared to non-adaptive feedback linearization controllers. And also it shows that adaptive feedback linearization and adaptive sliding mode controllers have more accurate tracking with less error compared to feedback linearization, sliding mode, PID and NID controllers, respectively.

Key Words Variable Pitch Quadrotor, Modeling, Feedback Linearization Control, Direct Adaptive Feedback Linearization Control.

DOI:10.22067/fum-mech.v31i2.84510

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۹/۱۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۶/۲۲ می باشد.

(۱) کارشناسی ارشد، مهندسی برق-کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

Email: khodabandeh@hut.ac.ir

(۲) نویسنده مسئول، استادیار، مهندسی برق-کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان.

مقدمه

کوادروتورها به دلیل ابعاد کوچک، قابلیت برخاست و فرود عمودی و توانایی‌های قابل توجه در انجام مانورهای مختلف پروازی و همچنین کاربردهای عملیاتی گسترده مورد توجه تحقیقات علمی قرار گرفته‌اند. قابلیت‌های امنیتی حمل‌ونقل بار به همراه توانایی مانور بالا در شرایط مختلف پروازی نیز توجه علائق تجاری را در این زمینه به خود جلب نموده است. بسته به کاربردهای خاص مورد نظر کاربران نیاز به مدل‌سازی‌های مختلف و انتخاب مناسب ابزارهای طراحی قانون کنترل ضروری به نظر می‌رسد. به‌نوبه خود، کنترل کوادروتور برای: (۱) دستیابی به پایداری، مقاوم بودن و خواص دینامیک مورد نظر، (۲) داشتن توانایی کنترل غیرخطی، (۳) داشتن قابلیت تطبیق نسبت به تغییر پارامترها و تغییرات محیطی به کنترل مناسبی نیاز دارد. هدف این است که یک روش کنترلی پیشنهاد گردد که به حالت‌های مختلف یک کوادروتور اجازه دهد تا به یک مجموعه‌ی دلخواه از حالات مرجع زمان متغیر همگرا شوند.

علی‌رغم موفقیت‌های کوادروتور معمولی که دارای چهار روتور است و هرکدام توسط تغییر سرعت موتورها به‌طور جداگانه هدایت و کنترل می‌شوند، هنوز هم محدودیت‌هایی وجود دارد. کوادروتورهای گام ثابت صرفاً توسط موتور با تغییر سرعت تفاضلی کنترل می‌شوند که از این رو پهنای باند کنترل آن توسط نیروی چرخشی موتورها محدود می‌گردد [1,2]. با افزایش ابعاد و وزن، کوادروتور دیگر نمی‌تواند صرفاً از طریق کنترل سرعت پایدار شود، زیرا ممکن است شرایطی ایجاد گردد که گشتاور مورد نیاز برای تغییر سرعت چرخش موتور از ظرفیت گشتاور تولیدی موتور فراتر رفته و در نتیجه، روش‌های کنترل پرواز فعلی برای کوادروتورهای با ابعاد بزرگ‌تر مناسب نباشد.

در کوادروتور گام متغیر، درحالی‌که ملخ‌های گام متغیر موجب افزایش پیچیدگی نسبت به کوادروتور ساده

می‌شوند، مزایای افزایش پهنای باند کنترل‌کننده و اضافه کردن قابلیت‌های رانش معکوس، این طرح را با کارایی بالاتر نشان می‌دهد. در گذشته برخی شرکت‌ها ساخت و پرواز کوادروتور گام متغیر با قابلیت کنترل از راه دور را انجام داده‌اند که می‌توان به یک تلاش جدی و سازمان‌یافته در این خصوص توسط کاتلر و همکاران اشاره کرد [1,2,3].

تحقیقات محدودی در زمینه کوادروتور گام متغیر صورت گرفته است به‌طور مثال در [4] یک ربات چندمنظوره که قادر به کار در زمین، دریا و هوا است معرفی شده است. این ربات شامل یک کوادروتور با ملخ‌های گام متغیر است که وسیله را قادر می‌سازد تا علاوه بر پرواز مانند یک کوادروتور معمولی، روی زمین با یک زاویه مایل بایستد، مانند یک چرخ روی زمین بچرخد، روی آب حرکت کند و شناور بماند. به دلیل کارایی خوب این ربات از آن در زمینه‌ی بلایای طبیعی استفاده شده است. در [5] به مسئله تنظیم یک سیستم کنترل وضعیت آبشاری یک کوادروتور گام متغیر، با اتخاذ یک روش مبتنی بر داده سریع بر اساس یک روش تنظیم فیدبک مرجع مجازی اصلاح‌شده (Virtual Reference Feedback Tuning) VRFT پرداخته شده است. روش ارائه‌شده اجازه می‌دهد تا هر دو حلقه داخلی و بیرونی با استفاده از یک مجموعه واحد از داده‌های تجربی تنظیم شوند و این کنترل‌کننده سطح عملکردی قابل مقایسه با یک کنترل‌کننده H_{∞} مبتنی بر مدل فراهم می‌کند. نشان داده شده است که کنترل‌کننده داده محور یک ردیابی خوب و قابلیت دفع اغتشاشات را ارائه می‌کند و در نتیجه یک راه‌حل مناسب برای استقرار سریع برای کنترل‌کننده‌های وضعیت با کارایی بالا را ارائه داده است.

در [6] به مسئله طراحی کنترل مقاوم برای دینامیک‌های وضعیت یک کوادروتور گام متغیر پرداخته شده است. در [7] مشکل تنظیم یک سیستم کنترل وضعیت آبشاری یک کوادروتور گام متغیر، با مقایسه دو

روش مبتنی بر داده غیر تکرارشونده، بررسی شده است. روش اول، روش تنظیم فیدبک مرجع مجازی VRFT درحالی که روش دوم، روش تنظیم بر اساس همبستگی (Correlation-Based Tuning) CBT است. هر دو روش به منظور تنظیم دو حلقه داخلی و بیرونی، با استفاده از یک مجموعه واحد از داده های تجربی، اصلاح شده اند. این روش ها، یک تنظیم سریع پارامترهای کنترل از داده ها را به طور مستقیم، بدون تکیه بر شناخت دقیق از دینامیک دستگاه ممکن می سازند. در [8] مسأله طراحی قانون کنترل برای یک کوادروتور با توانمندسازی هر دو مؤلفه سرعت و کنترل زمین در نظر گرفته شده است. توازن بین سرعت و کنترل گام برای اولین بار با ارجاع به یک مسأله طراحی خطی بررسی شده است. سپس مسأله کنترل کلی روی کنترل گام مطرح شده و به صورت یک حلقه بیرونی (موقعیت) و یک حلقه درونی (وضعیت) فرمول بندی شده است. اکثر کوادروتورهای امروزی گام ثابت، مداومت پروازی کوتاهی (کمتر از ۱ ساعت) دارند که تا حد زیادی کارایی هایشان را محدود می کند.

در [9] یک روش طراحی برای ساخت یک کوادروتور با پرواز طولانی مدت با استفاده از روتورهای گام متغیر و یک موتور بنزینی ارائه شده است. این روش متشکل از سه مرحله است. در مرحله اول، پره های روتور و موتور بنزینی به عنوان یک جفت انتخاب شده اند، به طوری که نیروی بالابرنده (تراست) کافی می تواند به راحتی توسط موتور تأمین شود. در مرحله دوم، پیشرانه و بدنه طراحی شده اند. چالش عمده به حداقل رساندن لرزش بدنه و انتقال قدرت از یک موتور به چهار روتور در عین نگهداشتن روتورها با چرخش متضاد بوده است. در نهایت، یک کنترل کننده PD (Proportional Derivative) به منظور تسهیل پرواز اولیه تنظیم شده است. عملکرد روش به وسیله ساخت و پرواز کوادروتور نمونه اولیه بنزینی که طوری طراحی شده است تا یک زمان پرواز از ۲ تا ۳ ساعت و حداکثر وزن

برخاست ۱۰ کیلوگرم داشته باشد، بررسی شده است. نمونه ای از تحقیقاتی که در زمینه کنترل کوادروتور معمولی با روتورهای گام ثابت انجام شده است نیز به شرح زیر است:

در [10]، پایدارسازی زمان محدود، برای یک کوادروتور بر مبنای یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی ارائه شده است.

در [11] کنترل مد لغزشی مبتنی بر روش برگشت به عقب کوادروتور با حذف اثر اغتشاش بار و تخمین اینرسی به روش تطبیقی ارائه شده است. در [12] یک کنترل کننده مبتنی بر خطی سازی فیدبک با یک ناظر حالت لغزشی مرتبه بالا که به طور موازی در حال اجرا است، به یک کوادروتور اعمال شده است. در [13] یک کنترل کننده مقاوم و پایدار جدید برای وضعیت کوادروتور ارائه شده که ترکیبی از خطی سازی فیدبک و استراتژی کنترل LQR (Linear Quadratic Regulator) است. این روش در ابتدا برای پایدارسازی وضعیت کوادروتور در برابر اغتشاش استفاده شده است. شبیه سازی ها نشان دهنده پایداری و مقاوم بودن سیستم کنترل در شرایط نامی است. علاوه بر این، یک اغتشاش محدود به سیستم در حالت پرواز اضافه شده و نتایج نشان دهنده رفتار موفق کنترل کننده پیشنهادی بوده است.

قبلاً، نیز رویکردهایی مانند کنترل PID (Proportional-Integral-Derivative) [14]، کنترل مد لغزشی [15]، کنترل پسگام [16]، کنترل تطبیقی [17,18]، دینامیک معکوس غیرخطی NID (Nonlinear Inverse Dynamics) [19] و خطی سازی فیدبک [20] برای طراحی کنترل کننده کوادروتورهای معمولی مطرح شده است، اما این رویکردها تاکنون برای کوادروتور گام متغیر استفاده نشده است که در این تحقیق به بررسی یکی از این رویکردها که خطی سازی فیدبک تطبیقی است پرداخته می شود.

تحقیق حاضر توسعه یک مدل دینامیکی پرواز برای

کوادرورتور گام متغیر را بررسی می‌نماید. تئوری عنصر تیغه CBT همراه با تئوری مومنتوم برای تخمین تراست و گشتاور هر یک از روتورها به عنوان عملکرد زاویه‌ای تیغه جهت توسعه یک مدل مکانیکی پرواز ساده استفاده می‌شود و از کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی مستقیم جهت کنترل کوادرورتور گام متغیر استفاده می‌شود. به‌طور کلی این تحقیق دو موضوع را مد نظر دارد: (۱) ایجاد مدل دینامیکی برای کوادرورتور گام متغیر و (۲) طراحی یک کنترل‌کننده خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی برای پایدارسازی و ردیابی مسیر در برابر تغییرات مدل سیستم.

ساختار کلی مقاله به‌صورت زیر است:

در بخش ۲ به بیان ویژگی‌های کوادرورتور گام متغیر اشاره شده است. در بخش ۳ نحوه مدل‌سازی کوادرورتور گام متغیر به‌طور کامل بیان گردیده است و در بخش ۴ به طراحی کنترل‌کننده خطی‌سازی فیدبک و طراحی کنترل‌کننده خطی‌سازی فیدبک تطبیقی پرداخته شده است. در بخش ۵ نتایج حاصل از شبیه‌سازی کوادرورتور گام متغیر با کنترل‌کننده‌های پیشنهادی ذکر شده است. در این بخش مقایسه عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده با کنترل PID و NID نیز انجام شده است. نهایتاً در بخش ۶ نتیجه‌گیری ارائه شده است.

ویژگی‌های کوادرورتور گام متغیر

در ابتدا به بیان معنی گام متغیر در کوادرورتور گام متغیر پرداخته می‌شود. اصطلاح گام از فاصله بین دو دندان یک پیچ گرفته شده است، به‌نحوی که با یک دور چرخش پیچ به میزان یک دندان در امتداد محور عمود بر آن، حرکت به میزان یک گام اتفاق می‌افتد. در سیستم‌هایی با ملخ دوار مثل کوادرورتور گام از زاویه ملخ‌های کوادرورتور نسبت به هم حاصل می‌شود. در کوادرورتور گام ثابت امکان تغییر زاویه ملخ‌های روتورها

وجود ندارد و زاویه ملخ‌های روتورها ثابت است و تنها با کم‌وزیاد شدن سرعت آن‌ها می‌توان نحوه حرکت کوادرورتور را کنترل نمود. این در حالی است که گام متغیر به معنای امکان تغییر زاویه ملخ‌های روتور است. در کوادرورتور گام متغیر، سرعت روتورها ثابت و با تغییر زاویه ملخ‌های روتورها حرکت کوادرورتور کنترل می‌شود.

یک ملخ گام متغیر، یک نوع سیستم با بهره‌گیری از یک طرز کار مکانیکی برای تغییر گام ملخ‌های روتور است [21] که در کوادرورتور گام متغیر مورد استفاده قرار گرفته‌است که ویژگی‌هایی را برای کوادرورتور گام متغیر در مقایسه با کوادرورتور گام ثابت به ارمغان آورده است. ویژگی‌های ناشی از اضافه کردن ملخ‌های گام متغیر به کوادرورتور [22] عبارت‌اند از:

۱. در مقایسه با کوادرورتور معمولی که با تغییر سرعت روتورها کنترل می‌شود، در کوادرورتور گام متغیر برای کنترل از تغییر زاویه گام روتور استفاده می‌شود که پهنای باند کنترلی بزرگ‌تری را فراهم می‌کند؛
۲. اجازه استفاده از موتورهای بنزینی را می‌دهد که سبب افزایش چشمگیر مداومت پروازی آن در مقایسه با کوادرورتور با تغذیه باتری می‌شود؛
۳. امکان ایجاد نیروی معکوس توسط روتورها که باعث چابکی بیشتر و مانورپذیری و تحمل در برابر باد می‌شود و پرواز وارونه را به علت ایجاد نیروی منفی امکان‌پذیر می‌کند؛
۴. توسط تغییر زاویه تجمعی ملخ‌های روتور کنترل می‌شود.

۵. همه روتورها در یک سرعت راه‌اندازی می‌شوند. در شکل (۱) ساختار روتور با ملخ‌های گام متغیر نشان داده شده است و در شکل (۲) نمایی از ساختار یک کوادرورتور گام متغیر نشان داده شده است.

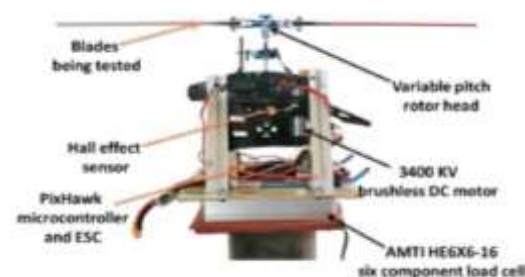
مواردی مانند اشباع عملگر برای هر دو نوع کوادروتور ممکن است رخ دهد. در کوادروتور گام ثابت، اشباع عملگر رسیدن سرعت روتورها به محدوده حداکثر سرعت خود و برای کوادروتور گام متغیر، اشباع عملگر به معنی رسیدن زاویه ملخ‌ها به حداکثر میزان ممکن تغییرات زاویه است. به‌طورکلی برای کوادروتورهای گام ثابت در مقایسه با کوادروتورهای گام متغیر در پروازهای با مانور شدید و تغییرات ناگهانی جهت و موقعیت، برای تبعیت از ورودی مرجع احتمال به اشباع رفتن بیشتر شده که کُندی پاسخ یا عملکرد نسبتاً نامناسب ردیابی را به دنبال خواهد داشت. این امر در کوادروتورهای گام متغیر نوعاً کمتر اتفاق می‌افتد.

مدل‌سازی کوادروتور گام متغیر

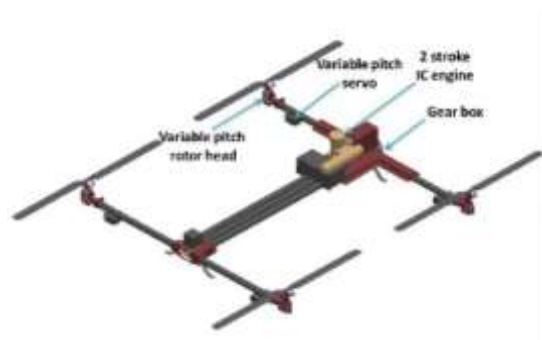
در این بخش، ابتدا روش کنترل کوادروتور گام متغیر که به‌طور قابل توجهی متفاوت از کوادروتور معمولی مبتنی بر پروانه‌های گام ثابت است، مورد بررسی قرار گرفته و معادلات نیوتن-اوایلر شش درجه آزادی (Six Degrees of Freedom) کوادروتور گام متغیر استخراج می‌شود.

روشی برای کنترل [23,24]

کنترل اولیه حرکت‌های مختلف (سه حرکت رول، پیچ و یاو) با تغییر نیروی روتورهای مختلف در ترکیب‌های مختلف به دست آمده است. این قضیه برای کنترل کوادروتور با کنترل گام متغیر نیز صدق می‌کند. تغییر در نیرو برای هر روتور با تغییر زاویه گام روتور مربوطه از تمام پروانه‌ها است. لازم به یادآوری است که تمام روتورها با همان سرعت نامی عمل می‌کنند که در مقدار مشخص شده برای تنظیم مقدار پایه رانش تنظیم می‌شود. حرکت به بالا و پایین به‌راحتی با افزایش یا کاهش زاویه‌های گام برای تمام روتورها به‌طور هم‌زمان و کلی، کنترل می‌شود.



شکل (۱): ساختار روتور با ملخ‌های گام متغیر [22]



شکل (۲): نمایی از ساختار یک کوادروتور گام متغیر [22]

شباهت کوادروتور گام متغیر با کوادروتور معمولی

عبارت است از:

۱. کنترل اولیه از طریق تغییر در نیروی روتورها به دست می‌آید.

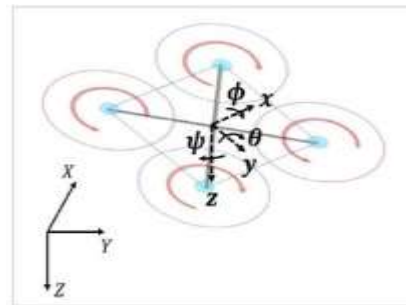
تفاوت‌های کوادروتور گام متغیر با کوادروتور معمولی عبارت است از:

۱. تغییر در گشتاور به‌وسیله تغییر در زاویه تجمعی ملخ‌های روتورها به دست می‌آید؛
۲. همه روتورها در یک سرعت نامی راه‌اندازی می‌شوند.

برخی از محدودیت‌های کنترل گام ثابت، صرف‌نظر از کنترل‌کننده، مربوط به ساختار مکانیکی است. بدیهی است مکانیزم‌های پیچیده‌تر، از جمله طراحی کوادروتور با کنترل گام متغیر، از نظر طراحی و ساخت مکانیکی دارای مزایایی هستند که البته نیازمند طراحی کنترل متناسب نیز می‌باشند. هدف اصلی از بیان عبارات فوق این است که برای داشتن کوادروتور با قابلیت مانور بالاتر، استفاده از کوادروتور با گام متغیر نیاز است.

حرکت شناسی [23-25]

برای توصیف دینامیک بدنه صلب، دو مختصات برای سیستم کوادروتور، مشابه شکل (۳)، استفاده شده است:



شکل (۳): دستگاه مختصات استفاده شده برای توسعه رابطه

حرکت [23]

معادلات دینامیکی کوادروتور گام متغیر

رابطه بدنه کوادروتور را می توان با استفاده از قوانین مومنتوم خطی و پایستگی زاویه حرکتی به دست آورد [23-36]. نیروهایی که بر یک کوادروتور عمل می کنند می توانند به عنوان مجموع نیروی گرانشی، نیروهای آیرودینامیکی و نیروهای دافعه در نظر گرفته شوند. در حال حاضر، نیروهای پیشران (نیرو و گشتاور موتور) و نیروهای گرانشی، نیروهای غالب فرض می شوند. نیروهای آیرودینامیک (مانند بالابر و کششی) که روی بدنه عمل می کنند، چون بسیار کوچک هستند، نادیده گرفته می شوند.

معادلات حرکت خطی مرکز ثقل برابر است با:

$$\begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{T}{m} \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (۳)$$

که m جرم کوادروتور و g ثابت گرانشی زمین است. در اینجا، $T = u_1$ تراست ناشی از کل روتورها است. رابطه (۴) دینامیک انتقالی کوادروتور را در محور مختصات ثابت بیان می کند. به طور مشابه، دینامیک انتقالی می تواند در مختصات اینرسیایی به صورت زیر بیان شوند.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{u_1}{m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (۴)$$

توجه داشته باشید که دینامیک های انتقالی در هر دو مختصات بدنه و اینرسیایی برای کاربرد آن در طراحی کنترل ارائه شده اند. می توان فرض کرد که کوادروتور نسبت به محورهای x و y متقارن باشد. دینامیک چرخشی به شرح زیر است.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_y - I_z}{I_x} q r + \frac{J_r \omega_r}{I_x} q \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} p r - \frac{J_r \omega_r}{I_y} p \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} p q + \frac{J_r \omega_r}{I_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} u_2 \\ \frac{1}{I_y} u_3 \\ \frac{1}{I_z} u_4 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

مختصات بدنه ثابت و اینرسیایی تمام مقادیر فیزیکی بین دو سیستم مختصات با استفاده از زوایای کلاسیک اویلر (ϕ, θ, ψ) (رول، پیچ، یاو) (Roll, Pitch, Yaw) تغییر می کنند. عبارت زیر بیانگر سرعت کوادروتور در این دو مختصات است.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$R =$

$$\begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\theta s\psi - c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

جایی که $c\beta \triangleq \cos \beta$ و $s\beta \triangleq \sin \beta$ هستند.

(u, v, w) سرعت اجزا در مختصات بدنه و (x, y, z) عناصر سرعت در مختصات اینرسیایی است. به طور مشابه، عبارت زیر، نرخ بدنه را به نرخ زاویه اویلر مربوط می کند. (p, q, r) سرعت های زاویه ای در مختصات بدنه هستند.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{s\phi s\theta}{c\theta} & \frac{c\phi s\theta}{c\theta} \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\ddot{z} = \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \cos(\theta)) - g$$

$$\ddot{\varphi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{1}{I_x} u_2$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\psi} \dot{\varphi} \frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{1}{I_y} u_3$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\varphi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{1}{I_z} u_4 \quad (7)$$

$$\varphi, \theta, \psi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

معادلات دینامیکی روتور

معادلات تعادل تراست و مومنتوم برای پیکربندی H (مشابه پیکربندی "X") در مورد وضعیت به دست آمده است که در زیر نشان داده شده است. تئوری عنصر تیغه همراه با تئوری مومنتوم برای محاسبه تراست و گشتاور هر روتور به عنوان تابع ضریب تراست استفاده می شود [23,24,29].

برای کوادروتور معمولی، متغیر فرمان های کنترلی پرنده که از تغییرات مقدار تراست و گشتاور مجموعه پیشران به دست می آیند به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = K_c \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} lb & lb & lb & lb \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ lb & 0 & -lb & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \quad (8)$$

متغیرهای b و d به ترتیب ضریب اصطکاک و ضریب تصحیح نیرو به گشتاور هستند.

برای کوادروتور گام متغیر فرمان های کنترلی که از تغییرات مقدار تراست و گشتاور مجموعه پیشران به دست می آیند به صورت زیر است:

$$u_1 = K(C_{T_1} + C_{T_2} + C_{T_3} + C_{T_4})$$

$$u_2 = Kd(C_{T_1} - C_{T_2} - C_{T_3} + C_{T_4})$$

$$u_3 = Kd(C_{T_1} + C_{T_2} - C_{T_3} - C_{T_4})$$

روابط (2)، (3)، (4) و (5) با هم نشان دهنده رابطه کامل شش درجه آزادی برای کوادروتور گام متغیر هستند. در نتیجه مدل نهایی کوادروتور گام متغیر [27,28] به صورت زیر است:

$$\ddot{x} = \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\varphi) \sin(\psi))$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cos(\psi))$$

$$\ddot{z} = \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \cos(\theta)) - g$$

$$\ddot{\varphi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta} \omega_r + \frac{1}{I_x} u_2$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\psi} \dot{\varphi} \frac{I_z - I_x}{I_y} - \frac{I_r}{I_y} \dot{\varphi} \omega_r + \frac{1}{I_y} u_3$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\varphi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{1}{I_z} u_4 \quad (6)$$

$$\varphi, \theta, \psi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ و } \omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4$$

I_z, I_y, I_x به ترتیب مومنتوم های اینرسی در راستای محورهای x, y, z بوده و l طول هر روتور تا مرکز جرم کوادروتور است. ω_r باقیمانده کلی سرعت زاویه ای روتورها است و ω_i $i = 1, 2, 3, 4$ سرعت زاویه ای روتور i ام است که در کوادروتور گام متغیر چون همه روتورها در یک سرعت زاویه ای ثابت راه اندازی می شوند مقدار ω_r برابر صفر خواهد بود.

مومنتوم های روی بدنه کوادروتور گام متغیر به طور قابل توجهی کوچک هستند و هیچ مومنتوم ژيروسکوپی که روی وسیله عمل کند وجود ندارد زیرا سرعت همه روتورها یکی است و دو روتور در یک جهت می چرخند و دو روتور دیگر در خلاف جهت می چرخند که باعث تعادل مومنتوم های ژيروسکوپی می شود.

در نتیجه با توجه به مطالب ذکر شده مدل ساده شده کوادروتور گام متغیر به صورت زیر بیان می شود:

$$\ddot{x} = \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\varphi) \sin(\psi))$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cos(\psi))$$

به معادلات فضای حالت کوادروتور که در رابطه (۶) شرح داده شده است، چهار حالت کوادروتور که بیانگر ارتفاع و وضعیت $(z, \varphi, \theta, \psi)$ آن می‌باشند به‌طور مستقیم با ورودی‌های (u_1, u_2, u_3, u_4) کنترل می‌شوند اما جهت کنترل حالت‌های (x, y) ورودی مستقل وجود ندارد. برای مواجهه با زیرتحریکی، ورودی‌های مجازی در معادلات موقعیت کوادروتور تعیین شده است که تعیین آن‌ها توسط کنترل‌کننده منجر به تعیین رفتار ایده‌آل وضعیت کوادروتور می‌شود.

ورودی‌های مجازی به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\varphi) \sin(\psi)) \\ u_y &= \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cos(\psi)) \\ u_z &= \frac{u_1}{m} (\cos(\varphi) \cos(\theta)) - g \\ u_1 &= \frac{m}{(\cos(\varphi) \cos(\theta))} (u_z + g) \\ \phi_c &= \sin^{-1} \left(\frac{m}{u_1} u_x \sin \psi - \frac{m}{u_1} u_y \cos \psi \right) \\ \theta_c &= \sin^{-1} \left(\frac{m}{u_1} u_x \cos \psi + \frac{m}{u_1} u_y \sin \psi \right) \end{aligned} \quad (13)$$

طراحی کنترل کننده طراحی کنترل خطی سازی فیدبک برای کوادروتور گام متغیر

از آنجایی که کوادروتور یک سیستم زیرتحریک است باید ۴ خروجی برای کنترل انتخاب شوند که در اینجا متغیرهای خروجی به‌صورت x, y, z و ψ در نظر گرفته می‌شوند. [18], [30] به این صورت با توجه به معادلات کوادروتور مشاهده می‌گردد که u_2 و u_3 در معادلات حالت خروجی‌های انتخابی ظاهر نمی‌گردد. بنابراین برای ظاهر شدن این عبارات باید از معادلات مشتق گرفته شود، در نتیجه طراحی کنترل کننده خطی سازی فیدبک محاسبات پیچیده شده و در مقابل نویز حساس خواهد بود. برای کاهش مشتق‌گیری‌های

$$u_4 = \frac{KR}{\sqrt{2}} \left(C_{T_1}^{\frac{3}{2}} - C_{T_2}^{\frac{3}{2}} + C_{T_3}^{\frac{3}{2}} - C_{T_4}^{\frac{3}{2}} \right) \quad (9)$$

که ρ, R, d به ترتیب برابر ضریب فضا، شعاع روتور و طول بازوی کوادروتور و $K = v_{tip} = \omega R$ و $\rho \pi v_{tip}^2 R^2$ و $T_i = \rho \pi v_{tip}^2 R^2 C_{T_i}$ است. ω سرعت زاویه‌ای روتور است. C_{T_i} ضریب تراست i امین روتور است. رابطه بین ضریب تراست، C_T ، از $(i = 1, 2, 3, 4)$ هر روتور و زاویه گام تجمعی روتور (θ_0) برای یک تیغه بازه مستطیل شکل می‌تواند با استفاده از نظریه عنصر تیغه و حرکت به دست آید:

$$\theta_{0i} = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (10)$$

که $\sigma = \frac{N_b C}{\pi R}$ است، N_b تعداد تیغه‌ها است و C طول وتر ملخ روتور $C_{l\alpha}$ ضریب نیروی تراست است.

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_{T_1} \\ \dot{C}_{T_2} \\ \dot{C}_{T_3} \\ \dot{C}_{T_4} \end{bmatrix} = Th^{-1} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{u}_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

جایی که Th ماتریس ضریب تراست و به شرح زیر است:

$$Th = \begin{bmatrix} K & K & K & K \\ Kl & -Kl & -Kl & Kl \\ Kl & Kl & -Kl & -Kl \\ 3KR \sqrt{\frac{C_{T_1}}{2}} & -3KR \sqrt{\frac{C_{T_2}}{2}} & 3KR \sqrt{\frac{C_{T_3}}{2}} & 3KR \sqrt{\frac{C_{T_4}}{2}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

هنگامی که ورودی کنترل مجازی $U = [C_{T_1}, C_{T_2}, C_{T_3}, C_{T_4}]^T$ به دست می‌آید، با دینامیک‌های سیستم ادغام می‌شود تا ضرایب تراست به دست آید. برای ضرایب تراست داده شده، می‌توان زاویه گام دلخواه را با حل رابطه (۱۰) برای هر روتور به دست آورد.

مواجهه با زیر تحریکی

کوادروتور به دلیل داشتن ۶ خروجی در ازای ۴ ورودی کنترل جزء مسائل زیر تحریک است. به بیان دیگر با توجه

می‌شوند و ورودی‌های کنترلی سیستم تعمیم‌یافته رابطه (۲۰) است که ورودی‌های کنترلی کمکی و دینامیک‌های خطا به ترتیب به صورت معادلات (۱۷) و (۱۸) هستند.

$$x^{(3)} = \left(\frac{1}{m}\right)(\dot{u}_1 \cos \varphi \sin \theta - u_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta + u_1 \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi) \quad (16)$$

$$x^{(4)} = \left(\frac{1}{m}\right)(\ddot{u}_1 \cos \varphi \sin \theta - 2\dot{u}_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta + 2\dot{u}_1 \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - u_1 \ddot{\theta}^2 \sin \theta \cos \varphi + u_1 \ddot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - u_1 \ddot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta - u_1 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi \sin \theta - 2u_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \dot{\theta} \cos \theta)$$

$$y^{(3)} = \left(-\frac{1}{m}\right)(-\dot{u}_1 \sin \varphi - u_1 \dot{\varphi} \cos \varphi)$$

$$y^{(4)} = \left(-\frac{1}{m}\right)(\ddot{u}_1 \sin \varphi + 2\dot{u}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - u_1 \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + u_1 \ddot{\varphi} \cos \varphi)$$

$$z^{(3)} = \left(\frac{1}{m}\right)(\dot{u}_1 \cos \theta \cos \varphi - u_1 \dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi - u_1 \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi)$$

$$z^{(4)} = \left(\frac{1}{m}\right)(\ddot{u}_1 \cos \theta \cos \varphi - 2\dot{u}_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \cos \theta - 2\dot{u}_1 \dot{\theta} \cos \varphi \sin \theta - u_1 \ddot{\varphi} \sin \varphi \cos \theta - u_1 \cos \theta \cos \varphi (\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2) - u_1 \ddot{\theta} \cos \varphi \sin \theta + 2u_1 \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta)$$

$$\begin{aligned} v_1 &= x_d^{(4)} - k_{x1}e_x^{(3)} - k_{x2}\ddot{e}_x - k_{x3}\dot{e}_x - k_{x4}e_x \\ v_2 &= y_d^{(4)} - k_{y1}e_y^{(3)} - k_{y2}\ddot{e}_y - k_{y3}\dot{e}_y - k_{y4}e_y \\ v_3 &= z_d^{(4)} - k_{z1}e_z^{(3)} - k_{z2}\ddot{e}_z - k_{z3}\dot{e}_z - k_{z4}e_z \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} e_x^{(4)} - k_{x1}e_x^{(3)} - k_{x2}\ddot{e}_x - k_{x3}\dot{e}_x - k_{x4}e_x &= 0 \\ e_y^{(4)} - k_{y1}e_y^{(3)} - k_{y2}\ddot{e}_y - k_{y3}\dot{e}_y - k_{y4}e_y &= 0 \\ e_z^{(4)} - k_{z1}e_z^{(3)} - k_{z2}\ddot{e}_z - k_{z3}\dot{e}_z - k_{z4}e_z &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

پیچیده، با فرض کوچک بودن ψ و فرض تقارن و $\omega_r = 0$ ، معادلات حالت ساده‌شده و به صورت معادلات (۱۴) و (۱۵) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{u_1}{m}(\cos(\varphi) \sin(\theta)) \\ \ddot{y} &= \frac{u_1}{m}(-\sin(\varphi)) \\ \ddot{z} &= \frac{u_1}{m}(\cos(\varphi) \cos(\theta)) - g \\ \ddot{\varphi} &= \frac{1}{I_x}u_2 \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y}u_3 \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z}u_4 \end{aligned} \quad (14)$$

رفتار متغیرهای حالت باقی مانده φ و θ بعد از کنترل x, y, z و ψ تنها به ورودی‌های کنترلی u_2 و u_3 وابسته است.

با توجه به معادلات مربوط به x, y, z و ψ در روابط (۱۴) و (۱۵) بردار درجات نسبی برابر است با $\{r_1, r_2, r_3, r_4\} = \{3, 3, 3, 3\}$. مجموع درجات نسبی ۱۲ است، با این حال ابعاد سیستم برابر ۱۶ است. بنابراین این کنترل کننده دینامیک صفر خواهد داشت و باید پایداری این دینامیک‌های صفر تحلیل شوند. طبق نکته ۱ در [13] برای اجتناب از دینامیک صفر، دو انتگرال گیر بر سر راه u_1 قرار می‌گیرد. با هر انتگرال گیر ابعاد سیستم یک واحد افزایش و $\{r_2, r_3, r_4\}$ نیز هر کدام یک واحد افزایش دارند و در نهایت درجات نسبی با ابعاد سیستم برابر خواهند شد.

$\{r_1, r_2, r_3, r_4\} = \{3, 5, 5, 5\}$ برای دستیابی به کنترل کننده موقعیت x, y, z از معادلات (۱۴) تا جایی مشتق گرفته می‌شود که u_2 و u_3 ظاهر شوند. در این حالت در مشتق دوم روابط $u_3 = \frac{I_y \ddot{\theta}}{1}$ و $u_2 = \frac{I_x \ddot{\varphi}}{1}$ مشتقات معادلات (۱۴) به صورت معادلات (۱۶) خواهد بود و به صورت ماتریسی به صورت رابطه (۱۹) نوشته

با توجه به محدوده عملکرد معکوس ماتریس استفاده شده در رابطه (۲۰) وجود دارد. برای کنترل ψ یک کنترل کننده PD به صورت (۲۱) در نظر گرفته می شود که در آن $k_{\psi 1}$ و $k_{\psi 2}$ به ترتیب بهره های مشتقی و تناسبی هستند که در شبیه سازی برابر ۱ در نظر گرفته شده اند.

$$u_4 = \ddot{\psi}_d + k_{\psi 1}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + k_{\psi 2}(\psi_d - \psi) \quad (21)$$

کنترل کننده خطی سازی فیدبک تطبیقی

مستقیم

از آنجاکه حذف دقیق دینامیک های غیر خطی، همان طور که در خطی سازی فیدبک نیاز است، در حالت عملی دشوار بوده و به علاوه پارامترهای سیستم می تواند متغیر با زمان باشد. برای این کار یک روش کنترلی تطبیقی غیر خطی مستقیم ارائه می گردد. پایداری مجانبی این روش توسط یک متغیر مبتنی بر تئوری لیپانوف اثبات شده است.

روش تطبیقی، عملکرد خطی سازی فیدبک را مستقیماً توسط کاهش خطای ردیابی بهبود می بخشد. این کار با اصلاح پارامترها و در نهایت بهره های کنترل کننده، مبتنی بر خطای ردیابی انجام می شود. هدف کنترل کننده، کاهش خطای ردیابی است، نه لزوماً خطای تخمین پارامترها. باین حال اگر ورودی ها به اندازه کافی غنی باشند، مقادیر صحیح پارامترها نیز در تخمین به دست خواهند آمد.

کنترل خطی سازی فیدبک تطبیقی. سیستم مکانیکی

به صورت زیر تعریف می شود که M و C توابع غیر خطی بوده که نسبت به پارامترهای p خطی هستند و دینامیک های سیستم را توصیف می کنند [۳۲، ۳۱] x حالت ها و τ گشتاورهای ورودی است:

$$\tau = M(x, p)\ddot{x} + C(x, \dot{x}, p) \quad (22)$$

ماتریس اثر جرمی و شتاب کوریولیس به صورت زیر تعریف می شوند:

که در آن $k_{ij}, i = \{x, y, z\}, j = \{1, 2, 3, 4\}$ بهره های انتخابی برای دستیابی به دینامیک خطای پایداری سیستم ساده شده هستند و $e_i = i - i_d, i = \{x, y, z\}$ تعریف می شود.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}^4 \\ \ddot{y}^4 \\ \ddot{z}^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \\ B_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$B_{11} = \left(\frac{1}{m}\right) (-2\dot{u}_1 \dot{\phi} \sin \phi \sin \theta +$$

$$2\dot{u}_1 \dot{\theta} \cos \theta \cos \phi -$$

$$u_1 \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \phi - u_1 \dot{\phi}^2 \cos \phi \sin \theta -$$

$$2u_1 \dot{\phi} \sin \phi \dot{\theta} \cos \theta)$$

$$B_{21} = \left(-\frac{1}{m}\right) (2\dot{u}_1 \dot{\phi} \cos \phi - u_1 \dot{\phi}^2 \sin \phi)$$

$$B_{31} = \left(\frac{1}{m}\right) (-2\dot{u}_1 \dot{\phi} \sin \phi \cos \theta -$$

$$2\dot{u}_1 \dot{\theta} \cos \phi \sin \theta - u_1 \cos \theta \cos \phi (\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2) +$$

$$2u_1 \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \sin \theta)$$

$$A_{11} = \left(\frac{1}{m}\right) \cos \phi \sin \theta$$

$$A_{12} = \left(\frac{1}{m}\right) u_1 \sin \phi \cos \theta \frac{1}{I_x}$$

$$A_{13} = \left(\frac{1}{m}\right) u_1 \cos \theta \cos \phi \frac{1}{I_y}$$

$$A_{21} = \left(\frac{1}{m}\right) \cos \theta \cos \phi$$

$$A_{22} = -\left(\frac{1}{m}\right) u_1 \cos \phi \frac{1}{I_x}$$

$$A_{23} = 0$$

$$A_{31} = \left(\frac{1}{m}\right) \cos \theta \cos \phi$$

$$A_{32} = -\left(\frac{1}{m}\right) u_1 \cos \theta \sin \phi \frac{1}{I_x}$$

$$A_{33} = -\left(\frac{1}{m}\right) u_1 \sin \theta \cos \phi \frac{1}{I_y}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -B_{11} + v_1 \\ -B_{21} + v_2 \\ -B_{31} + v_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

ماتریس های دینامیکی (رابطه (۲۲)) با توجه به پارامترهای p خطی هستند. بنابراین، دینامیک در جملات خطا می تواند به صورت رابطه (۳۲) بازنویسی شود.

$$\tilde{M}(x, \Phi)\ddot{x} + \tilde{C}(x, \dot{x}, \Phi) = W(x, \dot{x}, \ddot{x})\Phi \quad (32)$$

جایی که W یک ماتریس غیرخطی است که دینامیک های خطا را در بر می گیرد. بنابراین، دینامیک های سیستم از رابطه (۳۱) می تواند به صورت رابطه (۳۳) نوشته شود:

$$\ddot{E} - k_v \dot{E} - k_p E = -\tilde{M}(x, \hat{p})^{-1} W(x, \dot{x}, \ddot{x})\Phi \quad (33)$$

که می توان در رابطه (۳۲)، W را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$W(x, \dot{x}, \ddot{x}) = \begin{bmatrix} \frac{-\ddot{z}+g}{\cos \theta \sin \phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddot{\phi} & \dot{\theta} \dot{\psi} & -\dot{\theta} \dot{\psi} \\ 0 & -\dot{\phi} \dot{\psi} & \ddot{\theta} & \dot{\phi} \dot{\psi} \\ 0 & \dot{\theta} \dot{\phi} & -\dot{\theta} \dot{\phi} & \ddot{\psi} \end{bmatrix} \quad (34)$$

اگر رابطه (۳۳) به صورت یک سیستم درجه دو در نظر گرفته شود که سمت چپ آن ورودی u بوده و E خروجی سیستم باشد، یک تحقق از آن به صورت (۳۵) نوشته می شود که در آن A ماتریس هریتز و زوج (A, C_1) رؤیت پذیر است. همچنین این تحقق به نحوی انتخاب می شود که لم کالمن-یاکوبوویچ-پوپوف را با تعریف خروجی جدید E_1 برآورده کند:

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= AZ + Bu, \quad u = -\tilde{M}^{-1}W\Phi \\ E &= C_1 Z \end{aligned} \quad (35)$$

در تعریف خروجی جدید، Ψ پارامتر تنظیم است. رابطه خروجی جدید به صورت (۳۷) به دست خواهد آمد:

$$E_1 = \dot{E} + \Psi E \quad (36)$$

$$E_1 = CZ \quad (37)$$

لم کالمن-یاکوبوویچ-پوپوف بیان می کند که تحقق مورد نظر به نحوی است که در روابط زیر صدق می کند

$$M = \begin{bmatrix} m \times I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \omega_B \times (mV_B) \\ \omega_B \times (I\omega_B) \end{bmatrix}$$

که در آن ω_B و V_B به ترتیب بردار سرعت زاویه ای و سرعت خطی در مختصات محلی هستند، به طوری که $\omega_B = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ و $V_B = [V_x \ V_y \ V_z]^T$

دینامیک های فوق با کنترل کننده ی خطی سازی فیدبک کنترل می شوند:

$$u = \tau = M(x, p)\ddot{x}^* + C(x, \dot{x}, p) \quad (23)$$

جایی که $\ddot{x}^*$ به این شکل انتخاب می شود:

$$\ddot{x}^* = \ddot{x}_d - k_v \dot{E} - k_p E \quad (24)$$

$\ddot{x}_d$ شتاب مطلوب حالت ها است و E و $\dot{E}$ خطای موقعیت و سرعت حالت را نشان می دهند:

$$E = x_d - x \quad (25)$$

$$\dot{E} = \dot{x}_d - \dot{x} \quad (26)$$

K_p و K_v بهره هایی برای جانشین قطب های دینامیک های حلقه بسته خطی در سمت چپ صفحه مختصات هستند. باین حال در رابطه (۲۲) M و C نسبت به خطای پارامتری نامشخص اند و به صورت زیر تخمین زده خواهند شد:

$$\tau = \tilde{M}(x, \hat{p})\ddot{x}^* + \tilde{C}(x, \dot{x}, \hat{p}) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= M - \hat{M} \\ \tilde{C} &= C - \hat{C} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\Phi = p - \hat{p} \quad (29)$$

Φ خطای تخمین پارامترهاست و با جایگذاری رابطه (۲۷) در (۲۲) داریم:

$$\tilde{M}(x, \Phi)\ddot{x} + \tilde{C}(x, \dot{x}, \Phi) = \tilde{M}(x, \hat{p})(\ddot{x}_d - k_v \dot{E} - k_p E) \quad (30)$$

دینامیک های خطا:

$$\begin{aligned} (\ddot{E} - k_v \dot{E} - k_p E) &= -\tilde{M}^{-1}(\tilde{M}(x, \Phi)\ddot{x} + \\ &\quad \tilde{C}(x, \dot{x}, \Phi)) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\tau = M^q(x^q, p^q) \ddot{x}^{q*} + C^q(x^q, \dot{x}^q, p^q) \quad (45)$$

$$\tau^q = \begin{bmatrix} u^q \\ \tau_{\phi}^q \\ \tau_{\theta}^q \\ \tau_{\psi}^q \end{bmatrix}$$

$$M^q(x, p^q) = \begin{bmatrix} -\frac{m}{c\theta c\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

$$C^q(x^q, \dot{x}^q, p^q) = \begin{bmatrix} \frac{mg}{c\theta c\phi} \\ \dot{\theta}\psi(I_y - I_z) \\ \dot{\phi}\psi(I_z - I_x) \\ \dot{\phi}\dot{\theta}(I_x - I_y) \end{bmatrix}$$

بردار پارامترهای ناشناخته به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\hat{p}^q = \begin{bmatrix} p_1^q \\ p_2^q \\ p_3^q \\ p_4^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} \quad (46)$$

انتخاب $\hat{p}$ تضمین می کند که سیستم رابطه (45) در پارامترها، خطی است. هدف کلی این کنترل کننده کاهش خطای ردیابی است.

متغیر $W(x, \dot{x}, \ddot{x})$ به صورت زیر تعریف شده است،

$$W(\ddot{x}^q, \dot{x}^q, x^q) = \begin{bmatrix} -\frac{Z+g}{c\theta c\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddot{\phi} & \ddot{\theta}\psi & -\ddot{\theta}\psi \\ 0 & -\ddot{\phi}\psi & \ddot{\theta} & \ddot{\phi}\psi \\ 0 & \ddot{\theta}\dot{\phi} & -\ddot{\theta}\dot{\phi} & \ddot{\psi} \end{bmatrix} \quad (47)$$

بنابراین، قانون تطبیق پارامتر برای کوادروتور به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{\hat{p}}^q = -\Gamma W^T \hat{M}^{q-1} E_1 \quad (48)$$

جایی که بهره تطبیق Γ و خروجی E_1 به ترتیب در رابطه های (36) و (40) تعریف شده اند. این قانون تطبیق پارامتر، همراه با قانون کنترل در رابطه (45)، می تواند برای تثبیت دینامیک های کوادروتور با پارامترهای نامعین جرم و اینرسی استفاده شود.

به نحوی که ماتریس های P, Q ماتریس های مثبت معین هستند.

$$A^T P + P A = -Q \quad (38)$$

$$P B = C^T \quad (39)$$

انتخاب تابع لیاپانوف که در آن Γ مثبت بوده و بهره ی تطبیق است، به صورت زیر است:

$$V = Z^T P Z + \theta^T \Gamma^{-1} \theta \quad (40)$$

با مشتق گیری از رابطه بالا و با استفاده از لم کالمن-یاکوبوویچ-پوپوف:

$$\dot{V} = \dot{Z}^T P Z + Z^T P \dot{Z} + 2\theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta} \quad (41)$$

$$\dot{V} = (A Z + B u)^T P Z + Z^T P (A Z + B u) + 2\theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}$$

$$\dot{V} = Z^T A^T P Z + u^T B^T P Z + Z^T P A Z + Z^T P B u + 2\theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}$$

$$\dot{V} = -Z^T Q Z + 2u^T E_1 + 2\theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}$$

$$\dot{V} = -Z^T Q Z + 2(-\hat{M}^{-1} W \theta)^T E_1 + 2\theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}$$

$$\dot{V} = -Z^T Q Z - 2\theta^T W^T \hat{M}^{-1} E_1 + 2\theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}$$

و با انتخاب قانون تطبیق به صورت زیر:

$$\dot{\theta} = \Gamma W^T \hat{M}^{-1} E_1 \quad (42)$$

مشتق تابع لیاپانوف در رابطه (37) به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{V} = -Z^T Q Z \quad (43)$$

که رابطه (43) به ازای Q مثبت معین، منفی نیمه-معین خواهد بود؛ و با توجه به اینکه $\theta = p - \hat{p}$ بنابراین $\dot{\hat{p}} = -\dot{\theta}$. لذا، یک قانون تطبیق مناسب به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{\hat{p}} = -\Gamma W^T \hat{M}^{-1} E_1 \quad (44)$$

کنترل خطی سازی فیدبک تطبیقی برای کوادروتور گام متغیر. با توجه به دینامیک های کوادروتور، می توان دینامیک های قابل خطی سازی فیدبک را برای حالت کوادروتور $x^q = [Z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ به دست آورد.

شکل های (۸) تا (۱۱) که به ترتیب نمایان گر نتایج ردیابی موقعیت، وضعیت، ورودی های کنترلی و حرکت سه بعدی مشاهده می گردد که کنترل کننده خطی سازی فیدبک عملکرد مناسبی ندارد و سیستم خطای زیاد دارد که به واگرایی نیز نزدیک می گردد ولی در حالت کنترل خطی سازی فیدبک تطبیقی با تخمین نامعینی، کنترل اصلاح شده و ردیابی به خوبی انجام می شود.

جدول (۱): پارامترهای استفاده شده برای کوادروتور گام متغیر

پارامتر	مقدار
m	2.5 kg
R	0.18 m
c	0.03 m
d	0.3 m
$c_{l\alpha}$	5.23
N_b	2
Ω	282.7 rad/sec
I_x	$2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
I_y	$2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
I_z	$2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
g	9.81(m/s ²)

نتایج شبیه سازی

نتایج شبیه سازی کنترل خطی سازی فیدبک

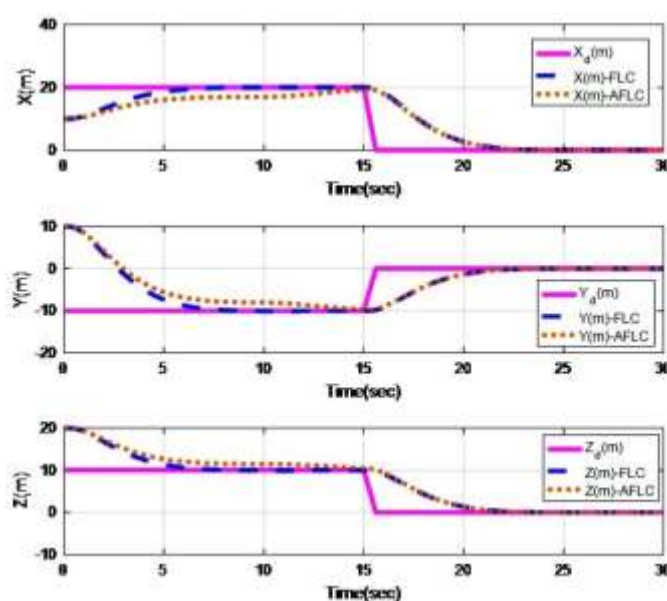
و خطی سازی فیدبک تطبیقی برای

کوادروتور گام متغیر

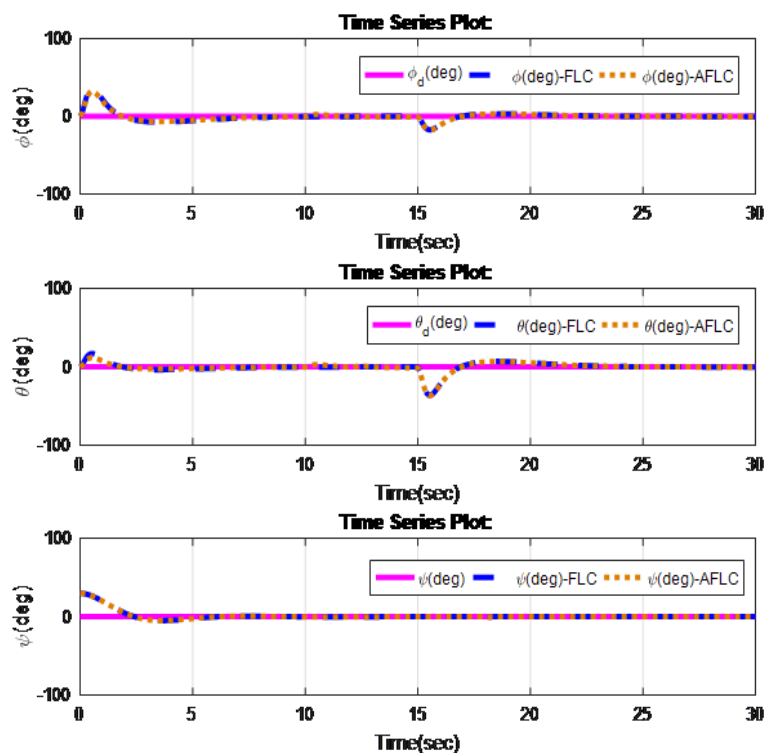
در این بخش نتایج شبیه سازی کنترل کننده خطی سازی فیدبک و کنترل کننده خطی سازی فیدبک تطبیقی کوادروتور گام متغیر ارائه می شود. جدول (۱) نشان دهنده پارامترهای استفاده شده برای کوادروتور گام متغیر است.

در شکل های (۴)، (۵)، (۶) و (۷) به ترتیب نمودارهای مربوط به کنترل موقعیت، وضعیت کوادروتور، ورودی های کنترلی و نمایش سه بعدی ردیابی مسیر توسط کنترل خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی نشان داده شده است. همان طور که در شکل های (۴) و (۵) دیده می شود ردیابی توسط هر دو کنترل کننده به خوبی صورت گرفته است.

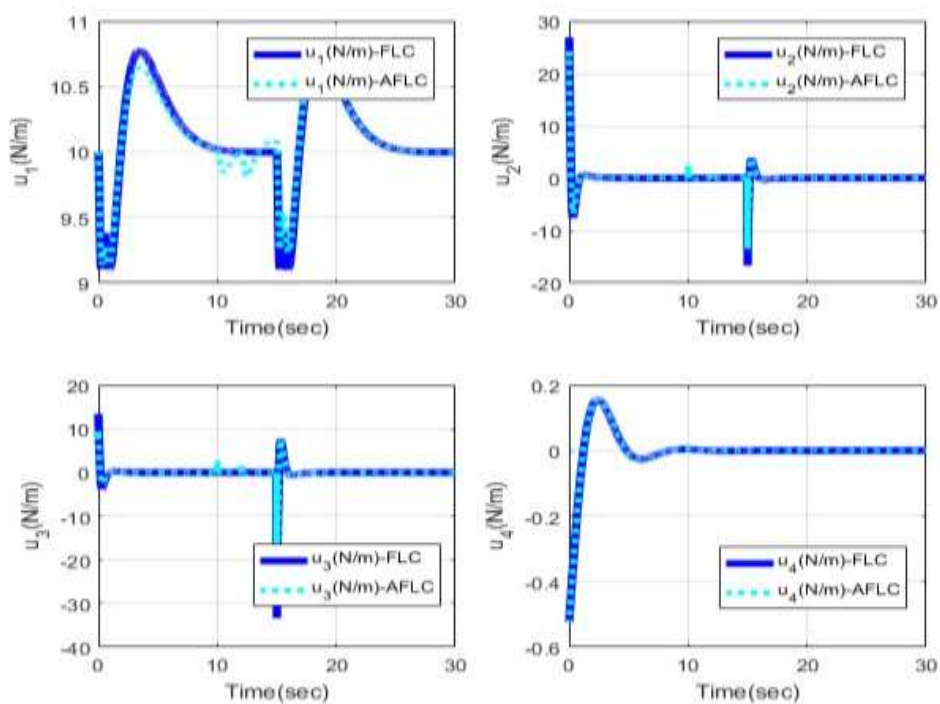
برای مقایسه ی بهتر عملکرد کنترل کننده تطبیقی و نمایان شدن مزیت آن نسبت به حالت استاندارد در میانه حرکت (زمان ۱۵ ثانیه)، جرم جسم از ۲٫۵ کیلوگرم به ۱٫۵ کیلوگرم کاهش داده شده و با توجه به



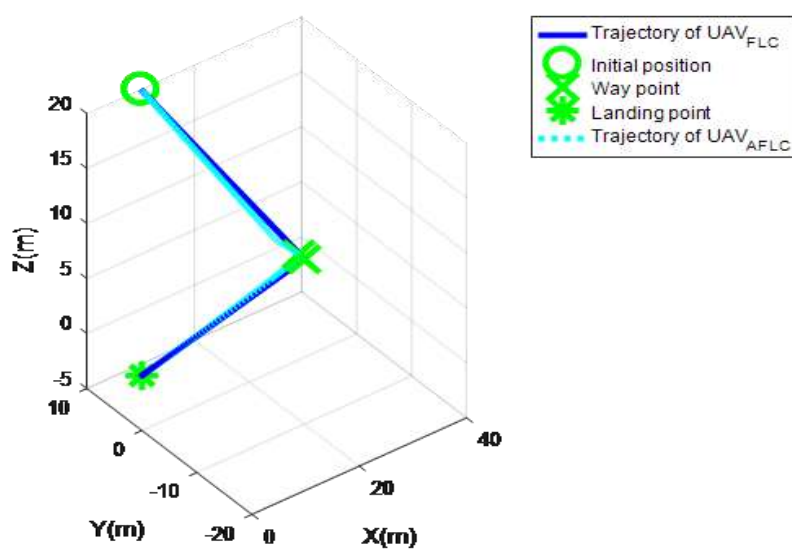
شکل ۴ ردیابی موقعیت با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی



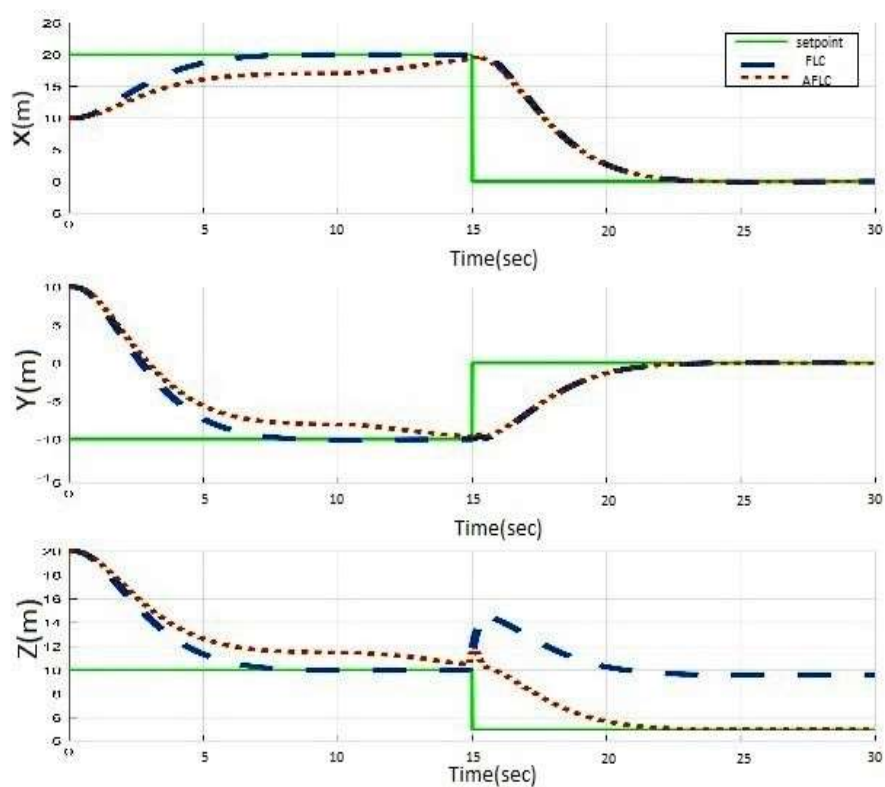
شکل (۵): ردیابی وضعیت با کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی



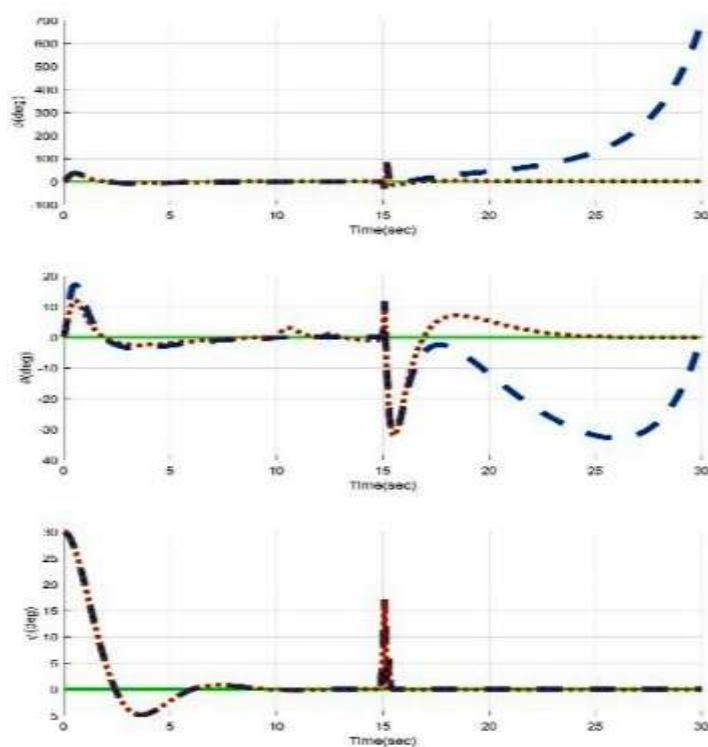
شکل (۶): ورودی‌های کنترلی با کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی



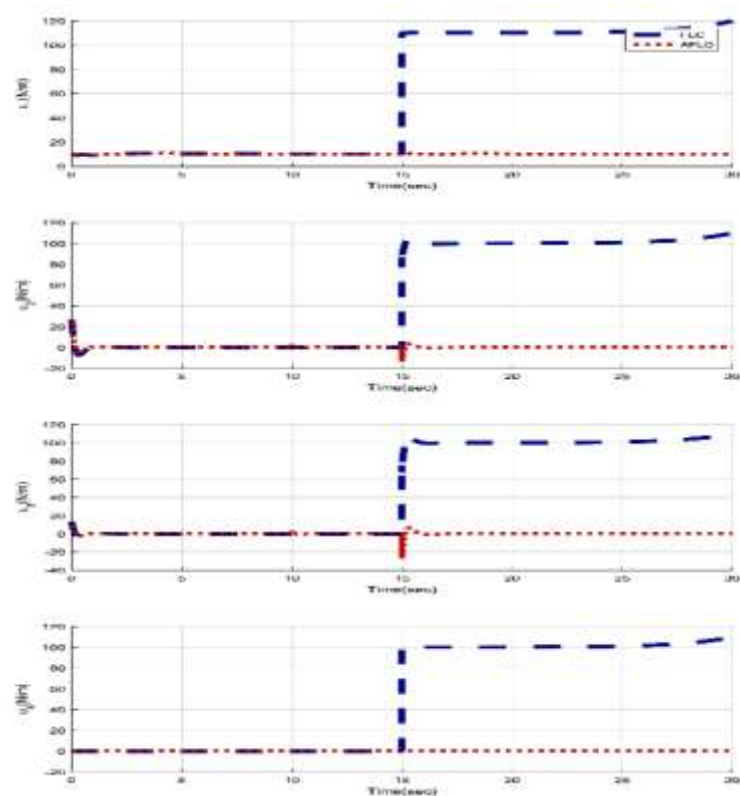
شکل (۷): مسیر کوادروتور در حالت سه‌بعدی با کنترل کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی



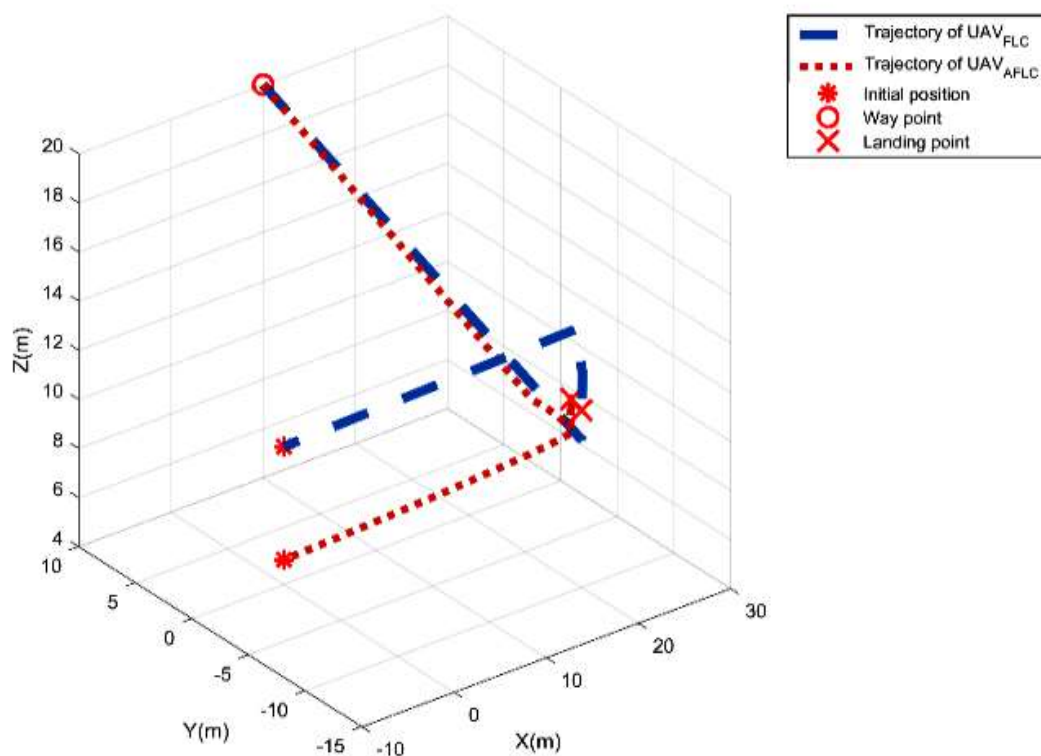
شکل (۸): ردیابی موقعیت با کنترل کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی با تغییر در جرم جسم



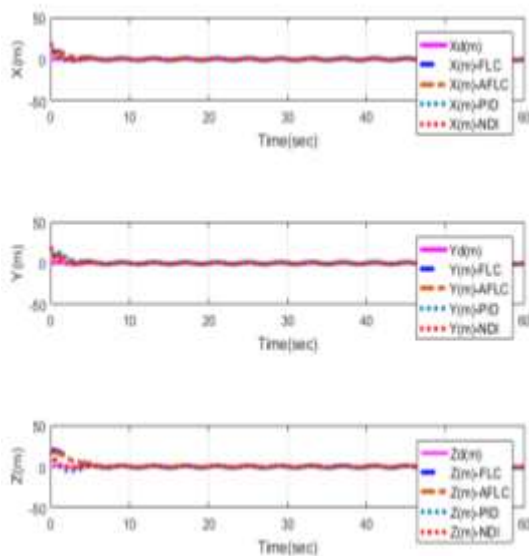
شکل (۹): ردیابی وضعیت با کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی با تغییر در جرم جسم



شکل (۱۰): ورودی‌های کنترلی با کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی با تغییر در جرم جسم



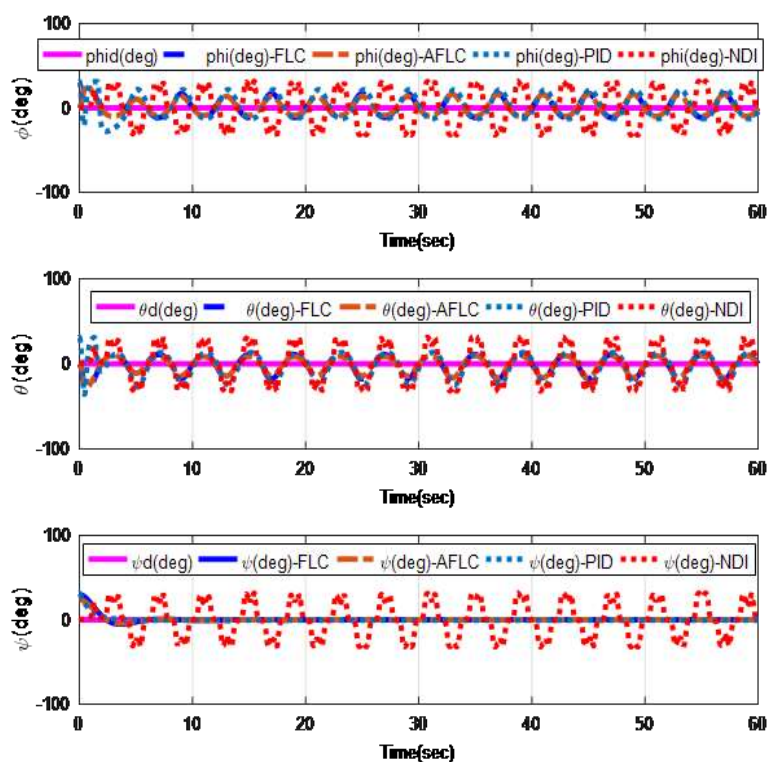
شکل (۱۱): مسیر کوادروتور در حالت سه بعدی با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی با تغییر در جرم جسم



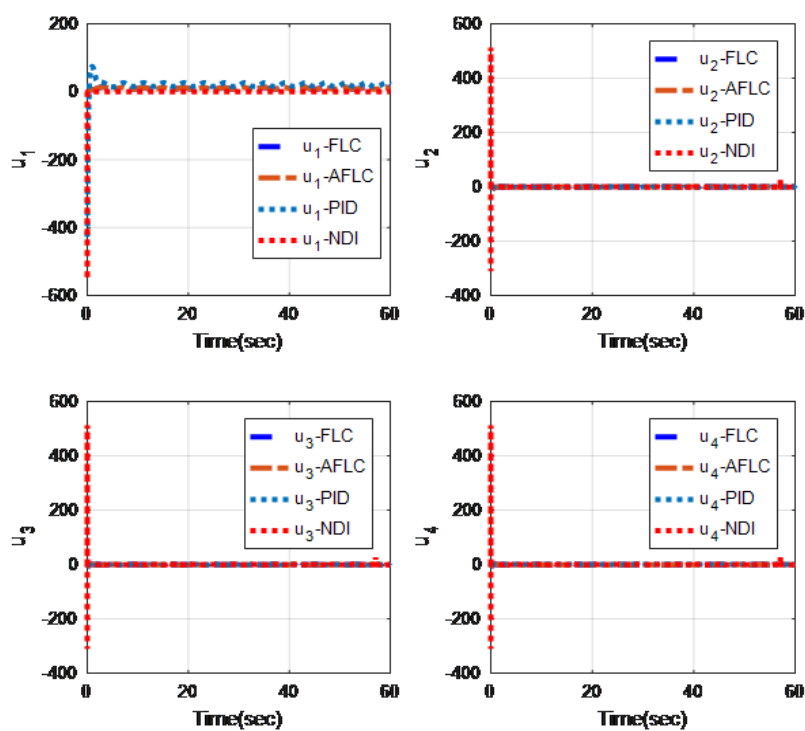
شکل (۱۲): ردیابی موقعیت با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی و کنترل کننده های PID و NID

مقایسه نتایج شبیه سازی با کنترل کننده های PID و دینامیک معکوس غیر خطی

در این بخش جهت بررسی بهتر عملکرد کنترل کننده های طراحی شده، نتایج شبیه سازی با نتایج کنترل کننده های PID و NID [2] مقایسه شده اند. در شکل های (۱۲) تا (۱۴) به ترتیب ردیابی موقعیت، وضعیت، ورودی های کنترلی کوادروتور گام متغیر با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی و PID و NID (دینامیک معکوس غیر خطی) نشان داده شده است. مشاهده می شود که کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی عملکرد بهتری نسبت به کنترل کننده های PID و NID دارند.



