ISSN 2008 - 918X

بررسی تأثیر پارامترهای هندسی بر عیوب در فرآیند شکل‌دهی غلتکی کانال نامتقارن ۱
یاسر تاجیک- حسن مسلمی نایینی- روح‌اله عزیزی تفتی
داود اکبری- محمدمهدی کسائی

تأثیر تابع پتانسیل بر شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند ماشین‌کاری نانومتری سیلیکون تک‌کریستال ۱۷
سیدنادر عاملی کلخوران- مهرداد وحدتی

بررسی رفتار تناوبی پوسته های مکعبی از نوع SS۳۱۶L تحت بارگذاری پیچشی خالص ۳۳
محمود شریعتی- امین صابر- کمال کلاسنگیانی- هادی گلمکانی

ارتعاشات اجباری غیرخطی صفحهٔ مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مستطیلی شکل براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبهٔ سوم ۴۷
رامین منتشلو- علیرضا شوشتری

حل مسائل غیرخطی الاستیک تراکم پذیر بااستفاده از روش تحلیل ایزوژئومتریک ۶۷
مهدی اردیانی- بهروز حسنی- سیدمهدی توکلی

تحلیل عددی ته نشینی ذرات داخل اتاق بااستفاده‌از مدل ادی‌های بزرگ بر پایهٔ روش شبکهٔ بولتزمن ۸۳
حسن سجادی- مازیار سلمان زاده- گودرز احمدی- سعید جعفری

مطالعهٔ تجربی بر روی خواص مکانیکی لاستیک های بازیافت شده از راه فناوری مکانیکی ۹۵
سعید استادموحد- سکینه کربلایی نژاد- بهاره باباخانی

بررسی تجربی و عددی ورق یک و دولایه آلومینیوم ۳۱۰۵ با اتصالات مکانیکی تحت ضربهٔ سقوط آزاد ۱۰۹
آرش بشیری- مجتبی حسینی- حسین حاتمی

شبیه سازی جریان گاز طبیعی و بررسی تأثیر پارامترهای آن بر خرابی های قطعات شیرهای چرخشی کلاس ۹۰۰ ۱۲۵
علیرضا تهور- محمدصادق کرونی

مقایسهٔ عملگرهای پلاسمای تکی و جت ترکیبی خطی برای کنترل جریان اطراف استوانه (یادداشت پژوهشی) ۱۳۷
علیرضا گرامی- سیدمجید ملک جعفریان

تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد صفحه‌های خمشی با ضریب کشسانی غیرقطعی بااستفاده از روش اجزای محدود تصادفی (یادداشت پژوهشی) ۱۵۱
محمد کارکن- سلیمان قوهستانی- فرزاد شهابیان

دانشگاه فردوسی مشهد

دوفصلنامه علمی

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

شماره پیاپی ۲۰

سال ۳۰، شماره ۲

بهار و تابستان، ۱۳۹۸

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

ISSN: 2008-918X **ISSN (Online): 2423-6519**

سردبیر: دکتر مهران کدخدایان

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیئت تحریریه:

دکتر اکبر آفاقی خطیبی	دانشیار، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر کاظم ابهری	دانشیار، دانشگاه استرالیای جنوبی، استرالیا
دکتر علی اکبر اکبرزاده	استاد، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر مسعود برومند	استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر سیدمحمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر احسان روحی	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمود شریعتی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید معین فرد	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر بهداد مقتدری	استاد، دانشگاه نیوکاسل، استرالیا
دکتر محمدرضا مه‌پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستاران: دکتر محمدحسین ابوالبشری، دکتر کاظم ابهری

مسئول دفتر نشریه: تکتم هوشمند **ویرایش و صفحه‌آرایی:** فائزه علی‌اکبری

نشانی: مشهد- دانشگاه فردوسی مشهد- دانشکده مهندسی- دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

تلفن: ۳۸۸۰۶۰۲۴-۰۵۱ دورنگار: ۳۸۷۶۳۳۰۱-۰۵۱

پست‌الکترونیکی: **ejour@um.ac.ir** وب سایت: **http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir**

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹

نمایه شده در پایگاه‌های معتبر: EBSCO, Magiran, SID, ISC

فهرست مطالب

بررسی تأثیر پارامترهای هندسی بر عیوب در فرآیند شکل‌دهی غلتکی کانال نامتقارن	یاسر تاجیک حسن مسلمی نایینی روح‌اله عزیزی تفتی داود اکبری محمدمهدی کسائی	**۱**
تأثیر تابع پتانسیل بر شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند ماشین‌کاری نانومتری سیلیکون تک‌کریستال	سیدنادر عاملی کلخوران مهرداد وحدتی	**۱۷**
بررسی رفتار تناوبی پوسته‌های مکعبی از نوع SS316L تحت بارگذاری پیچشی خالص	محمود شریعتی امین صابر کمال کلاسنگیانی هادی گلمکانی	**۳۳**
ارتعاشات اجباری غیرخطی صفحهٔ مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مستطیلی‌شکل براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبهٔ سوم	رامین منتشلو علیرضا شوشتری	**٤٧**
حل مسائل غیرخطی الاستیک تراکم‌پذیر بااستفاده‌از روش تحلیل ایزوژئومتریک	مهدی اردیانی بهروز حسنی سیدمهدی توکلی	**٦٧**
تحلیل عددی ته‌نشینی ذرات داخل اتاق بااستفاده‌از مدل ادی‌های بزرگ بر پایهٔ روش شبکهٔ بولتزمن	حسن سجادی مازیار سلمان‌زاده گودرز احمدی سعید جعفری	**۸۳**
مطالعهٔ تجربی بر روی خواص مکانیکی لاستیک‌های بازیافت‌شده از راه فناوری مکانیکی	سعید استادموحد سکینه کربلایی‌نژاد بهاره باباخانی	**۹۵**
بررسی تجربی و عددی ورق یک و دولایه آلومینیوم ۳۱۰۵ با اتصالات مکانیکی تحت ضربهٔ سقوط آزاد	آرش بشیری مجتبی حسینی حسین حاتمی	**۱۰۹**
شبیه‌سازی جریان گاز طبیعی و بررسی تأثیر پارامترهای آن بر خرابی‌های قطعات شیرهای چرخشی کلاس ۹۰۰	علیرضا تهور محمدصادق کرونی	**۱۲۵**
مقایسهٔ عملگرهای پلاسمای تکی و جت ترکیبی خطی برای کنترل جریان اطراف استوانه (یادداشت پژوهشی)	علیرضا گرامی سیدمجید ملک جعفریان	**۱۳۷**
تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد صفحه‌های خمشی با ضریب کشسانی غیرقطعی بااستفاده‌از روش اجزای محدود تصادفی (یادداشت پژوهشی)	محمد کارکن سلیمان قوهستانی فرزاد شهابیان	**۱۵۱**

بررسی تأثیر پارامترهای هندسی بر عیوب در فرآیند شکل‌دهی غلتکی کانال نامتقارن*

یاسر تاجیک[۱] حسن مسلمی نایینی[۲] روح‌اله عزیزی تفتی[۳] داود اکبری[٤] محمدمهدی کسائی[۵]

چکیده *در این مقاله ضمن تحلیل عیب‌های پیچش و انحنای طولی در فرآیند شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی شکل نامتقارن، اثر پارامترهای هندسی مختلف روی این عیوب بررسی شده است. ابتدا مدل اجزای محدود فرآیند با قابلیت پیش‌بینی عیوب ایجاد و برای ارزیابی اعتبار نتایج اجزای محدود، آزمایش‌هایی تجربی انجام شد. سپس با تکرار شبیه‌سازی اجزای محدود اثر پارامترهای هندسی مختلف شامل ضخامت ورق، پهنای کف و عرض بال‌های کانال روی عیوب یاد شده بررسی شد. نتایج نشان داد که با افزایش ضخامت ورق و پهنای کف کانال، زاویه پیچش کاهش می‌یابد و افزایش عرض بال‌های کانال، زاویه پیچش مقطع را افزایش می‌دهد. هم‌چنین روند تغییرات انحنای طولی مشابه با روند تغییرات میانگین کرنش‌های طولی باقی‌مانده در لبه بال‌های کانال می‌باشد.*

واژه‌های کلیدی شکل‌دهی غلتکی سرد، کانال نامتقارن، پیچش، انحنای طولی، شبیه‌سازی اجزای محدود

Geometry Effects of Asymmetrical Channel Sections on Common Defects in the Roll Forming Process

Y. Tajik H. Moslemi Naeini R. Azizi Tafti D. Akbari M.M. Kasaei

Abstract *In this research, the twist and the longitudinal bow defects were studied by finite element analysis in the asymmetrical channel sections. Effects of the geometrical properties including the strip thickness, the web width, and the flange width were investigated on the above effects. Some experiments were performed on an industrial roll-forming machine to verify the accuracy of the finite element model. The results showed that the twist angle decreases with the increase of both strip thickness and web width. However, the twist angle increases with the increase of flanges width. Also the variations of the longitudinal bow height are similar to those of the average residual longitudinal strain of both flange edges.*

Key Words Cold Roll-Forming, Asymmetrical Channel Section, Twist, Longitudinal Bow, Finite Element Simulation

*تاریخ دریافت مقاله ۹۷/٤/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۱۲/۱٤ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.73618

(۱) دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران Moslemi@modares.ac.ir

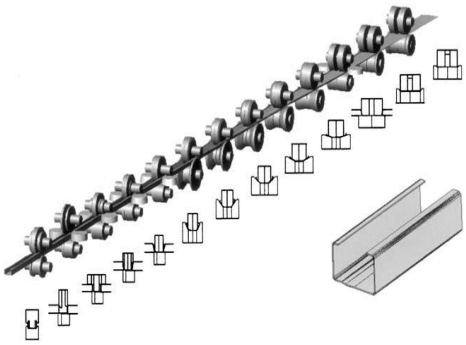
(۳) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد.

(٤) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

(۵) استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین ، قزوین.

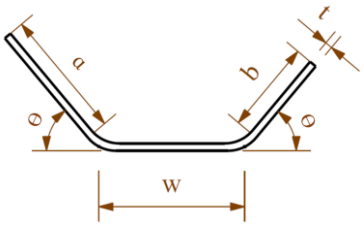
مقدمه

شکل‌دهی غلتکی یک روش برای ایجاد خم‌های پیوسته و متوالی در نوار فلزی است. این خم‌ها با عبور ورق از بین یک مجموعه غلتک‌های دوار ایجاد می‌شوند. در این فرآیند، غلتک‌ها طوری طراحی می‌شوند که جریانی پیوسته و ملایم از فلز را از یک مرحله به مرحله بعد فراهم کنند. تغییرات ناچیز ضخامت ورق در حین فرآیند قابل صرف‌نظر هستند [1]. در شکل (۱)، نمایی از یک فرآیند شکل‌دهی غلتکی نشان داده شده است. با توجه به نیاز صنعت به تولید قطعاتی با مقطع کانالی‌شکل نامتقارن، می‌توان از فرآیند شکل‌دهی غلتکی برای تولید این مقاطع استفاده کرد. این عدم تقارن می‌تواند به‌صورت تفاوت در عرض بال‌ها و یا تفاوت در زاویه آن‌ها باشد. در شکل (۲)، مقطع یک کانال نامتقارن به‌همراه مشخصات هندسی آن نشان داده شده است.



شکل ۱ نمایی از شکل‌دهی غلتکی سرد [1]

پیچش و انحنای طولی، عیب‌های رایج در شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن می‌باشند. به‌دلیل تأثیر نامطلوب این عیوب بر ظاهر و عملکرد محصول، شناخت ساز و کار بروز عیوب در این مقاطع و آگاهی از تأثیر کمیت‌های اثرگذار روی آن‌ها دارای اهمیت بالایی است.



شکل ۲ مشخصات هندسی یک مقطع کانالی شکل نامتقارن

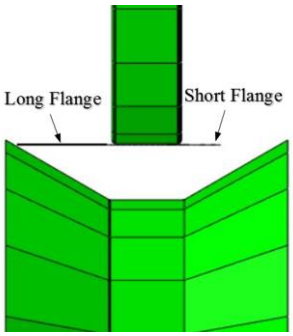
به‌دلیل پیچیدگی فرآیند شکل‌دهی غلتکی سرد، توصیف این فرآیند با یک مدل ریاضی دشوار بوده و به همین دلیل پژوهشگران بیشتر از آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های اجزای محدود برای تحلیل فرآیند استفاده کرده‌اند. بیدآبادی و همکاران [2] با استفاده از روش اجزای محدود و آزمایش‌های تجربی، عیوب دو پهنی سوراخ، چین‌خوردگی لبه و انحنای طولی را در شکل‌دهی غلتکی سرد کانال‌های سوراخ دار بررسی کرد. بیدآبادی و همکاران [3] با استفاده از آزمایش‌های تجربی و روش اجزای محدود، تاثیر برخی از پارامترها از جمله ضخامت ورق، عرض بال و فاصله بین ایستگاه‌ها را روی گشتاور لازم برای شکل‌دهی غلتکی سرد کانال‌های متقارن بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که ضخامت ورق بیش‌ترین تأثیر را روی گشتاور لازم دارد. شیرانی و همکاران [4] با استفاده از آزمایش‌های تجربی و روش اجزای محدود، تاثیر برخی از پارامترها از جمله ضخامت ورق، عرض بال، زاویه شکل‌دهی و فاصله بین ایستگاه‌ها و زاویه خم را روی انحنای طولی برای شکل‌دهی غلتکی سرد کانال‌های متقارن بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که زاویه شکل‌دهی بیش‌ترین و فاصله بین ایستگاه‌ها و شعاع خم کم‌ترین تأثیر را روی انحنای طولی دارد. هم‌چنین با افزایش ضخامت ورق و عرض بال‌ها انحنای طولی کاهش می‌یابد. صفدریان و مسلمی نائینی [5] با استفاده از آزمایش‌های عددی و تجربی، تأثیر برخی از عوامل را بر کرنش طولی لبه و عیب انحنای طولی در محصولات کانالی‌شکل متقارن بررسی کردند.

نتایج آن‌ها نشان داد که کرنش طولی لبه و عیب قوسی شدن، با افزایش زاویه شکل‌دهی افزایش یافته و با افزایش فاصله بین‌ایستگاهی کاهش یافته است. هم‌چنین نتایج آن‌ها نشان داد که مقدار ضریب اصطکاک و سرعت شکل‌دهی تأثیری بر کرنش‌های طولی لبه ندارند. لیندگرن [6] با استفاده از نرم افزار اجزای محدود مارک منتات طول تغییرشکل و نیز کرنش طولی در لبه مقطع کانالی شکل را بررسی و روابطی را برای آن‌ها ارائه کرد. وی در ادامه تأثیر استحکام ورق را روی طول تغییر شکل و کرنش طولی لبه‌ای بررسی کرد و نتیجه گرفت که با افزایش تنش تسلیم ورق، کرنش طولی لبه‌ای کاهش و طول تغییرشکل افزایش می‌یابد [7]. لیندگرن [8] اثر استحکام ورق را روی نیروها و گشتاورهای شکل‌دهی بررسی نمود و با انجام یک‌سری آزمایش‌ها، رابطه‌هایی تجربی را برای نیروها و گشتاورهای وارد بر غلتک‌ها و توان مصرفی به‌دست آورد. بومن و همکارانش [9] با استفاده از فرمول‌بندی لاگرانژی-اویلری دلخواه در شبیه‌سازی اجزای محدود فرآیند شکل‌دهی غلتکی توانستند در زمان کم‌تر جواب‌های دقیق‌تری را با ریزکردن شبکه‌بندی در نواحی خم و نیز ناحیه‌های نزدیک به غلتک‌ها به‌دست آورند. ویبنگا و همکارانش [10] سعی کردند تا با کمک تحلیل اجزای محدود و روش پاسخ سطح، غلتک‌های ایستگاه آخر را به‌صورتی تنظیم کنند که عیب‌های برگشت فنری و انحنای طولی کاهش یابند. آن‌ها دریافتند که فاصله بین غلتک‌ها بیش‌ترین تأثیر را روی این عیوب دارد. ژنگ و همکارانش [11] از روش آماری پاسخ سطح برای بهینه‌سازی طراحی غلتک‌ها در فرآیند شکل‌دهی غلتکی استفاده کردند. آن‌ها با ایجاد دو مدل برای برگشت فنری و کرنش طولی لبه‌ای بیشینه بر حسب زاویه شکل‌دهی و شعاع غلتک، کوشیدند تا زاویه برگشت فنری را کمینه کرده و کرنش طولی لبه‌ای بیشینه را زیر حد مجاز نگه دارند. سلمانی تهرانی و همکارانش [12] معیار جدیدی را به نام حد کرنش کمانشی مبتنی بر تحلیل اجزای محدود فرآیند شکل‌دهی غلتکی سرد معرفی کردند. بر اساس نتایج پژوهش آن‌ها، یک محصول زمانی فاقد کمانش لبه خواهد بود که کرنش طولی باقی‌مانده در راستای عرضی آن صفر باشد. هم‌چنین، حد کرنش کمانشی مستقل از زاویه شکل‌دهی بوده و تابعی از خواص جنس ورق و نسبت ضخامت ورق به عرض بال است. سلمانی تهرانی و همکارانش [13,14] و با انجام شبیه‌سازی اجزای محدود نشان دادند که با تغییرشکل ورق در هر ایستگاه شکل‌دهی، ناحیه بال در مقایسه با ناحیه‌های خم و کف ورق افزایش طول بیشتری می‌یابد که این افزایش طول پس از خروج از ایستگاه خود را به‌صورت کمانش طولی نشان می‌دهد. اما از آن‌جایی که در ایستگاه بعدی خمش معکوسی به ورق اعمال می‌شود و ناحیه لبه ورق تحت فشار قرار می‌گیرد، لبه ورق ناپایدار و موج‌دار می‌گردد. کسائی [15] علت چین‌خوردگی در فرآیند شکل‌دهی قفسه‌ای لوله را اعمال کاهش محیطی بیش از اندازه در مرحله پره‌ای دانست و با استفاده از این معیار، بیشینه عرض ورق ابتدایی در فرآیند شکل‌دهی قفسه‌ای را پیشنهاد کرد. عزیزی تفتی [16] روشی تحلیلی مبتنی بر انرژی برای محاسبه تنش بحرانی چین‌خوردگی استفاده کرد که مقایسه آن با تنش باقی‌مانده از شکل‌دهی در لبه ورق منجر به محاسبه زاویه بحرانی چین‌خوردگی گردید. معدود کارهای پژوهشی انجام‌شده در زمینه فرآیند شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن، بر روی انواع عیوبی متمرکز شده‌اند که در محصول پس از انجام فرآیند به‌وجود می‌آیند. اونا و جیما [17] فرآیند شکل‌دهی غلتکی کانال‌های نامتقارن را به‌صورت تجربی بررسی کردند. آن‌ها چندین روش تجربی را برای کاهش عیوب در محصول نهایی بیان کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که استفاده از ایستگاه شکل‌دهی پیچشی هم‌زمان با به‌کارگیری غلتک‌های

شکل‌دهی با زاویه خم بیش‌تر و هم‌چنین جابه‌جایی عرضی غلتک‌ها و تنظیم فشار غلتک‌های شکل‌دهی، مناسب‌ترین ترکیب برای کاهش عیوب در شکل‌دهی کانال‌های نامتقارن با عرض بال‌های متفاوت می‌باشند. چا و کیم [18] به بررسی عیوب پیچش و انحنای طولی در فرآیند شکل‌دهی غلتکی فولادهایی با استحکام بالا پرداختند و با انجام آزمایش‌های تجربی نشان دادند که این عیوب در فولادهای با استحکام بالا بیش‌تر از فولادهای نرم است. آن‌ها دلیل بروز این عیب‌ها را اختلاف کرنش‌های طولی در لبه بال و کف کانال بیان کردند. هم‌چنین، روشی اصلاحی شامل استفاده از یک ایستگاه اضافی را پیشنهاد دادند که طی آن، فشاری روی کف کانال خروجی در راستای ضخامت ورق اعمال می‌شد تا کرنش طولی در کف کانال افزایش یافته و اختلاف مقادیر کرنش‌های طولی در لبه بال و کف کانال کاهش یابد و در نهایت میزان عیب پیچش کم شود. در این مقاله سعی شده است تا علاوه بر بررسی علت بروز عیب‌های پیچش و انحنای طولی در فرآیند شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن، اثر پارامترهای هندسی بر عیوب یاد شده بررسی شود.

پیچش

در فرآیند شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن، شکل‌دهی در بال‌های کانال نامتقارن به‌هنگام عبور ورق از ایستگاه شکل‌دهی، یکسان نبوده و بال بلند قبل از بال کوتاه با غلتک شکل‌دهی تماس پیدا کرده و در نتیجه، پیش از این‌که بال کوتاه در معرض نیروی شکل‌دهی قرار گیرد، از سوی غلتک به بال بلند نیرو وارد می‌شود (شکل ۳). هم‌چنین، مقدار نیروی وارد شده به بال بلند بیش‌تر از بال کوتاه می‌باشد. این امر موجب اعمال نیروهای نامتقارن به بال‌های کانال و درنتیجه به‌وجود آمدن گشتاور پیچشی و بروز عیب پیچش در کانال خروجی می‌گردد. بنابراین، برای توجیه اثر هر کمیت روی زاویه پیچش در ابتدا با محاسبه مقدار نیروی وارد شده به هریک از بال‌های کوتاه و بلند کانال و هم‌چنین فاصله بین نقطه اثر نیروها و مرکز سطح کانال، گشتاور مؤثر روی زاویهٔ پیچش به‌دست آمد و در نهایت اثر آن کمیت روی گشتاور مؤثر مدنظر قرار گرفت. عامل مهم دیگری که در میزان پیچش اثرگذار است، صلبیت پیچشی کانال است. صلبیت پیچشی، مقاومت کانال در برابر تغییرشکل پیچشی است که با افزایش ضخامت ورق، پهنای کف و عرض بال‌های کانال افزایش می‌یابد. در نتیجه می‌توان ادعا نمود که مقدار عیب پیچش با افزایش گشتاور پیچشی مؤثر بر زاویه پیچش و کاهش صلبیت پیچشی کانال افزایش می‌یابد.

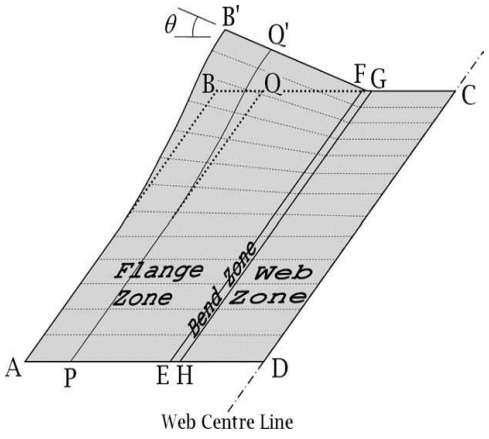


شکل ۳ ماس بال بلند با غلتک پیش از تماس بال کوتاه در شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن

انحنای طولی

مطابق با شکل (٤)، حین شکل‌دهی ورق در هریک از ایستگاه‌ها در فرآیند شکل‌دهی غلتکی، بال کانال می‌بایست مسیری را طی کند که طول آن نسبت به قسمت‌های دیگر از جمله ناحیه خم و کف کانال بیشتر است (به‌عنوان مثال طول مسیر AB' بیشتر از DC است). در نتیجه باریکه‌های طولی در ناحیه بال تحت کشش قرار می‌گیرند که میزان این کشش باریکه‌های طولی با نزدیک شدن آن‌ها به لبه ورق بیش‌تر می‌شود به‌طوری که بیش‌ترین مقدار کشش در لبه بال اتفاق

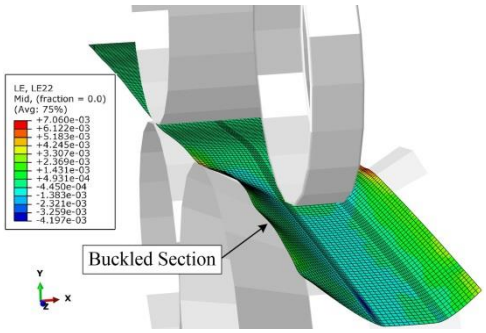
می‌افتد. اما برای اینکه تعادل در راستای طولی برقرار شود، قسمتهایی از عرض نوار ورق در راستای طولی تحت فشار قرار می‌گیرند. این قسمت‌ها شامل ناحیه کف و ناحیه خم ورق است [13]. این تغییرات طول متفاوت باریکه‌های طولی در عرض ورق سبب می‌شود محصول خروجی از ایستگاه کاملا صاف نبوده و دارای انحنا باشد. در نتیجه مقدار کشیدگی لبه ورق، انحنای طولی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. از سویی، کرنش طولی در لبه ورق کمیتی است که می‌تواند به‌عنوان ملاکی برای ارزیابی شدت تغییرشکل لبه ورق در نظر گرفته شود. از آن‌جا که مقدار کرنش طولی در هریک از بال‌های کوتاه و بلند کانال نامتقارن متفاوت می‌باشد. بنابراین، برای بررسی اثر هر کمیت روی انحنای طولی اثرهای آن کمیت روی میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای در بال‌های کانال مدنظر قرار گرفت. عامل دیگری که در میزان انحنای طولی اثرگذار است، صلبیت خمشی مقطع است. صلبیت خمشی، مقاومت کانال در مقابل تغییرشکل خمشی است که با افزایش ضخامت ورق، پهنای کف و عرض بال‌ها افزایش می‌یابد. به‌طور کلی می‌توان چنین بیان نمود که انحنای طولی با افزایش کشیدگی بال‌ها و کاهش صلبیت خمشی کانال افزایش می‌یابد.



شکل ٤ نمایی شماتیک از هندسه تغییرشکل یافته نوار ورق در شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل

چین‌خوردگی

به‌طور کلی عیب چین‌خوردگی لبه که به‌صورت موج‌هایی در لبه ورق مشاهده می‌شود، شامل تغییرشکل ناپایدار لبه می‌باشد که به‌علت فشار طولی بیش از حد در لبه ورق به‌وجود می‌آید (شکل ٥). همان‌طور که در بخش (٣)، توضیح داده شد هنگامی‌که ورق از ایستگاه شکل‌دهی عبور می‌کند، کشیدگی لبه ورق نسبت به سایر قسمت‌ها بیش‌تر است. از آنجایی‌که پس از خروج ورق از ایستگاه کلیهٔ قسمت‌های ورق می‌بایست طول یکسانی داشته باشند، لبهٔ ورق در راستای طولی تحت فشار قرار می‌گیرد. بنابراین لبهٔ ورق پس از کشیدگی قابل‌توجه در حین عبور از ایستگاه، پس از خروج از ایستگاه تحت فشار شدید قرار می‌گیرد و هرچه میزان کشیدگی لبه ورق بیش‌تر باشد، فشار بیش‌تری لازم است تا ورق به‌صورت مستقیم از ایستگاه خارج شود. در صورتی‌که مقدار فشردگی بیش از حد باشد می‌تواند به ناپایداری کرنش‌ها و چین‌خوردگی منجر شود. اگر صلبیت خمشی محصول خروجی از ایستگاه کم باشد، محصول پس از خروج از ایستگاه مقاومت کمی در برابر خمش طولی از خود نشان داده و بروز انحنای طولی تنش‌های فشاری در لبه را کاهش می‌دهد. اما اگر صلبیت خمشی محصول خروجی زیاد باشد، مانع از بروز انحنای طولی در محصول شده و تنش‌های فشاری زیادی را در ناحیه لبه بال تولید می‌کند که اگر صلبیت خمشی لبه بال کم باشد می‌تواند منجر به بروز عیب چین‌خوردگی لبه شود. صلبیت خمشی لبه بال، مقاومت لبه ورق در مقابل تغییرشکل ناپایدار است که با افزایش ضخامت ورق افزایش می‌یابد. به‌صورت کلی صلبیت خمشی محصول ارتباط مستقیم با چین‌خوردگی لبه و ارتباط معکوس با انحنای طولی دارد.



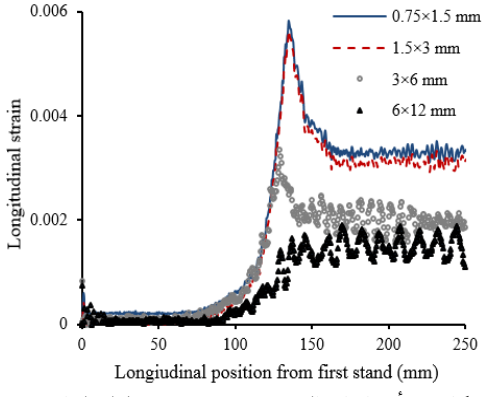
شکل ۵ نمایی شماتیک از چین‌خوردگی لبه در شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل

شبیه‌سازی اجزای محدود

کلیهٔ مراحل مدل‌سازی فرآیند شکل‌دهی غلتکی سرد در نسخه 6.13 نرم افزار آباکوس انجام شد. به‌دلیل تغییرشکل ناچیز غلتک‌ها در حین فرآیند، غلتک‌ها صلب فرض شدند [16]. از آن‌جا که جسم صلب تحلیلی نیازی به شبکه‌بندی ندارد و از کارایی محاسباتی بالاتری نسبت به جسم صلب گسسته برخوردار است و هم‌چنین، به‌دلیل هموارتر بودن سطوح ایجاد شده در مسائل تماسی، اغتشاش کم‌تری در پاسخ‌ها ایجاد می‌شود، غلتک‌ها به‌صورت یک جسم صلب تحلیلی مدل شدند [19].

از آن‌جا که مدل پوسته به‌خوبی می‌تواند رفتار ورق را در این فرآیند توصیف کند و المان‌های چندمنظوره برای مدل‌سازی کرنش‌های غشایی بزرگ مناسب هستند، المان پوسته‌ی S4R برای مدل‌سازی ورق استفاده گردید. این المان چهارگرهی از روش انتگرال‌گیری کاهش‌یافته استفاده می‌کند. انتگرال‌گیری در طول ضخامت به‌کمک روش سیمپسون و با پنج نقطه انتگرال‌گیری انجام شد. انتخاب اندازه و نوع المان تأثیر قابل توجهی بر جواب‌های مسأله دارد که بایستی با روش سعی و خطا المان بهینه برای شبیه‌سازی مشخص شود [16].

به‌دلیل پیوسته بودن شکل‌دهی غلتکی سرد، همه مقاطع عرضی ورق تغییرشکل مشابهی را در راستای طولی تجربه می‌کنند. در نتیجه، می‌توان شبکه‌بندی در راستای طولی را یکنواخت و طول المان‌ها در این راستا را برابر در نظر گرفت. خمش در راستای عرضی یک مقطع کانالی در سه ناحیه بال، خم و کف متفاوت است که در نتیجه می‌توان طول المان را در راستای عرضی برای این سه ناحیه متفاوت انتخاب کرد. از آن‌جا که بیش‌ترین تغییرشکل خمشی عرضی در ناحیه خم رخ می‌دهد، به‌منظور دست‌یابی به دقیق‌ترین جواب در کم‌ترین زمان ممکن، بیش‌ترین تمرکز المان در جهت عرضی در ناحیه خم منظور شد و طول المان‌ها برای ناحیه‌های کف و بال برابر در نظر گرفته شد. با کوچک کردن اندازه‌ی المان و مقایسه‌ی جواب‌های به‌دست‌آمده، در شرایطی که جواب‌ها تفاوت قابل توجهی نکند، اندازه‌ی بهینه‌ی المان به‌دست می‌آید. شکل (٦)، نمودار حساسیت به اندازه المان را بر حسب کرنش طولی در فاصله ۱/۵ میلی‌متری از لبه بال نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اندازه المان ۳ mm × ۱/۵ mm بهینه می‌باشد و در نواحی کف و بال‌های کانال این اندازه انتخاب شد. اندازه المان در ناحیه‌های خم یک‌سوم نواحی دیگر یعنی ۳ mm × ۰/۵ mm انتخاب گردید. هم‌چنین در این شبیه‌سازی المان‌های ورق از نوع "غالباً چهارگوش (Quad-dominate)" و تعداد نود هر المان چهار عدد انتخاب شد.