شکل (۱۳): ردیابی ۱ وضعیت با کنترل‌کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی و کنترل‌کننده‌های PID و NID



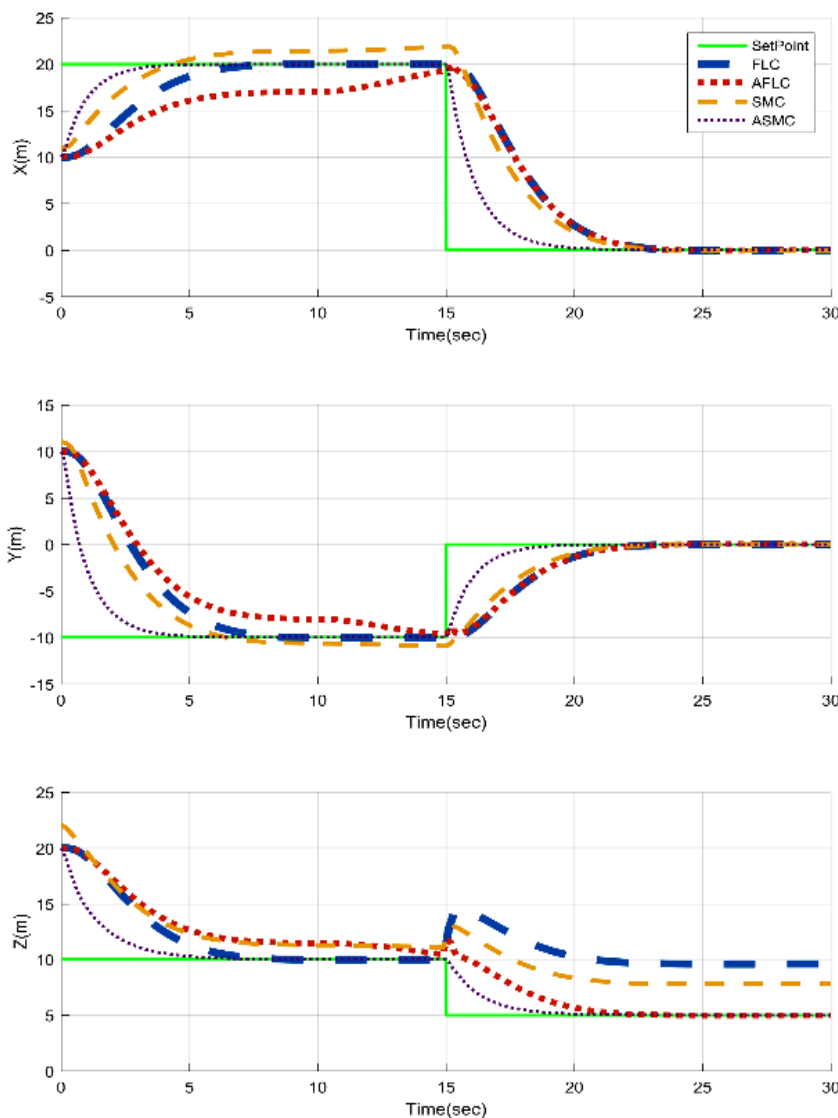
شکل (۱۴): ورودی‌های کنترلی با کنترل‌کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی و کنترل‌کننده‌های PID و NID

مقایسه نتایج شبیه‌سازی با کنترل کننده‌های

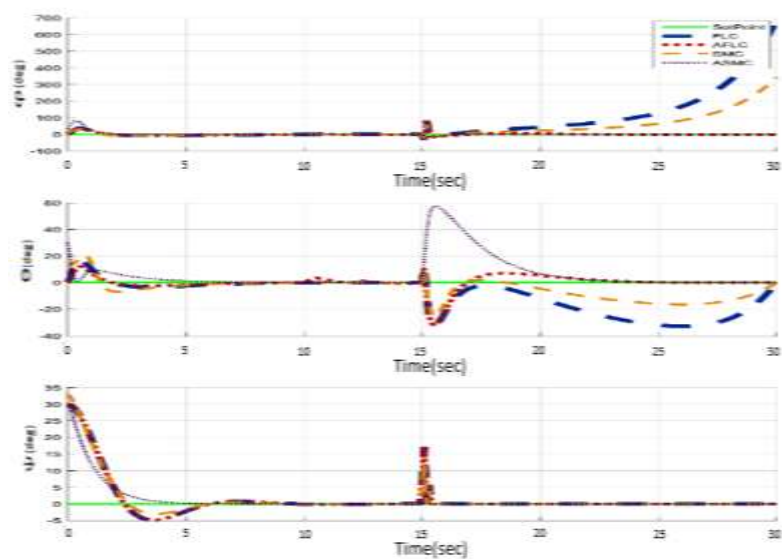
مدل‌غزشی و مدل‌غزشی تطبیقی

در این بخش جهت بررسی بهتر عملکرد کنترل کننده‌های طراحی شده، نتایج شبیه‌سازی در حالتی که جرم جسم در میانه حرکت از ۲,۵ کیلوگرم به ۱,۵ کیلوگرم کاهش یافته است با نتایج کنترل کننده‌های مدل‌غزشی و مدل‌غزشی تطبیقی مقایسه شده‌اند. در شکل‌های (۱۵) تا (۱۷) به ترتیب ردیابی موقعیت،

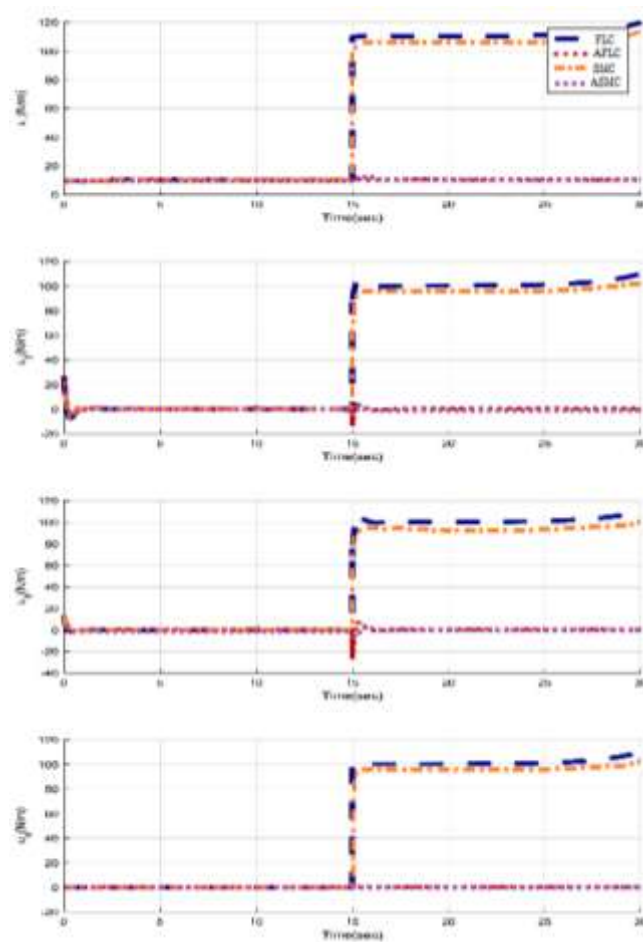
وضعیت، ورودی‌های کنترلی کوادروتور گام متغیر با کنترل کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی و مدل‌غزشی و مدل‌غزشی تطبیقی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که کنترل کننده‌های خطی‌سازی فیدبک تطبیقی و مدل‌غزشی تطبیقی عملکرد بهتری نسبت به کنترل کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و مدل‌غزشی دارند.



شکل (۱۵): ردیابی موقعیت با کنترل کننده‌های خطی‌سازی فیدبک و خطی‌سازی فیدبک تطبیقی و کنترل کننده‌های مدل‌غزشی و مدل‌غزشی تطبیقی با تغییر در جرم جسم



شکل (۱۶): ردیابی وضعیت با کنترل‌کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی و کنترل‌کننده‌های مد لغزشی و مد لغزشی تطبیقی با تغییر در جرم جسم



شکل (۱۷): ورودی‌های کنترلی با کنترل‌کننده‌های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی و کنترل‌کننده‌های مد لغزشی و مد لغزشی تطبیقی با تغییر در جرم جسم

نتیجه گیری

در این مقاله به تجزیه و تحلیل و کنترل پرواز یک کوادروتور گام متغیر پرداخته شد. در مقایسه با یک کوادروتور گام ثابت، این قابلیت ها تا حد زیادی امکان مانورهای تهاجمی و آکروباتیک را افزایش می دهد که نشان دهنده بهبود عملکرد نسبت به کوادروتور گام ثابت است.

در ادامه این مقاله کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی مستقیم معرفی شد. کنترل کننده خطی سازی فیدبک طراحی شده عملکرد خوبی داشته و ردیابی موقعیت و وضعیت کوادروتور گام متغیر با استفاده از این کنترل کننده به درستی صورت گرفته است. کنترل کننده خطی سازی فیدبک مستقیم معرفی شده نیز به طور خودکار پارامترها را برای دستیابی به ردیابی دقیق، تغییر می دهد. با استفاده از نظریه لیاپانف ثابت شده است که این کنترل کننده پایدار است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که اتخاذ این راهبرد تطبیقی اجازه می دهد تا کوادروتور جهت گیری های زمان متغیر و دستورات ارتفاع را به طور دقیق تری، در حضور اغتشاشات و یا خطاهای پارامتر، در مقایسه با کنترل کننده های خطی سازی فیدبک غیر تطبیقی، دنبال کند. رویکرد تطبیقی نیز نتایج مطلوبی برای ردیابی موقعیت و وضعیت کوادروتور گام متغیر داشته است. در آخر نیز نتایج حاصل از کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی با کنترل کننده های PID مقایسه شده است که مشاهده می شود کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی دارای عملکرد بهتری در ردیابی مسیر مرجع و کاهش خطای ردیابی هستند و همچنین نتایج

حاصل از کنترل کننده های خطی سازی فیدبک و خطی سازی فیدبک تطبیقی با کنترل کننده های مدل غزشی و مدل غزشی تطبیقی نیز در شرایط تغییر جرم کوادروتور مقایسه شده است که مشاهده می شود کنترل کننده های خطی سازی فیدبک تطبیقی و مدل غزشی تطبیقی، دقت بالایی در ردیابی مسیر مرجع داشته و خطای ردیابی موقعیت و وضعیت خیلی کمی دارند که نشان می دهد عملکرد بهتری نسبت به حالت غیر تطبیقی داشته اند.

واژه نامه

Virtual Reference Feedback Tuning	تنظیم فیدبک مرجع مجازی
Correlation – Based Tuning	تنظیم بر اساس همبستگی
Proportional Derivative	تناسبی - مشتقی
Linear Quadratic Regulator	تنظیم کننده درجه دو خطی
Proportional-Integral-Derivative	تناسبی - انتگرالی - مشتقی
Nonlinear Inverse Dynamics	دینامیک معکوس غیر خطی
Six Degrees of Freedom	شش درجه آزادی
Roll, Pitch, Yaw	رول، پیچ، یاو

مراجع

1. Cutler, M., Ure, N. K., Michini, B., and How, J. "Comparison of fixed and variable pitch actuators for agile quadrotors", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pp. 6406, (2011).

2. Cutler, M. J., "Design and control of an autonomous variable-pitch quadrotor helicopter", Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, (2012).
3. Cutler, M., and How, J. "Actuator constrained trajectory generation and control for variable-pitch quadrotors" *In AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pp. 4777, (2012).
4. Kawasaki, K., Zhao, M., Okada, K., and Inaba, M. "MUWA: Multi-field universal wheel for air-land vehicle with quad variable-pitch propellers", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1880-1885. IEEE, (2013).
5. Panizza, Pietro, Davide Invernizzi, Fabio Riccardi, Simone Formentin, and Marco Lovera. "Data-driven attitude control law design for a variable-pitch quadrotor", *American Control Conference (ACC)*, pp. 4434-4439. IEEE, (2016).
6. Riccardi, F., and Marco, L., "Robust attitude control for a variable-pitch quadrotor", *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, IEEE, (2014).
7. Invernizzi, D., Panizza, P., Riccardi, F., Formentin, S., & Lovera, M. "Data-driven attitude control law of a variable-pitch quadrotor: a comparison study", *IFAC-Papers OnLine*, Vol. 49, No. 17, pp. 236-241, (2016).
8. Riccardi, Fabio, Muhammad Farooq Haydar, Simone Formentin, and Marco Lovera. "Control of variable-pitch quadrotors." *IFAC Proceedings*, Vol. 46, No. 19, pp. 206-211, (2013).
9. Pang, Tao, Kemao Peng, Feng Lin, and Ben M. Chen. "Towards long-endurance flight: Design and implementation of a variable-pitch gasoline-engine quadrotor." *12th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*, pp. 767-772. IEEE, (2016).
۱۰. مدیر روستا، ع. و خدابنده، م.، «طراحی یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی برای پایداری سازی زمان محدود و مقاوم پرنده چهارمیلخه»، مجله مهندسی برق تبریز، دوره ۴۶، شماره ۱، صفحات ۳۳۱-۳۳۲. (بهار ۱۳۹۵).
۱۱. وحدانی پور، م. و خدابنده، م.، «کنترل مد لغزشی مبتنی بر روش برگشت به عقب کوادروتور با حذف اثر اغتشاش بار و تخمین اینرسی به روش تطبیقی»، مجله مهندسی برق تبریز، دوره ۴۷، شماره ۲، صفحات ۷۷۵-۷۸۳. (تابستان ۱۳۹۶).
12. Benallegue, A., Mokhtari, A., and Fridman, L., "Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV", *In International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'06*, pp. 365-372, IEEE, (2006).
13. Shulong, Z., Honglei, A., Daibing, Z. and Lincheng, S., "A new feedback linearization lqr control for attitude of quadrotor", *13th International Conference on Control Automation Robotics & Vision (ICARCV)*, pp. 1593-1597, IEEE, (2014).

14. Cömert, C., and Coşku, K., "Comparing and Developing PID and Sliding Mode Controllers for Quadrotor", *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, Vol.6, No. 3, pp. 194-199, (2017).
15. Bouabdallah, S., and Roland, S., "Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor", *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247-2252, IEEE, (2005).
16. Madani, T., and Abdelaziz, B., "Backstepping control for a quadrotor helicopter", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3255-3260, IEEE, (2006).
17. Dydek, Z., Anuradha, A., and Eugene, L., "Combined/composite adaptive control of a quadrotor UAV in the presence of actuator uncertainty", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pp. 7575, (2010).
18. Lee, D., Jin Kim, H., and Shankar, S., "Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter", *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 7, No.3, pp. 419-428, (2009).
19. Das, A., Kamesh, S., and Frank, L., "Dynamic inversion with zero-dynamics stabilisation for quadrotor control", *IET Control Theory & Applications*, Vol. 3, No. 3, pp. 303-314, (2009).
20. Ghandour, J., Samir, A., and Jean-Christophe, P., "Feedback linearization approach for standard and fault tolerant control: Application to a quadrotor UAV testbed", *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 570, No. 8, IOP Publishing, (2014).
21. Cutler, M., and Jonathan P. H., "Analysis and control of a variable-pitch quadrotor for agile flight", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 137, No. 10, (2015).
22. Abhishek, R.G., Duhoon, A., Kothari, M., Kadukar, S., Rane, L. and Suryavanshi, G. "Design, Development, and Closed-loop Flight-Testing of a Single Power Plant Variable Pitch Quadrotor Unmanned Air Vehicle", *Proceedings of 73rd American Helicopter Society Annual Forum*, pp. 9-11, (2017).
23. Gupta, N. and Kothari, M., "Flight dynamics and nonlinear control design for variable-pitch quadrotors", *American Control Conference (ACC)*, pp. 3150-3155. IEEE, (2016).
24. Gupta, N. and Kothari, M., "Modeling and Control of Inverted Flight of a Variable-Pitch Quadrotor", arXiv preprint arXiv: 1709.06407, (2017).
25. Chipade, V.S., Abhishek, A. and Kothari, M., "Advanced Flight Dynamic Modelling of Variable Pitch Quadrotor", *2018 AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, pp. 1763, (2018).
26. Pretorius, A., and Edward, B., "Design and modelling of a quadrotor helicopter with variable pitch rotors for aggressive manoeuvres", *IFAC Proceedings* Vol. 47, No. 3, pp. 12208-12213, (2014).

27. Cutler, M.J., "Design and control of an autonomous variable-pitch quadrotor helicopter", Diss. Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, (2012).
28. Fresk, E., "Modeling, control and experimentation of a variable pitch quadrotor", Master thesis, Department of Computer science, Electrical and Space Engineering, Luleå University of Technology, Sweden, (2013).
29. Simha, A., Sharvaree, V., and Smyendu, R., "Almost-Global Exponential Tracking of a Variable Pitch Quadrotor on SE (3)", *IFAC-PapersOnLine* 50, No. 1, pp.10268-10273, (2017).
30. Fang, Z., Zhi, Z., Jun, L. and Jian, W., "Feedback linearization and continuous sliding mode control for a quadrotor UAV", *27th Chinese Control Conference, CCC 2008*, pp. 349-353, IEEE, (2008).
31. Mukherjee, P. and Waslander, S., "Direct adaptive feedback linearization for quadrotor control", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pp. 4917, (2012).
32. Shastri, A. K., Pattanaik, A., and Kothari, M., "Neuro-adaptive Control for Quadrotors", *Proceedings of the Fourth International Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems (ACODS 2016)*, Tiruchirappalli, India, *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 49, No. 1, pp.302-307 (2016).

کنترل غیرخطی حرکت یک ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار مبتنی بر روش خطی‌سازی با استفاده از فیدبک*

مقاله علمی - پژوهشی

محمد عالی پور^(۱) علی مختاریان^(۲) حسین کریم پور^(۳)

چکیده ربات کروی به ربات‌های سیار کروی شکل مجهز به مکانیزم محرک داخلی که بر روی زمین بر اثر غلتیدن پوسته خارجی‌شان حرکت می‌کنند اطلاق می‌شود. در این تحقیق، ابتدا یک نمونه از ربات کروی پاندولی مدل‌سازی شده و سپس به تحلیل دینامیکی مدل ارائه شده در طی حرکت صفحه‌ای بر روی سطحی با شیب ثابت پرداخته شده است. استخراج معادلات حرکت ربات با استفاده از روش لاگرانژ به انجام رسیده است. سپس، طراحی یک کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر روش‌های خطی‌سازی به کمک فیدبک انجام گرفته است. در ادامه، با در نظر گرفتن شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر مطلوب، نامعینی پارامتری و همچنین گشتاور اغتشاشی بر روی سیستم به شبیه‌سازی حرکت ربات پرداخته شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر توانایی و عملکرد مطلوب کنترل‌کننده در تعقیب تابع زمانی انتخاب شده برای حرکت دورانی پوسته کروی بر روی سطح شیب‌دار تحت شرایط فیزیکی نامطلوب پیش‌بینی شده برای ربات است.

واژه‌های کلیدی ربات کروی، معادلات دینامیکی، گشتاور اغتشاشی، نامعینی پارامتری، کنترل غیرخطی.

Nonlinear Control of Motion of A Spherical Robot on Inclined Surfaces Based on Feedback Linearization Method

M. Aalipour A. Mokhtarian H. Karimpour

Abstract Spherical robots are the mobile robots with spherical shape equipped to internal drive mechanism that move on the ground due to their external shell rolling. In this research, after modeling of a pendulum type of the spherical robots, dynamic analysis of their model during planar motion on an inclined surface is performed. The motion equations of spherical robot are derived using Lagrange method. Also, a nonlinear controller based on feedback linearization methods is designed. In the following, considering non-confirm initial conditions on trajectory, parametric uncertainty and also disturbance torque on robot, the motion of robot is simulated. The results indicate that the designed controller has proper and resistant performance in tracking selected trajectory for sphere shell rotation during moving on specified inclined surface.

Key Words Spherical Robot, Dynamic Equations, Disturbance Torque, Parametric Uncertainty, Non-linear Control.

DOI:10.22067/fum-mech.v31i2.74433

* تاریخ دریافت مقاله ۹۷/۵/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۵/۶ می‌باشد.

(۱) فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، اصفهان، ایران.

(۲) علی مختاریان، استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، اصفهان، ایران.

Email: mokhtarian@iaukhsh.ac.ir

(۳) حسین کریم پور، استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران.

مقدمه

در میان انواع مختلف ربات‌های سیار، ربات‌های کروی در طول پانزده سال اخیر به‌طور فزاینده‌ای مورد توجه محققین واقع شده‌اند. ربات کروی به ربات‌های سیار کروی شکل مجهز به مکانیزم محرک داخلی که بر روی زمین بر اثر غلتیدن پوسته خارجی‌شان حرکت می‌کنند اطلاق می‌شود. این ربات‌ها دارای مزایای ویژه‌ای هستند. آن‌ها فقط یک نقطه تماس با زمین دارند که اجازه می‌دهد که حرکت ربات با حداقل اصطکاک بوده و با کمترین میزان مصرف انرژی انجام شود. اجزای داخلی ربات‌های کروی نظیر تجهیزات و حسگرهای درونی از ضربات خارجی و گردوغبار توسط پوسته محافظت می‌شود. علاوه بر این به دلیل بسته بودن بدنه ربات، این ربات‌ها در برخورد با محیط‌های مایع و گاز نفوذناپذیر و مقاوم بوده و همچنین در صورت سقوط از ارتفاع، به دلیل شکل خاص آن به‌هیچ‌عنوان دچار واژگونی نمی‌شود که این معضل برای اغلب ربات‌ها از جمله ربات‌های انسان‌نما بسیار چالش‌برانگیز است. پوسته کروی فضای مناسبی برای قرار گرفتن اجزای داخلی فراهم کرده و می‌تواند به‌عنوان یک محافظ خوب برای محافظت از اجزای داخلی عمل کند. از این رو، این نوع ربات اغلب در تحقیقات فضایی و کاوش در مناطق نظامی و ناشناخته استفاده می‌شود. تاکنون پژوهش‌های بسیاری در رابطه با طراحی، مدل‌سازی و کنترل ربات‌های کروی به انجام رسیده است. بیکچی و همکارانش در سال ۱۹۹۷ از یک ارابه با دو چرخ به‌عنوان مکانیزم محرک برای به حرکت درآوردن پوسته کروی ربات استفاده کردند [1]. هالم در سال ۱۹۹۶، از یک چرخ درون کره برای حرکت دادن پوسته کروی استفاده کرد [2]. باتاچاریا و همکارانش در سال ۲۰۰۰ یک ربات کروی با ساختار داخلی کاملاً متقارن را ابداع کردند. روتورهای نصب‌شده در پوسته کروی این ربات قرینه بوده و با استفاده از اصل پایستگی تکانه زاویه‌ای، ربات را به حرکت درمی‌آورد [3]. ژان و همکارانش در سال

۲۰۰۶ یک ربات کروی را مورد بررسی قرار دادند که مکانیزم محرک آن یک پاندول دو درجه آزادی بود. معادلات حرکت این ربات با استفاده از معادلات بولتزمان و با فرض شبه‌استاتیک بودن پاندول به دست آمده و برای حرکت روی مسیر دایره‌ای تحلیل شده است [4]. وی ژانگ و همکارانش در سال ۲۰۰۸ یک ربات کروی را مورد مطالعه قرار داده و معادلات حرکت آن را با استفاده از روش کین استخراج کرده‌اند. دینامیک مستقیم ربات با استفاده از معادلات حرکت در آن تحقیق بررسی شده است [5]. باناوار و همکاران در سال ۲۰۰۸ به طراحی و تجزیه و تحلیل یک ربات کروی و سپس به مدل‌سازی آن در فضای سه‌بعدی پرداختند [6]. لیو و همکاران به مطالعه ربات کروی با نوع جدیدی از محرک پرداخته و سپس پایداری آن را مورد ارزیابی قرار دادند [7]. عزیزی و همکارانش به مدل‌سازی دینامیکی و برنامه‌ریزی مسیر حرکت بهینه یک ربات کروی پرداختند [8]. یو و همکاران در سال ۲۰۱۳ کنترل مسیر یک ربات کروی پاندولی در یک حرکت کلی بر روی یک سطح شیب‌دار را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها پس از تعیین قیود غیر هولونومیک و استخراج معادلات دینامیکی به روش لاگرانژ مقید، به ارائه الگوریتم کنترل مسیر ربات پرداختند. همچنین، با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف یک قانون کنترلی بر مبنای صفحات مودهای لغزشی تعیین کرده و اعتبارسنجی آن از طریق شبیه‌سازی‌های عددی را به انجام رساندند [9]. گاجبھی و همکاران در سال ۲۰۱۶ دو قانون کنترلی مجزا بر مبنای رهیافت هندسی برای کنترل حرکت یک ربات کروی ارائه کردند. آن‌ها از سه موتور محرک واقع بر سه محور عمود بر هم و متصل به سطح داخلی پوسته جهت ایجاد حرکت هم‌جانبه ربات استفاده نمودند [10]. ایوانوا و همکاران در سال ۲۰۱۷ مدلی از یک ربات کروی با یک عملگر پاندولی، کنترل شده با استفاده از یک سیستم بازخورد را ارائه کرده و پایداری آن را مورد بررسی قرار دادند [11]. ایوانوا و همکاران در سال ۲۰۱۸ حرکت

نمی‌شود؛

۲. از نیروی اصطکاک بین اجزای داخلی ربات صرف‌نظر می‌شود؛
۳. مرکز جرم ربات (بدون پاندول) بر مرکز هندسی (مرکز جرم) پوسته منطبق است؛
۴. شرط عدم جدایش از زمین در طی حرکت ربات برقرار است؛
۵. پاندول به‌صورت یک جرم متمرکز که به‌واسطه یک لینک بدون جرم به مرکز هندسی پوسته متصل است، مدل می‌شود؛
۶. پوسته کروی با ضخامت کم و همگن است؛ یعنی توزیع جرم در پوسته یکنواخت و متقارن می‌باشد؛
۷. مرکز جرم اجزای داخلی ربات بر روی مرکز کره در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۱): ساختار کروی ربات کروی پاندولی

شکل (۱) نشان‌دهنده یک ربات کروی با ساختار کلی محرک پاندولی است که دوران پاندول در دو راستای مستقل باعث پی‌شروی و حرکت جانبی ربات می‌گردد. البته در این پژوهش صرفاً حرکت پی‌شروی ربات و بدون در نظر گرفتن امکان حرکت جانبی، به کمک دوران پاندول در یک راستا در طی یک حرکت صفحه‌ای، مورد تحلیل دینامیکی و کنترلی قرار گرفته است. در ادامه به ارائه مدل دینامیکی و استخراج معادلات حرکت صفحه‌ای ربات پرداخته شده است.

صفحه‌ای کنترل‌شده یک ربات کروی پاندولی بر روی یک سطح شیب‌دار را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها پس از ارائه یک الگوریتم کنترلی برای حرکت دورانی ربات بر یک مسیر زمانی دلخواه، به شبیه‌سازی عددی حرکت کنترل‌شده آن پرداختند [12].

در ادامه اقدامات پیشین محققین، در تحقیق حاضر تحلیل دینامیکی و کنترل حرکت صفحه‌ای یک ربات کروی پاندولی بر روی مسیر شیب‌دار به انجام رسیده است. در این راستا ابتدا به مدل‌سازی دینامیکی و استخراج معادلات حرکت صفحه‌ای ربات کروی پاندولی بر روی مسیر شیب‌دار پرداخته و پس از طراحی یک کنترل‌کننده غیرخطی، شبیه‌سازی حرکت ربات در نرم‌افزار متلب انجام شده است. سپس با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری و ساختاری بر روی سیستم به بررسی میزان مقاوم بودن کنترل‌کننده پرداخته شده است. لازم به یادآوری است با توجه به کمبود تعداد عملگر در این ربات، طراحی کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر خطی‌سازی به کمک فیدبک و به‌کارگیری روش بکار رفته در مرجع [13] به انجام رسیده است. با توجه به مطالعات صورت گرفته در کارهای پیشین، روش کنترلی ارائه شده در مقاله حاضر، تاکنون در پژوهشی برای ربات‌های کم-عملگر کروی بکار برده نشده است.

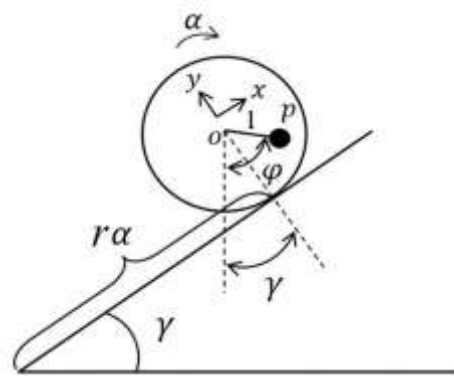
مدل ساختاری ربات کروی

ربات کروی مورد مطالعه در این تحقیق از نوع پاندولی است. اجزای اصلی تشکیل‌دهنده این ربات کروی شامل موتور، پوسته ربات، مجموعه اجزای داخلی ربات و پاندول محرک است (شکل ۱). موتور در محل مفصل بین پاندول و اجزای داخلی ربات واقع شده است و با ایجاد حرکت دورانی پاندول و تغییر موقعیت مرکز جرم ربات کروی منجر به حرکت ربات می‌شود. در این پژوهش معادلات دینامیکی ربات را با در نظر گرفتن فرضیات زیر به دست خواهیم آورد:

۱. ربات در حین حرکت بر روی مسیر دچار لغزش

مدلسازی ربات بر روی سطح شیب‌دار

به منظور شبیه‌سازی حرکت و همچنین کنترل حرکت ربات کروی پاندولی ابتدا به تحلیل دینامیک سیستم پرداخته می‌شود. حرکت ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار تخت مطابق شکل (۲) را در نظر بگیرید. با توجه به شکل (۲)، زاویه چرخش پوسته، φ زاویه چرخش پاندول و γ زاویه شیب سطح شیب‌دار است.



شکل (۲): نمایی از حرکت ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار

α و φ را به عنوان مختصات تعمیم یافته سیستم در نظر گرفته و معادلات حرکت ربات بر حسب این دو مختصه و مشتقات آن‌ها پس از محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم و جایگذاری آن‌ها در روابط لاگرانژ مطابق آنچه در پیش است بیان خواهد شد.

انرژی جنبشی سیستم

مطابق رابطه (۱) انرژی جنبشی ربات کروی به صورت مجموع انرژی جنبشی پوسته (T_s)، انرژی جنبشی پاندول (T_p) و همچنین انرژی جنبشی اجزای داخلی سیستم (T_i) قابل بیان است:

$$T = T_s + T_p + T_i \quad (1)$$

انرژی جنبشی پوسته کروی با استفاده از رابطه (۲) قابل بیان است.

$$T_s = \frac{1}{2} (m_s r^2 + I_s) \dot{\alpha}^2 \quad (2)$$

که در آن، m_s جرم پوسته ربات، I_s ممان اینرسی پوسته حول مرکز جرم آن و r شعاع پوسته ربات است. همچنین رابطه انرژی جنبشی پاندول به صورت رابطه (۳) است.

$$T_p = \frac{1}{2} m_p V_p^2 = \frac{1}{2} m_p \vec{V}_p \cdot \vec{V}_p \quad (3)$$

که در آن، m_p جرم پاندول و $\vec{V}_p$ بردار سرعت جرم نقطه‌ای متصل به پاندول بوده که بر حسب مختصات تعمیم یافته و مشتقات آن مطابق رابطه (۴) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \vec{V}_p &= \vec{V}_o + \vec{\omega}_p \times \vec{r}_{op} = r\dot{\alpha}\hat{i} + \\ &(-\dot{\varphi})\hat{k} \times (-l\cos(\varphi - \gamma)\hat{j} + l\sin(\varphi - \gamma)\hat{i}) \\ &= (r\dot{\alpha} - l\dot{\varphi}\cos(\varphi - \gamma))\hat{i} - (l\dot{\varphi}\sin(\varphi - \gamma))\hat{j} \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن، l طول پاندول، $\vec{V}_o$ بردار سرعت مرکز ربات و $\vec{\omega}_p$ بردار سرعت زاویه‌ای پاندول است. با جای‌گذاری $\vec{V}_p$ به دست آمده از رابطه (۴) در رابطه (۳) برای انرژی جنبشی پاندول داریم:

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{1}{2} m_p (r\dot{\alpha} - l\dot{\varphi}\cos(\varphi - \gamma))^2 + \\ &(l\dot{\varphi}\sin(\varphi - \gamma))^2 \\ &= \frac{1}{2} m_p (r^2 \dot{\alpha}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 - 2rl\dot{\alpha}\dot{\varphi}\cos(\varphi - \gamma)) \end{aligned} \quad (5)$$

همچنین برای تعیین انرژی جنبشی اجزای داخلی ربات می‌توان رابطه (۶) را بکار برد.

$$T_i = \frac{1}{2} m_i V_o^2 + \frac{1}{2} I_i \dot{\alpha}^2 = \frac{1}{2} (m_i r^2 + I_i) \dot{\alpha}^2 \quad (6)$$

که در آن، m_i جرم اجزای داخلی ربات و I_i ممان اینرسی اجزا حول مرکز جرم آن است. با بازنویسی رابطه (۱)، برای انرژی جنبشی ربات کروی خواهیم داشت:

که در این روابط Q_α و Q_φ نیروهای تعمیم یافته در جهات α و φ بوده و برای تعیین آن‌ها با استفاده از رابطه مجموع کار مجازی نیروهای مؤثر داریم:

$$\begin{aligned}\delta W &= \delta W_{\tau_p} + \delta W_{\tau_i} = \tau \delta \alpha + \tau \delta \varphi \\ &= Q_\alpha \delta \alpha + Q_\varphi \delta \varphi\end{aligned}\quad (15)$$

که در آن τ_p و τ_i به ترتیب بیانگر گشتاور موتور بر روی پاندول و معکوس گشتاور موتور بر روی اجزای داخلی ربات (با مقدار برابر τ) هستند. بنا بر رابطه (15) و با توجه به دلخواه بودن دوران‌های مجازی $\delta \alpha$ و $\delta \varphi$ ، نیروهای تعمیم یافته سیستم تعیین خواهد شد.

$$\begin{cases} Q_\alpha = \tau \\ Q_\varphi = \tau \end{cases}\quad (16)$$

پس از جایگذاری انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در روابط (13) و (14) و انجام مشتق‌گیری‌ها، معادلات حرکت ربات کروی در حرکت صفحه‌ای قابل استخراج خواهد بود. پس از ساده‌سازی و فاکتورگیری، شکل ماتریسی دو معادله حرکت ربات به صورت رابطه (17) بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} (m_s + m_p + m_i)r^2 + I_s + I_i & -m_p r l \cos(\varphi - \gamma) \\ -m_p r l \cos(\varphi - \gamma) & m_p l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_p l \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi - \gamma) + m_s g \sin(\gamma) + m_p g \sin(\gamma) + m_i g \sin(\gamma))r \\ m_p g l \sin(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ \tau \end{bmatrix}\quad (17)$$

در بخش بعد، به بیان استراتژی و رهیافت کلی کنترل غیرخطی ربات‌های کم‌عملگر مبتنی بر خطی‌سازی به کمک فیدبک پرداخته خواهد شد.

رهیافت کنترل غیرخطی

روش کنترل غیرخطی بکار برده شده برای ربات کروی

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{2}(m_s r^2 + I_s)\dot{\alpha}^2 + \\ &\frac{1}{2}m_p(r^2\dot{\alpha}^2 + l^2\dot{\varphi}^2 + 2rl\dot{\alpha}\dot{\varphi}\cos(\varphi - \gamma)) + \\ &\frac{1}{2}(m_i r^2 + I_i)\dot{\alpha}^2\end{aligned}\quad (7)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود رابطه (7) بر حسب مختصات تعمیم یافته و مشتقات آن‌ها بیان شده است.

انرژی پتانسیل سیستم

انرژی پتانسیل سیستم را در سه بخش انرژی پتانسیل پوسسته (U_s)، انرژی پتانسیل پاندول (U_p) و انرژی پتانسیل اجزای داخلی (U_i) قابل محاسبه و تعیین است:

$$U = U_s + U_p + U_i\quad (8)$$

$$U_s = m_s g(r\alpha \sin(\gamma) + r \cos(\gamma))\quad (9)$$

$$U_p = m_p g(r\alpha \sin(\gamma) + r \cos(\gamma) - l \cos(\varphi))\quad (10)$$

$$U_i = m_i g(r\alpha \sin(\gamma) + r \cos(\gamma))\quad (11)$$

با جایگذاری معادلات (9)، (10) و (11) در معادله (8)، تابع پتانسیل ربات کروی مطابق رابطه (12) حاصل می‌شود.

$$U = m_s g(r\alpha \sin(\gamma) + r \cos(\gamma)) + m_p g(r\alpha \sin(\gamma) + r \cos(\gamma) - l \cos(\varphi)) + m_i g(r\alpha \sin(\gamma) + r \cos(\gamma))\quad (12)$$

استخراج معادلات حرکت

همان‌طور که ذکر شد، مختصات تعمیم یافته در نظر گرفته شده برای حرکت ربات پارامترهای α و φ که بیانگر دوران پوسسته ربات و چرخش پاندول می‌باشند، است. بیان معادلات لاگرانژ بر حسب این دو مختصه به صورت روابط (13) و (14) است.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial U}{\partial \alpha} = Q_\alpha\quad (13)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial \varphi} = Q_\varphi\quad (14)$$

برقراری قیود سینماتیکی رخ داده باشد؛ یعنی:

$$g(q, t) = \delta \quad (23)$$

منظور از کنترل پایدار سیستم، میل دادن بردار خطای δ به سمت صفر است. با دو بار مشتق‌گیری از رابطه (۲۳) نسبت به زمان، معادله ماتریسی (۲۴) حاصل می‌شود.

$$A_{p \times n} \ddot{q}_n = -\dot{A}_{p \times n} \dot{q}_n + \dot{E}_p + \ddot{\delta}_p \quad (24)$$

که در آن، ماتریس‌های A و E توابعی از q و t هستند. با پیوستن معادله (۲۴) به معادله (۲۱)، رابطه ماتریسی (۲۵) شکل می‌گیرد.

$$\tilde{M} \ddot{q} + \tilde{h} = \tilde{B}U + D\ddot{\delta} \quad (25)$$

که در آن:

$$\tilde{M}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \tilde{M} \\ A \end{bmatrix}, \tilde{h}_n = \begin{bmatrix} \tilde{h} \\ A\dot{q} - \dot{E} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_{n \times (n-p)} = \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ 0 \end{bmatrix}, D_{n \times p} = \begin{bmatrix} 0_{(n-p) \times p} \\ I_{p \times p} \end{bmatrix} \quad (26)$$

با جایگذاری $\ddot{q}$ از رابطه (۲۵) در رابطه (۲۱)، معادله ماتریسی (۲۷) حاصل می‌شود.

$$M'\ddot{\delta} + h' = B_{22}C \quad (27)$$

که در آن:

$$M' = M_2 \tilde{M}^{-1} D \\ h' = M_2 \tilde{M}^{-1} (\tilde{B}U - \tilde{h}) + h_2 - B_{21}U \quad (28)$$

رابطه (۲۷)، معادله دیفرانسیل خطای قیود حرکتی (همچون خطای تعقیب مسیر پنجه ربات) است. حال، بردار کنترلی عملگر C را به صورت رابطه (۲۹) در نظر بگیرید.

$$C = B_{22}^{-1} [M'(-k_v \dot{\delta} - k_p \delta) + h'] \quad (29)$$

که در آن k_p و k_v به ترتیب ضرایب کنترل ماتریسی (مثبت معین) تناسبی و مشتقی می‌باشند. با اعمال بردار کنترلی C به رابطه (۲۷)، به یک دسته معادله دیفرانسیل خطی بر روی بردار تابع خطا مطابق رابطه (۳۰) دست

در این تحقیق، بر مبنای رهیافت کلی کنترل ربات‌های کم‌عملگر میکرو-ماکرو که در مرجع [13] آورده شده است، می‌باشد. بر همین مبناء، به کلیات این روش در راستای به‌کارگیری آن برای پژوهش حاضر اشاره می‌شود.

یک ربات کم‌عملگر n در جه آزادی به همراه m عملگر ($m < n$) را در نظر بگیرید. فرم ماتریسی معادلات حرکت ربات به‌صورت کلی رابطه (۱۸) قابل بیان است.

$$M_{n \times n}(q, t) \ddot{q}_n + h_n(\dot{q}, q, t) = B_{n \times m}(q, t) \tau_m \quad (18)$$

که در آن، τ بردار عملگرها و q بردار مختصات تعمیم یافته حرکت ربات است. حال، فرض کنید تعداد p ($p < m$) قید سینماتیکی (همچون p معادله برای بیان مسیر حرکت پنجه ربات) مطابق رابطه (۱۹) برحسب q و زمان (t) برقرار باشد.

$$g_i(q, t) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (19)$$

چنانچه p درایه آخر بردار عملگر τ را برای برقراری قیود حرکتی ربات در نظر بگیریم، رابطه ماتریسی (۱۸) را به‌صورت رابطه (۲۰) می‌توان بلوک‌بندی و بازنویسی کرد.

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \ddot{q} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ C \end{bmatrix} \quad (20)$$

با پیش‌ضرب رابطه (۲۰) در $[I - B_{12}B_{22}^{-1}]$ می‌توان به دو معادله ماتریسی به صورت روابط (۲۱) و (۲۲) دست یافت.

$$\bar{M}_{(n-p) \times n} \ddot{q}_n + \bar{h}_{n-p} = \bar{B}_{(n-p) \times (m-p)} U_{m-p} \quad (21)$$

$$C = B_{22}^{-1} (M_2 \ddot{q} + h_2 - B_{21}U) \quad (22)$$

که در آن C بردار شامل p عملگر آخر جهت برقراری قیود سینماتیکی است. درواقع هدف از کنترل ربات تعیین بردار C برای حفظ قیود حرکتی (همانند حفظ پنجه بر مسیر طراحی شده برای آن) است. برای دستیابی به این هدف، فرض کنید بردار خطای δ برای

خواهیم یافت.

$$N_1 = (m_p l \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi - \gamma) + m_s g \sin(\gamma) + m_p g \sin(\gamma) + m_i g \sin(\gamma)) r \quad (36)$$

$$N_2 = m_p g l \sin(\varphi) \quad (37)$$

با توجه به اینکه متغیر اصلی کنترلی ربات، زاویه چرخش پوسته یعنی α است، با استفاده از معادله ماتریسی (۳۱) گشتاور موتور محرک ربات به شکل رابطه (۳۸) بیان می‌شود.

$$\tau = \left(\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22} - M_{12}} \right) \ddot{\alpha} + \frac{M_{22}N_1 - M_{12}N_2}{M_{22} - M_{12}} \quad (38)$$

چنانچه گشتاور کنترلی اعمال شونده به ربات به صورت رابطه (۳۹) در نظر گرفته شود:

$$\tau = \left(\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22} - M_{12}} \right) (\ddot{\alpha}_d - k_v(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d) - k_p(\alpha - \alpha_d)) + \frac{M_{22}N_1 - M_{12}N_2}{M_{22} - M_{12}} \quad (39)$$

که در آن α_d بیانگر تابع زمانی مطلوب حرکت دورانی پوسته کره بوده و k_p و k_v به ترتیب ضرایب مثبت مشتقی و تناسبی کنترلی سیستم می‌باشند که مقادیر آن‌ها در شکل و مشخصه‌های پاسخ گذرای خروجی سیستم تأثیرگذار هستند.

با اعمال این گشتاور کنترلی به سیستم، معادله کنترلی سیستم به صورت رابطه (۴۰) حاصل می‌شود.

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = 0 \quad (40)$$

که در آن e تابع زمانی خطای زاویه چرخش پوسته نسبت به حالت مطلوب، مطابق رابطه (۴۱) است.

$$e = \alpha - \alpha_d \quad (41)$$

با انتخاب مقادیر مثبت برای ضرایب کنترلی، پاسخ معادله (۴۰) که همان خطای پاسخ سیستم است، به

$$\ddot{\delta} + k_v \dot{\delta} + k_p \delta = 0 \quad (30)$$

که نشان می‌دهد بردار خطای سیستم به شکل مجانبی به بردار صفر میل می‌کند (سیستم پایدار مجانبی). در بخش بعد، با در اختیار داشتن معادلات دینامیکی به طراحی یک کنترل‌کننده غیرخطی مناسب برای حرکت صفحه‌ای ربات کروی بر اساس روش کلی ارائه شده پرداخته خواهد شد.

طراحی کنترل‌کننده ربات

با توجه به اینکه ربات کروی، در حرکت صفحه‌ای خود دارای دو درجه آزادی و یک عملگر بوده بنابراین یک ربات کم عملگر است و باید از روش‌های کنترلی ویژه‌ی ربات‌های کم عملگر برای کنترل آن استفاده کرد. روش کنترلی ارائه شده در این تحقیق مبتنی بر روش کلی ارائه شده در بخش قبل است. البته لازم به ذکر است که با توجه به اندک بودن تعداد درجات آزادی ربات کروی مورد نظر و نیز انتخاب تنها یک قید سینماتیکی به صورت تابع زمانی مشخص برای یکی از مختصات تعمیم یافته (زاویه دوران پوسته کروی یعنی α) ترجیح داده شد از مسیر ساده‌تری (بدون نیاز به بلوک‌بندی ماتریسی) به نتیجه نهایی در رهیافت کلی کنترل غیرخطی، دست یافت.

با استفاده از رابطه (۱۷)، شکل ماتریسی معادلات

حرکت به صورت رابطه (۳۱) قابل بیان است.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1(\alpha, \varphi, \dot{\alpha}, \dot{\varphi}) \\ N_2(\alpha, \varphi, \dot{\alpha}, \dot{\varphi}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ \tau \end{bmatrix} \quad (31)$$

که در آن:

$$M_{11} = (m_s + m_p + m_i)r^2 + I_s + I_i \quad (32)$$

$$M_{12} = -m_p r l \cos(\varphi - \gamma) \quad (33)$$

$$M_{21} = -m_p r l \cos(\varphi - \gamma) \quad (34)$$

$$M_{22} = m_p l^2 \quad (35)$$

شکل نمایی به صفر همگرا خواهد شد و این به معنای پایدار بودن کنترل کننده است.

شبیه سازی و کنترل سیستم بر روی سطح شیب دار

در این بخش به شبیه سازی عددی حرکت کنترل شده ربات کروی بر روی یک سطح شیب دار تخت با در نظر گرفتن یک تابع زمانی دلخواه برای حرکت دورانی پوسته ربات، پرداخته می شود. بر اساس نوع عملکرد کنترل کننده و مشخصه های پاسخ خطای گذرا و در نظر گرفتن حد اشباع عملگرها، با استفاده از روش سعی و خطا مقادیر مثبت برای ضرایب کنترلی k_v و k_p برابر ۲۰ انتخاب شده است. همچنین مقادیر پارامترهای سیستم برای شبیه سازی عددی به صورت آورده شده در جدول (۱) در نظر گرفته شده است:

جدول (۱): مقادیر پارامترهای سیستم جهت شبیه سازی عددی

مقدار پارامتر جهت شبیه سازی	پارامتر سیستم
1 (kg)	m_s
1 (kg)	m_i
2 (kg)	m_p
0.5 (m)	r
20 (s^{-1})	K_v
20 (s^{-2})	K_p
0.1 ($kg.m^2$)	I_i
0.45 (m)	l
15 (deg)	γ
9.81 ($m.s^{-2}$)	g

به علاوه برای تعیین ممان اینرسی مرکزی پوسته

ربات (I_s) داریم:

$$I_s = m_s r^2 \quad (42)$$

همچنین حد اشباع در نظر گرفته شده برای موتور

محرك سیستم، گشتاور ۲ N.m است.

تابع هدف برای مسیر مطلوب زاویه چرخش کره در حین حرکت بر روی سطح شیب دار به صورت رابطه (۴۳) به شکل یک تابع هارمونیک در نظر گرفته می شود.

$$\alpha_d = \sin(0.2t) \quad (43)$$

هدف از کنترل حرکت ربات کروی آن است که ربات بتواند تحت شرایط ناخواسته مختلفی که در ادامه ذکر شده است، تابع دوران مطلوب پوسته خود را طی حرکت بر روی سطح شیب دار دنبال کند.

کنترل ربات تحت شرایط اولیه غیر منطبق بر

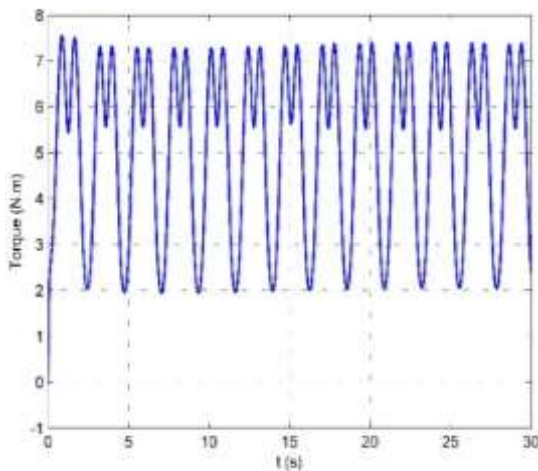
مسیر مطلوب

درحالی که زاویه اولیه و سرعت زاویه ای اولیه مطلوب برای چرخش ربات بر مبنای رابطه (۴۳) به ترتیب برابر 0 و 0 rad.s^{-1} (متناظر با $t=0$) است، جهت بررسی عملکرد کنترل کننده زاویه چرخش اولیه ربات را برابر 0.5 rad و سرعت زاویه ای اولیه ربات را همان 0 rad.s^{-1} در نظر می گیریم.

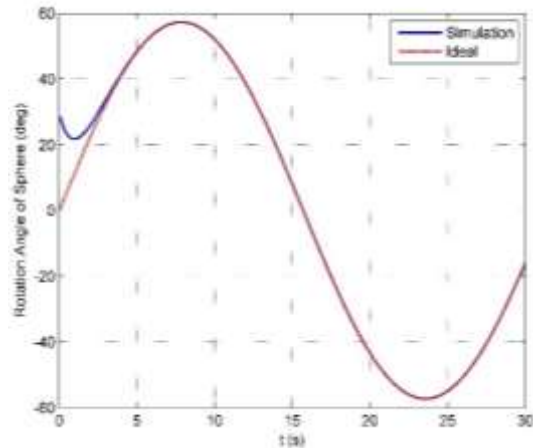
با شبیه سازی و حل عددی معادلات دیفرانسیل مدار بسته سیستم، پاسخ متناظر با زاویه چرخش واقعی ربات در مقایسه با حالت مطلوب مطابق شکل (۳) به دست می آید.

همان طور که مشاهده می شود ربات توانسته است مسیر مطلوب در نظر گرفته شده برای زاویه چرخش پوسته خود را پس از زمان نشسته کوتاهی (حدود ۳ ثانیه) دنبال کند.

جهت مشاهده بهتر عملکرد کنترل کننده غیرخطی طراحی شده، نمودار زمانی خطای پاسخ سیستم مطابق شکل (۴) ارائه شده است.



شکل (۵): گشتاور موتور ربات کروی با شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر مطلوب

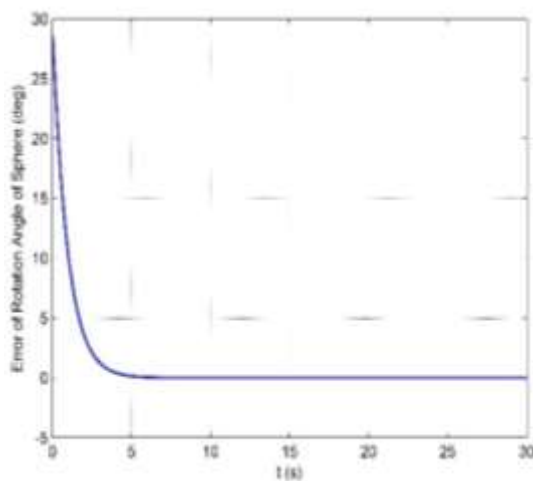


شکل (۳): زاویه چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویه مطلوب تحت شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر

کنترل ربات با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری

در اندازه‌گیری پارامترهای طراحی ربات جهت به‌کارگیری در تعیین گشتاور کنترلی، همواره احتمال ایجاد خطای اندازه‌گیری وجود دارد. لذا با فرض وجود خطا در تعیین مقادیر واقعی پارامترهای سیستم، کنترل‌کننده باید توانایی کنترل حرکت را کماکان دارا باشد. به‌منظور بررسی میزان مقاوم بودن کنترل‌کننده به نامعینی پارامتری، با در نظر گرفتن خطایی به میزان ۱ درصد برای همگی پارامترهای فیزیکی ربات، نتایج شبیه‌سازی و کنترل حرکت ربات کروی ارائه خواهد شد. بدین‌صورت که در معادلات دینامیکی حاکم بر مدل ۱ درصد کاهش مقادیر طولی و جرمی (مبتنی بر جدول ۱) اعمال می‌شود درحالی‌که این تغییرات برای تعیین گشتاور کنترلی وارد بر ربات در نظر گرفته نمی‌شود و کنترل‌کننده بر مبنای مقادیر اولیه پارامترها (جدول ۱) عمل می‌کند.

در این بخش، شرایط اولیه حرکت دورانی ربات منطبق بر شرایط اولیه مسیر مطلوب در نظر گرفته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی حرکت کنترل شده در این حالت، در شکل‌های (۶)، (۷) و (۸) ارائه شده است.



شکل (۴): نمودار خطای دوران پوسته کروی نسبت به حالت مطلوب

به‌منظور بررسی عدم خروج مقدار گشتاور کنترلی از محدوده مجاز تعیین شده، نمودار گشتاور موتور بر حسب زمان مطابق شکل (۵) ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود موتور محرک سیستم در طی حرکت ربات به حد اشباع گشتاور تعیین شده برای شبیه‌سازی نرسیده است.

با توجه به شکل‌های (۶) و (۷) مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده به‌صورت قابل قبولی توانسته بر تأثیر نامطلوب نامعینی‌های پارامتری فائق آمده و زاویه چرخش ربات، مسیر مطلوب از پیش تعیین شده خود را به‌خوبی دنبال کند. همچنین با توجه به شکل (۸) گشتاور محرک از حد اشباع در نظر گرفته شده برای آن تجاوز نکرده است.

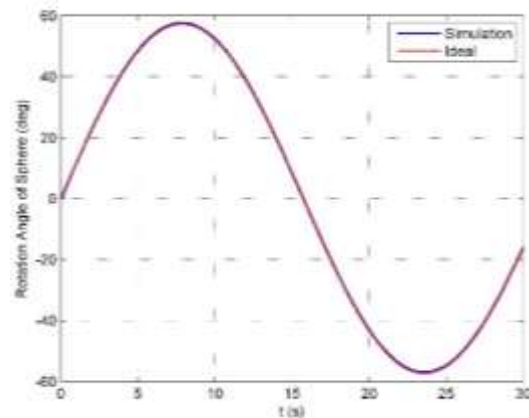
کنترل سیستم با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی

با توجه به اینکه در واقعیت همواره نیروهای مقاوم در مقابل حرکت از جمله نیروی مقاومت هوا و همچنین نیروهای اصطکاکی وجود دارند، لذا توانایی کنترل‌کننده طراحی شده در حذف اثر این‌گونه اغتشاشات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین با در نظر گرفتن یک گشتاور اغتشاشی (τ_d) بر روی ربات در حالت حرکت بر روی سطح شیب‌دار به بررسی عملکرد کنترل‌کننده در ایجاد پاسخ مطلوب برای چرخش پوسته ربات پرداخته شده است. اثر گشتاور اغتشاشی در معادلات حرکت به‌صورت یک ترم اضافی (τ_d) در نیروی تعمیم یافته متناظر با مختصه α است:

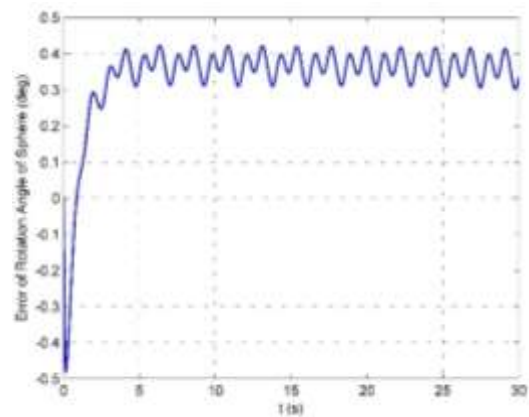
$$Q_\alpha = \tau + \tau_d \quad (44)$$

برای شبیه‌سازی حرکت کنترل‌شده ربات در این بخش، τ_d را برابر 0.5 N.m در نظر می‌گیریم. نتایج پاسخ خروجی، خطای تعقیب مسیر و گشتاور عملگر به ترتیب در شکل‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) آورده شده است.

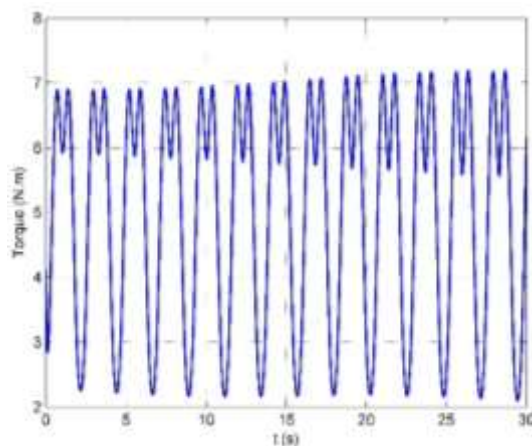
با توجه به شکل‌های (۹) و (۱۰) مشاهده می‌شود که ربات با وجود اعمال گشتاور اغتشاشی بر روی آن در طی حرکت توانسته تابع زمانی مطلوب تعریف شده برای زاویه دوران پوسته کروی خود را با وجود خطای اندکی دنبال نماید. همچنین گشتاور عملگر در محدوده مجاز تعیین شده برای آن در طی حرکت ربات باقی مانده است (شکل ۱۱).



شکل (۶): زاویه چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویه مطلوب با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری



شکل (۷): نمودار خطای دوران پوسته کروی نسبت به حالت مطلوب با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری



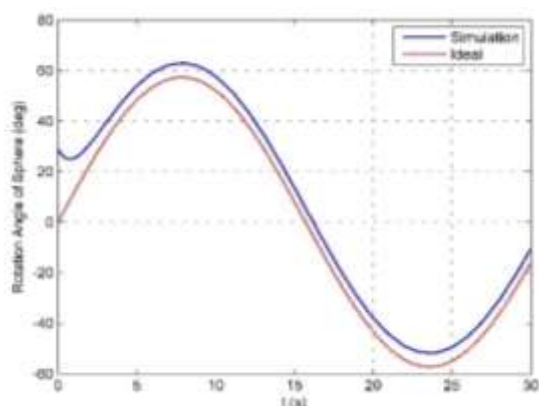
شکل (۸): گشتاور موتور ربات کروی با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری

کنترل ربات کروی تحت شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر مطلوب و نامعینی پارامتری و گشتاور اغتشاشی

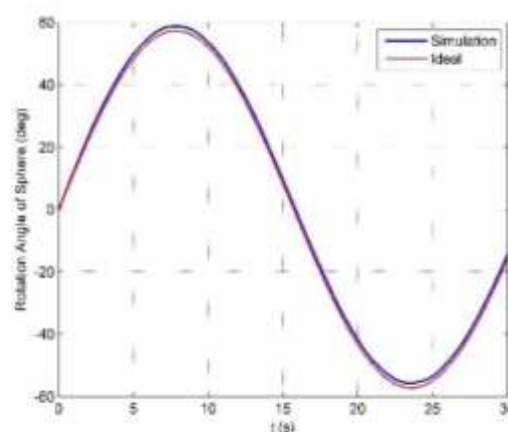
اکنون شرایطی را در نظر می‌گیریم که هر سه عامل ناپایدار کننده سیستم یعنی شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر، نامعینی‌های پارامتری و گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم وجود داشته باشد.

با فرض وجود ۲ درصد خطا در مقادیر همگی پارامترهای فیزیکی ربات و اعمال گشتاور اغتشاشی $1/5 \text{ N.m}$ به پوسته کروی و نیز انتخاب شرایط اولیه نامطلوب متناظر با زاویه چرخشی $0/5 \text{ rad}$ به بررسی عملکرد کنترل‌کننده در ایجاد پاسخی که مسیر مطلوب از پیش تعیین شده را دنبال کند، پرداخته می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در این حالت، شامل نمودار زاویه چرخش پوسته، نمودار خطای پاسخ زمانی و نمودار گشتاور موتور محرک در شکل‌های (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) ارائه شده است.

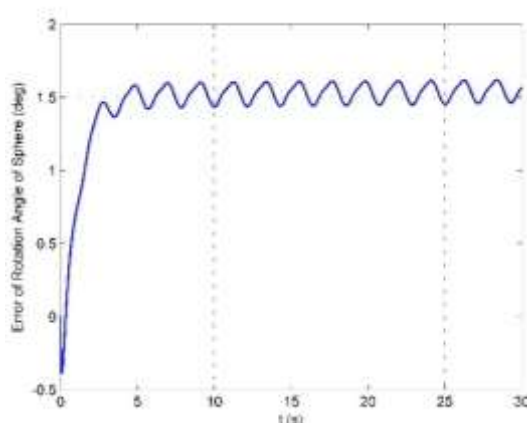
همان‌طور که در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) مشاهده می‌شود با وجود عوامل ناپایدار کننده حرکت زاویه چرخش، ربات کروی تابع زمانی مطلوب خود را با خطای دائم بسیار اندکی به‌خوبی تعقیب کرده است. همچنین با توجه به شکل (۱۴) نمودار گشتاور موتور از حد مجاز خود تجاوز نکرده است.