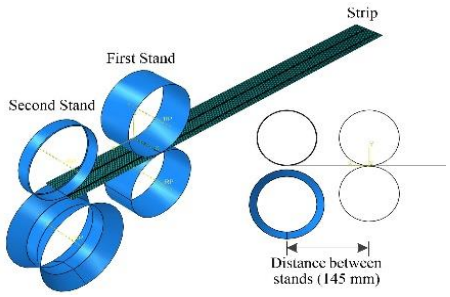


شکل ٦ تأثیر اندازه المان روی کرنش‌های طولی لبه‌ای

در سرهم‌بندی اجزای مدل، ورق به‌عنوان مرجع در نظر گرفته شد و غلتک‌ها نسبت به آن موضع داده شدند. به‌منظور نگه‌داشتن ورق در آغاز شبیه‌سازی، یک ایستگاه قبل از ایستگاه شکل‌دهی قرار داده شد که هیچ نقشی در شکل‌دهی ورق نداشت. غلتک‌های ایستگاه شکل‌دهی در لبه جلویی ورق قرار داده شدند. از آن‌جا که ورق به‌صورت پوسته‌ای بدون ضخامت مدل شد، برای مماس کردن غلتک‌ها با ورق، فاصله‌ای برابر با نصف ضخامت ورق بین غلتک‌ها و پوسته در نظر گرفته شد. غلتک‌های پایینی ایستگاه شکل‌دهی که زاویه‌دار بوده و وظیفه خم‌کردن ورق را داشتند در ارتفاعی مناسب زیر ورق مستقر شدند به‌گونه‌ای که در آغاز شبیه‌سازی تماسی با ورق نداشته باشند. با شروع شبیه‌سازی، غلتک پایینی ایستگاه شکل‌دهی به سمت بالا جابه‌جا می‌شد تا این‌که به سطح پایینی ورق مماس شود. در مرحله بعد، غلتک‌های ایستگاه شکل‌دهی و غلتک‌های استوانه‌ای در ایستگاه نگه‌دارنده شروع به دوران کرده و در اثر نیروی اصطکاک بین ورق و غلتک‌های ایستگاه شکل‌دهی، ورق به سمت جلو کشیده می‌شد. با توجه به این‌که غلتک‌ها با استفاده از مدل صلب تحلیلی مدل شدند، برای تعریف تماس آن‌ها با ورق از الگوریتم زوج تماسی و گزینه سطح به سطح استفاده شد. در این تحقیق دو نوع کنش تماس مماسی در نظر گرفته شد. در حالی‌که برای تماس ورق با غلتک‌های ایستگاه نگه‌دارنده از مدل تماس بدون اصطکاک استفاده شد، تماس ورق با غلتک‌های ایستگاه شکل‌دهی با تماس پنالتی و مدل اصطکاکی کولمب و ضریب اصطکاک همسان‌گرد ۰/۲توصیف شد [4,5,13,14,20].

از آن‌جا که فرآیند شکل‌دهی غلتکی یک فرآیند شبه‌استاتیک است [1]، برای شبیه‌سازی اجزای محدود این فرآیند می‌توان از حل‌گرهای صریح و ضمنی استفاده نمود. در این مقاله از تحلیل صریح به‌دلیل داشتن زمان شبیه‌سازی و واگرایی کم‌تر استفاده شده است. در روش صریح برای کاهش بیش‌تر زمان محاسبات از روش افزایش سرعت شکل‌دهی استفاده شد که در این روش باید شرط شبه‌استاتیک بودن فرآیند شکل‌دهی غلتکی با توجه به راهنمای نرم‌افزار آباکوس بررسی شود [19,21]. به‌منظور برآورده شدن شرایط فوق، سرعت مطلوب در شبیه‌سازی‌ها ۲ m/s انتخاب شد. مرکز جرم هریک از غلتک‌ها که روی محور دوران آن بود به‌عنوان نقطه مرجع آن غلتک تعریف شد. جابه‌جایی عمودی رو به بالای غلتک‌های پایینی بر اساس مقدار ارتفاعی که در زیر ورق موقعیت‌دهی شده بودند و سرعت دورانی غلتک‌های بر اساس سرعت خطی شکل‌دهی ورق و قطر پایه غلتک‌ها مشخص گردید.

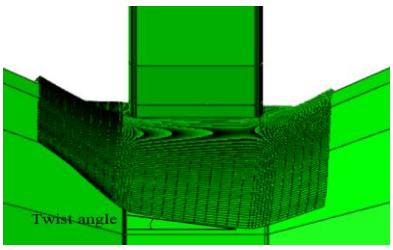
برای تعریف خواص ماده در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس، پس از انجام آزمون کشش تک‌محوری، از منحنی تنش حقیقی-کرنش پلاستیک حقیقی استفاده شد. ورق مورد نظر به‌صورت ارتجاعی-خمیری مدل شد و بدین‌منظور مدول الاستیک و ضریب پواسون برای تعریف رفتار ارتجاعی ورق و ضریب‌های ناهمسان‌گردی در راستاهای مختلف به‌صورت شش ضریب برای نرم‌افزار تعریف شدند. شکل (۷)، نمایی از مدل اجزای محدود برای یکی از شبیه‌سازی‌های دو ایستگاهی را نشان می‌دهد.



شکل ۷ نمایی از مدل اجزای محدود دو ایستگاهی

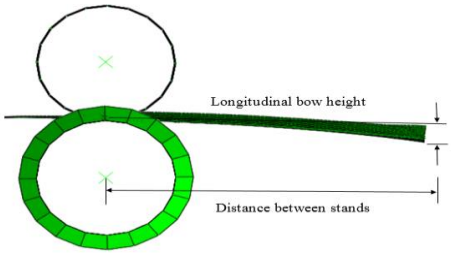
اندازه‌گیری عیوب پیچش و انحنای طولی در شبیه‌سازی اجزای محدود. نحوهٔ به‌دست آوردن زاویهٔ پیچش و ارتفاع انحنای طولی در شکل‌های (۸ و ۹)

نشان داده شده‌اند. زمانی که ورق به اندازه فاصله بین ایستگاه‌ها (۱۴۵ میلی‌متر) از ایستگاه شکل‌دهی خارج شد، زاویه لبه جلویی ورق در کف پروفیل نسبت به راستای افق به‌عنوان زاویهٔ پیچش در نظر گرفته شد.



شکل ۸ نحوه محاسبه زاویه پیچش در شبیه‌سازی اجزای محدود

برای محاسبهٔ ارتفاع انحنای طولی دو نقطه روی خط مرکزی ورق در نظر گرفته شد که یکی در ایستگاه شکل‌دهی در خط مرکزی غلتک‌ها و دیگری روی لبه جلویی ورق قرار داشت. زمانی که لبه جلویی ورق به اندازه فاصله بین ایستگاه‌ها از ایستگاه شکل‌دهی خارج شد، فاصله عمودی بین دو نقطه ذکر شده به‌عنوان ارتفاع انحنای طولی در نظر گرفته شد.



شکل ۹ نحوه محاسبه ارتفاع انحنای طولی در شبیه‌سازی اجزای محدود

آزمایش‌های تجربی

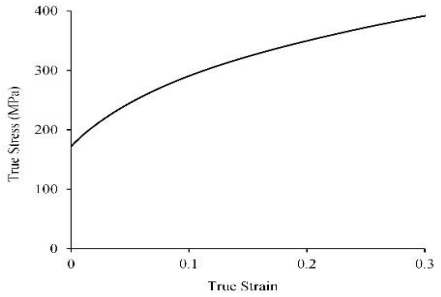
آزمایش‌های تجربی به‌منظور مقایسهٔ نتایج شبیه‌سازی‌های اجزای محدود با داده‌های تجربی و صحت‌سنجی مدل اجزای محدود انجام گردید. بر این اساس، آزمایش‌هایی برای ارزیابی توانایی مدل اجزای محدود در پیش‌بینی کرنش‌های طولی در نزدیکی لبهٔ ورق و مقدار زاویه پیچش و انحنای طولی در یک ایستگاه شکل‌دهی انجام شدند. آزمایش‌های تجربی برای ۳ نمونه تکرار و میانگین مقادیر به‌دست آمده گزارش گردید.

مشخصات کانال. کانال‌های نامتقارن با مشخصات هندسی ذکر شده در جدول (۱)، برای آزمون تجربی مورد استفاده قرار گرفتند.

جدول ۱ مشخصات هندسی کانال نامتقارن در آزمون تجربی

پارامتر	نماد	مقدار
ضخامت ورق	t	۲ میلی‌متر
عرض بال کوتاه	a	۳۰ میلی‌متر
عرض بال بلند	b	۲۰ میلی‌متر
پهنای کف	w	۳۰ میلی‌متر
زاویه شکل‌دهی	Θ	۳۰ درجه

مشخصات مواد. برای انجام آزمایش‌های تجربی از ورق‌های فولادی St12 استفاده شد. برای تعیین دقیق خواص مکانیکی ورق آزمون کشش تک محوری مطابق با استاندارد ASTM E8 انجام گرفت و منحنی تنش حقیقی-کرنش حقیقی پلاستیک فولاد به‌عنوان مشخصات جنس ورق در ناحیه خمیری مطابق با شکل (۱۰)، به نرم‌افزار معرفی شد. برای تحلیل ناحیه ارتجاعی، نسبت پواسون ۰/۳ و مدول یانگ ۲۰۷ گیگاپاسکال در نظر گرفته شد. در ادامه طبق استاندارد ASTM-E517 ضرایب ناهمسان‌گردی با استفاده از داده‌های به‌دست‌آمده از آزمون کشش تک‌محوری، محاسبه و به نرم‌افزار معرفی شد.



شکل ۱۰ منحنی تنش حقیقی-کرنش حقیقی پلاستیک ماده

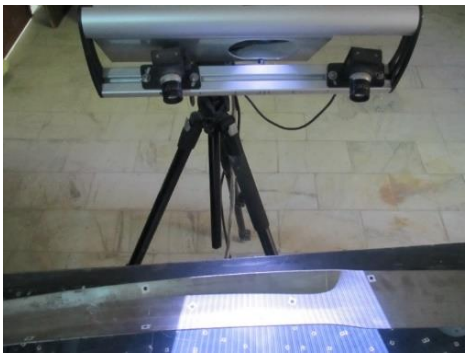
دستگاه شکل‌دهی. برای شکل‌دهی ورق‌ها از ماشین شکل‌دهی غلتکی با اعمال تغییراتی واقع در شرکت لوله و پروفیل پایا در اصفهان استفاده شد. دستگاه مذکور دارای هفت ایستگاه شکل‌دهی بود که برای انجام آزمون‌ها، دو ایستگاه از دستگاه با فاصله ۳۰۰ میلی‌متر از یکدیگر مورد استفاده قرار گرفت. هم‌چنین برای هدایت دقیق ورق به داخل ایستگاه‌ها به‌گونه‌ای که راستای حرکت ورق کاملا موازی با محور طولی ماشین باشد، از غلتک‌های استوانه‌ای هدایت‌شونده قبل از ایستگاه اول استفاده شد (شکل ۱۱). هم‌چنین به‌منظور شکل‌دهی ورق در حالتی پایدار و جلوگیری از ارتعاشات غیرقابل کنترل دستگاه و اثرات آن روی نتایج، سرعت خطی شکل‌دهی ۲۷ mm/s انتخاب گردید.

اندازه‌گیری کرنش در آزمون تجربی. به‌منظور اندازه‌گیری کرنش طولی، از کرنش‌سنج‌های مقاومت الکتریکی TML FLA5-11 استفاده شد. کرنش‌سنج‌ها در راستای عرضی به فاصله ۲ میلی‌متر از لبه ورق و به فاصله ۳۰۰ میلی‌متر در راستای طولی از لبه جلویی ورق چسبانده شدند. هم‌چنین برای جلوگیری از برخورد کرنش‌سنج‌ها با غلتک بالایی، غلتک‌ها چندتکه ساخته شدند (شکل ۱۲).

شکل ۱۱ دستگاه مورد استفاده برای آزمون تجربی

اندازه‌گیری عیوب در آزمون تجربی. به‌منظور به‌دست آوردن هندسه سه بعدی پروفیل‌های تولید شده، از روش اندازه‌گیری نوری استفاده شد. در این روش اندازه‌گیری اسکنر نوری با اسکن بخش به بخش قطعه و اتصال بخش‌های مختلف اسکن شده در محیط نرم‌افزار مرتبط به آن، هندسه سه‌بعدی قطعه مورد نظر را به صورت ابر نقاط ایجاد می‌کند. دستگاه اسکنر نوری که در این اندازه‌گیری‌ها مورد استفاده قرار گرفت مدل Range Vision 3D Scanner Standard Plus می‌باشد که دارای دقت ۰/۰۳ میلی‌متر است.

شکل ۱۲ استفاده از کرنش‌سنج‌ها بر روی صفحه بالایی ورق: استفاده از غلتک‌های راهنما به‌منظور هدایت ورق به داخل ایستگاه (چپ)، غلتک‌های ایستگاه شکل‌دهی (راست)



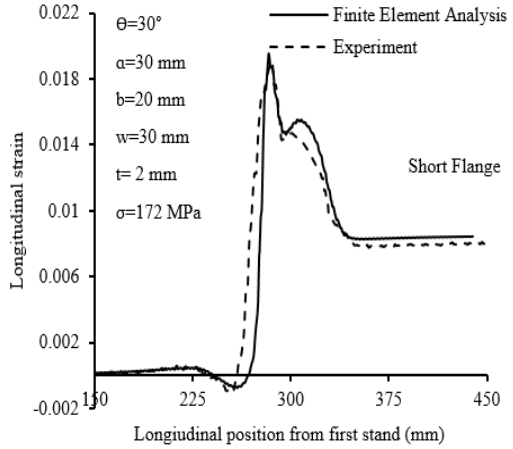
شکل ۱۳ اسکنر نوری برای اندازه‌گیری عیوب پیچش و انحنای طولی

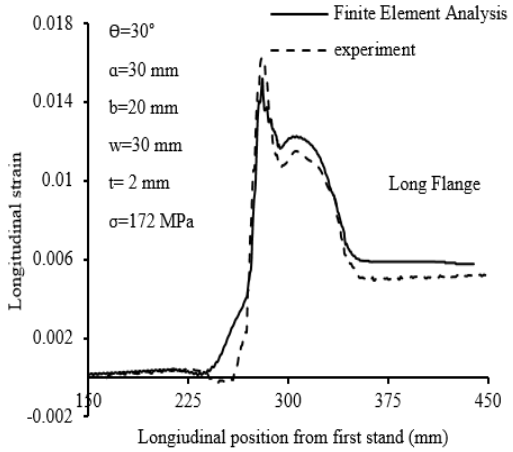
نتایج و بحث

اعتبارسنجی مدل اجزای محدود. تاریخچه کرنش‌های طولی لبه‌ای در صفحه بالایی ورق که در آزمون تجربی اندازه گرفته شد با نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود در شکل (۱٤)، مقایسه شده‌اند. مطابق با جدول (۲)، مشاهده می‌شود که حداکثر اختلاف نسبی بین کرنش‌های طولی لبه‌ای بیشینه و باقی‌مانده به‌دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود و آزمون تجربی، در بال‌های کوتاه و بلند به‌ترتیب ۷/۵ و ۱۱/۵- درصد می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل اجزای محدود به‌خوبی توانسته است کرنش‌های طولی را پیش‌بینی نماید.

جدول ۲ کرنش‌های طولی لبه‌ای بیشینه و باقی‌مانده حاصل از شبیه‌سازی اجزای محدود و آزمون تجربی و هم‌چنین اختلاف نسبی آن‌ها

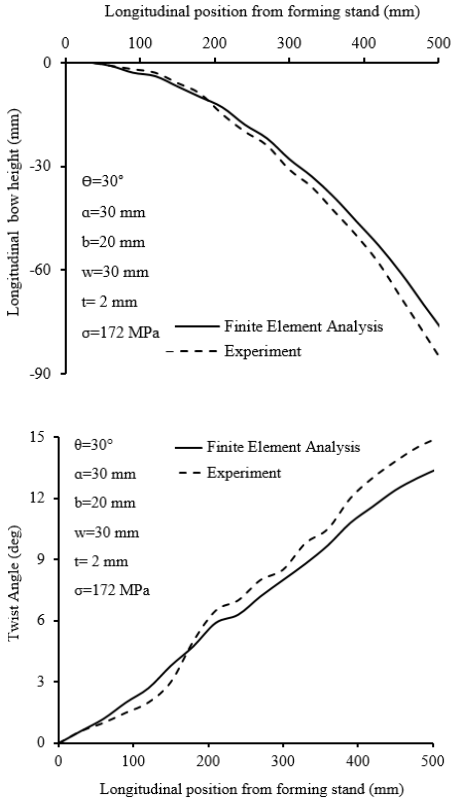
		شبیه‌سازی	تجربی	اختلاف نسبی (٪)
بال کوتاه	کرنش بیشینه	۰/۰۱۷٦	۰/۰۱۹۰	۷/٤
	کرنش باقی‌مانده	۰/۰۰٧٤	۰/۰۰۸۰	۷/۵
بال بلند	کرنش بیشینه	۰/۰۱٤۷	۰/۰۱٦۲	۹/۲
	کرنش باقی‌مانده	۰/۰۰۵۷	۰/۰۰۵۲	-۱۱/۵



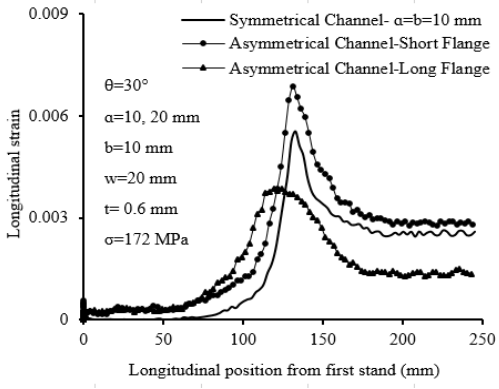


شکل ۱٤ مقایسه کرنش‌های طولی حاصل از شبیه‌سازی اجزای محدود و آزمایش‌های تجربی در بال کوتاه و بال بلند

هم‌چنین، زاویه پیچش و ارتفاع انحنای طولی که در آزمون تجربی اندازه گرفته شدند با نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود در شکل (۱۵)، مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌شود که حداکثر اختلاف نسبی بین ارتفاع انحنای طولی و زاویه پیچش به‌دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود و آزمون تجربی، به‌ترتیب کم‌تر از ۱۰ و ۱۵ درصد می‌باشد.



شکل ۱۵ مقایسه زاویه پیچش و ارتفاع انحنای طولی حاصل از شبیه‌سازی اجزای محدود و آزمایش‌های تجربی



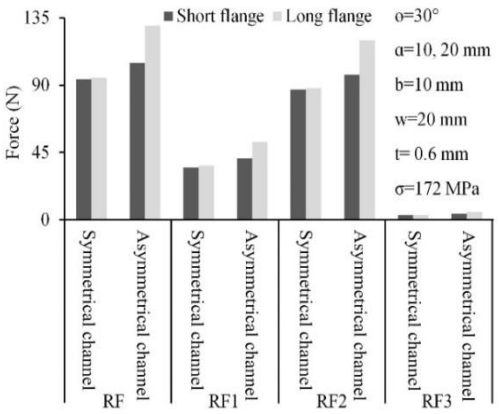
شکل ۱۶ مقایسه کرنش‌های طولی لبه‌ای در کانال متقارن و نامتقارن

اثر نامتقارن بودن کانال روی کرنش‌های طولی. در شکل (۱۶)، میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای در بال‌های کانال متقارن با کرنش‌های طولی لبه‌ای در هر یک از بال‌های کوتاه و بلند کانال نامتقارن مقایسه شده است. مشاهده می‌شود برخلاف کانال متقارن که مقدار کرنش‌های طولی در لبه دو بال بسیار نزدیک به‌یکدیگر می‌باشند، در کانال نامتقارن کرنش‌های طولی لبه‌ای در بال‌های کوتاه و بلند در فاصله‌های یکسان از ایستگاه نگه‌دارنده متفاوت است. هم‌چنین، مقادیر کرنش‌های طولی لبه‌ای بیشینه و باقی‌مانده در بال کوتاه بیش‌تر از بال بلند می‌باشند.

بررسی بیش‌تر شکل (۱۶)، نشان می‌دهد که با تغییر طراحی کانال از متقارن به نامتقارن، کرنش‌های ابتدایی در لبه بال بلند نسبت به بال کوتاه زودتر رشد کرده و در نتیجه، کشیدگی لبه بال بلند زودتر شروع می‌شود. این امر نشان می‌دهد که برخلاف کانال متقارن، شکل‌دهی در بال‌های کانال نامتقارن یکسان نبوده و از حالت متعادل از نظر هندسی خارج می‌گردد. بنابراین هرچه کشیدگی بال‌های کانال نامتقارن قبل از رسیدن به ایستگاه شکل‌دهی (کرنش طولی لبه‌ای بیشنه) یکسان بوده و اختلاف کرنش‌های طولی لبه‌ای در بال‌های کانال در فاصله یکسان از ایستگاه نگه‌دارنده، کم‌تر باشد، مقدار عیب پیچش نیز کم‌تر می‌باشد. هم‌چنین، میانگین مقادیر کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده در بال‌های کانال نامتقارن را می‌توان به‌عنوان معیاری برای ارزیابی تغییرشکل پلاستیک لبه بال‌ها درنظر گرفت.

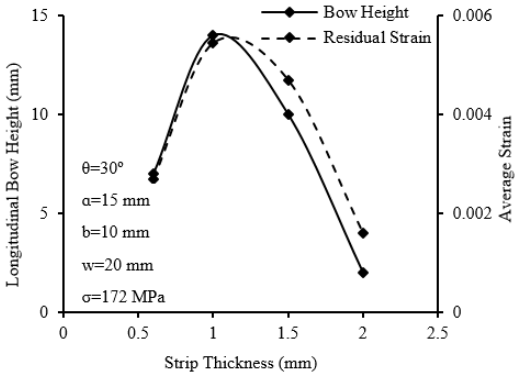
اثر نامتقارن بودن کانال روی نیرو. به‌منظور بررسی و مقایسه نیروهای وارد شده به هر یک از بال‌های کانال نامتقارن، غلتک‌های شکل‌دهی پایینی برای به‌صورت سه‌تکه طراحی شدند. در شکل (۱۷)، نیروهای وارد شده به بال‌های کانال نامتقارن نشان داده شده است. در این شکل متغیرهای RF، RF1، RF2 و RF3 به‌ترتیب نشان‌دهنده برآیند نیروها، نیروی وارد شده در راستای عرض ورق (X)، نیروی وارد شده در راستای ضخامت ورق (Y) و نیروی وارد شده در راستای طول ورق (Z) می‌باشند. مشاهده می‌شود که برای کانال متقارن تفاوت

قابل‌ملاحظه‌ای در مقدار نیروی وارد شده بـه بـال‌هـای کانال وجود ندارد. در صورتی‌که با تغییر کانال متقـارن به نامتقارن، نیروهای وارد شده به هـر دو بـال افـزایش یافته و نیروی وارد شده به بال بلند بیش‌تر از بال کوتاه می‌باشد. به‌همین دلیل، جهت پیچش در کانال نامتقـارن به‌گونه‌ای است که بال بلند به سمت بال کوتاه نزدیـک می‌شود. بنابراین بـا توجـه بـه نتـایج حاصـل از شـکل (۱۷)، می‌توان نتیجه گرفت که اخـتلاف نیروهـای وارد شده به دو بال کوتاه و بلند کانال نامتقارن بـه‌خصـوص در راستای ضخامت ورق، باعث به‌وجود آمدن گشتاور پیچشی در مقطع کانال خروجی و در نهایت بروز عیب پیچش می‌گـردد. بـه‌عبـارت دیگـر هـر چـه اخـتلاف نیروهـای وارد شـده بـه بـال‌هـای کانـال در راسـتای ضخامت ورق بـیش‌تـر باشـد، گشـتاور پیچشـی مـؤثر بیش‌تری بـه کانـال وارد شـده و زاویـه پـیچش مقطـع خروجی بیش‌تر خواهد بود.



شکل ۱۷ مقایسه میانگین نیروها در کانال نامتقارن و نامتقارن

اثر ضخامت ورق روی انحنای طولی و پـیچش. در شکل (۱۸)، تأثیر ضخامت ورق روی انحنـای طـولی و میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده در بـال‌هـای کانال نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که افزایش ضخامت ورق انحنـای طـولی و کـرنش طـولی لبـه‌ای باقی‌مانده میانگین را افزایش و سپس کاهش مـی‌دهـد. هم‌چنین، برای شرایط شکل‌دهـی ذکـر شـده در شـکل (۱۸)، عیب چین‌خوردگی لبه در ضخامت‌هایی کم‌تر از ۰/۶ میلی‌متر وجود داشته که با افـزایش ضـخامت ورق از بین می‌رود.

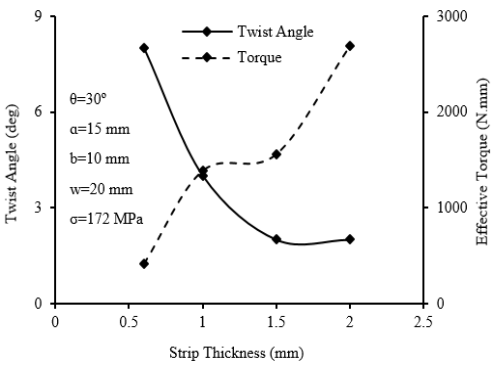


شکل ۱۸ اثر ضخامت ورق روی انحنای طولی و میانگین کرنش‌های باقی‌مانده

از آنجا که ضخامت ورق صلبیت خمشی محصول را زیاد می‌کند، بنـابراین زمـانی‌کـه ضـخامت ورق کـم است (کم‌تر از ۱ میلی‌متـر)، افـزایش ضـخامت ورق از یک‌سو انحنای طولی را زیاد می‌کنـد و از سـوی دیگـر احتمال بـروز عیـب چـین‌خـوردگی در لبـه را کـاهش می‌دهد. بنابراین در ضخامت‌های کم، اثر افزایش تغییـر شکل پلاستیک در لبه با افزایش ضخامت ورق بیش‌تـر از اثر زیاد شدن صلبیت خمشی محصول اسـت کـه در نتیجه انحنای طولی زیاد مـی‌شـود. امـا در عـین حـال، افزایش ضخامت ورق صلبیت خمشی لبه را زیاد کـرده و با محدود کـردن چـین‌خـوردگی در لبـه، آزاد شـدن تنش‌های فشاری از طریق بروز چـین‌خـوردگی لبـه را محـدود کـرده و انحنـای طـولی را افـزایش مـی‌دهـد. زمـانی‌کـه ضـخامت ورق زیـاد اسـت (بـیش‌تـر از ۱ میلـی‌متـر)، افـزایش ضـخامت ورق انحنـای طـولی را کاهش داده و در عین حال استعداد لبـه را بـرای بـروز عیـب چـین‌خـوردگی کـاهش مـی‌دهـد. بنـابراین در ضخامت‌های زیاد، کاهش میانگین کـرنش‌هـای طـولی باقی‌مانده با افزایش ضخامت ورق و زیاد شدن صلبیت

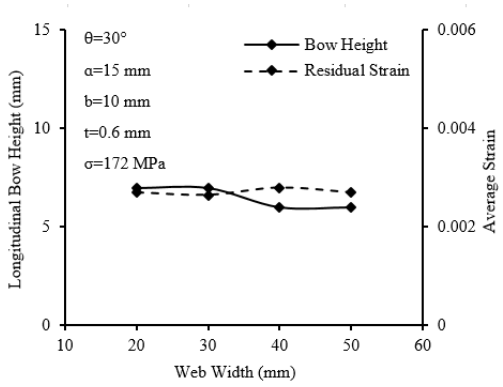
خمشی محصول موجب می‌شود انحنای طولی کم شود. در عین حال عیب چین‌خوردگی لبه به‌دلیل افزایش صلبیت خمشی لبه بال کاهش می‌یابد. به‌عبارت دیگر، اگر صلبیت خمشی لبه بال زیاد باشد چین‌خوردگی لبه رخ نخواهد داد حتی اگر صلبیت خمشی محصول زیاد باشد. بررسی بیش‌تر شکل (۱۸)، نشان می‌دهد که روند تغییرات ارتفاع انحنای طولی مشابه با روند تغییرات میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده است.

شکل (۱۹)، تأثیر ضخامت ورق روی زاویهٔ پیچش مقطع و گشتاور مؤثر روی زاویه پیچش را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت ورق گشتاور مؤثر افزایش و زاویهٔ پیچش کاهش می‌یابد. برای شرایط شکل‌دهی ذکر شده در شکل (۱۹)، با افزایش ضخامت ورق نیروی وارد شده به هریک از بال‌های کوتاه و بلند کانال و هم‌چنین اختلاف نیروهای وارد شده به بال‌های کانال افزایش می‌یابد. بنابراین با توجه به افزایش صلبیت پیچشی محصول با افزایش ضخامت ورق و عدم تفاوت قابل‌ملاحظه در اختلاف مقادیر کرنش‌های طولی ابتدایی در بال‌های کانال برای ضخامت‌های مختلف ورق، می‌توان چنین نتیجه گرفت که اثر افزایش صلبیت پیچشی محصول با افزایش ضخامت ورق بیش‌تر از گشتاور مؤثر است و زاویه پیچش را کم می‌کند.



شکل ۱۹ اثر ضخامت ورق روی زاویهٔ پیچش و گشتاور مؤثر

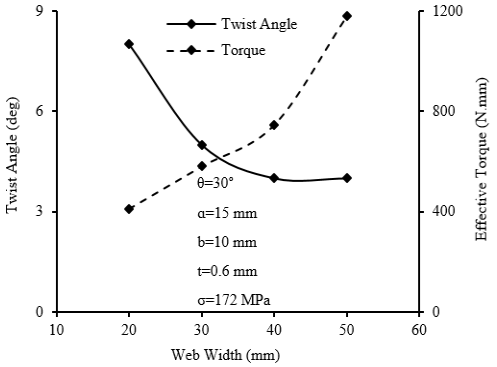
اثر پهنای کف روی انحنای طولی و پیچش. در شکل (۲۰)، تأثیر پهنای کف روی انحنای طولی و میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده در بال‌های کانال نشان داده شده است. مشاهده می‌شود پهنای کف اثر مستقلی روی میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده نداشته و انحنای طولی را به مقدار جزئی کاهش می‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش صلبیت خمشی ناشی از افزایش پهنای کف اثر خود را به‌صورت جلوگیری از افزایش انحنای طولی گذاشته است.



شکل ۲۰ اثر پهنای کف روی انحنای طولی و میانگین کرنش‌های باقی‌مانده

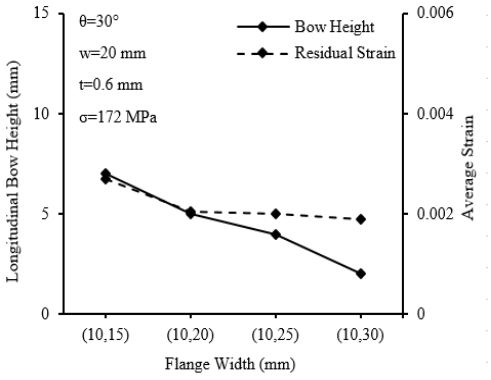
شکل (۲۱)، تأثیر پهنای کف روی زاویهٔ پیچش مقطع و گشتاور مؤثر روی زاویه پیچش را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش پهنای کف، گشتاور مؤثر را افزایش و زاویه پیچش مقطع را کاهش می‌دهد. برای شرایط شکل‌دهی ذکر شده در شکل (۲۱)، هرچند با افزایش پهنای کف اختلاف نیروهای وارد شده به بال‌های کانال تغییر قابل‌ملاحظه نمی‌کند، ولی از آن‌جا که فاصله بین نقطه اثر نیروها از یکدیگر افزایش می‌یابد، گشتاور مؤثر روی زاویه پیچش نیز افزایش می‌یابد. بنابراین با توجه به عدم تغییر قابل‌ملاحظه در اختلاف مقادیر کرنش‌های طولی ابتدایی در بال‌های کانال و هم‌چنین افزایش صلبیت پیچشی محصول با افزایش پهنای کف، می‌توان نتیجه گرفت که اثر افزایش صلبیت پیچشی محصول با

افزایش پهنای کف بیش از گشتاور مؤثر روی عیب پیچش است و زاویه پیچش را کم می‌کند.