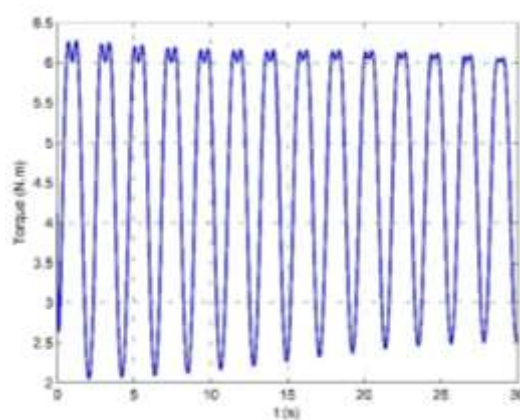
شکل (۱۲): زاویه چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویه مطلوب تحت شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر مطلوب، نامعینی پارامتری و گشتاور اغتشاشی



شکل (۹): زاویه چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویه مطلوب با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم



شکل (۱۰): نمودار خطای دوران پوسته کروی نسبت به حالت مطلوب با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم



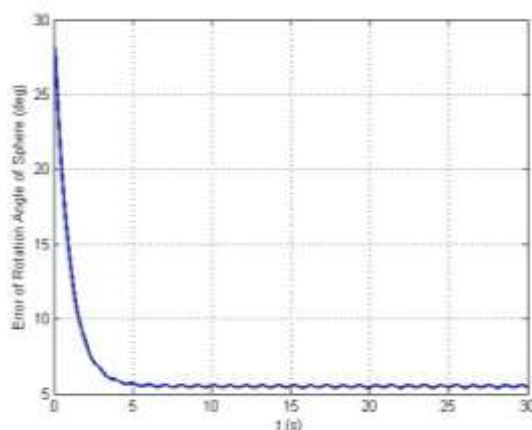
شکل (۱۱): گشتاور موتور ربات کروی با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی بر روی سیستم

روش لاگرانژ پرداخته شد.

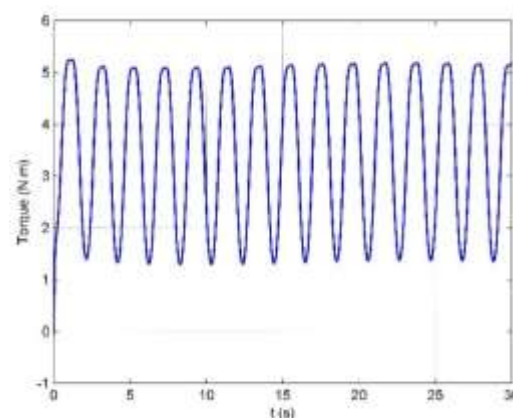
با توجه به کمبود تعداد عملگر نسبت به تعداد درجات آزادی ربات کروی، کنترل ربات از نظر برقراری پایداری چالش برانگیز بوده و لذا به طراحی یک کنترل-کننده غیرخطی، با روشی مبتنی بر خطی سازی به کمک فیدبک پرداخته شد. در ادامه با در نظر گرفتن شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر، نامعینی پارامتری و همچنین گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم، میزان مقاومت کنترل کننده مورد بررسی قرار داده شد که البته بررسی نتایج به دست آمده در چنین شرایط ناپایدار کننده ای گویای عملکرد مطلوب کنترل کننده در دنبال کردن مسیر (تابع زمانی) تعیین شده برای زاویه دوران پوسته کروی در حین حرکت بر روی سطح شیب دار بوده است. طراحی این کنترل کننده امکان استفاده از عملگری با گشتاور قابل تأمین برای ربات را فراهم ساخته که این موضوع (حد اشباع عملگر) یکی از محدودیت های طراحی در ربات های کروی محسوب می شود.

فهرست علائم

شتاب جاذبه ($m.s^{-2}$)	g
ممان اینرسی ($kg.m^2$)	I
ضریب تناسبی کنترل کننده (s^{-2})	K_P
ضریب مشتقی کنترل کننده (s^{-1})	K_V
طول پاندول (m)	l
جرم (kg)	M
شعاع کره (m)	R
گشتاور موتور ($N.m$)	T
انرژی جنبشی (J)	T
انرژی پتانسیل (J)	U
کار مجازی نیروهای مؤثر (J)	δW
زاویه چرخش کره (rad)	A
سرعت زاویه ای کره ($rad.s^{-1}$)	$\dot{\alpha}$
شتاب زاویه ای کره ($rad.s^{-2}$)	$\ddot{\alpha}$
زاویه شیب سطح (deg)	γ



شکل (۱۳): نمودار خطای دوران پوسته کروی نسبت به حالت مطلوب تحت شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر مطلوب، نامعینی پارامتری و گشتاور اغتشاشی



شکل (۱۴): گشتاور موتور ربات کروی با شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر و نامعینی پارامتری و گشتاور اغتشاشی

نتیجه گیری

در این پژوهش به مدل سازی دینامیکی و کنترل حرکت صفحه ای یک ربات کروی پاندولی بر روی یک سطح شیب دار پرداخته شد. به این منظور ابتدا تشریح ساختار ربات کروی و مدل سازی آن بر مبنای فرضیات مذکور به انجام رسیده، در ادامه با انتخاب دو مختصه تعمیم یافته نظیر زاویه دوران پوسته (α) و زاویه دوران پاندول (φ) به تحلیل دینامیکی و استخراج معادلات حرکت صفحه ای ربات بر روی سطح شیب دار با استفاده از

پوسته	s	زاویه چرخش پاندول (rad)	φ
اجزای داخلی	i	سرعت زاویه‌ای پاندول (rad.s^{-1})	$\dot{\varphi}$
مرکز ربات	o	شتاب زاویه‌ای پاندول (rad.s^{-2})	$\ddot{\varphi}$
پاندول	p	بردار سرعت زاویه‌ای پاندول (rad.s^{-1})	$\vec{\omega}_p$

مراجع

1. Bicchi, A., Balluchi, A., Prattichizzo, D., Gorelli, A., "Introducing the Sphericle: An Experimental Testbed for Research and Teaching in Non-holonomy", *IEEE. International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 3, Albuquerque, NM, USA, (1997).
2. Halme, A., Schonberg, T., Wang, Y., "Motion Control of a Spherical Mobile Robot", *IEEE. International Conference on Advanced Motion Control*, Vol. 1, Mie, Japan, (1996).
3. Bhattacharya, S., Agrawal, S., "Design Experiments and Motion Planning of a Spherical Rolling Robot", *IEEE. International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, San Francisco, CA, USA, (2000).
4. Zhan, Q., Zhou, T., Chen, M., Cai, S., "Dynamic Trajectory Planning of a Spherical Mobile Robot", *IEEE. International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 1, Bangkok, Thailand, (2006).
5. Zhang, W., Liu, X., Fang, C., Sun, H., "Dynamics Modeling of Spherical Robot with Arms by Using Kane's Method", *IEEE. International Conference on Natural Computation*, Vol. 4, Jinan, China, (2008).
6. Joshi, V., Banavar, R., Hippalgaonkar, R., "Design and Analysis of a Spherical Mobile Robot", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 45, Issue 2, pp. 130–136, (2010).
7. Liu, D., Sun, H., Jia, Q., "Stabilization and Path Following of Spherical Robot", *IEEE. Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, Vol. 1, Chengdu, China, (2008).
8. Azizi, M., Naderi, D., "Dynamic Modeling and Trajectory Planning for a Mobile Spherical Robot with a 3DOF Inner Mechanism", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 64, pp. 251–261, (2013).
9. Yu, T., Sun, H., Jia, Q., Zhao, W., "Path Following Control of a Spherical Robot Rolling on an Inclined Plane", *IEEE. International Frequency Sensor Association*, Vol. 21, pp. 42–47, (2013).
10. Gajbhiye, S., Banavar, R. N., "Geometric Tracking Control for a Nonholonomic System: a Spherical Robot", *International Federation of Automatic Control*, Vol. 49, pp. 820–825, (2016).
11. Ivanova, T. b., Kilin, A. a., Pivovarova, E. n., "Controlled Motion of a Spherical Robot with Feedback. I", *Journal of Dynamical and Control Systems*, Vol. 24, pp. 497–510, (2017).
12. Ivanova, T. b., Kilin, A. a., Pivovarova, E. n., "Control of the Rolling Motion of a Spherical Robot on an Inclined Plane", *Doklady Physics*, Vol. 63, pp. 435–440, (2018).
13. Sadigh, M. j., Salehi, A., Keshmiri, M., "A Semi-Manual Master-Slave Algorithm for Control of

Flexible Micro-Macro Manipulators", *IEEE. International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, Szczecin, Poland, (2007).

شبیه‌سازی عددی رفتار جریان گرما-شاره حول استوانه با وجود مفتول کنترل گر*

مقاله علمی - پژوهشی

سید اسماعیل رضوی^(۱) توحید ادیبی^(۲) احسان عباسی تبریزی^(۳)

چکیده در این مطالعه، تأثیر یک استوانه یا مفتول کمکی در بالادست جریان سیال حول استوانه به قطر D در یک کانال دوبعدی به ابعاد $20D \times 50D$ و در عدد رینولدز ۱۰۰ بر الگوهای گرما-شاره استوانه در حالت‌های ساکن و نوسانی مفتول بررسی شده است. فاصله افقی مفتول از $1/5D$ تا AD ، قطر آن از $0/1D$ تا $0/4D$ و همچنین فاصله عمودی مفتول از محور افقی از $0/1D$ تا $0/4D$ متغیر است. معادلات حاکم در این مطالعه، معادلات پایستاری با فرض جریان دوبعدی، ناپایا، تراکم‌ناپذیر، آرام و لزج می‌باشند. شرط مرزی عدم لغزش در دیواره استوانه‌ها و شرط دما ثابت در استوانه اصلی و شرط عایق دیواره برای مفتول برقرار است. معادلات حاکم به روش پسر و با نرم‌افزار کام‌سول حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که وجود مفتول یا استوانه کمکی در بالادست جریان در حالت ساکن باعث کاهش ضریب پسا و عدد نوسل استوانه اصلی می‌شود ولی نوسان عرضی آن با قطر $0/3D$ ، فاصله $2D$ و دامنه $0/25D$ ، باعث افزایش این مقادیر نسبت به حالت ساکن می‌گردند که این افزایش در حالت قفل‌شدگی یعنی $F=1$ بیش‌ترین مقدار است.

واژه‌های کلیدی استوانه دایره‌ای، جریان آرام، مفتول کنترل‌گر، انتقال حرارت.

Numerical Simulation of the Heat-Fluid Flow Behavior Around the Cylinder with the Controller Wire

S. E. Razavi T. Adibi E. Abbasi Tabrizi

Abstract In this paper, the effects of tripwire in upstream of flow over a circular cylinder in a 2D channel and $Re=100$ has been investigated. The dimensions of the channel are $20D \times 50D$. The distance between cylinder and wire is considered from $1.5D$ to $6D$, and the relative size of wire is considered from $0.1D$ to $0.9D$. The governing equations are continuity, momentum, and energy for 2D, incompressible, unsteady and vicious conditions. The no-slip condition for both cylinder wall, constant temperature for cylinder, and adiabatic wall for wire have been considered in this paper. The followed equations have been solved by the back-ward differentiate method and the CFD software - COMSOL MULTYPHISIC. The results show that the higher diameter of the wire and horizontal and vertical distances of the wire causes a higher decrease in values of cylinder's drag and heat transfer. At all, It is found that existing of wire in upstream, decreases the drag and heat transfer of the cylinder but oscillating wire with the amplitude of $0.25D$ and relative distance and diameters of $3D$ and $3D$ causes increasing in discussed parameters relative to the stationary state of them.

Key Words Circular Cylinder, Controller Wire, Laminar Flow, Heat Transfer.

DOI: 10.22067/fum-mech.v31i2.83998

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۸/۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۵/۱۳ می‌باشد.

(۱) استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز.

Email: tohidadibi@ubonab.ac.ir

(۲) نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بناب، بناب.

(۳) کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز.

مقدمه

مطالعه جریان سیال و انتقال گرما بر روی اجسام مختلف کاربرد وسیعی در صنایع مهندسی نظیر مبدل‌های گرمایی، پایه‌های پل‌ها، ساختمان‌سازی و لوله‌های راکتورهای هسته‌ای دارد. در عبور جریان خارجی از روی اجسام مختلف بعد از جدایش، ناحیه‌ای به نام دنباله به وجود می‌آید که باعث نوسان نیروها شده و بر اکثر پارامترهای جریان تأثیر می‌گذارد. لذا کنترل نقطه جدایش و دنباله از اهمیت زیادی برخوردار است.

آرایش متوالی استوانه‌ها جز مثال‌های اساسی و پایه برای این‌گونه مسائل است که در دهه‌های اخیر مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. وجود یک مفتول یا استوانه در بالادست استوانه دیگر در حالت‌های ساکن و نوسانی بر ناحیه دنباله پشت استوانه، نقطه جدایش، پدیده ریزش گردابه‌ها و تشکیل خیابان‌های کارمن (Karmam vortex street) اثر می‌گذارد و از این رو باعث تغییر در نیروهای وارده از طرف سیال و همچنین انتقال گرما از استوانه و در حالت کلی باعث تغییر در الگوهای گرما-شاره اطراف آن می‌شود. مطالعات انجام گرفته در سال‌های اخیر حاکی از آن است که در حالت ساکن، فاصله نسبی دو سیلندر، قطر نسبی آنها و همچنین عدد رینولدز و در حالت ناپایا، دامنه و فرکانس نوسان از پارامترهای تأثیرگذار محسوب می‌شوند.

جریان تراکم ناپذیر حول استوانه همراه با انتقال گرما در مطالعات مختلفی به صورت عددی و تجربی بررسی شده است [1,2]. با توجه به ویژگی‌های جریان اطراف استوانه همراه با انتقال گرما، این جریان عنوان جریان محک نیز مورد توجه پژوهشگران بوده است [3]. بهروزی و همکاران [4] جریان تراکم ناپذیر همراه با انتقال گرما روی استوانه را به صورت تجربی بررسی کردند. اثر یخ‌زدگی جدار روی خصوصیات گرمایی جریان بررسی شده است. سایه‌وند و بصیری [5] جریان تراکم ناپذیر همراه با انتقال گرما را در جریان

اطراف استوانه به صورت عددی بررسی کردند. آنها برای افزایش نرخ انتقال گرما از نانوسیال استفاده کردند. کاهش نیروی پسای وارد بر استوانه نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که پژوهشگران مختلفی در این زمینه کار کردند. ادیبی کاهش نیروی پسای استفاده از یخ‌زدگی جدار را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار داد [6]. انتظاری و همکاران در مطالعه تجربی دیگری راهکارهایی برای کاهش نیروی پسای پوسته‌ای ارائه کردند [7]. عالم و همکاران [8] به صورت تجربی در جریان متلاطم با هدف کاهش نیروهای جریان وارد بر استوانه تنها و دو استوانه در دو حالت متوالی و کنار هم میله‌های متحرک را در بالادست جریان مقابل آنها نصب کردند مطالعه جریان در عدد رینولدز 55×10^4 انجام گرفت. موقعیت زاویه‌ای میله‌های متحرک بین 20° و 60° درجه در نظر گرفته شده بود. نتایج مشاهدات برای استوانه تنها این گونه بود که ماکزیمم کاهش برای نیروی پسای به اندازه 67% و در زاویه 30° درجه اتفاق می‌افتد. همچنین بیشترین کاهش برای نوسانات نیروهای پسای و برا برای این استوانه به ترتیب 61% و 87% است. برای حالت سوم یعنی حالتی که دو استوانه در کنار هم قرار گرفته بودند هم کاهش قابل توجه برای نیروهای پسای و برا و همچنین نوسانات این نیروها مشاهده شد و در حالتی که فاصله دو استوانه 0.1 برابر قطر استوانه بود نیروی برای منفی برای استوانه‌ها اتفاق افتاد.

ژن و همکاران [9] به صورت عددی و با الگوریتم سیمپل جریان حول یک استوانه را با وجود مفتول کنترل‌گر در بالادست آن در اعداد رینولدز کم بررسی کردند، نتایج حاصله بیان‌گر این موضوع بود که نیروهای وارد بر استوانه در اثر وجود مفتول‌ها کاهش می‌یابند به‌ویژه در رژیم جریان حبابی و در قطرهای نسبی 0.3 و 0.5 . همچنین وجود جفت‌های گردابه در فاصله بین مفتول و استوانه باعث کاهش فشار در سطح رو به جریان سیلندر گردید.

جونکو [10] به صورت عددی و با روش اختلاف محدود مرتبه بالا به بررسی و تحلیل انتقال گرما اجباری در جریان پایا، متقارن و ویسکوز بر روی دو استوانه هم قطر با خصوصیات فیزیکی یکسان پرداخت. شبیه سازی عددی در مختصات دو قطبی استوانه ای انجام گرفت. برای گسسته سازی جملات غیر خطی معادلات ناویر استوکس، از روش اختلاف محدود مرتبه بالا و برای حل معادلات گسسته سازی شده از الگوریتم تکرارکننده استفاده شد. محدوده عدد رینولدز برای این مطالعه بین ۱ تا ۳۰ بود و مقادیر عدد پرانتل عبارت بودند از ۰/۱، ۱، ۱۰ و ۱۰۰. بیشتر تمرکز این مطالعه روی تأثیرات Pr.Re بر میزان انتقال گرما با مقادیر مختلف ظرفیت گرمایی بود. اثرات خارجی بر لبه جلویی استوانه ها بیشتر از لبه های پشت آنها بود که این اختلاف با افزایش عدد رینولدز بیشتر می شد. ضریب پسا برای هر دو استوانه کمتر از حالت استوانه تنها بود. ماهیر و همکاران [11] به صورت عددی و با روش حجم محدود، انتقال گرمای ناپایا را در جریان آرام با اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ بر روی دو استوانه با ارایش موازی بررسی کردند. محاسبات و شبیه سازی توسط نرم افزار فلوئنت (Fluent) انجام گردید. سیال مورد مطالعه هوا و فاصله دو استوانه به ترتیب ۲، ۳، ۴، ۵، ۷ و ۱۰ برابر قطر استوانه ها بود. پارامترهای جریان نظیر نیروهای پسا، برا و عدد استروهل محاسبه و با داده های موجود در مقالات قبلی مقایسه گردید. در اعداد رینولدز بالا، برای عدد نوسلت محلی حول استوانه دو پرش مشاهده شد. برای حالت $L/D > 4$ مقدار میانگین عدد نوسلت تقریباً برابر با عدد نوسلت استوانه تنها بود که در این حالت انتقال گرما از استوانه پایین دست تقریباً ۸۰٪ استوانه بالادست گزارش شد.

ونگ و همکاران [12] یک مطالعه عددی را به روش اختلاف محدود در مورد جریان بر روی دو استوانه در آرایش موازی، در اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۱۵۰ انجام دادند. آنها فاصله نسبی بین دو استوانه را در محدوده $D/1$ و

$D/4$ و قطر نسبی سیلندر بالادست را دو محدوده $D/1$ و D در نظر گرفتند (D قطر استوانه پایین دست است). بر اساس این تحقیق وقتی فاصله نسبی بین دو استوانه بزرگ باشد فعل و انفعالات بین دو استوانه ضعیف خواهد بود ولی وقتی به اندازه کافی کوچک باشد، گردابه های ناشی از هر دو استوانه در هم غوطه ور شده و دو استوانه همانند یک استوانه واحد عمل می کنند. همچنین در حالت کلی فرکانس ریزش گردابه برای استوانه پایین دست کوچک تر از حالت استوانه تنها است. عدد استروهل برای فواصل نسبی ۲/۵ تا ۳ و برای قطرهای نسبی ۰/۵، ۰/۷ و ۱ با افزایش فاصله به تدریج افزایش می یابد. ضرایب پسا و برا هم این ویژگی را دارند.

ماهیر و همکاران [13] الگوهای گرما-شاره را بر روی دو استوانه موازی با قطرهای غیر یکسان در دو عدد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ بررسی و تحلیل کرده و تأثیرات سه پارامتر قطر نسبی دو استوانه، فاصله و عدد رینولدز را بر ضرایب برا، پسا، عدد استروهل و عدد نوسلت به دست آوردند. بررسی نیروهای هیدرودینامیکی جریان و میزان انتقال گرما نسبت به فاصله نشان داد که در موقعیت مکانی خاص به علت تغییر الگوی جریان یک پرش در نمودار نیروها و عدد نوسلت وجود دارد. عدد استروهل بر اثر وجود استوانه در بالادست مقدار کوچک تری را نشان می دهد و با افزایش قطر استوانه بالادست کاهش می یابد. همچنین بررسی تغییرات عدد نوسلت نسبت به قطر نسبی در یک فاصله مکانی ثابت حاکی از آن است که با کاهش قطر استوانه بالادست میزان انتقال گرما افزایش می یابد ولی افزایش قطر به علت ایجاد ناحیه سکون وسیع در جلوی استوانه پایین دست و در نتیجه کاهش گرادیان دما در آن ناحیه موجب کاهش انتقال گرما از آن می شود. با افزایش بیشتر فاصله بین دو استوانه، انتقال گرمای استوانه همانند استوانه تنها عمل می کند.

رضوی و همکاران [۱۴] تأثیر حضور مفتول دایره ای چسبیده به استوانه را در مقایسه با استوانه بدون مفتول

روی پارامترهای ضریب پسا و انتقال گرما در گستره زاویه ۰ تا ۱۸۰ درجه نسبت به نقطه سکون بررسی کردند و دریافتند که افزودن مفتول تا موقعیت ۹۰° درجه موجب کاهش انتقال گرما نسبت به استوانه ساده می شود اما بعد از این زاویه انتقال گرما نسبت به حالت ساده افزایش می یابد. همچنین با کاهش عدد رینولدز تأثیر افزودن مفتول بیشتر می گردد. باو و همکاران [15] جریان بر روی یک استوانه را با وجود استوانه دیگر در بالادست که تحت ارتعاش اجباری در راستای عرضی قرار داشت در عدد رینولدز ۱۰۰ تحلیل و تأثیرات فاصله، فرکانس و دامنه را بر الگوهای گرما-شاره بررسی کردند. طبق تحقیقات، نوسان استوانه با دامنه کم، تغییرات زیادی را نسبت به حالت استوانه ساکن به وجود می آورد. برای جریان عبوری از روی دو استوانه ساکن سه الگو برحسب فاصله به وجود آمد. مشاهده شد که گذر از حالت توقف ریزش گردابه (VS(vortex shedding) Flow به حالت تشکیل گردابه (VF(vortex suppressing) Flow به علت نوسان اجباری استوانه بالادست زودتر اتفاق می افتد. برای حالت $F=1$ گردابه ها در $L/D=2/5-3$ نمایان شده و در $L/D>3.5$ ریزش گردابه ها شروع می شود. ناحیه گذار $2/5-2$ است که برای استوانه تنها در $3/5-3$ رخ می دهد. آنالیز طیفی نیروی برا بیانگر این موضوع است که برای فرکانس های القایی که در محدوده قفل شدگی قرار دارند، یک قله و در سایر فرکانس ها بیش از یک قله وجود دارد. نیروهای برا و پسا در حالت کلی نسبت به حالت دو استوانه ثابت مقادیر بزرگ تری را دارا می باشند. (مخصوصاً در ناحیه قفل). برای استوانه پایین با افزایش فاصله و فرکانس القایی مقادیر این نیروها شبیه حالت استوانه ساکن است. فو و همکاران [16] جریان بر روی استوانه را تحت تأثیر استوانه بالادست که تحت ارتعاشات اجباری در راستای طولی قرار داشت تحلیل کردند. ابتدا نتایج برای یک استوانه تنها و ساکن اعتبار سنجی شد و سپس حالت دو استوانه موازی در حالت ساکن و

در محدوده فاصله $L/D>1/5$ مورد بررسی قرار گرفت که فاصله بحرانی بین دو استوانه بین $3/5$ تا 2 به دست آمد. سپس جریان بر روی استوانه ساکن تحت تأثیر استوانه نوسان کننده در بالادست و در راستای طولی تحلیل شد. فاصله دو استوانه $L/D=2$ ، عدد رینولدز ۱۰۰ و دامنه نوسان (A/D) طبق مطالعات قبلی $0/3$ در نظر گرفته شد. همچنین فرکانس نسبی $(F=f/f_s)$ از $1/5$ تا 7 تغییر می کرد.

معادلات حاکم و روش حل

معادلات حاکم بر مسأله با فرض جریان لایه ای، تراکم ناپذیر، دوبعدی و لزج، به شرح زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

در این مسأله دو عدد رینولدز مطرح است:

(۱) بر مبنای قطر استوانه: $Re_D = \frac{U_i D}{\nu}$ که برابر ۱۰۰ است.

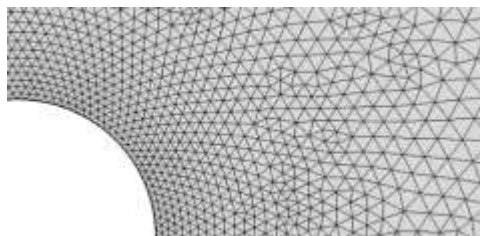
(۲) بر مبنای ارتفاع کانال: $Re_H = \frac{U_i H}{\nu}$ که برابر ۲۰۰۰ است.

لذا در هر حالتی جریان آرام است. در قسمت پایانی مقاله، جریان بر روی استوانه تحت تأثیر مفتول در بالادست جریان با قطر نسبی $0/3$ و فاصله نسبی ۳ تا استوانه بررسی می شود. در این حالت مفتول دارای حرکت عرضی بوده و معادله حرکت آن به صورت زیر است:

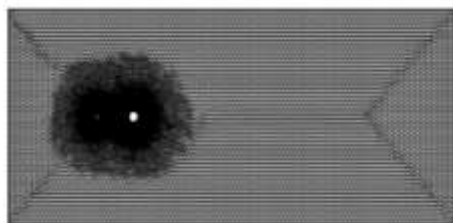
$$Y(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \quad (۱)$$

که A دامنه نوسان و برابر $0/25D$ و f_0 فرکانس

شبکه های مختلف بر ضریب پسای استوانه اصلی تحت تأثیر مفتول کنترل گر در حالت خاص $d/D=0/3$ ، $L/D=4$ و عدد رینولدز ۱۰۰ بررسی می شود. بدین منظور ۸ شبکه با ابعاد مختلف با ترکیبی از شبکه های با سازمان و بی سازمان مورد استفاده قرار می گیرد. برای دقت بیشتر، تعداد شبکه ها در اطراف استوانه به اندازه کافی ریز در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از تعداد شبکه ها بر ضریب پسای استوانه اصلی در شکل (۳) نمایش داده شده است.

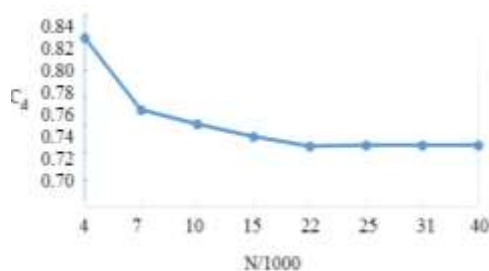


(الف)



(ب)

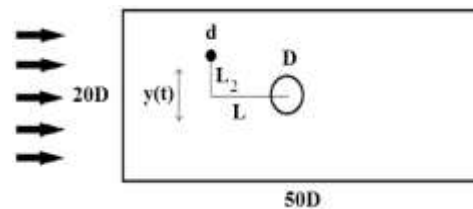
شکل (۲): شبکه بندی برای $d/D=0/3$ و $L/D=3$; (الف) اطراف استوانه، (ب) کل کانال



شکل (۳): ضریب پسای متوسط استوانه در شبکه بندی های مختلف

ملاحظه می شود که نتایج ضریب پسا پس از تعداد ۲۲۸۶۸ شبکه تغییر قابل توجهی ندارد لذا این شبکه

نوسان اجباری مفتول و t هم زمان است. در این تحقیق جریان سیال بر روی یک استوانه مدنظر است که در بالادست آن یک مفتول یا استوانه دایروی قرار گرفته است. استوانه و مفتول در داخل یک کانال به ارتفاع $20D$ و طول $50D$ قرار دارند. فاصله مفتول از ورودی کانال $10D$ است که به فاصله L از استوانه اصلی در بالادست جریان قرار دارد. (شکل ۱)، مقادیر L در قسمت های مختلف این پژوهش از $1/5D$ تا $8D$ متغیر است. هم مفتول و هم استوانه به فواصل مساوی $10D$ از مرز بالا و پایینی کانال قرار گرفته اند. مبدأ مختصات در روی ورودی کانال و وسط آن قرار دارد.



شکل (۱): هندسه مسئله مورد مطالعه

جریان به صورت افقی از ورودی کانال وارد شده و از انتهای آن خارج می گردد. در ورودی، سرعت یکنواخت $u=U_i$ ، دمای یکنواخت $T=T_i$ ، در دیواره بالا و پایین کانال، $u=U_i$ و $v=0$ ، $T=T_i$ ، در استوانه $\frac{\partial T}{\partial n}=0$ ، $u=v=0$ (دیواره عایق)، در دیواره مفتول $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial x}=0$ (دما ثابت) و در خروجی: $T=T_w$ ، $u=v=0$ برقرار است که در آن n بردار نرمال دیواره و U_i و T_i به ترتیب سرعت و دمای جریان آزاد در ورودی می باشند. شبکه بندی مورد استفاده در این مطالعه مجموعه ای از شبکه های سازمان یافته و بی سازمان می باشند که به شکل مثلثی در نظر گرفته شده اند. این شبکه بندی در اطراف استوانه دارای نرخ رشد بوده و به اندازه کافی ریز در نظر گرفته شده اند ولی در سایر نقاط به صورت یکنواخت است. شکل (۲) شبکه بندی مذکور را در به ترتیب در نزدیکی استوانه و کل کانال نشان می دهد. برای بررسی نتایج استقلال از شبکه، تأثیر

لذا گام زمانی ۰/۰۵ به عنوان گام مورد استفاده در این پژوهش انتخاب می شود.

برای اعتبار سنجی پژوهش حاضر، نتایج به دست آمده از ضریب پسا و عدد نوسلت میانگین استوانه برای جریان بر روی یک استوانه با وجود مفتول کنترل گر در فاصله $L/D=0/5$ و قطر $d/D=0/3$ با نتایج حاصل از ونگ [12] و ماهیر [13] مقایسه شد. نتایج حاصل بدین صورت است:

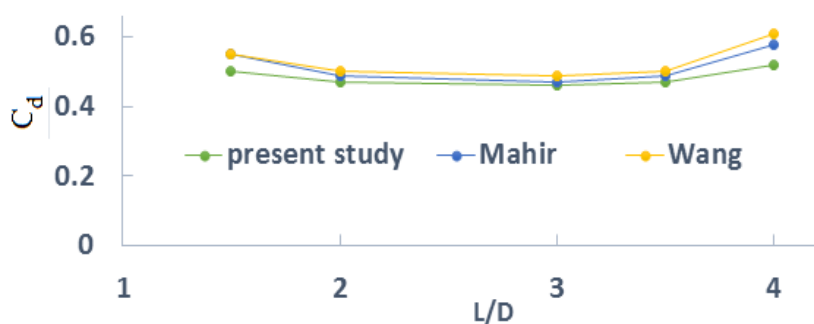
از مقایسه نتایج پژوهش حاضر با نتایج حاصل از مقالات قبلی، مشاهده می شود که تطابق خوبی بین آنها برقرار است.

به عنوان شبکه مورد استفاده انتخاب می شود. برای بررسی استقلال نتایج از گام زمانی، تأثیر نوسان عرضی یک استوانه هم قطر با استوانه اصلی، در فاصله $L/D=3$ و فرکانس نسبی $F=1$ (منظور از فرکانس نسبی، نسبت فرکانس تحریک استوانه به فرکانس تشکیل گردابه های پشت استوانه در حالت ساکن است). بر ضریب پسا، عدد استروهل و همچنین میزان انتقال گرما از استوانه در عدد رینولدز ۱۰۰ انجام گرفته است. دامنه نوسان استوانه کمکی برابر $0/25D$ است. نتایج حاصل در جدول (۱) آورده شده است. شایان یادآوری است که گام زمانی به صورت نسبی در نظر گرفته شده است. $(\Delta t = \Delta T \cdot U_i / D)$

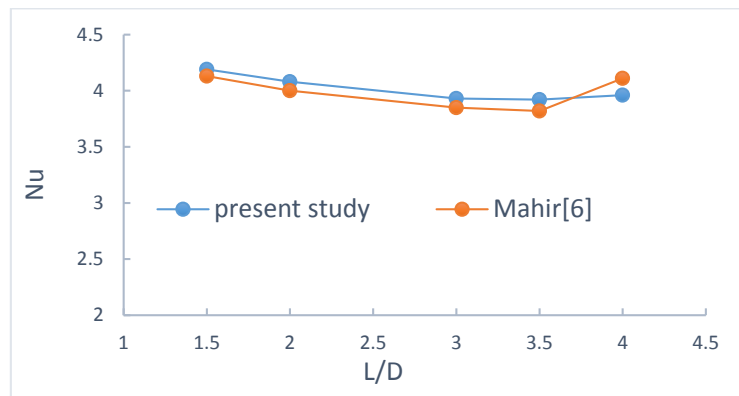
با توجه به داده های جدول، با کاهش گام زمانی از ۰/۰۵ به ۰/۰۱، نتایج حاصل تغییر چندانی پیدا نمی کنند.

جدول (۱): نتایج استقلال از گام زمانی

Δt	C_d	Nu	St
۰/۱	۰/۷۵	۴/۹	۰/۱۵۱
۰/۰۵	۰/۶۷۵	۴/۹۹	۰/۱۵۵
۰/۰۱	۰/۶۷۴	۵/۰۱	۰/۱۵۵



شکل (۴): مقایسه نتایج به دست آمده در این مقاله با نتایج ونگ [12] و ماهیر [13] (ضریب پسای متوسط استوانه با وجود مفتول کنترل گر در فاصله نسبی ۳ و قطر نسبی ۰/۵ و $Re=100$)



شکل (۵): مقایسه عدد نوسلت متوسط استوانه با وجود مفتول کنترل گر در فاصله نسبی ۳ و قطر نسبی ۰/۵ و $Re = 100$

نتایج و بحث

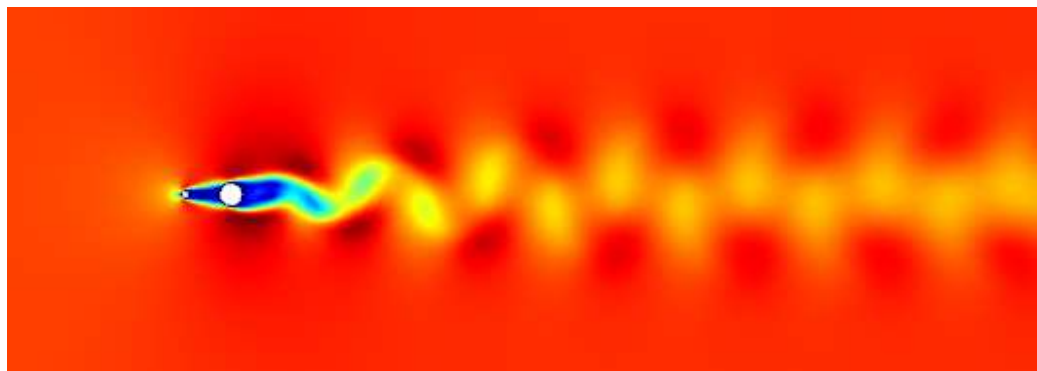
هدف اصلی در این تحقیق، بررسی میزان انتقال گرما در جریان ناپایا بر روی استوانه تحت تأثیر یک مفتول کنترل گر است. این مفتول در فواصل مختلف نسبت به استوانه اصلی قرار دارد و قطر نسبی آن در محدوده خاصی متغیر است و وجود آن در وضعیت های مختلف باعث تغییر در الگوهای گرما-شاره و همچنین گردابه های پشت استوانه می شود. برای یافتن مقدار بهینه برای انتقال گرما و ضریب پسای استوانه، مقدار یک متغیر ثابت فرض شده و تأثیر سایر متغیرها بر روی آن بررسی می شود. در این تحقیق، عدد رینولدز نسبت به قطر استوانه اصلی برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

نتایج برای تغییر موقعیت افقی مفتول

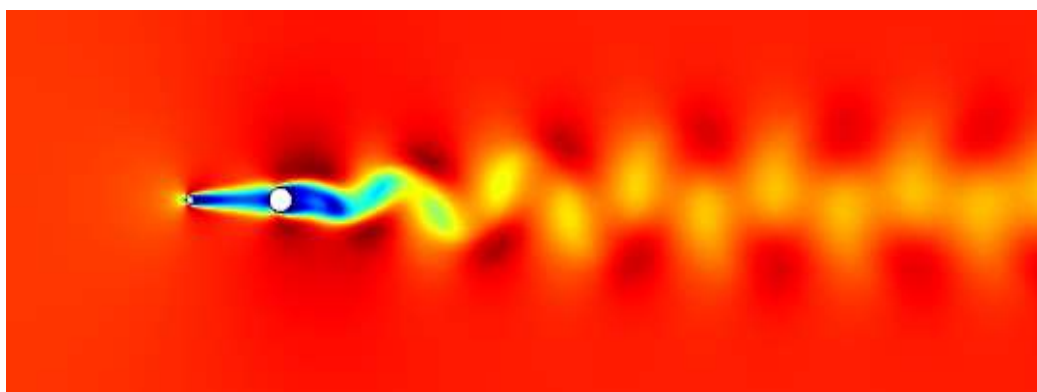
در این بخش یک مفتول با قطر کوچک تر از استوانه در بالادست آن قرار گرفته و تأثیر آن در فواصل طولی ۲ تا ۸ نسبت به قطر استوانه بر الگوهای گرما-شاره بررسی می شود. قطر مفتول برابر $0.3D$ است. با توجه به شکل (۶) ملاحظه می شود که وقتی قطر نسبی مفتول نسبت به استوانه 0.3 است، با گذر جریان بر روی مفتول در پشت آن دو دنباله به صورت تقارن نسبت به خط مرکزی به وجود می آید و تا سطح جلویی استوانه کشیده می شود و با افزایش فاصله مفتول و استوانه فقط طول دنباله به وجود آمده بیشتر شده و کشیده تر می شود و برخلاف

حالت جریان بر روی دو استوانه هم قطر، در هیچ فاصله ای ریزش گردابه ای بین مفتول و استوانه مشاهده نمی شود، به عبارتی دیگر، در این حالت برحسب فاصله مفتول و استوانه، فاصله بحرانی وجود ندارد (با توجه به مطالعات ماهیر [11] در جریان بر روی دو استوانه موازی هم قطر، یک فاصله بحرانی وجود دارد که بعد از آن در فضای بین استوانه و مفتول ریزش گردابه ها شروع شده و الگوی جریان تغییر می یابد. در نتیجه این تغییر الگو، مقادیر نیروهای هیدرو...۰۰۰۰۰۰۰۰ رودینامیکی وارد بر استوانه و همچنین میزان انتقال حرارت از آن به صورت ناگهانی افزایش می یابد). همچنین با افزایش فاصله عمودی مفتول از محور افقی، ناحیه سکون در سطح جلوی کاهش یافته و نقطه جدایش نیز تغییر می یابد. لذا اختلاف فشار دو طرف استوانه افزایش یافته و باعث افزایش نیروی پسای وارد بر آن می شود (شکل ۷).

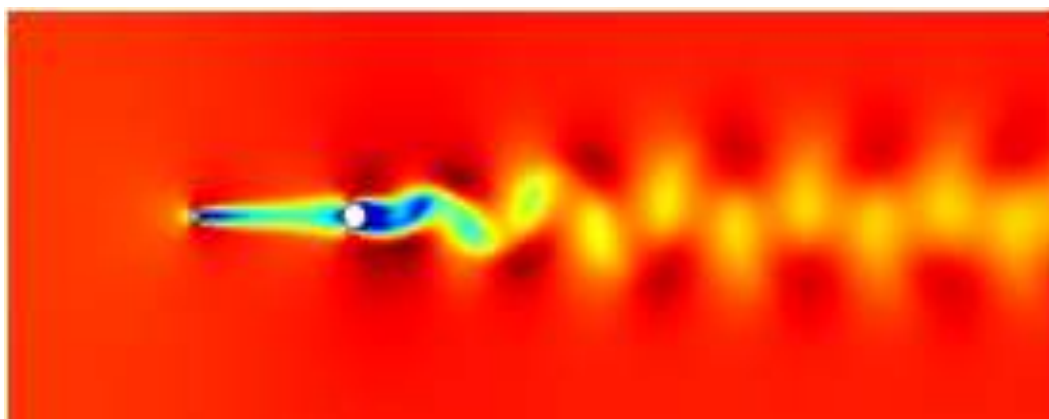
شکل های (۸) و (۹) به ترتیب تغییرات ضریب پسا و عدد نوسلت استوانه را در حالت $d/D = 0.3$ برحسب فاصله افقی استوانه و مفتول نشان می دهد. همچنین شکل های (۱۰) و (۱۱) به ترتیب تغییرات ضریب پسا و عدد نوسلت استوانه را در حالت $d/D = 0.3$ برحسب فاصله عمودی استوانه و مفتول نشان می دهد.



$L/D=2$

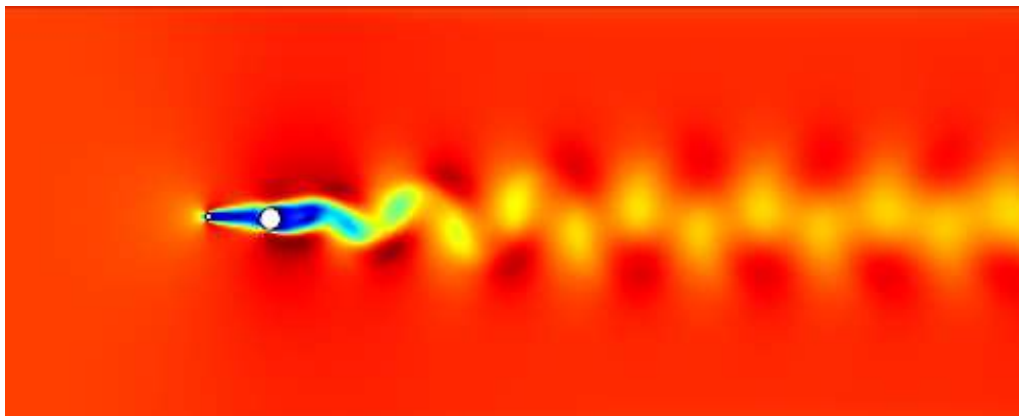


$L/D=4$

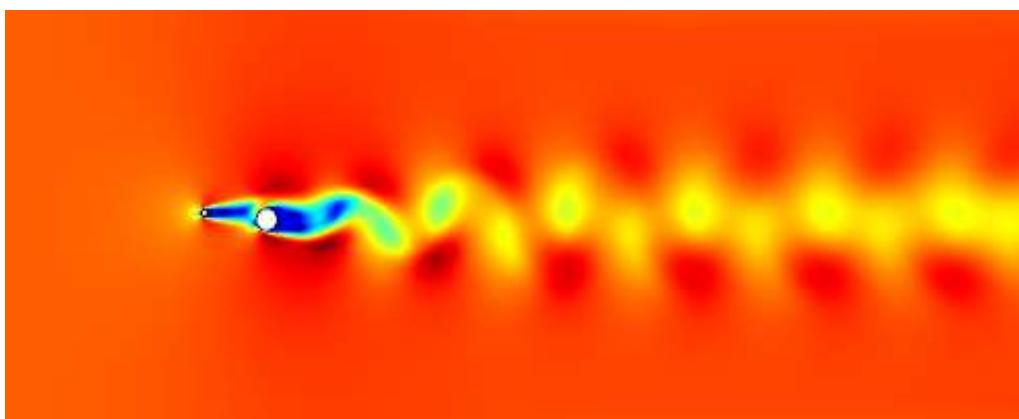


$L/D=8$

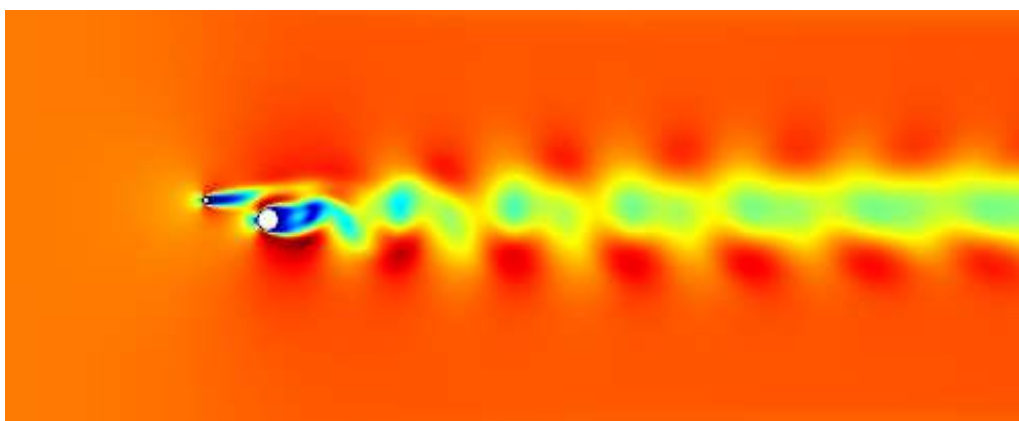
شکل (۶): کانتورهای سرعت جریان با وجود مفتول در بالادست برحسب فاصله افقی مفتول با قطر نسبی $0/3$ در $Re = 100$



$$L_2/D=0.1$$

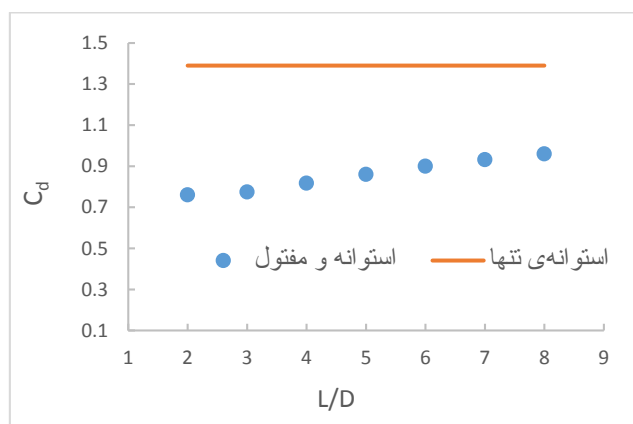


$$L_2/D=0.5$$

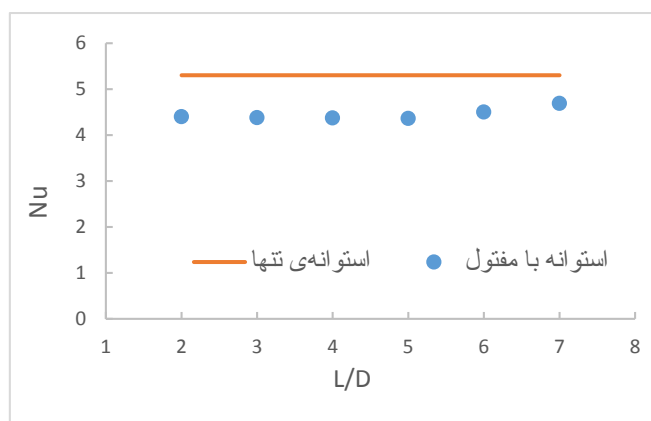


$$L_2/D=0.9$$

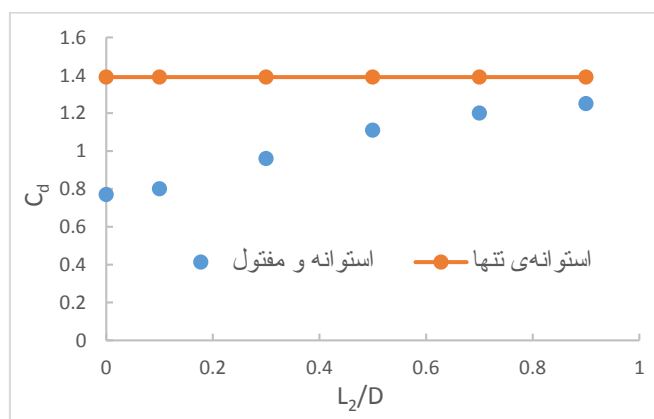
شکل (۷): کانتورهای سرعت جریان با وجود مفتول در بالادست برحسب فاصله افقی مفتول با قطر نسبی 0.3 در $Re = 100$



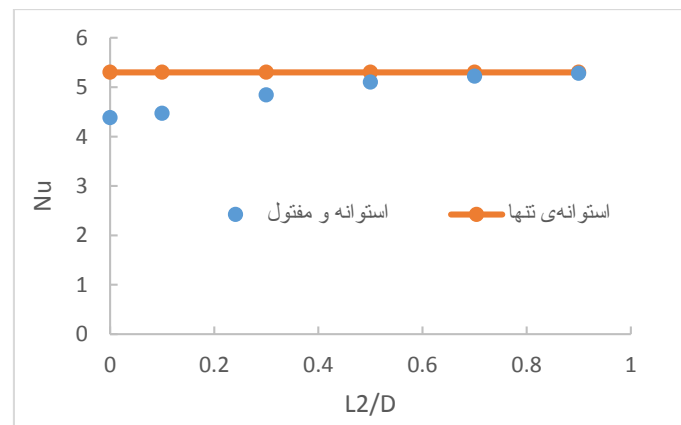
شکل (۸): نیروی پسای جریان بر روی استوانه و مفتول با قطر $0.3D$ برحسب فاصله افقی در $Re = 100$



شکل (۹): عدد نوسلت جریان بر روی استوانه و مفتول با قطر $0.3D$ برحسب فاصله افقی در $Re = 100$



شکل (۱۰): تغییرات نیروی پسای استوانه تحت تأثیر مفتول کنترل‌گر با قطر $0.3D$ و در فاصله افقی $3D$ برحسب فاصله عمودی آن از محور افقی در $Re = 100$



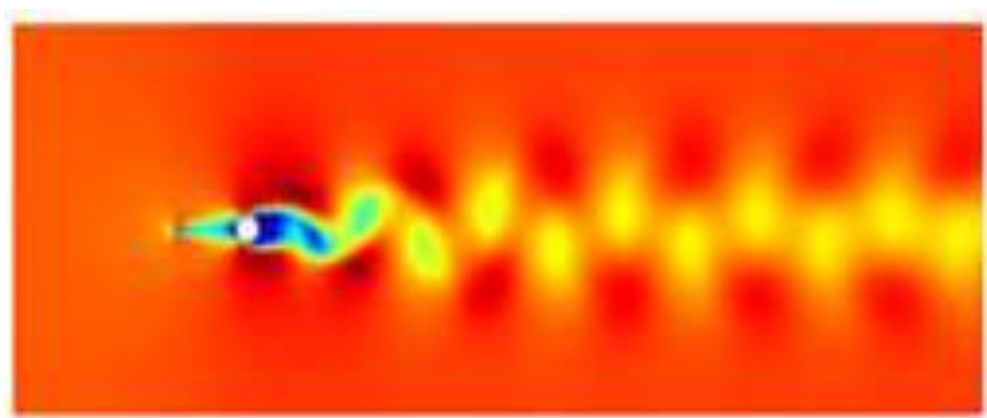
شکل (۱۱): تغییرات عدد نوسلت استوانه تحت تأثیر مفتول کنترل‌گر با قطر $d/3$ و در فاصله افقی $3D$ برحسب فاصله عمودی آن از محور افقی در $Re = 100$

می‌باشند وسیع‌تر شده و بعد از چسبیدن به هم در فاصله بین استوانه و مفتول، به سطح جلویی استوانه برخورد کرده و تشکیل یک ناحیه شبه‌سکون را در جلوی استوانه می‌دهند و سپس رشد لایه مرزی بر روی استوانه شروع می‌شود که با افزایش نسبت d/D این ناحیه بزرگ‌تر شده و رشد لایه مرزی دیرتر شروع می‌شود. سپس در پشت استوانه خیابان‌های کارمن تولید شده و بعد از آن پدیده ریزش گردابه شروع می‌شود. همچنین با افزایش نسبت d/D ، خیابان‌های ورتکس کارمن در پشت استوانه تا طول بیش‌تری امتداد می‌یابند. درواقع با کاهش نسبت قطر مفتول به استوانه، دنباله حاصل از عبور جریان بر روی مفتول باریک‌تر شده و به عبارتی اثرات وجود مفتول بر الگوهای گرما-شاره استوانه کمتر می‌شود. در جریان بر روی استوانه و مفتول هم در حالت‌های $d/D=0/1$ و $d/D=0/3$ در اطراف مفتول خطوط ایزوترم مشاهده نمی‌شود ولی با افزایش نسبت d/D ، این خطوط نمایان می‌شوند و این به معنی وجود انتقال گرما در آن قسمت است. تغییرات مقادیر نیروی پسا و عدد نوسلت برحسب قطر مفتول در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است.

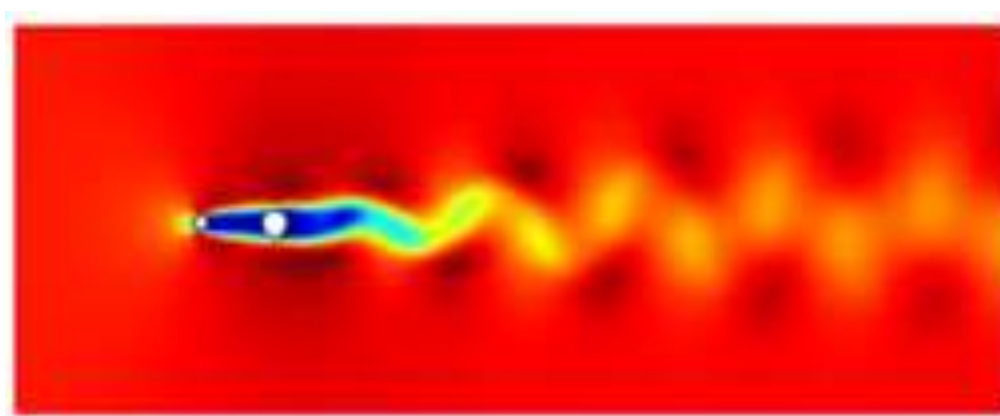
ملاحظه می‌شود که با افزایش فاصله، ضریب پسای استوانه به‌طور آهسته بیش‌تر می‌شود. در شکل بالا، هیچ پرش ناگهانی مشاهده نمی‌شود و تغییرات مقادیر پارامترها برحسب فاصله استوانه و مفتول ملایم است. ملاحظه می‌شود که با افزایش فاصله عمودی مفتول از محور افقی، هم ضریب پسا و هم عدد نوسلت افزایش یافته و به مقادیر جریان بر روی استوانه تنها نزدیک‌تر می‌شوند ولی در حالت کلی وجود مفتول در این حالت باعث کاهش در ضرایب پسا و عدد نوسلت استوانه می‌شود.

تأثیر اندازه قطر مفتول بر الگوهای گرما-شاره اطراف استوانه

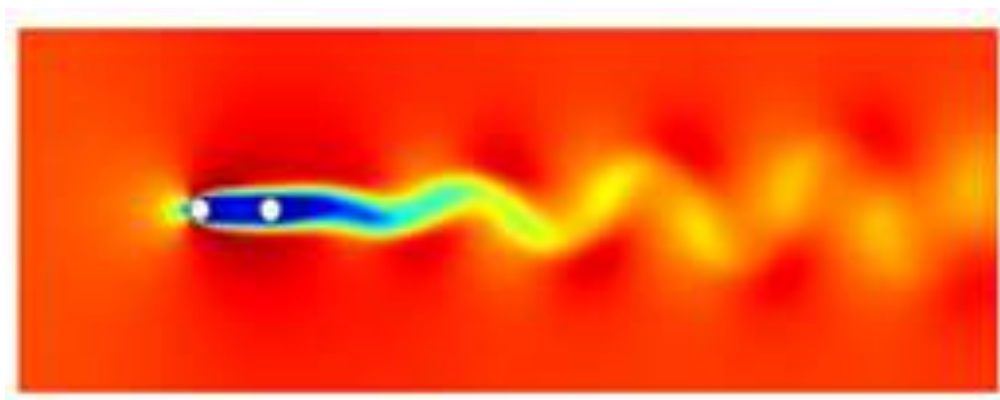
شکل‌های (۱۲) و (۱۳) و (۱۴) کانتورهای سرعت و دما و خطوط جریان بر روی استوانه را در $L/D=0/3$ ، در قطرهای مختلف و در زمان بی‌بعد $150s$ نشان می‌دهند. وقتی $d/D=0/1$ ، دنباله کوچکی در پشت مفتول تولید شده و لایه‌های برشی ایجاد شده تا نزدیکی سطح جلویی استوانه گسترش یافته و در نزدیکی خط مرکزی استوانه به آن می‌چسبند. با بزرگ‌تر شدن نسبت d/D ، دنباله‌های حاصل از مفتول که به‌صورت متقارن نیز



$d/D=0.1$



$d/D=0.5$

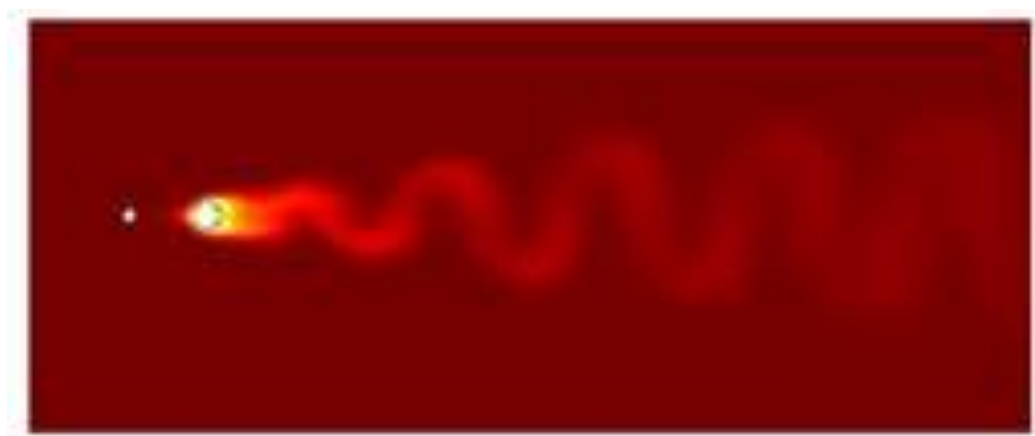


$d/D=0.9$

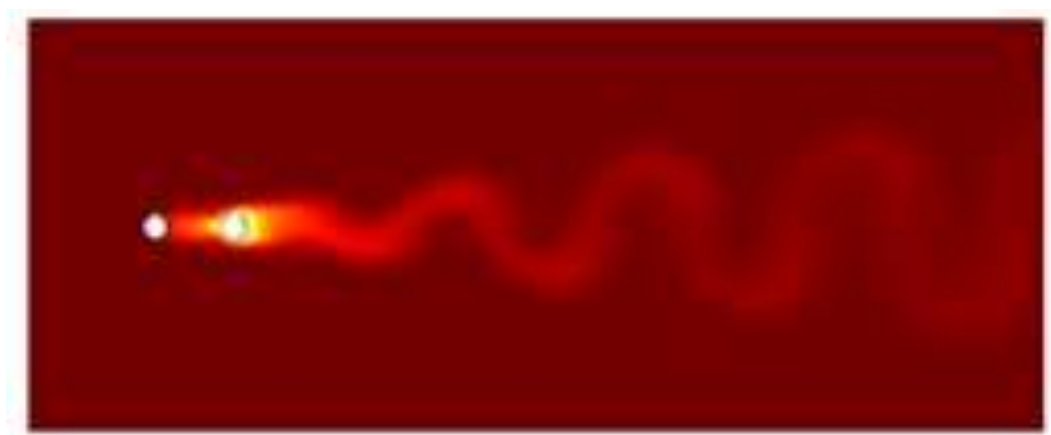
شکل (۱۲): کانتورهای سرعت جریان بر روی استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر در قطرهای مختلف نسبت به استوانه در فاصله افقی $3D$ و $Re = 100$



$d/D=0.1$

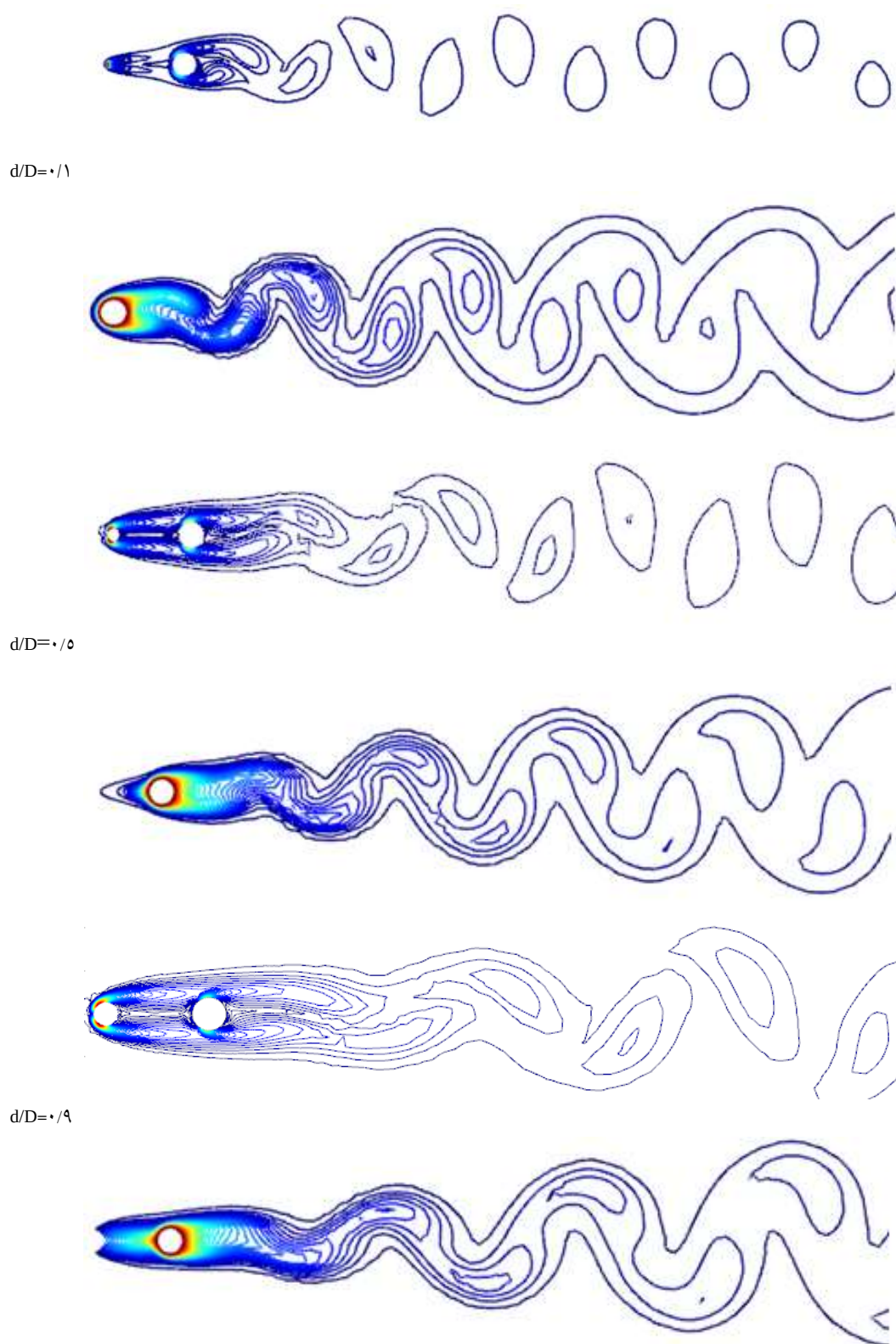


$d/D=0.5$

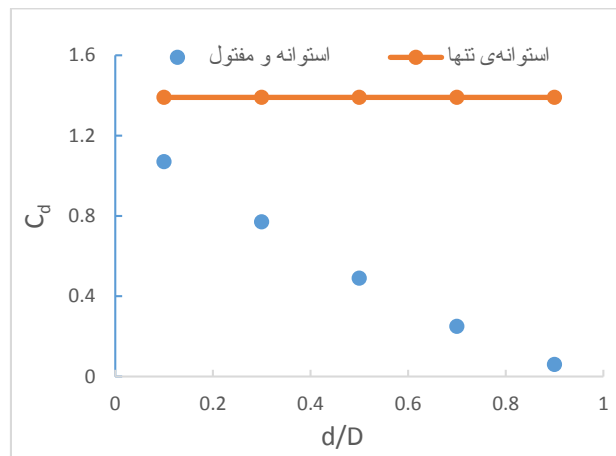


$d/D=0.9$

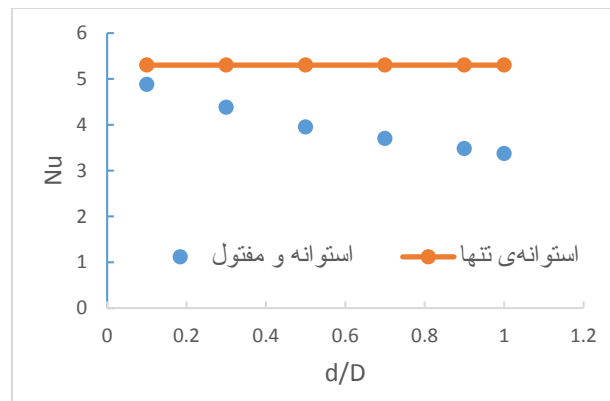
شکل (۱۳): کانتورهای دمای جریان بر روی استوانه با وجود مفتول کنترل گر در قطرهای مختلف نسبت به استوانه در فاصله افقی ۳D و $Re=100$



شکل (۱۴): کانتورهای گردابه (بالا) و همدمای (پایین) جریان بر روی استوانه با وجود مفتول کنترل گر در قطرهای مختلف نسبت به استوانه در فاصله افقی $3D$ و $Re = 100$



شکل (۱۵): نیروی پسای استوانه برحسب قطر مفتول در فاصله ۳D در بالادست استوانه و در $Re = 100$



شکل (۱۶): عدد نوسلت استوانه برحسب قطر مفتول در فاصله ۳D در بالادست استوانه و در $Re = 100$

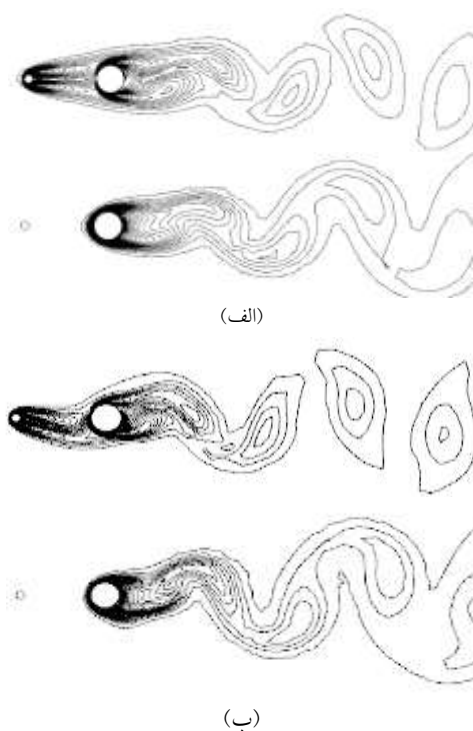
گرمایی بر روی سطح استوانه با افزایش نسبت d/D است.

نتایج جریان بر روی استوانه تحت تأثیر نوسان عرضی مفتول در بالادست

در این قسمت کنترل فعال جریان از طریق نوسان عرضی اجباری مفتول در بالادست استوانه ساکن بررسی می‌شود. قطر مفتول $0.3D$ و فاصله آن تا استوانه $3D$ و دامنه نوسان برابر $0.25D$ است. الگوهای گرما-شاره و همچنین تغییرات نیروهای هیدرودینامیکی و عدد نوسلت استوانه در سه فرکانس نوسان مفتول در حالت‌های فروهارمونیک ($F=0.5$)، هارمونیک ($F=1$) و فراهارمونیک ($F=2$) بررسی می‌شوند.

مشاهده می‌شود که با افزایش قطر مفتول نسبت به استوانه مقادیر ضریب پسا کاهش می‌یابد که علت آن، افزایش وسعت دنباله حاصل از عبور جریان بر روی مفتول در پشت آن است. حالت $d/D=0.1$ نزدیک‌ترین وضعیت به ضریب پسای استوانه تنها است. با بزرگ‌تر شدن قطر مفتول در بالادست، دنباله ناشی از گذر جریان بر روی مفتول در جلوی استوانه بزرگ‌تر شده و باعث می‌شود اختلاف فشار دو طرف استوانه کاهش یابد و این به معنی کاهش ضریب پسای فشاری و در حالت کلی ضریب پسا است. همچنین مطالعه تغییرات عدد نوسلت از طریق شکل (۱۶) بیانگر این موضوع هست که با افزایش قطر مفتول، عدد نوسلت متوسط استوانه کمتر می‌شود که دلیل آن، افزایش ضخامت لایه مرزی

۱ و ۲ ریزش گردابه در بین پشت مفتول مشاهده می‌شود. لذا می‌توان نتیجه گرفت که نوسان مفتول در بالادست باعث می‌شود تغییر الگوی گردابه‌ها از VS به VF زودتر اتفاق بیفتد. مطالعه کانتورهای گردابه در پشت مفتول، به وضوح نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس نوسان اجباری، نوسان گردابه‌ها در بین استوانه و مفتول نیز بیشتر می‌شود. همچنین کانتورهای خطوط ایزوترم نشان می‌دهد که در حالت $F=1$ یعنی حالت قفل‌شدگی، تراکم خطوط ایزوترم در اطراف استوانه بیش‌تر است و این به معنی افزایش انتقال گرما از استوانه در این حالت است. کانتورهای خطوط گردابه (بالا) و هم‌دما (پایین) در زمان بی‌بعد $100s$ در شکل (۱۷) نشان داده شده‌اند.



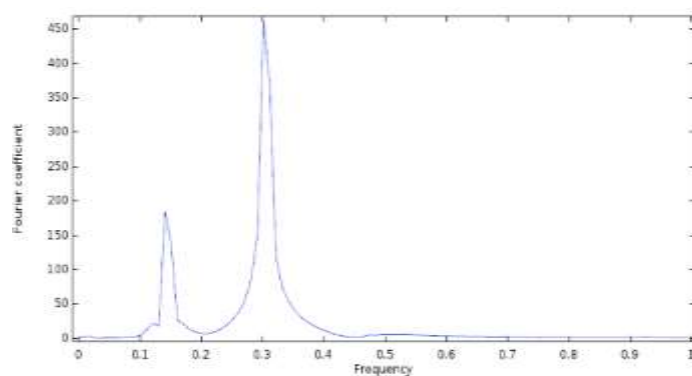
شکل (۱۷): کانتورهای گردابه و هم‌دما در جریان بر روی استوانه و مفتول کنترل‌گر در فاصله و قطر نسبی ۳ و 0.3 و $Re=100$ ؛ (الف) حالت ساکن، (ب) $F=1$

آنالیز طیفی و بررسی سیگنال‌های فرکانسی نیروی برا نشان می‌دهد که در فرکانس‌های 0.5 و 2 دو قله در نمودار مشاهده می‌شود درحالی‌که در فرکانس 1 فقط یک قله وجود دارد (شکل ۱۸).

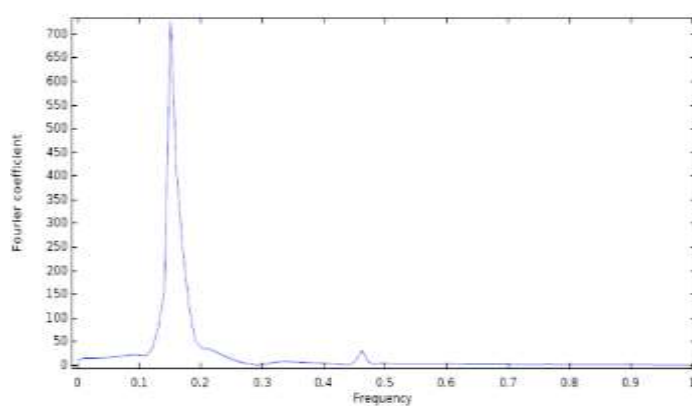
پدیده قفل‌شدگی [15]. قفل‌شدگی زمانی به وجود می‌آید که جسمی در مقابل جریان و تحت نوسان اجباری قرار داشته باشد. در این حالت فرکانس تشکیل گردابه‌ها در پشت جسم با فرکانس قابل انتظار متفاوت خواهد بود. در این حالت فرکانس تحریک اجباری جسم بر فرکانس طبیعی تشکیل گردابه‌ها در پشت آن غلبه کرده و بر آن مستولی می‌شود؛ و دو فرکانس باهم برابر می‌شوند. نکته قابل بیان این است که حالت قفل‌شدگی فقط در حالت برابری فرکانس تحریک با فرکانس تشکیل گردابه‌ها اتفاق نمی‌افتد، بلکه در محدوده‌ای خاص در نزدیکی آن نیز برقرار است که به آن محدوده ناحیه قفل‌شدگی می‌گویند، ولی وقتی که اختلاف دو فرکانس زیاد باشد دو فرکانس نمی‌توانند باهم کوپل شوند. سه راه برای تشخیص حالت قفل‌شدگی وجود دارد که عبارت‌اند از:

۱. مشاهده رفتار جریان به صورت تجربی یا عددی: نوسان گردابه‌ها در پشت جسم، به صورت هماهنگ با نوسان اجباری آن اتفاق می‌افتد؛
۲. آنالیز طیفی نیروی برا: در این حالت در نمودار فقط یک قله مشاهده می‌شود؛
۳. مشاهده تغییرات نیروی برا برحسب زمان: در حالت قفل‌شدگی، این نمودار به صورت سینوسی خواهد بود.

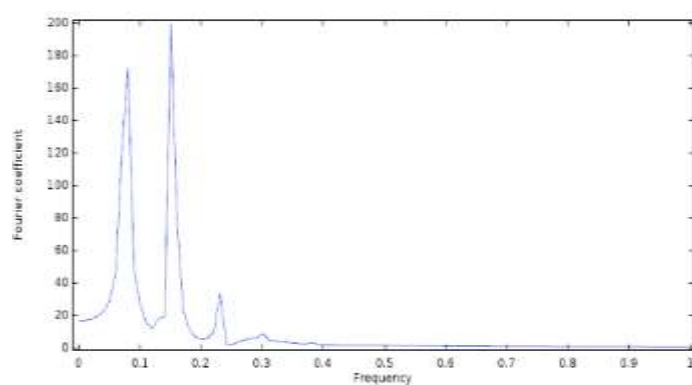
تحقیقات باو و همکاران در مورد جریان بر روی دو استوانه موازی نشان داد که در حالت VS که در فاصله‌های کم دو استوانه رخ می‌دهد، به علت تراکنش زیاد بین گردابه‌های آنها ناحیه قفل بزرگ‌تر از حالت VF است. نوسان مفتول در بالادست باعث می‌شود که تغییر الگوی گردابه‌ها از حالت VS به VF زودتر به وقوع بپیوندد. بررسی کانتورهای گردابه برای جریان بر روی استوانه و مفتول در حالت ساکن نشان می‌دهد که تا فاصله $L/D=8$ هیچ گردابه‌ای در فضای بین استوانه و مفتول تشکیل نمی‌گردد. درواقع برای حالت ذکرشده در حالت ساکن الگوی جریان VF وجود ندارد، اما در حالت نوسان مفتول با دامنه $0.25D$ و فرکانس‌های نسبی 0.5 ،



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۱۸): آنالیز طیفی برا در جریان بر روی استوانه و مفتول کنترل‌گر در بالادست جریان در فاصله و قطر نسبی ۳ و ۰/۳ و $Re = 100$:

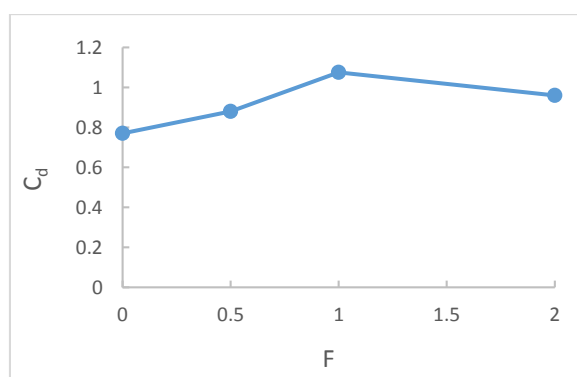
الف) $F = 0.5$ ، ب) $F = 1$ ، ج) $F = 2$

در بالادست استوانه مقادیر نیروها و همچنین عدد نوسلت در حالت کلی نسبت به حالت ساکن افزایش

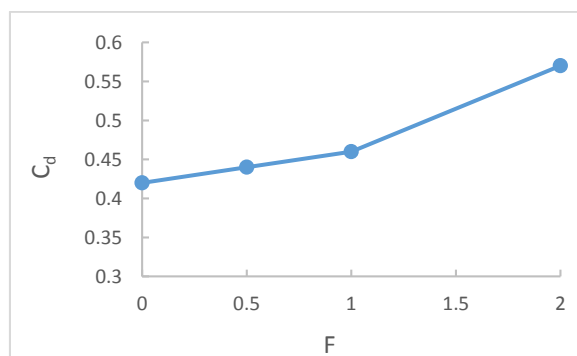
شکل‌های (۱۹) و (۲۱) تغییرات مقادیر ضریب پسا و عدد نوسلت استوانه را نشان می‌دهند. با نوسان مفتول

نتایج حاصل از گذر جریان بر روی مفتول و استوانه در حالت ساکن، بیانگر این است که با نوسان مفتول در بالادست ضریب پسای مفتول نیز افزایش می‌یابد.

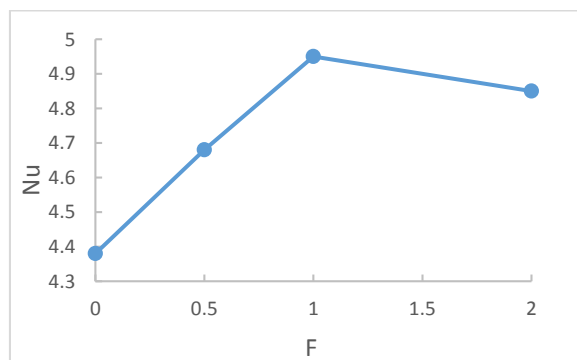
می‌یابد و در حالت قفل یعنی $F=1$ ، به بیشینه مقدار می‌رسند. شکل (۲۰) تغییرات ضریب پسای مفتول را در حالت نوسانی بررسی می‌کند. مقایسه نتایج این شکل با



شکل (۱۹): نیروی پسای استوانه برحسب فرکانس در $Re = 100$



شکل (۲۰): نیروی پسای مفتول بالادست برحسب فرکانس در $Re = 100$



شکل (۲۱): عدد نوسلت استوانه برحسب فرکانس در $Re = 100$

نتیجه گیری

در این مطالعه، تأثیر وجود مفتول کنترل گر بر الگوهای گرما-شاره استوانه در جریان سیال بر روی آن در عدد رینولدز ۱۰۰ بر مبنای قطر استوانه بررسی و تحلیل شد. ۱. نتایج حاصل از جریان بر روی استوانه تحت تأثیر مفتول در بالادست، نشان داد که با افزایش فاصله افقی مفتول کنترل گر با قطر ۰/۳D از استوانه، ضرایب پسا و عدد نوسلت تغییرات ملایمی دارند و هیچ گونه پرش ناگهانی در مقادیر مشاهده نمی شود. با اینکه وجود مفتول در بالادست جریان باعث کاهش ضریب پسا و عدد نوسلت استوانه می شود ولی با افزایش فاصله عمودی مفتول از محور افقی پارامترهای ضریب پسا و عدد نوسلت کمی افزایش یافته و به حالت جریان بر روی استوانه تنها نزدیک تر می شود.

۲. بررسی تأثیرات اندازه قطر مفتول بر پارامترهای گرما-شاره استوانه نشان داد که با افزایش قطر مفتول در موقعیت افقی ثابت، ضریب پسای استوانه کاهش می یابد که دلیل آن افزایش ناحیه سکون جلوی استوانه و کاهش اختلاف فشار دو طرف استوانه اصلی و در نتیجه کاهش نیروی پسای فشاری است. همچنین با افزایش قطر مفتول، به علت افزایش ناحیه سکون در جلوی استوانه اصلی و افزایش ضخامت لایه مرزی گرمایی، انتقال گرما از آن کاهش می یابد.

۳. در جریان بر روی استوانه تحت تأثیر مفتول با قطر ۰/۳D در بالادست مشاهده شد که در حالت ساکن تا فاصله ۸D، هیچ ریزش گردابه ای در بین مفتول و استوانه مشاهده نمی شود، در حالی که با نوسان عرضی و سینوسی مفتول با دامنه ۰/۲۵D، ریزش گردابه در پشت مفتول آغاز شد. به عبارتی دیگر، نوسان مفتول

در بالادست باعث سریع تر شدن شروع پدیده ریزش گردابه ها در فضای بین استوانه و مفتول می شود. ۴. در حالت کلی وجود مفتول یا یک استوانه در بالادست جریان بر روی استوانه باعث کاهش در ضرایب پسا و عدد نوسلت استوانه اصلی می شود، ولی در حالت نوسان مفتول با قطر ۰/۳D، دامنه ۰/۲۵D و فرکانس f_0 و $2f_0$ مقادیر نیروی پسا و عدد نوسلت استوانه نسبت به حالت ساکن مفتول افزایش می یابد که این افزایش در فرکانس f_0 بیش ترین مقدار است که دلیل آن پدیده قفل شدگی است.

فهرست علائم

ضریب پسا	C_d
قطر استوانه	D
قطر مفتول	d
فاصله عمودی استوانه و مفتول	L
عدد ناسلت	Nu
فشار	P
عدد رینولدز	Re
دما	T
مولفه سرعت	U
مولفه سرعت	V
مولفه سرعت	W
مختصات	X
مختصات	Y
مختصات	Z
چگالی	ρ
لزجت سینماتیکی	ν

مراجع

- 1- Gao, D. L., Chen, W. L., Li, H., and Hu, H., "Flow around a circular cylinder with slit", *Experimental*

- Thermal and Fluid Science*, Vol. 82, pp. 287-301, (2017).
- 2- Tamoor, M., Waqas, M., Khan, M. I., Alsaedi, A., and Hayat, T., "Magnetohydrodynamic flow of Casson fluid over a stretching cylinder", *Results in Physics*, Vol. 7, pp. 498-502, (2017).
 - 3- Adibi, T., and Razavi, S. E., "A new characteristic approach for incompressible thermo-flow in Cartesian and non-Cartesian grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 79, pp. 371-393, (2015).
 - ۴- بهروزی، ب.، تبریزی، ح. ب. و دامنگیر، ا.، "بررسی تجربی تأثیر زبری سطح بر تشکیل برفک روی استوانه"، *علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، شماره ۳۰، صفحه ۶۰-۵۱، (۲۰۱۸).
 - ۵- وند، ح. ا. س.، و پارسا، ا. ب.، "بررسی عددی و تحلیلی اثرات تفرق حرارتی بر انتقال حرارت جریان نانوسیال درون یک کانال"، *علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، شماره ۲۹، صفحه ۴۰-۲۱، (۲۰۱۸).
 - 6- Adibi, T., "Experimental investigation about drag force on the both icy and non-icy airfoils", *Instrumentation Mesure Metrologie*, Vol. 18, pp. 49-54, (2019).
 - 7- Soltani Ayan, M., Entezari, M., and Chini, S. F., "Experiments on skin friction reduction induced by superhydrophobicity and Leidenfrost phenomena in a Taylor-Couette cell", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 132, pp. 271-279, (2019).
 - 8- Alam, M. M., Moriya, M., Takai, K., and Sakamoto, H., "Fluctuating fluid forces acting on two circular cylinders in a tandem arrangement at a subcritical Reynolds number", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 91, pp. 139-154, (2003).
 - 9- Zhang, P. F., Wang, J. J., and Huang, L. X., "Numerical simulation of flow around cylinder with an upstream rod in tandem at low Reynolds numbers", *Applied Ocean Research*, Vol. 28, pp. 183-192, (2006).
 - 10- Juncu, G., "A numerical study of momentum and forced convection heat transfer around two tandem circular cylinders at low Reynolds numbers. Part II: Forced convection heat transfer", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3799-3808, (2007).
 - 11- Mahir, N., and Altaç, Z., "Numerical investigation of convective heat transfer in unsteady flow past two cylinders in tandem arrangements", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1309-1318, (2008).
 - 12- Wang, Y. t., Yan, Z.-m., and Wang, H.-m., "Numerical simulation of low-Reynolds number flows past two tandem cylinders of different diameters", *Water Science and Engineering*, Vol. 6, pp. 433-445, (2013).
 - 13- Mahir, N., and Altaç, Z., "Numerical Investigation of Flow and Heat Transfer Characteristics of Two Tandem Circular Cylinders of Different Diameters", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 38, pp. 1367-1381, (2017).
 - ۱۴- رضوی، س.، و محمدی سفیدان، ع.، "بررسی عددی تأثیر مفتول کنترلگر روی مشخصه‌های جریان سیال-گرما حول استوانه دایروی

محصور در کانال"، مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، شماره ۴۶، صفحه ۱۲۹-۱۲۳، (۲۰۱۷).

- 15- S., Bao, Chen, S., Liu, Z., Li, J., Wang, H., and Zheng, C., "Simulation of the flow around an upstream transversely oscillating cylinder and a stationary cylinder in tandem", *Physics of Fluids*, Vol. 24, p. 023603, (2012).
- 16- Fu, Y., Zhao, X., Wang, X., and Cao, F., "Computation of Flow Past an In-Line Oscillating Circular Cylinder and a Stationary Cylinder in Tandem Using a CIP-Based Model", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015, pp. 9, (2015).

پاسخ الکتریکی تیر پیزوالکتریک با استفاده از روش سختی دینامیکی*

مقاله علمی - پژوهشی

مجید جباری^(۱)بیژن احمدی^(۲)

چکیده کاهش توان مصرفی وسایل الکترونیکی و نیاز به استفاده از منابع انرژی قابل حمل موجب شده توجه پژوهشگران به برداشت انرژی از ارتعاشات محیط جلب شود. از این رو پیش‌بینی خروجی الکتریکی تیرهای پیزوالکتریک و مدل‌سازی آنها اهمیت ویژه‌ای پیدا کرده است. در راستای این تلاش‌ها، در این پژوهش روش سختی دینامیکی برای تیر یکسر درگیر با مقطع یکنواخت به همراه جرم متمرکز توسعه داده می‌شود و نتایج آن با نتایج حاصل از روش آنالیز مودال تحلیلی مقایسه می‌گردد که حل آنالیز مودال با پنج مود بسیار به حل به روش سختی دینامیکی نزدیک است. همچنین ماتریس سختی دینامیکی برای تیر دویخشی توسعه داده می‌شود و به وسیله ماتریس به دست آمده تأثیر محل قرارگیری جرم متمرکز بر خروجی الکتریکی و رفتار سیستم بررسی می‌گردد. بر این اساس جابجایی جرم متمرکز از پایه به سمت نوک تیر موجب کاهش فرکانس طبیعی اول می‌شود، در صورتی که تأثیر این جابجایی بر فرکانس طبیعی دوم به صورت تناوبی است.

واژه‌های کلیدی سختی دینامیکی، تیر پیزوالکتریک، برداشت انرژی، ارتعاشات.

The Electric Response of Piezoelectric Beam Using Dynamic Stiffness Method

M. Jabbari

B. Ahmadi

Abstract The reduction of electronic devices' input power and the requirement to portable energy sources have attracted many researchers. Hence, the estimation of electrical output and modeling of piezoelectric beams have become so important. Along this efforts, dynamic stiffness method for a uniform cantilever beam with a tip mass is developed in this research and the result of this method is compared with result of analytical modal analysis method that the differences between dynamic stiffness method and analytical modal analysis method with five mode is very small. Also the dynamic stiffness matrix is developed for a two segmented beam with a tip mass. The effects of the tip mass relocating on electrical outputs and system is explored that the relocating of the tip mass from the base to the tip causes the reduction in first natural frequency of system, although the effects of this relocating on second natural frequency is alternative. Moreover, a place is proposed for the tip mass to harvest the maximum energy.

Keywords Dynamic Stiffness; Piezoelectric Beam; Energy Harvesting; Vibrations

مقدمه

فرآیند به دست آوردن انرژی از محیط اطراف و تبدیل آن به انرژی الکتریکی قابل استفاده را برداشت انرژی می‌گویند. با پیشرفت‌های اخیر تکنولوژی در زندگی روزمره، تقاضا برای وسایل الکترونیکی قابل حمل و کم‌مصرف رو به افزایش است. در میان مکانیزم‌های مختلفی که برای تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریسیته وجود دارد از قبیل الکترومغناطیس، پیزوالکتریک و الکترواستاتیک - مکانیزم پیزوالکتریک به دلیل راحتی استفاده از آن، دارا بودن خاصیت ذاتی اتصال الکترومکانیکی و همچنین چگالی توان بالا، بیشترین توجه را به خود اختصاص داده و مقالات مروری زیادی در این مورد ارائه شده است [1,2]. از دو دیدگاه می‌توان منابع برداشت انرژی را دسته‌بندی کرد، دیدگاه اول در نظر گرفتن عامل تأمین این انرژی که می‌تواند انسانی و محیطی باشد و دیدگاه دوم نوع انرژی مانند جنبشی و گرمایی است که به الکتریسیته تبدیل می‌شود. فن‌بورن [3] منابع مورد نظر را به سه نوع تابشی، گرمایی و مکانیکی دسته‌بندی می‌نماید. البته اخیراً منابع زیست‌شیمیایی شامل گلوکز و واکنش‌های سوخت‌سازی نیز به این فهرست افزوده شده‌اند [4]. حوزه الکتریکی شامل پارامترهای متمرکز نظیر مقاومت و خازن است، از این رو تنها نیاز، به دست آوردن پارامترهای متمرکز بیان‌کننده حوزه مکانیکی است. به این دلیل مدل‌سازی یک درجه آزادی یک رویکرد راحت برای مدل‌سازی محسوب می‌شود که طی آن تعادل مکانیکی و معادلات حلقوی الکتریکی از طریق معادلات ساختاری به هم مرتبط می‌شوند. راندی و همکاران [5] از مدل یک درجه آزادی که بر مبنای پارامترهای متمرکز بود در بررسی مکانیزم‌های تبدیل انرژی برای سیستم‌های الکترومکانیکی میکرو بهره بردند. آنها یک بازیابی گسترده را در مورد تکنولوژی‌های برداشت انرژی و منابع انرژی رایج انجام دادند که طی شبیه‌سازی‌های انجام شده، چگالی توان بالقوه بالاتر پیزوالکتریک‌ها نشان داده شد.

مشکل مدل‌سازی یک درجه آزادی این است که تخمین به‌وسیله آن به‌صورت تک مود صورت می‌گیرد. علاوه بر این جنبه‌های مهم فیزیکی سیستم مانند شکل مودهای دینامیکی، توزیع دقیق کرنش و تأثیر آن بر پاسخ الکتریکی در این روش در نظر گرفته نمی‌شود. ارترک و اینمن [6] مدل یک درجه آزادی که به‌صورت هارمونیک تحریک می‌شد را بررسی کردند. آنها نشان دادند که رابطه تحریک پایه هارمونیک مرسوم برای پیش‌بینی حرکت تیر، خطاهای بزرگی را حاصل می‌کند و خطاهای مدل را نشان دادند. سپس فاکتورهای اصلاح‌کننده را برای بهبود مدل یک درجه آزادی با تحریک پایه هارمونیک در ارتعاش عرضی و طولی ارائه کردند. ایشان مشخص کردند که مدل یک درجه آزادی را می‌توان برای نسبت‌های بالای جرم متمرکز به جرم تیر در ارتعاش عرضی استفاده کرد. درواقع جرم مؤثر تیرهای یکسردرگیر و میله‌ها در حالتی که جرم متمرکز کوچک است نتیجه‌ای ناچیز را در قیاس با پاسخ سیستم حاصل می‌کند؛ بنابراین باید از مدل اصلاح‌شده یک درجه آزادی پیشنهادی استفاده کرد.

رتاتزی و همکاران [7] پژوهشی را برای ارتعاش دو تیر اولیه برنولی داخل صفحه عمود بر هم که با لولای الاستیک به هم متصل شده بودند، ارائه کردند. آنها یکی از مرزها را گیردار فرض کردند و این آنالیز را برای انواع شرایط مرزی در طرف دیگر به انجام رسانیدند. معادلات حاکم بر حرکت سازه در خمش آزاد با اصل همپتون به دست آمد و فرکانس‌های طبیعی با روش اصل تغییرات و جداسازی متغیرها حاصل شد. در پژوهش ایشان توجه عمده به انعطاف‌پذیری و مکان لولا معطوف بود که در نهایت نتایج به خروجی به دست آمده از روش اجزای محدود بسیار نزدیک بود.

سو و بانرجی [8] ارتعاش آزاد تیرهای تیموشنکو با مواد مدرج تابعی را با توسعه روش سختی دینامیکی مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش فرض شده بود که ویژگی‌های ماده تیر به‌طور پیوسته در راستای ضخامت تغییر می‌کند. آنها معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت را

تیرهای اویلر برنولی با مرزهای تعمیم یافته به کار برده می شوند.

در این پژوهش تمرکز بر مدل سازی و تحلیل یکی از رایج ترین وسایل برداشت انرژی مکانیکی یعنی تیر یکسر درگیر پیزوالکتریک است. تیر یادشده به صورت دو شکلی و با مقطع یکنواخت بوده و تحلیل آن به روش سختی دینامیکی صورت می گیرد. همچنین به کمک این روش پیشینه ولتاژ خروجی با پیدا کردن بهترین مکان برای جرم متمرکز حاصل می گردد.

تئوری روش سختی دینامیکی

روش سختی دینامیکی، یک روش قدرتمند برای استخراج تابع پاسخ فرکانسی یک المان ساختاری با مقطع یکنواخت و ترکیب چنین المان هایی است. ماتریس سختی دینامیکی یک المان بر مبنای حل دقیق معادله موج است، به همین دلیل نیاز به المان های کمتری نسبت به روش اجزای محدود برای تحلیل تیرهای یکنواخت دارد که این امر موجب حل دقیق تر برای فرکانس های تحریک بالا می شود. همچنین ماتریس سختی دینامیکی یک تیر، برای مدل سازی تیرهایی با شرایط مرزی مختلف و ترکیب تیرهایی با مقطع یکنواخت قابل استفاده است که این مزیت بزرگ این روش نسبت به روش آنالیز مودال است.

روش های سختی دینامیکی و آنالیز مودال برای شکل (۱) به کار می رود. پیکربندی یکسردرگیر دوشکلی به عنوان تیر یکنواخت مدل سازی شده است. از آنجایی که پیزوالکتریک های برداشت کننده انرژی یکسر درگیر رایج غالباً به صورت تیرهای نازک طراحی و تولید می شوند و همچنین اکثر تیرهای دوشکلی سازه هایی نازک هستند، اویلر برنولی فرض نمودن تیر منطقی به نظر می رسد. لایه های پیزوالکتریک و زمینه به خوبی به هم مقید شده اند و الکترودهایی که در کل طول تیر امتداد یافته اند انعطاف پذیر بوده و در قیاس با ضخامت کل تیر، دارای ضخامت قابل صرف نظر می باشند. علاوه بر این، الکترودها به خوبی رسانا فرض شده اند. بدین ترتیب تنها

حل نموده و عبارات نیروی محوری، نیروی برشی و ممان خمشی را استخراج نمودند و در نهایت از الگوریتم ویتربیک-ویلیامز به عنوان یک حل برای استخراج فرکانس های طبیعی و شکل مودها استفاده نمودند. جباری و همکاران [9,10] به بررسی برداشت انرژی از تیر پیزوالکتریک چندلایه ای در حالات تشدید و غیر تشدید پرداختند. در مدل به کاررفته در تحقیق آنها از بار مقاومتی استفاده گردید و بیشترین توان برای حالت بار مقاومتی بهینه حاصل گردید. در تحقیقی دیگر از آنها به بررسی رفتار دینامیکی تیر پیزوالکتریک پرداخته شد. نتایج به دست آمده با دو روش اجزا محدود و تجربی حاصل گردید. در مدل به کاررفته از شرایط مدار باز استفاده شد. جباری [11] روش های تئوری و تجربی تأثیر گره های کرنشی در برداشت انرژی از تیر یکسردرگیر پیزوالکتریک در حالات فرکانس تحریک تشدید و غیر تشدید را مورد بررسی قرار داد.

چن و همکارانش [12] مدل تحلیلی یک تیر بیمورف با استفاده از اصل هامیلتون را مورد مطالعه قرار دادند و خصوصیات استاتیکی مدل را به دست آوردند. معادلات حاکم با استفاده از یک روش عددی حاصل شده و ویژگی ها و خصوصیات مدل، تحلیل و آنالیز شدند. در این تحقیق، نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایش برای تأیید صحت آنها مقایسه شده اند. نتایج نشان می دهد که افزایش نیروی محوری تأثیر قابل توجهی در دامنه پاسخ پایدار جابجایی دارد و باعث کاهش فرکانس رزونانس می شود. سختی دینامیکی محور اغلب با چندین شرایط مرزی کلاسیک مانند تکیه گاه ساده، ثابت و آزاد مورد بحث قرار می گیرند. در تحقیقی که دینگ و همکارانش [13] ارائه کردند سختی دینامیکی تیر در حال حرکت محوری با شرایط مرزی تعمیم یافته بحث شده است. سختی در حالات پیچشی و عمودی تقویت می شود. با اصلاح سختی شرایط مرزی تعمیم یافته می توانند جایگزین شرایط مرزی کلاسیک شوند. ماتریسهای سختی دینامیکی برای حرکت محوری تیرهای تیموشنکو و

$$q = - \int_0^L y Y_p d_{31} \frac{b \partial^2 u}{\partial x^2} dx + \int_0^L b \varepsilon_{33}^S E_3 dx \quad (3)$$

به این علت که الکترودها کاملاً رسانا هستند و پتانسیل الکتریکی در سرتاسر الکترودها یکسان است، مقدار بار انباشته شده در مقطع میانی لایه بالایی مطابق رابطه (۴) حاصل می شود. بدین ترتیب با گرفتن مشتق از معادله بر حسب زمان، شدت جریان عبوری از مقاومت خارجی مطابق رابطه (۵) برای یک لایه پیزوالکتریک خواهد بود.

$$q = -h_{pc} Y_p d_{31} \int_0^L b \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx - \frac{\varepsilon_{33}^S v(t)}{h_p} \int_0^L b dx \quad (4)$$

$$i(t) = -h_{pc} Y_p d_{31} \int_0^L b \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} dx - \frac{\varepsilon_{33}^S \dot{v}(t)}{h_p} \int_0^L b dx \quad (5)$$

رابطه نهایی شدت جریان i به عنوان تابعی از زمان به صورت معادله (۶) به دست می آید که β ، C_p و f در رابطه (۴) ارائه شده اند. C_p در معادله (۶)، ظرفیت داخلی یک لایه پیزوالکتریک و h_{pc} در معادله (۷) فاصله محور خنثی تا مقطع میانی لایه پیزوالکتریک است.

$$i(t) = f \beta \int_0^L \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} dx - \frac{f}{a} C_p \dot{v} \quad (6)$$

$$\beta = -d_{31} Y_p h_{pc} b \quad (7)$$

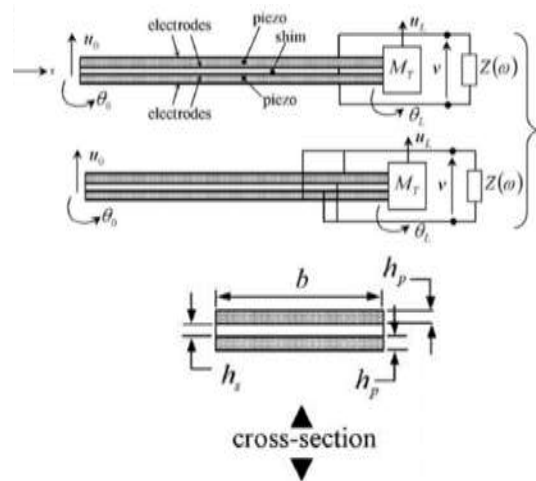
$$C_p = \varepsilon_{33}^S \frac{bL}{h_p}$$

$$f = \begin{cases} 1, & \text{for series} \\ 2, & \text{for parallel} \end{cases}$$

برای تحلیل به روش سختی دینامیکی، تحریک هارمونیک فرض می شود. بدین ترتیب جابه جایی به صورت معادله (۸) به دست می آید که با استفاده از

یک اختلاف پتانسیل الکتریکی در طول هر الکتروده قابل تعریف است. مقاومت نشی لایه های پیزوالکتریک نادیده گرفته شده است در حالی که این مقدار غالباً مقداری بزرگ است و می توان آن را به عنوان مقاومتی موازی با بار مقاومتی در نظر گرفت.

برای استخراج رفتار تیر متحرک با لایه های پیزوالکتریک روابط (۱) و (۲) به کار می روند [۱۴]. در رابطه (۱)، D_i مؤلفه های بردار جابجایی الکتریکی، n مؤلفه های بردار میدان الکتریکی القا شده، d_{im} مؤلفه های ماتریس ضربه پیزوالکتریسیته، ε_{in}^T مؤلفه های ماتریس ثابت دی الکتریک یا گذردهی در تنش ثابت و T_m مؤلفه های بردار تنش است. همچنین در رابطه (۲)، S_j مؤلفه های بردار تغییر شکل و S_{jm}^E هم مؤلفه های ماتریس ضرایب الاستیک می باشد.



شکل (۱): تیر دوشکلی برداشت کننده انرژی در اتصال سری و موازی

$$D_i = \varepsilon_{in}^T E_n + d_{im} T_m \quad (1)$$

$$S_j = d_{jn} E_n + S_{jm}^E T_m \quad (2)$$

برای به دست آوردن ولتاژ خروجی سیستم قانون گاوس برای یک لایه پیزوالکتریک به صورت رابطه (۳) نوشته می شود.

D ماتریس سختی دینامیکی تیر با جرم متمرکز به صورت رابطه (۱۶) است.

$$\begin{aligned} f &= Du \\ \tilde{f} &= [\tilde{F}_0 \quad \tilde{I}_0 \quad \tilde{F}_L \quad \tilde{I}_L]^T \\ u &= [\tilde{u}_0 \quad \tilde{\theta}_0 \quad \tilde{u}_L \quad \tilde{\theta}_L]^T \end{aligned} \quad (16)$$

$\tilde{F}_0$ نیروی برشی و $\tilde{I}_0$ ممان خمشی در تکیه‌گاه گیردار و $\tilde{F}_L$ نیروی برشی و $\tilde{I}_L$ ممان خمشی در سر تیر با وجود جرم متمرکز می‌باشند. ماتریس سختی دینامیکی تیر به صورت معادله (۱۷) است که در این معادله D_e به عنوان ماتریس سختی دینامیکی تیر شناخته می‌شود.

$$\begin{aligned} D_e &= \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_2 & s_5 & -s_4 & s_6 \\ s_3 & -s_4 & s_1 & -s_2 \\ s_4 & s_6 & -s_2 & s_5 \end{bmatrix} + \\ \vartheta G &\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ S_1 &= \frac{\hat{B}k^3(\cos kL \cdot \sinh kL + \cosh kL \cdot \sin kL)}{\Delta} \\ S_2 &= \frac{\hat{B}k^2(\sin kL \cdot \sinh kL)}{\Delta} \\ S_3 &= -\frac{\hat{B}k^3(\sin kL + \sinh kL)}{\Delta} \\ S_4 &= \frac{\hat{B}k^2(\cosh kL - \cos kL)}{\Delta} \\ S_5 &= \hat{B}k \frac{(\cosh kL \sin kL - \cos kL \sinh kL)}{\Delta} \\ \Delta &= 1 - \cosh kL \cdot \cos kL \\ \vartheta &= -d_{31}Y_p b \left(\frac{h_p + h_s}{a} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷) مقدار a برابر با ۲ و ۱ به ترتیب برای حالت سری و موازی است. با استفاده از روابط تعادل و با وجود جرم متمرکز ماتریس سختی دینامیکی با رابطه (۱۸) ارائه می‌گردد.

معادله حرکت تیر معادله (۹) حاصل می‌شود. $\hat{B}$ و k طبق روابط (۱۰) و (۱۱) به دست می‌آیند.

$$u(x, t) = \tilde{u}(x)e^{j\omega t} \quad (8)$$

$$\tilde{u}^{iv} - k\tilde{u} = 0 \quad (9)$$

$$k = \omega^{\frac{1}{2}} \left[\frac{m}{\hat{B} / \left(1 - j \frac{c_a}{m\omega} \right)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (10)$$

$$\hat{B} = B \left(1 + j\omega \frac{A}{B} \right) \quad (11)$$

$$B = Y_p I_p + Y_s I_s$$

$$A = c_p I_p + c_s I_s$$

c_a ضریب میرایی لزج میانگین محیط بر واحد طول، c_p ضریب میرایی کلومین ویت لایه پیزوالکتریک، c_s ضریب میرایی کلومین ویت لایه میانی، Y_p مدول الاستیسیته ماده پیزوالکتریک، Y_s مدول الاستیسیته لایه میانی، I_p و I_s به ترتیب گشتاور دوم سطح حول محور خنثی برای هر دو لایه پیزوالکتریک و لایه میانی می‌باشند. ضریب میرایی با استفاده از روش میرایی ریلی با رابطه (۱۲) حاصل می‌شود [۱۰]. ζ_r نسبت میرایی و m جرم تیر هستند.

$$\zeta_r = \frac{A\omega_r}{2B} + \frac{c_a}{2m\omega_r} \quad (12)$$

اگر Z نماینده مقاومت ظاهری بار الکتریکی باشد رابطه (۱۳) را می‌توان نوشت. با جایگذاری رابطه (۱۱) در (۳)، دامنه ولتاژ به صورت معادله (۱۴) به دست می‌آید که در آن G از رابطه (۱۵) حاصل می‌شود.

$$\tilde{v} = Z\tilde{i} \quad (13)$$

$$\tilde{v} = G[\tilde{\theta}(L) - \tilde{\theta}(0)] \quad (14)$$

$$G = \frac{j\omega f\beta}{j\omega \left(\frac{f}{a} \right) C_p + \frac{1}{Z}} \quad (15)$$

آنالیز مودال از یک تا پنج مود برای حل استفاده شده است.

شکل (۲) نمودار حاصل از تحلیل به روش سختی دینامیکی را در مقابل روش آنالیز مودال با یک مود نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است به این دلیل که آنالیز مودال با یک مود حل شده، تقریب خوبی از تابع پاسخ فرکانسی (FRF) حداکثر ولتاژ خروجی بر حسب شتاب پایه در محدوده فرکانس اول حاصل می‌کند که با روش سختی دینامیکی، ۱.۴ درصد اختلاف دارد. طبق جدول (۲) فرکانس تشدید در روش سختی دینامیکی ۷۳.۷۷Hz است، اما در روش آنالیز مودال این مقدار ۷۳.۹۸Hz است. همچنین نمودار روش آنالیز مودال پس از فرکانس تحریک ۱۵۰Hz از نمودار روش سختی دینامیکی فاصله می‌گیرد. در حالتی که آنالیز مودال با دو مود محاسبه گردد طبق شکل (۳) در اطراف قله دوم تقریب خوبی از ولتاژ خروجی بر حسب شتاب پایه به دست می‌آید که ۲.۲۶ درصد با روش سختی دینامیکی اختلاف دارد. به همین ترتیب با حل به روش آنالیز مودال با تعداد مودهای بیشتر، اختلاف نمودارهای حاصل از روش سختی دینامیکی و روش آنالیز مودال کاهش می‌یابد به‌طوری‌که با توجه به شکل (۴) نمودارهای این دو روش از هم قابل تشخیص نمی‌باشند.

جدول (۱): مشخصات تیر پیزوالکتریک نمونه

پارامتر	مقدار
h_p (mm)	0.267
h_s (mm)	0.300
L (mm)	60
b (mm)	25
Y_p (GPa)	6200
Y_s (GPa)	7200
چگالی لایه پیزوالکتریک (kg/m^3)	7800
چگالی لایه میانی (kg/m^3)	2700
d_{31} (m/V)	-320×10^{-12}
ϵ_{33}^T ($\frac{\text{F}}{\text{m}}$)	3.3646×10^{-8}

$$D = D_e + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_m \end{bmatrix}$$

$$D_m = \begin{bmatrix} -\omega^2 M_T + j\omega c_a \frac{M_T}{m} & 0 \\ 0 & -\omega^2 I_T \end{bmatrix}$$

$$R = D^{-1} \quad (18)$$

M_T نماینده جرم متمرکز و I_T نشان‌دهنده ممان اینرسی جرم متمرکز است. بر اساس روابط جفت‌شدگی و معادلات حرکت، پاسخ ولتاژ و جابجایی با روابط (۱۹) و (۲۰) حاصل می‌شود.

$$\tilde{v} = G \left[\frac{R_{41}R_{22} - R_{42}R_{21}}{\alpha} \right] \tilde{u}_0 + G \left[\frac{R_{42}R_{11} - R_{41}R_{12} - \alpha}{\alpha} \right] \tilde{\theta}_0$$

$$\tilde{\theta}_0 = R_{12}\tilde{F}_0 + R_{22}\tilde{I}_0$$

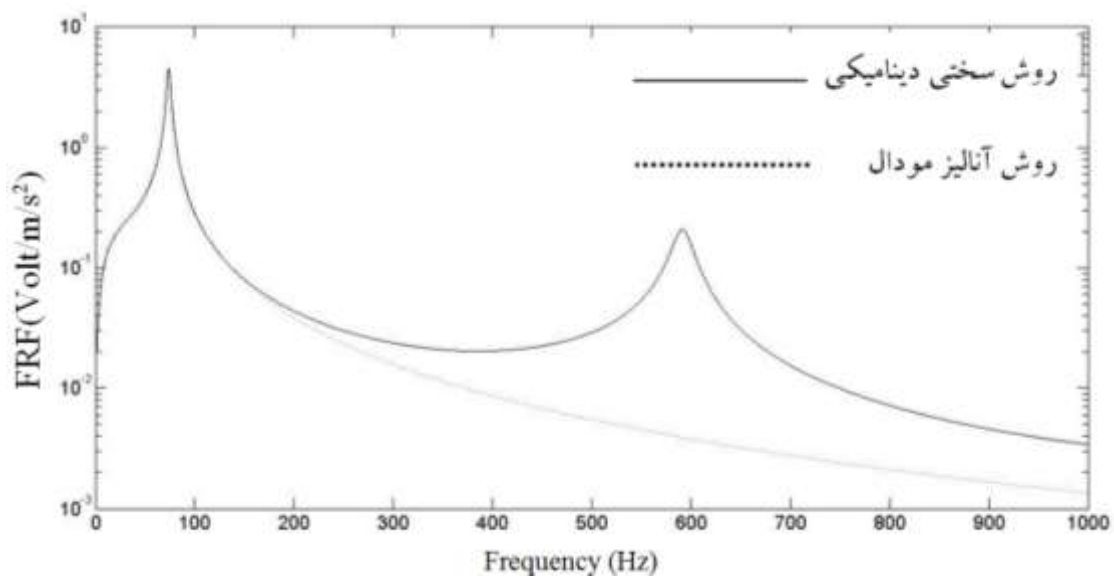
$$\tilde{u}_0 = R_{11}\tilde{F}_0 + R_{12}\tilde{I}_0$$

$$\alpha = R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21} \quad (19)$$

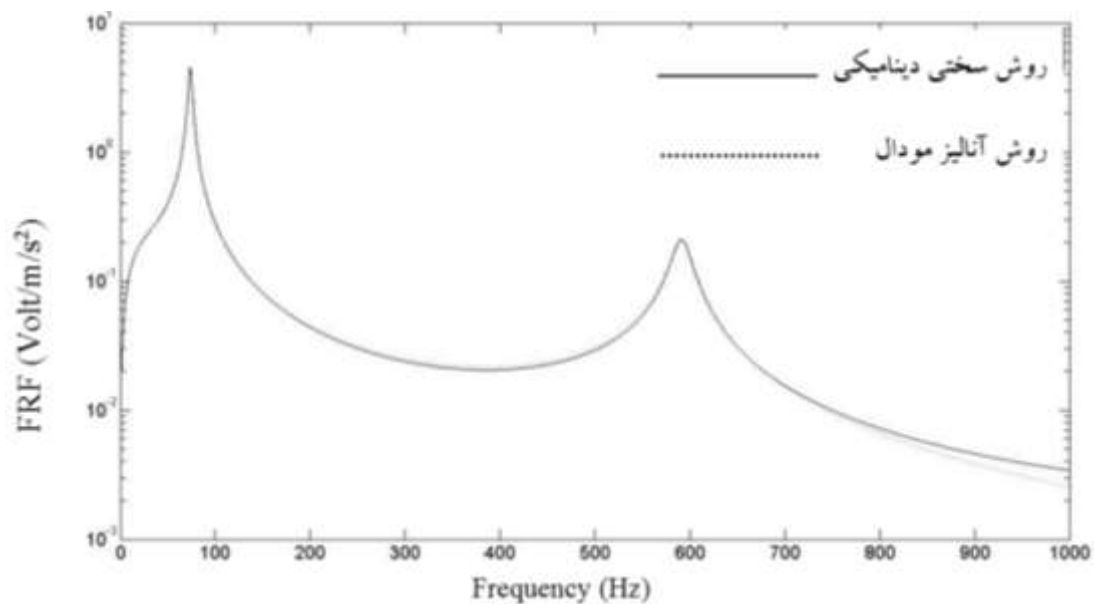
$$\tilde{u}_L = \left(\frac{R_{31}R_{22} - R_{32}R_{21}}{\alpha} \right) \tilde{u}_0 + \left(\frac{R_{32}R_{11} - R_{31}R_{12}}{\alpha} \right) \tilde{\theta}_0 \quad (20)$$

نتایج

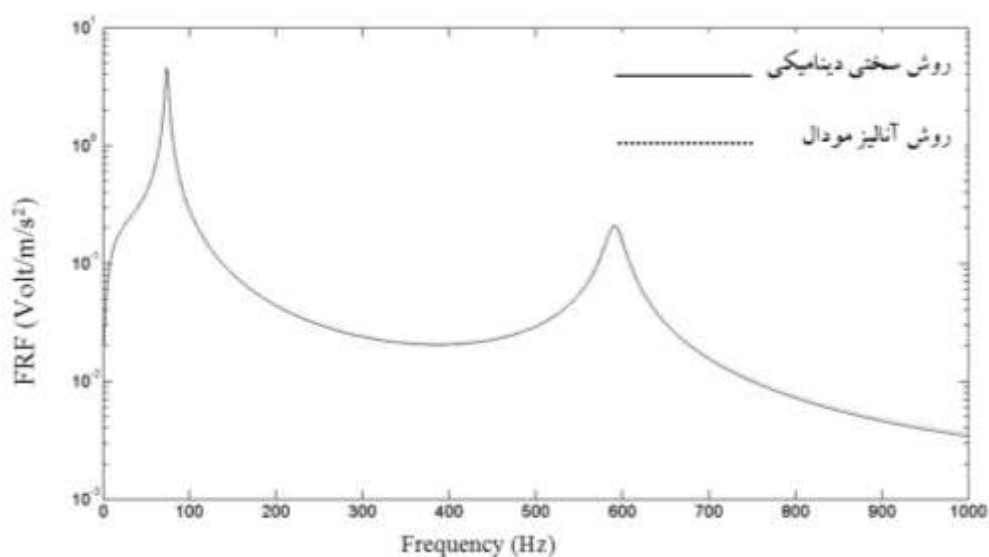
برای بررسی اعتبار روش سختی دینامیکی، سیستم با مشخصات آورده شده در جدول (۱) تحلیل می‌شود. همچنین نسبت‌های میرایی برای دو مود اول به ترتیب $\zeta_1 = 0.0166$ و $\zeta_2 = 0.0107$ و مقدار جرم متمرکز $M_T = 0.5m_b$ در نظر گرفته شده است [۱۵]. مقادیر ζ_1 و ζ_2 برای دو مود ارائه شده است که با کمک رابطه (۹) مقادیر c_a و A به دست می‌آید. برای حصول ζ_3 ، ζ_4 و ζ_5 از ζ_1 و ζ_2 بهره گرفته می‌شود، هرچند امکان دارد برای مودهای بالاتر c_a و A به دست آمده معتبر نباشد. با استفاده از نرم‌افزار متلب، برنامه‌نویسی جهت دریافت پاسخ الکتریکی و مکانیکی برای روش سختی دینامیکی و آنالیز مودال حاصل گردیده است. در روش



شکل (۲): FRF (Frequency Response Function) نسبت ولتاژ بر شتاب به دو روش سختی دینامیکی و روش آنالیز مودال با تأثیر یک مود فرکانسی



شکل (۳): FRF نسبت ولتاژ بر شتاب به دو روش سختی دینامیکی و روش آنالیز مودال با تأثیر دو مود فرکانسی



شکل (۴): FRF نسبت ولتاژ بر شتاب به دو روش سختی دینامیکی و روش آنالیز مودال با تأثیر سه مود فرکانسی

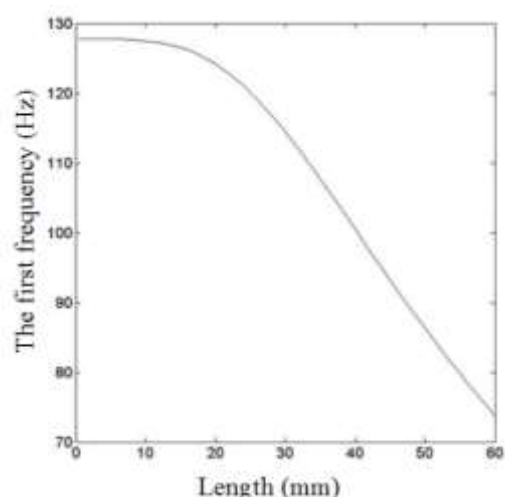
جدول (۳): تفاوت FRF های در روش های سختی دینامیکی و آنالیز مودال در فرکانس تشدید دوم

درصد اختلاف	بیشینه دامنه ولتاژ خروجی بر شتاب دینامیکی	درصد اختلاف	فرکانس تشدید دوم	نوع روش
-	0.2081	-	591.3	روش سختی دینامیکی
0.82	0.2098	0.02	591.4	آنالیز مودال با پنج مود
1.06	0.2103	0.02	591.4	آنالیز مودال با چهار مود
0.27	0.2114	0.03	591.5	آنالیز مودال با سه مود
1.58	0.2128	0.03	591.5	آنالیز مودال با دو مود
2.26	-	-	-	آنالیز مودال با یک مود

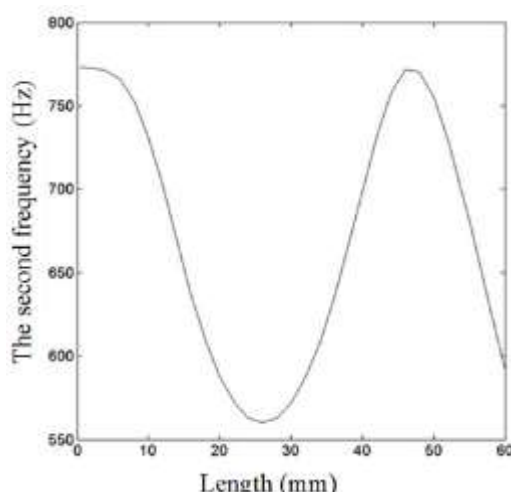
نتایج حاصل از نمودارهای FRF در روش های سختی دینامیکی و آنالیز مودال با مودهای مختلف در جدول (۲ و ۳) ارائه شده است.

جدول (۲): تفاوت FRF های در روش های سختی دینامیکی و آنالیز مودال در فرکانس تشدید اول

درصد اختلاف	بیشینه دامنه ولتاژ خروجی بر شتاب دینامیکی	درصد اختلاف	فرکانس تشدید اول	نوع روش
-	4.495	-	73.77	روش سختی دینامیکی
0.13	4.489	0.04	73.80	آنالیز مودال با پنج مود
0.18	4.487	0.07	73.82	آنالیز مودال با چهار مود
0.27	4.483	0.08	73.83	آنالیز مودال با سه مود
0.40	4.477	0.12	73.8	آنالیز مودال با دو مود
1.40	4.432	0.28	73.98	آنالیز مودال با یک مود



شکل (۵): تغییرات فرکانس طبیعی اول را بر حسب فاصله جرم متمرکز از پایه



شکل (۶): تغییرات فرکانس طبیعی دوم را بر حسب فاصله جرم متمرکز از پایه

فارغ از مقدار فرکانس تشدید در تعیین مکان جرم متمرکز، میزان حداکثر توان برداشت شده، پارامتری تعیین کننده در جابه جایی جرم متمرکز است. از این رو برای دو مود اول، حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه بر حسب فاصله جرم متمرکز تا پایه در شکل (۷) نشان داده شده است. با توجه به شکل مشخص می شود که حداکثر نسبت ولتاژ بر شتاب پایه در اطراف فرکانس

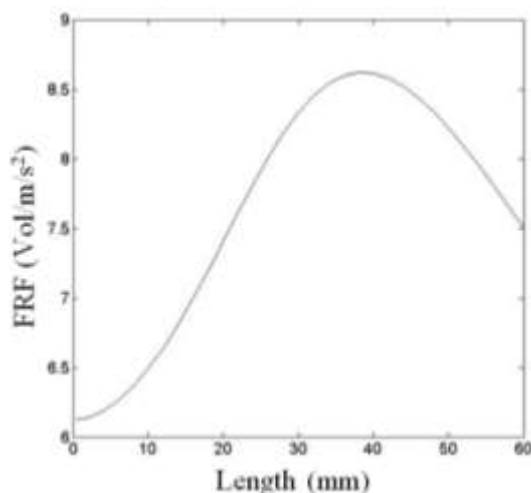
برای یافتن تأثیر جابه جایی جرم متمرکز گدهای نوشته شده در نرم افزار متلب، برای فاصله مرکز جرم تا پایه تیر اجرا می شود. به این علت که جابه جایی جرم متمرکز بر فرکانس های طبیعی تأثیر می گذارد و این تأثیر بر مقادیر ضرایب میرایی اثرگذار است. در این حالت تحلیل در حالت نامیرا مورد بررسی قرار می گیرد.

شکل (۵) تغییرات فرکانس طبیعی اول را بر حسب فاصله جرم متمرکز از پایه نشان می دهد. مطابق آن هرچه قدر جرم متمرکز از پایه دورتر شود، فرکانس طبیعی اول کاهش می یابد. فرکانس طبیعی اول برای جرم متمرکز در فاصله 0.5mm از پایه تیر 127.8Hz است که به تدریج با افزایش فاصله تا 15mm از پایه، کاهش فرکانس طبیعی اول با شیب بسیار کندی صورت می گیرد. از فاصله میانی تیر تا انتهای تیر کاهش مقدار فرکانس تقریباً به صورت خطی و با شیب تند انجام می شود، به طوری که کاهش آن در این فاصله 35.6 درصد است. در ارتباط با تغییرات فرکانس طبیعی دوم تیر نسبت به فاصله جرم متمرکز از پایه، به مانند فرکانس طبیعی اول، در ابتدا کاهش فرکانس طبیعی با شیب بسیار کند پیش می رود اما با افزایش فاصله جرم از پایه، این روند به تندی صورت می گیرد به طوری که طبق شکل (۶) کمترین فرکانس طبیعی دوم در فاصله 26mm جرم متمرکز از پایه متحرک و مقدار 560.1Hz است. با توجه به شکل (۶) مشخص می شود که فرکانس طبیعی دوم رابطه ای تناوبی با فاصله جرم متمرکز دارد که طی آن در فاصله های 4mm و 46mm جرم از تیر، مقدار فرکانس طبیعی دوم 771.6Hz است. به این دلیل که غالب ارتعاشات قابل برداشت از محیط در حوزه فرکانسی پایین اتفاق می افتند، پایین بودن فرکانس تشدید تیر می تواند کمک شایانی به میزان انرژی برداشت شده داشته باشد. از این رو صرف نظر از میزان انرژی برداشتی، تعبیه جرم متمرکز در انتهای تیر می تواند برای چنین مصرفی مفید واقع شود.

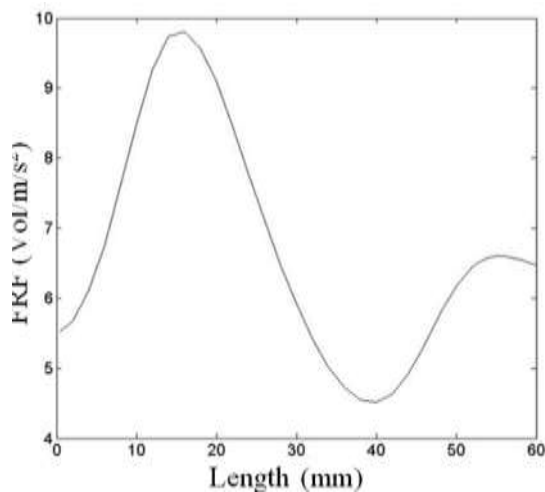
شتاب پایه آن $7.505 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$ است. از این رو در صورتی که هدف برداشت بیشینه از ناحیه فرکانس تشدید باشد قرارگیری جرم در نوک تیر نمی‌تواند گزینه مطلوبی باشد. ولتاژ خروجی بیشینه بر حسب شتاب پایه برای مود دوم مطابق شکل (۸) است که طی آن حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه $9.811 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$ بوده که برای جرم متمرکز با فاصله 16mm از پایه حاصل می‌گردد. نکته قابل توجه این است که کمترین نسبت ولتاژ بر شتاب پایه مربوط به فاصله 40mm از پایه تیر بوده که مقدار آن $4.513 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$ است. این فاصله بسیار به نقطه حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه نزدیک است، اما نسبت ولتاژ خروجی آن بر حسب پایه حتی از قرارگیری جرم در انتها تیر کمتر است. بدین ترتیب در صورت نیاز به برداشت حداکثر ولتاژ خروجی، فواصل 16mm یا 38mm جرم متمرکز از پایه پیشنهاد می‌شود. تحلیل جاری برای حالت نامیرا در نظر گرفته شده است.

تاکنون نمودارهای حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه با مکان جرم متمرکز رسم شده‌اند؛ اما اگر حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر جابه‌جایی انتقالی پایه نسبت به مکان جرم متمرکز رسم شود طبق شکل‌های (۹) و (۱۰) قله‌های نمودار جابه‌جا خواهد شد. طبق شکل (۹) برای فرکانس‌های تشدید اول حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر جابه‌جایی پایه برای فاصله 22mm جرم متمرکز از پایه حاصل می‌گردد و مقدار آن $4.531 \frac{\text{Mvolt}}{\text{m}}$ است. شکل ۱۰ هم برای فرکانس‌های تشدید دوم نماینده حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر جابه‌جایی است که در آن حداکثر نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه برای جرم متمرکز با فاصله 11mm از پایه رخ می‌دهد و مقدار آن $181.1 \frac{\text{Mvolt}}{\text{m}}$ است. کمترین نسبت ولتاژ خروجی بر جابه‌جایی پایه برای جرم متمرکز با فاصله 34mm از پایه بوده و مقدار آن $73.2 \frac{\text{Mvolt}}{\text{m}}$ است.

تشدید اول برای فاصله 38mm جرم متمرکز تا پایه اتفاق می‌افتد که میزان آن $8.622 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$ است. همچنین کمترین نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه در نزدیک‌ترین نقطه قرارگیری جرم متمرکز نسبت به پایه وجود دارد و مقدار آن $6.125 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$ است.



شکل (۷): نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه در فرکانس تشدید اول بر حسب فاصله جرم متمرکز تا پایه تیر



شکل (۸): نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه در فرکانس تشدید دوم بر حسب فاصله جرم متمرکز تا پایه تیر

قرارگیری در نقطه انتهایی هرچند موجب کاهش فرکانس تشدید اول می‌شود اما ولتاژ خروجی بر حسب

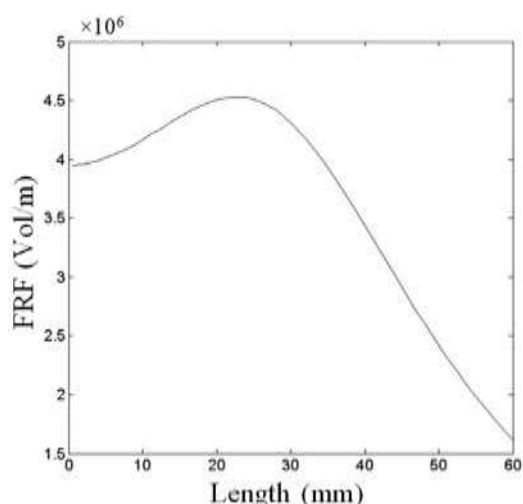
خروجی الکتریکی با استفاده از روش آنالیز مودال برای یک مود تا پنج مود نیز حاصل شد که در اطراف فرکانس تشدید اول نتایج حاصل از روش سختی دینامیکی و آنالیز مودال با یک مود فرکانسی به هم نزدیک بود اما با افزایش فرکانس، این دو نمودار از هم فاصله می گرفتند. استفاده از آنالیز مودال با تعداد مود بیشتر موجب شد که نمودار پاسخ ولتاژ حاصل از دو روش به هم نزدیک شوند.

از اهداف این تحقیق می توان به بررسی اثرات جابه جایی جرم متمرکز بر خروجی الکتریکی و فرکانس های طبیعی سیستم در حالت نامیرا با روش سختی دینامیکی اشاره کرد. طبق نتایج به دست آمده در این پژوهش، سیستم هایی که جرم متمرکزشان نزدیک تر به پایه بود فرکانس طبیعی اول بزرگتری داشتند و کمترین فرکانس طبیعی اول برای جرم متمرکز در نوک تیر حاصل شد؛ اما تغییرات فرکانس طبیعی دوم با فاصله جرم متمرکز از پایه رابطه تناوبی داشت به طوری که بیشترین مقدار فرکانس طبیعی دوم برای موقعیت جرم در 46mm از پایه و جرم قرار گرفته در پایه به دست آمد و کمترین آن برای جرم متمرکز با فاصله 26mm از پایه تیر حاصل شد.

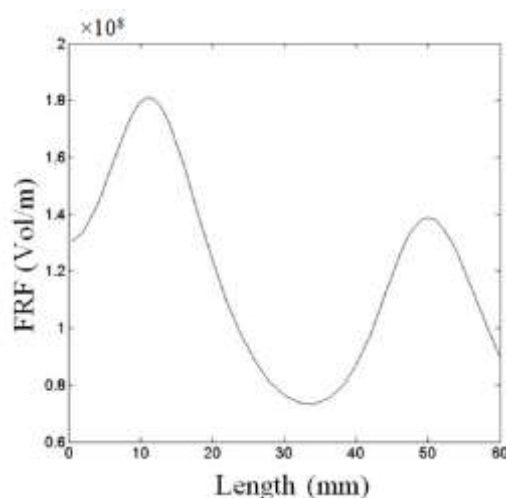
پس از آن نسبت ولتاژ خروجی بر شتاب پایه برای قرارگیری جرم متمرکز در فواصل مختلف مورد بررسی قرار گرفت که بیشترین خروجی در فرکانس تشدید اول برای جرم متمرکز به فاصله 38mm از پایه حاصل شد، اما بیشترین خروجی در فرکانس تشدید دوم برای سیستمی با جرم متمرکز در فاصله 16mm از پایه به دست آمد؛ بنابراین در صورت نیاز به برداشت حداکثر ولتاژ خروجی، فواصل 16mm یا 38mm جرم متمرکز از پایه پیشنهاد گردید.