شکل ۲۱ اثر پهنای کف روی زاویهٔ پیچش و گشتاور مؤثر

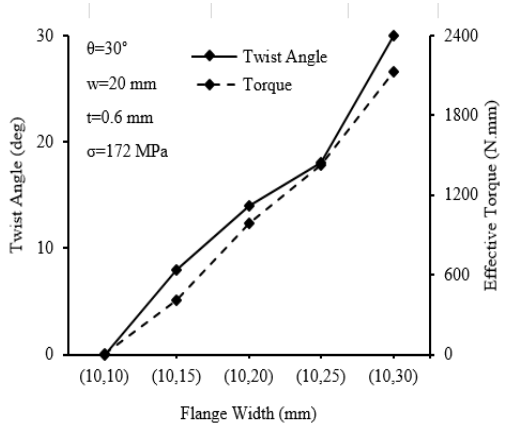
اثر عرض بال‌ها روی انحنای طولی و پیچش. در شکل (۲۲)، تأثیر عرض بال‌ها روی انحنای طولی و میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده در بال‌های کانال نشان داده شده است.



شکل ۲۲ اثر عرض بال‌ها روی انحنای طولی و میانگین کرنش‌های باقی‌مانده

مشاهده می‌شود که با افزایش عرض بال، ارتفاع انحنای طولی و میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده کاهش می‌یابند. هم‌چنین، برای شرایط شکل‌های ذکر شده در شکل (۲۲)، در عرض بال‌های ۱۰ و ۲۰ میلی‌متر و بیش‌تر از این مقدار بروز عیب چین‌خوردگی لبه مشهود است و با افزایش تدریجی عرض بال‌ها مقدار آن افزایش می‌یابد. بنابراین افزایش صلبیت خمشی محصول و کاهش تغییرشکل پلاستیک در بال‌ها با افزایش عرض بال سبب کاهش ارتفاع انحنای طولی می‌شود. اما در عین حال افزایش عرض بال با محدود کردن انحنای طولی، آزاد شدن تنش‌های فشاری از طریق انحنای طولی را محدود کرده و احتمال بروز چین‌خوردگی را بالا می‌برد. بررسی بیش‌تر شکل (۲۲)، نشان می‌دهد که روند تغییرات ارتفاع انحنای طولی مشابه با روند تغییرات میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده است.

شکل (۲۳)، اثر عرض بال‌ها روی زاویهٔ پیچش مقطع و گشتاور مؤثر بر زاویهٔ پیچش را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش عرض بال بلند، زاویهٔ پیچش مقطع و گشتاور مؤثر افزایش می‌یابند.



شکل ۲۳ اثر عرض بال‌ها روی زاویهٔ پیچش و گشتاور مؤثر

برای شرایط شکل‌دهی ذکر شده در شکل (۲۳)، با افزایش عرض بال‌های کانال، نیروی وارد شده به هریک از بال‌ها و فاصله بین نقطه اثر نیروها افزایش می‌یابند. در نتیجه گشتاور مؤثر روی زاویه پیچش نیز افزایش می‌یابد. از آن‌جا که افزایش عرض بال‌ها سبب افزایش صلبیت پیچشی محصول می‌شود. می‌توان چنین نتیجه گرفت که اثر افزایش گشتاور مؤثر روی عیب پیچش با افزایش عرض بال بلند بیش از افزایش صلبیت پیچشی محصول است و زاویه پیچش را زیاد می‌کند.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله عیب‌های متداول در فرآیند شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن مورد بررسی قرار گرفتند و از شبیه‌سازی اجزای محدود به منظور بررسی اثر پارامترهای هندسی شامل ضخامت ورق، پهنای کف و عرض بال‌ها روی عیوب استفاده گردید. هم‌چنین، برای اطمینان از صحت مدل اجزای محدود آزمایش‌های تجربی انجام شدند و سپس نتایج حاصل از آزمون تجربی با مقادیر به‌دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود مقایسه گردید. نتایج حاصل از این تحقیق به‌صورت خلاصه به‌صورت ذیل می‌باشند:

۱- در فرآیند شکل‌دهی غلتکی مقاطع کانالی‌شکل نامتقارن، بال بلند قبل از بال کوتاه با غلتک تماس پیدا کرده و در نتیجه پیش از این‌که بال کوتاه در معرض نیروی شکل‌دهی قرار گیرد، از سوی غلتک به بال بلند نیرو وارد می‌شود و نیروی وارد شده به بال بلند بیش‌تر از بال کوتاه می‌باشد. این امر موجب اعمال نیروهای نامتقارن به بال‌های کانال و به‌وجود آمدن ممان پیچشی و در نهایت بروز عیب پیچش در کانال خروجی می‌گردد. هم‌چنین، به‌هنگام عبور ورق از ایستگاه شکل‌دهی، کشیدگی لبه بال بلند نسبت به بال کوتاه زودتر شروع شده و در نتیجه شکل‌دهی بال‌های کانال از حالت متقارن خارج می‌شود.

۲- برای مقاطع بررسی شده، با افزایش ضخامت ورق و پهنای کف زاویه پیچش مقطع کاهش می‌یابد. در حالی‌که افزایش عرض بال‌های کانال موجب افزایش زاویه پیچش می‌گردد.

۳- روند تغییرات انحنای طولی مشابه با روند تغییرات میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده در بال‌های کانال می‌باشد. بنابراین، میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده می‌تواند به‌عنوان ملاکی برای ارزیابی ارتفاع انحنای طولی مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین هر چه میانگین کرنش‌های طولی لبه‌ای باقی‌مانده بیش‌تر باشد انحنای طولی نیز بیش‌تر خواهد بود.

واژه‌نامه

الگوریتم زوج تماسی	General pair algorithm
چهارگوش	Quad-dominate
صریح	Explicit
ضمنی	Implicit

مراجع

1. Halmos, G., *Roll forming handbook*. CRC Press, (2005).
2. Shirani Bidabadi, B., Moslemi Naeini, H., Azizi Tafti, R. and Barghikar, H., "Experimental study of bowing defects in pre-notched channel section products in the cold roll forming process", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 87, No. 1-4, pp. 997-1011, (2016).
3. Shirani Bidabadi, B., Moslemi Naeini, H. and Azizi Tafti, R., "Experimental and numerical study of required torque in the cold roll forming of symmetrical channel sections", *Journal of Manufacturing Processes*, Vol. 27, pp. 63-75, (2017).
4. Shirani Bidabadi, B., Moslemi Naeini, H., Tehrani, S. and Barghikar, H., "Experimental and numerical study of bowing defects in cold roll-formed, U-channel sections", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 118, pp. 243-253, (2016).
5. Safdarian, R. and Moslemi Naeini, H., "The effects of forming parameters on the cold roll forming of channel section", *Thin-Walled Structures*, Vol. 92, pp. 130-136, (2015).
6. Lindgren, M., "An improved model for the longitudinal peak strain in the flange of a roll formed U-channel developed by FE-analyses", *Steel Research International*, Vol. 78, (2007).

7. Lindgren, M., "Cold roll forming of a U-channel made of high strength steel", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 186, pp. 77-81, (2007).
8. Lindgren, M., "Experimental investigations of the roll load and roll torque when high strength steel is roll formed", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 191, pp. 44-47, (2007).
9. Boman, R., Papeleux, L., Bui, Q. and Ponthot, J., "Application of the Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation to the numerical simulation of cold roll forming process", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, pp. 621-625, (2006).
10. Wiebenga, J., Weiss, M., Rolfe, B. and Boogaard, A., "Product defect compensation by robust optimization of a cold roll forming process", *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 213, pp. 978-986, (2012).
11. Zeng, G., Li, S., Yu, Z. and Lai, X., "Optimization design of roll profiles for cold roll forming based on response surface method", *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 1930-1938, (2009).
12. Farzin, M., Salmani Tehrani, M and Shameli, E., "Determination of Buckling Limit of Strain in Cold Roll Forming by the Finite Element Analysis", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 125-126, pp. 626-632, (2002).
13. Salmani Tehrani, M., Hartley, P., Moslemi Naeini, H. and Khademizadeh, H., "Localized edge buckling in cold roll-forming of symmetric channel section", *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 184-196, (2006).
14. Salmani Tehrani, M., Hartley, P., Moslemi Naeini, H. and Khademizadeh, H., "Localized edge buckling in cold roll-forming of circular tube section", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, pp. 617-620, (2006).
15. Kasaei, M.M., Moslemi Naeini, H., Azizi Tafti, R. and Salmani Tehrani, M., "Prediction of maximum initial strip width in the cage roll forming process of ERW pipes using edge buckling criterion", *Journal of materials processing technology*, Vol. 214, pp. 190-199, (2014).
16. Azizi Tafti, R., "Theoretical, numerical, and experimental investigation of edge wrinkling defect in cold roll forming of symmetric channel sections", PhD Thesis, Mechanical Engineering Faculty, Tarbiat Modares University, Tehran, (2013).
17. Ona, H. and Jimma, T., "Experiments into the cold roll-forming of straight asymmetrical channels", *Journal of Mechanical Working Technology*, Vol. 8, pp. 273-291, (1983).
18. Cha, W. and Kim, N., "Study on twisting and bowing of roll formed products made of high strength steel", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 14, PP. 1527-1533, (2013).
19. A. Manuals, Getting Standard with ABAQUS, (2013).
20. Bui, Q. and Ponthot, J., "Numerical simulation of cold roll-forming processes", *Journal of materials processing technology*, Vol. 202, No. 1-3, pp. 275-282, (2008).
21. Prior, A., "Applications of implicit and explicit finite element techniques to metal forming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 45, PP. 649-656, (1994).

تأثیر تابع پتانسیل بر شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند ماشین‌کاری نانومتری سیلیکون تک‌کریستال*

سیدنادر عاملی کلخوران[۱] مهرداد وحدتی[۲]

چکیده *فرآیند ماشین‌کاری نانومتری روشی پیشرفته جهت ساخت قطعات ترد سیلیکونی با صافی سطح نانومتری می‌باشد. با استفاده از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی این فرآیند می‌توان به جزئیات ارزشمندی از مکانیزم ماشین‌کاری دست یافت. انتخاب تابع پتانسیل مناسب، اصلی‌ترین پارامتر در تعیین نتایج یک شبیه‌سازی دینامیک مولکولی می‌باشد. در این مقاله از ترکیب سه تابع پتانسیل مورس، ترسوف و استیلینگر-وبر جهت تعریف اندرکنش‌های بین ذره‌ای استفاده شده است. مکانیزم ماشین‌کاری، دمای قطعه‌کار، نیروهای ماشین‌کاری، انرژی سیستم و آسیب‌های زیر سطحی قطعه‌کار مواردی بودند که جهت مقایسه این توابع پتانسیل مورد مطالعه قرار گرفتند. نتایج نشان داد که استفاده از ترکیب تابع پتانسیل مورس و ترسوف، سبب تغییر مکانیزم ماشین‌کاری به حالت ترد گردیده و انرژی سیستم را تا حد ۷/۳ ٪ کاهش می‌دهد. همچنین مشخص گردید که اندرکنش بین اتم‌های ابزار و قطعه‌کار تأثیر بیشتری در تعیین دمای قطعه‌کار و نیروهای ماشین‌کاری دارد.*

واژه‌های کلیدی ماشین‌کاری نانومتری، دینامیک مولکولی، تابع پتانسیل، سیلیکون.

The Effect of Interatomic Potential Function on Nanometric Machining of Single Crystal Silicon

S.N. Ameli Kalkhoran M. Vahdati

Abstract *Nanometric machining process is an advanced method for producing brittle silicon workpiece with nano-level surface finish. With the aid of molecular dynamics simulation, valuable details of machining mechanism could be obtained. Choosing the appropriate potential function is the main parameter in determining the results of this simulation. In this paper, the combination of the three potential functions of Morse, Tersoff, and Stillinger-Weber is used to define interatomic interactions. The machining mechanism, workpiece temperature, cutting forces, systems' energy as well as subsurface damages were studied to compare these potential functions. The results exhibit that using the combination of the Morse and Tersoff potential function would change the machining mechanism to brittle mode and reduce the system energy by as much as 7.3%. It is also found that the interaction between tool and workpiece has a greater influence on the determination of the workpiece temperature and machining forces.*

Key Words Nanometric Machining, Molecular Dynamics, Potential Function, Silicon.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۷/۱/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۱۲/۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.71972

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشجوی دکتری، گروه ساخت و تولید، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.
naderameli@mail.kntu.ac.ir

(۲) دانشیار، گروه ساخت و تولید، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

مقدمه

امروزه استفاده‌های فراوانی از قطعات سیلیکونی در ساخت تراشه‌ها و قطعات رایانه‌ای می‌شود. این ماده با دارا بودن ویژگی‌هایی چون دسترس‌پذیری، پایداری و مقاومت سایشی بالا، محبوبیت بسیاری را در ساخت قطعات دقیق کسب کرده است. با این حال، با توجه به ترد بودن سیلیکون، ماشین‌کاری آن به روش سنتی دارای محدودیت‌های فراوانی می‌باشد [1]. بطور مثال با استفاده از فرآیندهای لیسه‌کاری (Lapping) و پرداخت‌کاری، فقط می‌توان سطوح ساده را ماشین‌کاری نمود و ساخت قطعات پیچیده میسر نمی‌باشد [2]. فرآیند ماشین‌کاری نانومتری، روشی پیشرفته جهت ساخت قطعات فوق‌دقیق می‌باشد. بطور کلی سطوح حاصل از ماشین‌کاری نانومتری از کیفیت و دقت ابعادی بالاتری نسبت به دیگر روش‌های ماشین‌کاری برخوردار می‌باشد. علاوه بر این، در این روش واکنش شیمیایی و آسیب‌های کمتری در سطح قطعه‌کار حاصل می‌گردد. لذا این فرآیند کاربرد فراوانی در صنایع الکترونیک، اپتیک و پزشکی پیدا کرده است. با استفاده از این روش می‌توان قطعات ترد مانند سیلیکون را به خوبی ماشین‌کاری کرده و به صافی سطح نانومتری دست یافت. با این حال، انجام آزمایشات تجربی در این زمینه بسیار هزینه‌بر بوده و همواره با محدودیت‌هایی همراه بوده است. با توجه به ناکارآمد بودن مبانی مکانیک پیوسته در ابعاد نانومتری، نمی‌توان از روش اجزاء محدود جهت شبیه‌سازی این فرآیند استفاده کرد. همچنین خواص مواد در مقیاس نانومتری متفاوت از مقدار ماکروسکوپی آن می‌باشد. این موضوع دلیلی دیگر در ناتوانی روش اجزاء محدود در مطالعه فرآیند ماشین‌کاری نانومتری است.

از این روی، تکنیک شبیه‌سازی دینامیک مولکولی تبدیل به روشی کارآمد جهت انجام تحقیقات این حوزه گردیده است [3]. با استفاده از این روش می‌توان به درک کامل‌تری از جزئیات مکانیزم ماشین‌کاری نانومتری قطعات ترد از جمله سیلیکون دست یافت.

پارامترهای بسیاری بر صحت خروجی‌های حاصل از یک شبیه‌سازی دینامیک مولکولی می‌توانند تأثیرگذار باشند. تعریف صحیح اندرکنش بین ذرات یکی از این موارد می‌باشد که در صورت انتخاب بهینه می‌تواند تأثیر به سزایی در تقریب رفتار یک سیستم واقعی داشته باشد. این اندرکنش‌ها توسط تابع پتانسیل تعریف می‌گردند. در ارتباط با شبیه‌سازی ماشین‌کاری نانومتری سیلیکون، محققین تاکنون از توابع پتانسیل مختلفی استفاده نموده‌اند. جای و همکارانش [4] در سال ۲۰۰۷ از تابع پتانسیل ترسوف جهت مطالعه مکانیزم ماشین‌کاری نرم قطعه‌کار سیلیکونی استفاده نمودند. گوئل و همکارانش [5] به منظور بررسی تغییرات ساختار قطعه‌کار SiC در حین ماشین‌کاری نانومتری، از تابع پتانسیل ترسوف استفاده نمودند. بدین صورت آن‌ها چگونگی تولید فاز گرافنی شکل را که سبب برش نرم این ماده می‌شد نشان دادند. ژو و همکارانش [6] با استفاده از تابع پتانسیل ترسوف، تحول فازی قطعه‌کار سیلیکونی را در حین ماشین‌کاری مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها همچنین از همین تابع پتانسیل جهت تعریف اندرکنش اتم‌های ابزار و قطعه‌کار استفاده نمودند. لو و همکارانش [7] با استفاده از تابع پتانسیل ترسوف بین اتم‌های قطعه‌کار سیلیکونی و Si-C، آسیب‌های زیرسطحی حاصل از ماشین‌کاری نانومتری را بررسی نمودند. هه و همکارانش [8] از ترکیب تابع پتانسیل ترسوف و مورس جهت تعریف اندرکنش‌های Si-Si و Si-C در شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند سنگزنی نانومتری استفاده نمودند. علاوه بر تابع پتانسیل ترسوف، تابع پتانسیل استیلینگر–وبر نیز در سال‌های اخیر مورد توجه محققین قرار گرفته است. بطور مثال زارع چاوشی و همکارانش [9] در سال ۲۰۱۶ با استفاده از این تابع پتانسیل به مطالعهٔ مکانیزم‌های نابجایی در کریستال پلاستیسیته پرداختند.

مقایسهٔ توابع پتانسیل مختلف و بررسی تأثیر آن‌ها

بر نتایج مسئله، موضوعی است که تنها توسط تعداد کمی از محققین مورد بررسی قرار گرفته است. برخی از تحقیقات به بررسی تأثیر تابع پتانسیل در فرآیندهای شبیه‌سازی آب [10]، پلاسما [11] و بمباران خوشه‌ای [12] پرداخته‌اند. رنچ و ایناساکی [13] در تحقیقی که در مورد شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیندهای سایشی انجام داده بودند، اعلام کردند در صورتی‌که هدف فقط کاهش هزینه محاسباتی در حل معادلات شرودینگر باشد، می‌توان از توابع پتانسیل جفتی (pair potentials) استفاده کرد. با این حال، آن‌ها اظهارنظری در مورد دقت این توابع پتانسیل نکردند. لی و همکارانش [14] به شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند لیسه‌کاری (Lapping) پرداختند. آن‌ها اگرچه به اهمیت اندرکنش اتم‌ها در این شبیه‌سازی تاکید داشتند، اما فقط از تابع پتانسیل ترسوف در تحقیقات خود استفاده نمودند. آن‌ها دلیل این موضوع را توانایی بالای این تابع پتانسیل در تعریف پیوندهای کووالانسی اعلام کردند.

این تحقیقات در زمینه شبیه‌سازی دینامیک مولکولی ماشین‌کاری نانومتری نیز اندک می‌باشد. حسینی و همکارانش [15] در سال ۲۰۱۱ به بررسی تأثیر تابع پتانسیل مورس و EAM بر ماشین‌کاری قطعه‌کار مسی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که تابع پتانسیل EAM (Embedded Atom Model) از توانایی بهتری جهت پیشبینی تغییر شکل پلاستیک برخوردار می‌باشد. اولووجوبی و چن [16] به مقایسه تأثیر سه نوع تابع پتانسیل لنارد-جونز، مورس و EAM بر نتایج ماشین‌کاری نانومتری قطعه‌کار مسی پرداختند. آن‌ها دریافتند که تابع پتانسیل EAM به‌علت توصیف بهتر اتصالات فلزی، بهترین نتیجه را ارائه می‌دهد. این محققین در تحقیقات دیگر خود تأثیر این توابع پتانسیل را بر نیروی ماشین‌کاری، شکل براده و انرژی پتانسیل بررسی نمودند [17,18]. زارع چاوشی و همکارانش [19] از دو تابع پتانسیل ترسوف و ABOP (Analytic bond-order potentials) جهت شبیه‌سازی دما بالای ماشین‌کاری نانومتری قطعه‌کار SiC استفاده نمودند. آنها همچنین با بررسی مکانیزم براده‌برداری دریافتند که تابع پتانسیل ABOP، دمای ذوب و ناپایداری بیشتری را نسبت به مقدار واقعی ارائه می‌دهد [20]. در تحقیقی که اخیراً توسط ژانگ و اورباسک [21] در سال ۲۰۱۷ انجام پذیرفت، از سه تابع پتانسیل استیلینگر-وبر، ترسوف و یک تابع پتانسیل جدید جهت توصیف رفتار پلاستیسیته و استحاله‌های فازی قطعه سیلیکونی استفاده شده است. آنها نشان دادند که تابع پتانسیل استیلینگر-وبر بهترین نتیجه را در توصیف رفتار تغییر شکل پلاستیک دارد. حال آنکه جهت بررسی تحولات فازی، بهتر است از تابع پتانسیل ترسوف استفاده گردد.

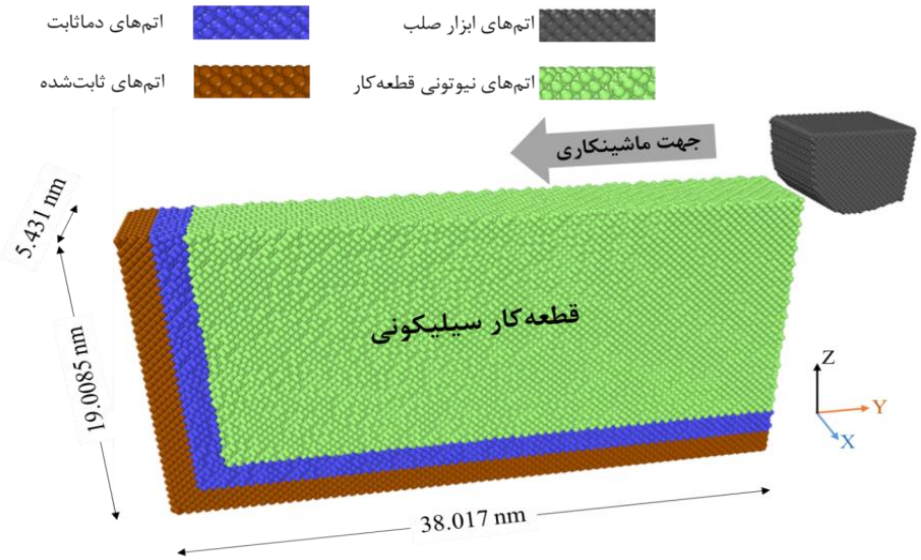
تاکنون تحقیق جامعی که بطور خاص و جامع بر روی تأثیر توابع پتانسیل مختلف بر روند ماشین‌کاری نانومتری قطعه‌کار سیلیکونی مطالعه نماید انجام نپذیرفته است. در این تحقیق به بررسی تأثیر توابع پتانسیل ترسوف، استیلینگر-وبر و مورس بر نتایج شبیه‌سازی دینامیک مولکولی این فرآیند پرداخته شده است. به‌این‌منظور، شرایط دیگر مسئله از جمله ابعاد قطعه‌کار، هندسه ابزار و شرایط ماشین‌کاری، در تمامی شبیه‌سازی‌ها یکسان در نظر گرفته شده است. بررسی تأثیر این پارامتر بر مکانیزم براده‌برداری، دمای قطعه‌کار، نیروهای ماشین‌کاری و انرژی سیستم، مواردی می‌باشند که مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

روند شبیه‌سازی دینامیک مولکولی

هندسه مسئله و شرایط ماشین‌کاری. شماتیک مدل سه‌بعدی از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند ماشین‌کاری نانومتری در شکل (۱) نشان داده شده است. قطعه‌کار مورد استفاده در این تحقیق از جنس سیلیکون تک‌کریستال با دمای اولیه ۲۹۳ درجه کلوین

می‌باشد. سه ناحیهٔ اتمی نیوتونی، دماثابت و ثابت‌شده در این قطعه‌کار تعریف شده‌اند. ناحیه اول، سه لایه‌ی اتمی ثابت (fixed) در کف و سمت چپ قطعه‌کار می‌باشد (اتم‌های قهوه‌ای رنگ). هدف از تعریف این اتم‌ها جلوگیری از حرکت قطعه‌کار در حین فرآیند ماشین‌کاری می‌باشد(اتم‌های آبی رنگ). سه لایه اتمی بعدی که در بالای این اتم‌ها قرار گرفته‌اند، اتم‌های دماثابت (thermostat) هستند. این اتم‌ها نقش انتقال حرارت حاصل از براده‌ها و خنک‌کننده‌ها را ایفا می‌کنند. دمای این ناحیه، با استفاده از روش مقیاس‌دهی (scaling) سرعت اتم‌ها در هر ۱۰ گام زمانی یکبار، برابر با ۲۹۳ درجه کلوین (برابر با دمای اولیه قطعه‌کار) نگاه داشته شده است. مابقی اتم‌های قطعه‌کار که با رنگ سبز نشان داده شده‌اند، اتم‌های نیوتونی بوده و با توجه به حرکت ابزار و شرایط مسئله، مطابق با قوانین دینامیک نیوتونی رفتار خواهند کرد. این قسمت، ناحیه اصلی مورد بررسی در حین فرآیند ماشین‌کاری می‌باشد. رفتار اتم‌های این ناحیه مطابق با هنگرد کانونی کوچک (NVE) تعیین گردیده است. قطعه‌کار تک‌کریستال سیلیکونی مورد مطالعه در این تحقیق دارای ساختار کریستالی الماس مکعبی (cubic diamond) با ثابت شبکه ۵.۴۳۱Å می‌باشد [22]. این قطعه‌کار به‌صورت ایده‌آل با صفحه کریستالی (۰۰۱) تعریف گردیده و راستای ماشین‌کاری در جهت [۰۱۰] اعمال شده است.

ابزار نقشی اساسی در تعیین نیروهای ماشین‌کاری و صافی سطح نهایی ایفا می‌کند. در عمل، از الماس تک‌کریستال به‌عنوان ابزار برشی استفاده می‌شود. با این حال، با توجه به سایش بسیار اندک این ماده در حین فرآیند ماشین‌کاری، معمولاً در شبیه‌سازی‌های دینامیک مولکولی، ابزار برشی را به‌صورت صلب در نظر می‌گیرند [23-25]. در تحقیقات پیش رو نیز از همین رویکرد استفاده شده است. با این حال، شبکه کریستالی و دیگر خواص اتمی ابزار دقیقاً مطابق با ابزارهای الماس طبیعی تعریف شده است. جدول (۱) هندسه مسئله مورد مطالعه در این پژوهش را نشان می‌دهد. ابعاد قطعه‌کار و پارامترهای شبیه‌سازی بر مبنای پیشینه پژوهش و تحقیق دیگری که توسط نویسندگان این مقاله انجام پذیرفته، انتخاب شده است [۲۶].



شکل ۱ شماتیک قطعه‌کار و ابزار مورد استفاده در شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند ماشین‌کاری نانومتری.

جدول ۱ مشخصات مدل دینامیک مولکولی مورد مطالعه.

مشخصات قطعه‌کار			
ابعاد قطعه‌کار	$38.017\ (\text{length}) \times 19.0085(\text{height}) \times 5.431(\text{width})\ nm^3$		
نسبت طول به عمق قطعه‌کار	2		
دمای اولیه قطعه‌کار	293K		
تعداد کل اتم‌های قطعه‌کار	198110		
تعداد اتم‌های شرط مرزی	26590		
تعداد اتم‌های دما ثابت	25030		
مشخصات ابزار برشی	شرایط ماشین‌کاری		
جنس ابزار	الماس	عمق ماشین‌کاری	1.05nm
شعاع لبه ابزار	3nm	سرعت برش	100 m/s
زاویه پیشانی ابزار	-10	نسبت عمق ماشین‌کاری به شعاع لبه ابزار	0.35
زاویه آزاد ابزار	15		
تعداد اتم‌های ابزار	27839	طول ماشین‌کاری	30 nm

جدول ۲ توابع پتانسیل مورد استفاده جهت تعریف اندرکنش بین ذرات مختلف در سیستم.

	ابزار- قطعه‌کار	قطعه‌کار
تابع پتانسیل (حالت ۱)	مورس	ترسوف
تابع پتانسیل (حالت ۲)	ترسوف	ترسوف
تابع پتانسیل (حالت ۳)	مورس	استیلینگر-وبر

اندرکنش بین اتمی. می‌توان به جرأت بیان داشت که مهم‌ترین عامل در تعیین نتایج یک شبیه‌سازی دینامیک مولکولی، نحوه تعریف اندرکنش ذرات آن سیستم می‌باشد [2]. در فیزیک، از توابع پتانسیل تحلیلی (analytical potential) جهت تعریف این اندرکنش‌ها استفاده می‌شود. در این پژوهش از ترکیب سه تابع پتانسیل مورس، ترسوف و استیلینگر-وبر جهت انجام شبیه‌سازی‌ها استفاده شده و رفتار سیستم در هر یک از این شرایط بررسی گردیده است. جدول (۲) تابع پتانسیل مورد استفاده در هر سری از این شبیه‌سازی‌ها را نشان می‌دهد.

تابع پتانسیل مورس، از جمله توابع پتانسیل جفتی مرسوم جهت اعمال برهم‌کنش‌های پیوندی (bonded interaction) می‌باشد [11]. این تابع پتانسیل توانایی پیاده‌سازی نیروهای دافعه در برد کوتاه و نیروهای جاذبه را در برد متوسط داشته و در فواصل دورتر اتمی نیز به آرامی به صفر میل می‌کند. مطابق رابطهٔ (۱)، این تابع پتانسیل از دو قسمت نمایی تشکیل شده است:

$$U\left(r_{ij}\right) = E_0 \left\{ e^{-2\propto\left(r_{ij}-r_0\right)} - 2e^{-\propto\left(r_{ij}-r_0\right)} \right\} \qquad (۱)$$

که در آن r_0 و r_{ij} به ترتیب عبارت است از فاصله تعادلی و فاصله لحظه‌ای بین اتم i و j. همچنین E_0 و $\propto$ مدول الاستیسیته و انرژی پیوستگی می‌باشند که بر مبنای خواص فیزیکی ماده ارائه گردیده‌اند.

مرسوم‌ترین تابع پتانسیل مورد استفاده در تعریف

اندرکنش اتم‌های سیلیکون، تابع پتانسیل ترسوف می‌باشد؛ که یک تابع پتانسیل چندجزئی است. این تابع پتانسیل در دهه ۹۰ میلادی شهرت زیادی در زمینه شبیه‌سازی دینامیک مولکولی به دست آورد. با این حال، این تابع پتانسیل دارای نقاط ضعفی مانند توصیف ضعیف تحول گرافیت به الماس و همچنین شکست مواد ترد می‌باشد [27]. همچنین این تابع پتانسیل از توانایی کافی در پیشبینی رفتار سیستم در دماهای بالا برخوردار نیست [19]. ترسوف انرژی کل سیستم را به‌صورت مجموعه‌ای از برهم‌کنش‌های جفتی و بر مبنای مختصات اتمی، به‌صورت رابطهٔ زیر مدل‌سازی کرد [28].

$$E = \sum_i E_i = \frac{1}{2}\sum_i \sum_{j\neq i} U(r_{ij}) \qquad (۲)$$

مبنای این تابع پتانسیل، ثابت نبودن استحکام پیوندی بین دو اتم و وابستگی آن به شرایط محیطی می‌باشد. این تابع پتانسیل مطابق رابطهٔ (۳) می‌باشد.

$$U(r_{ij}) = f_c(r_{ij})\left[a_{ij} f_R(r_{ij}) + b_{ij} f_A(r_{ij})\right] \qquad (۳)$$

که در آن:

$$f_R(r) = A\, exp(-\lambda_1 r), f_A(r) = -B\, exp(-\lambda_2 r)$$

$$f_c(r) = \begin{cases} 1 & r < R - D \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} sin\left[\frac{\pi}{2}(r-R)}{D}\right] & R - D < r < R + D \\ 0 & r > R + D \end{cases}$$

$$b_{ij} = \left(1 + \beta^n \zeta_{ij}^n\right)^{-1/2n}$$

$$\zeta_{ij}^n = \sum_{k(\neq i,j)} f_c(r_{ik})\, g(\theta_{ijk})\, exp\left[\lambda_3^3 (r_{ij} - r_{ik})^3\right].$$

$$g(\theta) = 1 + \frac{p^2}{q^2} - \frac{p^2}{[q^2 + (h - cos\theta)^2]}$$

$$a_{ij} = \left(1 + \alpha^n \eta_{ij}^n\right)^{-1/2n}$$

$$\eta_{ij} = \sum_{k(\neq i.j)} f_c(r_{ik})\, exp\left[\lambda_3^3 (r_{ij} - r_{ik})^3\right]$$

در رابطهٔ فوق، هر یک از مؤلفه‌های i، j و k نشان‌دهنده یکی از اتم‌هایی می‌باشند که در این رابطه مورد توجه قرار گرفته‌اند. علاوه بر این، r_{ij} بیانگر فاصله اتمی و θ_{ijk} زاویه پیوندی بین سه اتم می‌باشد. λ_1، λ_2 و λ_3 نیز ضرایب اصلاح‌کننده‌ای می‌باشند که جهت وارد کردن تأثیر پیوندهای والانس و هندسه سیستم وارد معادله گردیده‌اند. f_R و f_A نیز به ترتیب قسمت‌های دافعه و جاذبه می‌باشند. یکی از حسن‌های تابع پتانسیل ترسوف، در نظر گرفتن زاویه پیوندی می‌باشد.