فهرست علائم

B	عرض تیر
c_a	ضریب میرایی لزج میانگین محیط بر واحد طول



شکل (۹): نسبت ولتاژ خروجی بر جابه جایی پایه در فرکانس تشدید اول بر حسب فاصله جرم متمرکز تا پایه تیر



شکل (۱۰): نسبت ولتاژ خروجی بر جابه جایی پایه در فرکانس تشدید دوم بر حسب فاصله جرم متمرکز تا پایه تیر

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش روش سختی دینامیکی برای تیر یکسر درگیر با مقطع یکنواخت به همراه جرم متمرکز توسعه داده شد. این روش بر مبنای حل دقیق تدوین گردیده است. از رویکرد نیوتن برای حصول روابط استفاده شد که طی آن دامنه ولتاژ خروجی تابعی از شیب ابتدا و انتهای تیر به دست آمد و حصول این دو پارامتر با کمک ماتریس سختی دینامیکی تیر صورت گرفت. همچنین

ضرب میرایی کلومین ویت لایه میانی	c_s	ممان اینرسی جرم متمرکز	I_T
ضرب میرایی کلومین ویت لایه	c_p	طول تیر	L
پیزوالکتریک		جرم واحد طول	M
ظرفیت داخلی یک لایه پیزوالکتریک	C_p	جرم تیر	m_b
مؤلفه‌های ماتریس ضرب پیزوالکتریسته	d_{im}	جرم متمرکز	M_T
ماتریس سختی دینامیکی تیر با جرم	D	مؤلفه‌های بردار کرنش	S_j
متمرکز		مؤلفه‌های ماتریس ضرایب الاستیک	S_{jm}^E
ماتریس سختی دینامیکی تیر بدون جرم	D_e	مؤلفه‌های بردار تنش	T_m
متمرکز		دامنه جابه‌جایی در راستای y	$\tilde{u}$
مؤلفه‌های بردار جابه‌جایی الکتریکی	D_i	جابه‌جایی پایه	u_b
ضخامت لایه میانی	h_s	ولتاژ کل مجموعه مستقل از نوع اتصال	$v(t)$
ضخامت هر لایه پیزوالکتریک	h_p	دامنه ولتاژ کل مجموعه	$\hat{v}$
فاصله محور خنثی تا مقطع میانی لایه	h_{pc}	مدول الاستیسته ماده پیزوالکتریک	Y_p
پیزوالکتریک		مدول الاستیسته لایه میانی	Y_s
دامنه شدت جریان	$\tilde{I}$	مؤلفه‌های ماتریس ثابت دی‌الکتریک در	ϵ_{in}^T
گشتاور دوم سطح حول محور خنثی برای	I_p	تنش ثابت	
لایه‌های پیزوالکتریک		گذردهی در کرنش ثابت	ϵ_{33}^S
گشتاور دوم سطح حول محور خنثی برای	I_s	فرکانس تحریک	ω
لایه میانی		فرکانس طبیعی تیر در مود r	ω_r

مراجع

1. Hamilton, MC., "Recent advances in energy harvesting technology and techniques", *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society. Montreal, QC*, pp. 6297-6304, (2012).
2. Kim, H. and Kim, JH., "Review of piezoelectric energy harvesting based on vibration", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 12, No.6, pp. 1129-1141, (2011).
3. Buren, V. and Worn, B. "Inertial electromagnetic micro-generators" , *Ph.D. dissertation ETH 16466, Swiss Federal Institute of Technology*, (2006).
4. JoonKim, K. and Cottone, F. "Energy scavenging for energy efficiency in networks and applications", *Bell Labs Technical Journal*, Vol. 15, No.2, pp. 7-29, (2010).
5. Roundy, S. and Wright, P. Rabaey, J. "A Study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes", *Comput Commun*, Vol. 26, No.1, pp. 1131-1144, (2003).
6. Erturk, A. and Inman DJ. "On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. J. Intell", *Mater. Syst. Struct*, Vol. 19, No.1, pp.1311-1325, (2008).
7. Ratazzi, AR. and Bambill, DV. Rossit, CA. "Free vibrations of beam system structures with elastic

- boundary conditions and an internal elastic hinge", *Chinese Journal of Engineering*, Vol. 89, No.1, pp. 556–568, (2013).
8. Su, H. and Banerjee, JR "Development of dynamic stiffness method for free vibration of functionally graded timoshenko beams", *Computers and Structures*, Vol. 147, No.1, pp. 107–116, (2015).
9. Jabbari, M. and Ghayour, M. Mirdamadi, HR. "Energy harvesting of a multilayer piezoelectric beam in resonance and off-resonance cases", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 139, No.3, pp. 031008, (2017).
10. Jabbari, M. and Ghayour, M. Mirdamadi, HR. "Experimental and numerical results of dynamics behavior of a nonlinear piezoelectric beam", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 23, No.8, pp. 853-864, (2017).
11. Jabbari, M. "The Effect of strain nodes on the energy harvesting of the cantilever piezoelectric beam with the vibration mode excitation" *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No.10, pp. 65-72, (2017).
12. Chen, H. and Wang, J. Chen, C. Liu, S. Chen, H. "Dynamic modeling and characteristic analysis of cantilever piezoelectric bimorph", *Mathematical Problems in Engineering*, Volume. 2019, Article ID 3926906, p. 9 (2019).
13. Ding, H. and Zhu, M. Chen, L. "Dynamic stiffness method for free vibration of an axially moving beam with generalized boundary conditions", *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 40, pp. 911–924, (2016).
14. Ballas, R. "Piezo electric multilayer beam bending actuators". Springer, *Verlag Berlin Heidelberg*, (2007).
15. Bonello, P. and Rafique, SJ. "Modeling and analysis of piezoelectric energy harvesting beams using the dynamic stiffness and analytical modal analysis methods", *ASME J. Vibr.* Vol. 133, No.1, 011009, (2011).

شبیه‌سازی کامپیوتری فرسایش زانویی با جوش محیطی در جریان دوفازی گازجامد*

مقاله علمی - پژوهشی

فرناز حسینی^(۱) امیرهمایون مقدادی^(۲) محسن دوازده‌امامی^(۳) ابراهیم محسنی هماگرانی^(۴) نسیم نجاری^(۵)

چکیده فرآیندهای اولیه‌ای که در تأسیسات بهره‌برداری ایستگاه تقلیل فشار بر روی گاز طبیعی، صورت می‌گیرد کلیه آلودگی‌های آن اعم از رطوبت یا ذرات جامد را حذف نمی‌کند. در چنین شرایطی خوردگی در خطوط لوله، مسدود شدن تجهیزات ابزار دقیق و تخریب شیرها و رگلاتورها تشدید خواهد شد، بنابراین لازم است در ایستگاه‌های توزیع و تقلیل فشار برای جلوگیری از افت فشار گاز و آسیب‌دیدگی تجهیزات خط لوله، فرآیندهایی جهت جدا کردن ذرات جامد و قطرات مایع از گاز طبیعی صورت گیرد. این گزارش نخست به تعریف فرسایش جریان گاز طبیعی، پرداخته و سپس با توضیحات مختصری با استفاده از روش *(Discrete Phase Method) DPM* و جریان دوفازی اوپلری - لاگرانژی یا به اختصار فازگسسته با شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار آنسیس فلوینت 2019R1 به بررسی و آنالیز فرسایش جریان گاز - جامد در زانویی با در نظر گرفتن جوش اتصال این زانو می‌پردازد. این گزارش، معادلات جریان فازگسسته و پیوسته را بیان می‌کند. در این راستا، برای در نظر گرفتن اثرات اغتشاشی از مدل انرژی- تلفات آشفته‌گی (ϵ -Realizable k)، برای مدل کردن رفتار ذرات در مجاورت دیوار و همچنین پراکندگی ذرات ناشی از آشفته‌گی در فاز سیال با استفاده از مدل ردیابی اتفاقی مدل شده است. در مورد شرایط مرزی برخورد ذرات جامد با دیواره و مراحل حل عددی معادلات در روش فازگسسته توضیحاتی بیان می‌شود و اثر حاضر خوردگی فرسایشی را بررسی می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که حتی در جریان‌های آرام با عدد رینولدز پایین نیز، سیال گاز- جامد ناهمگن بوده و افزایش قطر ذرات جامد موجب افزایش ناهمگنی جریان گاز- جامد و در نهایت بروز خوردگی سایشی بیشتر در محل ناهمواری جوش می‌گردد.

واژه‌های کلیدی گاز- جامد، فاز گسسته، اوپلری- لاگرانژی، خوردگی فرسایشی.

Umerical Simulation of Elbow Erosion with Circumferential Welding in Two-Phase Gas Flow

F. Hosseini A. H. Meghdadi Isfahani M. Davazdah Emami E. Mohseni N. Najari

Abstract The initial processes that take place in the operating facilities of the pressure reduction station on natural gas do not remove all its pollutants, whether moisture or solid particles. Under such conditions, corrosion in pipelines, blockage of instrumentation equipment, and destruction of valves and regulators will be intensified, so it is necessary at distribution and pressure reduction stations to prevent gas pressure drop and damage to pipeline equipment, processes to separate solid particles. And liquefied droplets of natural gas. This report first defines natural gas flow erosion and then briefly describes the flow erosion using the Discrete Phase Method DPM and the Eulerian-Lagrangian biphasic flow, or the discrete phase abbreviated simulation using Ansys Fluent 2019R1 software. The gas-solid in the elbow deals with the welding of this elbow joint. This report describes the discrete and continuous phase flow equations. In this regard, to consider the perturbation effects of the energy-perturbation loss model (Realizable k- ϵ), to model the behavior of particles in the vicinity of the wall and also the scattering of particles due to perturbation in the fluid phase is modeled using random tracing model. . The boundary conditions of solid particles colliding with the wall and the steps of numerical solution of the equations in the discrete phase method are explained and the present effect investigates the erosive corrosion. The results show that even in slow currents with low Reynolds number, the gas-solid fluid is heterogeneous, and increasing the diameter of the solid particles increases the heterogeneity of the gas-solid flow and ultimately causes more abrasion corrosion at the weld roughness.

Keywords Gas-Solid, Discrete phase, Eulerian-Lagrangian, Erosion corrosion.

DOI: 10.22067/fum-mech.v31i2.84757

* تاریخ دریافت مقاله ۹۷/۱۰/۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۱/۲۹ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول: دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

Email : Farnazhosseini2014@gmail.com

(۲) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

(۳) دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی، نجف آباد/اصفهان، اصفهان، ایران.

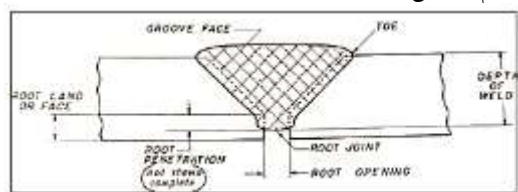
(۴) مدیر بازرسی فنی، واحد بازرسی فنی، شرکت گاز استان اصفهان، اصفهان، ایران.

(۵) کارشناس طراحی، واحد خدمات فنی مهندسی، شرکت گاز استان اصفهان، اصفهان، ایران.

مقدمه

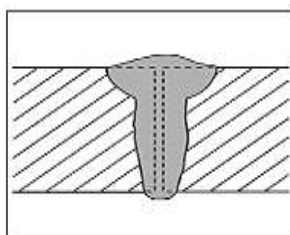
ماسه در چاه‌های نفت و گاز هم‌زمان با تولید سیال نفت و گاز ایجاد می‌شود و علی‌رغم فیلتراسیون خطوط لوله انتقال این سیالات از پایین‌دست جریان تا نزدیکی محل‌های مصرف یعنی ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز در اطراف شهرها، به دلایل متعدد از جمله عدم امکان پاک‌سازی کامل این ذرات از داخل خطوط لوله، همراه گاز شده و ایجاد نگرانی می‌کند، چراکه می‌تواند مشکلات مهمی از قبیل کاهش فشار، انسداد لوله و فرسایش و در نتیجه زیان‌های مالی و مسائل زیست‌محیطی را ایجاد کند. وقتی ذره‌ای با سطح برخورد می‌کند، سطح را زخمی می‌کند. شکل‌های این زخم‌ها به پارامترهای زیادی وابسته است از جمله ماده سطح، اندازه ذره و زاویه برخورد. محققان این زخم‌ها را مطالعه کرده‌اند تا مکانیسم فرسایش را تبیین کنند و در کل موافق هستند که مکانیسم فرسایش بر اساس شکل‌پذیری سطح تغییر می‌کند. از طرف دیگر زمانی که اتصالات لوله‌کشی ایستگاه مانند زانویی دارای جوش محیطی باشند، بر اساس شواهد تجربی خوردگی فرسایشی ایجاد شده در اتصالاتی نظیر زانویی، تشدید می‌شود.

هرگونه نشتی باشد، از این‌رو جوشکاری برای این سیستم بسیار بااهمیت است. هرگاه فشار داخلی یک سیستم، بسیار زیاد باشد، جوش، امتیاز و اطمینان بالاتری نسبت به سایر اتصالات دارد. معمول‌ترین روش جوشکاری در ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز، جوش نوع لب‌به‌لب (Butt-Weld) است که در آن انتهای دو اتصال، ماشین‌کاری شده تا در محل اتصال، تشکیل یک شکاف دهند. این شکاف هنگامی که مواد جوش به هم آمیخته شود پر شده و تشکیل یک اتصال مطلوب را می‌دهد [۲]. آماده‌سازی لبه اتصال برای جوشکاری با توجه به ضخامت آن انجام می‌شود. برای ضخامت‌های کم (۱/۸ تا ۱/۱۶ اینچ) جوشکاری به نحو مطلوبی با لبه‌های مربعی شکل انجام می‌شود و برای ضخامت‌های بیشتر جوش مناسب زمانی حاصل می‌شود که لبه‌های اتصال پخ زده شوند، در غیر این صورت شعله یا قوس الکتریکی قادر به تأمین گرمای لازم برای ذوب کردن و به هم آمیختن دلبه را ندارد [۳].



شکل (۲): جزئیات جوش شیار لب‌به‌لب [۳]

پدیده نفوذ اضافه جوش در پاس یک جوش و به علت ایجاد مذاب بیش‌ازحد به وجود می‌آید. مذاب حاصل در داخل مقطع جوش نفوذ کرده و پس از سرد شدن به صورت یک فلز اضافی شکل (۳) در محل باقی می‌ماند [۱].



شکل (۳): جوش با نفوذ اضافه در اتصالات ایستگاه‌های تقلیل

[۱]



شکل (۱): شکل نمونه جوش محیطی در اتصال زانویی

ایستگاه گاز [۱]

به عبارت دیگر از آنجاکه یک ایستگاه تقلیل فشار گازی سیستمی یکپارچه شامل ولوها، اتصالات و ابزار دقیق است، لازم است سیستمی مطمئن، بدون تعمیرات و

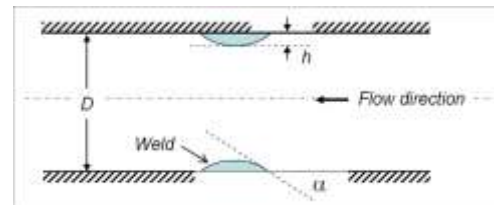
- ۴- میزان ماسه همراه در سیال: بر اساس درصد وزن ماسه همراه/ وزن کل سیال؛
- ۵- سرعت برخورد ذرات؛
- ۶- سرعت سیال؛
- ۷- میزان خوردگی سیال؛
- ۸- ویسکوزیته سیال؛
- ۹- چگالی سیال.

از طرف دیگر، مجموعه استانداردهای بین المللی مورد استفاده در ایستگاههای تقلیل فشار [۷]، شامل تحقیقات مدونی است که از سال ۱۹۱۱ توسط انجمن مهندسين مکانیک ایالات متحده در زمینه لوله، ظروف تحت فشار و اتصالات جمع آوری شده و بعدها تحت عنوان استانداردهای مختلفی نظیر API, ASME, ASTM, ارائه شده است.

مجموعه «ASME» دارای بیش از دهها بخش و زیرمجموعه است به عنوان مثال، در یک ایستگاه تقلیل فشار گاز، اتصالات آن از قبیل زانویی و کاهنده و یا کپ از جنس فولاد کربن استیل و تابع استاندارد ASME/ANSI B16.2 است. استاندارد که طراحی ایستگاه از آن تبعیت می کند استاندارد ASME/ANSI B31.8 است که برای محاسبه ضخامت حداقل لوله تحت تنش استفاده می شود. و از استاندارد ASME B31.3 و ASME IX در مورد جوشکاری و معیارهای پذیرش جوش ایستگاههای تقلیل فشار گاز استفاده می شود که استاندارد ASME IX دارای دو بخش جوشکاری و لحیم کاری است؛ از این رو لازم است حدود و میزانهای لازم برای شبیه سازی جوش اتصال زانویی در این مطالعه مطابق با الزامات این استاندارد باشد.

فینی [۸] در سال ۱۹۶۷ نشان داد وقتی ذره با زاویه برخورد پایین با سطح برخورد می کند، حفره ایجاد می کند. برخوردهای دیگر ذره حفره را بزرگ تر می کند و ماده را اطراف حفره جمع می کند. ماده جمع آوری شده در نهایت توسط ذره پیوسته تأثیرگذار از بین می رود. مطالعات گذشته نشان می دهد که در مواد شکننده،

محاسبه نرخ خوردگی اتصالات جوشی بر اساس هندسه داخلی جوش است. درواقع، هندسه جوش استحکام جوش در مقابل خوردگی را مشخص می کند (مطابق شکل ۴).



شکل (۴): هندسه نفوذ اضافه جوش [۶]

همان گونه که از هندسه جوش مشخص است ضخامت جوش اضافه یا ارتفاع جوش و زاویه برخورد ذرات جامد به ارتفاع نفوذ اضافه جوش، از پارامترهای مهم برای بررسی نرخ خوردگی است.

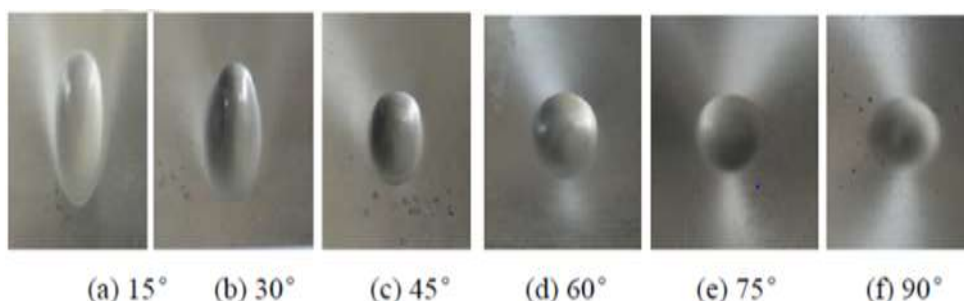
خوردگی سایشی به از بین رفتن پیوسته ماده اولیه از سطح جامد به علت تعامل مکانیکی بین آن سطح و یک سیال، سیال چند جزئی و یا برخورد ذرات جامد گفته می شود [۴]. با توجه به مطالعات کروک [۵]، خوردگی سایشی را می توان به سه دسته مجزا تقسیم نمود: سایش به علت برخورد ذرات جامد، سایش جریان دوغاب و سایش به علت برخورد قطرات مایع موجود در جریان سیال. در این مطالعه حالت اول یعنی وجود ذرات جامد در سیال گاز بررسی شده است.

سایش خوردگی به نظر می رسد به پارامترهای اساسی ۹ گانه زیر وابسته باشد [۴].

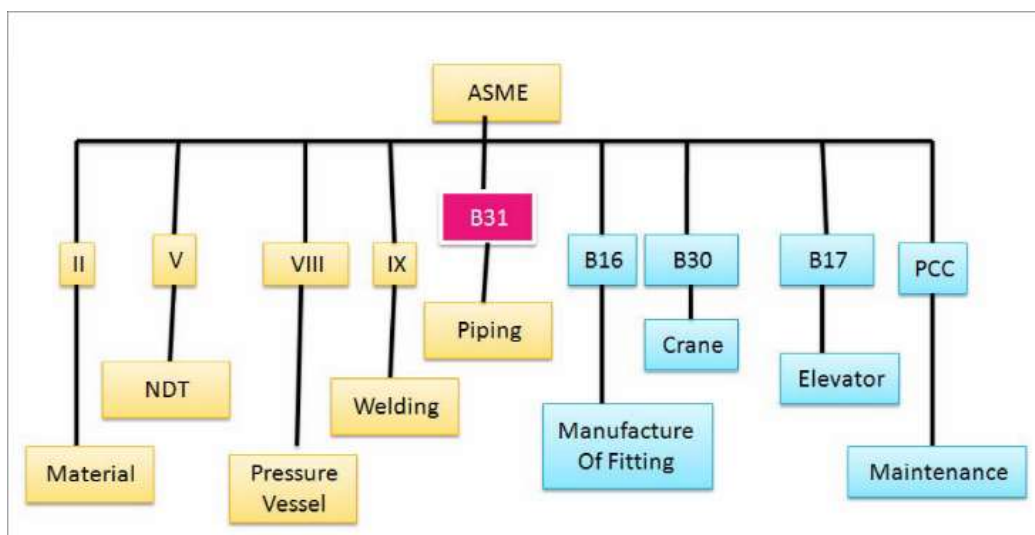
- ۱- نوع ماده: برای مواد ترد مکانیزم ترک خوردگی در اثر خستگی سطحی و تشکیل میکروترکها است و برای مواد نرم مکانیزم سایش ناشی از برخورد است؛
- ۲- زاویه برخورد ذرات: زاویه بحرانی برای مواد ترد حدود ۹۰ درجه و برای مواد نرم در حدود ۱۵ الی ۳۰ درجه است (شکل ۵)؛
- ۳- آیتیمهای مربوط به طراحی: نظیر میزان شعاع زانویی ها، هدرها و انشعابات؛

فرسایش زانو ممکن است منجر به سوء عملکرد تجهیزات و حتی شکست آن شود، که خود می‌تواند موجب نشت نفت یا گاز و برخی دیگر از بلایای زیست‌محیطی شود. علاوه بر این، پیش‌بینی دقیق فرسایش منجر به ارزیابی عمر مفید خطوط لوله می‌شود. در این مطالعات از مدل اوکا و همکاران [12] و مدل ذرات گردوغبار گرانت و تباکف [13] برای محاسبه نرخ فرسایش زانوی ۹۰ درجه استفاده کرد. در این زانو اسکار فرسایشی وی‌شکل مشاهده گردید.

فرسایش مربوط به شکل‌گیری ترک است. وقتی ذره به سطح شکننده ضربه می‌زند، ترک‌های جانبی و شعاعی ایجاد می‌کند. چن و همکاران [9] در سال ۲۰۰۴، توزیع فرساینده‌گی مسیرهای ذرات در یک زانوی استاندارد را مورد مطالعه قرار دادند. آنها از دو مدل بازسازی ذرات مختلف برای ردیابی ذرات و محاسبه میزان فرسایش زانویی استفاده کردند. اسکار (Scar) فرسایشی وی‌شکل که در آن تحقیق یافت شد، به تداخل ثانویه ذرات بستگی داشت. زانگ و همکاران [10] در سال ۲۰۰۷ و ناجمی و همکاران [11] سال ۲۰۱۵، نشان دادند که



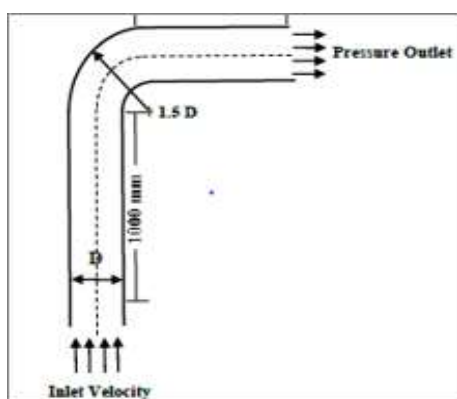
شکل (۵): ماکرو گراف اسکارهای خوردگی ناشی از زاویه برخورد متفاوت ذرات جامد با دیواره لوله زانویی [6]



شکل (۶): چارت کلی استاندارد ASME [7]

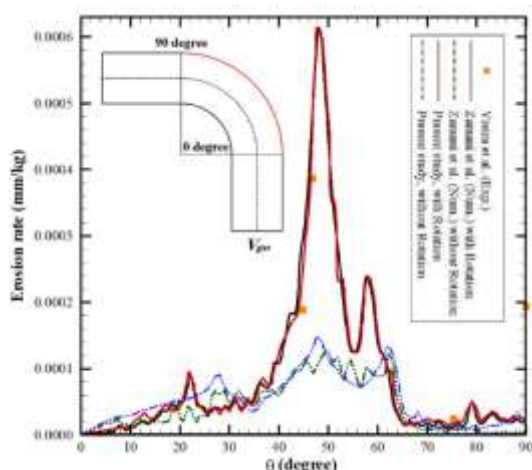
برخورد کششی ذرات در سرعت‌های پایین‌تر به‌عنوان عامل اصلی این اسکارها محسوب شد. داود شفیع و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۴، طی تحلیل عددی ایجاد سایش ناشی از جریان گاز در خطوط لوله و ایستگاه‌های گاز نشان دادند میزان سایش با افزایش سرعت گاز، افزایش ناخالصی، افزایش دما، تعدد مسیرهای منقطع، میزان ذرات، اغتشاش جریان گاز و نحوه طراحی ایستگاه ارتباط مستقیم دارد. بررسی جامع مدل‌های ارائه شده در مطالعات قبلی، توسط پارسی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۴ انجام شده است. هدف این تحقیقات انجام شده بر مبنای CFD بررسی تأثیر ذرات جامدی مانند شن و ماسه بر جریان چند فازی است. درته و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۵، دریافتند که اثرات روش‌های بارگذاری و جابجایی جرم می‌تواند به‌طور قابل توجهی پروفیل‌های فرسایش زانویی را تغییر دهد. به‌عنوان مثال، اسکار فرساینده‌ی شکل با استفاده از روش کوپلینگ یک‌طرفه رخ می‌دهد، اما هنگام استفاده از اتصال چهار طرفه این اسکار به‌صورت واضح قابل مشاهده نیست. عرب نژاد و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۵ نشان دادند، معادلات فرسایش و نرخ فرسایش به پارامترهای مهم نظیر رفتار جنس، خواص ذرات جامد و سرعت برخورد ذرات جامد و سرعت خود ذرات، مرتبط می‌شوند. ویرا [۱۸] در سال ۲۰۱۵ اثر مکانی لوله را در فرسایش یک جریان حاوی مواد فرساینده مطالعه کرد. او گزارش کرد در هر شرایطی، فرسایش در زانویی عمودی بیشتر از زانویی افقی اتفاق می‌افتد. پنگ و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۶، مسیریابی ذرات و توزیع فرسایش در زانویی‌ها، تحت سرعت‌های مختلف جریان، نرخ دبی جرمی ذرات و شعاع متوسط منحنی نسبت به قطر و نیز قطر لوله با استفاده از یک مدل فرسایش، بررسی شده و در نهایت دو معادله برای پیش‌بینی مکان حداکثر فرسایش با توجه به جهت خمش زانو، قطر ذرات و نسبت R/D ارائه گردید. مرتضی بیاره و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۶،

پدیده خوردگی سایشی را در یک خط لوله گاز بررسی کرده و متوجه شدند وجود اتصالاتی نظیر زانویی که خطوط جریان را قطع می‌کنند، نرخ برخورد ذرات با ممتوم بالا را افزایش می‌دهند و همین امر موجب افزایش خوردگی می‌شود. زمانی و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۱۷ به بررسی نرخ فرسایش در یک زانویی با در نظر گرفتن چرخش ذرات پرداخته و به این نتیجه رسیدند که زمانی که چرخش ذرات در نظر گرفته نمی‌شود، مدار حرکت ذرات به دست آمده می‌تواند به‌طور قابل توجهی با مسیر واقعی ذرات متفاوت باشد. در ضمن با در نظر گرفتن چرخش ذرات، با توجه به نوع برخورد ذره به دیوار، برخوردهای مخرب‌تری رخ می‌دهد و نرخ سایش افزایش می‌یابد. مولا و همکاران در سال ۱۳۸۵ [۲۲]، پژوهشی با هدف بهینه‌سازی سیستم فیلتراسیون گاز طبیعی در ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز استان فارس انجام داده‌اند. در این مطالعه پس از معرفی فرآیند فیلتراسیون گاز طبیعی و انواع مختلف فیلترها آزمایش‌های کمی و کیفی بر روی نمونه‌ی ذرات جامد موجود در گاز طبیعی ورودی به ایستگاه CGS شهر شیراز و پس از مطالعه و بررسی اشکالات موجود در سیستم فیلتراسیون ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز این استان، فرضیه‌هایی در ارتباط با این اشکالات مطرح کرده و راهکارهایی در راستای بهبود فرآیند فیلتراسیون ارائه گردیده است. در ضمن در خصوص انتخاب مدل توربولانتی با توجه به حقیقت ناخوشایندی که وجود دارد و آن اینکه به‌صورت عمومی معادله واحدی برای همه کلاس‌های مسائل مختلف وجود ندارد. انتخاب مدل مغشوش به ملاحظاتمانند فیزیک جریان مسئله، نمونه‌هایی که قبلاً برای یک کلاس خاص حل شده، سطح دقت مورد نیاز، منابع محاسباتی موجود و زمان مورد نیاز برای انجام شبیه‌سازی بستگی دارد. برای انتخاب مدل مناسب می‌بایست قابلیت‌ها و محدودیت‌های هر مدل بررسی شود لذا برای تحلیل مساله، مطالعاتی صورت گرفته [۲۳-۲۹] از سال



شکل (۷): جهت ورود سیال و شرایط مرزی [۷]

شایان یادآوری است هندسه مورد مطالعه توسط زمانی و همکاران [21]، از نظر ابعاد کاملاً با هندسه پژوهش حاضر همخوانی دارد. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی جدید شکل (۸) کاملاً با نتایج به دست آمده از این مطالعه مطابقت داشت.



شکل (۸): مقایسه بین نتایج عددی به دست آمده از مطالعه زمانی و همکاران [21] و شبیه‌سازی این مطالعه

فرضیات و روش حل

هندسه جوش محیطی این اتصال مطابق با استانداردهای طراحی ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز ایران و ASME SECTION IX محاسبه و منظور شده است. این اتصال از نظر موقعیت بلافاصله پس از رگولاتور فشارشکن در لوله‌کشی ایستگاه تقلیل فشار قرار داشته و نوع جوش آن جوش لب‌به‌لب است. در این مطالعه از روش محاسبات

۲۰۱۷ تا ۲۰۱۹ انجام شده بود استفاده کرده و بر اساس آن، نوع معادله لازم در این پژوهش مشخص گردید.

تعریف مسئله

در این پژوهش قرار است زانویی مورد استفاده برای جریان ورودی یک ایستگاه تقلیل فشار گاز طبیعی بررسی گردد.

سیستم فیلتراسیون گاز ورودی به ایستگاه شامل یک عدد فیلتر جداکننده (Filter Separator) قبل از هدر اصلی (Main Header) و سه رن (Run) مجهز به سه فیلتر خشک است که از طریق لوله و زانویی با قطر ۳ اینچ جریان گاز وارد فیلتر جداکننده شده و پس از خروج از این تجهیز، گاز از سه فیلتر مجزا عبور خواهد کرد. بر طبق استاندارد [30] ASME B31.3، میزان مجاز نفوذ جوش اضافه حدود ۳ میلی‌متر است.

درواقع قبل از عبور جریان از فیلترهای خشک ایستگاه، گاز از طریق تجهیز به نام سپراتور فیلتر شده و ذرات با قطر ۵ میکرون از آن گرفته می‌شوند. بررسی پدیده خوردگی فرسایش هنگام عبور سیال عامل گاز طبیعی به همراه ذرات جامد موجود در آن در زانویی ورودی ایستگاه، هدف این مطالعه است.

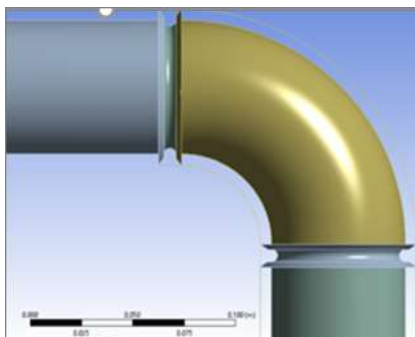
در ابتدا با توجه به استانداردهای متداول در شرکت ملی گاز ایران و بررسی میدانی ایستگاه شکل هندسه زانویی موجود استخراج گردید شکل (۷). در نرم‌افزار انسیس فلوئنت هندسه به دست آمده شبیه‌سازی شده و ابتدا با هندسه زانویی بدون جوش مطابق با پژوهش‌هایی که قبل از این در خصوص بررسی خوردگی در این اتصال انجام شده بود مطابقت داده شد. مبنای تطابق نتایج استخراج شده، پژوهشی است که در زمینه بررسی خوردگی ناشی از ذرات جامد موجود در گاز توسط زمانی و همکاران [21] در سال ۲۰۱۷ انجام گرفته است. نتایج عددی به دست آمده با تقریبی بسیار خوبی بر نتایج عددی حالت بدون چرخش ذرات جامد منطبق گردید.

تأثیرگذار است پراکندگی ذرات در فاز سیال ناشی از نوسانات آشفته‌گی با استفاده از مدل ردیابی اتفاقی مدل شد [23-29]. مدل گردشی تصادفی گسسته به منظور در نظر گرفتن برهم‌کنش میان ذرات و گردابه های آشفته‌گی به کار گرفته شد.

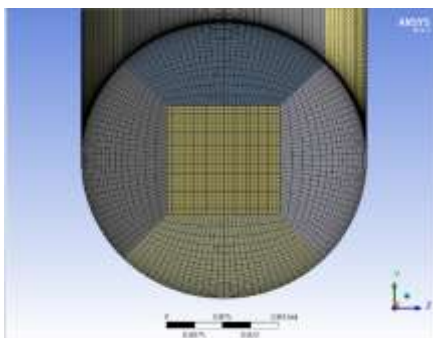
مراحل حل عددی معادلات فاز پیوسته و گسسته

کلیه معادلات جریان و انرژی فاز پیوسته سیال پایه با صرف نظر از وجود ذرات جامد فاز گسسته، تا همگرایی کامل حل می‌شود تا توزیع سرعت در تمام نقاط داخل حوزه حل برای فاز پیوسته مشخص شود (مطابق شبکه‌بندی ارائه شده در شکل ۹ و ۱۰).

سپس ذرات جامد فاز گسسته به‌طور یکنواخت از مرز ورودی جریان وارد شده و با حل معادلات لاگرانژی فاز گسسته تحت تأثیر فاز پیوسته تا همگرایی کامل مکان و سرعت تمام ذرات جامد در حوزه حل مشخص می‌شود.



شکل (۹): هندسه زانویی با جوش شبیه‌سازی شده



شکل (۱۰): مقطع شبکه‌بندی شده زانویی

(DNV(D. N. Veritas) [6]، برای بررسی فرسایش ذرات جامد در گاز و روی جوش محیطی اتصالات استفاده شده است برای حل معادلات ناویر استوکس از روش حجم محدود استفاده شده است.

در این مطالعه فرض بر این است که جریان پایا و هم‌دما باشد. همچنین در این شبیه‌سازی‌ها اثر جاذبه در نظر گرفته شده است ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$). خواص گاز، ذرات و جنس لوله در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول (۱): شرایط سیال عامل در جریان گاز - جامد ایستگاه

تقلیل فشار

نام متغیر	مقدار در شرایط اول	واحد
سرعت گاز طبیعی	۲۰	m/s
سرعت ذرات جامد	۲۰	m/s
چگالی ذرات جامد (شن و ماسه)	۲۶۵۰	Kg/m ³
سختی دیواره لوله	۱۲۰	BH
چگالی سیال عامل گاز	۰٫۶۵	Kg/m ³

در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت جریان به کمک معادلات ناویر استوکس مدل می‌شود و ذرات از منوی مدل فاز گسسته DPM (Discrete Phase Method) پیروی می‌کنند. برای بررسی فرسایش از مدل DNV [۶]، استفاده می‌شود که نشان داده شود ذرات جامد چگونه باعث فرسایش شده و چه تأثیری بر جوش محیطی اتصالاتی که نفوذ اضافه جوش دارند می‌گذارند. برای ارتباط میان میدان‌های فشار و سرعت از روش Simple استفاده شد. در معادلات مومنتم، ترم‌های غیرخطی جابه‌جایی با روش دقیق مرتبه دو، گسسته سازی شد. از روش مرتبه دوم برای گسسته سازی ترم‌های فشاری استفاده شد. همان‌طور که پیش‌تر بیان گردید در مطالعه حاضر برای شبیه‌سازی آشفته‌گی جریان از مدل آشفته‌گی انرژی تلفات $k-\epsilon$ استفاده شده است. از آنجاکه علاوه بر سرعت متوسط، نوسانات سرعت آشفته نیز بر مدار حرکت ذرات

فیزیک جریان آشفته، قیدهای ریاضی خاصی را در تنش‌های رینولدز اعمال می‌کند.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon + S_p^k \quad (4)$$

$$(5)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v \varepsilon}} + S_p^\varepsilon \quad (6)$$

$$C_1 = \text{MAX} \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right] \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}$$

$$S = \sqrt{2 \cdot S_{ij} S_{ij}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

در معادلات اخیر، u_i مؤلفه‌های سرعت جریان، k انرژی جنبشی آشفتگی، ε نرخ تلفات انرژی جنبشی آشفتگی، S متوسط نرخ تانسور کرنش و S_{ij} نرخ تانسور کرنش است. همچنین داریم:

$$C_2 = 1.9 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.2 \quad (7)$$

معادلات حرکت ذرات بدون در نظر گرفتن

چرخش

چنانچه ذکر شد، در این تحقیق فاز گسسته به روش لاگرانژی بررسی می‌گردد. امروزه امکان بررسی تعداد ذرات کم یا فاز پراکنده به صورت رقیق میسر است. همچنین به علت رقیق بودن فاز پراکنده از اثر متقابل ذرات و برخورد ذرات با یکدیگر صرف نظر شده است. تعادل نیرو عبارت است از برابری نیروی اینرسی با نیروهای وارد بر ذره. تعادل نیرو در این حالت در معادله (۸) نشان داده شده است. با حل معادله حرکت ذرات، سرعت و موقعیت هر ذره محاسبه می‌شود.

$$\frac{du_p}{dt} = F_D + F_G + F \quad (8)$$

جدول (۲): مشخصات شبکه

Aspect Ratio	Skewness	تعداد شبکه
۴۰,۲۷۳	۰,۷۴۱۱	۳۲۷۳۶۰۰

معادلات حاکم

ابتدا معادلات حاکم بر فاز پیوسته بررسی می‌شود و معادلات آشفتگی بیان می‌گردد. معادله بقای جرم یا معادله پیوستگی در حالت کلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = S_m \quad (1)$$

فرم کلی معادله بقای جرم است و برای هر دو جریان تراکم پذیر و تراکم ناپذیر قابل استفاده است. جمله چشمه S_m جرمی است که از فاز پراکنده دوم (مثلاً در اثر تبخیر مایعات) به فاز پیوسته اضافه می‌شود که در اینجا صفر در نظر گرفته می‌شود. معادله بقای ممنتوم به صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2)$$

که P فشار استاتیکی، $(\bar{\tau})$ تانسور تنش و $\vec{F}$ و $\rho \vec{g}$ نیروی بدنه خارجی (Body force) و نیروی بدنه جاذبه (Gravitational body force) است. تانسور تنش نیز به صورت معادله (۳) تعریف می‌شود:

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{u} \vec{I} \right] \quad (3)$$

که μ ویسکوزیته مولکولی، I تانسور یکه و جمله دوم سمت راست، اثر اتساع (dilation) حجم است. برای جریان تراکم ناپذیر یک سیال نیوتونی، این معادله به معادله ناویر-استوکس (Navier-Stokes) معروف شده است. با اعمال فرض جریان ایزوترم و تراکم ناپذیر، جمله دانسیته می‌تواند ثابت فرض شود.

معادلات (۴) و (۵) و (۶)، موازنه ریاضی بر مدل آشفتگی K-ε تحقیق پذیر را نشان می‌دهند. اصطلاح «تحقیق پذیر» بدین معناست که مدل حاضر مطابق با

معادله سایش DNV[6]

به منظور جلوگیری از سایش ناشی از ذرات جامد، انواع مدل های سایش جهت پیش بینی و بهبود طراحی اولیه و شرایط کاری توسعه یافته اند. این مدل ها بر اساس نتایج آزمایشگاهی و در شرایط خاص پیشنهاد گردیده است. با توجه به عدم وجود پیش بینی سایش با دقت بالا در صنعت، اکثر مدل های سایش که در صنعت نفت و گاز استفاده می شود، محافظه کارانه بوده و نیاز به بررسی بیشتری دارند. DNV [6] رابطه ای برای پیش بینی نرخ سایش پیشنهاد داده است که بر اساس آن، داده های تجربی و عددی بسیار برای هندسه های مختلف از جمله زانویی ها و سه راهی ها مورد نیاز است. برای لوله های فولادی، رابطه پیشنهادی DNV [6] به صورت معادله (۱۵) است.

$$ER = 2.0 \times 10^{-9} V_p^{2.6} F(\alpha) \quad (15)$$

که α زاویه برخورد ذره، V_p سرعت ذره در لحظه برخورد و $F(\alpha)$ تابع زاویه برخورد است.

$$F(\alpha)_t = \sum_{i=1}^{\alpha} A_i(\alpha)^i \quad (16)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= 9.370 & A_2 &= -42.295 \\ A_3 &= 110.864 & A_4 &= -175.804 \\ A_5 &= 170.137 & A_6 &= -98.398 \\ A_7 &= 31.211 & A_8 &= -4.170 \end{aligned} \quad (17)$$

مقادیر ثابت A_i در روابط (۱۷) آمده است.

نتایج و بحث روی نتایج

ابتدا به بررسی کانتور خوردگی در شرایط بدون جوش برای زانویی با قطر ۳ اینچ پرداخته می شود. شکل (۱۲). همان گونه که مشاهده می شود بیشترین میزان خوردگی مربوط به قسمت زانویی لوله است. میزان ماکزیم خوردگی در کل لوله در این حالت برابر ۰,۰۰۳۴۵ میلی متر بر کیلوگرم است. زمانی که تحت همان شرایط میزان خوردگی زانویی با در نظر گرفتن ۳ میلی متر جوش لحاظ می شود شکل (۱۳)، این میزان مطابق با نتایج شبیه سازی در این مطالعه به میزان ۰,۰۰۷۱۲ میلی متر بر

که F_D نیروی پسا بر واحد جرم ذره، F_G نیروی شناوری بر واحد جرم ذره و F سایر نیروهای بر واحد جرم ذره مانند نیروی برآی سافمن، نیروی جرم مجازی و نیروی گرادیان فشاری است.

$$u_p = \frac{dx_p}{dt} \quad (9)$$

در معادله (۹)، u_p بردار موقعیت مکانی ذره را نشان می دهند. کمیت F_D در معادله (۱۰) نیروی پسا بر واحد جرم ذره است. نیروی پسا مهم ترین نیروی وارد از سیال به ذره است که به دلیل اختلاف سرعت سیال و ذره حاصل می شود.

$$F_D = \frac{(u_f - u_p)}{\tau_r} \quad (10)$$

در معادله (۱۰)، u_f سرعت سیال و τ_r زمان آرامش ذره می باشند. τ_r از معادله (۱۱) محاسبه می شود.

$$\tau_r = \frac{\rho_p d_p^2 24}{18 \mu_f C_D Re_p} \quad (11)$$

که ρ_p چگالی ذره، d_p قطره ذره، μ_f لزجت دینامیکی سیال و Re_p عدد رینولدز نسبی ذره است.

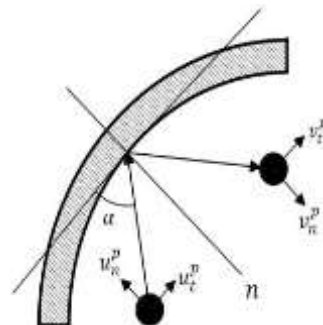
$$Re_p = \frac{\rho_p d_p |u_f - u_p|}{\mu_f} \quad (12)$$

در رابطه (۱۳) C_D ضریب پسا است.

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re_p} + \frac{a_3}{Re_p^2} \quad (13)$$

همچنین در معادله (۱۴) کمیت F_G نیروهای گرانش و شناوری بر واحد جرم ذره است.

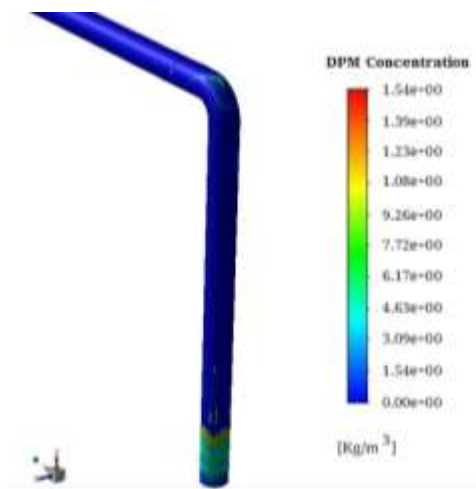
$$F_G = \left(1 + \frac{1}{S}\right) \rho_g \quad (14)$$



شکل (۱۱): چگونگی برخورد ذره به دیوار خمیده [6]

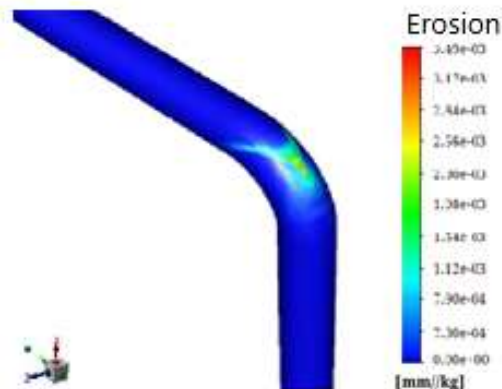
کیلوگرم افزایش می یابد

شکل (۱۴) مشاهده می شود بیشترین تمرکز ذرات در ابتدای مسیر ورود به زانویی و در قسمت پایین لوله بوده و مقدار آن به طور متوسط ۱,۵ کیلوگرم بر واحد حجم است. به عبارت دیگر در ابتدای قسمت ورودی که تجمع ذرات جامد بیشتر است به نظر می رسد خطر بروز فرسایش بیشتر باشد که با نتایج به دست آمده در شکل (۱۳) نیز همخوانی دارد.

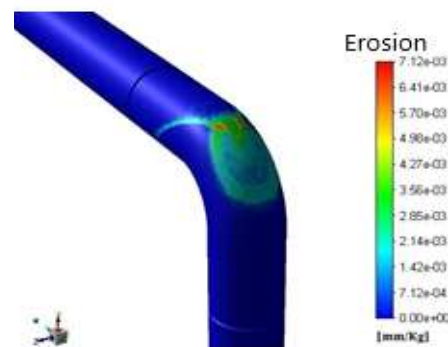


شکل (۱۴): نحوه تجمع ذرات داخل زانویی با جوش

در شکل ۱۵ مسیر حرکت ذرات در دو حالت بدون جوش و با در نظر گرفتن جوش محیطی نشان داده شده است. همان گونه که مشخص است مسیر ذرات در هر دو حالت یکسان بوده ولی توزیع ذرات تغییر می کند. به صورتی که توزیع ذرات از مقدار $7.52E-02$ میلی متر به ازای هر کیلوگرم در حالت بدون جوش به مقدار $1.28E-01$ میلی متر به ازای هر کیلوگرم با در نظر گرفتن جوش تبدیل می شود. بر اساس نتایج به دست آمده از شکل ۱۰، که نمودار خوردگی بر حسب موقعیت لوله را نشان می دهد، خوردگی از قسمتی شروع می شود که ذرات شروع به برخورد زاویه ای با سطح کرده و قسمتی از لوله که تماس (برخورد) بیشتر با ذرات داشته دچار خوردگی فرسایشی بیشتری شده است که در این حالت زاویه برخورد ذرات 45° درجه است. در ضمن در محل جوش



شکل (۱۲): کانتور توزیع خوردگی در زانویی بدون جوش محیطی



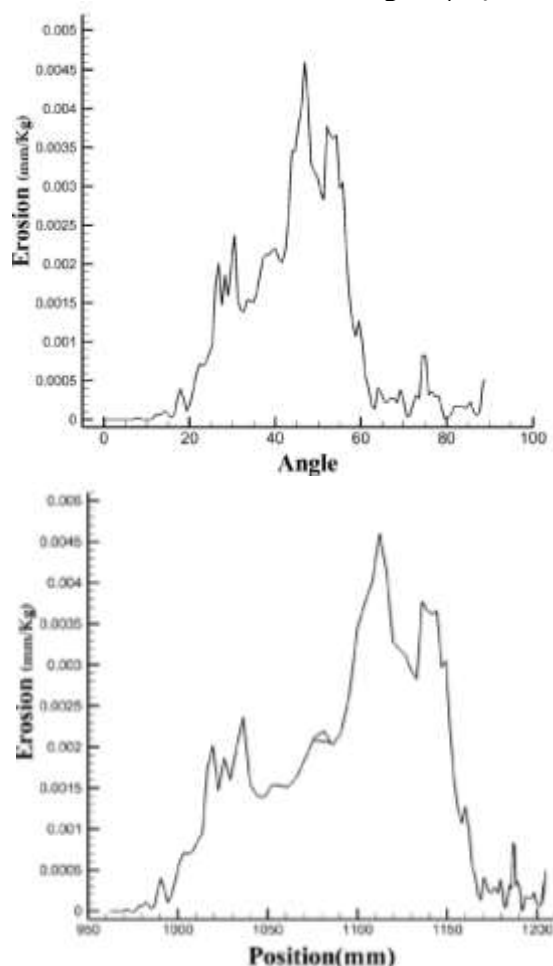
شکل (۱۳): کانتور توزیع خوردگی در زانویی با جوش محیطی

این نتایج نشان می دهد در حالتی که بررسی پدیده فرسایش ناشی از ذرات جامد در جریان گاز بدون در نظر گرفته اتصال، در نظر گرفته شود تغییرات خاصی را نشان داده و میزان خوردگی را بیشتر نشان می دهد. در ضمن با در نظر گرفتن جوش های اتصال در دو طرف اتصال، می توان محل بروز بیشترین خوردگی را نیز تخمین زد. از طرف دیگر با توجه به اینکه در پدیده خوردگی سایشی، ذرات جامد نقش اصلی را بازی می کنند، بنابراین باید مسیر حرکت و همچنین میزان تمرکز آن ها را در داخل زانویی را نیز بررسی کرد. همان گونه که در

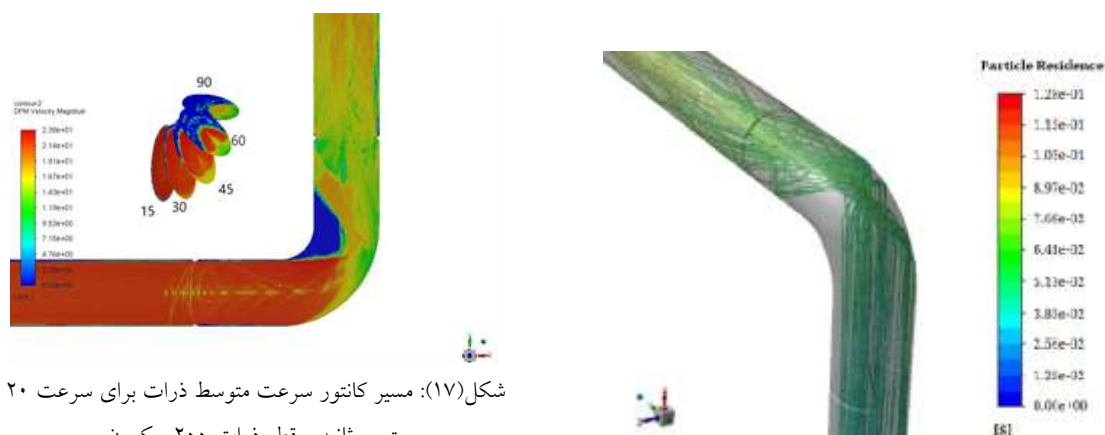
به عبارتی دیگر سرعت به میزان ۲۳ متر بر ثانیه رسیده و پس از برخورد ذرات به دیواره بالایی جوش سرعت به طور چشمگیری کاهش یافته و حتی به میزان ۲ تا ۰ متر بر ثانیه نیز می رسد. این مسأله مبین آن است که در امتداد خط افقی متصل شونده به فیلتر جداکننده (اولین فیلتر موجود در ایستگاه های تقلیل فشار گاز) و پس از عبور ذرات جامد از محل جوش دوم، حتی با وجود شعاع نفوذ اضافه جوش برای جوش دوم، نرخ خوردگی فرسایشی به صورت واضحی کاهش می یابد.

همان گونه که از دو شکل (۱۶) مشخص است، با در نظر گرفتن جوش محیطی و یا در نظر گرفتن آن تغییری در خصوص شکل نمادین نحوه تجمع ذرات مشاهده نمی گردد و در دو حالت ذرات به صورت زیگزاگی و یا در واقع وی شکل به دیواره های زانویی برخورد کرده و به مسیر خود ادامه می دهند. آنچه در این حالت متفاوت است صرفاً حجم ذراتی است که در امتداد این مسیر حرکت کرده و نتایج نشان می دهد که دبی ذرات در حالتی که برآمدگی ناشی از حضور جوش محیطی در هندسه داخلی اتصال وجود دارد به نسبت حالتی که اصلاً جوشی برای اتصال در نظر گرفته نمی شود، بیشتر است. از طرف دیگری وجود همین زائده کوچک ناشی از حضور جوش در هندسه داخلی، باعث می شود به دلیل برخورد ذرات به یک سطح بسیار کوچک (برای این زانویی با این ابعاد ۳ میلی متر بر اساس استانداردهای متداول گاز در ایران) و نیز توجه به اینکه به طور معمول در گاز طبیعی آب نیز وجود دارد برخورد ذرات به این زائده اگر موجب بروز ترک مویی شود، امکان ایجاد فرسایش را تشدید می کند.

اول سرعت ذرات بسیار بالا است و به بیش از سرعت ۲۰ m/s نیز می رسد که باعث فرسایش در لوله در این قسمت می شود. برعکس در نزدیکی محل جوش قسمت افقی زانویی یعنی جوش دوم، سرعت ذرات کاهش می یابد زاویه برخورد و طول معادل زانویی در این بخش ارائه شده است. با برخورد ذرات جامد با زوایای ۴۷ درجه و ۵۸ درجه به دیواره لوله در هنگام روبرو بودن با نفوذ اضافه جوش بیشترین خوردگی سایشی در زانویی ایجاد می شود. این میزان بین زوایای ۰ تا ۶۰ روند صعودی داشته و بین ۶۰ تا ۹۰ به شدت کاهش می یابد. در این میان سرعت حرکت ذرات جامد و به طبع میزان ضربه آنها به دیواره لوله و اتصالات نیز کاهش چشمگیری پیدا می کند.



شکل (۱۵): توزیع خوردگی فرسایشی بر اساس نسبت طول زانویی و زاویه برخورد ذرات به لوله

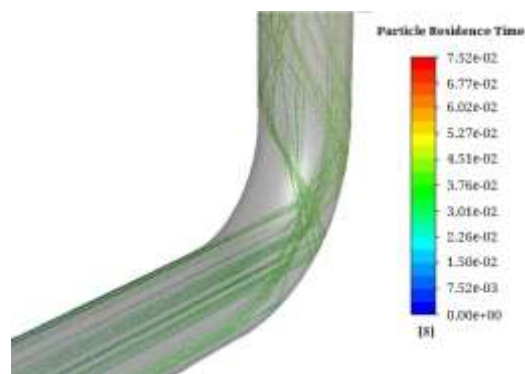


شکل (۱۷): مسیر کانتور سرعت متوسط ذرات برای سرعت ۲۰ متر بر ثانیه و قطر ذرات ۲۰۰ میکرون

نتیجه گیری

بر اساس نتایج به دست آمده از این مطالعه میزان خوردگی فرسایشی یک اتصال مانند زانویی در حضور جوش محیطی، علی‌رغم استاندارد بودن میزان جوش محیطی که برای مورد مطالعه، ۳ میلی‌متر (طبق استاندارد ASME B31.3 [۳۰]) اعلام شده است در گاز طبیعی ایران دچار مساله بوده و باید حدود قابل قبول برای آن بازنگری گردد. به دلیل آلوده بودن گاز طبیعی در ایران به ذرات جامد و با توجه به این مطلب که آنالیز گاز طبق تحقیقات قبلی (مولا و همکاران [۲۲])، وجود آب در سیال گاز را نشان می‌دهد، همین میزان خوردگی در حضور آب، جنس لوله که کربن استیل است را در معرض خوردگی سایشی شدید قرار می‌دهد که نتایج تجربی به دست آمده در ایستگاه تقلیل فشار گاز نیز، این مسأله را تأیید می‌کند. در ضمن با در نظر گرفتن شتاب جاذبه میزان خوردگی در حضور جوش محیطی در دو نقطه یکی جوش قسمت پایین اتصال و دیگری زانویی اتصال نشان داده می‌شود و این در حالی است که در مطالعات پیشین زمانی که جوش در نظر گرفته نمی‌شود صرفاً در قسمت بالای زانویی این خوردگی فرسایشی پیش‌بینی می‌شده است.

نتایج این تحقیق بیانگر این مسأله است که با در نظر گرفتن جوش در اتصالات ایستگاه‌های گاز، اگر ذرات جامد موجود در جریان که بیشتر شن و ماسه در نظر گرفته می‌شوند و کامل فیلتر نشوند، می‌توانند نقش



شکل (۱۶): مسیر حرکت ذرات در دو حالت بدون جوش و با در نظر گرفتن جوش محیطی همراه با نفوذ اضافه

همان‌طور که در شکل شماره (۱۷)، با برخورد ذرات جامد با زوایای ۴۷ درجه و ۵۸ درجه به دیواره لوله در هنگام روبرو بودن با نفوذ اضافه جوش بیشترین خوردگی سایشی در زانویی ایجاد می‌شود. این میزان بین زوایای ۰ تا ۶۰ روند صعودی داشته و بین ۶۰ تا ۹۰ به شدت کاهش می‌یابد. در این میان سرعت حرکت ذرات جامد و به طبع میزان ضربه آنها به دیواره لوله و اتصالات نیز کاهش چشمگیری پیدا می‌کند. به عبارتی دیگر میزان سرعت به سرعت به میزان ۲۳ متر بر ثانیه رسیده و پس از برخورد ذرات به دیواره بالایی جوش سرعت به طور چشمگیری کاهش یافته و حتی به میزان ۲ تا ۰ متر بر ثانیه نیز می‌رسد.

تشکر و قدردانی

این مطالعه بر اساس حمایت مالی شرکت گاز استان اصفهان انجام پذیرفته است و نویسندگان مراتب تشکر و قدردانی خود را به واسطه این حمایت از شرکت گاز اصفهان و همچنین از دانشگاه آزاد نجف آباد اعلام می نمایند.

فهرست واژگان

Circumferential welding	جوش محیطی
Corrosion	خوردگی
Discrete	اثر زیرسازی
Element Method (DPM)	روش المان گسسته
Discrete Random Walk	مدل گردشی تصادفی گسسته
viscosity models- Eddy	مدل های آشفتگی ویسکوزیته گردابی
Reynolds number-Low	عدد رنولدز پایین
Elbow	زانویی

مؤثری در بروز فرسایش زودهنگام اتصالات ایجاد نمایند. این مساله را وجود ذرات آب در جریان گاز- جامد، تشدید و تسریع می نماید. این موضوع اهمیت فیلتراسیون گاز موجود در ایستگاه ها را بیان کرده و در نظر گرفتن تمهیداتی برای حذف نفوذ اضافه جوش را تأکید می نماید. این پژوهش بدون در نظر گرفتن چرخش ذرات جامد در داخل اتصالات و لوله کشی ایستگاه های تقلیل فشار گاز انجام گرفته و سیال فقط محتوی ذرات جامد در نظر گرفته شده و شبیه سازی شده است درحالی که بنا بر مشخصات گاز ورودی به ایستگاه مبارکه، احتمال حضور مایعاتی نظیر آب در سیال گاز نیز وجود دارد و پیشنهاد می شود در مطالعات آینده بررسی این دو موضوع برای ادامه راه، مد نظر قرار گیرد. در ضمن در این مطالعه صرفاً از مدل فرسایشی DNV [6]، برای محاسبه نرخ خوردگی استفاده شده و پیشنهاد می شود در مطالعات بعدی از معادلات دیگری نظیر اوکا و زانگ، برای پیش بینی فرسایش استفاده شده و نتایج به دست آمده با یکدیگر مقایسه شود. در ضمن در تحلیل DPM فقط ذرات کروی در نظر گرفته شدند ولی در واقعیت ذرات گوشه دار و نوک تیز نیز وجود دارند که پیشنهاد می شود در پژوهش های بعدی اثر شکل آنها بر نرخ خوردگی تحلیل گردد.

مراجع

۱. ابراهیم، محسنی هماگرانی، عبدالرسول، محسنی هماگرانی، "تفسیر فیلم های رادیوگرافی صنعتی"، انتشارات سنجش سپاهان، اصفهان، (۱۳۸۸).
۲. حسین، عسگری، "خوردگی در پالایشگاه ها"، دپارتمان تحقیق و توسعه شرکت آذر انرژی تبریز، انتشارات شرکت آذر انرژی تبریز، تبریز، (۱۳۸۹).
۳. جعفر، زکی زاده، "شناخت لوله و اتصالات"، اداره تحقیقات بازرگانی و پیمانکاری، امور خدمات فنی و تخصیص کالا، تهران، (۱۳۸۴).
۴. ابراهیم، خیر، "مرجع مکانیزم های تخریب تجهیزات فرآیندی در صنایع نفت، گاز، پالایشی و پتروشیمی"، جلد اول، مکانیزم های تخریب مشترک، انتشارات راز نمان، تهران، (۱۳۹۲).

5. Crook., "Practical guide to wear for corrosion engineers", (1991)
6. Veritas D. N., "Recommended Practice RP (501 Erosive Wear in Piping Systems", Technical report, DNV RP 0501-Revision 4.2, pp. 1-111 & pp. 1-39, (2007).
۷. شرکت گاز اصفهان، "اسناد و مستندات بازرسی فنی از ایستگاه تقلیل فشار مبارکه"، شرکت گاز اصفهان، اصفهان، (۱۳۹۸).
8. Finnie. I., "Erosion of metal by solid particles", *Journal of Wear*, Vol. 3, pp. 87-103, (1967).
9. Chen. X. H., McLury. B. S., Shirazi. S. A., "Application and experimental validation of a computational fluid dynamics (CFD)-based erosion prediction model in elbows and plugged tees", *Journal of Computers & Fluids*, Vol. 33, pp. 1251-1272, (2004).
10. Xionga. Z., Ji, Zhong. L., Xiaolin. Wu., Youfang. C., Hongsheng. C., "Experimental and numerical simulation Investigations on particle sampling for high-pressure natural gas", *Journal of Fuel*, Vol. 87, pp. 3096-3104, (2008).
- 11., Kamyar. N., Mclaury. S., Shirazi. B., Siamack. L., Hill. A., Cremaschi. S., "A generalized model to predict minimum particle transport velocities in multiphase air-water horizontal pipes", *AIChE Journal*, Volume 61, (2015).
12. Oka. Y. I., Okamura. K., Yoshida. T., "Practical estimation of erosion damage caused by solid particle impact: Part 1: Effects of impact parameters on a predictive equation", *Journal of Wear*, Vol. 259, No. 1, pp. 95-101, (2005).
13. Grant. G., Tabakoff. W., "Erosion prediction in turbomachinery resulting from environmental solid particles", *Journal of Aircraft*. Vol. 12, No. 5, pp. 471-478, (1975).
۱۴. داوود، شفیعی، کوروش، خورشیدی، مصطفی، مروجی، "تحلیل عددی ایجاد سایش ناشی از جریان گاز در خطوط لوله و ایستگاه‌های گاز"، مجله پژوهش نفت، شماره ۷۸، تهران، (۱۳۹۳).
15. Siyamac. P., H., Agrawal. M., Snirivasan. V., Roland. E. V., Carlos. T., Laury. B. S. Mc., Siyamac. S., "CFD Simulation of Sand Particles Erosion in gas-dominant multiphase flow", DNV GL. Katy TX.USA, BP Hoston. TX. USA, ANSYS Inc. Hoston. TX. USA, Erosion / Corrosion Center. Thermal Sience Department, the University of Los Andes. Merida 5101.Venezuela, (2015).
16. Duarte. C. A. R., De Souza. F.J., Dos Santos V. F., "Numerical Investigation of mass loading Effects on Elbow Erosion", *Journal of Powder Technol*, Vol. 283, pp. 593-606, (2015).
17. Arabnejad .H, Mansouri. A., Shirazi. S. A., Mclaury. B. S., "Development of mechanistic erosion equation for solid particles", *Wear*, pp. 332-333 & 1044 -1050, (2015).
18. Vieira.R.E., Parsi. M., Kesana. N., Maclaury. B. S., Shirazi. S. A., "Ultrasonic Measurments of sand particle erosion in gas dominant multiphase churn flow in vertical pipes", *Journal of Wear*, pp. 332-333 & 1044 -1050, (2015).
19. Okonkwo, C. P., Mohamed, A. M., "Erosion –Corrosion in oil and Gas Industry A Review",

International Journal of Metallurgical & Materials Science and Engineering (IJMMSE), Vol. 4, (2014).

۲۰. مرتضی، یاره، افشین، احمدی ندوشن، مریم، حسن زاده سورنجانی، "شبیه سازی عددی خوردگی سایشی در یک خط لوله جریان گاز"، اولین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک و هوا فضا، (۲۰۱۶).

21. Zamani. M., Seddighi. S., Nazifi. H. R., "Erosion of natural gas elbows due to rotating particles in turbulent gas-solid flow", *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, (2017).

۲۲. داریوش، مولا، جعفر، قاجار، نادر، سلیمی، "روش بهینه سیستم فیلتراسیون گاز طبیعی در ایستگاه های تقلیل فشار گاز"، شرکت گاز استان فارس، (۱۳۸۵).

23. "Low-Dimensional Systems and Nanostructures", Report No. 93, pp. 179-189., (2017)

24. "International Journal of Mechanical Sciences", Report No. 131, pp. 1106-1116., (2017).

25. "journal of Thermal Analysis and Calorimetry", Report No. 132, pp. 741-759., (2018).

26. "Low-Dimensional Systems and Nanostructures", Report No. 96, pp. 73-84., (2018).

27. "Low-dimensional Systems and Nanostructures", Report No. 84, pp. 454-465., (2016).

28. "Journal of Thermal Analysis and Calorimetry", Report No. 135(6), pp. 3471-3483., (2019).

29. "Low-dimensional Systems and Nanostructures", Report No. 84, pp. 454-465., (2019).

30. ASME B31.3., "Process Piping Code and Welding", ASME Center., (2016).

تأثیر افزودن نانوذرات آلومینا بر فرآیند احتراق با استفاده از شاخص همگنی در یک موتور احتراق تراکمی*

مقاله کوتاه

محسن سلیمانی^(۳)مصطفی ورمزیار^(۲)آرش محمدی^(۱)

چکیده تحقیقات گذشته نشان داده که افزودن نانوذره آلومینا به سوخت باعث کاهش آلاندهای حاصل از احتراق می شود. در مطالعه حاضر بررسی عددی افزودن نانو ذرات آلومینا به سوخت دیزل و اثر آن بر عملکرد و آلاندهای خروجی یک موتور احتراق تراکمی پاشش مستقیم، انجام شده است. شبیه سازی فرآیندهای پاشش، تشکیل مخلوط و احتراق موتور توسط نرم افزار AVL_Fire انجام شده است. در این مطالعه، به منظور محاسبه عددی میزان کیفیت اختلاط سوخت و هوا از یک پارامتر اصلاح شده با نام شاخص همگنی استفاده شده است. طبق نتایج به دست آمده در این پژوهش، با افزودن نانو ذرات آلومینا به سوخت، میزان بیشینه فشار و دمای داخل سیلندر به ترتیب ۵/۲ و ۶/۷ درصد و آلاندهای آلانده اکسیدهای نیتروژن و دوده به ترتیب ۲۴ و ۳۷ درصد کاهش می یابد. همچنین مقدار آلانده مونوکسید کربن ۱۹ درصد افزایش پیدا کرده است. در نهایت نتایج نشان داد که افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت، باعث افزایش ۵۲ درصدی شاخص همگنی می شود.

کلیدواژه ها موتور احتراق تراکمی، نانوذرات اکسید آلومینا، شاخص همگنی، آلاینده گی.

Influence of Alumina Nanoparticles on the Combustion Process with using Homogeneity Factor in a Compression Ignition Engine

A. mohammadi

M. Varmazyar

M. Soleymani

Abstract Previous research showed adding Alumina nanoparticles to fuel causes to reduce emissions product of combustion. In this research, addition of alumina nanoparticles to Diesel fuel and effect of it on performance and exhaust emissions of a CI engine has been conducted. Simulation of spray, mixture formation and combustion has been carried out by AVL-Fire software. In this study, in order to calculate the quantity of quality the mixing of fuel and air, a modified parameter called the homogeneity factor, was used. According to the results obtained in this study, by adding Alumina nano-particles to fuel, increase maximum in-cylinder pressure and temperature 5.2 and 6.7 percent respectively and reduces NOx and soot 24 and 25 percent, respectively. Also CO increases 19 percent. Finally, results indicate that the addition of alumina nanoparticles to fuel causes to increase homogeneity factor 52 percent.

Keywords Compression Ignition engine, Alumina Nanoparticles, Homogeneity factor, Pollutant

مقدمه

در طی دهه‌های اخیر و با توجه به پیشرفت‌های مختلفی که در زمینه خودروسازی حاصل شده، عوامل تعیین‌کننده جدیدی نیز در نظر گرفته شده که مراحل طراحی و تولید موتورها را تحت تأثیر قرار داده است. اولین عامل میزان سوخت مصرفی و دومین عامل کاهش میزان آلاینده‌های تولیدشده توسط موتور است. میزان آلاینده‌های تولیدی موتور با وضع استانداردها که می‌توان به استانداردهای آلایندگی اروپایی اشاره کرد، کاهش می‌یابد. موتورهای اشتعال تراکمی پاشش مستقیم پرسرعت به دلایل زیادی از قبیل بازده گرمایی بالا، دوام، توان تولیدی، مصرف سوخت کمتر و همچنین میزان بسیار کم آلایندگی‌های خروجی نسبت به موتورهای اشتعال جرقه‌ای، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [1]. موتورهای اشتعال تراکمی به دلیل احتراق خود به خودی، آلاینده دوده و ناکس بالاتری نسبت به موتورهای اشتعال جرقه‌ای تولید می‌کنند که به‌عنوان دو عامل نگران‌کننده در استفاده از این گونه موتورها به شمار می‌روند. به دلیل وجود رابطه پیچیده میان تشکیل دو آلاینده دوده و اکسیدهای نیتروژن، کنترل و کاهش هم‌زمان هر دو آلاینده فرآیندی دشوار و پیچیده است [2]. با توجه به اهمیت فرآیند احتراق سوخت و همچنین تولید آلاینده‌ها در موتور احتراق داخلی، مدل کردن فرآیند احتراق پراهمیت است. محاسبه سرعت جریان چرخشی، انرژی آزادشده، غلظت گونه‌های واکنش و پخش شعله در فرآیند احتراق، در بررسی و تحلیل احتراق و بهبود آن مهم است. بر همین اساس شبیه‌سازی عددی جریان در بهبود شرایط کارکرد بسیار مفید و پرکاربرد است.

در سال‌های اخیر، علاقه‌مندی به استفاده از سوخت‌های جایگزین و تجدید پذیر و همچنین افزودنی‌های مناسب که سبب بهبود عملکرد موتور و کاهش آلاینده‌ها گردند، افزایش یافته است. در زمینه موتورهای دیزل نیز، مطالعاتی جهت استفاده از

هیدروژن، بیو دیزل، الکل و متانول صورت پذیرفته است. همچنین تحقیقات زیادی به‌منظور بررسی شرایط فرآیند احتراق این سوخت‌ها و افزودنی‌ها، مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است [3]. تحقیقات آزمایشگاهی نشان داده است که استفاده از امولسیون آب و نفت، آثار مثبتی بر احتراق سوخت‌های مایع بر جای می‌گذارد. بالستر [4] در سال ۱۹۹۶ دریافت که استفاده از امولسیون آب و نفت، در احتراق نفت‌های سنگین، یک روش مؤثر جهت کاهش ذرات معلق خروجی است. گانرمن [5] نیز در سال ۱۹۹۷، اثر افزودن امولسیون به سوخت موتور دیزل را در کاهش آلاینده اکسیدهای نیتروژن و دوده مورد مطالعه قرار داده بود. والاوالکار [6] در سال ۲۰۰۰ نشان داد که با افزایش میزان آب در امولسیون آب و سوخت دیزل، زمان احتراق و میزان سوخت پسماند کاهش می‌یابد. میمانی و پاتیل [7] در سال ۲۰۰۱ نشان دادند که می‌توان اکسید فلزات را به امولسیون آب و دیزل اضافه نمود که در این صورت نقش کاتالیزور را در فعال کردن پیوندهای مولکولی مخلوط آب-دیزل و نیز انجام یک واکنش شیمیایی ایفا می‌کنند. بررسی‌های صورت گرفته توسط کائو و همکاران [8] در سال ۲۰۰۳، نشان داد که نانو ذرات فلزی پرانرژی (با ابعاد کمتر از ۱۰۰ نانومتر)، دارای ویژگی‌های احتراق مطلوب مانند تولید حرارت بالای احتراق و سرعت پخش شعله است. اضافه نمودن نانو ذرات فلز، کاهش تأخیر در اشتعال، افزایش انرژی حرارتی آزادشده و نیز نرخ بالای فرآیند احتراق را به همراه خواهد داشت. تحقیقات صورت گرفته در سال‌های اخیر، بیانگر تأثیرات مثبت ناشی از اضافه نمودن نانو ذرات به سوخت‌های مایع و نیز تغییر خواص فیزیکی و شیمیایی ترکیبات آن‌ها بوده است. مطالعات پیشین [9-11]، نشان داده افزایش هدایت حرارتی سوخت ناشی از نانو ذرات است و افزایش هدایت حرارتی در نانو سیال‌ها ناشی از حرکت براونی نانوذرات است. جانگ و همکاران در سال ۲۰۰۵ [12] نشان دادند که اضافه کردن نانوذره سریم به سوخت دیزل، دمای احتراق را کاهش و نرخ اکسید شدن را افزایش می‌دهد. همچنین بررسی‌های صورت گرفته در

سال ۲۰۰۶ توسط کریشنامورتی [13] نشان داد که به کارگیری نانو ذرات می تواند به تبخیر سوخت و تشکیل مخلوط آن با هوا کمک نمایند. علاوه بر این، تحقیقات انجام شده در بین سال های ۲۰۰۵ تا ۲۰۰۷ نیز نشان داد که به علت هدایت حرارتی بالا و انتقال گرما، علاقه زیادی به پژوهش در زمینه نانوسیالات در میان پژوهشگران وجود دارد. نتایج بررسی مشخص کرد که خواص تابشی نانوسیالات می تواند بسیار متفاوت از سیال پایه باشد و این ذرات می توانند باعث افزایش انتقال حرارت تابشی در زمان احتراق شوند [14,15]. کائو و جونگ در سال ۲۰۰۷ [16] نشان دادند که نانو ذرات آلومینیوم از واکنش پذیری بالایی برخوردارند و می تواند در دماهای بالا (۴۰۰ الی ۶۰۰ درجه سانتی گراد) با آب واکنش داده و اکسیژن آزاد کند و بدین ترتیب، مصرف سوخت را کاهش دهند. تیاگی و هیانشو [18] در سال ۲۰۰۸ نیز تأثیر اضافه نمودن نانو ذرات بر روی احتراق را مورد مطالعه قرار دادند. آنها نانو ذرات آلومینیوم و آلومینا به سوخت دیزل اضافه کردند. نانو ذرات در کسرهای حجمی ۰٪، ۱٪، ۵٪ و ۱۰٪ مورد استفاده قرار گرفت. نتایج این تحقیق نشان داد که اضافه نمودن نانوذرات آلومینیوم به سوخت دیزل، نقاط داغ درون محفظه را افزایش داده و امکان ایجاد اشتعال از چند نقطه را فراهم می کند. همچنین بر طبق این تحقیق، نانو ذرات فلز در مجاورت سوخت دیزل، احتمال اشتعال را افزایش می دهند و این تأثیر با افزایش دما نیز تشدید خواهد شد. به گونه ای که اضافه نمودن ۰٫۵ درصد آلومینا به سوخت دیزل، می تواند احتمال اشتعال را به میزان ۴۵ درصد افزایش دهد. به طور کلی، این تحقیق نشان داد که اضافه نمودن نانو ذرات فلزی، به دلیل تسریع نرخ انتقال حرارت می تواند سبب کاهش زمان تأخیر در اشتعال شده و متعاقب با آن تأثیر مثبتی بر روی فرآیند احتراق موتور دیزل خواهد داشت. در سال ۲۰۰۸ لین و همکاران [19] تأثیر افزودن نانو ذرات آلومینیوم به سوخت دیزل را بر روی عملکرد یک موتور دیزل تک سیلندر بررسی کردند. با استناد به این نتایج، آزمایش ها بر روی یک موتور تک سیلندر صورت

گرفت. قطر نانو ذرات آلومینیوم مورد استفاده، بین ۴۰ تا ۶۰ نانومتر بود. نتایج این مطالعه بیان گر این بود که برای سرعت های کمتر از ۱۸۰۰ دور بر دقیقه مصرف سوخت ویژه ترمزی، دوده و نیز غلظت اکسید نیتروژن کاهش می یابد. در سال ۲۰۰۹، آزمایش هایی توسط سلوان و همکاران [20] بر روی یک موتور چهارزمانه تک سیلندر دیزل انجام شد. نتایج این تحقیق نشان دهنده این بود که اضافه نمودن اکسید سریم به سوخت دیزل، تأثیر به سزایی بر افزایش عملکرد و کاهش آلایندگی خواهد داشت. همچنین بر اساس این نتایج، نانوذرات اکسید سریم سبب کاهش تأخیر در اشتعال و افزایش فشار درون محفظه احتراق خواهد شد، به گونه ای که بیشینه فشار درون محفظه احتراق برای حالت دیزل خالص حدود ۸٫۴ مگا پاسکال و برای حالت دیزل حاوی نانوذرات اکسید سریم ۱۰٫۲ مگا پاسکال است. در سال ۲۰۱۰ تحقیقاتی با موضوع افزودن نانوذرات اکسید سریم به سوخت دیزل در یک موتور دیزل توسط پترسون و همکاران [21] صورت گرفت. نتایج گویای تأثیرات مثبت نانوذرات اکسید سریم بر عملکرد موتور دیزل، خواص سوخت و نیز کاهش آلایندگی بود. بر طبق این مطالعات، اضافه نمودن اکسید سریم به سوخت، موجب کاهش گازهای آلاینده اکسیدهای نیتروژن و هیدروکربن های نسوخته خواهد شد. در سال ۲۰۱۴ مهرگان و مقیمان [22] تعیین تأثیر نانوذرات آلومینیوم بر مشخصات احتراق و انتشار آلاینده های سوخت های مایع از طریق مطالعه عددی را بررسی نمودند. نتیجه مطالعه یاد شده این بود که افزودن نانوذرات آلومینیوم منجر به کاهش درجه حرارت شعله سوخت های اتانول و دکان می شود. علاوه بر این، کسر جرمی آلاینده ها از جمله اکسید نیتروژن و مونوکسید کربن نیز کاهش می یابد. در مجموع افزودن نانوذرات مذکور باعث بهبود ویژگی های احتراق می شود. در سال ۲۰۱۵ مینگزیا [23] تحقیقاتی با موضوع بررسی اثر اندازه ذرات بر روی واکنش و مشخصات احتراق نانو ذرات آلومینیوم انجام گرفت. نتیجه این مطالعه این بود که واکنش نانوذرات،

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

مدل فرآیند احتراق. تعیین مقدار متوسط نرخ واکنش‌های شیمیایی اشتعال، مسأله مهمی در شبیه‌سازی عددی فرآیندهای سینتیک شیمیایی است زیرا در این فرآیندها توابع غیر خطی بسیاری برای تعیین مقادیر محلی دما و تراکم گونه‌ها وجود دارد. در مطالعه حاضر از الگوی شعله پیوسته (Coherent flame model) استفاده شده است [24]. این الگوی اشتعالی بر مبنای نظریه ریزشعله استوار است و بیان می‌کند که شعله متلاطم متشکل از مجموعه‌ای از ریزشعله‌های آرام است. مقیاس‌های زمان و طول در ناحیه واکنش، کمتر از مقیاس‌های طول و زمان تلاطمی شعله در حال انتشار فرض شده‌اند. یکی از ابزارهای محاسباتی قدرتمند این الگوی اشتعالی، الگوی اشتعال پیوسته گسترش یافته سه ناحیه‌ای (ECFM-3Z) است که در مطالعه حاضر از این الگو بهره برده شده است [25]. این الگوی احتراقی بر مبنای معادلات انتقال چگالی سطح شعله و الگوی اختلاط است که می‌تواند برای احتراق نفوذی (Diffusion combustion) و مخلوط پیش‌آمیخته ناهمگن بکار گرفته شود. الگوی اشتعال پیوسته گسترش یافته سه ناحیه‌ای، سه ناحیه اشتعالی را معرفی می‌کند که عبارت‌اند از ناحیه خود اشتعالی، ناحیه اشتعال پیش‌آمیخته و ناحیه اشتعال پیش‌نیامیخته شده که این

زمانی که اندازه این ذرات از ۱۱۰ نانومتر به ۶۰ نانومتر کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

در این مطالعه، تمرکز بر روی مطالعه عددی تأثیرات استفاده از نانو ذرات جهت بررسی تشکیل آلاینده‌های خروجی موتور و عملکرد یک موتور اشتعال تراکمی قرار گرفته است. به همین منظور، یک پارامتر با نام شاخص همگنی (Homogeneity Factor) که سطح کیفی ترکیب سوخت و هوا را بررسی می‌کند، در این مطالعه استفاده شده است تا ابزاری سودمند جهت بررسی تشکیل مخلوط، فرآیند احتراق و همچنین تشکیل آلاینده‌ها و در نهایت عملکرد موتور با استفاده از این پارامتر باشد.

معادلات حاکم و الگوهای به کار رفته در

شبیه‌سازی

معادلات حاکم بر شبیه‌سازی حاضر، شامل معادله پیوستگی جرم، معادله مومنتوم و معادله انرژی درون محفظه احتراق در کنار معادلات اغتشاش و همچنین معادلات مربوط به فرآیند پاشش و احتراق و شاخص همگنی است. مدل پاشش و تبخیر سوخت و همچنین احتراق و مدل‌سازی افزودن نانوذره آلومینا به سوخت دیزل آورده شده است. معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی به ترتیب معادله‌های ۱ تا ۳ است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

الگوی تکامل یافته، این سه ناحیه اشتعال را از یکدیگر تمیز می‌دهد [26].

$$\overline{\rho \dot{r}_{fu}} = \frac{C_{fu}}{\tau_R} \bar{\rho} \min \left(\bar{y}_{fu}, \frac{\bar{y}_{ox}}{S}, \frac{C_{pr} \cdot \bar{y}_{pr}}{1+S} \right) \quad (4)$$

دو عبارت اول راست رابطه (4)، مربوط به دسترس‌پذیری سوخت و اکسیژن و ترم سوم احتمال انجام واکنش بوده و بیان‌کننده این است که پخش شعله در غیاب محصولات دمابالا امکان‌پذیر نیست. مقدار کمینه، مربوط به حضور نسبت هوا و سوخت معین برای احتراق است. ثابت‌های C_{fu} و C_{pr} در مدل بالا ثابت‌های تجربی مربوط به محصولات و سوخت بوده و τ_R نیز مقیاس زمانی برای اختلاط توربولانس واکنش است و به‌صورت رابطه (5) تعریف می‌شود.

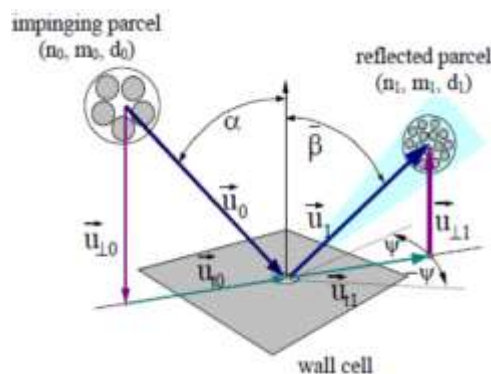
$$\tau_R = \frac{k}{\varepsilon} \quad (5)$$

که از لحاظ فیزیکی نرخ مصرف مخلوط قابل احتراق را نشان می‌دهد.

مدل آشفته‌گی جریان. مرحله تبخیر و اختلاط و به‌ویژه آهنگ اختلاط سوخت به‌عنوان یک عامل مهم و تعیین‌کننده در موتور اشتعال تراکمی مطرح است و مراحل اولیه اشتعال به‌شدت تحت تأثیر این فرآیند قرار می‌گیرند. الگوهای اختلاط زیادی وجود دارد که در این مطالعه نرخ مخلوط و واکنش بر حسب مقیاس زمانی آشفته‌گی $f - \zeta - k$ استفاده شده که توسط هانجلیک و همکاران توسعه داده شده است [27]. این الگو بر اساس اصل وارفتگی بیضوی داربین، بنا شده که برای حل معادلات مورد نظر از آهنگ مقیاس سرعت $\zeta = \frac{v^2}{k}$ به‌جای $\overline{v^2}$ بهره گرفته شده است [24] یک مقیاس سرعت و k نیز انرژی سینتیکی اختلاط است. از مزایای استفاده از این الگو می‌توان به اهمیت آن در ناحیه انژکتور سوخت اشاره کرد که شرایط مرزی در آن بسیار تأثیرگذار است.

مدل تشکیل آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن و دوده. شبیه‌سازی تشکیل آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن معمولاً بر مبنای فرآیند NO گرمایی است و از الگوی گسترش یافته زلدوویچ در این مطالعه استفاده شده است. این الگو بر پایه فرضیۀ تعادل شیمیایی استوار است و بیان می‌کند که تنها اتم نیتروژن N به‌عنوان گونه حد واسط واکنش شیمیایی این سازوکار در نظر گرفته شده است. فرآیند NO سریع اشاره به گاز N_2 و واکنش آن با CH ، CCH_2 که گونه‌های موجود در سوخت می‌باشند، دارد. برای سوخت‌هایی مانند سوخت‌های زیستی که معمولاً با دمای پایین‌تری فرآیند احتراق را سپری می‌کنند، NO سریع می‌تواند علت اصلی تشکیل آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن باشد [28,29]. تشکیل دوده و نحوه ایجاد آن در طول فرآیند احتراق، تحت تأثیر واکنش‌های شیمیایی و فیزیکی بسیاری است که طی یک میلیونیوم ثانیه اتفاق می‌افتد. سازوکار آلایندۀ دوده به سبب دلایل زیادی از قبیل تعداد زیاد گونه‌های اصلی تشکیل‌دهنده سوخت، سازوکار پیچیده احتراق و همچنین فعل‌وانفعالات ناهمگن در حین تشکیل این آلایندۀ، شبیه‌سازی این فرآیند را دشوار نموده است [30]. در پژوهش حاضر جهت بررسی تشکیل آلایندۀ دوده از الگوی جنبشی (Kinetic model) استفاده شده است.

مدل پراکندگی اغتشاش و تعاملی ذرات. وظیفه اصلی انژکتور، تزریق سوخت با فشار بالا است تا با کاهش شعاع قطرات، فرآیند تبخیر سوخت در زمان کوتاه‌تری انجام شود و در نتیجه طول نفوذ ذرات سوخت در سیلندر افزایش یافته و ترکیب سوخت و هوای بهتری تشکیل شود [31]. زمانی که گام زمانی محاسبات بزرگ‌تر از زمان همبستگی آشفته‌گی باشد، ذره پاشیده‌شده از بیش از یک گرداب آشفته‌گی می‌گذرد، پس به همین دلیل بیش از یک سرعت نسبی آشفته‌گی خواهد داشت. در این مطالعه از الگوی O'Rourke برای بررسی و شبیه‌سازی پراکندگی اغتشاش ذرات پاشیده‌شده،



شکل (۱): برخورد قطرات با دیواره [25]

مدل تبخیر قطرات پاشش. جهت بررسی و مطالعه بر تبخیر و افزایش دمای قطرات سوخت، از الگوی تبخیر [34] Dukowicz استفاده شده است. محاسبات انتقال حرارت همراه با یک قیاس بین انتقال حرارت و جرم بر اساس توابع نیمه تجربی در این الگو صورت پذیرفت. طبق این الگو، دمای قطره سوخت یکنواخت در نظر گرفته شده است. علاوه بر آن، آهنگ تغییر دمای قطرات سوخت با استفاده از معادله انرژی قطرات تعیین می شود که بیان می کند انتقال دما از گازهای اطراف به قطره سوخت باعث افزایش دمای آن شده و یا به فرآیند تبخیر آن کمک می کند. در این الگو برخلاف الگوهای دیگر نیازی به تعیین توزیع اولیه ذرات خروجی انژکتور نیست. همچنین با در نظر گرفتن الگوی Dispersion stochastic امکان در نظر گرفتن سرعت نوسانی علاوه بر سرعت میانگین ذرات سوخت، تأثیر نیروهای بین ذرات و همچنین گردابه های اختلاطی فراهم شده است. همچنین با استفاده از این الگو فرض می شود که سرعت نوسانی، دارای توزیع گوس تصادفی است. علاوه بر الگوهای یاد شده بالا، از الگوی دیواره پاشش Spray wall در این شبیه سازی بهره گرفته شده است. در این الگو فرض می شود که یک قطره که با سطح برخورد می کند طبق عدد وبر، تحت تأثیر برجهدگی یا انعکاس قرار گیرد.

مدل فروپاشی (Break-up length). در این مطالعه از الگوی فروپاشی سوخت Wave [۲۸] جهت بررسی تأثیر

استفاده شده است [32]. در این الگو به جای کاهش گام زمانی پاشش، نوسانات ذرات صفر در نظر گرفته می شود اما در هر گام زمانی محاسباتی، مکان و سرعت جدید ذره محاسبه می شود. در برخی از موارد، استفاده از این الگو می تواند به کاهش زمان محاسبات پاشش منجر شود [33]. در پژوهش حاضر، برای شبیه سازی برخورد (تعامل) ذرات سوخت، از الگوی Nordin استفاده شده است [33]. بهینه شده الگوی O'Rourke به منظور غلبه بر حساسیت شبکه است که در این الگو برخلاف الگوهای دیگر، نتایج مستقل از تأثیر تعداد سلول ها است. طبق الگوی نوردین، برخورد میان دو ذره زمانی اتفاق می افتد که مدارهای آن ها از وسط قطع شود و نقطه تقابل دو ذره در یک زمان و در مرحله ادغام پاشش به هم برسند [24].

مدل برخورد ذرات با سطح پیستون. چگونگی برخورد ذرات مایع با سطح پیستون می تواند نقش مهم و اساسی در یک موتور احتعال تراکمی یا اشتعال جرقه ای ایفا کند و این مسأله زمانی که موتور مورد نظر دارای سیلندرهایی با قطر کم باشد، بسیار تأثیرگذار خواهد بود زیرا کسر بالایی از ذرات سوخت با سطح برخورد خواهد کرد که هنوز تبخیر نشده است. این موضوع، فرآیند احتراق و در نتیجه آلاینده های تشکیل شده را بسیار تحت تأثیر قرار می دهد؛ زیرا احتراق ناقص سوخت در ناحیه نزدیک دیوار سیلندر باعث افزایش تشکیل دوده و هیدروکربن های نسوخته می شود. رفتار قطره در هنگام برخورد و پس از برخورد با سطح بستگی به چندین پارامتر مهم از جمله سرعت قطره، شعاع قطره، خصوصیات فیزیکی قطره، زبری سطح دیوار و دمای دیوار دارد. در این مطالعه برای شبیه سازی و بررسی برخورد ذرات به سطح از الگوی Walljet1 استفاده شده است. در الگوی مزبور، قطر ذرات با توجه به یک تابع از عدد وبر تغییر کرده است که در شکل (۱) نشان داده شده است [25].

$$HeterF(\theta) = \frac{\sum_{i=0}^{N_{cells}} \frac{\sqrt{(\varphi_i - \varphi_0)^2}}{AFR_{st} + \varphi_i}}{2\varphi_0 M} \delta m_i$$

$$\varphi_0 = \frac{\sum_{i=0}^{N_{cells}} \varphi_i \delta m_i}{M}$$

(۶)

در این رابطه φ_0 نسبت تعادلی میانگین لحظه‌ای داخل سیلندر، AFR_{st} نسبت سوخت به هوای استوکیومتری داخل سیلندر، φ_i نسبت دلی سوخت در سلول i -ام، δm_i جرم سوخت در سلول i -ام و M جرم کل سوخت لحظه‌ای در داخل سیلندر است. ضریب ناهمگنی به پخش سوخت و هوای داخل سیلندر یک عدد بین صفر و یک نسبت می‌دهد. برای محاسبه شاخص همگنی از رابطه (۷) استفاده خواهیم کرد [37,38].

$$HF(\theta) = (1 - HeterF(\theta))\% \quad (۷)$$

ضریب همگنی عددی بین صفر و یک است که درواقع یک عدد به پخش سوخت و هوای داخل سیلندر نسبت می‌دهد و هرچه این عدد به یک نزدیک‌تر باشد، درواقع تشکیل مخلوط بهتری داریم.

خواص مخلوط نانوذره و سوخت دیزل

چهار خاصیت ترموفیزیکی سیال وجود دارد که با افزودن نانوذرات به سیال پایه، مقدارشان تغییر می‌کند. این خواص عبارت‌اند از چگالی، لزجت سیال، ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه است. محققان مختلف نظرات متفاوتی در مورد اثر افزودن نانوذرات بر روی مقادیر این خواص بیان کرده‌اند اما به‌طورکلی افزودن نانوذرات باعث تغییر این خواص می‌شود.

ضریب هدایت حرارتی

برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی مخلوط سوخت و نانوذره آلومینا از مدل براگمن استفاده شده است که برای نانو ذرات با شکل کروی کاربرد دارد [39].

پیکربندی‌های پاشش سوخت بر ساختمان انژکتور موتور اشتعال تراکمی و تأثیرات آن بر تشکیل قطرات اولیه و ثانویه ذرات سوخت تزریق‌شده، استفاده شده است. رشد آشفستگی اولیه سطح سوخت تزریق‌شده، به طول موج و دیگر خصوصیات فیزیکی و دینامیکی آن وابسته است. برای انجام این شبیه‌سازی، با استفاده از این الگوی فروپاشی سوخت، قطر ذرات سوخت هم‌اندازه با قطر سوراخ سامانه انژکتور در نظر گرفته شده است.

شاخص همگنی

کیفیت اختلاط سوخت و هوا در موتورهای اشتعال تراکمی یکی از اساسی‌ترین و تعیین‌کننده‌ترین پارامترها در کنترل اشتعال، احتراق پیش‌آمخته و احتراق ترکیب کنترل شده است، به‌خصوص برای محاسبه میزان آلاینده‌های خروجی همچون مونواکسید کربن، هیدروکربن‌های نسوخته، اکسیدهای نیتروژن و دوده بسیار مهم است. شاخص همگنی راهبردی در زمینه توسعه و پژوهش موتورهای اشتعال تراکمی است تا بتوان به کمک آن کیفیت اختلاط سوخت و هوا را به کمک آن تعیین کرد. برای اولین بار، پنگ و همکاران از پارامتر شاخص همگنی استفاده کردند که از طریق روابط ارائه شده در منابع [35,36]، میزان کیفیت اختلاط سوخت و هوا، بررسی شده است. بدیهی است که افزایش میزان سوخت در یک سلول محاسباتی به دلیل کاهش میزان سوخت موجود در سلول محاسباتی دیگر است. از انحراف استاندارد در تعریف استفاده شده تا موضوع غیر یکنواختی مخلوط، دقیق‌تر مورد بررسی قرار گیرد. شاخص همگنی بر اساس روابط موجود برای درجه ناهمگنی تعریف شده است تا یک رابطه مناسب‌تر و دقیق‌تر برای بررسی و مطالعه کیفیت اختلاط سوخت و هوا به دست آید که در این مطالعه از آن بهره گرفته شده است. برای محاسبه ضریب ناهمگنی طبق از رابطه (۶) محاسبه می‌شود [37,38].

که در رابطه (۱۲) $\rho_s, \rho_{bf}, \varphi$ به ترتیب چگالی سیال پایه، چگالی نانو ذرات و کسر حجمی مخلوط هستند.

ارزش حرارتی

ارزش حرارتی سوخت بر اساس استاندارد محفظه حجم ثابت به صورت جدول (۱) است.

شبکه محاسباتی و استقلال از شبکه

مطالعه عددی مورد نظر جهت انجام پژوهش حاضر، بر روی موتور دیزل سواری چهارزمانه پاشش مستقیم است. مشخصات فنی موتور دیزل در جدول (۲) آورده شده است. با توجه به زمان بر بودن شبیه سازی در سیکل بسته (شامل باز و بسته شدن سوپاپ ها)، شبیه سازی در سیکل بسته (زمان بسته شدن سوپاپ هوا تا باز شدن سوپاپ دود) انجام شده است. شرایط اولیه حل در زمان بسته شدن سوپاپ هوا که شبیه سازی از آنجا شروع شده است با توجه به شرایط کارکرد موتور، در جدول (۳) آورده شده است. در مطالعه حاضر، شبکه محاسباتی برای انجام پژوهش حاضر توسط نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی AVL_ESE ایجاد شده است. به دلیل موقعیت هندسی متقارن سامانه پاشش سوخت و قرارگیری آن در مرکز سرسیلندر و همچنین به دلیل وجود ۸ سوراخ در نازل پاشش، محاسبات بر روی یک قطاع ۴۵ درجه از کاسه پیستون صورت پذیرفته است.

جدول (۱): ارزش حرارتی سوخت [42]

ردیف	ارزش حرارتی	کیلوژول بر کیلوگرم
۱	سوخت دیزل	۴۳۵۰۰
۲	سوخت دیزل با ۵۰ ppm نانو ذره	۴۳۶۳۰
۳	سوخت دیزل با ۲۵ ppm نانو ذره	۴۳۷۸۳

$$\frac{k_{nf}}{k} = \frac{1}{4} [(3\varphi - 1)k_s + (2 - 3\varphi)k] + \frac{k}{4}\sqrt{\Delta} \quad (۸)$$

$$\Delta = \left[(3\varphi - 1)^2 \left(\frac{k_s}{k} \right)^2 + (2 - 3\varphi)^2 + 2(2 + 9\varphi - 9\varphi^2) \left(\frac{k_s}{k} \right) \right] \quad (۹)$$

در معادله (۸) k, k_s, φ, k_{nf} به ترتیب ضریب هدایت حرارتی نانو سیال، ضریب هدایت حرارتی سیال پایه، ضریب هدایت حرارتی جامد و کسر حجمی نانو ذرات هستند.

ضریب لزجت

برای محاسبه ضریب لزجت مخلوط سوخت و نانو ذره آلومینا از رابطه لیو جهت استفاده شده است [۴۱].

$$\mu_{nf} = \mu_{bf}(108.2\varphi^2 + 5.45\varphi + 1) \quad (۱۰)$$

گرمای ویژه

برای محاسبه گرمای ویژه مخلوط سوخت و نانو ذره آلومینیم از رابطه پاک و چو استفاده شده است [40].

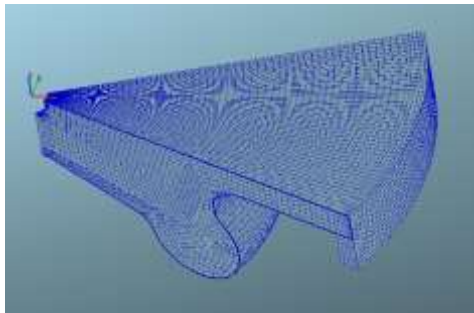
$$c_p = (1 - \varphi)c_{p,bf} + \varphi c_{p,np} \quad (۱۱)$$

که در رابطه (۱۱) $c_{p,bf}, c_{p,np}, \varphi$ به ترتیب ظرفیت گرمایی سیال پایه، ظرفیت گرمایی نانو ذره و کسر حجمی مخلوط است.

چگالی

برای محاسبه چگالی مخلوط سوخت و نانو ذره آلومینا از رابطه پاک و چو استفاده شده است [۴۱].

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_{bf} + \varphi\rho_s \quad (۱۲)$$



شکل (۲): هندسه و شبکه محاسباتی محفظه احتراق در نقطه مرگ بالا

جدول (۲): مشخصات فنی موتور

ردیف	نام مشخصه	مقدار مشخصه (واحد)
۱	تعداد سیلندر	۴
۲	قطر سیلندر	۷۶ میلی متر
۳	کورس پیستون	۸۲٫۵ میلی متر
۴	طول شاتون	۱۳۴٫۲۵ میلی متر
۵	نسبت تراکم	۱۶٫۵
۶	فشار پاشش	۱۶۰ بار
۷	بیشینه توان	۹۰ کیلووات

میانگین اندازه سلول‌ها در شبکه ایجاد شده برابر ۰/۶۵ میلی متر است. شبکه بندی ایجاد شده توسط نرم افزار برابر ۲۸۶۵۱۵ سلول در نقطه مرگ پایین و ۷۴۴۷۵ سلول در نقطه مرگ بالا است. برای بررسی استقلال نتایج از شبکه ایجاد شده، هندسه مورد نظر با شبکه های ۲۴۵۲۵۰، ۳۲۳۷۷۵، ۳۶۴۰۳۵ و ۳۸۰۰۷۰ و ۶۸۲۸۷۵ سلولی نیز شبیه سازی شد که حالت ۲۸۶۵۱۵ سلولی نشان داد که نتایج به دست آمده از شبیه سازی توزیع فشار، مستقل شبکه است. جهت تمرکز شبیه سازی بر جریان سیال و فرآیند احتراق، محاسبات از زمان بسته شدن درگاه ورودی تا ابتدای زمان باز شدن درگاه خروجی انجام شده است.

جدول (۳): شرایط اولیه موتور دیزل

ردیف	نام مشخصه	مقدار مشخصه (واحد)
۱	فشار	۲٫۳۷ بار
۲	دما	۴۰۶٫۸۵ کلوین
۳	نسبت چرخش	۱٫۷
۴	دور موتور	۴۰۰۰ د.د.د
۵	کسر جرمی EGR	۰٫۰۸
۶	جرم هوا	۸۰۸٫۶۸ میلی گرم
۷	زمان پیش پاشش	۵۰٫۷۷ درجه قبل از TDC
۸	زمان پاشش اصلی	۱۸٫۴۵ درجه قبل از TDC
۹	دمای سوخت	۳۱۳٫۱۵ کلوین

بحث و نتایج

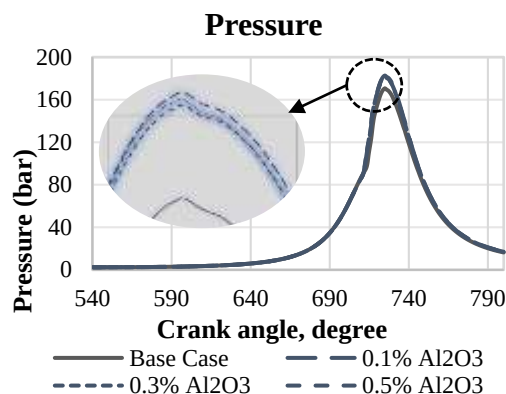
شکل شماره (۳) مقایسه فشار میانگین تجربی و عددی درون محفظه احتراق را با زاویه میل لنگ نشان می دهد. در حالت پایه کارکرد موتور، فرآیند پیش پاشش در ۶۶۹٫۲۳ درجه میل لنگ و پاشش اصلی در ۷۰۱٫۵۵ درجه میل لنگ صورت گرفته است. همان گونه که ملاحظه می شود، روند تغییر فشار درون سیلندر که توسط نرم افزار دینامیک سیال محاسباتی شبیه سازی شده است، از تطابق مناسبی با نتایج تجربی برخوردار است. اختلاف اندکی که مابین نتایج حاصل از پژوهش تجربی و مطالعه عددی مشاهده می شود، می تواند ناشی از عدم قطعیت در مورد اطلاعات و شرایط اولیه تجربی مانند زاویه مخروط پاشش، دما به هنگام بسته شدن سوپاپ های هوا

شکل محفظه احتراق طراحی شده و شبکه های محاسباتی آن برای موقعیتی که پیستون در نقطه مرگ بالا قرار دارد، در شکل (۲) نشان داده شده است. همان گونه که در شکل (۲) مشخص است، سطح کاسه پیستون جهت انجام محاسبات انتقال حرارت دقیق تر با سه لایه مرزی نزدیک سطح پیستون بندی شبکه بندی شده است. به منظور محاسبه و شبیه سازی با دقت بالاتر فرآیند احتراق، شبیه سازی با گام ۵/ درجه صورت گرفته است.

secondary atomization [44] با اثرگذاری روی خواص ترموفیزیکی کمک می‌کند و میزان ضریب هدایت حرارتی ضریب هدایت حرارتی سوخت دیزل افزایش می‌یابد. با افزایش ضریب هدایت حرارتی، نرخ تبخیر سوخت افزایش یافته و از این رو قطرات سوخت شعاع کمتری خواهند داشت این پدیده به micro-explosion [44] در افزون نانو ذرات به سوخت معروف است.

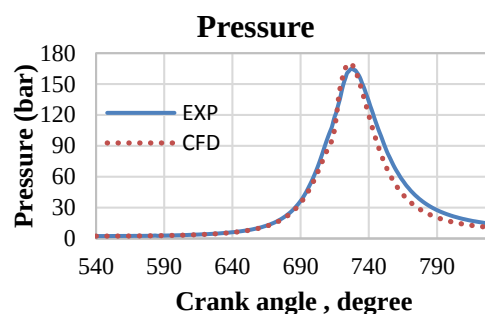
با افزایش نرخ غلظت بخار سوخت، نرخ احتراق سوخت افزایش می‌یابد که باعث افزایش فشار بیشینه می‌شود. فشار بیشینه از ۱۶۸/۶ بار به ۱۸۰ بار می‌رسد. بیشترین ضریب هدایت حرارتی مخلوط دیزل و نانوذره مربوط افزودن ۰/۱ درصد (بیشینه فشار ۱۸۲/۶ بار) و کمترین آن با افزودن ۰/۵ درصد (بیشینه فشار ۱۸۱/۲ بار) است از این رو بیشترین فشار بیشینه داخل سیلندر با افزودن ۰/۱ درصد است.

شکل (۵) نشان‌دهنده تغییرات دمای درون محفظه احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است. با افزودن نانو ذرات آلومینابه سوخت، ماکزیمم درجه حرارت درون محفظه احتراق افزایش می‌یابد. با افزودن نانو ذرات آلومینا به سوخت به شکست شدن قطرات لایه‌های سوخت secondary atomization و micro-explosion [44] کمک است.



شکل (۴): نمودار تغییرات فشار درون محفظه احتراق

باشد. بیشینه فشار داخل سیلندر در حالت تجربی ۱۶۳/۵ بار در زاویه ۷۳۰ درجه و در شبیه‌سازی ۱۶۸/۶ در زاویه ۷۲۷ درجه است که حدود ۳ درصد خطا دارد.



شکل (۳): مقایسه تغییرات فشار تجربی و عددی درون محفظه احتراق [43]

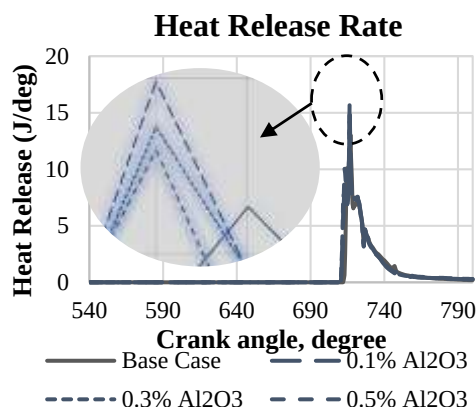
در جدول (۴) خواص ترموفیزیکی ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه مربوط به ترکیب سوخت و نانوذره برای درصدهای حجمی ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ آورده شده است.

جدول (۴): خواص ترموفیزیکی نانوذره

ردیف	ضریب هدایت حرارتی	گرمای ویژه	درصد حجمی نانوذره آلومینا
۱	۲۷/۰۱۵	۱۹۴۰	۰/۱
۲	۲۱/۰۴۵	۱۷۲۱	۰/۳
۳	۱۵/۰۷۵	۱۵۰۲	۰/۵

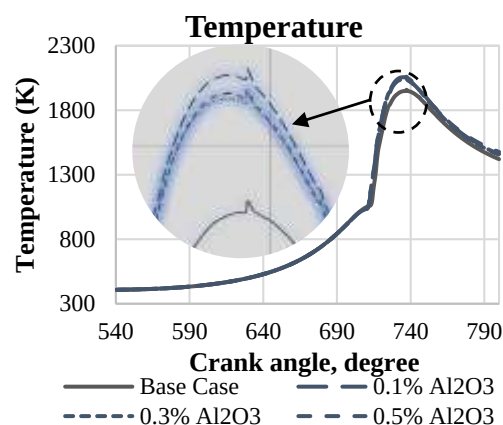
شکل (۴) نشان‌دهنده تغییرات فشار درون محفظه احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است. مطابق شکل (۴) ماکزیمم فشار درون محفظه احتراق در حالت پایه کارکرد موتور ۱۶۸.۶۷۶ بار در زاویه ۷۲۴ درجه است. با افزودن ۰/۱ تا ۰/۵ حجمی نانو ذرات آلومینابه سوخت دیزل شاهد افزایش فشار به مقدار ۱۸۲ بار در زاویه ۷۲۴ درجه هستیم که حدود ۷٪ افزایش فشار اتفاق می‌افتد. با افزودن نانو ذرات آلومینا به سوخت به شکست شدن قطرات لایه‌های سوخت

۱۵.۹ ژول بر درجه در زاویه ۷۱۶ درجه می‌رسد که حدود ۲۲٪ افزایش می‌یابد.



شکل (۶): نمودار نرخ حرارت آزاد شده درون محفظه احتراق

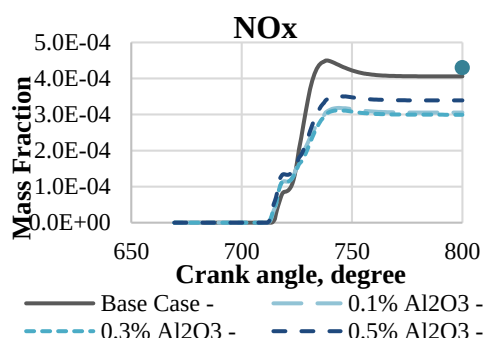
شکل (۷) میزان جرم سیال (سوخت) تبخیر شده بر حسب زاویه میل‌لنگ با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره آلومینا در سوخت دیزل است. میزان سوخت تبخیر شده برای سوخت حاوی نانوذرات آلومینا بالاتر از حالت پایه کارکرد موتور است. به‌طور کلی، حضور نانوذرات فلز درون محفظه احتراق، باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال و ازاین‌رو جذب حرارت بیشتر توسط قطرات سوخت شده و نرخ جرم سوخت تبخیر شده را افزایش می‌دهد. میزان جرم سیال تبخیر شده درون محفظه احتراق برای حالت پایه کارکرد موتور حدود ۴/۸۸ میلی‌گرم است که با افزودن ۰/۱٪ نانو ذرات آلومینا به سوخت، میزان جرم سیال تبخیر شده درون محفظه احتراق به ۵ میلی‌گرم می‌رسد که حدود ۲٪ افزایش می‌یابد.



شکل (۵): نمودار تغییرات دما درون محفظه احتراق

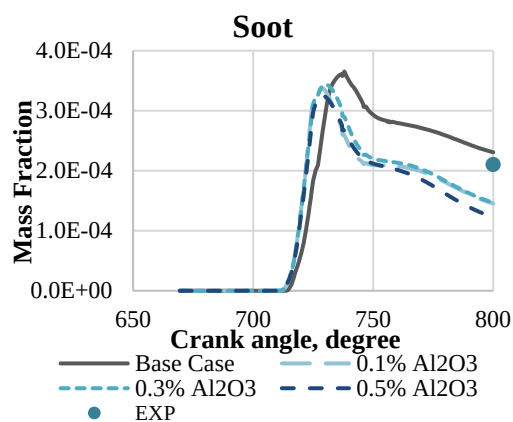
بیشینه درجه حرارت درون محفظه احتراق در حالت پایه کارکرد موتور ۱۹۵۷.۶۶ کلوین در زاویه ۷۳۷ درجه است که با افزودن ۰/۱٪ نانو ذرات آلومینا به سوخت، بیشینه درجه حرارت درون محفظه احتراق به ۲۰۶۰ کلوین در زاویه ۷۳۷ درجه می‌رسد که حدود ۵٪ افزایش دما را به همراه دارد و با افزودن ۰/۵ درصد (بیشینه دمای ۲۰۴۴ کلوین) است.

شکل (۶) نشان‌دهنده نرخ آزادسازی حرارت درون محفظه احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره آلومینا در سوخت دیزل است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نرخ آزادسازی حرارت درون محفظه احتراق برای حالت سوخت حاوی نانوذره آلومینا بالاتر از حالت پایه کارکرد موتور است که علت آن افزایش ضریب هدایت حرارتی سوخت و کاهش زمان تبخیر قطرات است و با تسریع فرآیند احتراق، زمان تأخیر در اشتعال را کاهش می‌دهد. نرخ آزادسازی حرارت درون محفظه احتراق برای حالت پایه کارکرد موتور در سه درجه قبل از نقطه مرگ بالا حدود ۱۳۰۵۵۹ ژول بر درجه در زاویه ۷۱۷ درجه است که با افزودن ۰/۱٪ نانو ذرات آلومینا به سوخت، میزان نرخ آزادسازی حرارت درون محفظه احتراق به حدود

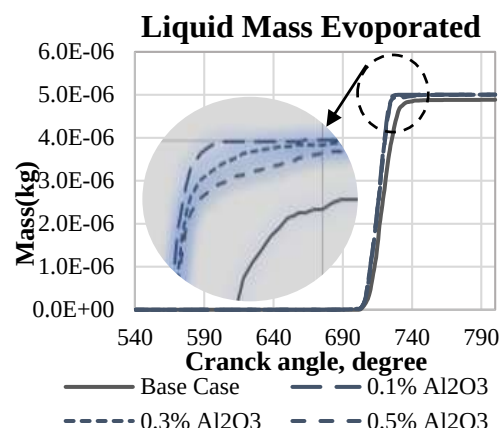


شکل (۸): نمودار مقدار آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن

شکل (۹) میزان دودۀ درون محفظۀ احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذرۀ اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است. دوده در طی احتراق در نواحی دارای سوخت غنی در داخل محفظۀ احتراق تشکیل می‌شوند. افزودن نانوذرات آلومینابه سوخت تأثیر قابل توجهی بر تشکیل آلایندۀ دوده دارد. میزان آلایندۀ ذرات جامد معلق تولیدی درون محفظۀ احتراق برای حالت پایه کارکرد موتور حدود ۰/۰۰۰۲۳ کسر جرمی در زاویه ۸۰۰ درجه است و مقدار تجربی آن ۰/۰۰۰۲۱ که با ۸/۷ درصد خطا بین داده عددی و تجربی وجود دارد. با افزودن ۰/۰۵٪ نانو ذرات آلومینابه سوخت، میزان آلایندۀ ذرات جامد معلق تولیدی درون محفظۀ احتراق حدود ۰/۰۰۰۱ در زاویه ۸۰۰ درجه می‌رسد که حدود ۳۷٪ کاهش می‌یابد.

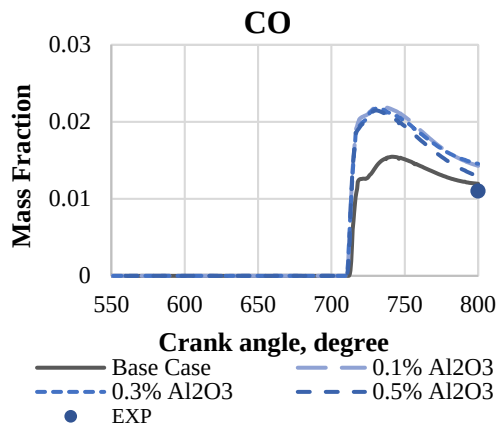


شکل (۹): نمودار میزان آلایندۀ ذرات معلق جامد



شکل (۷): نمودار جرم سوخت تبخیر شده درون محفظۀ احتراق

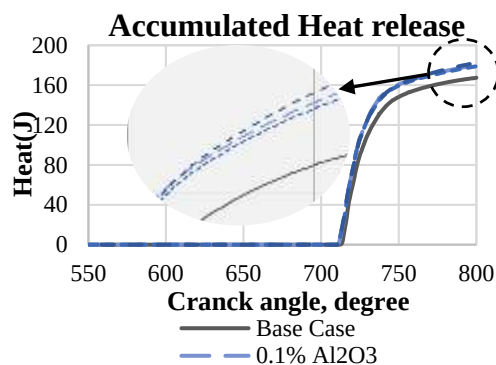
شکل (۸) میزان گازهای آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن درون محفظۀ احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذرۀ اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است. اکسیدهای نیتروژن هنگامی در یک موتور به وجود می‌آید که دماهای بالای احتراق باعث می‌شود که مقداری از N_2 که در حالت عادی پایدار است، به نیتروژن تک اتمی N تجزیه شود که سپس این نیتروژن تک اتمی با اکسیژن ترکیب می‌گردد. همان‌طور که در شکل (۸) ملاحظه می‌شود، افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت تأثیر قابل توجهی بر تشکیل آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن دارد. میزان آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن تولیدی درون محفظۀ احتراق برای حالت پایه کارکرد موتور حدود ۰/۰۰۰۴ کسر جرمی است در زاویه ۷۳۹ درجه می‌رسد و مقدار تجربی آن ۰/۰۰۰۴۳ که با ۷/۵ درصد خطا بین داده عددی و تجربی وجود دارد. با افزودن ۰/۰۳٪ نانو ذرات آلومینا به سوخت، میزان آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن تولیدی درون محفظۀ احتراق به حدود ۰/۰۰۰۳ کسر جرمی در زاویه ۷۳۹ درجه می‌رسد که حدود ۲۴٪ کاهش می‌یابد. افزودن نانوذره هرچند دمای محفظۀ احتراق را افزایش می‌دهد ولی با کاهش زمان تبخیر قطره زمان بیشتری برای تشکیل مخلوط سوخت و هوا داریم و در نهایت مخلوط یکنواخت‌تری خواهیم داشت که افزایش موضعی دما را که به علت ناهمگنی سوخت اتفاق می‌افتد را کاهش می‌دهد.



شکل (۱۰): نمودار میزان آلایندۀ مونواکسید کربن

شکل (۱۱) میزان مجموع حرارت آزادشده محفظۀ احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۱ برای نانوذرۀ اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است.

میزان مجموع حرارت آزادشده درون محفظۀ احتراق برای حالت پایۀ کارکرد موتور حدود ۱۶۷/۳۶۹ ژول در زاویۀ ۸۰۰ درجه است که با افزودن ۰،۵٪ نانو ذرات آلومینابه سوخت، میزان مجموع حرارت آزادشده درون محفظۀ احتراق به حدود ۱۸۲/۴ در زاویۀ ۸۰۰ درجه می‌رسد که حدود ۷٪ افزایش می‌یابد. این افزایش حرارت آزادشده سوخت به علت تغییر ظرفیت حرارتی آن در اثر افزودن نانوذره است.



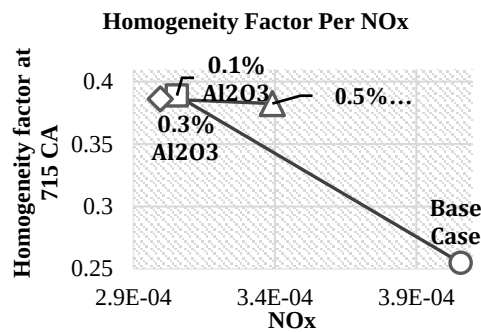
شکل (۱۱): نمودار میزان مجموع حرارت آزادشده درون محفظۀ احتراق

با افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت، میزان شاخص همگنی افزایش می‌یابد و از این رو با افزایش کیفیت اختلاط سوخت و هوا، شاهد کاهش آلایندۀها هستیم.

شکل (۱۰) میزان مونواکسید کربن محفظۀ احتراق با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۱ برای نانوذرۀ اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است. مونواکسید کربن هنگامی ایجاد می‌شود که اکسیژن کافی برای واکنش کامل تمام کربن و تبدیل آن به CO_2 موجود نباشد و یا هنگامی که به دلیل زمان بسیار کوتاه چرخۀ موتور، اختلاط ناقص هوا و سوخت رخ می‌دهد. نرخ واکنش تبدیل CO به CO_2 پایین است و این واکنش بسیار وابسته به دما است. پس از شروع احتراق، در جبهۀ شعله CO تشکیل می‌شود و شروع به انتشار در محفظۀ احتراق می‌کند و از جبهۀ شعله فاصله می‌گیرد. در ناحیه‌های دور از جبهۀ شعله دمای کاهش پیدا می‌کند و از این رو نرخ انجام واکنش CO به CO_2 پایین می‌آید و مقداری از آلایندۀ CO در محفظه باقی می‌ماند. همان‌طور که در شکل (۹) ملاحظه می‌شود، افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت تأثیر قابل توجهی بر تشکیل آلایندۀ مونواکسید کربن دارد. مونواکسید کربن تولیدی درون محفظۀ احتراق برای حالت پایۀ کارکرد موتور حدود ۰/۱۱۹۵۹ کسر جرمی در زاویۀ ۸۰۰ درجه است و مقدار تجربی آن ۰/۰۱۱ که با ۷/۶ درصد خطا بین داده عددی و تجربی وجود دارد.

با افزودن نانو ذرات آلومینابه سوخت، میزان آلایندۀ ذرات جامد معلق تولیدی درون محفظۀ احتراق به ۰/۰۱۴۵ جز جرمی می‌رسد که حدود ۱۹٪ افزایش می‌یابد که تأثیر نامطلوبی محسوب می‌شود. علت آن افزایش دما در جبهۀ شعله و کاهش گرادیان شدید دما است.

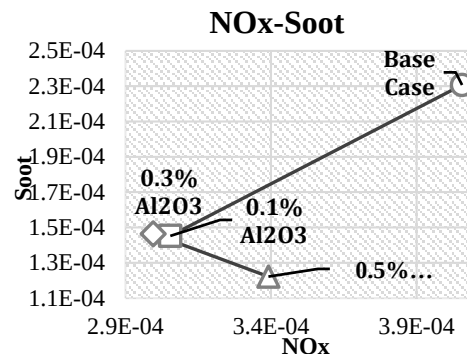
در حالت حضور نانوذرات اکسید آلومینیوم، اختلاط مناسب‌تر سوخت و هوا جهت حصول مخلوط همگن حاصل می‌شود که این موضوع باعث کاهش قابل ملاحظه در آلاینده‌های تولیدی موتور می‌گردد.



شکل (۱۳): نمودار میزان شاخص همگنی بر حسب ناکس علت آن افزایش ضریب هدایت حرارتی سوخت در مخلوط با نانوذره است که تبخیر قطرات سوخت را سرعت می‌بخشد و زمان بیشتری برای تشکیل مخلوط همگن وجود دارد.

شکل (۱۴): مقدار ضریب همگنی در برابر دوده در زاویه ۷۱۵ درجه با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره اکسید آلومینیوم در سوخت دیزل است. با بررسی می‌توان دریافت شد که میزان شاخص همگنی جریان برای حالات حاوی نانوذرات آلومینا بیشتر از حالت پایه کارکرد موتور است که این موضوع به معنی آن است که در حالت حضور نانوذرات اکسید آلومینیوم، اختلاط مناسب‌تر سوخت و هوا جهت حصول مخلوط همگن حاصل می‌شود که این موضوع باعث کاهش قابل ملاحظه در آلاینده‌های تولیدی موتور می‌گردد.

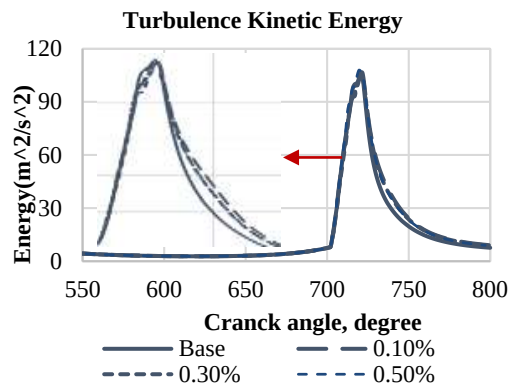
شکل (۱۲) مقدار دوده تولیدی در برابر ناکس با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره اکسید آلومینیوم در سوخت دیزل است. آنچه از شکل دریافت می‌شود این است که با افزودن نانوذره اکسید آلومینیوم اثر قابل توجهی روی تولید این دو آلاینده بر حسب یکدیگر دارد. این موضوع به معنی آن است که در حالت حضور نانو ذرات اکسید آلومینیوم، اختلاط مناسب‌تر سوخت و هوا جهت حصول مخلوط همگن حاصل می‌شود که این موضوع باعث کاهش قابل ملاحظه در آلاینده‌های تولیدی موتور می‌گردد. علت آن را می‌توان در کاهش زمان تبخیر قطره و افزایش زمان تشکیل مخلوط جستجو کرد که از یک طرف مخلوط یکنواخت‌تر، باعث می‌شود که دمای نقاطی که به علت ناهمگنی مخلوط دما در آنها افزایش پیدا می‌کند کاهش یابد و از طرف دیگر تشکیل مخلوط بهتر باعث می‌شود تولید دوده به علت کاهش هیدروکربن‌های نسوخته و ذرات کربن کاهش پیدا کند.



شکل (۱۲): نمودار میزان دوده بر حسب ناکس

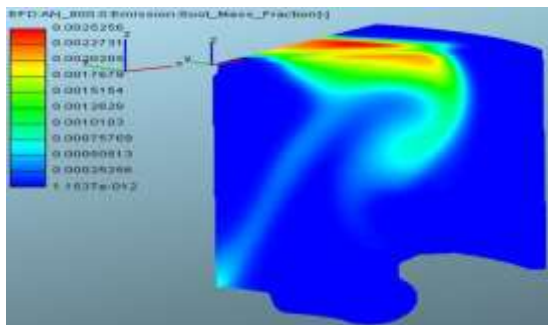
شکل (۱۳) مقدار ضریب همگنی در برابر ناکس در زاویه ۷۱۵ درجه با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذره اکسید آلومینیوم در سوخت دیزل است. با بررسی میزان شاخص همگنی می‌توان دریافت که میزان شاخص همگنی جریان برای حالات حاوی نانوذرات آلومینا بیشتر از حالت پایه کارکرد موتور است که این موضوع به معنی آن است که

انرژی جنبشی اغتشاش شیب صعودی ملایمی پیدا می‌کند و پس از پایان پیش پاشش و آغاز پاشش اصلی در ۷۰۱,۵۵ درجه میل‌لنگ، میزان سرعت جریان درون محفظه احتراق افزایش قابل ملاحظه‌ای می‌یابد و نمودار شیب صعودی قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کند و میزان انرژی جنبشی درون افزایش می‌یابد. پس از پایان دوره پاشش اصلی، نمودار شیب نزولی پیدا می‌کند.



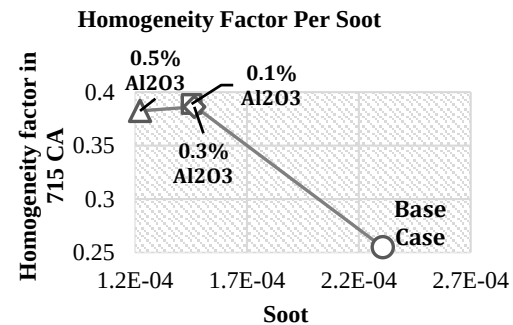
شکل (۱۶): انرژی جنبشی توربولانسی

شکل شماره (۱۷) نشان‌دهنده میزان کسر جرمی آلاینده دوده تولیدشده درون محفظه احتراق است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، در ۷۶۰ درجه میل‌لنگ، سیال دارای بیشینه سطح تولیدی آلاینده دوده در بین حالات بررسی شده است.



شکل (۱۷): میزان کسر جرمی دوده در زاویه ۸۰۰ درجه

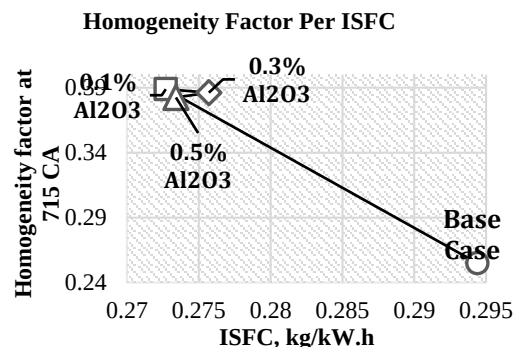
شکل شماره (۱۸) نشان‌دهنده میزان کسر جرمی آلاینده اکسیدهای نیتروژن تولیدشده درون محفظه احتراق است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه



شکل (۱۴): نمودار میزان شاخص همگنی بر حسب میزان دوده

شکل (۱۵) مقدار ضریب همگنی در برابر مصرف سوخت ویژه اندیکاتوری در زاویه ۷۱۵ درجه با در نظر گرفتن چهار درصد حجمی ۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ برای نانوذرة اکسید آلومینیم در سوخت دیزل است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، افزودن نانوذرات آلومینا میزان مصرف سوخت ویژه را کاهش داده و همچنین شاخص همگنی درون محفظه احتراق را افزایش داده است. دلیل آن اثر افزودن نانوذرة روی ضریب هدایت حرارتی سوخت است.

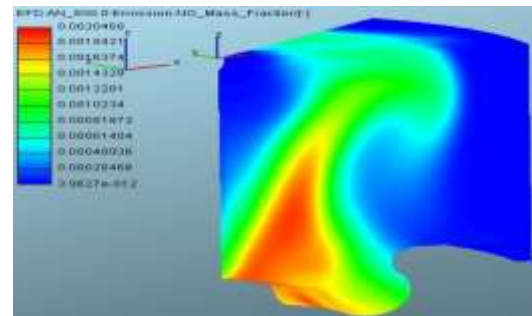
شکل (۱۶) نشان‌دهنده میزان انرژی جنبشی اغتشاش درون سیلندر است.



شکل (۱۵): نمودار میزان شاخص همگنی بر حسب میزان مصرف سوخت ویژه

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با آغاز پیش پاشش سوخت در ۶۶۹,۲۳ درجه میل‌لنگ به درون محفظه احتراق، میزان سرعت جریان افزایش می‌یابد و نمودار

می‌شود، در ۷۶۰ درجه میل‌لنگ، سیال دارای بیشینه سطح تولیدی آلایندۀ اکسیدهای نیتروژن در بین حالات بررسی شده است.



شکل (۱۸): میزان کسر جرمی ناکس در زاویه ۸۰۰ درجه

نتیجه‌گیری

در این مطالعه به بررسی عددی تأثیر نانوذرات آلومینا بر عملکرد، مصرف سوخت، آلایندۀهای احتراق و همچنین کیفیت ترکیب سوخت و هوا با استفاده از نرم‌افزار AVL FIRE با کمک پارامتر اصلاح‌شده شاخص همگنی در یک موتور اشتعال تراکمی پاشش مستقیم بازخورانی شده پرداخته شده است. در این مطالعه بازۀ زمانی شبیه‌سازی از زمان بسته شدن دریچه ورودی هوا تا زمان باز شدن دریچه خروجی گاز در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی بیان‌گر این است که فشار داخل سیلندر به دست آمده با نتایج تجربی از تطابق خوبی برخوردار است. در این مطالعه، چهار کسر حجمی نانوذرات آلومینا افزوده به سوخت بررسی شد. طبق نتایج به دست آمده در این پژوهش، با افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت، میزان مصرف سوخت ویژه کاهش می‌یابد و همچنین میانگین آلایندۀهای خروجی موتور به جز آلایندۀ مونواکسید کربن کاهش می‌یابد. طبق نتایج به دست آمده در این پژوهش، با افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت، میزان بیشینه فشار و دمای داخل سیلندر به ترتیب ۵/۲ و ۶/۷ درصد و همچنین آلایندۀهای اکسیدهای نیتروژن و دوده به ترتیب ۲۴ و ۳۷ درصد کاهش می‌یابد. همچنین مقدار آلایندۀ

مونوکسید کربن ۱۹ درصد افزایش پیدا کرده است. در نهایت نتایج نشان داد که افزودن نانوذرات آلومینا به سوخت، باعث افزایش ۵۲ درصدی شاخص همگنی می‌شود.