تابع پتانسیل استیلینگر- وبر نیز تابعی چند جزئی می‌باشد که توسط دو دانشمند با همین نام در سال ۱۹۸۵ معرفی گردید. در این تابع پتانسیل، ماهیت چند جزئی نیروها با مجموعه‌ای ساده از اندرکنش‌های دوجزئی (U_2) و سه‌جزئی (U_3) تعریف شده‌اند [29, 30]:

$$U = V_2 + V_3 = \epsilon A\left[\sum_{ij} v_{ij}^{(2)}(r_{ij}) + \frac{\lambda}{A}\sum_{jik} v_{jik}^{(3)}(\vec{r}_{ij}.\vec{r}_{ik})\right] \qquad (٤)$$

این تابع توانایی مناسبی در توصیف رفتار الاستیک و خواص حرارتی بسیاری از مواد کووالانت (از جمله سیلیکون) را دارا می‌باشد [31,32]. مشخصهٔ دیگر این تابع پتانسیل، توانایی تعریف تبدیل فازی در دمای نزدیک به ذوب می‌باشد [33].

شرایط مدل‌سازی دینامیک مولکولی. انتخاب شرایط مناسب و نحوه اعمال صحیح آن‌ها، علاوه بر دانش گسترده دینامیک مولکولی، نیازمند تسلط عمیق بر نرم‌افزار شبیه‌سازی و همچنین مبانی ریاضی و فیزیک می‌باشد. یکی از این نکات مهم، تعریف صحیح شرایط مرزی مسئله می‌باشد. در این شبیه‌سازی‌ها، شرایط مرزی قطعه‌کار در راستای X به‌صورت متناوب و در دو سطح جلویی و فوقانی قطعه‌کار (صفحات XY و XZ) نیز به‌صورت غیرتناوبی و سطوح آزاد تعریف

گردیده‌اند. این سطوح دارای هیچ محدودیتی نبوده و به‌طور کامل می‌توانند مکانیزم برادەبرداری و صافی سطح را نشان بدهند. همچنین از روش انتگرال‌گیری ورله سرعتی (velocity Verlet algorithm) با گام زمانی 1fs جهت تخمین موقعیت، سرعت و شتاب ذرات و سپس محاسبه خواص ترمودینامیکی استفاده شده است.

علیرغم تعریف اتم‌های قطعه‌کار تحت شرایط واقعی، قطعات تحت دو مرحله کمینه‌سازی و یک مرحله تعادل‌رسانی قرار گرفتند. این کار به‌منظور جای‌نشینی کاملاً ایده‌آل ذرات تحت شرایط مسئله بوده است. بدین منظور در مرحله اول، پس از تعریف قطعه‌کار و ابزار، الگوریتم کمینه‌سازی اعمال گردید. سپس ابزار تا عمق ماشین‌کاری مورد نظر حرکت کرده و دومین گام کمینه‌سازی نیز پیاده شد. در ادامه، دمای قطعه‌کار برابر با ۲۹۳ درجه کلوین تعریف شده و کل سیستم به مدت ۲۵ پیکوثانیه و بدون هیچگونه حرکتی در ابزار، به حال خود رها شد تا تعادل نهایی حاصل گردد.

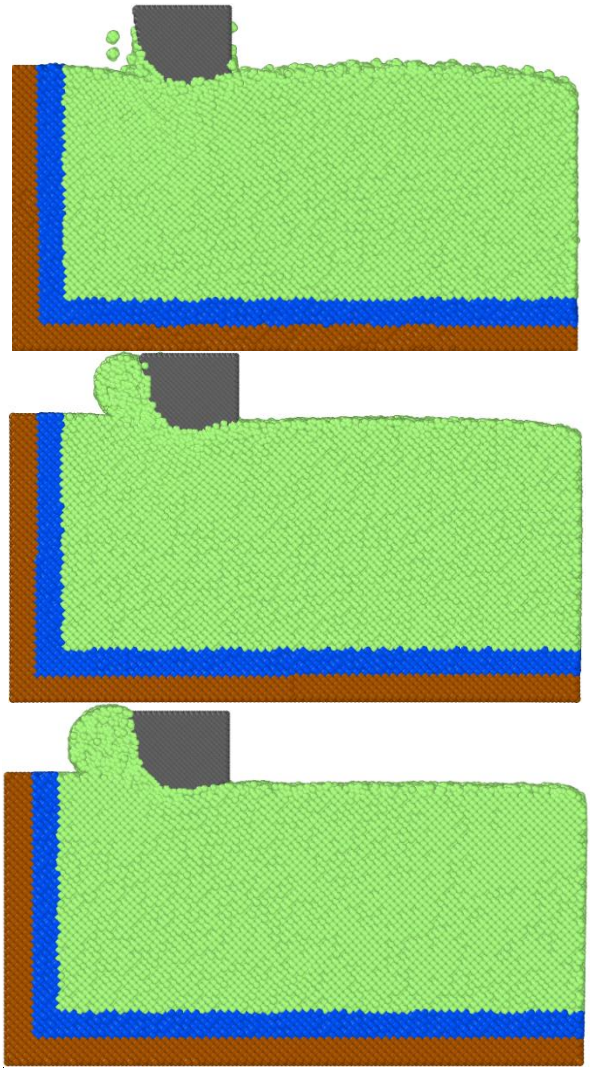
در این تحقیق از نرم‌افزار لمپس (LAMMPS) جهت شبیه‌سازی دینامیک مولکولی فرآیند ماشین‌کاری نانومتری استفاده شده است [34]. همچنین جهت مشاهده مختصات اتم‌ها و مکانیزم ماشین‌کاری از نرم‌افزار منبع باز اوویتو (OVITO) بهره برده شده است [35]. این شبیه‌سازی‌ها با استفاده از سیستم سخت‌افزاری توان-بالای دانشگاه کِیو (Keio) ژاپن با ٤٨ هسته انجام پذیرفت و میانگین زمان هر تحلیل در حدود ٢٤ ساعت بود.

نتایج و بحث

تأثیر تابع پتانسیل بر مکانیزم برادەبرداری. شکل (۲) تغییر شکل اتمی و هندسه براده تولیدشده در قطعه سیلیکونی تک‌کریستال را با سه نوع ترکیب تابع پتانسیل نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که چگونه کوچکترین تغییری در تابع پتانسیل بین اتم‌ها، منجر به تغییر شکل براده‌ها می‌گردد.

مطابق شکل (۲-الف و ب)، مشاهده می‌گردد که پیشروی ابزار، سبب ایجاد اعوجاج در قسمت اتم‌های سطحی قطعه‌کار گردیده است. دلیل این موضوع، ویژگی تابع پتانسیل ترسوف در توصیف خواص الاستیک قطعات می‌باشد. با این حال، هنگامیکه از تابع پتانسیل مورس برای توصیف اندرکنش اتم‌های ابزار و قطعه‌کار استفاده شده است (شکل۲-الف)، ماشین‌کاری کاملاً به صورت ترد در آمده و براده‌های منقطع تولید شده‌اند. در این شرایط کیفیت سطح ماشین‌کاری شده نیز کاهش یافته است. این موضوع به‌دلیل حذف اثرات چندجزئی نیروهای بین اتمی در ابزار و قطعه‌کار می‌باشد. با این حال، باتوجه به توانایی بالاتر تابع پتانسیل ترسوف در توصیف خواص سطحی، به‌نظر می‌رسد که صافی سطح حاصل از شرایط ترسوف-ترسوف از صحت بالاتری برخوردار باشد (شکل ۲-ب) [28]. مطابق شکل (۲-پ)، ماشین‌کاری قطعه‌کار سیلیکونی با استفاده از تابع پتانسیل استیلینگر-وبر، آشفتگی اتمی کمتر و صافی سطح بهتری را نشان می‌دهد. دلیل این موضوع را می‌توان در دو موضوع یافت. نخست آن‌که این تابع پتانسیل نقطه تسلیم بالاتری را نسبت به تابع پتانسیل ترسوف ارائه می‌دهد [12]؛ که در این صورت اتم‌ها مقاومت بیشتری را برای جابه‌جایی از خود نشان خواهند داد. از طرف دیگر با پیشروی ابزار و افزایش دمای قطعه‌کار، تابع پتانسیل استیلینگر-وبر مجموعه‌ای از تحولات فازی را در درون قطعه‌کار تعریف می‌کند که این می‌تواند بر حرکت اتم‌ها تأثیر مستقیم بگذارد.

تأثیر تابع پتانسیل بر دما. شکل (۳) نمودار تغییر دمای قطعه‌کار را با پیشروی ابزار در سه ترکیب تابع پتانسیل مختلف نشان می‌دهد. مطابق این شکل، روند تغییرات دما در تمامی حالت‌ها به‌صورت افزایشی می‌باشد. دلیل این موضوع، وجود اصطکاک، افزایش انرژی جنبشی و همچنین ورود حرارت ناشی از ماشین‌کاری به درون قطعه‌کار است.

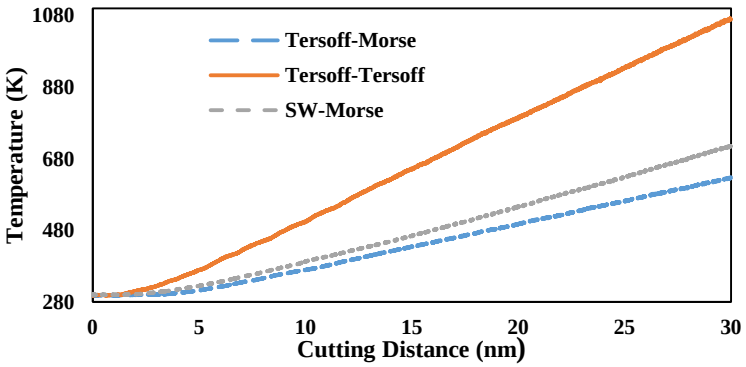


(الف)

(ب)

(پ)

شکل ۲ تغییر شکل اتمی قطعه‌کار پس از ۳۰ نانومتر پیشروی ابزار با استفاده از توابع پتانسیل مختلف: الف- مورس (ابزار-قطعه‌کار) و ترسوف (قطعه کار)، ب- ترسوف (ابزار-قطعه‌کار) و ترسوف (قطعه‌کار)، پ- مورس (ابزار-قطعه‌کار) و استیلینگر-وبر (قطعه‌کار).



شکل ۳ تغییرات دمای قطعه‌کار با پیشروی ابزار تحت توابع پتانسیل مختلف.

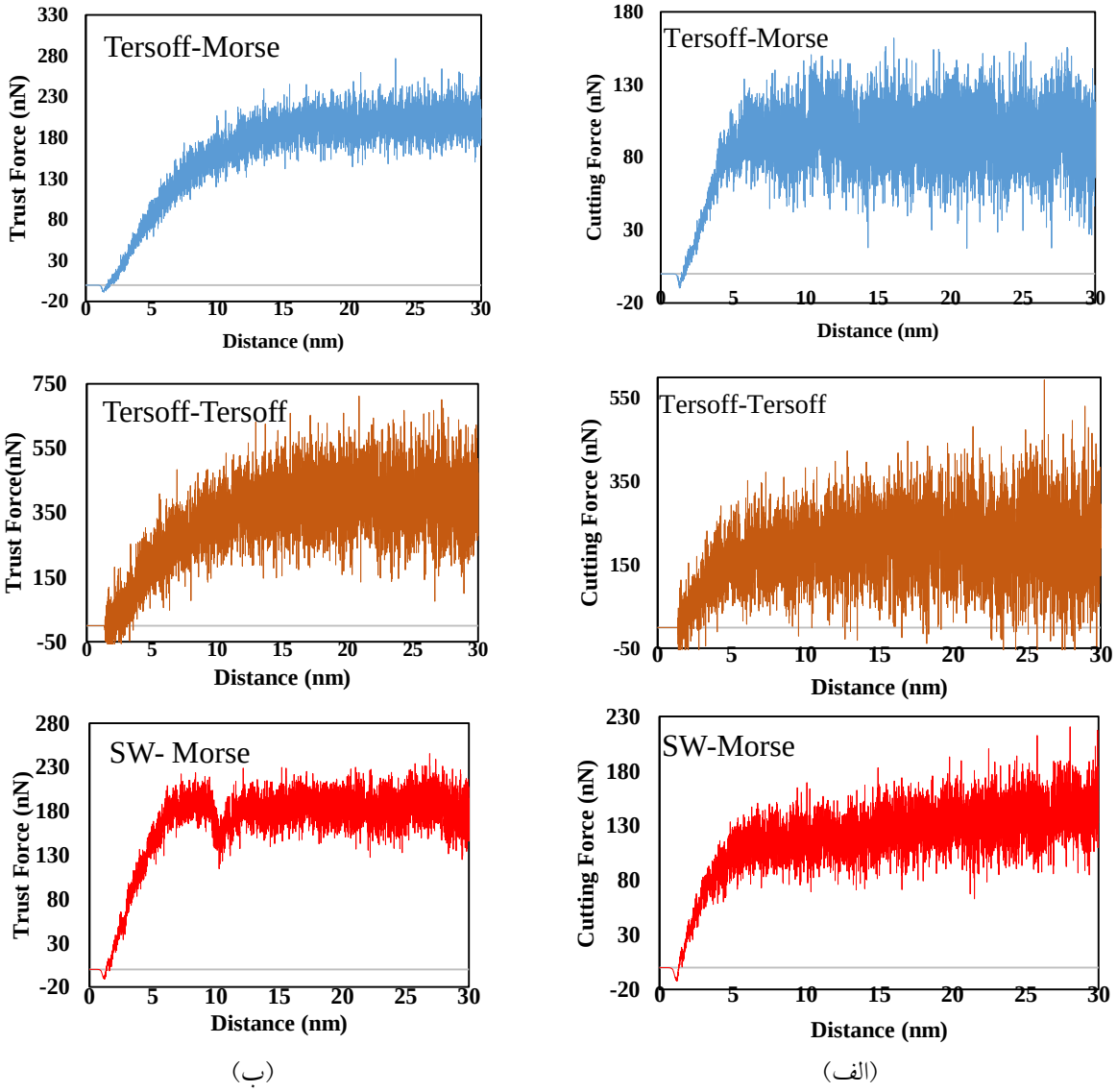
لیکن مشاهده می‌گردد تابع پتانسیلی که انـدرکنش بـین اتم‌های ابزار و قطعه را تعریف می‌کند، تأثیر بیشتری بر نمودار دمایی قطعه‌کار دارد؛ به‌طوری‌که بـا ثابـت نگـاه داشتن اندرکنش مورس بـین اتـم‌هـای ابـزار المـاس و قطعه‌کار سیلیکونی و تغییر اندرکنش اتم‌های قطعـه‌کـار از ترسوف به استیلینگر-وبر، فقط تغییر اندکی در روند افـزایش دمـای قطعـه‌کـار رخ داده اسـت. دلیـل ایـن موضوع، وجود قسمت‌های دوجزئی و سه‌جزئی در هر دو تابع پتانسیل ترسوف و استیلینگر-وبر می‌باشد.

این بدان معنا است کـه در هـر دو شـرایط، تقریبـاً اندرکنش‌های یکسانی بین اتم‌ها پیـاده شـده اسـت. در بین این دو حالت، دمای قطعه‌کار تحـت تـابع پتانسـیل استیلینگر-وبر در نهایت حدود ۵٫۸ ٪ بیشـتر از حالـت دیگر بوده است. دلیل این موضوع را می‌توان در رفتـار تغییر شکل الاستیک قطعه‌کار جست. مطابق شکل (۲)، قطعه‌کار تحت تابع پتانسـیل اسـتیلینگر-وبـر، تغییـرات الاستیک کمتری را تجربه کرده اسـت و بیشـتر انـرژی ماشین‌کاری صرف براده‌برداری و در نتیجه افزایش دمـا گردیده است.

از طرف دیگر، مشاهده می‌گردد که تغییر اندرکنش اتم‌های ابزار و قطعه‌کار از مورس بـه ترسـوف، سـبب افزایش محسوس دما گردیده است. به‌طوری‌کـه دمـای نهایی قطعه‌کار نسبت به دو حالت دیگر به طور متوسط ۲۸٫۳ ٪ بیشتر شده است. دلیل این موضـوع در ماهیـت چند جزئی تابع پتانسیل ترسوف می‌باشـد. تحـت ایـن شرایط، اتم‌های بیشتری در تعریف اندرکنش اتـم‌هـای ابزار و قطعه‌کـار دخیـل گردیـده و شـرایط بـه حالـت واقعی‌تر نزدیک می‌شود. لیکن می‌توان گفت که استفاده از تابع پتانسیل ترسوف جهت تعریف اندرکنش تمـامی اتم‌های این سیستم، می‌تواند مناسب‌ترین گزینه در بین موارد بررسی شده باشد.

تأثیر تابع پتانسیل بر نیروهای ماشـین‌کـاری. تـأثیر توابع پتانسیل مختلف بـر نیروهـای برشـی و عمـودی ماشین‌کاری قطعه‌کار سیلیکونی درشکل (٤) آورده شده است. مطابق آنچه در تغییرات دمایی قطعه‌کـار رخ داد، در این قسمت نیز مشاهده می‌گردد در شـرایطی کـه از تابع پتانسیل مورس جهت توصیف اندرکنش اتـم‌هـای سـیلیکون و کـربن اسـتفاده گـردد، تغییـرات نیـروی ماشین‌کاری به یکدیگر نزدیک خواهند بود. با این حال اعمـال تـابع پتانسـیل ترسـوف بـین اتـم‌هـای ابـزار و قطعه‌کار، سبب افزایش میانگین نیروها تا حدود ۳۲٫۱ ٪ می‌گردد. این موضوع کاملاً با حجم براده تولید شـده و تغییرات دمایی قطعه‌کـار همخـوانی دارد. زیـرا نیـروی بیشتر در قطعه‌کـار، سـبب افـزایش حجـم بـراده و در نتیجه افزایش دمای قطعه‌کار می‌گردد.

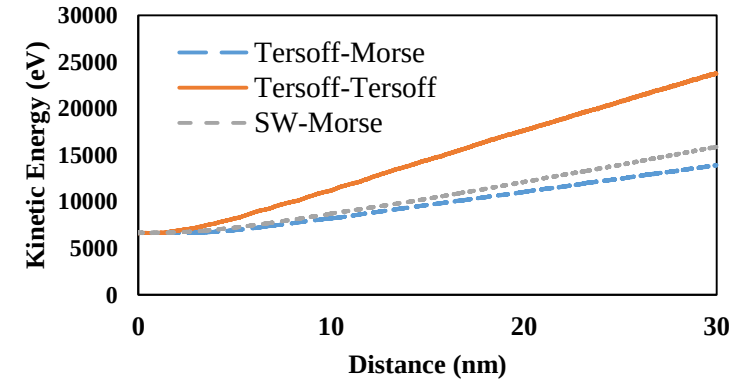
نکته قابل توجه دیگر از این نتـایج، میـزان نیـروی اولیـه ماشـین‌کـاری مـی‌باشـد. مطـابق ایـن شـکل، در صورتیکه از تابع پتانسیل مورس برای تعریف اندرکنش اتم‌های بین قطعه‌کار و ابزار اسـتفاده گـردد، در ابتـدای ماشین‌کاری مقداری نیروی منفی بوجود خواهـد آمـد؛ که این با ماهیت فیزیکی مسئله در تنـاقض اسـت. ایـن موضـوع بـه دلیـل ویژگـی تـابع پتانسـیل مـورس در پیاده‌سازی نیروهای جاذبـه در بـرد متوسـط مـی‌باشـد. یعنی پیش از برخورد اتم‌های ابزار بـا قطعـه‌کـار، ایـن اتم‌ها بر روی یکدیگر نیروی جاذبه وارد کرده و سـبب ایجاد نیروی ماشین‌کاری منفی می‌گردند.



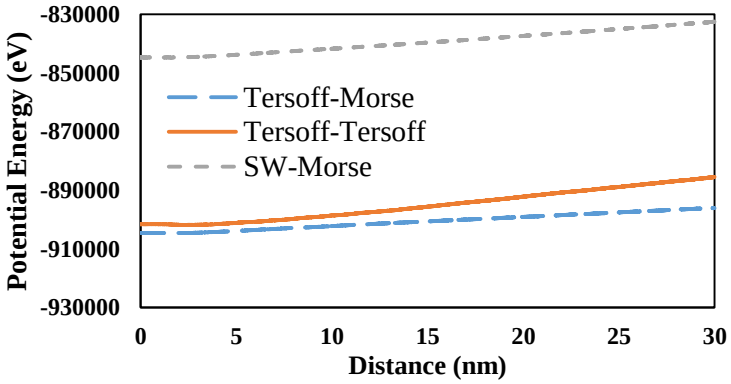
(ب) (الف)

شکل ٤ تأثیر تابع پتانسیل بر الف- تغییرات نیروی برشی، ب- تغییرات نیروی عمودی.

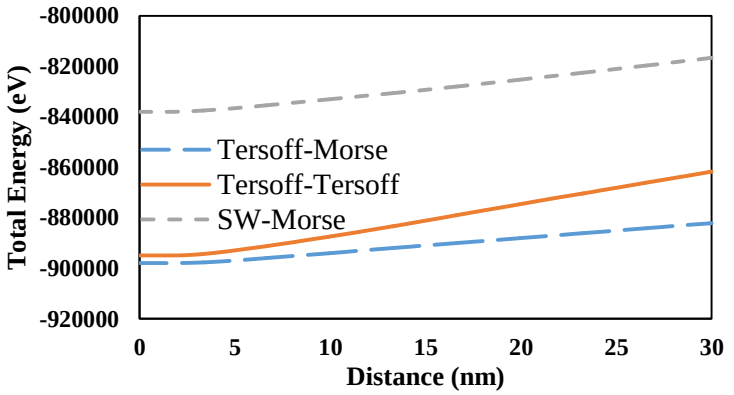
تأثیر تابع پتانسیل بر انرژی ماشین‌کاری. شکل (۵) تأثیر توابع پتانسیل مختلف را بر انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و کل سیستم نشان می‌دهد. مطابق شکل (۵-الف)، بدون در نظر گرفتن نوع تابع پتانسیل، انرژی جنبشی سیستم با پیشروی ابزار در درون قطعه‌کار افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی سیستم به طور مستقیم با سرعت حرکت ذرات ارتباط دارد. دقیقاً به همین دلیل هنگامیکه با پیشروی ابزار اتم‌های بیشتری جابه‌جا می‌گردد، سطح انرژی جنبشی سیستم نیز افزایش می‌یابد. بیشترین افزایش انرژی جنبشی برابر با ۷۶٫۷ ٪ و مربوط به اندرکنش ترسوف بین اتم‌های سیلیکون و کربن-سیلیکون می‌باشد. این موضوع دلیل افزایش دمای قطعه‌کار را تحت این شرایط توجیه می‌کند (شکل ۳)؛ زیرا دما نمودی کمّی از میزان انرژی جنبشی سیستم می‌باشد. همچنین مشاهده می‌گردد در شرایطی که از تابع پتانسیل مورس جهت تعریف اندرکنش اتم‌های کربن و سیلیکون استفاده شده است، شیب تغییرات انرژی جنبشی بسیار نزدیک و تقریباً یکسان می‌باشد.



(الف)



(ب)

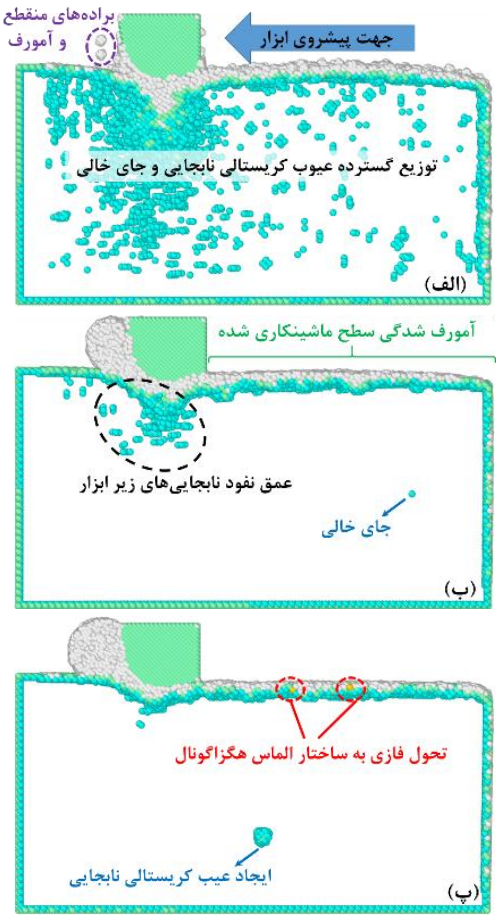


(پ)

شکل ۵ تأثیر تابع پتانسیل بر الف- انرژی جنبشی، ب- انرژی پتانسیل، پ- انرژی کل سیستم.

می‌توان دلیل این موضوع را اهمیت بیشتر اندرکنش اتم‌های ابزار با قطعه‌کار نسبت به اتم‌های درونی قطعه‌کار دانست. همچنین مطابق شکل (۵-ب و پ) مشاهده می‌گردد که انرژی پتانسیل و انرژی کل سیستم همواره در حال افزایش است. دلیل این موضوع، وارد آمدن نیروی خارج از سیستم می‌باشد که سبب رانش ابزار در درون قطعه‌کار می‌گردد. طبق شکل (۵-ب)، مشاهده می‌گردد که اندرکنش اتم‌های سیلیکون نقش اصلی را در تعیین میزان انرژی پتانسیل سیستم ایفا می‌کنند. به‌طوری‌که با در نظر گرفتن تابع پتانسیل ترسوف برای این بخش و تغییر تابع پتانسیل بین ابزار و قطعه‌کار، تغییر محسوسی مشاهده نمی‌گردد.

تأثیر تابع پتانسیل بر آسیب‌های زیرسطحی. شکل (٦) توزیع آسیب‌های زیرسطحی قطعه‌کار تک‌کریستال سیلیکونی را تحت سه ترکیب مختلف اندرکنش اتمی نشان می‌دهد. این کار با استفاده از تحلیل همسایگی مرسوم (Common Neighbor Analysis) صورت پذیرفته است [41]. به دلیل اینکه بتوان دید بهتری به توزیع عیوب و تغییرات فازی درون قطعه‌کار داشت، اتم‌های قطعه‌کار با ساختار الماسی (Si-I) حذف گردیده‌اند. در این شکل، اتم‌های سفیدرنگ نشان‌دهندهٔ ساختار آمورف می‌باشند. همچنین اتم‌های آبی و سبز بیانگر ساختار الماس همسایگی اول و دوم هستند. وجود این اتم‌ها در دیوارهٔ قطعه‌کار و مرز ذرات آمورف، نشان‌دهنده محدوده ساختار کریستالی قطعه‌کار (با پیوندهای معلق) و در درون قطعه‌کار نشان‌دهنده تشکیل نابجایی می‌باشد [42]. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهندهٔ وجود یک لایه آمورف در سطح ماشین‌کاری شده می‌باشد. همچنین مشاهده می‌گردد که در تمامی موارد، برادهٔ ایجاد شده کاملاً به‌صورت آمورف درآمده است. مطابق شکل (٦ –الف)، در استفاده از ترکیب تابع پتانسیل ترسوف–مورس، حجم بسیار زیادی از انواع عیوب نابجایی و جای خالی در قطعه‌کار دیده می‌شود. دلیل اصلی این موضوع دور برد بودن تابع پتانسیل مورس می‌باشد که اثرات خود را بر لایه‌های زیرین قطعه‌کار نشان می‌دهد. علیرغم استفادهٔ فراوان محققین از ترکیب تابع پتانسیل ترسوف–مورس، وجود این حجم از عیوب کریستالی دور از انتظار بوده و اینطور به نظر می‌رسد که استفاده از این ترکیب چندان مناسب نمی‌باشد. با تغییر اندرکنش ابزار–قطعه‌کار به ترسوف، مشاهده می‌گردد که مقدار نابجایی‌ها کاهش یافته و فقط در قسمت زیرین ابزار متمرکز شده‌اند (شکل ٦–ب). منشأ این نابه‌جایی‌ها فشار هیدرواستاتیک ابزار به درون قطعه‌کار می‌باشد. مطابق شکل (٦ –پ)، در حالتی‌که از ترکیب تابع پتانسیل استیلینگر–وبر و مورس استفاده شده است، تعدادی تحول فازی به حالت الماس هگزاگونال در سطح ماشین‌کاری‌شده دیده می‌شود. از آنجایی‌که حجم برادهٔ حاصل از این حالت بیشتر از موارد دیگر می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار فشار هیدرواستاتیک بیشتری نیز به سطح قطعه‌کار وارد گردیده که این سبب تحول فازی تعدادی از اتم‌های سطحی شده است. از آنجاییکه تابع پتانسیل استیلینگر–وبر توانایی بیشتری در پیاده‌سازی خواص الاستیک قطعه‌کار دارد، مشاهده می‌گردد که مقدار عیوب زیرسطحی در این حالت به‌شدت کاهش یافته و فقط یک عیب نابجایی در درون قطعه‌کار دیده می‌شود.



شکل ٦ شکل‌گیری و توزیع آسیب‌های زیرسطحی قطعه‌کار تک‌کریستال سیلیکونی تحت تابع پتانسیل الف– ترسوف–مورس، ب– ترسوف–ترسوف، و پ– استیلینگر وبر– مورس.

نتیجه‌گیری

در این مقاله از ترکیب سه نوع تابع پتانسیل مورس، ترسوف و استیلینگر-وبر جهت شبیه‌سازی دینامیک مولکولی ماشین‌کاری نانومتری استفاده گردید. مهم‌ترین یافته‌های این تحقیق به شرح ذیل می‌باشد:

- استفاده از تابع پتانسیل دوجزئی مورس جهت تعریف اندرکنش اتم‌های ابزار و قطعه‌کار، سبب ایجاد برش ترد و براده‌های منقطع می‌گردد.
- تابع پتانسیل استیلینگر-وبر بهترین صافی سطح و کمترین اعوجاج لبه را در ماشین‌کاری نانومتری سیلیکون ارائه می‌دهد. استفاده از تابع پتانسیل ترسوف جهت تعریف اندرکنش اتم‌های ابزار و قطعه‌کار باعث افزایش میانگین نیروی ماشین‌کاری به اندازهٔ ۳۲٫۱ ٪ می‌گردد. همچنین این تابع پتانسیل، سبب افزایش ۲۶ درصدی نوسانات نیروی ماشین‌کاری نسبت به تابع پتانسیل مورس شده است.
- اندرکنش بین اتم‌های ابزار و قطعه‌کار، تأثیر بسیار بیشتری بر روی نیروی ماشین‌کاری، انرژی جنبشی و دمای قطعه‌کار دارد. در مقابل، اندرکنشی اتم‌های درون قطعه‌کار، نقش اصلی را در تعیین انرژی پتانسیل و انرژی کل سیستم ایفا می‌کنند.
- به‌طور میانگین حدود ۹۸٫۸٤ ٪ از انرژی کل سیستم مربوط به انرژی پتانسیل می‌باشد. لذا تابع پتانسیلی که جهت تعریف اندرکنش اتم‌های درونی قطعه‌کار مورد استفاده قرار می‌گیرد، تأثیر بسیار بیشتری بر این مقدار خواهد داشت.
- استفاده از تابع پتانسیل ترسوف جهت تعریف اندرکنش اتم‌های قطعه‌کار سیلیکونی با یکدیگر و همچنین با ابزار الماس، نزدیک‌ترین نتیجه را از حیث مکانیزم براده‌برداری و همچنین رفتار ماده ارائه می‌دهد.