فهرست علائم

AF	نسبت سوخت به هوای استوکومتری، -
c	گرمای ویژه، J/kg.K
m	جرم سوخت، kg
p	فشار، Pa
q	شار حرارتی، W/m ²
R	ثابت جهانی گازها، J/mol.K
T	دما، K
T _∞	دمای محیط، K
t	زمان، s
TDC	نقطه مرگ بالا، -
u	مولفه سرعت در جهت x، m/s
v	مولفه سرعت در جهت y، m/s
w	مولفه سرعت در جهت z، m/s

نمادهای یونانی

μ	ضریب لزجت دینامیکی، Pa.s
ρ	چگالی، J/kg.K
λ	هدایت حرارتی، W/m
τ	مقیاس زمانی توربولانس، s
φ	نسبت تعادلی میانگین داخل سیلندر، -

زیرنویس‌ها

p	فشار ثابت
i	شماره سلول
nf	نانو سیال
s	فاز جامد

مراجع

1. Heywood, J., "Internal combustion engine fundamentals ", McGraw-Hill, 1988.
2. Wang, H., Youngchul, R., Reitz, R. D., "Development of a reduced n-dodecane-PAH mechanism and its application for n-dodecane soot predictions", *Journal of Fuel*, Vol. 136, No. 1, pp. 25-36, (2014).
3. Pulkrabek, W. W., "Engineering fundamentals of the internal combustion engine", Second edition, Prentice-Hall, (1997).
4. Ballester, M. J, Norberto F., Dopazo, C., "Combustion characteristics of heavy oil-water emulsions", *Journal of Fuel*, Vol. 75, Issue. 6, pp. 695-705, (1996).
5. Gunnerman, R. W., Russell. R. L., "Emission and efficiency benefits of emulsified fuels to internal combustion engines", SAE Technical Paper, No. 978474, (1997).
6. Walavalkar, A. Y., "Combustion of water-in-oil emulsions of diesel and fresh and weathered crude oils floating on water", PhD thesis in mechanical engineering, PennState University, (2001).
7. Mimani, T., and K. C. Patil., "Solution combustion synthesis of nanoscale oxides and their composites", *Journal Materials Physics and Mechanics*, Vol. 4, No. 1, pp. 134-137, (2001).
8. Kuo, K., Risha, G. A., Evans, B. J., Boyer, E., "Potential usage of energetic Nano-sized powders for combustion and rocket propulsion", Material Research Society Symposium, Published online by Cambridge University Press, (2003).
9. Ravi, P., Prajesh, B., and Phelan, P. E., "Thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions", *Journal Physical review letters*, Vol.9, Issue. 2, (2005).
10. Prasher, R., Bhattacharya, P., and Phelan, P., "Brownian-motion-based convective-conductive model for the effective thermal conductivity of Nano fluids", *Journal of Heat transfer*, Vol. 128, pp. 588-595, (2006).
11. Prasher, R., Bhattacharya, P., and Phelan, P., "Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions", *Journal of Nano Letters*, Vol. 6, No. 7, pp. 1529-1534, (2006).
12. Jung, H., David, B. K, and Michael R. Z., "The influence of a cerium additive on ultrafine diesel particle emissions and kinetics of oxidation", *Journal of Combustion and Flame*, Vol. 142, No. 1, pp. 276-288, (2005).
13. Krishnamurthy, S., Bhattacharya, P., Phelan, R. S., Prasher, R. S., "Enhanced mass transport in Nano fluids", *Journal of Nano Letters*, Vol. 6, No. 3, pp. 419-423, (2006).
14. Prasher, R. S., and Phelan, P. E., "Modeling of radiative and optical behavior of Nano fluids based on multiple and dependent scattering theories", *International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Orlando, Florida, USA, (2005).
15. Tyagi, H., Phelan. P., Prasher, R., "Predicted efficiency of a Nan fluid-based direct absorption solar receiver", *Proceedings of the Energy Sustainability Conference*, California, USA, pp. 729-736 (2007).

16. Kao, M., Ting, C., Lin, B., Tsung, T., "Aqueous aluminum Nano fluid combustion in diesel fuel", *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 36, No. 2, pp. 186-190, (2008).
17. Tyagi, H., "Increased hot-plate ignition probability for nanoparticle-laden diesel fuel", *Journal of Nano letters*, Vol. 8, Issue. 5, pp. 1410-1416, (2008).
18. Mench, M. M., Yeh, C. L. Kuo, K. K., "Propellant burning rate enhancement and thermal behavior of ultra-fine aluminum powders", *Proceedings of the 29th International Annual Conference of ICT*, Karlsruhe, Germany, (1998).
19. Saeter, T. O., "Hydrogen Power: Theoretical and Engineering Solutions", *Proceeding of the hypothesis II symposium*, Grimstad, Norway, (1998).
20. Arul, V., Selvan, V., M, Anand, R., Udayakumar, M., "Effects of cerium oxide nanoparticle addition in diesel and diesel-biodiesel-ethanol blends on the performance and emission characteristics of a CI engine", *Journal of Engineering and Applied Science*, Vol. 4, No. 7. pp. 1-6, (2009).
21. Sajith, V., Sobhan, C. B., and Peterson, G. P., "Experimental investigations on the effects of cerium oxide nanoparticle fuel additives on biodiesel", *Journal of Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 2, pp. 581-407 (2010).
22. Mehregan, M., and Moghiman, M., "Effect of aluminum nanoparticles on combustion characteristics and pollutants emission of liquid fuels-A numerical study", *Journal of Fuel*, Vol. 119, pp. 57-61, (2014).
23. Zha, M., "Effect of particle size on reactivity and combustion characteristics of aluminum nanoparticles", *Journal of Combustion Science and Technology*, Vol. 187, pp. 1036-1043, (2015).
24. AVLFire Users Guide-ICE Physics & Chemistry, 2014.
25. Colin, O. and Benkenida, A., "The 3-zones extended coherent flame model for computing premixed/diffusion combustion", *Journal of Oil & Gas Science and Technology*, Vol. 59, No. 6, pp. 593-609, (2004).
26. Hélie, J. and Trouvé, A., "A modified coherent flame model to describe turbulent flame propagation in mixtures with variable composition", *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 28, Issue. 1, pp. 193-201, (2000).
27. Hanjalić, K., Popovac, M., and Hadžiabdić, M., "A robust near-wall elliptic-relaxation eddy-viscosity turbulence model for CFD", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, pp. 1047-1051, (2004).
28. Arcoumanis, C., Gavaises, M., and French, B., "Effect of fuel injection processes on the structure of diesel sprays", SAE Technical Paper 1997-02-24, (1997).
29. Omidvarborna, H., Kumar, A., and Kim, D. S., "NO_x emissions from low-temperature combustion of biodiesel made of various feeds tocks and blends", *Journal of Fuel Processing Technology*, Vol. 140, pp. 113-118, (2015).

30. Omidvarborna, H., Kumar, A., and Kim, D.-S., "Recent studies on soot modeling for diesel combustion", *Journal of Renewable and Sustainable Energy Review*, Vol. 48, pp. 635-647, (2015).
31. Baumgarten, C., "Mixture formation in internal combustion engines", Springer, (2006).
32. O'Rourke, P. and Bracco, F., "Modeling of drop interactions in thick sprays and a comparison with experiments", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 9, pp. 101-106, (1980).
33. Nordin, P., "Complex chemistry modeling of diesel spray combustion", Chalmers University of Technology, (2001).
34. Nandha, K., Abraham, J., "Dependence of fuel-air mixing characteristics on injection timing in an early-injection diesel engine", SAE Technical Paper 2002-01-0944, (2002).
35. Peng, Z., Lian Tian, B., Lu, L., "Analysis of homogeneity factor for diesel PCCI combustion control", SAE Technical Paper 2011-01-1832, (2011).
36. Mobasheri, R. and Peng, Z., "CFD investigation into diesel fuel injection schemes with aid of Homogeneity Factor", *Journal of Computers & Fluids*, Vol. 77, pp. 12-23, (2013).
37. Mobasheri, R. Peng, Z., "The development and application of homogeneity factor on DI diesel engine combustion and emissions", SAE Technical Paper 2013-01-0880, (2013).
38. Suresh, S., "Synthesis of Al₂O₃-Cu/water hybrid nanofluids using two step method and its thermo physical properties", *Journal of Colloids and Surfaces Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 38, pp. 41-48, (2011).
39. Ghadimi, A., Saidur, R., Metselar, H. S. C., "A review of nanofluid stability properties and characterization in stationary conditions", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 4051-4068, (2011).
۴۱. حسینی، سید شرف الدین "نانوسیال و مهندسی انتقال گرما"/انتشارات یزد، (۱۳۹۳)
42. Madhan, N. R., Gajendiran, M., Pitchandi, K., Nallusamy, N., "Investigation on aluminium oxide nano particles blended diesel fuel combustion, performance and emission characteristics of a diesel engine", *Journal of Chemical and Pharmaceutical Research*, Vol. 8, Issue. 3, pp. 246-257, (2016).
۴۳. عماد امینیان، آرش محمدی، تعیین ضریب انتقال حرارت درون محفظه احتراق موتور دیزل سواری، یازدهمین همایش ملی موتورهای درونسوز و نفت، تهران و ایران، (۱۳۹۸).
44. Nanthagopal, K., Susanth Kishna, R., Atabani, A. E., Al-Muhtasebc, A. H., Kumar, G., Ashok, B., "A compressive review on the effects of alcohols and nanoparticles as an oxygenated enhancer in compression ignition engine", *Energy Conversion and Management*, Vol. 203 pp. 1-49, (2020).

بررسی تجربی جریان هوا پایین دست مدل مربعی در زوایای مختلف*

مقاله کوتاه

احسان اردکانی^(۱)علیرضا تیمورتاش^(۲)محمدعلی اردکانی^(۳)

چکیده با بررسی ریزش گردابه‌ها و جریان هوای پایین دست مدل مربعی می‌توان، دبی سنج جریان هوا از نوع گردابه‌ای را طراحی نمود. در این مقاله سرعت جریان هوا، شدت اغتشاش‌های آن و ریزش گردابه‌های ناشی از مدل مربعی به ضلع ۱۵ mm به صورت تجربی با استفاده از جریان سنج سیم‌داغ بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که زاویه جریان هوا تأثیر شدیدی بر توزیع سرعت جریان هوا و شدت اغتشاش‌های آن ندارد ولی تغییرات عدد استروهل نسبت به زاویه جریان بالا است، به طوری که عدد استروهل در زاویه ۱۲° بیشترین مقدار را معادل ۰/۱۷۶ و در زاویه ۴۳° کمترین مقدار را معادل ۰/۱۲۹ دارا است. در صورتی که پراب در ناحیه $x/a=2/5$ و $2/2 \leq y/a \leq 6$ قرار گیرد، سرعت برابر سرعت جریان آزاد بوده و گردابه‌ها نیز قابل اندازه‌گیری است.

واژه‌های کلیدی ریزش گردابه‌ها، مدل مربعی، جریان سنج سیم‌داغ، دبی سنج گردابه‌ای.

Experimental Investigation on Flow Downstream of a Square Bluff

Body at Different Angles

E. Ardekani

A. Teymourtash

M.A. Ardekani

Abstract Study of vortex shedding and flow downstream of a square bluff body can be used to a vortex flowmeter. In this paper, flow velocity, turbulence intensity and vortex shedding from a 15 mm square bluff body have been investigated experimentally using hot-wire anemometer. Results show that flow angle has little effect on flow velocity distribution and turbulence intensity. However, variations of Strouhal number (St) with respect to the flow angle is large, so that Strouhal number at flow angle of 12° has the maximum value of 0.176 and at angle of 43° , it has the minimum value of 0.129. If the probe is placed in the region $x/a=2.5$ and $2.2 \leq y/a \leq 6$, the velocity will be equal to the free stream velocity and the vortices will be measureable.

Keywords Vortex shedding, square bluff body, Hot-wire anemometer, Vortex flowmeter.

مقدمه

پدیده ریزش گردابه‌ها از اجسام لبه پهن (Bluff Body)، از پدیده‌های مهم جریان سیالات است که شناخت این پدیده اهمیت زیادی در سیالات دارد. ریزش گردابه‌ها سبب ارتعاش بر روی اجسام پایین دست شده و یا آنکه سبب ارتعاش خود جسم می‌شود که این موضوع برای سازه‌هایی که در معرض باد قرار دارند، اهمیت دارد. همچنین این موضوع پایه و اساس دبی سنج‌های گردابه‌ای نیز است [1]. با اندازه‌گیری ریزش گردابه‌های ناشی از اجسام لبه پهن می‌توان سرعت و در نتیجه دبی جریان را اندازه‌گیری کرد.

دبی سنج‌های گردابه‌ای از نوع دبی سنج‌های خطی می‌باشند که مزیت این نوع دبی سنج‌ها دقت بالا، بازه اندازه‌گیری مناسب و قابلیت استفاده در سیالات مختلف و شرایط گوناگون از لحاظ فشار است. مهم‌ترین خصوصیت این نوع دبی سنج‌ها این است که نیازی به کالیبراسیون مداوم ندارند. در این نوع دبی سنج‌ها، فرکانس ریزش گردابه‌های ناشی از جسم لبه پهن را اندازه‌گیری نموده و با استفاده از آن، سرعت و یا دبی جریان هوا را می‌توان اندازه‌گیری نمود. بدین منظور نیاز است که رابطه عدد استروهل ($St = \frac{fa}{U}$) و عدد رینولدز ($Re = \frac{ua}{\nu}$) برای جسم لبه پهن مشخص شود. a اندازه مشخصه جسم لبه پهن به عنوان مثال طول ضلع یک مربع، U سرعت جریان آزاد و ν لزجت سینماتیکی است. شکل جسم لبه پهن و در نتیجه فرکانس آن از اهمیت بالایی برخوردار است و تاکنون شکل‌های گوناگونی نظیر مربع، مستطیل، مثلث و T شکل برای این امر پیشنهاد و توسط محققین مختلف بررسی شده است. برای انتخاب جسم لبه پهن، این نکته مهم است که مکان جدایش در جسم، حتی المقدور ثابت بوده و با عدد Re تغییر نکند [2].

برای اندازه‌گیری فرکانس ریزش گردابه‌ها، روش‌های مختلفی وجود دارد، از جمله اندازه‌گیری ارتعاش جسم و یا اندازه‌گیری سرعت لحظه‌ای جریان هوا که مناسب‌ترین روش برای اندازه‌گیری سرعت

لحظه‌ای جریان هوا، استفاده از جریان‌سنج سیم‌داغ است [3].

مدل مربعی و یا مستطیلی، جسم لبه پهنی است که بررسی جریان پایین دست آن و همچنین بررسی ریزش گردابه‌های آن از اهمیت برخوردار بوده که در این راستا تحقیقات مختلفی به صورت عددی و تجربی انجام پذیرفته است.

اوکاجیما [4] ریزش گردابه‌های ناشی از مدل مستطیلی را به صورت تجربی با استفاده از تونل باد و تونل آب در اعداد رینولدز ۵۰ تا ۲۰۰۰۰ بررسی نمود. وی نشان داد که عدد استروهل ریزش گردابه‌ها بستگی به نسبت عرض به ارتفاع مدل دارد. همچنین وی نشان داد تغییرات عدد استروهل برای مدل مربعی، در اعداد رینولدز کمتر از ۱۰۰ زیاد بوده و در اعداد رینولدز بالاتر از ۵۰۰۰ تقریباً ثابت بوده و عدد استروهل حدود ۰/۱۴ است. همچنین وی ریزش گردابه‌ها را برای مدل مستطیلی با نسبت ارتفاع به پهنای مدل از ۰/۶ تا ۱۰ را به صورت عددی برای اعداد رینولدز کمتر از ۸۰۰ بررسی نمود. وی نشان داد هنگامی که نسبت ارتفاع به پهنای مدل ۲/۶ و یا ۶ باشد، تغییرات شدیدی در عدد استروهل ریزش گردابه‌ها رخ می‌دهد.

ناکامورا و همکارانش [5] ریزش گردابه‌های ناشی از مدل مستطیلی را در اعداد رینولدز ۲۰۰ تا ۱۰۰۰ به صورت تجربی و عددی بررسی نمودند. آنها نشان دادند که مکانیزم ریزش گردابه‌ها بستگی به عدد رینولدز دارد. هنگامی که عدد رینولدز کمتر از ۳۰۰ است، ریزش گردابه‌ها از نوع کارمن بوده و اغتشاش‌های سرعت لحظه‌ای جریان بسیار نزدیک به موج سینوسی است. با افزایش عدد رینولدز مکانیزم از نوع ناپایداری در تنش‌های برشی می‌شود.

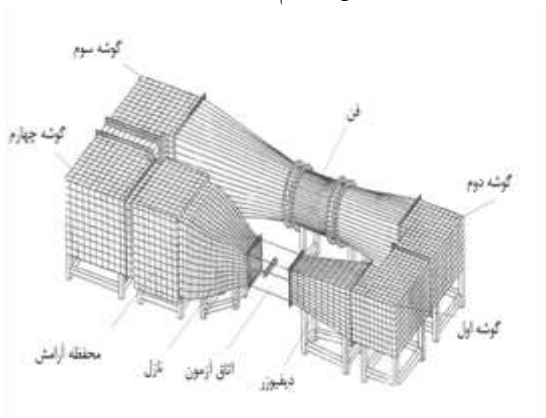
متسوموتو [6] تأثیر زاویه جریان هوا بر ریزش گردابه‌ها برای مدل مستطیلی با نسبت ارتفاع به پهنای ۰/۵ را به صورت تجربی بررسی نمود. وی نشان داد که عدد استروهل از مقدار ۰/۱۵ در زاویه ۰° تا مقدار ۰/۲۱ در زاویه ۲۵° افزایش یافته و پس از آن از زاویه ۲۵° تا ۸۰° به آرامی عدد استروهل کاهش یافته و به ۰/۱۸

می‌رسد.

استروهاال و هنگامی که زاویه جریان هوا 15° است بیشترین مقدار عدد استروهاال را خواهیم داشت. در این مقاله، مدل مربعی که از اجسام لبه پهنی است که به زاویه جریان حساس بوده و تغییرات زاویه بر عدد استروهاال تأثیرگذار است، به طوری که زاویه قرارگیری مدل برای کاربردهای مختلف، از اهمیت برخوردار است. به منظور استفاده در کاربردهای مختلف از جمله در طراحی دبی سنج‌های گردابه‌ای، جریان پایین دست مدل مربعی به صورت تجربی بررسی و نتایج آن ارائه شده است.

روش آزمایش

کلّیه آزمایش‌ها در آزمایشگاه تونل باد پژوهشکده مکانیک سازمان پژوهش‌های علمی و صنعتی ایران انجام شده است. تونل باد مورد استفاده از نوع مدار بسته مطابق شکل (۱) است که سرعت آن با استفاده از کنترل دور از ۲ m/s تا ۲۸ m/s قابل تنظیم است.



شکل (۱): تونل باد مدار بسته و قسمت‌های مختلف آن

مقطع اتاق آزمون تونل باد فوق $60\text{ cm} \times 60\text{ cm}$ است. به منظور یکنواخت نمودن سرعت جریان هوا و کاهش اغتشاش‌های آن از ۴ سری توری با مش ۲۰ و ۲۴ در اتاق آرامش، به همراه لانه زنبوری استفاده شده است. مقدار شدت اغتشاش‌های تونل باد در مرکز اتاق آزمون کمتر از ۰/۲٪ است. مدل مورد استفاده در این تحقیق به شکل مربع به ضلع ۱۵mm است. شکل (۲)

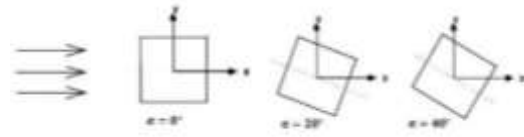
کلکار و پاتانکار [7] جریان پایین دست مدل مربعی شکل را در اعداد رینولدز پایین حدود ۱۰ تا ۱۰۰ را به صورت عددی بررسی نمودند. آنها با استفاده از خطوط جریان تفاوت ناحیه جدایش در اعداد رینولدز ۱۰ تا ۱۰۰ را نشان دادند. هنگامی که عدد رینولدز ۱۰ است، ناحیه جدایش و گردابه‌های ساکن وجود ندارد، ولی با افزایش عدد رینولدز طول ناحیه جدایش و گردابه‌های ساکن افزایش می‌یابد.

سن و همکارانش [8] جریان پایین دست مدل مربعی شکل را در اعداد رینولدز کمتر از ۱۵۰ به صورت عددی بررسی نمودند. آنها نشان دادند که جدایش جریان در عدد رینولدز ۱/۱۵ اتفاق می‌افتد. آنها بیان کردند که طول ناحیه جدایش با افزایش عدد رینولدز در بازه ۱/۵ تا ۴۰ به طور خطی طبق رابطه $\frac{L}{D} = -0.0783 + 0.0724Re$ افزایش می‌یابد. همچنین آنها عدد استروهاال ریزش گردابه‌ها را در بازه رینولدز ۶۰ تا ۱۳۰ به صورت $St = \frac{3.2242}{Re} - 0.1774$ ارائه نمودند.

شارما و اسوارانا [9] عدد استروهاال برای مدل مربعی شکل در عدد رینولدز ۱۰۰ را ۰/۱۴۸۸ به دست آوردند. سینگ و همکارانش [10] برای مدل مربعی شکل در عدد رینولدز ۱۰۰ عدد استروهاال را در جریانی که زاویه آن صفر است برابر ۰/۱۴۷ به دست آوردند. همچنین ساهو و همکارانش [11]، برای مدل مربعی شکل با همان عدد رینولدز ۱۰۰، عدد استروهاال ۰/۱۴۸۶ را به دست آوردند.

ین و یانگ [12] ریزش گردابه‌ها پایین دست مدل مربعی شکل را در بازه عدد رینولدز ۴۰۰۰ تا ۳۶۰۰۰ در زوایای مختلف جریان به صورت تجربی بررسی نمودند. آنها نشان دادند که جریان پایین دست مدل دارای سه ناحیه لبه جدایش، حباب جدایش و اتصال جریان است. همچنین آنها نشان دادند که زاویه جریان بر فرکانس ریزش گردابه‌ها (عدد استروهاال) تأثیر گذاشته و هنگامی که زاویه جریان هوا 0° است، کمترین مقدار عدد

محور مختصات و زاویه چرخش مدل را نشان می‌دهد.



شکل (۲): محور مختصات و زاویه چرخش مدل

جریان پایین دست مدل با استفاده از جریان سنج سیم‌داغ ساخت شرکت فراسنجش صبا اندازه‌گیری شده است که پراب مورد استفاده از نوع یک‌بعدی است. سیم پراب از نوع تنگستن با قطر ۵ میکرون است. به‌منظور جابه‌جایی پراب از مکانیزم انتقال‌دهنده پراب استفاده شده است. این مکانیزم دارای دقت جابه‌جایی ۰/۱ mm در سه بعد است که با استفاده از رایانه حرکت آن قابل کنترل است. داده‌های اخذ شده توسط جریان سنج سیم‌داغ از طریق کارت اخذ داده از نوع NI به رایانه ارسال و توسط نرم‌افزار Flow Ware تجزیه و تحلیل می‌شود. به‌منظور تغییر زاویه مدل از موتور پله‌ای استفاده می‌شود که از طریق رایانه حرکت دورانی آن قابل کنترل است. میزان دوران موتور پله‌ای به ازای هر پالس ۰/۷۲° است. برای کالیبراسیون جریان سنج سیم‌داغ و اندازه‌گیری سرعت آزاد بالادست مدل از لوله استاتیکی پیتوت به همراه فشارسنج Omega استفاده شده است.

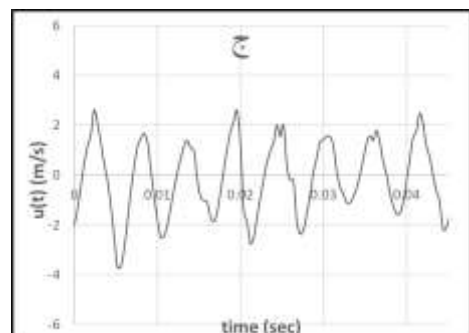
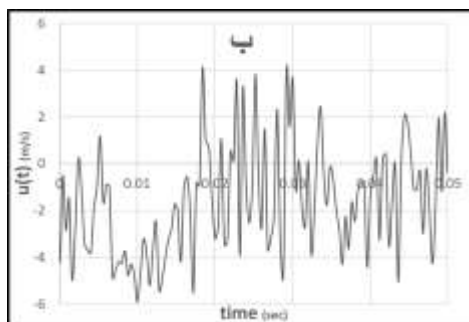
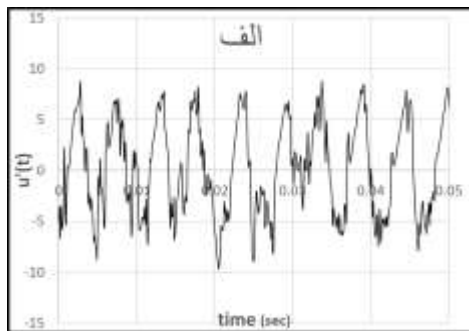
در این تحقیق در ابتدا مدل را در زاویه صفر درجه قرار داده و با استفاده از مکانیزم جابه‌جایی محل مناسبی که در آن فرکانس ریزش گردابه‌ها به‌وضوح دیده می‌شود را مشخص نموده و سپس فرکانس ریزش گردابه‌ها در سرعت‌های مختلف و زاویه‌های مختلف در فاصله‌های $x/a = 1, 1/2, 0/5$ پایین دست مدل اندازه‌گیری می‌شود.

بررسی نتایج

بررسی ریزش گردابه‌ها. همان‌گونه که بیان شد به‌منظور اندازه‌گیری ریزش گردابه‌ها، نیاز است که پراب جریان سنج سیم‌داغ در مکان مناسب از مدل قرار گیرد. شکل (۳-الف) اسیلگرام سرعت لحظه‌ای جریان را در

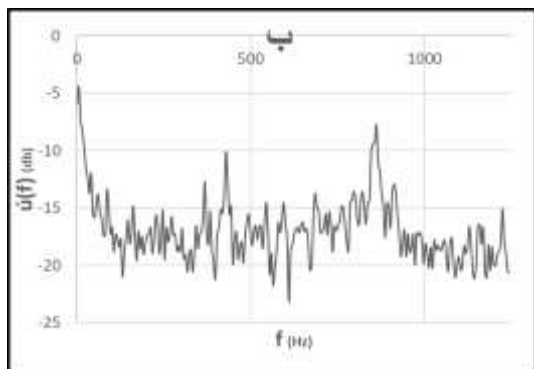
فاصله $(x/a=2/5, y/a=2/5)$ از مدل و شکل (۳-ب) اسیلگرام سرعت لحظه‌ای جریان در فاصله $(x/a=2/5, y/a=0/5)$ را نشان می‌دهد. مطابق شکل (۳-الف) اسیلگرام سرعت لحظه‌ای نزدیک به موج سینوسی است که دارای نوسانات است، لذا در این نقطه پدیده ریزش گردابه‌ها قابل مشاهده است.

هنگامی که $y/a=0/5$ است (شکل ۳-ب)، اندازه‌گیری سرعت لحظه‌ای در ناحیه دنباله مدل بوده که در این حالت اسیلگرام سرعت لحظه‌ای به حالت سینوسی و یا نزدیک به آن نیست، لذا در این نقطه نمی‌توان فرکانس ریزش گردابه‌ها را اندازه‌گیری نمود.



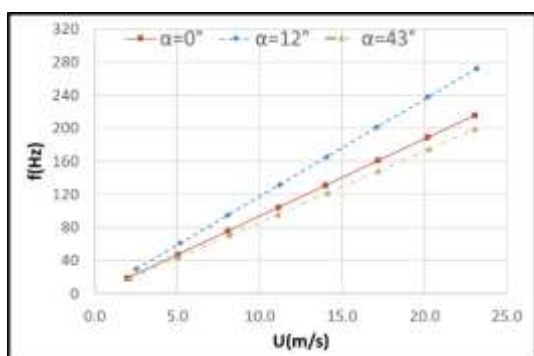
شکل (۳): اسیلگرام سرعت لحظه‌ای $U = 20 \text{ m/s}$, $x/a=2/5$. الف:

ب: $y/a=2/5$, ج: استوانه



شکل (۴): سرعت لحظه‌ای در حوزه فرکانس
 $y/a=0/5$ ، $x/a=2/5$ ، $U=20$ m/s

شکل (۵) فرکانس ریزش گردابه‌ها را بر حسب سرعت در زاویه‌های مختلف نشان می‌دهد. مطابق این شکل، رابطه فرکانس ریزش گردابه‌ها و سرعت جریان هوا به صورت خطی است. شیب این خطوط با زاویه جریان تغییر کرده است.



شکل (۵): فرکانس ریزش گردابه‌ها بر حسب سرعت جریان هوا در زاویه‌های مختلف

مطابق شکل (۵) شیب فرکانس ریزش گردابه‌ها در زاویه 12° بیشتر از دو زاویه دیگر است. به منظور بررسی بهتر شکل (۵)، ریزش گردابه‌ها باید بی‌بعد شوند. بدین منظور با استفاده از عدد استرووال، فرکانس ریزش گردابه‌ها و با استفاده از عدد رینولدز، سرعت جریان هوا بی‌بعد شده است.

شکل (۶) منحنی $St-Re$ را برای مدل در زاویه‌های مختلف نشان می‌دهد. مطابق شکل (۶) عدد استرووال برای اعداد ریتولدز فوق ثابت بوده که این موضوع در

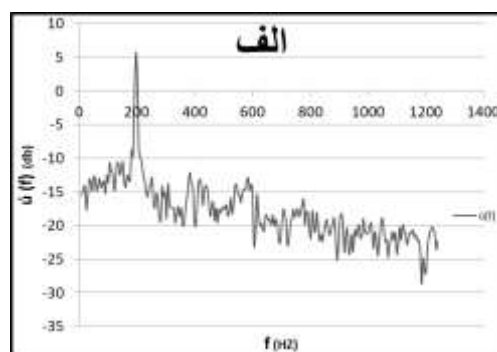
شکل (۳-ج) اسپکتروگرام سرعت لحظه‌ای پایین دست استوانه به قطر ۱۰ mm را در عدد $Re=11110$ نشان می‌دهد که مطابق این شکل اسپکتروگرام سرعت لحظه‌ای نزدیک به موج سینوسی و بدون نوسانات است. برای اندازه‌گیری فرکانس ریزش گردابه‌ها از دو روش می‌توان استفاده نمود: ۱- شمارش قله‌های موج سینوسی در واحد زمان ۲- استفاده از روش FFT.

لازم به یادآوری است اندازه‌گیری فرکانس ریزش گردابه‌ها با استفاده از روش شمارش قله‌ها در مدل مربعی ممکن نبوده و نمی‌توان مدارات الکتریکی دیی سنج را بر این اساس طراحی نمود.

با استفاده از FFT سرعت لحظه‌ای از حوزه زمان به حوزه فرکانس تبدیل می‌شود. در تبدیل سرعت لحظه‌ای از حوزه زمان به حوزه فرکانس اصل نایکوئیست نیز رعایت شده است. به عبارت دیگر، فرکانس داده‌برداری، $f = 2 f_m$ که f_m فرکانس ماکزیمم است.

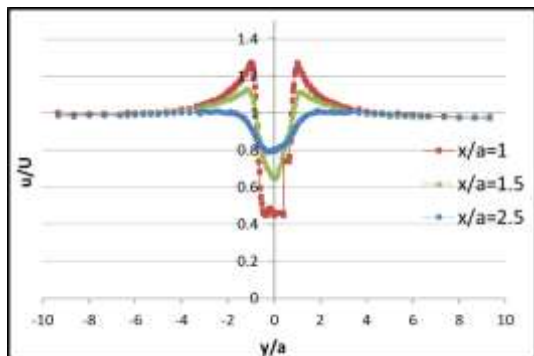
شکل (۴) سرعت لحظه‌ای در حوزه فرکانس را نشان می‌دهد. مطابق شکل (۴-الف)، سرعت لحظه‌ای دارای فرکانس غالب ۲۰۰ Hz بوده که به وضوح و قدرت بیشتر دیده می‌شود. این فرکانس غالب همان فرکانس ریزش گردابه‌ها است.

در شکل (۴-ب) فرکانس غالب به وضوح دیده نمی‌شود و اغتشاش‌های جریان در فرکانس‌های کمتر است. لذا در این موقعیت، اغتشاش‌های ناشی از دنباله حاکم است. با توجه به شکل (۴-الف) فرکانس ریزش گردابه‌های ناشی از مدل مربعی را می‌توان با استفاده از روش FFT اندازه‌گیری نمود.



مطابق شکل (۷) منحنی‌های $St-\alpha$ در اعداد رینولدز مختلف بر روی یکدیگر منطبق می‌باشند. همان‌گونه که در شکل (۷) نشان داده شده است، تغییرات $St-\alpha$ برای هر 90° تکرار شده است و در هر تکرار نیز با یکدیگر تقارن دارند. کمترین مقدار عدد استروهل 0.129 بوده و در زاویه 43° رخ می‌دهد و بیشترین مقدار عدد استروهل 0.176 بوده و در زاویه‌های 12° و 82° اتفاق می‌افتد، همچنین منحنی فوق نیز دارای مقدار کمینه نسبی در زاویه 90° است و این زاویه‌ها با دوره تناوب 90° تکرار می‌شوند. با توجه به شکل (۷) تغییرات در ناحیه کمینه، با زاویه جریان زیاد نبوده، لذا قرار دادن مدل در این زاویه برای طراحی دبی سنج مناسب است.

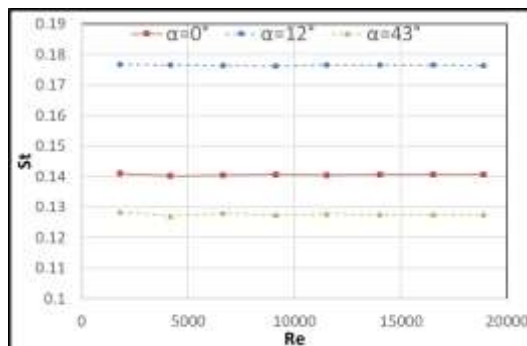
بررسی جریان پایین دست مدل. به منظور بررسی مناسب تر ریزش گردابه‌ها، جریان در نزدیکی و پایین دست مدل در زاویه‌های حساس بررسی شد. شکل (۸) توزیع سرعت بی بعد شده جریان هوا در عرض مدل در فواصل مختلف در زاویه صفر درجه را نشان می‌دهد. سرعت محلی جریان هوا با استفاده از سرعت آزاد بی بعد شده است.



شکل (۸): منحنی توزیع سرعت بی بعد شده جریان هوا در پایین دست مدل در زاویه 0° در فواصل مختلف در عدد $Re=16667$

مطابق شکل (۸) در فاصله $x/a=1$ در فواصل $y/a=\pm 1$ سرعت جریان هوا حدود 27% بیشتر از سرعت جریان آزاد است. با افزایش فاصله به پایین دست، این مقدار کاهش یافته و در $x/a=2.5$ تقریباً سرعت محلی

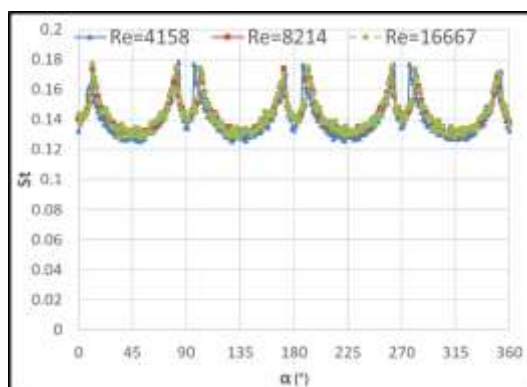
دبی سنج‌ها از اهمیت برخوردار است. عدد استروهل با زاویه جریان تغییر کرده ولیکن با عدد رینولدز ثابت است.



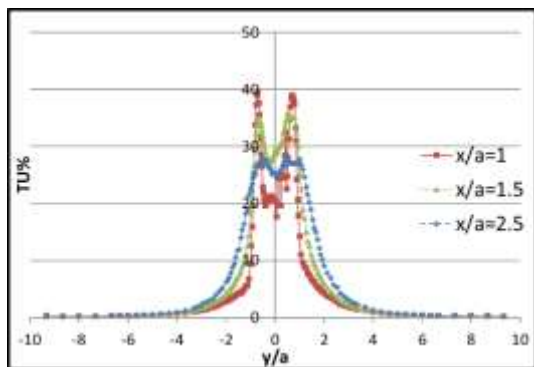
شکل (۶): منحنی تغییرات عدد استروهل بر حسب عدد رینولدز در زاویه‌های مختلف

هنگامی که عدد استروهل بیشتر باشد فرکانس ریزش گردابه‌ها در سرعت ثابت بیشتر و در نتیجه دقت اندازه‌گیری آن بهتر می‌شود، ولی در این حالت پاسخ فرکانسی دستگاه اندازه‌گیر می‌بایست کوتاه‌تر شود.

بررسی تأثیر زاویه مدل بر ریزش گردابه‌ها. شکل (۵) تغییرات فرکانس ریزش گردابه‌ها بر حسب سرعت جریان هوا در زاویه‌های مختلف مدل را نشان می‌دهد که به صورت خطی است. مطابق شکل (۵) شیب خطوط با زاویه مدل تغییر می‌کند. به منظور بررسی بهتر، شکل (۷) تغییرات عدد استروهل بر حسب زاویه مدل در اعداد رینولدز مختلف را نشان می‌دهد.



شکل (۷): منحنی تغییرات عدد استروهل بر حسب زاویه چرخش مدل مربعی در اعداد رینولدز مختلف



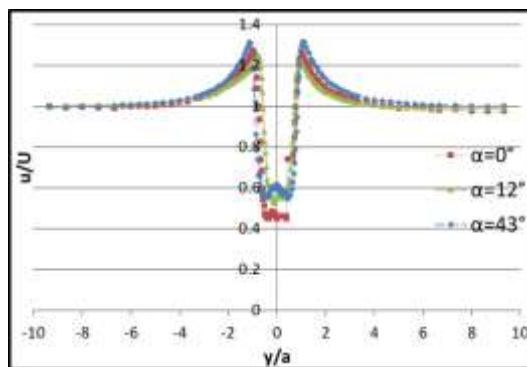
شکل (۱۰): منحنی توزیع شدت اغتشاش‌های جریان هوا در پایین‌دست مدل مربعی برای زاویه 0° در فواصل مختلف در عدد $Re=16667$

هنگامی که $x/a=1$ است، شدت اغتشاش‌ها در نزدیکی مدل حدود 40% بوده و دارای دو مقدار بیشینه محلی در فاصله $y/a=\pm 0.73$ است. با افزایش فاصله از مدل شدت اغتشاش‌ها کاهش یافته و به تدریج دو مقدار بیشینه محو و تبدیل به یک مقدار بیشینه در مرکز می‌شود.

با توجه به مرجع [۱۳] هنگامی که شدت اغتشاش‌ها 30% است، مقدار خطا در اندازه‌گیری سرعت با استفاده از جریان‌سنج سیم‌داغ حدود 4% است. هنگامی که شدت اغتشاش‌ها کمتر از 6% باشد، این خطا ناچیز خواهد بود. اردکانی [۱۴] نشان داد که $\frac{u}{U} \leq 1.01$ و $0.99 \leq \frac{v}{U}$ ناحیه‌ای که شدت اغتشاش‌ها بین $6\% \leq Tu \leq 1\%$ باشد، محل مناسب قرارگیری پراب جریان‌سنج سیم‌داغ برای کالیبراسیون در سرعت‌های کم با استفاده از اندازه‌گیری فرکانس ریزش گردابه‌ها است. با توجه به شکل (۱۰)، هنگامی که $y/a \geq 2.5$ و یا $y/a \leq -2.5$ باشد، این امر محقق می‌شود.

شکل (۱۱-الف)، توزیع شدت اغتشاش‌ها را برای مدل مربع در زاویه‌های 0° ، 12° (بیشترین عدد استرووال) و 43° (کمترین عدد استرووال) در فاصله $x/a=1$ و شکل (۱۱-ب) در فاصله $x/a=2.5$ نشان می‌دهد.

جریان هوا از سرعت آزاد بیشتر نخواهد بود. همچنین با افزایش فاصله به سمت پایین‌دست، کمینه سرعت محلی افزایش یافته و پهنای ناحیه دنباله افزایش می‌یابد. در فاصله $x/a=1$ کمترین سرعت در ناحیه دنباله برابر 0.45 سرعت جریان آزاد و در فاصله $x/a=2.5$ برابر 0.79 سرعت جریان آزاد است. همچنین پهنای ناحیه دنباله در $x/a=1$ ، $1/7a$ و در $x/a=2.5$ برابر $3/2a$ است. با توجه به شکل (۷) مقدار بیشترین عدد استرووال در زاویه 12° و کمترین آن در زاویه 43° رخ می‌دهد. لذا در این دو زاویه، سرعت جریان هوا نیز بررسی می‌شود. شکل (۹) توزیع سرعت جریان هوا را پایین‌دست مدل در زاویه‌های 0° ، 12° و 43° نشان می‌دهد.



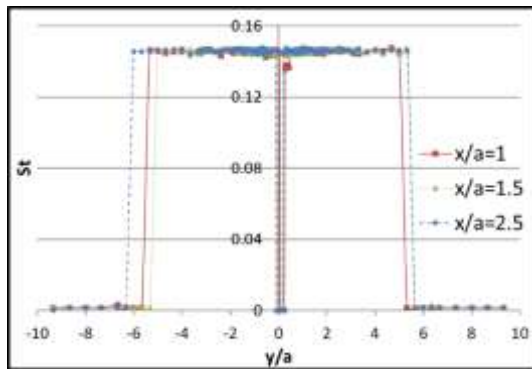
شکل (۹): منحنی توزیع سرعت جریان هوا در زوایای مختلف در $x/a=1$ در عدد $Re=16667$

مطابق شکل بالا هنگامی که زاویه 0° و 12° است، توزیع سرعت مشابه بوده ولی هنگامی که زاویه 43° است، مقدار نسبت سرعت محلی به سرعت آزاد در فواصل $y/a=\pm 1/2$ حدود $1/30$ خواهد بود که بیشتر از حالت 0° است. عمق ناحیه دنباله برای مدل مربعی در زاویه 0° بیشتر بوده ولی پهنای دنباله در زاویه 43° بیشتر از زاویه 0° است.

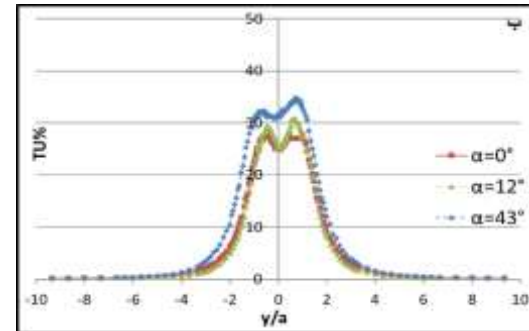
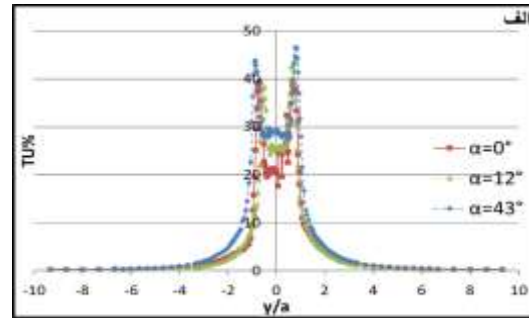
شکل (۱۰) توزیع شدت اغتشاش‌های جریان هوا پایین‌دست مدل مربعی در زاویه 0° را نشان می‌دهد. شدت اغتشاش‌ها با رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$\%TU = \frac{\sqrt{\bar{u}^2}}{U} \cdot 100 \quad (1)$$

مقداری بزرگتر شده است.



شکل (۱۲): منحنی تغییرات عدد استروهاال در پایین دست مدل مربعی برای زاویه 0° در فواصل مختلف در عدد $Re = 16667$



شکل (۱۱): منحنی توزیع شدت اغتشاش‌های جریان هوا در پایین دست مدل مربعی در زوایای مختلف الف: $x/a = 1$ ب: $x/a = 2/5$ در عدد $Re = 16667$

شکل (۱۳-الف)، منحنی تغییرات عدد استروهاال پایین دست مدل و در عرض آن را برای زاویه‌های 0° ، 12° و 43° در فاصله $x/a = 1$ نشان می‌دهد. مطابق شکل (۱۳-الف) هنگامی که زاویه مدل از 0° به 12° تغییر می‌کند، عدد استروهاال بزرگتر شده ولی ناحیه‌هایی که در آن فرکانس ریزش گردابه‌ها قابل اندازه‌گیری است به مقدار $0.4 \leq y/a \leq 0.7$ و $-0.5 \leq y/a \leq -0.6$ کاهش می‌یابد. همچنین با تغییر زاویه مدل به 43° ، عدد استروهاال کوچک‌تر شده و ناحیه‌هایی که در آن فرکانس ریزش گردابه‌ها قابل اندازه‌گیری نیز است، کاهش یافته و به ناحیه $0.4 \leq y/a \leq 0.7$ و $-0.8 \leq y/a \leq -0.6$ محدود می‌شود.

شکل (۱۳-ب)، منحنی تغییرات عدد استروهاال پایین دست مدل و در عرض آن را برای زاویه‌های 0° ، 12° و 43° در فاصله $x/a = 2/5$ را نشان می‌دهد. تغییرات عدد استروهاال همانند حالت $x/a = 1$ است با این تفاوت که ناحیه‌هایی که در آن فرکانس ریزش گردابه‌ها قابل اندازه‌گیری است برای زاویه 0° به مقدار $0.2 \leq y/a \leq 0.5$ و $-0.2 \leq y/a \leq -0.6$ ، برای زاویه 12° به مقدار $0.2 \leq y/a \leq 0.33$ و $-0.12 \leq y/a \leq -0.66$ و برای زاویه 43° به مقدار $0.3 \leq y/a \leq 0.7$ و $-0.23 \leq y/a \leq -0.5$ است.

هنگامی که $x/a = 1$ است، شدت اغتشاش‌های ناشی از مدل دارای دو مقدار بیشینه بوده که این مقادیر در زاویه 43° بیشترین و همچنین دارای فاصله بیشتری نسبت به یکدیگر می‌باشند. با افزایش فاصله از مدل مقدار بیشینه شدت اغتشاش‌ها کاهش می‌یابد. همچنین همان‌گونه که در شکل نشان داده شده است، هنگامی که زاویه مدل 43° است، توزیع شدت اغتشاش‌ها پهن‌تر است که ناشی از پهن‌تر شدن سطح مقطع مدل در برابر جریان است. به‌منظور تشخیص مکان‌هایی که در آن ریزش گردابه‌ها اتفاق می‌افتد، منحنی تغییرات عدد استروهاال در فواصل مختلف پایین دست مدل برای زاویه 0° در شکل (۱۲) نشان داده شده است.

هنگامی که $x/a = 1$ یا $x/a = 1/5$ است، در فاصله $0.3 \leq y/a \leq 0.5$ و $-0.3 \leq y/a \leq -0.5$ عدد استروهاال برابر 0.14 بوده و به عبارت دیگر فرکانس ریزش گردابه‌ها قابل اندازه‌گیری است. با افزایش فاصله از مدل در $x/a = 2/5$ ، این ناحیه $0.3 \leq y/a \leq 0.6$ و $-0.3 \leq y/a \leq -0.6$ خواهد بود که

• عدد استروهاال وابسته به زاویه جریان هوا نسبت به مدل است، در زاویه 12° ، عدد استروهاال بیشترین مقدار خود (۰/۱۷۶) را دارا بوده و در زاویه 43° کمترین مقدار خود (۰/۱۲۹) را دارا است.

• پروفیل سرعت در پایین دست مدل در زاویه های مختلف تقریباً مشابه بوده و در نزدیکی مدل علاوه بر ناحیه دنباله، ناحیه ای وجود دارد که سرعت محلی نسبت به سرعت آزاد بیشتر است. هنگامی که $x/a=1$ است، سرعت جریان در فاصله $y/a \geq 3/2$ یا $y/a \leq -3/2$ برابر سرعت جریان آزاد است، ولی هنگامی که $x/a=2/5$ است، در فاصله $y/a \geq 1/5$ یا $y/a \leq -1/5$ سرعت جریان برابر سرعت جریان آزاد خواهد شد.

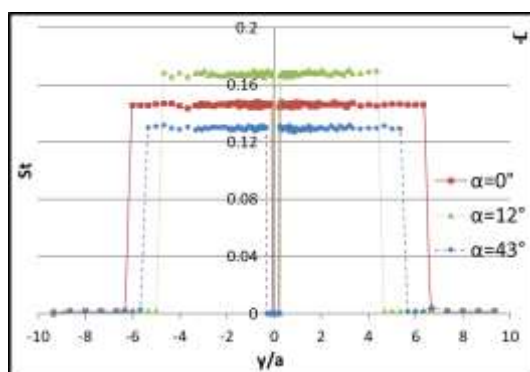
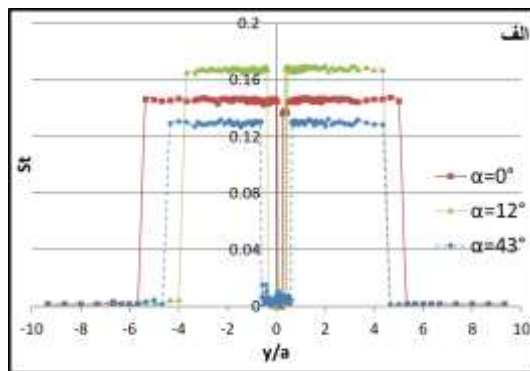
• توزیع شدت اغتشاش های جریان هوا نشان می دهد که در زاویه 0° ، شدت اغتشاش ها تا حدود ۰/۴۰٪ نیز افزایش می یابد. همچنین شدت اغتشاش ها متقارن است، ولی با افزایش فاصله عرضی این مقدار به شدت کاهش می یابد. هنگامی که $y/a \geq 2/2$ یا $y/a \leq -2/2$ شدت اغتشاش ها کمتر از ۰/۶٪ خواهد بود.

• توزیع عدد استروهاال نیز نسبت به محور مختصات متقارن بوده و برای حالتی که زاویه جریان 0° است در فاصله $0/3 \leq y/a \leq 6$ ثابت است و به عبارت دیگر فرکانس ریزش گردابه ها قابل اندازه گیری است. هنگامی که زاویه مدل 12° (بیشترین عدد استروهاال) و یا مدل در زاویه 43° (کمترین عدد استروهاال) باشد ریزش گردابه ها در فاصله کمتری قابل مشاهده است.

• برای طراحی و ساخت دبی سنج گردابه ای می توان از مدل مربعی در زاویه 43° استفاده نمود. در این زاویه فرکانس ریزش گردابه ها نسبت به زاویه جریان حساسیت کمتری دارد.

فهرست علائم

St عدد استروهاال



شکل (۱۳): منحنی تغییرات عدد استروهاال در پایین دست مدل مربعی در زوایای مختلف الف: $x/a=1$ ب: $x/a=2/5$ در عدد

$Re=16667$

نتیجه گیری

بررسی و شناخت جریان پایین دست مدل مربعی دارای اهمیت در مکانیک سیالات بوده و می تواند دارای کاربردهایی در ساخت دبی سنج داشته باشد. در این مقاله، جریان پایین دست مدل مربعی به صورت تجربی بررسی شده و نتایج آن به صورت خلاصه به شرح زیر است:

• ریزش گردابه ها، در پایین دست مدل با استفاده از روش FFT قابل اندازه گیری است که با توجه به این که اسیلگرام سرعت لحظه ای علاوه بر فرکانس حاکم دارای نویز است، نمی توان فرکانس ریزش گردابه ها را از طریق شمارش قله ها اندازه گیری نمود. نتایج نشان می دهد که عدد استروهاال ریزش گردابه ها مستقل از عدد رینولدز در بازه ۱۵۰۰ الی ۱۹۰۰۰ است و در زاویه 0° برابر ۰/۱۴ است.

عدد رینولدز	Re	f_m	فرکانس دارای بیشترین دامنه
طول ضلع مدل مربعی	a	%TU	درصد شدت اغتشاش‌ها
فرکانس ریزش گردابه‌ها	f	$\dot{u}$	اغتشاش‌های طولی جریان هوا
لزجت سینماتیکی	ν	u	سرعت محلی جریان
فاصله از مبدأ مختصات مدل در جهت	x	U	سرعت جریان آزاد
جریان		α	زاویه جریان با مدل مربعی
فاصله از مبدأ مختصات مدل در جهت	y		
عمود بر جریان			

مراجع

1. Ardekani M. A, "Air flow measurement in experimental fluid mechanics", *Iranian Research Organization on Science and Technology*, Tehran, (2014).
2. Miller, R.W. "Flow measurement engineering handbook", *the University of Michigan*, United States, (1983).
3. Ardekani M. A, "Hot-Wire Anemometer", *Iranian Research Organization on Science and Technology*, Tehran, (2006).
4. Okajima, A. "Strouhal numbers of rectangular cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, No123, pp. 379-398, (1982).
5. Nakamura, Y. and Ohya, Y. and Ozono, S. and Nakayama, R. "Experimental and numerical analysis of vortex shedding from elongated rectangular cylinders at low Reynolds numbers 200-10³", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol 65, No 1-3, pp. 301-308, (1996).
6. Matsumoto, M. "Vortex shedding of bluff bodies: a review", *Journal of Fluids and Structures*, Vol 13, No 7-8, pp. 791-811, (1999).
7. Kelkar, K.M. and Patankar, S.V. "Numerical prediction of vortex shedding behind a square cylinder", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol 14, No 3, pp. 327-341, (1992).
8. Sen, S. and Mittal, S. and Biswas, G. "Flow past a square cylinder at low Reynolds numbers", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol 67, No 9, pp. 1160-1174, (2011).
9. Sharma, A. and Eswaran, V. "Heat and fluid flow across a square cylinder in the two-dimensional laminar flow regime", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol 45, No 3, pp. 247-269, (2004).
10. Singh, A. and De, A. and Carpenter, V. and Eswaran, V. and Muralidhar, K. "Flow past a transversely oscillating square cylinder in free stream at low Reynolds numbers", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol 61, No 6, pp. 658-682, (2009).
11. Sahu, A.K. and Chhabra, R. and Eswaran, V. "Two-dimensional unsteady laminar flow of a power law fluid across a square cylinder", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol 160, No 2-3, pp. 157-

- 167, (2009).
12. Yen, S.C. and Yang, C.W. "Flow patterns and vortex shedding behavior behind a square cylinder", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol 99, No 8, pp. 868-878, (2011).
13. Swaminathan, M. and Rankin, G. and Sridhar, K. "A note on the response equations for hot-wire anemometry", *ASME, Transactions, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 108, p. 115-118, (1986).
14. Ardekani, M. "Hot-wire calibration using vortex shedding", *Measurement*, Vol 42, No 5, pp. 722-729, (2009).

quality of resulting volume mesh. Gradual refinement is necessary for the near-wall region where high velocity gradients and boundary layer are present. A structured grid is used to

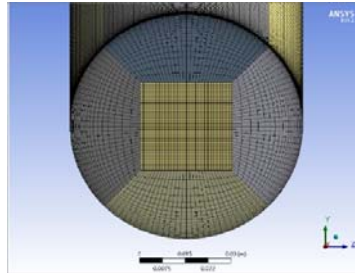


Figure 3. Elbow cross-section meshing

mesh the surface of the cross-section. Finally, the hexahedral structured mesh is adopted to mesh the whole volume.

4. Finite Element Analysis of Elbow

First, the erosion-corrosion contour in non-welded Conditions is examined for an elbow with a diameter of 3 inch (Figure 4).

As can be seen, the highest amount of corrosion is related to the elbow part of the pipe. The maximum amount of corrosion in the whole pipe in this case is equal to 0.00345 mm/kg. When under the same conditions the amount of elbow corrosion is taken into account, considering 3 mm of overflow penetration, this amount increases to 0.00712 mm/kg according to the simulation results in this study.

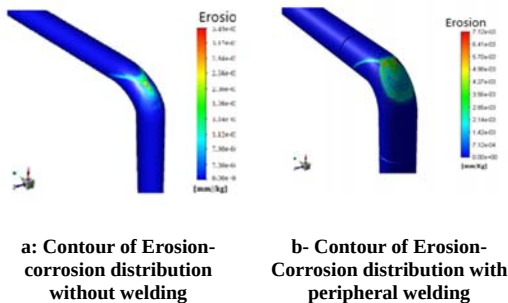


Figure 4. Contour of Erosion-Corrosion in two modes without welding and considering the circumferential welding

In addition, the rate of particles would increase when elbow is studied with circumferential welding. When the solid particles hit the wall of the pipe at angles of 47-degrees and 58 degrees, the most erosion-corrosion occurs in the elbow when exposed to the welding. This rate has an upward trend between angles 0 to 60 and decreases sharply between 60 and 90. Meanwhile, the speed of movement of solid particles and, of course, the amount of their impact on the wall of pipes and fittings significantly reduced

According to Figure 5, the accumulation of particles in the weld state compared to without welding for the elbow indicates a zigzag motion in which the particles hit the elbow wall and continue on their way. The difference in this case is only the volume of particles moving along this path.

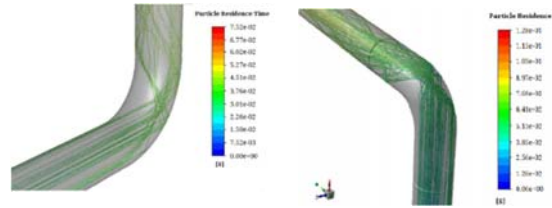


Figure 5. The path of particles in two modes without welding and considering the circumferential welding

5. Conclusion

According to the results, the amount of corrosion in the elbow with peripheral welding to study the standard welding amount of 3 mm is a natural problem in Iran and according to the type of gas, the penetration of welding must be above the standard to be acceptable. Due to the pollution of natural gas in Iran with solid particles and considering that the analysis of gas according to previous researches shows the presence of water in the gas fluid, the same amount of corrosion in the presence of water exposes the pipe material which is carbon steel to corrosion. In addition, due to the acceleration of gravity, the amount of corrosion in the case of peripheral welding is shown at two points, one is welding the lower part of the joint and the other is the elbow of the joint, while in previous welding studies erosion of the upper elbow curve is not well predicted.

Numerical Simulation of Elbow Erosion with Circumferential Welding in Two-Phase Gas Flow

Farnaz Hosseini¹ Amir Homayoon Meghdadi²

Mohsen Davazdah Emami³ Ebrahim Mohseni⁴

Nasim Najari⁵

1. Introduction

Sand produced with liquid oil and gas in oil wells, despite the filtration of transmission pipelines, is transported to the downstream points and for various reasons, including lack of proper cleaning, these particles get stuck inside the pipe and will be problematic. Because they will cause pressure drop, pipe blockage and erosion and will cause financial losses. When a particle hits the surface, it injures the surface. The shapes of these scratch depend on many parameters, including surface material, particle size, and impact angle. On the other hand, when the piping connections of the station like elbows have circumferential welds, the erosion-corrosion is created in the connections, so welding is very important for this system. When the internal pressure of a system is very high, it has higher welding, rating and reliability than other connections. The most common welding method in gas pressure reducing stations is butt welding, in which the ends of two joints are machined to form a gap at the joint. This gap is filled when the welding material is mixed together to form a desired joint. The joint edge is prepared for welding according to its thickness. For low thicknesses, welding is best done with square edges, and for larger thicknesses, proper welding is achieved when the connection edges are chamfered.

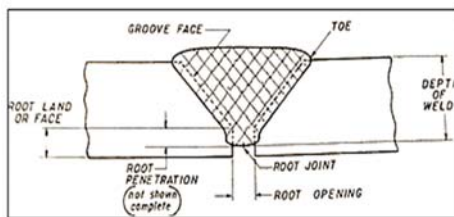


Figure 1. Details of butt groove welding

Calculation of erosion-corrosion rate of welded joints is based on the internal geometry of the weld. The geometry of the weld determines the strength of the weld against corrosion. In this study, the first case, i.e., the presence of solid particles in the gas fluid was explored. Erosion seems to be dependent on the following nine basic parameters:

- 1) Type of material: For brittle materials, the mechanism of cracking is due to surface fatigue and the formation of microcracks, and for soft materials, the wear mechanism is due to the impact. (According Figure 2).



Figure 2. Macrograph of corrosion scars caused by different angles of contact of solid particles

- 2) Particle impact angle: The critical angle is about 90 degrees for brittle materials and about 15 to 30 degrees for soft materials (as shown in Figure 5).
- 3) Items related to design: such as the amount of elbow radius - headers and splits
- 4) The amount of accompanying sand in the fluid: based on the percentage of weight of associated sand / total fluid weight;
- 5) Particle collision speed;
- 6) Fluid velocity;
- 7) Fluid corrosion rate;
- 8) Fluid viscosity;
- 9) Fluid density.

2. Simulation Modeling

The CFD-based erosion modeling includes three main steps:

- the continuous phase
- flow field
- simulation, particle tracking and erosion calculation.

The gas is treated as a continuous phase and solved by Navier-Stokes equations. The particles are treated as a discrete phase and solved by Newton's second law. Additional two- way coupling is applied between the continuous phase and discrete phase.

3. CFD Modeling

The commercial software ANSYS FLUENT is adopted to conduct the numerical simulations. A database of the Zamany (2017) is employed in this work to investigate the preformed erosion model. Zamany (2017) studied the erosion of long radius elbows without any welding part. The test piece was a 90° elbow with a diameter of 3 inch. Figure 3 shows the 3-D computation mesh used in the simulation. Meshing consist of two parts: surface meshing and volume meshing. The surface mesh was carefully generated due to its important effect on the

¹Corresponding Author: Department of mechanical engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

Email: Farnazhosseini2014@gmail.com

² Aerospace and energy conversion Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

³ Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

⁴ National Iranian Gas Company, Isfahan Province Gas Company, Isfahan, Iran.

⁵ National Iranian Gas Company, Isfahan Province Gas Company, Isfahan, Iran.

To find the effect of centralized mass displacement, the codes written in MATLAB software are executed for the distance from the center of mass to the base of the arrow. This is because the mass transfer focuses on natural frequencies and this affects the values of damping coefficients. In this case, the analysis is examined in the immortal state.

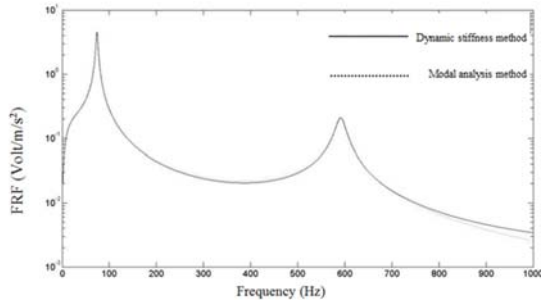


Figure 2. FRF Voltage to acceleration ratio by two methods of dynamic stiffness and modal analysis method with the effect of two frequency modes

The results show changes in the first natural frequency in terms of the distance of the concentrated mass from the base. Accordingly, the farther the concentrated mass is from the base, the lower the natural frequency of the first. The first natural frequency for concentrated mass at a distance of 0.5 mm from the base of the beam is 127.8Hz, which gradually decreases to a distance of 15 mm from the base, decreasing the first natural frequency with a very slow slope.

In connection with changes in the natural frequency of the second beam relative to the distance of the concentrated mass from the base, as in the first natural frequency, the natural frequency decreases at a very slow slope at first, but with increasing mass distance from the base, this process occurs rapidly. According to results, the second lowest natural frequency at a distance of 26 mm is the concentrated mass from the moving base and the value is 560.1Hz. According to results, it is shown that the second natural frequency has an intermittent relationship with the concentrated mass distance, during which the second natural frequency value is 771.6Hz at 4mm and 46mm mass distances from the beam.

Because most of the vibrations that can be picked up from the environment occur in the low frequency domain, the low frequency of the beam intensification can be a great help to the amount of energy harvested. Therefore, regardless of the amount of energy harvested, the installation of a concentrated mass at the end of the beam can be useful for such consumption.

The maximum power output is a determining parameter in concentrated mass displacement. Therefore, for the first two modes, the maximum ratio of the output voltage to the ground acceleration in terms of the distance from the concentrated mass to the ground is shown in Figure 3. According to the figure, it is clear that the maximum voltage-to-acceleration ratio of the

base occurs around the first resonant frequency for a distance of 38 mm from the concentrated mass to the base, which is $8.622 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$. Moreover, there is the lowest ratio of output voltage to base acceleration at the closest point of concentrated mass to base and its value is $6.125 \frac{\text{volt}}{\text{m/s}^2}$.

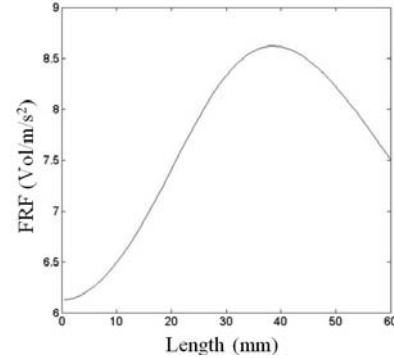


Figure 3. Output voltage ratio on base acceleration at first resonant frequency in terms of distance from concentrated mass to beam base

4. Conclusion

In this study, a dynamic stiffness method was developed for a single beam engaged with a uniform cross section with a concentrated mass. This method is based on accurate solution. Newton's approach was used to obtain the relationships in which the output voltage amplitude was a function of the slope at the beginning and end of the beam and these two parameters were obtained with the help of the dynamic stiffness matrix of the beam. Moreover, the electrical output was obtained by using the modal analysis method for a mode up to five modes. They kept their distance. One of the main aims of this research was to investigate the effects of focused mass displacement on electrical output and natural frequencies of the system in the immortal state by dynamic stiffness method. Results showed that systems whose concentrated mass was closer to the base had a larger natural first frequency and the lowest natural first frequency was obtained for the concentrated mass at the tip of the beam. But the changes of the second natural frequency were periodically related to the distance of the concentrated mass from the base, so that the highest value of the second natural frequency for the mass position at 46 mm was obtained from the base, and the lowest for the concentrated mass at 26 mm from the base. Then the ratio of output voltage to base acceleration for concentrated mass at different distances was investigated. The highest output at the first resonant frequency was obtained for the concentrated mass at a distance of 38 mm from the base, but the highest output at the second resonant frequency was obtained for a system with a concentrated mass at a distance of 16 mm from the base. Therefore, if the maximum output voltage needs to be removed, 16mm or 38mm concentrated mass distances from the base were suggested.