واژه‌نامه

ابزار الماس تک کریستال	Single Crystal Diamond tool (SCD)
اتم‌های دماثابت	Thermostat atoms
آسیب‌های زیرسطحی	Subsurface damages
برهم‌کنش‌های پیوندی	Bonded interaction
پتانسیل اندرکنش	Interaction potential
پتانسیل جفتی	Pair potential
پتانسیل جفتی	Pair potentials
پرداخت سطحی	Surface finish
تابع پتانسیل استیلینگر-وبر	Stillinger-Weber potential function
تابع پتانسیل تحلیلی	Analytical potential
تابع پتانسیل ترسوف	Tersoff potential function
تابع پتانسیل مورس	Morse potential function
تحلیل همسایگی مرسوم	Common Neighbor Analysis (CNA)
تحول فازی قطعه‌کار	Material phase transformation
ترک‌های ناشی از برش ترد	Brittle fracture
تعادل‌رسانی	Equilibration
ثابت شبکه	Lattice spacing
روش انتگرال‌گیری ورله سرعتی	Velocity verlet algorithm
روش شبیه‌سازی دینامیک مولکولی	Molecular dynamics simulation
روش مقیاس‌دهی	Scaling
زاویهٔ آزاد ابزار	Flank angle
زاویهٔ پیشانی ابزار	Rake angle
ساختار کریستالی الماس مکعبی	Cubic diamond
سلول شبیه‌سازی	Simulation cell
سیلیکون آمورف	Amorphous silicon
شعاع لبهٔ ابزار	Tool edge radius
شعاع لبهٔ ابزار برشی	Cutting edge radius

شکل ظاهری براده	Chip morphology	مکانیزم تشکیل براده	Chip formation
عمق برش	Depth of cut	نرم‌افزار اوویتو	OVITO
لیسه‌کاری	Lapping	نرم‌افزار لمپس	LAMMPS
ماشین‌کاری حالت نرم (چکش‌خوار)	Ductile mode machining	نیروی عمودی	Thrust force
		هنگرد	Ensemble
ماشین‌کاری نانومتری	Nanometric machining		

مراجع

1. Mukaida, M. and Yan, J., "Ductile machining of single-crystal silicon for microlens arrays by ultraprecision diamond turning using a slow tool servo", *International Journal of Machine Tools Manufacturing*, Vol. 115, pp. 2–14, (2017).
2. Goel, S., Luo, X., Agrawal, A. and R.L. Reuben, "Diamond machining of silicon: A review of advances in molecular dynamics simulation", *International Journal of Machine Tools Manufacturing*, Vol. 88, pp. 131–164, (2015).
3. Komanduri, R., Chandrasekaran,N. and Raff, L., "MD simulation of exit failure in nanometric cutting", *Material Science Engineering A*, Vol. 311, pp. 1–12, (2001).
4. Cai, M., Li, X. and Rahman, M., "Molecular dynamics modelling and simulation of nanoscale ductile cutting of silicon", *International Journal of Computitional Applied Technology*, Vol. 28, pp. 2–8, (2007).
5. Goel, S., Luo, X., Reuben, R.L. and Rashid, W., "Atomistic aspects of ductile responses of cubic silicon carbide during nanometric cutting", *Nanoscale Research Letters*, Vol. 6, pp. 1-9, (2011).
6. Zhu, Z.W., Liu, M.C. and Zhou, X.Q., "A Study on Nanocutting of Monocrystalline Silicon by Molecular Dynamics Simulation", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 110–116, pp. 5405–5412, (2012).
7. Luo, X., Goel, S. and Reuben, R.L., "A quantitative assessment of nanometric machinability of major polytypes of single crystal silicon carbide", *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 32, pp. 3423–3434, (2012).
8. He, L., Zhu, F., Liu, Y. and Liu, S., "Investigation of machining mechanism of monocrystalline silicon in nanometric grinding", *AIP Advances*, Vol. 7, pp. 1-9, (2017)
9. ZareChavoshi, S., Xu, S. and Luo, X., "Dislocation-mediated plasticity in silicon during nanometric cutting: A molecular dynamics simulation study", *Material Science in Semicondconductor Processing*, Vol. 51, pp. 60–70, (2016).
10. Jorgensen, W.L., Chandrasekhar, J., Madura, J.D., Impey, R.W. and Klein, M.L., "Comparison of simple potential functions for simulating liquid water", *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 79, pp. 926–935, (1983).
11. Satoshi, H., Hiroaki, O. and Hideaki, Y., "On Interatomic Potential Functions for Molecular Dynamic (MD) Simulations of Plasma-Wall Interactions", *Journal of Plasma and Fusion Research*, Vol. 6, pp. 80–83, (2004).
12. Samela, J., Nordlund, K., Keinonen, J. and Popok, V.N., "Comparison of silicon potentials for cluster bombardment simulations", *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, Vol. 255, pp. 253–258, (2007).
13. Rentsch, R. and Inasaki, I., "Molecular Dynamics Simulation for Abrasive Processes", *CIRP Annals*, Vol. 43, pp. 327-330 , (1994).

14. Li, Z.Q., Sun, T., Da Yan, Y., Zhang, J.J., Liang, Y.C. and Dong, S., "Lapping Process of Diamond Cutting Tool by Molecular Dynamics Simulating", *Key Engineering Materials*, Vol. 359–360, pp. 249–253, (2007).
15. Hosseini, S. V., Vahdati, M. and Shokuhfar, A., "Investigation of Interatomic Potential on Chip Formation Mechanism in Nanometric Cutting Using MD Simulation", *Defect and Diffusion Forum*, Vol. 312–315, pp. 983–988, (2011).
16. Oluwajobi, A. and Chen, X., "The effect of interatomic potentials on the molecular dynamics simulation of nanometric machining", *International Journal of Automation and Computing*, Vol. 8, (2011).
17. Oluwajobi, A. and Chen, X., "The Effect of Interatomic Potentials on the Onset of Plasticity in the Molecular Dynamics (MD) Simulation of Nanometric Machining", *Key Engineering Materials*, Vol. 535–536, pp. 330–333, (2013).
18. Oluwajobi, A.O. and Chen, X., "Choosing Appropriate Interatomic Potentials for Nanometric Molecular Dynamics (MD) Simulations", *Key Engineering Materials*, Vol. 686, pp. 194–199, (2016).
19. ZareChavoshi, S., Goel, S. and Luo, X., "Influence of temperature on the anisotropic cutting behaviour of single crystal silicon: A molecular dynamics simulation investigation", *Journal of Manufturing Processes*, Vol. 23, pp. 201–210, (2016).
20. ZareChavoshi, S. and Luo, X., "An atomistic simulation investigation on chip related phenomena in nanometric cutting of single crystal silicon at elevated temperatures", *Compuitional Materials Science*, Vol. 113, pp. 1–10, (2016).
21. Zhang, Z.B. and Urbassek H.M., "Comparative Study of Interatomic Interaction Potentials for Describing Indentation into Si Using Molecular Dynamics Simulation", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 869, pp. 3–8, (2017).
22. Becker, P. and Mana, G., "The Lattice Parameter of Silicon : A Survey", *Metrologia*, Vol. 31, pp. 203–209, (1994).
23. Otieno, T. and Abou-El-Hossein, K., "Molecular dynamics analysis of nanomachining of rapidly solidified aluminium", *International Journal of Advances Manufacturing Technology*, Vol. 94, pp. 121-131, (2017).
24. Lai, M., Zhang, X., Fang, F. and Bi, M., "Fundamental investigation on partially overlapped nano-cutting of monocrystalline germanium", *Precision Engineering*, Vol. 49, pp. 160–168, (2017).
25. Guo, X., Li, Q., Liu, T., Zhai, C., Kang, R. and Jin, Z., "Molecular dynamics study on the thickness of damage layer in multiple grinding of monocrystalline silicon", *Material Science in Semicondconductor Processing*, Vol. 51, pp. 15–19, (2016).
۲۶. عاملی کلخوران، سیدنادر و وحدتی، مهرداد، "بررسی تأثیر ابعاد قطعه‌کار بر ماشین‌کاری نانومتری سیلیکون تک‌کریستال با استفاده از روش دینامیک مولکولی"، مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، (۱۳۹۷).
27. Pastewka, L., Klemenz, A., Gumbsch, P. and Moseler, M., "Screened empirical bond-order potentials for Si-C", *Physical Review B*, Vol. 87, (2013).
28. Tersoff, J., "Empirical interatomic potential for silicon with improved elastic properties", *Physical Review B*, Vol. 38, pp. 9902–9905, (1988).
29. Stillinger, F.H. and Weber, T.A., "Erratum: Computer simulation of local order in condensed phases of silicon", Vol. 33, (1986).
30. Stillinger, F.H., Weber, T.A., "Computer simulation of local order in condensed phases of silicon", Physical Review B, Vol. 31, (1985).
31. Wojdyr, M., Khalil, S., Liu, Y. and Szlufarska, I., "Energetics and structure of lang0 0 1rang tilt grain boundaries in SiC", *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 18, (2010).

32. Hossain, M.Z., Hao, T. and Silverman, B., "Stillinger–Weber potential for elastic and fracture properties in graphene and carbon nanotubes", *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 30, (2018).
33. Landman, U., Luedtke, W.D., Barnett, R.N., Cleveland, C.L., Ribarsky, M.W., Arnold, E., Ramesh, S., Baumgart, H., Martinez, A. and Khan, B., "Faceting at the silicon (100) crystal-melt interface: Theory and experiment", *Physical Review Letters*, Vol. 56, pp. 155–158, (1986).
34. Plimpton, S., "Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics", *Journal of Computational Physics*, Vol. 117, pp. 1-19,(1995).
35. Stukowski, A., "Visualization and analysis of atomistic simulation data with OVITO-the Open Visualization Tool", *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 18, (2010).

بررسی رفتار تناوبی پوسته‌های مکعبی از نوع SS316L تحت بارگذاری پیچشی خالص*

محمود شریعتی[۱] امین صابر[۲] کمال کلاسنگیانی[۳] هادی گلمکانی[٤]

چکیده *در این مقاله به بررسی تجربی و عددی رفتار تناوبی پوسته‌های مکعبی SS316L تحت بارگذاری پیچش خالص پرداخته شده‌است. آزمایش‌های تجربی توسط دستگاه سرو هیدرولیک اینسترون ۸۸۰۲ و در شرایط بارگذاری گشتاور پیچشی- کنترل انجام شده‌است. در این شرایط بارگذاری و براساس نتایج تجربی، با افزایش دامنهٔ گشتاور پیچشی، به‌دلیل وجود تنش‌های برشی بزرگ‌تر در ضخامت پوسته‌ها، زاویهٔ رچتینگ افزایش پیدا می‌کند و عمر پوسته کاهش می‌یابد. همچنین تأثیر وجود گشودگی دایره‌ای و اندازهٔ آن برروی رفتار رچتینگ پوستهٔ مکعبی بررسی شد که باتوجه به نتایج تجربی مشاهده شد که حساسیت زاویهٔ رچتینگ به گشودگی در موقعیت‌های نزدیک به محل اعمال بار بیشتر می‌باشد و عمر پوسته در این شرایط کاهش می‌یابد. تحلیل عددی توسط نرم‌افزار آباکوس و بااستفاده از مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک انجام شد که درمقایسه با نتایج تجربی از مطابقت خوبی برخوردار بود.*

واژه‌های کلیدی پوستهٔ مکعبی، بارگذاری پیچش خالص تناوبی، رچتینگ و نرم‌شوندگی، تحلیل عددی و تجربی.

Investigation of Cyclic Behavior of SS316L Cubic Shells under Pure Torsional Load

M. Shariati A. Saber K. Kolasangiani H. Golmakani

Abstract *In in this paper, cyclic behavior of SS316L cubic shells under pure torsional load was experimentally and numerically studied. Experimental tests were carried out by a servo-hydraulic NSTRON 8802 machine under torsional load-control condition. In this loading condition and based on experimental results, due to the existence of larger shear stress along the shell thickness, increasing of torsional torque amplitude caused the enhancement of ratcheting angle and reduction of shells's life. Also, the effect of cutout and its size on ratcheting behavior of cubic shell were investigated , According to experimental results, it was seen that the sensitivity of ratcheting angle to cutout position near the applied load was high and the shell's life decreases in this condition. Numerical analysis was done by Abaqus software and using the nonlinear isotropic/kinematic hardening model. There is a good agreement with that of experimental results.*

Key Words Cubic shell, Cyclic pure torsional loading, Ratcheting and softening, Numerical and experimental analysis.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۱۰/۲۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱۱/۲۸ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.61821

(۱) نویسندهٔ مسئول: استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد. mshariati44@um.ac.ir

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۳) دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(٤) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

مقدمه

امروزه پوسته‌ها بخش اعظمی از سازه‌های صنایع مختلف را به‌خود اختصاص داده‌اند. پوسته‌ها به‌دلیل وزن کم و مقاومت زیاد، کاربرد گسترده‌ای در صنایع دارند. این خواص ناشی از طبیعت هندسی و مادی پوسته است. با درک ویژگی‌های سازه‌های پوسته‌ای ازجمله قدرت تحمل بار، استحکام بالا و راحتی ساخت، مهندسان همواره از سازه‌های پوسته‌ای در طراحی و ساخت سازه‌های مختلف استفاده می‌کنند. از کاربردهای پوسته‌ها می‌توان در سازه‌های هوایی برای بدنهٔ هواپیماها، روکش بال و دم هواپیما، در صنایع دیگر نظیر خودروسازی، شناورسازی، مخازن نفت و گاز در صنایع پتروشیمی و غیره نام برد. به‌دلیل کاربردهای فراوان، پوسته‌ها در طول عمر خود ممکن است تحت بارهای مختلف محوری، پیچشی و خمشی قرار گیرند و باتوجه به کاربرد آنها، این نوع بارگذاری‌ها می‌تواند به‌صورت تناوبی اعمال شود. فولاد ۳۱٦ بعد از فولاد ۳۰٤ از مهم‌ترین و پرکاربردترین فولادهای ضد زنگ محسوب می‌شود که در مبدل‌های حرارتی، کوره‌ها، موتور جت و تجهیزات مورداستفاده در صنایع دریایی کاربرد فراوانی دارد. عنصر مولیبدن به‌کاررفته در این فولاد باعث بهبود خاصیت ضدخوردگی درمقایسه با فولاد ۳۰٤ می‌شود و همچنین دارای قابلیت شکل‌گیری و جوشکاری خوبی می‌باشد به‌طوری‌که برای مقاطع ضخیم عملیات حرارتی بعد از جوشکاری برای این فولاد نیاز نیست. این ویژگی‌ها باعث می‌شود خرابی و آسیب این فولاد در صنعت‌های مختلف مانند صنعت حمل‌ونقل، ساختمان‌سازی، هوایی و غیره به‌شدت کاهش یابد. فولاد ۳۱٦L نوع کم‌کربن فولاد ۳۱٦ می‌باشد. رچتینگ یکی از پاسخ‌های خستگی کم‌چرخه، به‌عنوان انباشتگی کرنش پلاستیک که با افزایش سیکل‌ها رخ می‌دهد، تعریف شده‌است. سازه‌های متعددی وجود دارند که بارگذاری‌های تناوبی اعمال‌شده بر آنها موجب می‌شود که وضعیت تنش از حد الاستیک ماده فراتر رود. ازآنجاکه رچتینگ می‌تواند منجر به واماندگی‌های فاجعه‌آمیز در این سازه‌ها شود، برای طراحی و آنالیز این‌گونه سازه‌ها پیش‌بینی دقیق پاسخ رچتینگ بسیار حائز اهمیت می‌باشد. بنابراین در دو دههٔ گذشته، رچتینگ فراوان موردمطالعه قرار گرفته‌است. چن و همکارانش [1] نوعی لحیم قلع- سرب یوتکتیک را تحت بارگذاری چندمحوره و تک‌محوره قرار دادند و به مطالعهٔ رفتار رچتینگ آن پرداختند. این ماده تحت بارگذاری‌های تک‌محوره، پیچش خالص و محوری- پیچشی از خود رفتار نرم‌شوندگی نشان داد. همچنین در این مطالعه اثرات نرخ کرنش اعمالی در حالت‌های مختلف بر کرنش رچتینگ مورد بررسی قرار گرفت.

چن و همکاران [2] عملکرد چهار مدل ساختاری را در پاسخ رچتینگ فولاد S45C برای بارگذاری محوری/ پیچشی بررسی کردند. مشاهده شد که مدل اهنو- وانگ در بارگذاری چندمحوره، رچتینگ را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. درحالی‌که مدل جیانگ- سهیتوگلو پیش‌بینی خوبی برای بارگذاری چندمحورهٔ محوری/ پیچشی با انتخاب ترم بازگشتی دینامیکی ارائه داد. کانگ و همکاران [3] رفتار رچتینگ فولاد 25CDV4.11 و فولاد ضدزنگ SS304 را بررسی کردند. فولاد 25CDV4.11 دارای خصوصیت نرم‌شوندگی بود و با افزایش تعداد سیکل، نرخ کرنش رچتینگ افزایش یافت و هیچ‌گونه شیک دانی (shake down) رخ نداد و درنهایت منجر به شکست نمونه شد. در فولاد SS304 با خصوصیت سخت‌شوندگی، نرخ کرنش رچتینگ با افزایش تعداد سیکل کاهش یافت.

کانگ [4] به بررسی تأثیرات رچتینگ و خستگی فولاد ضدزنگ SS304 در بارگذاری تک‌محوره تحت شرایط نیرو- کنترل و در دمای اتاق پرداختند. اثرات تنش میانگین، دامنهٔ تنش و نسبت تنش حداکثر به

حداقل بر کرنش رچتینگ و عمر نمونه‌ها در این مطالعه مورد بحث قرار گرفته‌است. آنها مشاهده کردند که کرنش رچتینگ و عمر خستگی این ماده وابستگی زیادی به تنش میانگین، دامنهٔ تنش و نسبت تنش دارد.

گائو و همکاران [5] بااستفاده از فیکسچر خمش شبه سه‌نقطه‌ای به مطالعهٔ تجربی رفتار رچتینگ فولادهای کربنی پرداختند و مشاهده کردند که در آزمایش خمش چندمرحله‌ای، نرخ کرنش رچتینگ با افزایش مقدار بار، افزایش می‌یابد؛ اما با اعمال مقدار بار کم پس از بارگذاری با بار زیاد، نرخ رچتینگ کاهش می‌یابد و یا حتی از بین می‌رود. در تحلیل شبیه‌سازی اجزای محدود (finite element) رچتینگ با نرم‌افزار انسیس مشاهده گردید که مدل جیانگ سهیتگلو با کم‌ترین تغییرات نتایج قابل قبولی را می‌دهد. گائو و چن [6] طی آزمایش‌هایی به مطالعهٔ اثر کرنش رچتینگ محوری بر عمر خستگی پیچشی نوعی لحیم بدون سرب پرداختند. آنها بااستفاده از بارگذاری‌های تنش- کنترل چندمحوره در دمای اتاق دریافتند که با افزایش کرنش رچتینگ محوری عمر خستگی کاهش می‌یابد. همچنین معادلاتی را برای بیان عمر خستگی تحت بارگذاری‌های چندمحوره بیان نمودند. سانگ و شانگ [7] روی پوسته‌های استوانه‌ای آلیاژی تحت بارگذاری‌های دومحوره مطالعه کردند و با روش‌های عددی و استفاده از مدل‌های سخت‌شوندگی، منحنی‌های هیسترزیس را شبیه‌سازی کردند. بارگذاری‌ها به‌صورت کرنش- کنترل و تحت جابه‌جایی کشش- پیچش روی نمونه‌ها اعمال شده‌است.

آزمایش‌های تجربی بسیاری برروی پوسته‌های استوانه‌ای، در شرایط بارگذاری خمشی تناوبی انجام شده‌است [8-13]. کولکارینا و همکاران [14] بااستفاده از دستگاه تست خمش چهارنقطه‌ای به مطالعهٔ رفتار رچتینگ لوله‌های مستقیم پرداختند و با نتایج عددی در نرم‌افزار انسیس مقایسه کردند. شریعتی و همکاران [15] روی نمونه‌های استاندارد پلی‌استال، بارگذاری محوری تناوبی انجام دادند و تأثیر دامنهٔ نیرو و نیروی متوسط را روی رفتار رچتینگ نمونه‌ها مورد بررسی قرار دادند. افزایش کرنش رچتینگ و نرخ کرنش رچتینگ با افزایش پارامترهای دامنهٔ نیرو و نیروی متوسط از نتایج به‌دست‌آمده طی این مطالعه می‌باشد. شریعتی و حاتمی [16] به‌طور تجربی رفتار نرم‌شوندگی و رچتینگ پوسته‌های استوانه‌ای فولاد ضدزنگ SS304 را تحت بارگذاری محوری سیکلی در شرایط نیرو-کنترل و جابه‌جایی کنترل مطالعه کردند. در بارگذاری نیرو- کنترل با نیروی میانگین غیرصفر، شاهد پدیدهٔ رچتینگ بودند و انباشتگی کرنش پلاستیک تا شکست پوسته ادامه یافت. آنها مشاهده کردند که نرخ کرنش رچتینگ با افزایش نیروی دامنه، افزایش می‌یابد. در بارگذاری جابه‌جایی- کنترل پوسته رفتار نرم‌شوندگی از خود نشان داد که به‌علت ایجاد کمانش در بارگذاری فشاری، نرم‌شوندگی شدت یافت. شریعتی و همکاران [17] به مطالعهٔ رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی پوسته‌های استوانه‌ای به‌صورت یک‌سر گیردار تحت بارگذاری خمشی تناوبی در شرایط نیرو کنترل و جابه‌جایی- کنترل پرداختند و تأثیر دامنهٔ جابه‌جایی، نیرو میانگین و تاریخچهٔ بارگذاری بررسی شد. آنها همچنین با ایجاد گشودگی دایروی در موقعیت‌های مختلف پوستهٔ استوانه‌ای مشاهده کردند که در نمونه‌های دارای گشودگی در نقاط انتهایی، جایی که گشتاور خمشی دارای بیشترین مقدار است، انباشتگی تغییرشکل پلاستیک بیشتر است. شریعتی و همکاران [18] به مطالعه و بررسی رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی پوسته‌های استوانه‌ای فولادی SS316L به‌صورت تجربی و عددی بااستفاده از مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک تحت بارگذاری پیچشی خالص تناوبی پرداختند. شبیه‌سازی رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی توسط تحلیل عددی مطابقت خوبی با نتایج تجربی داشت.

زین‌الدینی و همکاران [19] پاسخ پلاستیک تناوبی و کرنش رچتینگ لوله‌ای فولادی را تحت بارگذاری خمش خالص تناوبی بررسی کردند. آنها بااستفاده از مدل ترکیبی سخت‌شوندگی سینماتیک/ غیرخطی همسان‌گرد رفتار نرم‌شوندگی و سخت‌شوندگی ماده را شبیه‌سازی کردند. کریسی و همکاران [20] به بررسی رفتار رچتینگ فولاد آنیل‌شده و نرمالیزه‌شده 42CrMo4 تحت شرایط تنش کنترل- تناوبی تک‌محوره با تنش میانگین غیرصفر پرداختند و پاسخ تنش- کنترل تناوبی و ویژگی‌های ریزساختار مثل چگالی نابجایی‌ها را بررسی کردند و موردمطالعه قرار دادند. ارتباط انباشتگی کرنش پلاستیک در اثر تغییر پارامترهای تنش از نتایج به‌دست‌آمدهٔ این مطالعه بود. یان و همکاران [21] به بررسی رفتار خستگی کم چرخهٔ فولاد ضدزنگ 316LN تحت شرایط بارگذاری مختلف پرداختند. بارگذاری‌ها در شرایط کرنش- کنترل متقارن، تنش- کنترل متقارن و تنش- کنترل غیرمتقارن انجام شد تا اثر تنش میانگین و کرنش رچتینگ بررسی شود. آنها مشاهده کردند که با افزایش دامنهٔ بارگذاری، عمر خستگی کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش تنش میانگین در بارگذاری تنش- کنترل نامتقارن، عمر خستگی افزایش می‌یابد.

باتوجه به اهمیت کاربرد وسیع پوسته‌های مکعبی‌شکل در صنعت و سازه‌های مختلف و همچنین قرار گرفتن تحت بارهای نوسانی ترکیبی محوری، خمشی و پیچشی، مطالعات کمتری در این زمینه انجام شده‌است؛ لذا بررسی نحوهٔ رفتار این پوسته‌ها درمقابل این بارگذاری‌ها حائز اهمیت می‌باشد. اکثر کارهایی که تاکنون انجام شده به بررسی رفتار پوسته‌های استوانه‌ای تحت بارگذاری تناوبی اختصاص داشته‌است. ازآنجایی‌که طراحی و ساخت یک فیکسچر در کارهای تجربی برای اعمال بارگذاری تناوبی مشکل و هزینه‌بر می‌باشد، مطالعات کمتری درزمینهٔ بارگذاری پیچش خالص تناوبی برروی پوسته‌های مکعبی انجام شده‌است. در این تحقیق رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچشی خالص تناوبی به‌ترتیب در شرایط گشتاور پیچشی- کنترل و زاویهٔ پیچش- کنترل توسط نرم‌افزار آباکوس موردمطالعه قرار گرفته‌است و با نتایج تجربی مقایسه شده‌است. همچنین تأثیر دامنهٔ گشتاور پیچشی و موقعیت گشودگی در پوسته‌های مکعبی بررسی شده‌است و مشاهده شده‌است که افزایش قطر گشودگی دایروی، به‌دلیل افزایش تنش‌های برشی بزرگ‌تر در نقاط دارای تمرکز تنش، زاویهٔ رچتینگ افزایش می‌یابد.

مواد و روش‌ها

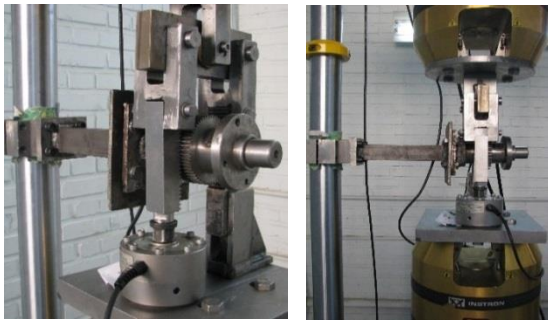
در این تحقیق پوستهٔ مکعبی دارای سطح مقطع مربعی به‌طول ضلع 30mm و ضخامت 0.9mm می‌باشد. طول پوستهٔ مکعبی L، 210mm در نظر گرفته شده است. جنس تمامی نمونه‌ها از فولاد ضدزنگ SS316 می‌باشد که خواص مکانیکی آن در جدول (۱) نشان داده شده‌است. برای به‌دست آوردن خواص مکانیکی پوستهٔ فولادی، از آزمایش کشش برطبق استاندارد ASTM E8 و آزمایش برش برطبق استاندارد ASTM E143 استفاده شده‌است.

جدول ۱ خواص مکانیکی نمونه‌های مورد آزمایش

مدول الاستیسیته (GPa)	مدول برشی (GPa)	تنش تسلیم کششی (MPa)	تنش تسلیم برشی (MPa)	ضریب پواسون
187.7	77	290	157	0.33

آزمایش‌های انجام‌گرفته در این مطالعه بااستفاده از دستگاه سروهیدرولیک اینسترون 8802 انجام شده‌است که توانایی اعمال بار دینامیکی تا ۲۵۰ کیلو نیوتن را دارد (شکل ۱). برای اندازه‌گیری جابه‌جایی با دقت

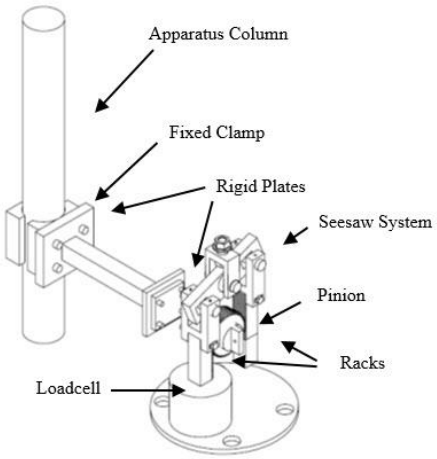
بالاتر در آزمایش کشش استاندارد، از جابه‌جایی‌سنج (extensometer) نیز استفاده شده‌است.



شکل ۱ دستگاه آزمایش به‌همراه فیکسچر

به‌منظور اعمال گشتاور پیچشی خالص به یک زوج نیرو نیاز است که فقط گشتاور را به پوستهٔ استوانه‌ای اعمال کند و سبب چرخش پوستهٔ فولادی برروی محور خودش شود. بدین منظور مطابق شکل (۲) از یک سیستم الاکلنگی که شامل دو شانه‌دندهٔ موازی می‌باشد، استفاده می‌شود. مرکز محور الاکلنگ به روی یک بلبرینگ قرار گرفته‌است تا بتواند به‌راحتی با اصطکاک ناچیز بچرخد. در قسمت ابتدایی پوسته، یک چرخ‌دنده از جنس فولاد صنعتی (VCN steel) که دارای تنش تسلیم بالایی است، استفاده شده‌است که با حرکت شانه‌دنده سبب ایجاد پیچش خالص می‌شود. از یک لودسل (loadcell) با ظرفیت ۲۵ کیلونیوتن برای اعمال بارهای کم استفاده شده‌است.

در این فیکسچر، دو صفحهٔ صلب مشابه تحلیل عددی به پوسته‌های مکعبی جوش داده شده‌است و این صفحه‌های صلب از طریق پیچ به سیستم شانه-دنده در ابتدای پوستهٔ مکعبی و گیرندهٔ ثابت در انتهای پوسته متصل می‌شوند. با حرکت تناوبی فک پایین دستگاه و تعیین میزان جابه‌جایی و اندازه‌گیری نیروی اعمالی از طریق لودسل، مقدار زاویهٔ پیچش و گشتاور پیچشی متناظر قابل‌محاسبه است.



شکل ۲ فیکسچر بارگذاری پیچشی خالص

شبیه‌سازی عددی

نرم‌افزار آباکوس در حل و تحلیل مسائل پوسته‌ای کاربرد فراوانی دارد و یکی از استفاده‌های آن در تحلیل مسائل تحت بارگذاری تناوبی می‌باشد. برای تحلیل این‌گونه مسائل باید از مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی استفاده کرد. مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی خطی یک مدول سخت‌شوندگی ثابت دارد و مدل سخت‌شوندگی سینماتیک غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک دو مؤلفهٔ سخت‌شوندگی سینماتیک غیرخطی و همسان‌گرد دارد. هر دوی این مدل‌ها از کامل‌ترین مدل‌ها برای تحلیل مسائل تحت بارگذاری تناوبی می‌باشند.

در مدل سخت‌شوندگی سینماتیک خطی فرض می‌شود که سطح تسلیم متناسب با مقدار α به‌عنوان تنش زمینه در فضای تسلیم حرکت می‌کند؛ اما تغییرشکل نمی‌دهد. وقتی‌که از این مدل وابستگی به درجهٔ حرارت حذف شود، این مدل مطابق رابطهٔ (۱) مدل سخت‌شوندگی زیگلر نامیده می‌شود [22].

$$\alpha = C\frac{1}{\sigma^0}\left(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}\right)\dot{\varepsilon}^{pl} + \frac{1}{C}\dot{C}\alpha_{ij} \qquad (۱)$$

که در آن C مدول سخت‌شوندگی سینماتیک و $\dot{C}$ نرخ تغییرات C برحسب دما است. در این مدل σ^0 (اندازهٔ سطح تسلیم) ثابت می‌ماند، به بیان دیگر همواره مساوی $\hat{\sigma}_0$ که تنش تسلیم به‌ازای کرنش پلاستیک صفر است، باقی می‌ماند.

مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک (Nonlinear isotropic/ kinematic hardening) که براساس روابط ارائه‌شده توسط چابوچه در سال 1990 تهیه شده‌است، دربرگیرندهٔ حرکت سطح تسلیم متناسب با مقدار α در فضای تنش می‌باشد و همچنین تغییر اندازهٔ سطح تسلیم در آن متناسب با مقدار کرنش پلاستیک است. برای معرفی چنین مدلی، یک‌ترم غیرخطی به‌منظور نشان دادن تغییراندازهٔ سطح تسلیم به رابطهٔ (۱) اضافه می‌شود. مدل ارائه‌شده در آباکوس [22] به‌صورت رابطهٔ زیر است.

$$\alpha = C\frac{1}{\sigma^0}\left(\sigma_{ij}-\alpha_{ij}\right)\dot{\varepsilon}^{pl} - \gamma\alpha_{ij}\dot{\varepsilon}^{pl} + \frac{1}{C}\dot{C}\alpha_{ij} \qquad (۲)$$

که در آن C و γ ثابت‌های ماده است. البته باید به این نکته اشاره کرد که نرم‌افزار توانایی درنظر گرفتن نرخ تغییرات γ نسبت به دما را ندارد. این مدل هنگامی‌که C و γ مساوی صفر فرض شوند به مدل سخت‌شوندگی همسان‌گرد و هنگامی‌که γ به‌تنهایی مساوی صفر فرض شود به مدل خطی زیگلر تبدیل خواهد شد. به‌منظور معرفی این مدل برای نرم‌افزار لازم است بخش همسان‌گرد (رشد سطح تسلیم در فضای تنش) و بخش سینماتیک (حرکت سطح تسلیم در فضای تنش)، به‌صورت جداگانه برای نرم‌افزار تعریف شوند. برای تعیین رشد سطح تسلیم در نرم‌افزار آباکوس از رابطهٔ (۳) با معرفی اندازهٔ σ^0 به‌صورت تابعی نمایی استفاده می‌شود که در آن $\hat{\sigma}_0$ نشان‌دهندهٔ تنش تسلیم به‌ازای کرنش پلاستیک صفر است. مقادیر b و Q_∞ نیز ثابت‌های ماده هستند [21].

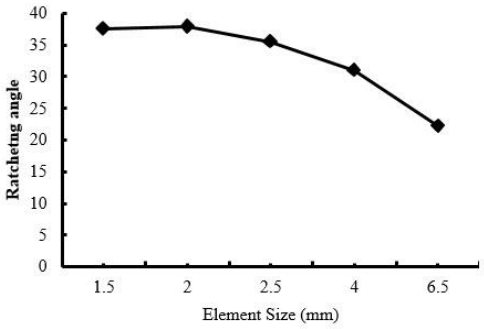
$$\sigma^0 = \hat{\sigma}_0 + Q_\infty\left(1-e^{-b\bar{\varepsilon}^{pl}}\right) \qquad (۳)$$

مقادیر پارامترهای مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/سینماتیک برای این نوع فولاد از نتایج مرجع [18] به‌دست آمده‌است که این مقادیر عبارتند از: C=92.5Gpa، γ=2522، Q=96.5Mpa و b=10.8.

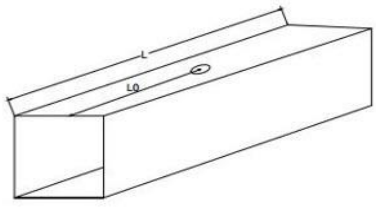
در این تحقیق مقایسهٔ نتایج عددی با نتایج تجربی روی پوستهٔ مکعبی SS316L تحت بارگذاری پیچش خالص به‌صورت تناوبی گزارش می‌شود. بارگذاری‌ها به‌صورت گشتاور پیچشی- کنترل و زاویهٔ پیچش- کنترل شبیه‌سازی شده‌است و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج تجربی روی پوستهٔ مکعبی باهم مقایسه می‌شوند. از المان S8R5 در شبیه‌سازی عددی استفاده شده‌است که یک المان پوسته‌ای هشت‌گرهی می‌باشد، که نوع آن غیرخطی و درجهٔ آزادی آن ۵ می‌باشد، به‌طوری‌که سه درجهٔ آزادی مربوط به مؤلفه‌های جابه‌جایی درراستای x، y و z است و دو مؤلفهٔ مربوط به چرخش حول دو محور عمود برهم در صفحه می‌باشد. دو طرف پوستهٔ مکعبی در بخش برهم‌کنش نرم‌افزار بااستفاده از قید گره به دو صفحهٔ صلب مقید شده‌است. هر صفحهٔ صلب دارای یک نقطهٔ مرجع می‌باشد. نقطهٔ مرجع در یک صفحهٔ صلب با شرایط مرزی از نوع جابه‌جایی/ چرخشی در تمامی جهات مقید گردیده‌است (U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0). نقطهٔ مرجع صلب دیگر در تمامی جهات به‌غیراز چرخش حول محور مرکزی پوسته مقید شده‌است (U1=U2=U3=UR1=UR2=0). برای بارگذاری از نوع زاویهٔ پیچش- کنترل به پارامتر UR3 (چرخش حول محور پوسته) و برای بارگذاری از نوع گشتاور پیچشی- کنترل به پارامتر CM3 (گشتاور پیچشی حول محور مرکزی پوسته) مقداری اختصاص می‌یابد که برای بارگذاری نوع تناوبی از پارامتر دامنه استفاده شده‌است که به آن یک موج سینوسی اختصاص می‌یابد. همچنین برای بررسی همگرایی مش یک شبیه‌سازی در نرم‌افزار بااستفاده از مدل سخت‌شوندگی

غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک برای یک پوستهٔ مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنهٔ ۱۷۰ نیوتن متر و مقدار میانگین 34 نیوتن متر با تغییراندازهٔ المان انجام شده‌است.

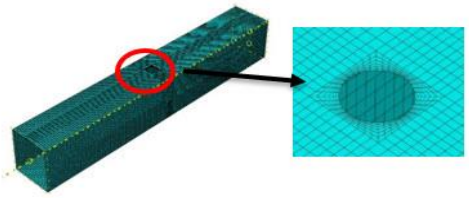
باتوجه به شکل (۳) با کاهش اندازهٔ المان، مقدار جابه‌جایی رچتینگ زاویه‌ای در سیکل ۱۰۰ به عدد ۳۸ درجه هم‌گرا می‌شود و بنابراین به منظور کاهش حجم محاسبات و زمان حل، اندازهٔ المان‌ها 2mm درنظر گرفته شده‌است.



شکل ۳ هم‌گرایی مش در اندازهٔ المان‌های مختلف تحت بارگذاری گشتاور پیچشی کنترل با دامنهٔ بار 170 نیوتن متر و بار میانگین 34 نیوتن متر



(الف)



(ب)

شکل ٤ نمونه مش در روش اجزای محدود

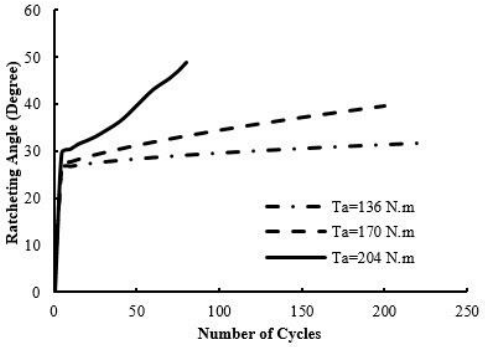
پس از بررسی هم‌گرایی مش و به‌دست‌آوردن مش‌بندی بهینه، نمونه با اندازهٔ المان 2mm مش زده می‌شود. پس از مش‌زنی نمونه دارای گشودگی، تعداد 12236 المان در نمونه ایجاد می‌شود. نقشهٔ نمونهٔ آزمایش و شکل نهایی مش در نمونه و اطراف گشودگی مطابق شکل (٤) می‌باشد.

نتایج تجربی

آزمایش‌های تجربی برروی پوسته‌های مکعبی در شرایط گشتاور پیچشی- کنترل انجام شده‌است و تأثیر دامنهٔ گشتاور پیچشی و موقعیت گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچش خالص مورد بررسی قرار گرفته‌است. در این تحقیق، زاویهٔ رچتینگ به‌عنوان زاویهٔ بیشینه در هر سیکل بارگذاری در شرایط بارگذاری گشتاور پیچشی- کنترل درنظر گرفته شده‌است [18].

تأثیر دامنهٔ گشتاور پیچشی بر رفتار رچتینگ پوستهٔ مکعبی. در این بخش پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچشی خالص تناوبی با دامنهٔ گشتاور پیچشی 134، 170 و 204 نیوتن‌متر و گشتاور میانگین 34نیوتن‌متر قرار گرفته‌است.

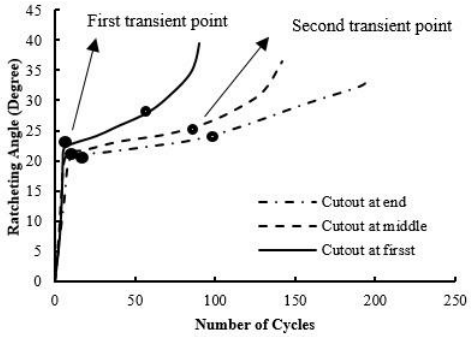
باتوجه به شکل (۵) برای هر پوستهٔ مکعبی، زاویهٔ رچتینگ و به‌عبارت‌دیگر انباشتگی تغییرشکل پلاستیک در شرایط گشتاور پیچشی- کنترل نامتقارن، افزایش می‌یابد. همچنین افزایش دامنهٔ گشتاور پیچشی با افزایش گشتاور پیچشی بیشینه همراه است و درنتیجه تنش‌های برشی بزرگ‌تری در جدارهٔ پوستهٔ مکعبی ایجاد می‌شود و درنتیجه انباشتگی کرنش پلاستیک افزایش می‌یابد. برای بارگذاری‌های با دامنهٔ گشتاور 136 و 170 نیوتن‌متر، نرخ انباشتگی کرنش پلاستیک به‌جز در سیکل‌های اولیه نرخ ثابتی دارد؛ اما در بارگذاری با دامنهٔ گشتاور 204 نیوتن‌متر مقدار نرخ زاویهٔ رچتینگ به‌شدت افزایش می‌یابد تا منجر به شکست نمونه در سیکل 80 شود.



شکل ۵ نمودار زاویهٔ رچتینگ برحسب تعداد سیکل‌های بارگذاری برای پوستهٔ مکعبی تحت گشتاورهای پیچشی با دامنه‌های مختلف و مقدار میانگین 34 نیوتن‌متر

تأثیر موقعیت گشودگی بر رفتار رچتینگ پوستهٔ مکعبی. در این قسمت سه پوستهٔ مکعبی با گشودگی دایروی با قطر 8 میلی‌متر و باتوجه به شکل (٤-الف) در موقعیت‌های طولی L_0 برابر با 2، 10 و 18 میلی‌متر از ابتدای نقطهٔ بارگذاری تحت گشتاور پیچشی با دامنهٔ 170 و مقدار متوسط 34 نیوتن‌متر قرار می‌گیرند. باتوجه به شکل (٦) مشاهده می‌شود که وجود گشودگی در نقاط نزدیک به محل اعمال گشتاور پیچشی باعث افزایش زاویهٔ رچتینگ و نرخ آن می‌شود که با کاهش عمر پوستهٔ مکعبی همراه است و با دور شدن از نقاط ابتدای پوسته، حساسیت انباشتگی کرنش برشی پلاستیک و زاویهٔ رچتینگ به نقاط دارای تمرکز تنش کمتر می‌شود.

از طرفی برای هر پوستهٔ مکعبی دارای گشودگی مقدار زاویهٔ رچتینگ افزایش می‌یابد، اما نرخ آن ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. افزایش نرخ زاویهٔ رچتینگ در انتهای منحنی تحت بارگذاری گشتاور پیچشی تناوبی، بیانگر شروع رشد ترک و شکست در از محل گشودگی می‌باشد. بنابراین می‌توان دو نقطهٔ گذر اول و دوم را تعریف کرد که سه ناحیه از انباشتگی کرنش برشی پلاستیک را در پوسته‌های دارای گشودگی از هم متمایز می‌کند [16]. وجود گشودگی در نقاط نزدیک به اعمال گشتاور پیچشی، باعث می‌شود که نقاط گذر اول و دوم در سیکل‌های کمتری اتفاق بیافتد و فاصلهٔ بین دو نقطهٔ گذر کمتر شود که این امر بیانگر کاهش مدت زمان انباشتگی تغییرشکل پلاستیک با نرخ ثابت است.



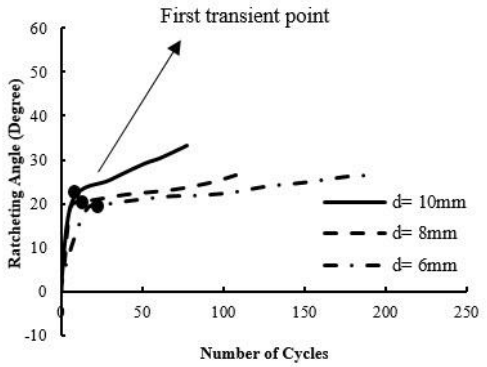
شکل ٦ نمودار زاویهٔ رچتینگ برحسب تعداد سیکل‌های بارگذاری برای پوستهٔ مکعبی دارای گشودگی در موقعیت‌های مختلف

نتایج عددی

در این قسمت همان‌طور که گفته شد از نرم‌افزار آباکوس و مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک استفاده شده‌است. در بارگذاری گشتاور پیچشی- کنترل، تأثیر قطر گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته بررسی می‌شود. همچنین درادامه پاسخ پوستهٔ مکعبی تحت بارگذاری زاویهٔ پیچش- کنترل موردمطالعه قرار می‌گیرد.

تأثیر قطر گشودگی بر رفتار رچتینگ پوستهٔ مکعبی. در این قسمت به تحلیل تأثیر قطر گشودگی بر رفتار رچتینگ پوستهٔ مکعبی تحت بارگذاری گشتاور پیچشی- کنترل پرداخته می‌شود. گشودگی‌های دایروی با قطر 6mm، 8mm و 10mm در میانهٔ پوستهٔ مکعبی ایجاد می‌شود و رفتار رچتینگ آن تحت گشتاور پیچشی تناوبی با دامنهٔ 204N.m و گشتاور پیچشی میانگین 34N.m موردتحلیل قرار گرفت. باتوجه به شکل (۷)، در پوستهٔ مکعبی دارای گشودگی دایروی با

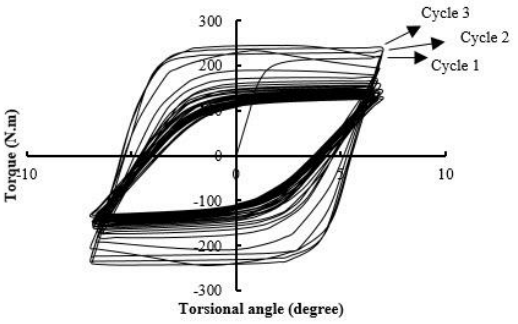
قطر بزرگ‌تر، زاویهٔ رچتینگ و نرخ آن بیشتر است و نقاط گذر اول و دوم در تعداد سیکل‌های کمتری اتفاق می‌افتند. افزایش قطر گشودگی با افزایش تنش‌های برشی در اطراف آن همراه است که باعث ایجاد تغییرشکل‌های پلاستیک بزرگ‌تر به‌صورت موضعی در محل گشودگی می‌شود که درنهایت منجر به افزایش زاویهٔ رچتینگ به‌صورت کلی در پوستهٔ مکعبی و کاهش ناحیهٔ انباشتگی کرنش پلاستیک با نرخ ثابت می‌شود.



شکل ۷ نمودار زاویهٔ رچتینگ برحسب تعداد سیکل‌های بارگذاری برای پوستهٔ مکعبی دارای گشودگی با قطرهای متفاوت

بررسی رفتار نرم‌شوندگی پوسته‌های مکعبی. در این بخش به تحلیل اثر تغییر زاویهٔ پیچش در بارگذاری زاویهٔ پیچشی- کنترل بر رفتار نرم‌شوندگی پوسته‌های مکعبی پرداخته می‌شود. به‌همین‌منظور پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری زاویهٔ پیچشی- کنترل با دامنهٔ زاویهٔ پیچشی 7، 10 و 13 درجه به‌صورت متقارن قرار می‌گیرند. جهت چرخش ساعت‌گرد مثبت و جهت زاویهٔ چرخش پادساعت‌گرد منفی فرض شده‌است.

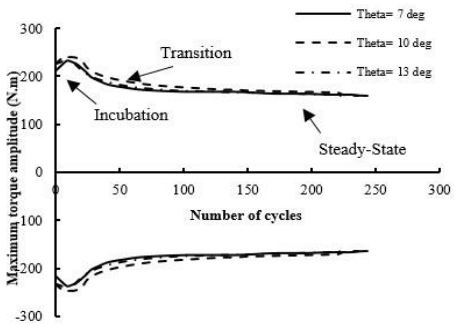
در شکل (۸) منحنی حلقه‌های هیسترزیس گشتاور پیچشی- زاویه پیچشی رسم شده‌است. باتوجه به شکل (۸)، مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک قادر به پاسخ‌گویی رفتار نرم‌شوندگی پوستهٔ مکعبی تحت بارگذاری گشتاور پیچشی خالص تناوبی می‌باشد. زاویهٔ پلاستیک باقی‌ماندهٔ پیش‌بینی‌شده حاصل از تحلیل عددی در گشتاور پیچشی صفر، در حالت پیچش ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد تقریباً با هم برابر است.



شکل ۸ منحنی‌های هیسترزیس در پوستهٔ مکعبی با بارگذاری پیچش خالص تناوبی در شرایط زاویهٔ پیچش- کنترل متقارن با دامنهٔ زاویهٔ پیچش ۷ درجه

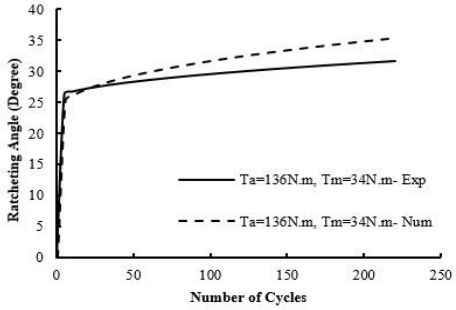
باتوجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که در هر سه دامنهٔ زاویه‌ای جز در سیکل‌های اولیه، تحمل گشتاور پیچشی ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد در پوسته‌های مکعبی کاهش می‌یابد و پوستهٔ تحت زاویهٔ پیچشی 7 درجه دارای کمترین و پوستهٔ تحت زاویهٔ پیچشی 13 درجه دارای بیشترین گشتاور پیچشی قابل‌تحمل و سرعت نرم‌شوندگی هستند. همچنین به‌طور کلی پاسخ پوستهٔ مکعبی SS316L تحت بارگذاری گشتاور پیچشی خالص تناوبی در شرایط زاویهٔ پیچش- کنترل به سه ناحیه تقسیم می‌شود:

- رشد اولیه (Incubation) (افزایش اولیهٔ گشتاور پیچشی در سیکل‌های ابتدایی).
- مرحلهٔ گذر (Transition) (کاهش گشتاور پیچشی از یک سیکل به سیکل دیگر).
- مرحلهٔ پایدار (Steady-State) (ثبات گشتاور پیچشی در یک تعداد سیکل مشخص).



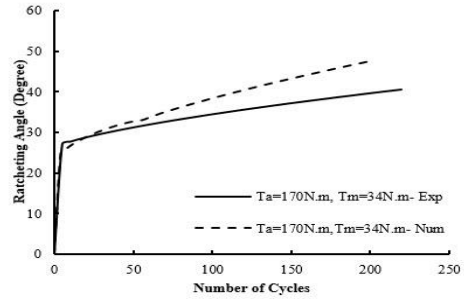
شکل ۹ حداکثر دامنهٔ گشتاور پیچشی برحسب تعداد سیکل برای پوسته‌های مکعبی در شرایط زاویهٔ پیچشی- کنترل متقارن با دامنهٔ زوایای پیچش مختلف

مقایسهٔ نتایج عددی و تجربی رفتار نرم‌شوندگی پوستهٔ استوانه‌ای. زاویهٔ رچتینگ برحسب تعداد سیکل حاصل از تحلیل عددی برای پوسته‌های مکعبی تحت گشتاور پیچشی میانگین 34N.m و دامنه‌های گشتاور پیچشی 136N.m، 170N.m و 204N.m به‌ترتیب در شکل‌های (۱۲-۱۰) با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌شود که مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک به‌جز در سیکل‌های اولیه، زاویهٔ رچتینگ را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. حداکثر درصد خطای محاسبه‌شده در شکل های (۱۲-۱۰) به‌ترتیب برابر با 3.4%، 18.34%و 15% می‌باشد. باتوجه به مقالاتی که درزمینهٔ پیش‌بینی انباشتگی کرنش پلاستیک ارائه شده است، مدل‌های پلاستیسیته دارای ضعف‌هایی در پیش‌بینی این نوع رفتار می‌باشند و معمولاً پس از طی سیکل‌های اولیه، رچتینگ را بیشتر یا کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کنند. تلاش‌های زیادی درحال انجام است تا با مقایسهٔ نتایج تجربی و تغییر در مدل‌های پلاستیسیتهٔ تناوبی، بتوان این رفتار را به‌خوبی پیش‌بینی کرد، اما به‌طور کلی مطابقت خوبی بین نتایج عددی و تجربی مشاهده شده‌است و می‌توان نتیجه گرفت که روش عددی با دقت قابل‌قبولی قادر به توصیف رفتار رچتینگ پوستهٔ مکعبی تحت بار پیچشی می‌باشد.

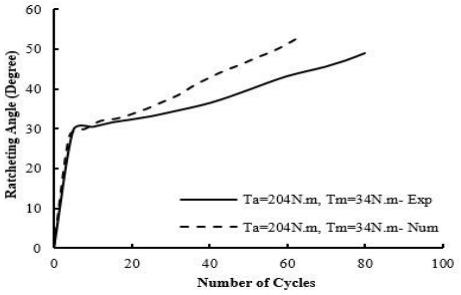


شکل ۱۰ مقایسهٔ نتایج تجربی زاویهٔ رچتینگ با روش اجزای محدود برای پوستهٔ مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنهٔ 136N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m

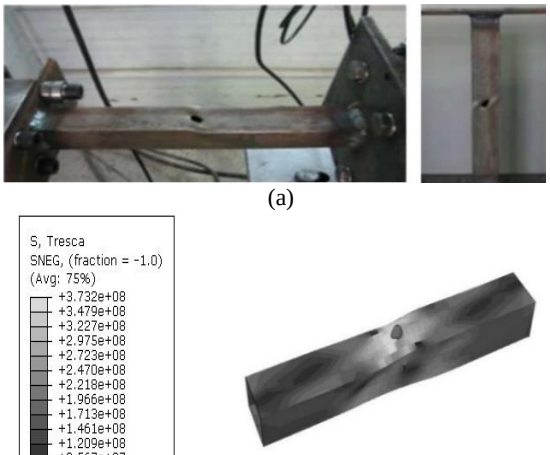
همچنین تغییرشکل پوستهٔ مکعبی دارای گشودگی دایروی به‌قطر 8mm در میانهٔ آن و تحت بارگذاری گشتاور پیچش- کنترل با دامنهٔ گشتاور پیچشی 170N.m و گشتاور میانگین 34N.m در شکل (۱۳) نشان داده شده‌است که با تغییرشکل ایجادشده حاصل از تحلیل عددی مقایسه شده‌است. در شکل (۱۳)، با رسم کانتور تنش ترسکا در سیکل 100 برای پوستهٔ مکعبی مشاهده می‌شود که اطراف گشودگی بیشترین تنش را تحمل می‌کنند و درواقع تمرکز تنش و شکست از این نقاط خواهد بود و گشودگی دایروی تحت تنش برشی تناوبی ناشی از گشتاور پیچشی تبدیل به بیضی مایل می‌شود که چنین رفتاری در آزمایش‌های تجربی نیز مشاهده شد. همچنین تنش ترسکا نسبت‌به گشودگی متقارن می‌باشد و با دورشدن از گشودگی به‌سمت دو انتهای پوستهٔ مکعبی، کاهش می‌یابد.



شکل ۱۱ مقایسهٔ نتایج تجربی زاویهٔ رچتینگ با روش اجزای محدود برای پوستهٔ مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنهٔ 170N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m



شکل ۱۲ مقایسهٔ نتایج تجربی زاویهٔ رچتینگ با روش اجزای محدود برای پوستهٔ مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنهٔ 204N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m



(a)

(b)

شکل ۱۳ تغییرشکل ایجادشده در پوستهٔ مکعبی با گشودگی دایروی به قطر 8mm در شرایط گشتاور پیچشی- کنترل متقارن با دامنهٔ گشتاور پیچشی 170N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m الف) آزمایش تجربی، ب) تحلیل عددی

نتیجه‌گیری

با انجام آزمایش‌های تجربی روی پوسته‌های مکعبی SS316L تحت بارگذاری پیچش خالص تناوبی و مقایسهٔ آن با تحلیل عددی انجام‌شده توسط نرم‌افزار آباکوس، می‌توان نتایج زیر را استخراج نمود:

۱- در آزمایش‌های تجربی با بارگذاری گشتاور پیچشی- کنترل با افزایش دامنهٔ گشتاور پیچشی، مقدار زاویهٔ رچتینگ و نرخ آن افزایش می‌یابد که این به‌دلیل بزرگ‌تر بودن تنش‌های برشی در جدارهٔ پوسته‌ها با دامنهٔ گشتاور پیچشی بزرگ‌تر است.

۲- نرخ زاویهٔ رچتینگ در پوسته‌های مکعبی دارای گشودگی، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد و دو نقطهٔ گذر اول و دوم، سه ناحیه با نرخ کاهشی، ثابت و افزایشی را از هم جدا می‌کند. همچنین با دورشدن گشودگی از محل اعمال بار، مقدار زاویهٔ رچتینگ و نرخ آن کاهش می‌یابد و باعث کمترشدن حساسیت و تغییرشکل‌های پلاستیک به نقاط دارای تمرکز تنش می‌شود.

۳- نرم‌افزار آباکوس، رفتار رچتینگ پوسته‌های مکعبی را بااستفاده از مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک پیش‌بینی می‌کند که زاویهٔ رچتینگ پیش‌بینی‌شده حاصل از تحلیل عددی بیشتر از مقدار واقعی است، اما به‌طور کلی مطابقت خوبی مشاهده می‌شود.

٤- به‌دلیل بزرگ‌تر بودن تنش‌های برشی موضعی اطراف گشودگی در پوسته‌های دارای گشودگی با قطر بزرگ‌تر، مقدار زاویهٔ رچتینگ و نرخ آن بیشتر است و نقاط گذر اول و دوم سریع‌تر اتفاق می‌افتد.

۵- پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچش خالص تناوبی در شرایط زاویهٔ پیچش- کنترل رفتار نرم‌شوندگی از خود نشان می‌دهند و پوسته تحت زاویهٔ پیچشی بالاتر، گشتاور پیچشی بزرگ‌تری را تحمل می‌کند. همچنین در شرایط زاویهٔ پیچش- کنترل، سه ناحیهٔ رشد اولیه، گذر و پایدار برای گشتاور پیچشی قابل‌تحمل، مشاهده می‌شود.

واژه‌نامه

اصطکاک	Friction
انباشتگی	Accumulation
بارگذاری	Loading
پوسته	Shell
تسلیم	Yield
تنش	Stress
جابجایی	Displacement
چرخش	Rotation

Symmetric	متقارن	Amplitude	دامنه
Section	مقطع	Hardening	سخت شوندگی
Cubic	مکعبی	Rigid	صلب
Rate	نرخ	Strain	کرنش
Softening	نرم شوندگی	Torque	گشتاور
Isotropic	همسانگرد	Cutout	گشودگی

مراجع

1. Chen, X., D.H. Yu, and Kim, K.S., "Experimental Study on Ratcheting Behavior of Eutectic Tin–lead Solder under Multiaxial Loading", *Materials Science and Engineering*:A, Vol. 406, No. 1, pp. 86-94, (2005).
2. Chen, X., Jiao, R. and Kim, K.S., "On the Ohno–Wang Kinematic Hardening Rules for Multiaxial Ratcheting Modeling of Medium Carbon Steel", *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 161–184, (2005).
3. Kang, G., Li, Y. G., Zhang, J., Sun, Y. F. and Gao, Q., "Uniaxial Ratcheting and Failure Behaviors of Two Steels", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 43, pp. 199-209, (2005).
4. Kang, G., "Experimental Study on Ratcheting-fatigue Interaction of SS304 Stainless Steel in Uniaxial Cyclic Stressing", *Materials science & engineering:A*, Vol. 435-436, pp. 396-404, (2006).
5. Gao, B., Chen, X. and Chen, G., "Ratcheting and Ratcheting Boundary Study of Pressurized Straight Low Carbon Steel Pipe under Reversed Bending", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 83, pp. 96-106, (2006).
6. Gao, H. and Chen, X., "Effect of Axial Ratcheting Deformation on Torsional Low Cycle Fatigue Life of Lead-free Solder Sn-3.5Ag", *International Journal of Fatigue*, Vol. 31, pp. 276-283, (2009).
7. Sun, G.Q. and Shang, D.G., "Prediction of fatigue lifetime under multiaxial cyclic loading using finite element analysis", *Material & Design*, Vol. 31, No. 1, pp. 126-133, (2010).
8. Elchalakani, M., Zhao, X. L. and Grzebieta R., "Variable Amplitude Cyclic Pure Bending Tests to Determine Fully Ductile Section Slenderness Limits for cCold-formed CHS", *Engineering Structures*, Vol. 28, pp. 1223–1235, (2006).
9. Elchalakani, M., "Plastic Mechanism Analyses of Circular Tubular Members under Cyclic Loading", *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, pp. 1044–1057, (2007).
10. Chang, K.H., Pan, W.F. and Lee, K.L., "Mean mMoment Effect of Thin-walled Tubes under Cyclic Bending", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 28, No. 5, pp. 495–514, (2008).
11. Rahman, S.M., Hassan, T. and Corona, E., "Evaluation of Cyclic Plasticity Models in Ratcheting Simulation of Straight Pipes under Cyclic Bending and Steady Internal Pressure", *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 1756–1791, (2008).
12. Chang, K.H. and Pan, W.F., "Buckling Life Estimation of Circular Tubes under Cyclic Bending", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 2, pp. 254–270, (2009).
13. Chen, X. and Chen, X., "Study on Ratcheting Effect of Pressurized Straight Pipe with Local Wall Thinning Using Finite Element Analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 139, pp. 69-76, (2016).
14. Kulkarnia, S.C., Desaia, Y.M., Kanta, T., Reddy, G.R., Prasad, P. and Vaze, K.K., "Uniaxial and Biaxial Ratchetting in Piping Materials—Experiments and Analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 81, pp. 609–17, (2004).
15. Shariati, M., Hatami, H., Yarahmadi, H. and Eipakchi, H.R., "An Experimental Study on the

Ratcheting and Fatigue Behavior of Polyacetal under Uniaxial Cyclic Loading", *Materials & Design*, Vol. 34, pp. 302-312, (2012).

16. Shariati, M. and Hatami, H., "Experimental Study of SS304L Cylindrical Shell with/without Cutout under Cyclic Axial Loading", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 58, No. 1, pp. 35-43, (2012).
17. Shariati, M., Kolasangiani, K., Norouzi, G. and Shahnavaz, A., "Experimental Study of SS316L Cantilevered Cylindrical Shells under Cyclic Bending Load", *Thin-Walled Structures*, Vol. 82, pp. 124-131, (2014).
18. Shariati, M., Kolasangiani, K. and Golmakani, H., "Cyclic Behavior of SS316L Cylindrical Shells under Pure Torsional Load: An Experimental Investigation", *Thin-Walled Structures*, Vol. 109, pp. 242-250, (2016).
19. Zeinoddini, M., Mo'tamedi, M., Gharebaghi, S. A. and Parke, G.A.R., "On the Ratcheting Response of Circular Steel Pipes Subject to Cyclic Inelastic Bending: A Closed-form Analytical Solution", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 117, pp. 243-257, (2016).
20. Kreethi, R., Mondal, A.K. and Dutta, K., "Ratcheting Fatigue Behaviour of 42CrMo4 Steel under Different Heat Treatment Conditions", *Materials* Science and Engineering: A, Vol. 679, pp. 66-74, (2017).
21. Yuan, X., Yu, W., Fu, S., , Yu, D. and Chen, X., "Effect of Mean Stress and Ratcheting Strain on the Low Cycle Fatigue Behavior of a Wrought 316LN Stainless Steel", *Materials Science and Engineering*: A, Vol. 677, pp. 193-202, (2016).
22. ABAQUS Analysis User's manual, v6.10.1, section 20.2.2: models for metals subjected to cyclic loading, (2010).