The Electric Response of Piezoelectric Beam Using Dynamic Stiffness Method

Majid Jabbari¹

Bijan Ahmadi²

1. Introduction

The process of extracting energy from the environment and converting it into usable electrical energy is called energy harvesting. With the recent advances in technology in everyday life, the demand for portable and low-consumption electronic devices is increasing. Among the various mechanisms for converting mechanical energy into electricity (such as electromagnetic, piezoelectric, and electrostatic), the piezoelectric mechanism due to its ease of use, having the inherent property of electromechanical connection and high power density, received the most attention. There are a lot of data and review articles on this subject. Energy harvesting sources can be categorized from two perspectives. The first view is to consider the source of this energy, which can be human and environmental, and the second view is the type of energy such as kinetic and thermal energy that is converted into electricity.

The sources can be classified into three types: radiant, thermal, and mechanical. Recently, however, biochemical sources including glucose and fueling reactions have been added to the list. The electric field includes centralized parameters such as resistance and capacitor. So the only requirement is to obtain centralized parameters expressing the mechanical field. For this reason, modeling a degree of freedom is a convenient approach to modeling in which mechanical equilibrium and electrical ring equations are interconnected through structural equations. The one-degree-of-freedom model can be based on centralized parameters used in the study of energy conversion mechanisms for micro electromechanical systems. An extensive review of common energy harvesting technologies and energy sources reveals that higher potential power densities are obtained from piezoelectric. In this study, the focus is on modeling and analysis of one of the most common means of mechanical energy harvesting, namely a piezoelectric beam. The mentioned beam is in two shapes and has a uniform cross section and its analysis is done by dynamic hardness method. Also, with the help of this method, the maximum output voltage is obtained by finding the best place for the concentrated mass.

2. Dynamic Stiffness Method

The dynamic stiffness method is a powerful method for deriving the frequency response function of a structural element with a uniform cross section and combining such elements. The dynamic stiffness matrix of an element is based on the exact solution of the wave equation, so it requires fewer elements than the finite

element method to analyze uniform beams, which results in a more accurate solution for high excitation frequencies. Also, the dynamic stiffness matrix of a beam can be used to model beams with different boundary conditions and to combine beams with uniform cross-section, which is a great advantage of this method over the modal analysis method.

Dynamic hardness and modal analysis methods are shown for Figure 1. The uniform configuration of the bimorph is modeled as a uniform beam. Since commonly involved piezoelectric energy pickers are often designed and manufactured as thin beams, and most bimorph beams are thin structures, it seems reasonable to assume that the beam is the Bernoulli Euler type. The piezoelectric layers and the ground are well bonded, and the electrodes that extend along the entire length of the beam are flexible and have a negligible thickness compared to the thickness of the entire beam.

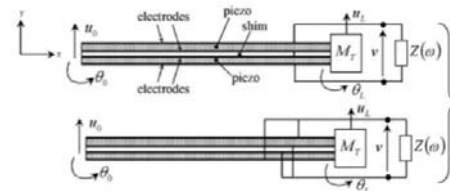


Figure 1. Bimorph beam of energy harvesting in series and parallel connection

3. Results

The damping ratios for the first two modes are $\zeta_1 = 0.0166$ and $\zeta_2 = 0.0107$ concentrated mass values $M_T = 0.5m_b$, respectively.

Using MATLAB software, programming to obtain electrical and mechanical answers for dynamic stiffness and modal analysis has been achieved. In the modal analysis method, one to five modes are used for solving. According to results, modal analysis with a solved mode, a good approximation of the frequency response function (FRF) obtains the maximum output voltage in terms of base acceleration in the first frequency range, which differs by 1.4% from the dynamic stiffness method. The resonant frequency in the dynamic hardness method is 73.77Hz, but in the modal analysis method it is 73.98Hz. Also, the diagram of the modal analysis method after the excitation frequency of 150Hz is different from the diagram of the dynamic hardness method. In the case of modal analysis with two modes, according to Figure 2, around the second peak, a good approximation of the output voltage in terms of base acceleration is obtained, which is 2.26% different from the dynamic stiffness method. Similarly, by solving the modal analysis method with more modes, the difference between the diagrams obtained from the dynamic stiffness method and the modal analysis method is reduced.

¹ Corresponding Author: Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Stone Research Center, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr/Isfahan, Iran.
Email: jabbari@iaukhsh.ac.ir

² Master, Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr/Isfahan, Iran .

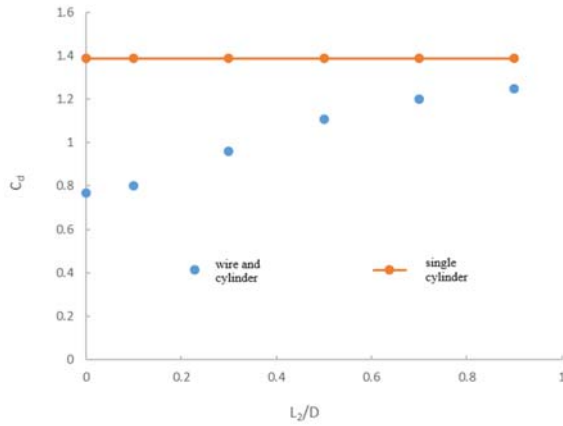


Figure 4. Drag coefficient variation with L_2/D at $Re=100$ and $d=0.3D$

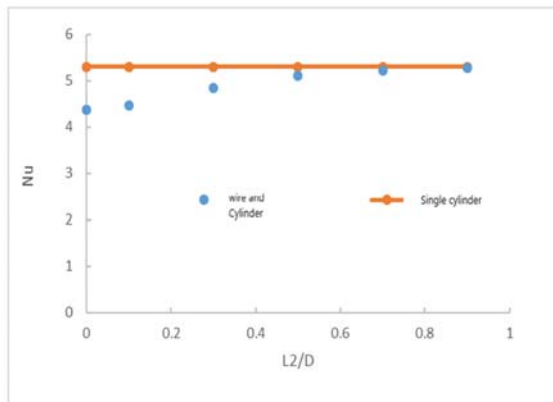


Figure 5. Nusselt number variation with L_2/D at $Re=100$ and $d=0.3D$

4. Conclusion

In this study, the effect of the presence of a control wire on the thermo-fluid characteristics of flow over a cylinder was investigated and analyzed at $Re=100$. The results showed that by increasing the horizontal distance of the control wire from the cylinder, the drag coefficients and Nusselt number changes slightly. Although the presence of wire reduces the drag coefficient and Nusselt number of the cylinder, by increasing the vertical distance, these parameters increase slightly and become closer to these parameters on the single cylinder. Investigation of the effects of wire diameter size on the heat-fluid parameters of a cylinder showed that by increasing the wire diameter in a fixed horizontal position, the drag coefficient of the cylinder decreases. The increase of the low-pressure area in front of the cylinder and the decrease of the pressure difference between the two sides of the main cylinder, and as a result, pressure drag forces decreases. The pressure drag force is the main part of total drag force. In addition, heat transfer rate and mean Nusselt number increase in this state according to the same reason. Results showed that there is not any vortex between two cylinders up to the $h=8D$ while the first cylinder is

stationary. While the first cylinder starts to sinusoidal oscillation with amplitude 0.25, the vortices create. In other words, the oscillation of the wire accelerates the creation of vortices in the space between the cylinder and the wire.

Numerical Simulation of the Heat-Fluid Flow Behavior Around the Cylinder with the Controller Wire

Syad Esmail Razavi¹ Tohid Adibi²

Ehsan Abbasi Tabrizi³

1. Introduction

The study of fluid flow and heat transfer on various objects is widely used in engineering industries such as heat exchangers, construction, and nuclear reactor pipes. External flows over solids with different shape cause a region with some vortices. This region is created after separation point. Therefore, the control of separation point is very important for flow over different objects as airplanes, vehicles, etc. In this study, the results for a single cylinder was validated by other research results. Then, the flow over two parallel cylinders in the stationary state and in the distance range of $1.5 < L/D < 4$ was simulated, and the critical distance between the two cylinders was obtained between 3.5 and 4. Then the influence of the oscillating cylinder on the flow pattern was investigated. The distance between the two cylinders was $L/D = 2$, Reynolds number was 100, and the amplitude of oscillation (A/D) was considered 0.3 according to previous studies. Also, the relative frequency ($F = f/f_s$) varied from 1.5 to 7.

2. The Governing Equations and Solving Method

According to the considered Reynolds number, the flow regime is laminar flow with heat transfer. The governing equations are the Navier-Stokes equations with the energy equation, which are solved numerically in this paper. In the final part of this paper, the upstream cylinder has a vertical motion with this equation.

$$Y(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \quad (1)$$

where A is the Oscillation range, f_0 is the Forced oscillation frequency and t is the time. Laminar Flow over two cylinders was simulated in this work. The flow domain and its boundary conditions are shown in Figure 1.

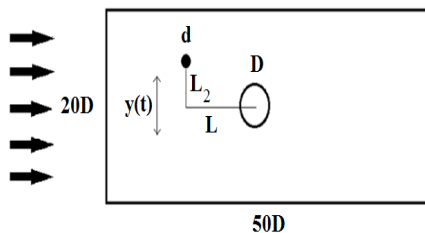


Figure 1. The flow domain and its boundary conditions

Flow enters horizontally from the channel input and exits at the end. The velocity and temperature were given

at the inlet as boundary conditions. These are constant and do not change in y direction. The velocity is considered zero at walls according to the non-slip condition. The walls are considered insulated. The relative pressure is considered zero at the outlet as another boundary condition. All boundary conditions are steady and do not change during time. The triangle unstructured grids are used for numerical simulation in this work. The generated grids are closed to each other in the boundaries for more accuracy.

3. Results and Discussion

Flow over two cylinders were simulated in different boundary conditions. The streamlines, isotherms, the place and shape of vortices were obtained by numerical simulations and are displayed in different figures. Moreover, drag coefficient and Nusselt number in each simulation were calculated and compared with those of single cylinders. Figures 2 to 5 are examples of these results.

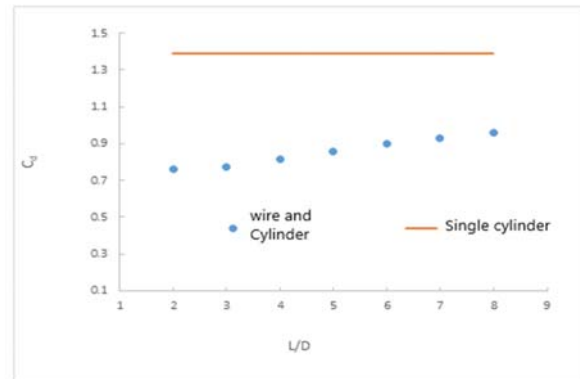


Figure 2. Drag coefficient variation with L/D at $Re=100$ and $d=0.3D$

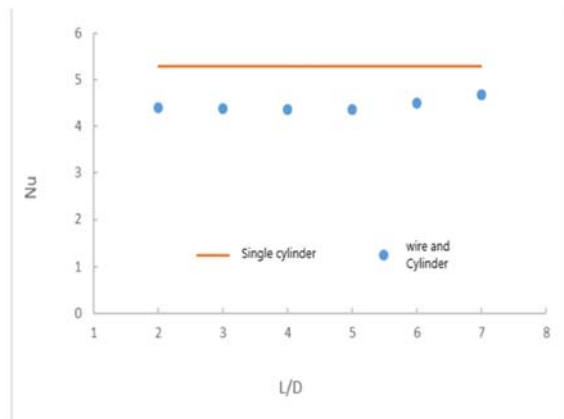


Figure 3. Nusselt number variation with L/D at $Re=100$ and $d=0.3D$

¹ Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

² Corresponding Author: Department of Mechanical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran.
Email: tohidadibi@ubonab.ac.ir

³ Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

The control torque should be applied to the robot is considered as Equation (3).

$$\tau = \left(\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22} - M_{12}} \right) (\ddot{\alpha}_d - k_v (\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d) - k_p (\alpha - \alpha_d)) + \frac{M_{22}N_1 - M_{12}N_2}{M_{22} - M_{12}} \quad (3)$$

where, α_d represents the desired time function of rotational motion of the sphere shell, k_v and k_p are respectively, the positive derivative and proportional control coefficients of the system. By applying this control torque to the robot, control equation of system is determined as Equation (4).

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = 0 \quad (4)$$

where, $e = \alpha - \alpha_d$ is the time function of the shell rotation error angle relative to the desired condition. By selecting positive values for the control coefficients, the response of Equation (4) exponentially converges to zero.

4. Simulation Results

In this section, the numerical simulation of the controlled motion of a spherical robot on an inclined surface is conducted by considering a desired time function for the rotational motion of the robot shell as Equation (5).

$$\alpha_d = \sin(0.2t) \quad (5)$$

Assuming two percent error for the values of all the physical parameters of the robot, applying the disturbance torque 1.5 N.M to the spherical shell, and selecting the undesirable initial conditions corresponding to the rotation angle 0.5 rad, we examined the performance of the controller in creating a resistant response that follows the predetermined desirable trajectory. Based on the type of controller function and the characteristics of the transient error response and considering the saturation limit of the actuator, for k_v and k_p , the value of 20 is selected using the trial and error method. The simulation results in this case, including the shell rotation angle diagram and error angle diagram, are presented in Figures 3 and 4.

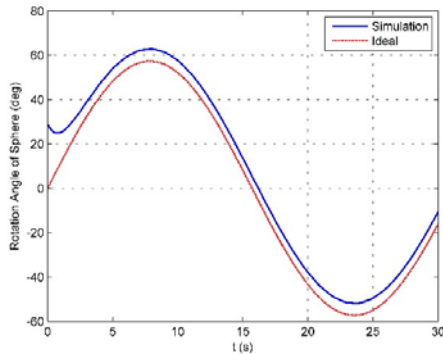


Figure 3. Rotation angle of the spherical robot in comparison with the ideal angle

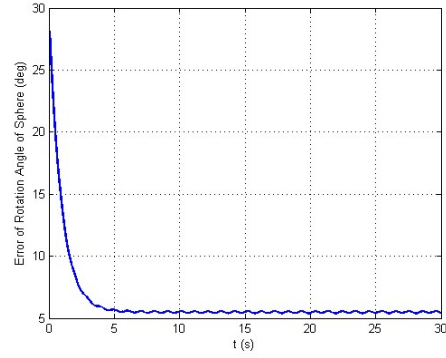


Figure 4. Diagram of spherical shell rotation error relative to the desired condition

As shown in Figures 3 and 4, in spite of presence of parametric and structural uncertainties for system, the rotation angle of the spherical robot has been controlled as it follows its ideal time function with a small permanent error. It is necessary to mention the required torque of actuator during movement of robot has not exceeded the assumed saturation limit.

5. Conclusion

In this study, dynamic modeling and planar motion control of a spherical pendulum robot on an inclined surface were performed. For this purpose, first, the planar motion of robot was modeled and by selecting two generalized coordinates such as shell rotation angel (α) and pendulum rotation angle (φ), the dynamic equations of the two-dimensional motion of robot on inclined surface were derived using Lagrange method. Due to the lack of number of actuators compared to the number of degrees of freedom of the spherical robot, controlling the robot was challenging in establishing stability. Therefore, a nonlinear controller was designed using a feedback linearization method. Then, considering the initial conditions that did not conform the trajectory, the parametric uncertainty as well as the disturbance torque on the system, the controller resistance was evaluated in presence of these uncertainties. The results were obtained in such unstable conditions indicated the proper performance of the controller in following the desired time trajectories determined for the rotation angle of the spherical shell while moving on the inclined surface. Furthermore, the design of this nonlinear controller makes it possible to use a motor with the torque under saturation limit for the robot. This issue (torque saturation limit of actuator) is one of the most important limitations in the design of spherical robots.

Nonlinear Control of Motion of a Spherical Robot on Inclined Surfaces Based on Feedback Linearization Method

Mohamad Aalipour¹ Ali Mokhtarian²

Hasan Karimpour³

1. Introduction

The spherical robot is referred to as spherical mobile robots equipped with an internal actuating mechanism that moves on the ground due to the rolling of their external shell. These robots have special benefits compared to other mobile robots. They have only one contact point with the surface. This point allows robot to move with minimum friction and the least energy. Their spherical shell provides a proper space to embed the internal components and protects them from damage and dust. Hence, this robot is often used in space research and exploration of military and unknown areas. To date, extensive researches have been carried out on the design, simulation and control of spherical robots.

In the present study, the two-dimensional motion of a spherical pendulum robot on an inclined surface is controlled. In this regard, first, dynamic modeling and extraction of two-dimensional motion equations of pendulum-driven spherical robot on an inclined surface, then, designing a nonlinear controller and simulation of robot motion in MATLAB software are performed. Furthermore, considering the parametric and structural uncertainties for the system, the performance of controller is evaluated. It should be noted that due to the lack of number of actuators in this robot, a nonlinear controller based on a special feedback linearization method is designed.

2. Structural Model of Spherical Robot

Spherical robot studied in this paper is pendulum type. The main components of this spherical robot are the motor, the external shell, the internal components of the robot, and the pendulum (Figure 1). The motor is located at the joint between the pendulum and the internal components of the robot, and by creating the rotations for the pendulum in two directions and changing the position of the center of mass of the spherical robot, the robot moves in forward and lateral directions.



Figure 1. Structure of a spherical pendulum robot

However, in this study, only the robot's forward motion without considering the possibility of lateral motion, using the pendulum rotation in one direction during a two-dimensional motion, has been analyzed and controlled.

3. Modeling and Designing of Controller

To dynamic analysis, the two-dimensional motion of a spherical robot on an inclined surface is considered (as shown in Fig. 2). According to Figure 2, α is the shell rotation angle, φ is the pendulum rotation angle, and γ is the slope angle of inclined surface.

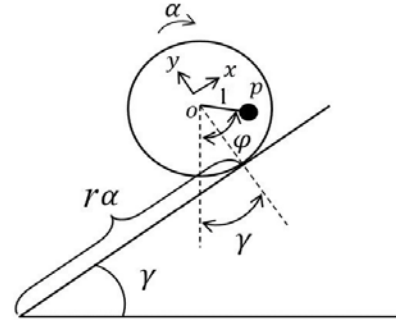


Figure 2. Moving the spherical robot on inclined surface

We consider α and φ as the system generalized coordinates and the equations of motion of the robot are derived in terms of these two coordinates and their derivatives. The matrix form of the motion equations can be expressed in the form of Equation (1).

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

where, τ is torque of motor. Given the main control variable of the robot, i.e., α , τ can be expressed as Equation (2).

$$\tau = \left(\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22} - M_{12}} \right) \ddot{\alpha} + \frac{M_{22}N_1 - M_{12}N_2}{M_{22} - M_{12}} \quad (2)$$

1. Mohammad Aalipour, MSc graduate, Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr/Isfahan, Iran.
2. Corresponding Author: Ali Mokhtarian, Assistant professor, Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr/Isfahan, Iran.
Email: mokhtarian@iaukhsh.ac.ir
3. Hossein Karimpour, Assistant professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

directly by reducing the tracking error. This is done by modifying the parameters and the controller gains, based on the tracking error. The controller's goal is to reduce the tracking error, not necessarily the parameter estimation error. However, if the inputs are rich enough, the correct values of the parameters will also be obtained in the estimation.

5. Simulation Results

In this section, the simulation results of the feedback linearization controller and the adaptive variable pitch quadrotor feedback linearization controller are presented.

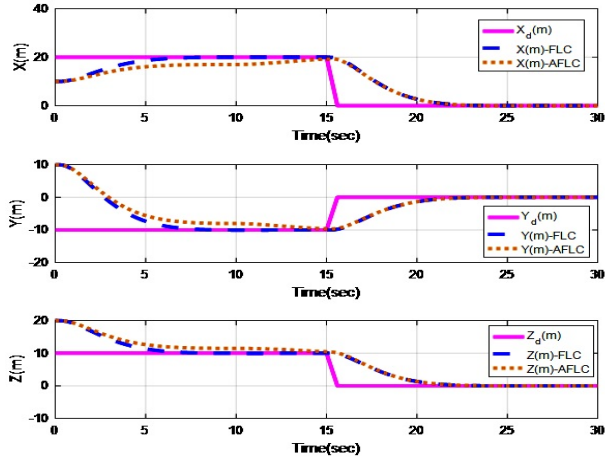


Figure 2. Position tracking with feedback linearization control and adaptive feedback linearization control

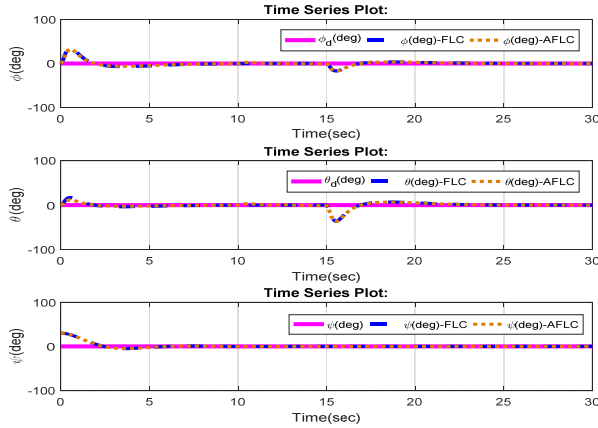


Figure 3. Attitude tracking with feedback linearization control and adaptive feedback linearization control

As can be seen in Figures 2 and 3, tracking is well done by both controllers.

6. Conclusion

In this paper, a variable pitch quadrotor's flight and control was analyzed. Compared to a fixed pitch quadrotor, these capabilities greatly increase the

possibility of aggressive and acrobatic maneuvers, which indicates improved performance.

In the continuation of this article, feedback linearization and direct adaptive feedback linearization controllers were introduced. The designed feedback linearization controller has a good performance and the tracking of the position and attitude of the variable pitch quadrotor is done correctly using this controller. The introduced direct feedback linearization controller also automatically changes the parameters to achieve accurate tracking. Using Lyapunov's theory, it is proved that this controller is stable. The simulation results show that the adaptive strategy allows the quadrotor to follow variable time attitudes and altitude commands more accurately compared to non-adaptive linearization feedback controllers in the presence of disturbances or parameter errors. The adaptive approach has also had favorable results for tracking the position and attitude of the variable pitch quadrotor. Finally, the results of feedback linearization and adaptive feedback linearization controllers are compared with PID controller that it is shown adaptive linearization feedback and linearization feedback controllers have a better performance in reference tracking and reducing tracking errors.

Moreover, the results of feedback linearization and adaptive feedback linearization controllers with sliding mode and adaptive sliding mode controllers are also compared in quadrotor mass change conditions which show that adaptive feedback linearization controllers and adaptive sliding mode controllers have a high accuracy in reference tracking and little error in position and attitude tracking. This indicates that they performed better than the non-adaptive mode.

Variable-Pitch Control of a Quadrotor using Feedback Linearization Controller and Direct Adaptive Feedback Linearization Controller

Maryam Mosalsal¹ Mahdi Khodabandeh²

1. Introduction

Due to their small dimensions, vertical takeoffs and landing and significant capabilities in various flight maneuvers, as well as extensive operational applications, quadrotors have been the focus of scientific research.

Depending on the specific desired applications which users need, different modeling and appropriate selection of design control tools seem necessary. In turn, controlling quadrotor needs a proper control to: 1. achieve stability, robustness and desired dynamic properties, 2. have the ability to do nonlinear control, and 3. have the ability to adapt to changing parameters and environmental changes. The aim of this research is to propose a control method that allows different states of quadrotors to be converged to an arbitrary set of variable time reference states.

The fixed pitch quadrotor has been the focus of scientific studies because of having a simpler dynamic structure than other models. This kinds of quadrotors, despite their relative simplicity, create limitations such as shortening the flight time and various maneuvers.

Limited research has been conducted on the variable pitch quadrotor. The present research studies the development of a dynamic flight model for the variable pitch quadrotor. BET theory combined with Momentum theory is used to estimate the thrust and torque of each of the rotors as the blade's angular performance to develop a simple fly-out mechanical model and feedback linearization and direct adaptive feedback linearization controllers are used to control the variable pitch quadrotor. In general, this study addresses two issues: 1. creating a dynamic model for variable pitch quadrotor; 2. designing a feedback linearization and adaptive feedback linearization controller for stabilizing and tracking paths against changes in the system model.

2. Specifications of Variable Pitch Quadrotor

Firstly, the meaning of variable pitch in variable pitch quadrotor is discussed. The term pitch is taken from the distance between two teeth of a screw, so that with a rotation of the screw by one tooth along the axis perpendicular to it, the movement occurs by one pitch. In systems with rotating propellers like quadrotor, the pitch is obtained from the angle of the quadrotor propellers

relative to each other. In fixed pitch quadrotor, it is not possible to change the angle of the rotor propellers, and the angle of the rotor propellers is fixed, and the movement of the quadrotor can be controlled only by increasing or decreasing their speed. However, the variable pitch means that it is possible to change the angle of the rotor propellers. In a variable pitch quadrotor, the speed of the rotors is constant and the movement of the quadrotor is controlled by changing the angle of the rotor propellers.

Features resulting from the addition of variable pitch propellers to the quadrotor include:

1. Wider control bandwidth;
2. Significant increase in flight duration;
3. Possibility of creating reverse force by rotors.

In Figure 1, the rotor structure with variable pitch propellers is shown.

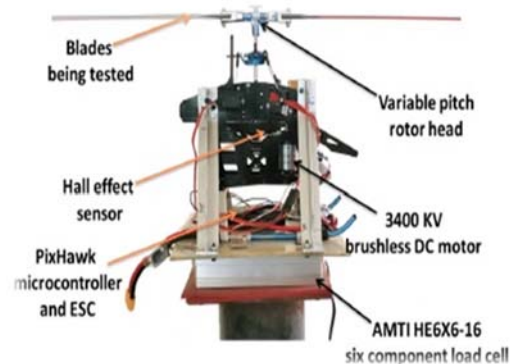


Figure 1. The rotor structure with variable pitch

3. Modeling the Variable Pitch Quadrotor

In this section, the variable pitch quadrotor control method, which is significantly different from conventional quadrotor based on fixed pitch propellers, is firstly investigated and the Newton-Euler equation of six degrees of freedom (Six-DOF) of variable pitch quadrotor is derived.

4. Controller Design

In this section, the design of the feedback linearization controller to control the variable pitch quadrotor is discussed. Since the precise elimination of nonlinear dynamics, as required in feedback linearization, is difficult in practice and in addition system parameters can be variable in time. To do this, a direct nonlinear adaptive control method is proposed. The asymptotic stability of this method has been proved by a variable based on Lyapunov theory. The adaptive method improves the performance of the feedback linearization

¹ MSc, Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.

² Corresponding Author: Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran. Email: khodabandeh@hut.ac.ir

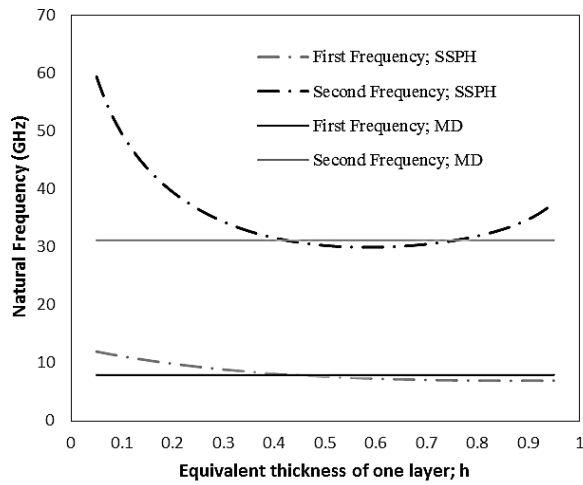


Figure 2. Variations of the first and second frequencies of bilinear graphene versus the equivalent thickness of one layer, for bending rigidity of 2.14 eV

In Figures 3 and 4, the first and second frequencies of bilinear graphene obtained using the SSPH method for various lengths are compared with those obtained using the multi-beam shear model (MBSM) and GDQM. These figures show excellent agreements between the SSPH results and those obtained by the MBSM for both the first and second frequencies and for all lengths.

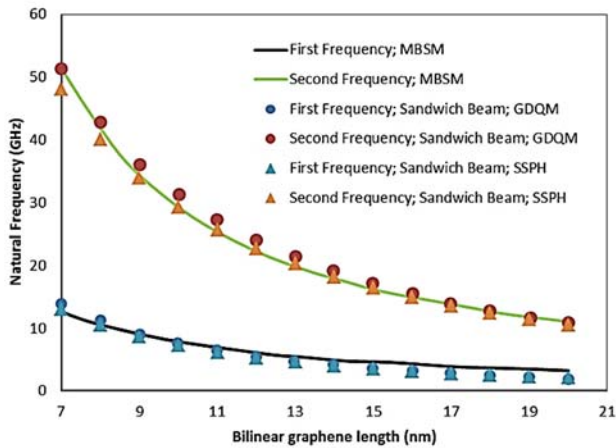


Figure 3. Variations of the first and second frequencies of bilinear graphene versus its length, for bending rigidity of 1.61 eV

The obtained results show that solving the sandwich beam model by SSPH leads to closer results to MD simulations than the GDQ method. The discretizing the domain by using SSPH leads to better results than GDQM.

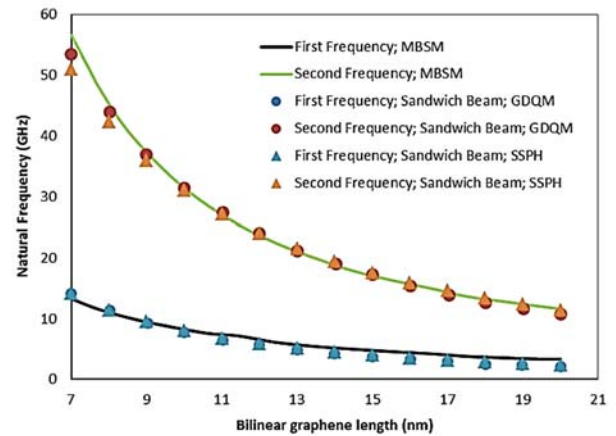


Figure 4. Variations of the first and second frequencies of bilinear graphene versus its length, for bending rigidity of 2.14 eV

4. Conclusion

In this study, the symmetric smoothed particle hydrodynamics (SSPH) as a meshless method was explained in detail. Free vibration analysis of bilayer graphenes with interlayer shear effect was modeled. The bilayer graphene was modeled as a sandwich beam with free-clamp end condition. To obtain the governing equations, each graphene layer was modeled based on the Euler-Bernoulli theory and in-plane displacements were also considered in addition to the transverse displacement. It was also assumed that the graphene layers do not have relative displacement during vibration. The results obtained by the sandwich beam model solved by SSPH method, include the first two natural frequencies of the bilayer graphenes. These results were validated by the molecular dynamic and compared with the generalized differential quadrature method (GDQM) and multi-beam shear model (MBSM) results reported in the literature. The results showed that for higher bending rigidities, sandwich beam model and MBSM match good with molecular dynamic (MD) simulation. Descretizing the sandwich beam domain using SSPH rather than other methods such as GDQM, leads to better results. This study showed that the SSPH meshless method can be used as an efficient method in vibration analyses.

Application of SSPH Method in Free Vibration Analysis of Graphene

Kourosh. Mohammadi¹

Hasan Shokrollahi²

1. Introduction

The meshless methods are developed to overcome some disadvantages of other numerical methods like finite element method. These methods do not need elements for discretizing domain, use approximate functions, and discrete nodes for estimating functions. These methods do not suffer from the mesh distortion problems that limit Lagrangian approaches based on a structured mesh when simulating large deformations.

The symmetric smoothed particle hydrodynamics (SSPH) is a meshless Lagrangian method that uses a particle interpolation method to compute smooth field variables. Each particle has a mass, Lagrangian position, Lagrangian velocity, and internal energy. Other quantities are derived by interpolation or from constitutive relations. The pseudo-particles move with the velocity of the continuum, but not associated with a grid and consequently do not have fixed connectivity.

Graphene, as a thin structure composed of sp²-bonded carbon atoms displayed in a honeycomb arrangement, has attracted significant attention due to its extraordinary mechanical, electrical, optical, and thermal properties and relatively low chemical production cost. There are different methods such as molecular dynamic (MD) simulation, continuum mechanics, and molecular mechanics, for static and dynamic analyses of multi layer graphenes.

In this study, the symmetric smoothed particle hydrodynamics (SSPH) as a meshless method is explained in detail. Free vibration analysis of bilayer graphenes with interlayer shear effect is modeled. The bilayer graphene is modeled as a sandwich beam with free-clamp end condition. To obtain the governing equations, each graphene layer is modeled based on the Euler-Bernoulli theory and in-plane displacements are also considered in addition to the transverse displacement. It is also assumed that the graphene layers do not have relative displacement during vibration. The results obtained by the sandwich beam model solved by SSPH method include the first two natural frequencies of the bilayer graphenes. These results are validated by the molecular dynamic and compared with the Generalized Differential Quadrature Method (GDQM) results reported in the literature.

2. Formulation and Solution Method

The bilayer graphene is modeled as a sandwich beam

consists of two lateral layers and one core, as shown in Figure 1. The core is represented vdWs bindings and assumed to have negligible inertia. The core only transmits shear stress. Each graphene layer is modeled based on the Euler-Bernoulli theory and in-plane displacements are also considered in addition to the transverse displacement. It is also assumed that the graphene layers do not have relative displacement during vibration.

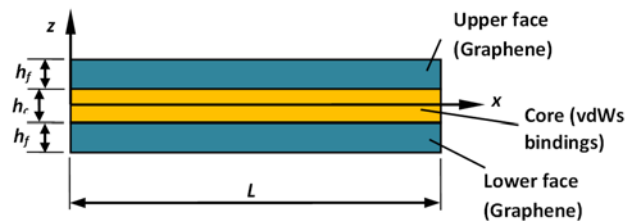


Figure 1. Geometry of the sandwich beam (the bilayer graphene)

In order to reach the governing equations and the boundary conditions, Hamilton's principle is employed. The obtained equations are solved by using SSPH method. This method is based on Taylor series of the functions in specific points of the domain. For finding derivatives of a function, the SSPH method does not use derivatives of the kernel function while other methods do, instead the SSPH method uses basis functions different from those employed to approximate the function. Finally, a standard eigenvalue problem is obtained which by solving it the natural frequencies of the bilayer graphene can be obtained.

3. Results and Discussion

According to reported results in the literature, the bending rigidities are ranging from 0.83 to 2.14 eV. First two natural frequencies are obtained for a clamped-free beam, using SSPH method. The results show the fast convergence of the method by using relatively few number of particles (grid points). A weight function based on the modified Gauss function is used in this study.

The variations of the first and second frequencies of a bilinear graphene with the width of 2 nm, the length of 10 nm, and the height of 0.67 nm versus the equivalent thickness of layers are displayed. The bending rigidity and the interlayer shear modulus are considered to be 2.14 eV and 0.25 GPa, respectively. The corresponding results calculated using the MD simulations are also given in this figure. It is seen in Figure 2 that the obtained results are in line with the MD results for a specific thickness of layers.

¹. MSc., Department of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

². Corresponding Author: Assistant Professor, Department of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran.
Email: hshokrollahi@khu.ac.ir

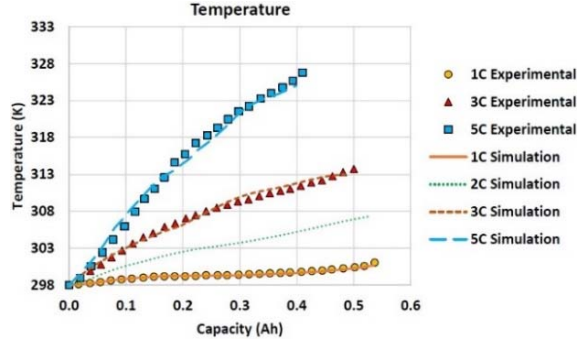


Figure 2. variations of average battery surface temperature vs. capacity at different discharge rates in simulation (lines) and experiment (symbols)

4. Discussion

After validating the simulation results, other features of the battery are determined. The results of 3D electrochemical-thermal simulation of a single ePLB C020 lithium-ion battery cell are obtained using computational fluid dynamics at constant current discharge rates of 1C, 3C, and 5C. One of the most important results is the SOC of battery. Figure 3 shows the SOC of a single lithium-ion battery cell in a constant current discharge cycle. As can be seen, the SOC started to decrease from the initial value of 1 (100%) with an almost constant slope at all three discharge rates of 1C, 3C, and 5C. It is also observed that at a certain capacity, a lower SOC can be obtained by reducing the discharge rate. At discharge rates of 1C, 3C, and 5C, the battery SOC is reduced to the values of 0.176, 0.325, and 0.528, respectively.

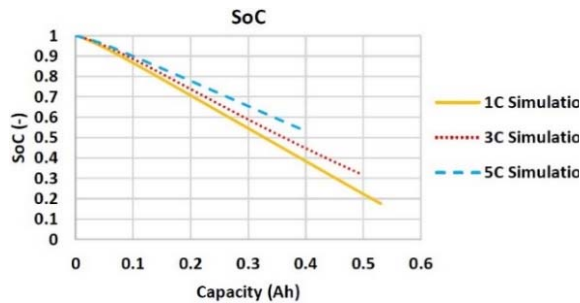


Figure 3. Battery SOC vs. capacity at different discharge rates

Variations in lithium-ion concentration at different discharge rates in the positive electrode of the lithium-ion battery are presented in Figure 4. As can be seen, when the discharge cycle begins, lithium-ions move from the negative electrode to the positive electrode, and the lithium-ion concentration in the positive electrode increases with an almost constant slope.

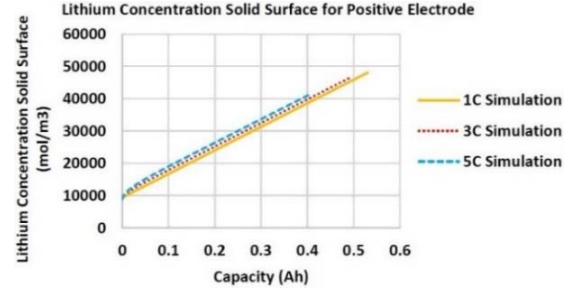


Figure 4. Variations of Li-ion concentration in the positive electrode vs. battery capacity at different discharge rates

5. Conclusion

In this article, the 3D numerical simulation of a single prismatic lithium-ion battery cell is performed by the electrochemical-thermal method. Using a single cell reduces computation time as well as simplicity in changing battery parameters, which can eventually be extended to a lithium-ion battery stack. In this research, electrochemical-thermal method was used by considering electrochemical reactions between electrodes and electrolyte. The electrochemical-thermal method increases the accuracy of the results by solving the electrical, chemical, and thermal equations simultaneously, and can calculate parameters such as SOC accurately at each moment. In the simulations, three constant current discharge cycles was performed at 1C, 3C and 5C rates. A good agreement is obtained between experimental and numerical simulation results at all three discharge rates. Finally, the parameters of lithium-ion battery such as SOC, electrical potential distribution in current collector, lithium-ion concentration in the positive electrode, average temperature distribution at battery surface, and heat generation during discharge cycle are determined at different rates.

Electrochemical-Thermal Simulation of Cell Lithium-Ion Battery of Electrical Vehicle

Mohammad Amir Bayati Nezhad¹
Arash Mohammadi²

1. Introduction

Full Electric Vehicles (FEVs) will replace Internal Combustion Engine Vehicles (ICEVs) in the future. Batteries are the energy supply units that act as the driving forces of these electric vehicles. Among rechargeable batteries, lithium-ion batteries are more preferable in electronic devices due to high energy density (almost two times the nickel-cadmium battery), lighter weight, less volume (almost 3 to 5 times other batteries), fast charging capability, low self-discharge rate (less than 10% per month), and high durability (more than 500 cycles). Lithium-ion batteries work based on the movement of lithium-ion between positive and negative electrodes. The cell of these battery consist of a positive current collector, a negative current collector, a positive electrode, a negative electrode, a separator, and an electrolyte solution that fills the space between two electrodes. In the discharging cycle, lithium ions move from the negative electrode to the positive electrode and do the opposite in the charging cycle. This process generates heat and electric current. The challenges of using lithium-ion batteries include increasing efficiency, safety, and durability. Hence, an accurate Battery Management System (BMS) is required for the battery to function properly.

In this article, a single prismatic lithium-ion battery cell is simulated during the discharge cycle at different rates using the electrochemical-thermal method. The simulations are performed in AVL FIRE software using 3D computational fluid dynamics. Using a single cell reduces computation time as well as simplicity in changing battery parameters, which can eventually be extended to a lithium-ion battery stack. The innovation of this study is the use of the electrochemical-thermal method which by considering the electrochemical reactions between the electrodes and the electrolyte and also by simultaneously solving the electrical, chemical and thermal equations, makes the simulations much more accurate than most previous studies. Since the electrochemical-thermal method requires a large number of input parameters and also has a very high computation time, this method has been used less inn previous studies. Another innovation of this study is calculating the features of lithium batteries like State of Charge (SOC), which can be calculated directly at any time by solving equations. In other researches, SOC estimation methods like Kalman filter method that has a relatively high cost and computational error have often been used.

2. Battery Specifications

In this research, a single cell of ePLB C020 lithium-ion polymer prismatic battery is used to simulate the lithium-ion battery. The above-mentioned battery is made by EiG Corporation from South Korea with a nominal and a maximum capacity of 20Ah and 21Ah, respectively. Each stack of this battery contains 34 individual cells, which are connected in parallel. The positive electrode is made of Lithium Nickel Manganese Cobalt Oxide ($\text{Li}[\text{NiMnCo}]\text{O}_2$), the negative electrode is made of graphite, the positive current collector is made of aluminum, and the negative current collector is made of copper. The type of electrolyte used in the battery is lithium hexa fluoro phosphate (LiPF_6), which is a combination of ethylene carbonate and dimethyl carbonate.

3. Validation of Simulation Results

To validate the results of the electrochemical-thermal simulations, the voltage vs. capacity curve of simulation and experimental data are compared to each other. The voltage vs. capacity curve is shown in Figure 1 at constant current discharge rates of 1C, 2C, 3C, and 5C. As can be observed, a good agreement is obtained between experimental and numerical simulation results. The maximum error values are compared to the experimental results at rates of 1C, 2C, 3C, and 5C are 1.22%, 1.37%, 1.49%, and 1.65%, respectively.

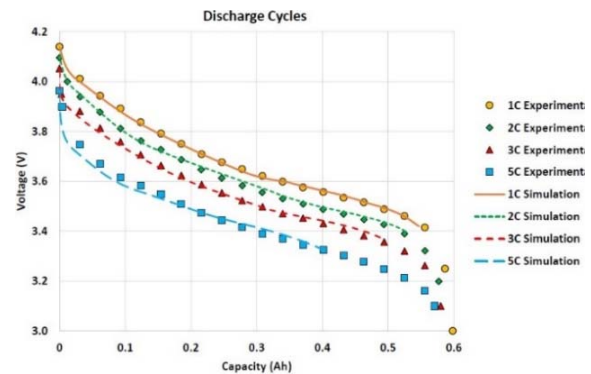


Figure 1. Voltage variations vs. capacity of battery at different discharge rates in simulation (lines) and experiment (symbols)

For further validation of the simulations, the variations in average battery surface temperature are calculated in terms of battery capacity during the discharging cycle. These results are then compared to experimental results. Figure 2 shows the mentioned diagram, which is in good agreement with the experimental results.

¹ Corresponding Author: MSc Student, Mechanical Engineering Department, Shahid Rajaei Teacher Training University.
Email: a.bayatinezhad@sru.ac.ir

² Faculty of Mechanical Engineering Department, Shahid Rajaei Teacher Training University.

obtained from the Charpy Impact Test and also having $\sigma_{YS}=505\text{MPa}$, K_{IC} is first obtained in 8 states. Then, according to other researchers who obtained the standard K_{IC} for this steel, two well-matched relationships were selected and compared. Then, using the von Mises relationships of crack tip plastic zone and standard specimen simulation, the best fit is selected as the desired relation, and finally, the effect of notch depth on the crack tip plastic zone and K_{IC} for the tested steel is discussed.

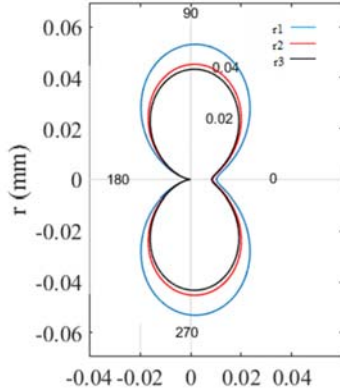


Figure 2. Crack tip plastic zone diagram for the standard specimen

In Figure 2, r_3 is the result obtained from a previous research. By comparing the diagrams, the best fracture toughness can be reported as $295.3038 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. There is a difference of 3 to 4%, according to Figure 3, which shows the temperature diagram of API X65 steel due to temperature difference as an active factor in fracture toughness.

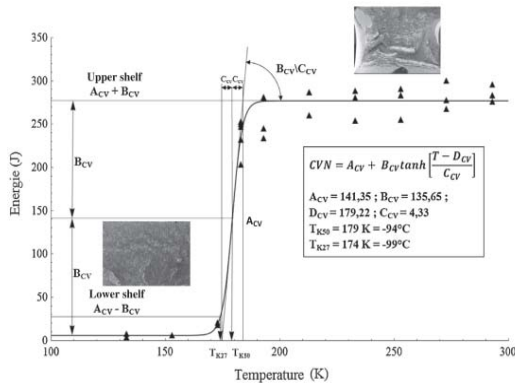


Figure 3. Energy-temperature diagram for API X65 Steel

Therefore, to obtain the K_{IC} of other specimens that vary the notch depth, the Marandet and Sanz relation was used. Figure 4 shows the effect of notch depth on the crack tip plastic zone on API X65 steel.

Figure 4 shows that as the notch depth increases, the crack tip plastic zones decreases. Figures 5 and 6 show the crack tip plastic zone in the specimen with a notch and specimen without notch from the simulation.

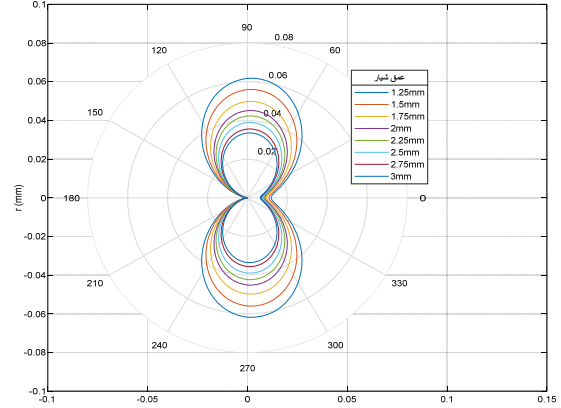


Figure 4. Effect of notch depth on the crack tip plastic zones

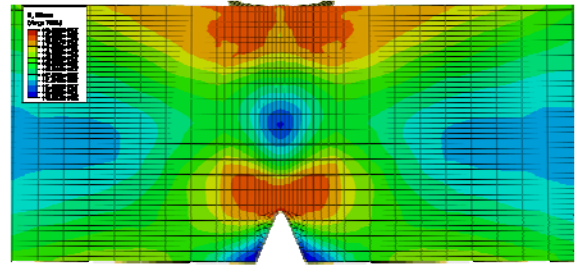


Figure 5. Crack tip plastic zone for Charpy standard specimen

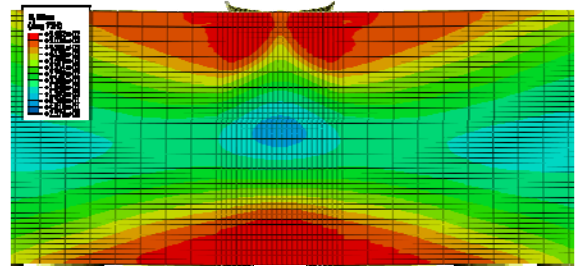


Figure 6. Crack tip plastic zone for Charpy non-standard specimen (specimen without a notch)

The comparison of the Crack tip plastic region in two samples with and without notch is seen in Figures 5 and 6. The plastic area in the non-notch sample is much larger than in the notch sample.

5. Conclusion

In the present study, the effect of V-notch depth on fracture toughness (K_{IC}) and crack tip plastic region was investigated using Charpy impact test in API X65 Steel.

1. As the notch depth increases, the fracture toughness decreases exponentially based on the $K_{IC} = 430.24e^{-0.181a}$ ratio.
2. The plastic zone of the crack tip was obtained using the von Mises table and the fracture toughness obtained from the relationship between the Marandet and Sanz. As the notch's depth increases, the Charpy fracture energy decreases exponentially based on the relation $E=503.44e^{-0.35a}$.

The Effect of V-notch Depth on Fracture Toughness and the Plastic Region of the Crack Tip Using Charpy Impact Test Data in API X65 Steel

Ali Hosseinzadeh¹ Khlil Farhangdoost²

Mohammad Reza Maraki³

1. Introduction

Much of the steel pipeline used in Iran is made of API X65 steel, and 56-inch diameter outer pipes are currently made of this steel. Therefore, it is necessary to collect and study information about this type of pipes such as mechanical properties (fracture toughness, fracture energy, yield strength, and tensile strength), microstructure, and chemical composition.

In this paper, the K_{IC} values of the relationships between K_{IC} and Charpy impact energy are reported in studies for CVN impact test data. The CVN values were obtained from a previous research conducted by the authors. Charpy test specimens with standard dimensions (55×10×10 mm) and notch (notch arc radius 0.25 mm, 45-degree is notch angle and notch depth from 1.25 to 3 mm) were extracted in API X65 steel base metal.

2. Materials

The API standard describes the characteristics of high-strength steels such as chemical composition, yield strength, fracture strength, welding conditions, manufacturing processes, the way of performing mechanical tests and so on. Ranks denote all of these steels with one letter and one number. The number indicates (except ranks A and B) the minimum yield strength of these steels based on the English unit (ksi). By API standard, these ranks are A25, B, X42, X46, X52, X56, X60, X65, X70, X80, and X100. API products are expressed in two levels PSL1 and PSL2, which represent two different levels of standard of expertise required for these products.

3. Laboratory Experiments

To achieve the objectives of the study, 24 specimens were made in triple series with eight different notch depths industrial pipes made of API X65 micro-alloy steel with an outer diameter of 1219 mm and a wall thickness of 14.3 mm.

Dimensions (thickness, length, and width) of the specimens were measured in micrometers for verification. The notch dimensions of the specimens (depth and radius) were accurately measured with a macro lens camera and image-processing software with a precision of 0.001 mm following Figure 1. The specimens were then transferred to the Quality Control Laboratory (Ahvaz pipe industrial company) for Charpy Impact

Testing.

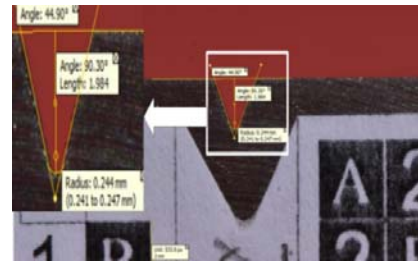


Figure 1. Measuring Specimens with Digimizer Software [1]

4. Results and Discussion

Because of the complicated, costly, and time-consuming fracture toughness test, more straightforward methods such as the Charpy Impact Test are attempted to calculate the K_{IC} . Since 1970, researchers have discovered that there is a relationship between fracture toughness and the fracture energy of a Charpy Impact Test (using a Charpy V-notch specimen). Table 1 lists some of the relationships that are applied to the API X65 steel pipe.

Table 1. Relations between K_{IC} and Charpy Impact Energy

Number	Reference	Relation
1	WRC 265 [10]	$K_{IC}=8.47(CVN)^{0.63}$
2	Sailors and Corten [11]	$K_{IC}=14.6(CVN)^{0.50}$
3	Marandet and Sanz [15]	$K_{IC}=19(CVN)^{1/2}$
4	Robert and Newton [13]	$K_{IC}=8.47(CVN)^{0.63}$
5	Rolfe-Novak-Barsom [23,24]	$(K_{IC}/\sigma_{YS})^2=0.64((CVN/\sigma_{YS})-0.01)$
6	Ault et al. [25]	$(K_{IC}/\sigma_{YS})^2=1.37((CVN/\sigma_{YS})-0.045)$
7	Van der Sluys et al. [26] and Witt [27]	$(K_{IC}/\sigma_{YS})^2=0.893((CVN/\sigma_{YS})-0.0291)$
8	Kussmaul and Roos [28]	$(K_{IC}/\sigma_{YS})^2=1.23((CVN/\sigma_{YS})-0.0061)$

In the relations of Table 1, K_{IC} is the plane strain fracture toughness, σ_{YS} is yield stress, and CVN is fracture energy obtained from the Charpy Impact Test on the V-notch specimen, and the units of these values are $MPa\sqrt{m}$, MPa, and J, respectively.

Using the table relationships and fracture energy

¹. PhD Candidate, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

². Corresponding Author: Professor, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

Email: a.hosseinzadeh.PHD@mail.um.ac.ir

³. Instructor, Department of Material Engineering, Birjand University of Technology, Birjand, Iran.

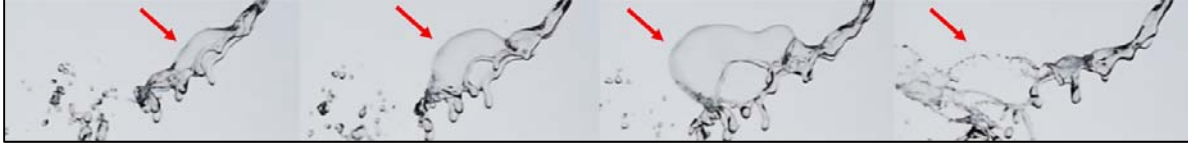
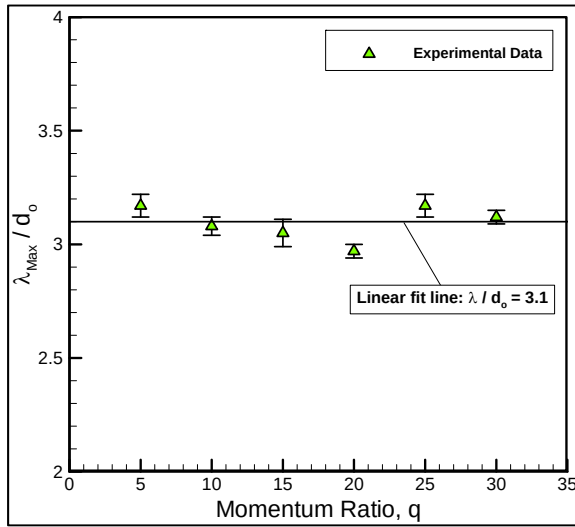
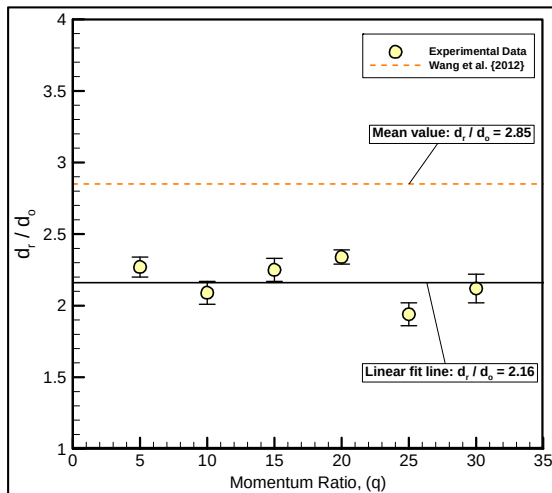


Figure 6. Bag breakup process

In this study, the size of membrane and the ring diameter of the bags were calculated and compared. The results, which are normalized by hydraulic exit diameter of nozzles, are presented in Figures 4 and 5. The performed calculations show that the dimensionless size of the membrane and the ring diameter is almost a constant value, and do not change by changing the liquid/air momentum ratio. It could be concluded that the size of bags (membrane and the ring diameter) is independent of air cross flow and liquid jet velocity.

Figure 4. Membrane size (λ) of bagsFigure 5. Ring diameter size (d_r) of bags

As mentioned earlier, after a bag exists and develops on the liquid column, it expands until it become thin and the surface tension of the liquid jet is no longer enough to dominate the aerodynamic force. Eventually, it breakup, and disintegrates into the small droplets. Figure 6 shows bag formation and breakup process.

Based on the obtained results, it is found that the membrane of a bag elongated in the stream wise direction of the cross flow, so membrane of the bag grew more than its ring. Figure 7 provides the comparison between the membrane and ring diameter of a bag in time.

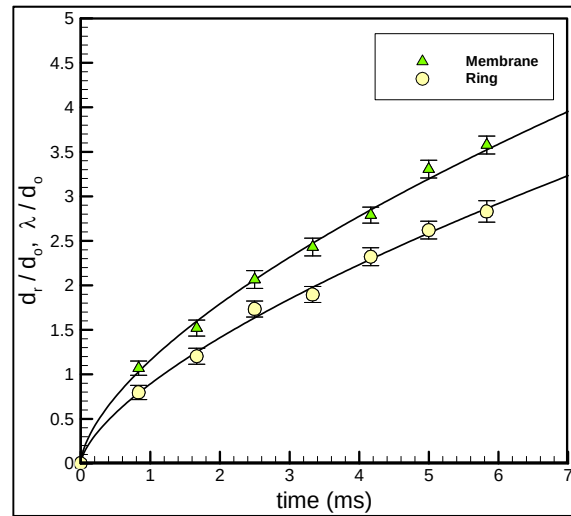


Figure 7. Variation of ring diameter and membrane size with time

5. Conclusion

In this study, the bag breakup process was experimentally investigated. Using shadowgraph technique and high speed photography, the jets flow was captured at different flow conditions. Different parameters such as size of ring and membrane of a formed bag were obtained. It was revealed that the normalized membrane and ring diameter of bags remain constant at different test conditions. The membrane and ring diameter size do not vary neither by changing momentum ratio nor air Weber number. It could be concluded that the size of bags (membrane and the ring diameter) is independent of air cross flow and liquid jet velocity. Finally, it was found that the membrane of a bag grows more than its ring towards the cross flow directions.

Experiments on the Formation Process of Bag Breakup Regime of Injected Liquid Jet into an Airstream

Yosef Rezaei¹

Mehran Tadjfar²

1. Introduction

The liquid jet, which is transversely injected into an air cross flow, has a board of range of applications in the air breathing engines such as diesel engines, gas turbine engines, and ramjet engines. The efficiency and stability of these engines depend on dispersion, atomization, and vaporization processes of injected liquid fuel jet. Hence, it is important to understand the fundamental physics and structures involved in the liquid jet injection because it helps to improve the performance of these engines.

When the liquid jet is injected vertically into a subsonic gaseous cross flow, the aerodynamic drag force causes the liquid jet column to be bend in the airstream direction, and also causes the acceleration waves generate and develop along the surface of the liquid column until the column of liquid jet breaks up into ligaments and droplets. This process is called liquid column breakup. The produced ligaments from the liquid column breakup undergo secondary breakup process and disintegrated to smaller droplets. By increasing the air Weber number, surface waves develop more on the liquid column and causes small droplets stripped from the leeward side of the liquid jet column before breakup point. This is called surface breakup.

As the air Weber number increases to around 5, the liquid jet column undergoes a particular deformation before breaking up into the ligaments and droplets. This is called bag breakup regime. In this regime, bag-like structures exist and develop on the liquid column. They expand until they become thin and the surface tension of the liquid jet is no longer enough to dominate the aerodynamic force. Eventually, they breakup into two crescent-shaped strings, and disintegrate to the small droplets.

In this study, we deal with the flow features of a liquid jet injected into an air stream in the bag breakup regime. Furthermore, the membrane and ring diameter size of the bags, which are formed on the column of jet, are obtained and compared.

2. Experimental Setup

The experimental setup used in this investigation was the conventional setup widely employed in the experiments of liquid injection. A liquid storage tank was pressurized by a compressed nitrogen capsule. The liquid tank was fed with tap water before performing tests and a baffle avoided undesirable interactions between high pressure gas and resting liquid. In the whole experiments, steady liquid flow was produced with a constant pressure difference of four bar between the ambient air and liquid tank. The liquid volumetric flow rate was controlled and measured via flow meters. Shadowgraph technique and a

high speed camera were employed for the purpose of flow visualization. The schematic of the experimental setup is provided in Figure 1.

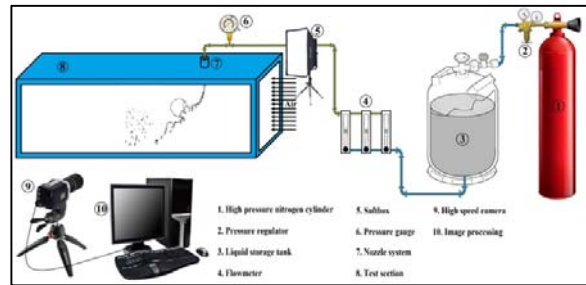


Figure 1. Schematic of the experimental setup

3. Image Processing Procedure

An image processing Matlab code was developed to identify the column of liquid jet, and extract data from the taken (original) images (Figure 2a). The image processing procedure is presented in Figure 2. Based on the difference of intensity between background and liquid jet edges pixels, a threshold was applied to detect the boundaries of the liquid jet column from the taken images (Figure 2b). After detecting the boundaries, the profile of the liquid jet column would be obtained as a binary image (Figure 2c).

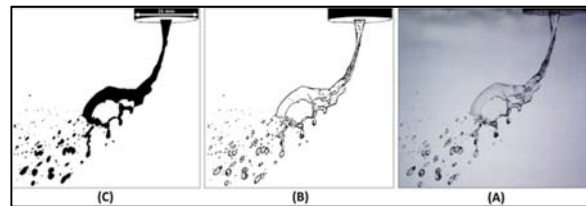


Figure 2. Image Processing: a) Taken Image, b) Boundaries, c) Profile of liquid jet

4. Results and Discussion

In this study, the size of membrane and ring diameter are calculated. Figure 3 shows the measured parameters on a bag, where λ denotes the membrane size and d_r indicates the ring diameter size of the bag.

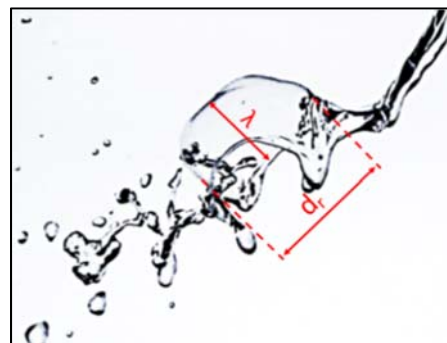


Figure 3. Measurements on a bag

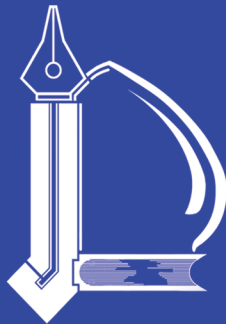
¹ Corresponding Author: M.Sc., Amirkabir University of Technology. Email: YRezaei@aut.ac.ir

² Associate Professor, Amirkabir University of Technology.

CONTENTS

Experiments on the Formation Process of Bag Breakup Regime of Injected Liquid Jet into an Airstream	Y. Rezaei - M. Tadjfar	1
Effect of V-notch Depth on Fracture Toughness and the Plastic Region of the Crack Tip Using Charpy Impact Test Data in API X65 Steel	A. Hosseinzadeh - Kh. FarhangdoostM. R. Maraki	19
Electrochemical-Thermal Simulation of Cell Lithium-Ion Battery of Electrical Vehicle	M. A. Bayati Nezhad - A. Mohammadi	33
Application of SSPH Method in Free Vibration Analysis of Graphene	K. Mohammadi - H. Shokrollahi	53
Variable-Pitch Control of a Quadrotor Using Feedback Linearization Controller and Direct Adaptive Feedback Linearization Controller	M. Mosalsal - M. Khodabandeh	67
Nonlinear Control of Motion of A Spherical Robot on Inclined Surfaces Based on Feedback Linearization Method	M. Aalipour - A. Mokhtarian H. Karimpour	91
Numerical Simulation of the Heat-Fluid Flow Behavior Around the Cylinder with the Controller Wire	S. E. Razavi - T. Adibi - E. Abbasi Tabrizi	105
The Electric Response of Piezoelectric Beam Using Dynamic Stiffness Method	M. Jabbari - B. Ahmadi	127
Umerical Simulation of Elbow Erosion with Circumferential Welding in Two-Phase Gas Flow	F. Hosseini - A. H. Meghdadi Isfahani M. Davazdah Emami - E. Mohseni N. Najari	141
Influence of Alumina Nanoparticles on the Combustion Process with using Homogeneity Factor in a Compression Ignition Engine	A. mohammadi - M. Varmazyar M. Soleymani	157
Experimental Investigation on Flow Downstream of a Square Bluff Body at Different Angles	E. Ardekani - A. Teymourtash M.A. Ardekani	177

ISSN 2008 - 918X



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of
Applied and
Computational Sciences
in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

Serial No. 22

Experiments on the Formation Process of Bag Breakup Regime of Injected Liquid Jet into an Airstream <i>Y. Rezaei - M. Tadjfar</i>	1
Effect of V-notch Depth on Fracture Toughness and the Plastic Region of the Crack Tip Using Charpy Impact Test Data in API X65 Steel <i>A. Hosseinzadeh - Kh. FarhangdoostM. R. Maraki</i>	19
Electrochemical-Thermal Simulation of Cell Lithium-Ion Battery of Electrical Vehicle <i>M. A. Bayati Nezhad - A. Mohammadi</i>	33
Application of SSPH Method in Free Vibration Analysis of Graphene <i>K. Mohammadi - H. Shokrollahi</i>	53
Variable-Pitch Control of a Quadrotor Using Feedback Linearization Controller and Direct Adaptive Feedback Linearization Controller <i>M. Mosalsal - M. Khodabandeh</i>	67
Nonlinear Control of Motion of A Spherical Robot on Inclined Surfaces Based on Feedback Linearization Method <i>M. Aalipour - A. Mokhtarian - H. Karimpour</i>	91
Numerical Simulation of the Heat-Fluid Flow Behavior Around the Cylinder with the Controller Wire <i>S. E. Razavi - T. Adibi - E. Abbasi Tabrizi</i>	105
The Electric Response of Piezoelectric Beam Using Dynamic Stiffness Method <i>M. Jabbari - B. Ahmadi</i>	127
Umerical Simulation of Elbow Erosion with Circumferential Welding in Two-Phase Gas Flow <i>F. Hosseini - A. H. Meghdadi Isfahani</i> <i>M. Davazdah Emami - E. Mohseni - N. Najari</i>	141
Influence of Alumina Nanoparticles on the Combustion Process with using Homogeneity Factor in a Compression Ignition Engine <i>A. mohammadi - M. Varmazyar -M. Soleymani</i>	157
Experimental Investigation on Flow Downstream of a Square Bluff Body at Different Angles <i>E. Ardekani - A. Teymourtash - M.A. Ardekani</i>	177

Vol. 31, No.2,
Spring & Summer, 2020