ارتعاشات اجباری غیرخطی صفحهٔ مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مستطیلی‌شکل براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبهٔ سوم*

رامین منتشلو[۱] علیرضا شوشتری[۲]

چکیده *در این مقاله ارتعاشات اجباری عرضی غیرخطی تحت نیروی تحریک هارمونیک جانبی یک صفحهٔ مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مستطیلی‌شکل ساخته شده از پیزوالکتریک $BaTiO_3$ و مگنتواستریکتیو $CoFe_2O_4$، با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده بررسی شده است. تغییرات خواص از پایین به بالا فرض شده است، یعنی سطح بالای ورق غنی از پیزوالکتریک است، در حالی که سطح پایین ورق غنی از مگنتواستریکتیو است و خواص مواد در جهت ضخامت مطابق قانون توزیع توانی درجه‌بندی شده است. معادلات حرکت براساس تئوری برشی مرتبه سوم ردی به‌دست آمده‌اند. همچنین معادلات ماکسول در حالت الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک برای مدل‌سازی رفتار الکتریکی و مغناطیسی به‌کار برده شده‌اند. سپس معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی به‌دست آمده با استفاده از روش گلرکین به پنج معادلهٔ دیفرانسیل معمولی غیرخطی کوپل شده تبدیل شده‌اند. این معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی به یک معادلهٔ دیفرانسیل که شامل ترم‌های غیرخطی سفتی و اینرسی و ترم‌های غیرخطی مرتبه دو و سه است کاهش یافته‌اند. برای حل معادلهٔ به‌دست آمده، از تئوری اغتشاشات استفاده شده است و سپس نتایج به‌دست آمده برای فرکانس طبیعی خطی با نتایج موجود برای ورق‌های همسانگرد و ورق‌های پیزوالاستیک همسانگرد مقایسه شده‌اند و مطابقت خوبی میان نتایج این پژوهش و نتایجی که قبلاً منتشر شده‌اند مشاهده گردیده‌است. در تحلیل ارتعاشات اجباری، تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک مطالعه شده‌است و معادلهٔ پاسخ فرکانسی آن به‌دست آمده است. همچنین باتوجه به اهمیت تشدید اولیه، پایداری آن نیز بررسی شده است. نیروی تحریک خارجی در این حالت، نیروی تحریک مکانیکی با دامنهٔ ثابت و به‌صورت هارمونیک در حوزهٔ زمان در نظر گرفته شده است.*

واژه‌های کلیدی ورق هوشمند مدرج تابعی، تئوری تغییرشکل برشی مرتبه سوم، قوانین گاوس، تئوری اغتشاشات، ارتعاش غیرخطی اجباری.

Nonlinear Forced Vibration of Functionally Graded Magneto-Electro-Elastic Rectangular Plate based on the Third Order Shear Deformation Theory

R. Mantashloo A. Shooshtari

Abstract *In this paper, nonlinear vibration of the functionally graded rectangular plates made of piezoelectric $BaTiO_3$ and magnetostrictive $CoFe_2O_4$, whit simply supported boundary condition has been investigated. It is assumed that the composition is varied from the bottom surfaces to top surface, i.e., the top surface of the plate is piezoelectric-rich, whereas the bottom surface is magnetostrictive-rich. In addition, material properties are graded along the thickness according to volume fraction power-law distribution. Based on the Reddy's third-order share deformation plate theory, the governing equations of motion, whereas Maxwell equations for electrostatics and magnetostatics are used to model the electric and magnetic behavior. Then, the nonlinear partial differential equations of motion are transformed into five coupled nonlinear ordinary differential equations by using the Galerkin method. Afterward, the obtained coupled ordinary differential equations are reduced to a single nonlinear differential equation which include nonlinear inertia and stiffness terms with quadratic and cubic nonlinear terms. A perturbation method is used to solve the equation of motion analytically. The results for natural frequency are compared with the available results for isotropic, laminated and piezo-laminated plates and good agreement is found between the results of present study with the results of previously published papers. In the forced vibration, primary, super-harmonic resonances are studied and the frequency response equation has been obtained. Because of the importance of the primary resonance, the stability of the steady-state motion is investigated for the primary resonance, The applied external force is assumed to be harmonic in time with a constant amplitude.*

Key Words Functionally graded smart plate, Third order shear deformation theory, Gauss's laws, Perturbation method, Force vibration

---

★تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۵/۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۵/۱۳ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.66477

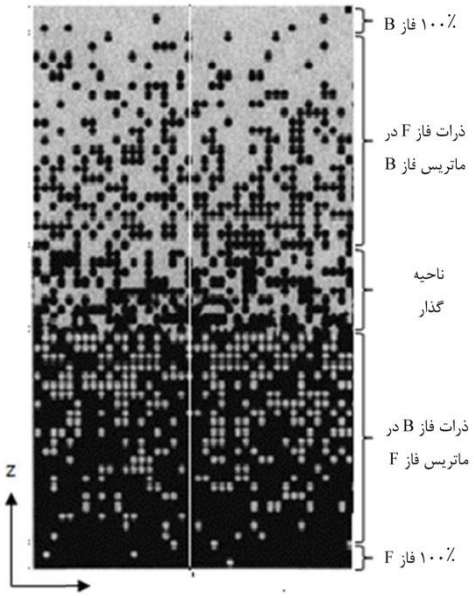
(۱) کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا

(۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا shooshta@basu.ac.ir

مقدمه

مواد مدرج تابعی (FGM) نوع جدیدی از مواد مرکب ناهمگن ساخته شده از مواد با فازهای مختلف هستند. نمونه‌ای از ساختار کلی این مواد در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن ذرات کروی یا تقریباً کروی در درون ماتریس‌های همسانگرد جاسازی شده است. در این‌گونه از مواد مرکب، مواد میکروسکوپی با فاز مختلف تغییراتی با تابع‌های مختلف دارند و امکان بهینه کردن تغییرات تنش در این مواد مرکب با تغییر مناسب پروفیل مواد ساختاری که از ویژگی‌های برجستهٔ این مواد است وجود دارد. مواد مدرج تابعی این‌گونه توصیف شده‌اند که فاز تقویت‌کننده و مواد زمینه به‌صورت پیوسته و به‌تدریج و نه به‌صورت گسسته مانند مواد مرکب لایه‌ای تغییر می‌کنند.

به‌دلیل پیوستگی موجود در خواص مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و مغناطیسی این‌گونه از مواد، کرنش‌ها و گرادیان آن‌ها حالت پیوسته‌ای پیدا می‌کنند که همین تغییرات تدریجی خواص در ساختار این مواد مرکب موجب استحکام در کل آن می‌شود. در صورتی که در مواد مرکب لایه‌ای تداخل بین ساختارهای زمینه‌ای و الیاف نوعی ناهماهنگی در خواص مکانیکی ایجاد می‌کند. این مواد مقاوم در مقابل خوردگی و سایش بوده و مقاومت بالایی در مقابل شکست دارند. در حال حاضر از این مواد برای سازه‌هایی که باید در مقابل دمای زیاد مقاوم باشد استفاده می‌شود. یکی از علت‌های تنش حرارتی افزایش دما می‌باشد. به‌طور مثال هنگامی که انبساط آزاد توسط قیدهای خارجی محدود می‌شود و یا این‌که یک جسم چندلایه‌ای از مواد مختلفی با ضرایب انبساط مختلف تشکیل شده باشد، لایه‌های مختلف ماده به اندازه‌های متفاوتی انبساط پیدا می‌کند و این خود باعث ایجاد تنش در جسم می‌شود.



شکل ۱ ساختار کلی مواد مدرج تابعی [26]

مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک که کوپلینگ بین میدان‌های مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی را در بر دارند و می‌توانند انرژی را میان این سه شکل تبدیل کنند، کاربرد مستقیمی در سنسورها و محرک‌ها، کنترل ارتعاشات در سازه‌ها و غیره دارند. همچنین از این مواد به‌تازگی در برداشت‌کننده‌های انرژی نیز استفاده شده است. بسیاری از این نوع سازه‌های هوشمند به‌صورت تیر مدل‌سازی و استفاده شده‌اند. در مقالهٔ حاضر ارتعاشات اجباری غیرخطی یک صفحه مستطیل‌شکل مورد بررسی قرار گرفته است.

فریرا و همکاران [1] فرکانس‌های طبیعی ورق مربعی‌شکل مدرج تابعی را برای شرایط مرزی مختلف به‌دست آوردند. حسینی هاشمی و همکاران [2,3] ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی‌شکل مدرج تابعی را برای شرایط مرزی مختلف بررسی نموده و پاسخ تحلیلی برای آن به‌دست آوردند. ارتعاشات غیرخطی ورق‌های مدرج تابعی نیز موضوع تحقیقات زیادی بوده است [4-6].

پاسخ دینامیکی خطی و غیرخطی ورق‌های پیزوالکتریک از نوع مدرج تابعی نیز توسط محققان زیادی مورد مطالعه قرار گرفته است. رِدی و چنگ [7] یک ورق مدرج تابعی را در نظر گرفته و با فرض اتصال یک لایهٔ پیزوالکتریک بر روی سطح فلزی این ورق مدرج تابعی و با اعمال بارگذاری ترمومکانیکی بر روی سطح سرامیکی، ارتعاش ورق هیبریدی حاصل را بررسی کرده و دامنهٔ ارتعاشات را با استفاده از اعمال ولتاژ به لایهٔ پیزوالکتریک خنثی نمودند. لیو و همکاران [8] رفتار پس‌کمانش ورق‌های مستطیلی‌شکل مدرج تابعی که عملگرهای پیزوالکتریک بر سطح آن چسبانده شده است را بر اساس تئوری برشی مرتبهٔ سوم تحلیل نمودند. کوپیال [9] فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق پیزوالکتریک مستطیلی‌شکل با شرایط مرزی ساده برای دو نوع شرط مرزی الکتریکی مدار باز و مدار بسته را مورد بررسی قرار داده است. شِن [10] پس‌کمانش پوستهٔ استوانه‌ای مدرج تابعی با عملگرهای پیزوالکتریک را در اثر فشار محوری ترکیب‌شده با بارهای الکتریکی در محیط گرم تحلیل نموده است. چِن [11] از روش گلرکین فاقد المان برای آنالیز کمانش و بررسی پایداری ورق‌های مستطیلی پیزوالکتریک مدرج تابعی که در معرض توزیع غیریکواخت نیروها، گرما و ولتاژ می‌باشند استفاده نمود. از روش المان محدود [14-12] و روش‌های تحلیلی اغتشاشات [17-15] نیز برای حل مسئلهٔ ارتعاش غیرخطی ورق مدرج تابعی تحت بارهای حرارتی، مکانیکی و الکتریکی استفاده شده است.

نزدیک دو دهه است که تحلیل و بررسی حرکت استاتیکی و دینامیکی سازه‌های مگنتو-الکترو-الاستیک مورد توجه قرار گرفته است. پان [18] برای اولین بار یک ورق چندلایه‌ای مگنتو-الکترو-الاستیک را به‌صورت تحلیلی بررسی کرده و جواب‌های ورق چندلایه‌ای را برحسب تکثیرکننده‌های ماتریسی بیان نمود. ارتعاش آزاد و تصادفی ورق‌های مستطیلی شکل مگنتو-الکترو-الاستیک در تماس با سیال [19] و کمانش و ارتعاش پوسته استوانه‌ای مگنتو-الکترو-الاستیک بر اساس تئوری برشی مرتبه بالا [20] نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. چن و همکاران [21] مسئلهٔ ارتعاش آزاد ورق‌های مگنتو-الکترو-الاستیک چندلایه‌ای با شرایط مرزی ترکیبی گیردار/آزاد حل نمودند. لی و ژانگ [22] و رضوی و شوشتری [23] از تئوری برشی مرتبهٔ اول، به‌ترتیب، برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق و پوستهٔ دوانحنایی مگنتو-الکترو-الاستیک بر روی یک بستر الاستیک استفاده کرده و اثرات ضرایب بستر و فرکانس‌های الکتریکی و مغناطیسی را بر روی فرکانس طبیعی تعیین نمودند. انصاری و همکاران [24] ارتعاش غیرخطی نانو تیر مگنتو-الکترو-الاستیک را براساس مدل تیر تیموشنکو و تئوری الاستیسیتهٔ غیرموضعی و تئوری برشی مرتبه سوم غیرموضعی [25] تحلیل نمودند.

با وجود این‌که بانگل و گانسان [26] بااستفاده از روش اجزای محدود، تحقیقات مختلفی را برای تحلیل ارتعاشات خطی ورق‌ها و پوسته‌های استوانه‌ای مگنتو-الکترو-الاستیک چندلایه‌ای و مدرج تابعی استفاده نمودند، هیچ مطالعهٔ تحلیلی دربارهٔ ارتعاشات غیرخطی این نوع از مواد و ورق‌های هوشمند مدرج تابعی برمبنای تئوری برشی مرتبه سوم در رابطه با تعیین فرکانس‌های غیرخطی، تأثیر پارامترهای هندسی و پراکندگی ساختار در مواد مدرج تابعی بر این فرکانس‌ها انجام نشده است.

در این تحقیق، از تئوری برشی مرتبه سوم (TSDT) برای تعیین معادلات حرکت ورق استفاده شده است. ورق به‌صورت مستطیلی‌شکل با تکیه‌گاه ساده در هر چهار لبه و بدون امکان حرکت صفحه‌ای در لبه‌ها فرض شده‌است (شکل ٤).

معادلات ساختاری مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک

کوپلینگ مگنتو-الکتریک-الاستیک این مواد از طریق روابط تنش-کرنش صورت می‌گیرد. معادلات ساختاری مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک خطی به‌صورت زیر نوشته می‌شوند [26].

$$\sigma = C\varepsilon + e(-E) + q(-H) \quad (۱\text{-الف})$$

$$D = e^T\varepsilon - \epsilon(-E) - d(-H) \quad (۱\text{-ب})$$

$$D = q^T\varepsilon - d(-E) - \mu(-H) \quad (۱\text{-پ})$$

که برای یک ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک همسانگرد ضرایب در حالت بسط‌یافته به‌صورت زیر می‌باشند:

$$C=\begin{bmatrix} C(z)_{11} & C(z)_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C(z)_{21} & C(z)_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C(z)_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C(z)_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C(z)_{66} \end{bmatrix}$$

$$e=\begin{bmatrix} 0 & 0 & e(z)_{31} \\ 0 & 0 & e(z)_{32} \\ 0 & e(z)_{24} & 0 \\ e(z)_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, q=\begin{bmatrix} 0 & 0 & e(z)_{31} \\ 0 & 0 & e(z)_{32} \\ 0 & e(z)_{24} & 0 \\ e(z)_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon=\begin{bmatrix} \epsilon(z)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon(z)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon(z)_{33} \end{bmatrix}, \mu=\begin{bmatrix} \mu(z)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu(z)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu(z)_{33} \end{bmatrix}$$

$$d=\begin{bmatrix} d(z)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d(z)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d(z)_{33} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

که σ و ε به‌ترتیب بردار تنش و کرنش، D و B به‌ترتیب بردار جابه‌جایی الکتریکی و چگالی شار مغناطیسی، E و H به‌ترتیب بردار میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی، C، ϵ و μ به‌ترتیب ضرایب ماتریس الاستیک، دی‌الکتریک و نفوذپذیری مغناطیسی، e و q، d به‌ترتیب ضرایب ماتریس پیزوالکتریک و پیزومغناطیس، مگنتو-الکتریک هستند.

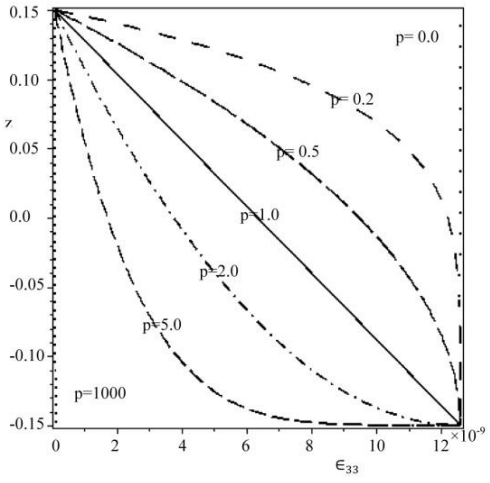
مدل ریاضی خواص مواد مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک. اگر ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک از دو فاز پیزوالکتریک $BaTiO_3$ (B) و پیزومغناطیس $CoFe_2O_4$ (C) طوری تشکیل شده باشد که تغییر تدریجی خواص ماده در راستای ضخامت و از سطح پایین به سطح بالا باشد، (شکل ۲)، کسر حجمی فاز B در جهت ضخامت و مطابق قانون توانی به‌صورت زیر توصیف می‌گردد [26]:

$$V_B = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^{\mathrm{p}} \quad (۳)$$

که در آن h ضخامت ورق، z معرف مختصهٔ ضخامت که $0 \le z \le +h$ و p پارامتر توانی حقیقی و مثبتی بی‌بعدی است. همچنین قانون مخلوط‌ها و نخستین قانون خطی کلاسیک ترکیب‌ها برای مواد دوجزئی به‌ترتیب به‌صورت زیر نوشته می‌شوند [26]:

$$V_B + V_C = 1 \quad (٤)$$

$$P_{eff} = P_B V_B + P_C V_C \quad (۵)$$



شکل ۲ تغییر کسر حجمی V_B در طول ضخامت

با ترکیب معادلات (۵-۳) تغییرات خواص مؤثر الاستیک، پیزوالکتریک، پیزومغناطیس، دی‌الکتریک و نفوذپذیری مغناطیسی در دمای ثابت به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$C(z)_{ij} = (C_C - C_C)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + C_C \quad (٦\text{-الف})$$

$$e(z)_{ij} = (e_C - e_C)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + e_C \quad (٦\text{-ب})$$

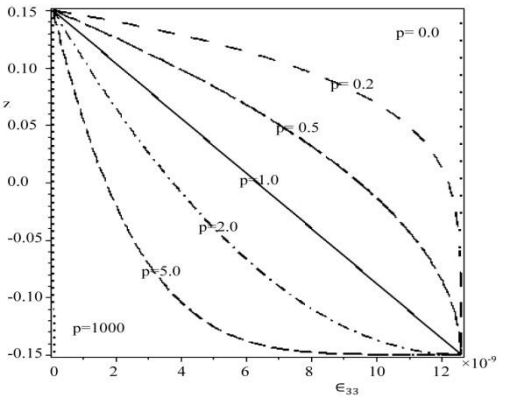
$$q(z)_{ij} = (q_C - q_C)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + q_C \quad (٦\text{-پ})$$

$$\epsilon(z)_{ij} = (\epsilon_C - \epsilon_C)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + \epsilon_C \quad (٦\text{-ت})$$

$$\mu(z)_{ij} = (\mu_C - \mu_C)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + \mu_C \quad (٦\text{-ث})$$

$$\rho = (\rho_C - \rho_C)\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^p + \rho_C \quad (٦\text{-ج})$$

تغییرات ضریب دی‌الکتریک ϵ_{33} مؤثر برای چند مورد مختلف توان p در عرض ضخامت ورق در شکل (۳) نشان داده شده است. لی [27] با استفاده از آنالیز میکرومکانیکی مادهٔ مرکب متشکل از دو فاز B-C نشان داد که اندازهٔ مدول مگنتو-الکتریک (d_{33}) غیر صفر بوده و وابسته به فاکتورهایی مانند روش ترکیب مواد و کسر حجمی هر یک از دو فاز است. تحقیقات اخیر نشان داده‌اند در حالتی که ورق تحت پتانسیل الکتریکی یا مغناطیسی قرار دارد و هدف مطالعهٔ رفتار دینامیکی ارتعاشی ورق باشد اثر ضریب مگنتو-الکتریک بر فرکانس ارتعاشی بسیار ناچیز است و می‌توان از آن چشم پوشید.



شکل ۳ تغییرات ضریب دی‌الکتریک ϵ_{33} نسبت به تغییر گرادیان مواد p

مدل‌سازی مسئله با استفاده از تئوری HSDT

در این تئوری میدان‌های جابه‌جایی طبق اصل همیلتون به‌صورت تابعی درجه سوم از (u,v,w) در راستای ضخامت به‌صورت زیر هستند [28]:

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\phi_x(x,y,t) - \frac{4}{3h^2}z^3\left(\phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}\right) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + z\phi_y(x,y,t) - \frac{4}{3h^2}z^3\left(\phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}\right) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \quad (٧)$$

که u_0، v_0، w_0 و $\phi_x = \frac{\partial v}{\partial z}$ و $\phi_y = \frac{\partial u}{\partial z}$ تغییرمکان‌های تعمیم‌یافته بوده و توابع مجهولی هستند که باید تعیین شوند. u_0، v_0 و w_0 تغییر جابه‌جایی‌های یک نقطه از ورق در صفحهٔ $z = 0$ را نشان می‌دهند.

کرنش‌های غیرخطی متناظر با تئوری برشی مرتبه سوم به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(3)} \\ \varepsilon_{yy}^{(3)} \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} \end{Bmatrix} = -c_1 \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right) \\ \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right) \\ \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + 2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}\right) \end{Bmatrix}, \; c_1 = \frac{4}{\left(3h^2\right)}$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(2)} \\ \gamma_{xz}^{(2)} \end{Bmatrix} = -3c_1 \begin{Bmatrix} \left(\phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}\right) \\ \left(\phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}\right) \end{Bmatrix} \quad (٨)$$

که در آن $c_1 = \frac{4}{3h^2}$ و $c_2 = 3c_1$ است. معادلات حاکم بر یک ورق مگنتو-الکترو-الاستیک مدرج تابعی در تئوری برشی مرتبه سوم به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$N_{xx.x} + N_{xy.y} = I_0 u_{0.tt} + (I_1 - c_1 I_3)\varphi_{x.tt} - c_1 I_3 w_{0.tt} \quad (۹\text{-الف})$$

$$N_{yy.y} + N_{xy.x} = I_0 v_{0.tt} + (I_1 - c_1 I_3)\varphi_{y.tt} - c_1 I_3 w_{0.tt} \quad (۹\text{-ب})$$

$$\begin{aligned}&(N_{yy.y} + N_{xy.x})w_{0.y} + (N_{xx.x} + N_{xy.y})w_{0.x} + N_{yy}w_{0.yy} \\ &+N_{xx}w_{0.xx} + c_1(P_{xx.xx} + P_{xy.xy} + P_{yy.yy}) \\ &+(Q_{x.x} - c_2 R_{x.x}) + (Q_{y.y} - c_2 R_{y.y}) + q_z \\ &= I_0 w_{0.tt} - c_1^2 I_6 (w_{0.ttxx} + w_{0.ttxx}) \\ &+c_1 I_3 (u_{0.tt} + v_{0.tt}) + c_1(I_4 - c_1 I_6)(\varphi_{x.xtt} + \varphi_{y.ytt})\end{aligned} \quad (۹\text{-پ})$$

$$\begin{aligned}&M_{xx.x} + M_{xy.y} - c_1(P_{xx.x} + P_{xy.y}) + (Q_x - c_2 R_x) \\ &= -c_1(I_4 - c_1 I_6)w_{0.xtt} + (I_2 - 2c_1 I_4 + c_1^2 I_6)\varphi_{x.tt} \\ &+(I_1 - c_1 I_3)u_{0.tt}\end{aligned} \quad (۹\text{-ت})$$

$$\begin{aligned}&M_{yy.y} + M_{xy.x} - c_1(P_{yy.y} + P_{xy.x}) + (Q_y - c_2 R_y) \\ &= -c_1(I_4 - c_1 I_6)w_{0.ytt} + (I_2 - 2c_1 I_4 + c_1^2 I_6)\varphi_{y.tt} \\ &+(I_1 - c_1 I_3)v_{0.tt}\end{aligned} \quad (۹\text{-ث})$$

که در آن علامت ',' مشتق نسبی نسبت به تغییر مکان‌های تعمیم‌یافته می‌باشند. کمیت‌های $N_{\alpha\beta}$ منتجه‌های نیروی صفحه‌ای، $M_{\alpha\beta}$ منتجه‌های ممان، $Q_{\alpha\beta}$ منتجه‌های نیروی عرضی و $P_{\alpha\beta}$ و $R_{\alpha\beta}$ $(\alpha, \beta = x, y)$ منتجه‌های تنش مرتبه بالاتر و I_θ ممان‌های اینرسی جرمی هستند که برای ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک در تئوری برشی مرتبه سوم به‌صورت زیر نوشته می‌شود که هم شامل اثر مؤلفه‌های الاستیک ورق و هم شامل اثر مؤلفه‌های الکترواستریکتیو و مگنتواستریکتیو ورق است [28]:

$$\begin{Bmatrix} N_{ij} \\ M_{ij} \\ P_{ij} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{ij} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^3 \end{Bmatrix} \mathrm{dz} \quad (۱۰)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{ij} \\ R_{ij} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{ij} \begin{Bmatrix} 1 \\ z^2 \end{Bmatrix} \mathrm{dz} \quad (۱۱)$$

$$I_\theta = \int_{-h/2}^{+h/2} z^i \, \rho(\mathrm{z}) \mathrm{dz} \,.\, (\theta = 0.1.2.3.4.6) \quad (۱۲)$$

قوانین گوس برای حالت‌های الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک، به‌صورت زیر هستند [29]:

$$D_{x,x} + D_{y,y} + D_{z,z} = 0 \quad (۱۳\text{-الف})$$

$$B_{x,x} + B_{y,y} + B_{z,z} = 0 \quad (۱۳\text{-ب})$$

با استفاد از دو معادلهٔ (۱۳-الف و ب) گرادیان پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}\Phi_{,z} = &\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)\frac{e_{31}(z)}{\epsilon_{33}(z)} \\ &+ \left(\varepsilon_{xx}^{(3)} + \varepsilon_{yy}^{(3)}\right)\frac{e(z)}{\epsilon_{33}(z)} \\ &+ \Phi_0\end{aligned} \quad (۱۴)$$

$$\begin{aligned}\Phi_{,z} = &\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)\frac{e_{31}(z)}{\epsilon_{33}(z)} \\ &+ \left(\varepsilon_{xx}^{(3)} + \varepsilon_{yy}^{(3)}\right)\frac{e(z)}{\epsilon_{33}(z)} \\ &+ \Phi_0\end{aligned} \quad (۱۵)$$

که در آن Φ_0 و Ψ_0 ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند که با توجه به شرایط مرزی الکتریکی و مغناطیسی زیر به‌دست می‌آیند: (V_0 و Ω_0 به‌ترتیب پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی هستند. مقدار e(z) و q(z) در پیوست آورده شده‌اند).

$$\begin{aligned}&\Phi(x, y, -h/2) = 0\,, \Phi(x, y, +h/2) = V_0 \\ &\Psi(x, y, -h/2) = 0\,, \Psi(x, y, +h/2) = \Omega_0\end{aligned} \quad (۱۶)$$

با جای‌گذاری معادلات (۲-۱) به‌همراه کرنش‌های غیرخطی متناظر تئوری تغییرشکل برشی مرتبه سوم

(معادلهٔ ۸) در معادلات (۱۲-۱۰) و با فرض این‌که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در راستای ضخامت (z) باشند، منتجه‌های نیرو ممان و منتجه‌های تنش مرتبه بالا به‌شکل بسط‌یافته زیر تعیین می‌گردند:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{ela} & A_{12}^{ela} & 0 \\ A_{21}^{ela} & A_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11}^{ela} & B_{12}^{ela} & 0 \\ B_{21}^{ela} & B_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{11}^{ela} & E_{12}^{ela} & 0 \\ E_{21}^{ela} & E_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & E_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(3)} \\ \varepsilon_{yy}^{(3)} \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} \end{Bmatrix} - \int_{-h/2}^{+h/2} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31}(z) \\ 0 & 0 & e_{32}(z) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Phi_{,z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & q_{31}(z) \\ 0 & 0 & q_{32}(z) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Psi_{,z} \end{Bmatrix} \right) dz \quad (۱۷)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{ela} & A_{12}^{ela} & 0 \\ A_{21}^{ela} & A_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11}^{ela} & B_{12}^{ela} & 0 \\ B_{21}^{ela} & B_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_1 E_{11}^{ela} & c_1 E_{12}^{ela} & 0 \\ c_1 E_{21}^{ela} & c_1 E_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & c_1 E_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(3)} \\ \varepsilon_{yy}^{(3)} \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} \end{Bmatrix} - \int_{-h/2}^{+h/2} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31}(z) \\ 0 & 0 & e_{32}(z) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Phi_{,z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & q_{31}(z) \\ 0 & 0 & q_{32}(z) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Psi_{,z} \end{Bmatrix} \right) z^1 \, dz \quad (۱۸)$$

$$\begin{Bmatrix} P_{xx} \\ P_{yy} \\ P_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{ela} & A_{12}^{ela} & 0 \\ A_{21}^{ela} & A_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11}^{ela} & B_{12}^{ela} & 0 \\ B_{21}^{ela} & B_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_1 E_{11}^{ela} & c_1 E_{12}^{ela} & 0 \\ c_1 E_{21}^{ela} & c_1 E_{22}^{ela} & 0 \\ 0 & 0 & c_1 E_{66}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(3)} \\ \varepsilon_{yy}^{(3)} \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} \end{Bmatrix} - \int_{-h/2}^{+h/2} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31}(z) \\ 0 & 0 & e_{32}(z) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Phi_{,z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & q_{31}(z) \\ 0 & 0 & q_{32}(z) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Psi_{,z} \end{Bmatrix} \right) z^3 \, dz \quad (۱۹)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^{ela} & 0 \\ 0 & A_{55}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{44}^{ela} & 0 \\ 0 & D_{55}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(2)} \\ \gamma_{xz}^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (۲۰)$$

$$\begin{Bmatrix} R_x \\ R_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{44}^{ela} & 0 \\ 0 & D_{55}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{44}^{ela} & 0 \\ 0 & F_{55}^{ela} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(2)} \\ \gamma_{xz}^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (۲۱)$$

در معادلات بالا X_{ij}^{ela} سفتی‌های مربوط به ترم الاستیک، X_{ij}^{me} سفتی‌های مربوط به ترم مگنتو- الکتریک هستند. فرض‌های زیر برای سادگی و اختصار در معادلات به‌کار برده شده‌اند.

$$X_{ij}^{ela} + X_{ij}^{me} = X_{ij}, X = (A, B, D, E, F, H)$$

$$X_{ij}^{ela} = \int_{-h/2}^{+h/2} C_{ij}(z)(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6)dz, (i, j = 1, 2, 6)$$

$$X_{ij}^{ela} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij}(z)(1, z^2, z^4,)dz, (i, j = 4, 5)$$

$$X_{ij}^{me} = \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{e_{31}(z)}{\in_{33}(z)} - \frac{V_1}{h} \right) e_{31}(z)(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6)dz + \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{q_{31}(z)}{\mu_{33}(z)} - \frac{\Omega_1}{h} \right) q_{31}(z)(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6)dz \quad (۲۲)$$

$$\left(\delta_1^{me}, \delta_2^{me}, \delta_3^{me}\right) = \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{e(z)}{\in_{33}(z)} e_{31}(z) - \frac{V_2}{h} e_{31}(z) \right) \left(1, z, z^3\right) dz + \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{q(z)}{\mu_{33}(z)} q_{31}(z) - \frac{\Omega_2}{h} q_{31}(z) \right) \left(1, z, z^3\right) dz \quad (۲۳)$$

باتوجه به این‌که اثرات جملات اینرسی مربوط به جابه‌جایی‌های تعمیم‌یافته u_0، v_0 و دوران‌های عرضی φ_x ، φ_y بسیار کوچک هستند، از اثرات این جملات اینرسی چشم‌پوشی می‌شود، سپس با استفاده از معادلات (۲۱-۱۷) در معادلات (۹-الف- ث) پنج معادلهٔ دیفرانسیل حرکت جزئی غیرخطی در ترم‌های جابه‌جایی‌های تعمیم‌یافته u_0، v_0 و w_0 و دوران‌های φ_x، φ_y به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&A_{11}u_{0,xx}+A_{66}u_{0,yy}+(B_{11}-c_1E_{11}-c_1\delta_1)\varphi_{x,xx}\\&+(A_{11}-A_{66})\left(v_{0,xy}+w_{0,y}w_{0,xy}\right)\\&\quad+(B_{66}-c_1E_{66})\varphi_{x,yy}\\&\quad+(B_{11}-c_1AE_{11}-B_{66}+c_1E_{66}\\&\quad-c_1\delta_1)\varphi_{y,xy}\\&\quad+A_{66}w_{0,x}w_{0,yy}+A_{11}w_{0,x}w_{0,xx}\\&\quad-(c_1E_{11}+\delta_1)\left(w_{0,xxx}+w_{0,xyy}\right)\\&\quad=-c_1I_3w_{0.ttx}\end{aligned}$$

(۲۴-الف)

$$\begin{aligned}&A_{11}v_{0,yy}+A_{66}v_{0,xx}+(B_{11}-c_1E_{11}-c_1\delta_1)\varphi_{y,yy}\\&\quad+\left(A_{11}-A_{66}\right)\left(u_{0,xy}+w_{0,x}w_{0,xy}\right)+\left(B_{66}-c_1E_{66}\right)\varphi_{y,xx}\\&\quad+\left(B_{11}-c_1AE_{11}-B_{66}+c_1E_{66}-c_1\delta_1\right)\varphi_{x,xy}\\&\quad+A_{66}w_{0,y}w_{0,xx}+A_{11}w_{0,y}w_{0,yy}-\left(c_1E_{11}+\delta_1\right)w_{0,yyy}w_{0,xxy}\\&=-c_1I_3w_{0.tty}\end{aligned}$$

(۲۴-ب)

$$\begin{aligned}&(A_{11}-2A_{66})u_{0,x}w_{0,yy}+A_{11}u_{0,x}w_{0,xx}\\&\quad+2A_{66}u_{0,y}w_{0,yx}\\&\quad+(A_{11}-A_{66})w_{0,y}u_{0,yx}\\&\quad+A_{11}w_{0,x}u_{0,yy}+A_{11}w_{0,x}u_{0,xx}\\&\quad+c_1E_{11}u_{0,xxx}+c_1E_{11}u_{0,yyx}\\&\quad+2A_{66}v_{0,x}w_{0,yx}+A_{11}v_{0,y}w_{0,yy}\\&\quad+(A_{11}-2A_{66})v_{0,y}w_{0,xx}\\&\quad+A_{11}w_{0,y}v_{0,yy}+A_{66}w_{0,y}v_{0,xx}\\&\quad+(A_{11}-A_{66})w_{0,x}v_{0,yx}\\&\quad+c_1E_{11}v_{0,yyy}+c_1E_{11}v_{0,yxx}\\&\quad+(A_{11}-A_{66})w_{0,x}v_{0,yx}\\&\quad+c_1E_{11}v_{0,yyy}+c_1E_{11}v_{0,yxx}\\&\quad+\frac{1}{2}A_{11}w_{0,y}^2w_{0,xx}\\&\quad+(c_2^2F_{44}-2c_2D_{44}+A_{44})w_{0,xx}\\&\quad+(c_2^2F_{44}-2c_2D_{44}+A_{44})w_{0,yy}\\&\quad-c_1\delta_1w_{0,yy}w_{0,yy}\\&-2c_1(E_{11}-3E_{66}+\delta_1)w_{0,yy}w_{0,xx}-c_1\delta_1w_{0,xx}w_{0,xx}\\&+2(c_1E_{11}-3E_{66})w_{0,yx}^2+2A_{11}w_{0,y}w_{0,x}w_{0,yx}\\&+\frac{3}{2}A_{11}w_{0,x}^2w_{0,xx}-c_1\delta_1w_{0,x}w_{0,xxx}-c_1\delta_1w_{0,x}w_{0,yyx}\\&-c_1\delta_1w_{0,y}w_{0,yxx}-c_1\delta_1w_{0,y}w_{0,yyy}\\&\quad-c_1^2(H_{11}+\delta_3)w_{0,xxxx}\\&-2c_1^2(H_{11}+\delta_3)w_{0,yyxx}-c_1^2(H_{11}+\delta_3)w_{0,yyyy}\\&+(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)+2c_1E_{66}-2B_{66})\phi_{x,x}w_{0,yy}\\&-(c_2^2F_{44}+2c_2D_{44}-A_{44})\phi_{x,x}\\&\quad+(2B_{66}-c_1E_{66})\phi_{x,y}w_{0,yx}\\&+(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)+c_1E_{66}-B_{66})w_{0,y}\phi_{x,yx}\\&+\left(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)\right)w_{0,x}\phi_{x,xx}+\Omega w_{0,yy}\\&+(B_{66}-c_1E_{66})w_{0,x}\phi_{x,yy}\\&\quad+\left(c_1F_{11}-c_1^2(H_{11}+\delta_3)\right)\phi_{x,xxx}\\&+Vw_{0,xx}+\left(c_1F_{11}-c_1^2\left(H_{11}+\delta_3\right)\right)\phi_{x,yyx}+\frac{3}{2}A_{11}w_{0,y}^2w_{0,yy}\\&-(c_2^2F_{44}+2c_2D_{44}-A_{44})\phi_{y,y}\\&\quad+(B_{66}-c_1E_{66})w_{0,y}\phi_{y,xx}\\&+\left(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)\right)\phi_{y,y}w_{0,yy}+\frac{1}{2}A_{11}w_{0,x}^2w_{0,yy}\\&+\left(2B_{66}-c_1E_{66}\right)\phi_{y,x}w_{0,yx}+\left(B_{11}-c_1\left(E_{11}+\delta_1\right)\right)\phi_{x,x}w_{0,xx}\\&+(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)+c_1E_{66}-B_{66})\phi_{y,y}w_{0,xx}\\&+\left(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)\right)w_{0,y}\phi_{y,yy}\\&+\left(c_1F_{11}-c_1^2(H_{11}+\delta_3)\right)\phi_{y,yxx}\\&+(B_{11}-c_1(E_{11}+\delta_1)+c_1E_{66}-B_{66})w_{0,x}\phi_{y,yx}\\&\quad+q_0\cos(\Omega t)\\&\quad+\left(c_1F_{11}-c_1^2(H_{11}+\delta_3)\right)\phi_{y,yyy}\\&=I_0\ddot{w}_0-c_1^2I_6\ddot{w}_{0,xx}-c_1^2I_6\ddot{w}_{0,yy}\end{aligned}$$

(۲۴-پ)

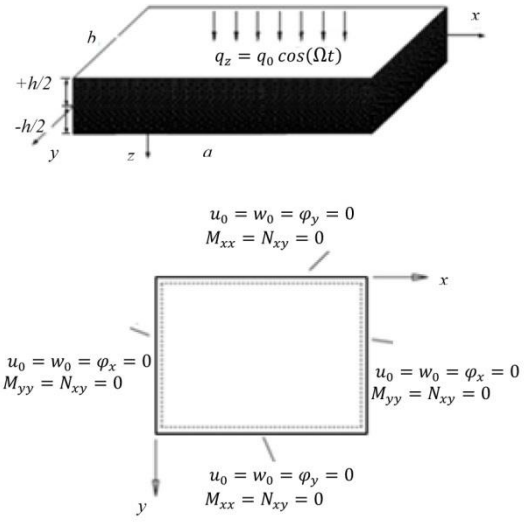
$$\begin{aligned}&(B_{11}-c_1E_{11})u_{0,xx}+(-c_1E_{11}+c_1E_{66}+B_{11}\\&\quad-B_{66})v_{0,yx}\\&\quad+(B_{66}-c_1E_{66})u_{0,yy}\\&\quad+(B_{66}-c_1E_{66})w_{0,x}w_{0,yy}\\&\quad+(c_1E_{11}-c_1E_{66}-B_{11}\\&\quad+B_{66})w_{0,y}w_{0,yx}\\&\quad-c_1(c_1(-H_{11}-\delta_3)+F_{11}\\&\quad+\delta_2)w_{0,xxx}\\&\quad+(B_{11}-c_1E_{11})w_{0,x}w_{0,xx}\\&\quad-c_1(c_1(-H_{11}-\delta_3)+F_{11}\\&\quad+\delta_2)w_{0,yyx}\\&\quad+(c_1^2(H_{11}+\delta_3)-c_1(2F_{11}+\delta_2)\\&\quad+D_{11})\phi_{x,xx}\\&+(c_1^2H_{66}-2c_1F_{66}+D_{66})\phi_{x,yy}\\&\quad+c_1^2(H_{11}-H_{66}+\delta_3)\phi_{y,yx}\\&\quad+(-c_1(2F_{11}-2F_{66}+\delta_2)+D_{11}\\&\quad-D_{66})\phi_{y,yx}\\&\quad-(c_2^2F_{44}-2c_2D_{44}+A_{44})\,\phi_x\\&\quad-(c_2^2F_{44}-2c_2D_{44}+A_{44})w_{0,x}\\&=c_1(c_1I_6-I_4)\ddot{w}_{0,x}\end{aligned}$$

(۲۴-ت)

$$
\begin{aligned}
&(B_{66}-c_1E_{66})v_{0,xx}+(-c_1E_{11}+c_1E_{66}+B_{11}\\
&\qquad -B_{66})u_{0,yx}\\
&+(B_{66}-c_1E_{66})w_{0,y}w_{0,xx}+(B_{11}-c_1E_{11})w_{0,y}w_{0,yy}\\
&+(c_1E_{11}-c_1E_{66}-B_{11}+B_{66})w_{0,x}w_{0,yx}+D_{11}\phi_{x,yx}\\
&-c_1(c_1(-H_{11}-\delta_3)+F_{11}+\delta_2)w_{0,yyy}-+D_{11}\phi_{x,yx}\\
&+(B_{11}-c_1E_{11})v_{0,yy}\\
&\qquad -c_1(c_1(-H_{11}-\delta_3)+F_{11}\\
&\qquad +\delta_2)w_{0,yxx}\\
&\qquad +(c_1^2(H_{11}+\delta_3)-c_1(2F_{11}+\delta_2)\\
&\qquad +D_{11})\phi_{y,yy}\\
&\qquad +(c_1^2H_{66}-2c_1F_{66}+D_{66})\phi_{y,xx}\\
&\qquad +\Big(c_1^2(H_{11}-H_{66}+\delta_3)\\
&\qquad -c_1(2F_{11}-2F_{66}+\delta_2)\Big)\phi_{x,yx}\\
&\qquad -(c_2^2F_{44}-2c_2D_{44}+A_{44})\phi_y\\
&\qquad -(c_2^2F_{44}-2c_2D_{44}+A_{44})w_{0,y}\\
&\qquad =c_1(c_1I_6-I_4)\ddot{w}_{0,y}
\end{aligned}
$$

(۲٤-ث)

در این معادلات، A_{ij} سفتی‌های کششی، B_{ij} سفتی‌های کوپلینگ خمشی-کششی و D_{ij} سفتی‌های خمشی نامیده می‌شوند. E_{ij}، F_{ij} و H_{ij} سفتی‌های مرتبه بالای ضخامت را شامل می‌شوند که تأثیر کمی در پاسخ ورق‌های نازک یا نسبتاً نازک همگن دارند.



شکل ٤ مشخصات هندسی و شرایط مرزی ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک

شرایط تکیه‌گاهی ورق ساده و همگن در نظر گرفته شده است. جابه‌جایی‌ها و چرخش‌ها متناظر با این شرایط مرزی شکل (٤) به‌صورت زیر هستند (به‌طوری که $\alpha = n\pi/a$ و $\beta = m\pi/b$ است و (m,n) نشان‌دهندهٔ مود حرکتی ورق می‌باشد.):

$$
\begin{aligned}
u_0(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} U_{mn}(t)Cos\alpha x Sin\beta y\\
v_0(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} V_{mn}(t)Sin\alpha x Cos\beta y\\
w_0(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} hW_{mn}(t)Sin\alpha x Sin\beta y\\
\phi_x(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} X_{mn}(t)Cos\alpha x Sin\beta y\\
\phi_y(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} Y_{mn}(t)Sin\alpha x Cos\beta y
\end{aligned}
$$

(۲۵)

با استفاده از روش گلرکین، چهار معادلهٔ دیفرانسیل جزئی غیرخطی (۲٤-الف)، (۲٤-ب)، (۲٤-ت) و (۲٤-ث) به چهار معادلهٔ دیفرانسیل معمولی غیرخطی برحسب $U_{mn}(t)$، $V_{mn}(t)$ و $X_{mn}(t)$، $Y_{mn}(t)$ و $W_{mn}(t)$ (جابه‌جایی عرضی) تبدیل می‌شوند. درنتیجه به‌صورت دستگاه معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$
\begin{aligned}
&K_{1,1}U_{mn}(t)+K_{1,2}V_{mn}(t)+K_{1,3}X_{mn}(t)+K_{1,4}Y_{mn}(t)\\
&=-K_{1,5}\ddot{W}_{mn}(t)-K_{1,6}W_{mn}(t)-K_{1,7}W_{mn}^2(t)\\
&K_{2,1}U_{mn}(t)+K_{2,2}V_{mn}(t)+K_{2,3}X_{mn}(t)+K_{2,4}Y_{mn}(t)\\
&=-K_{2,5}\ddot{W}_{mn}(t)-K_{2,6}W_{mn}(t)-K_{2,7}W_{mn}^2(t)\\
&K_{4,1}U_{mn}(t)+K_{4,2}V_{mn}(t)+K_{4,3}X_{mn}(t)+K_{4,4}Y_{mn}(t)\\
&=-K_{4,5}\ddot{W}_{mn}(t)-K_{4,6}W_{mn}(t)-K_{4,7}W_{mn}^2(t)\\
&K_{5,1}U_{mn}(t)+K_{5,2}V_{mn}(t)+K_{5,3}X_{mn}(t)+K_{5,4}Y_{mn}(t)\\
&=-K_{5,5}\ddot{W}_{mn}(t)-K_{5,6}W_{mn}(t)-K_{5,7}W_{mn}^2(t)
\end{aligned}
$$

(۲٦)

معادلهٔ (۲٤-پ) با استفاده از این روش به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&L_{3,1}U_{mn}(t)+L_{3,2}V_{mn}(t)+L_{3,3}X_{mn}(t)+L_{3,4}Y_{mn}(t)\\
&+L_{3,5}U_{mn}(t)W_{mn}(t)+L_{3,6}V_{mn}(t)W_{mn}(t)\\
&+L_{3,7}X_{mn}(t)W_{mn}(t)+L_{3,8}Y_{mn}(t)W_{mn}(t)+L_{3,9}\ddot{W}_{mn}(t)\\
&+L_{3,10}W_{mn}(t)+L_{3,11}W_{mn}^2(t)+L_{3,12}W_{mn}^3(t)=0
\end{aligned}
$$

(۲۷)

جواب دستگاه معادلات (۲۶) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{mn}(t)=L_{1,1}\ddot{W}_{mn}(t)+L_{1,2}W_{mn}(t)+L_{1,3}W_{mn}^2(t)$$
$$V_{mn}(t)=L_{2,1}\ddot{W}_{mn}(t)+L_{2,2}W_{mn}(t)+L_{2,3}W_{mn}^2(t)$$
$$X_{mn}(t)=L_{4,1}\ddot{W}_{mn}(t)+L_{4,2}W_{mn}(t)+L_{4,3}W_{mn}^2(t)$$
$$Y_{mn}(t)=L_{5,1}\ddot{W}_{mn}(t)+L_{5,2}W_{mn}(t)+L_{5,3}W_{mn}^2(t) \quad (۲۸)$$

در معادلات فوق مقدار ضرایب $L_{i,j}$ $(i=1,2,4,5;\ j=1,2,3)$ و $K_{i,j}$ $(i=1,2,4,5;\ j=1,2,3,4,5,6,7)$ است که در مرجع [32] آورده شده‌اند.

جدول ۱ خواص مواد مگنتو-الکترو-الاستیک [29]

$BaTiO_3$ (B)	$CoFe_2O_4$ (C)	
166.0	286.0	$C_{11}(10^9 N/m^2)$
77.00	173.0	C_{12}
43.00	45.30	C_{44}
44.50	56.50	C_{66}
11.60	0.000	$e_{12}(C/m^2)$
-4.400	0.000	e_{13}
11.60	0.093	$\epsilon_{33}(10^{-9}C^2N/m^2)$
10.00	157.0	$\mu_{33}(10^{-6}Ns^2/C^2)$
0.000	550.0	$q_{15}(N/Am)$
0.000	580.3	q_{13}
0.000	0.000	$D_{ij}(10^{-9}Ns/VC)$
5800	5300	$\rho(Kg/m^3)$

با جای‌گذاری جواب دستگاه معادلات (۲۶) در معادلهٔ (۲۷) و ساده‌کردن آن معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی حرکت ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک در مود اول (n=m=1) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Z_1W_{,tt}+Z_2W+Z_3WW_{,tt}+Z_4W^2+Z_5W^3=Z_6q_0\cos(\Omega t) \quad (۲۹)$$

در رابطهٔ فوق، Z_i $(i=1.2.\ldots.6)$ عبارت‌هایی از خواص هندسی (طول، عرض و ضخامت ورق) و مؤلفه‌های مگنتو-الکترو-الاستیک ورق هستند: $\boldsymbol{Z_1}$ و $\boldsymbol{Z_5}$ تابع چگالی و مؤلفه‌های سفتی ورق بوده و واحدشان $\frac{kg^5m^5}{s^8}$ می‌باشد، درحالی‌که، $\boldsymbol{Z_2}$، $\boldsymbol{Z_3}$ و $\boldsymbol{Z_4}$ فقط تابع مؤلفه‌های سفتی ورق بوده و واحدشان $\frac{kg^5m^5}{s^{10}}$ می‌باشد. $\boldsymbol{Z_6}$ فقط تابع مؤلفه‌های سفتی ورق است (روابط بین $\boldsymbol{Z_i}$ها با $\boldsymbol{K_i}$ و $\boldsymbol{L_i}$ در [32] آورده شده‌اند.)

با معرفی زمان بی‌بعد به‌صورت $\tau=\left(\frac{t}{a}\right)\left(\frac{C_{11_{Max}}}{\rho_{0_{Max}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [29]، که در آن t زمان، τ زمان بی‌بعد و a طول ورق $C_{11_{Max}}$ ضریب الاستیک ماده مگنتوالکتریک و $\rho_{0_{Max}}$ چگالی ماده مگنتوالکتریک هستند، معادلهٔ (۲۳) به‌صورت بی‌بعد زیر نوشته می‌شود:

$$W_{,\tau\tau}+\omega_0^2W+\alpha_1WW_{,\tau\tau}+\alpha_2W^2+\alpha_3W^3=f\cos(\Lambda\Omega\tau) \quad (۳۰)$$

در رابطهٔ بالا، $f=\frac{q_0Z_6}{Z_1}\Lambda^2$ دامنهٔ نیروی بی‌بعد، $\omega_0=(Z_2/Z_1)^{\frac{1}{2}}$ فرکانس طبیعی خطی و Λ برابر $a\left(\frac{\rho_{0Max}}{C_{11Max}}\right)^{\frac{1}{2}}$ است. $\alpha_2=\Lambda^2Z_3/Z_1$، $\alpha_3=\Lambda^2Z_5/Z_1$ و ضریب جملهٔ سفتی غیرخطی است که فقط شامل مؤلفه‌های ماتریس‌های سفتی می‌باشد و $\alpha_1=Z_3/Z_1$ ضرایب جملات اینرسی غیرخطی می‌باشند که علاوه‌بر مؤلفه‌های سفتی، شامل ترم‌های چگالی نیز هست.

صحه‌گذاری مدل

جدول‌های (۵-۲) فرکانس‌های خطی بی‌بعد $\omega_0=(Z_1/Z_2)^{\frac{1}{2}}$ ورق ایزوتروپ، پیزوالکتریک و پیزومغناطیس برای $a=b=1m$ و $h=0.3m$ آورده شده است (در جدول ۱ خواص مواد سازنده ورق آمده است). از مقایسهٔ نتایج این تحقیق و نتایج HSDT مشخص می‌شود که نتایج به‌دست‌آمده در این تحقیق مطابقت خوبی با نتایج ذکر شده دارند و اختلاف

ناچیزی بین نتایج تحقیق حاضر و نتایج مرجع [30] موجود است. دلیل این اختلاف، صرف‌نظر کردن از ترم‌های اینرسی دورانی و صفحه‌ای می‌باشد.

جدول ۲ مقایسهٔ فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ ورق همسانگرد مربعی‌شکل با خواص مؤثر الاستیک فاز B

روش حل	(m,n)			
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(3,1)
تحقیق حاضر	2.397	4.559	6.226	7.160
HSDT [30]	2.399	4.683	6.561	6.895

جدول ۳ مقایسهٔ فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ ورق همسانگرد مربعی‌شکل با خواص مؤثر الاستیک فاز C

روش حل	(m,n)			
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(3,1)
تحقیق حاضر	2.072	3.884	5.215	5.690
HSDT [30]	2.065	3.834	5.196	6.009

جدول ٤ مقایسهٔ فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ ورق همسانگرد الکترو-الاستیک مربعی‌شکل

روش حل	(m,n)			
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(3,1)
تحقیق حاضر	2.323	4.568	6.235	7.178
HSDT [30]	2.404	4.639	6.505	6.916

جدول ۵ مقایسهٔ فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ ورق همسانگرد مگنتو-الاستیک مربعی‌شکل

روش حل	(m,n)			
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(3,1)
تحقیق حاضر	2.760	3.892	5.220	5.974
HSDT [30]	2.667	3.836	5.198	6.011

تحلیل ارتعاشات اجباری ورق

با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه و معرفی پارامتر دیتیونینگ (Detuning Parameter) σ به‌عنوان کمیتی برای انحراف از فرکانس خطی ω_0 و فرکانس تحریک Ω [31]، ارتعاشات اجباری در تشدید اولیه و تشدید ثانویه تحلیل می‌شود.

جواب تقریبی W با استفاد از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه به‌صورت زیر می‌باشد [31]:

$$W(\tau;\varepsilon) = W_0(T_0,T_1,T_2) + \varepsilon W_1(T_0,T_1,T_2) + \varepsilon^2 W_2(T_0,T_1,T_2) \quad (۳۱)$$

که در آن:

$$T_n = \varepsilon^n \tau \qquad (n = 0,1,2,\dots) \quad (۳۲)$$

چون بسط تا مرتبهٔ سه یعنی $O(\varepsilon^3)$ انجام می‌گیرد، فقط T_0، T_1 و T_2 موردنیاز خواهند بود. مشتقات نسبت به τ برحسب مشتقات جزئی T_n به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d}{d\tau} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2$$
$$\frac{d^2}{d\tau^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2(D_1^2 + 2D_0 D_2) \quad (۳۳)$$

تشدید اولیه. در این حالت فرکانس تحریک که به‌صورت تک فرکانسی (Mono-Frequency) Ω است نزدیک فرکانس طبیعی خطی ورق ω_0 در نظر گرفته می‌شود.

$$\Omega = \omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \quad (۳٤)$$

با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه و جای‌گذاری معادلات (۳۱ و۳۳) در معادلهٔ حرکت غیرخطی (۳۰) و مساوی صفر قرار دادن ضرایب ε^0، ε^1 و ε^2 در معادلهٔ حاصل، معادلات آتی به‌دست می‌آیند:

$$D_0^2W_0+\omega_0^2W_0=0 \quad (۳۵)$$

$$D_0^2W_1+\omega_0^2W_1=-2D_0D_1W_0-\alpha_2W_0^2 -\alpha_1W_0\left(D_0^2W_0\right) \quad (۳۶)$$

$$\begin{aligned}D_0^2W_2+\omega_0^2W_2=&\\ &-D_1^2W_0-2D_0D_2W_0-2D_0D_1W_1\\ &-\alpha_1W_0D_0^2W_1-\alpha_1W_1D_0^2W_0-2\alpha_1W_0D_0D_1W_0\\ &-2\alpha_2W_0W_1-\alpha_3W_0^3+\mathcal{Q}\cos\left(\omega_0T_0+\sigma\Lambda T_2\right)\end{aligned} \quad (۳۷)$$

با حل معادلهٔ (۳۵) و قرار دادن نتیجه در معادلهٔ (۳۶) و برابر صفر قراردادن جملات منفرد داریم:

$$D_1A=0\rightarrow A=A(T_2) \quad (۳۸)$$

جواب معادلهٔ (۳۶) به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}&D_0^2W_1+\omega^2W_1=-2i\omega D_1A\exp\left(i\omega T_0\right)\\ &+\left(\omega^2\alpha_1-\alpha_2\right)\left[A^2\exp\left(2i\omega T_0\right)+2A\bar{A}\right]+cc\end{aligned} \quad (۳۹)$$

اگر جواب معادلات (۳۵ و ۳۶) با در نظر گرفتن شرط حل‌پذیری (۳۸) در معادلهٔ (۳۷) جای‌گذاری شود، معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید:

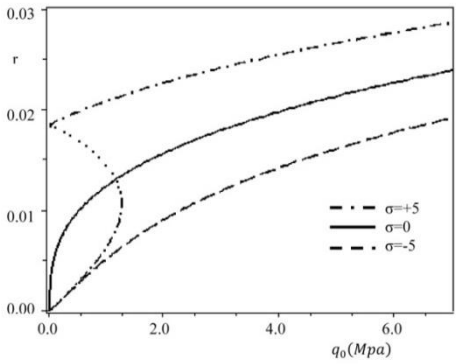
$$\begin{aligned}D_0^2W_2+\omega_0^2W_2=&\left[-2i\omega_0D_2A+\frac{1}{2}\mathcal{Q}\exp\left(i\sigma\Lambda T_2\right)\right.\\ &\left.+\left(\frac{10}{3}\frac{\alpha_2^2}{\omega_0^2}-\frac{11}{3}\alpha_1\alpha_2+\frac{1}{3}\omega_0^2\alpha_1^2\right)\bar{A}A^2-3\alpha_3\right]\\ &\exp\left(i\omega_0T_0\right)+NST+cc\end{aligned} \quad (۴۰)$$

در معادلهٔ (۴۰) cc معرف جملات مختلط مزدوج است. با برابر صفر قرار دادن جملات منفرد معادلهٔ (۴۰) و $A(T_2)=\frac{1}{2}r(T_2)\exp(i\beta(T_2))$ و جدا کردن قسمت حقیقی و موهومی عبارت حاصل از هم معادلهٔ پاسخ فرکانسی با حذف $\sin(\gamma)$ و $\cos(\gamma)$ از پاسخ حالت پایا در حالت تشدید اولیه به‌صورت زیر ارائه می‌گردد:

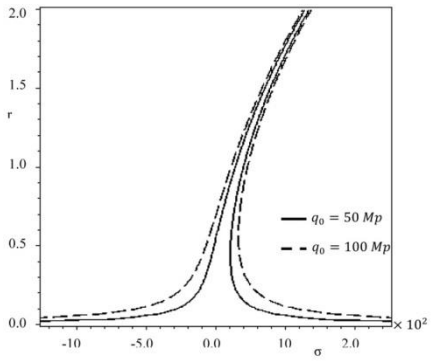
$$\left[\frac{9\alpha_3\omega_0^2-10\alpha_2^2+11\alpha_1\alpha_2\omega_0^2-\alpha_1^2\omega_0^4}{24\omega_0^2}r^2-\Lambda\sigma\right]^2r^2=\frac{\mathcal{Q}^2}{4\omega_0^2} \quad (۴۱)$$

شکل (۵) تغییرات دامنهٔ پاسخ نسبت به دامنهٔ تحریک به‌ازای چند مقدار پارامتر دیتیونینگ را نشان می‌دهد. این منحنی به‌طور مستقیم از معادلهٔ (۳۴) به‌دست می‌آید و برای مقادیر قرینهٔ پارامتر دیتیونینگ منحنی‌ها در ابتدا بر هم مماس هستند. باید توجه داشت که در این نمودار به‌ازای برخی از پارامترهای دیتیونینگ تعدادی از منحنی‌ها چندمقداری هستند و پدیدهٔ جهش در برخی از این منحنی‌ها اتفاق می‌افتد درحالی‌که برای تعدادی دیگر از منحنی‌ها این حالت اتفاق نمی‌افتد.

در شکل (٦) منحنی پاسخ–فرکانسی به‌ازای دو دامنهٔ تحریک مختلف نشان داده شده است. وقتی دامنهٔ تحریک افزایش می‌یابد منحنی پاسخ–فرکانسی از محور σ=0 دور می‌شود و به‌سمت بالا انتقال می‌یابد.



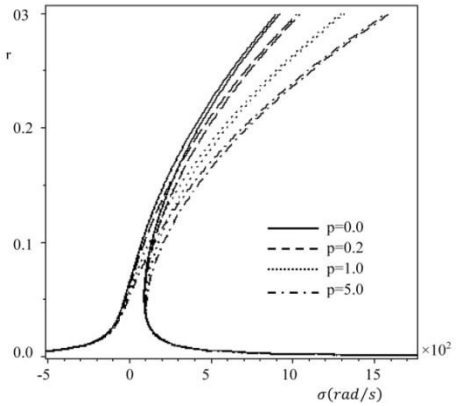
شکل ۵ منحنی دامنه–پاسخ به‌عنوان تابعی از دامنهٔ تحریک به‌ازای چندمقدار پارامتر دیتیونینگ σ



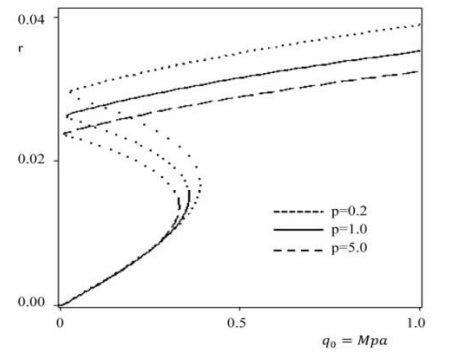
شکل ٦ منحنی پاسخ–فرکانسی در تشدید اولیه به‌ازای دو دامنهٔ تحریک مختلف

در شکل (۷) منحنی پاسخ فرکانسی چهار ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مربعی‌شکل با تغییر خواص مؤثر ورق در اثر تغییر گرادیان p (جنس‌های مختلف) تحت تحریک $q_0 = 10\,MPa$ نشان داده شده است. برای ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مشاهده می‌شود که با تغییر گرادیان p و تغییر تدریجی خواص مؤثر ورق از فاز B به فاز C، منحنی‌های پاسخ فرکانسی به‌سمت راست منحرف می‌شوند و میزان سخت‌شوندگی سیستم افزایش می‌یابد.

شکل (۸) منحنی دامنه-پاسخ را برای σ برابر ۱۰ نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود با تغییر گرادیان مواد، محدودهٔ چندمقداری کاهش می‌یابد و میزان افزایش دامنهٔ حرکت پس از پدیدهٔ پرش، برای گرادیان‌های کوچک‌تر بیشتر است.

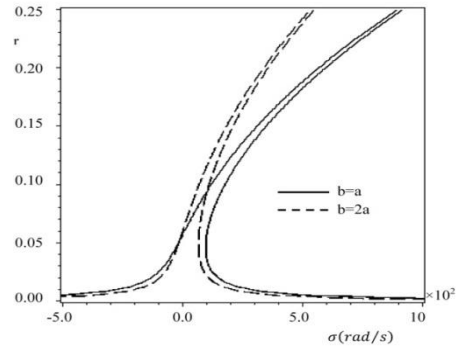


شکل ۷ منحنی پاسخ-فرکانسی در تشدید اولیه به‌ازای گرادیان (p) مختلف از خواص مؤثر ورق مدرج تابعی

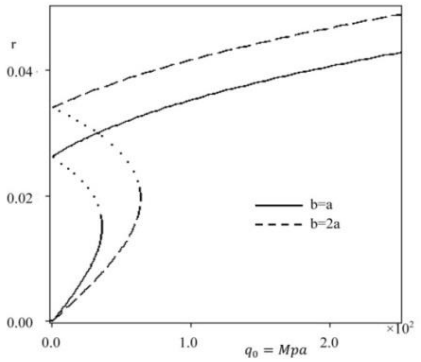


شکل ۸ منحنی دامنه-پاسخ در تشدید اولیه به‌ازای گرادیان (p) مختلف از خواص مؤثر ورق مدرج تابعی

شکل‌های (۹ و ۱۰) به‌ترتیب منحنی پاسخ فرکانسی و دامنهٔ پاسخ ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک برای گرایان مواد p=۱ و دو نسبت متفاوت طول به عرض و به‌ازای σ برابر ۱۰ رادیان بر ثانیه را نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود منحنی پاسخ فرکانسی در شکل (۹) به‌ازای نسبت طول به عرض کوچکتر به سمت راست منحرف می‌شوند و درنتیجه با کاهش این نسبت سخت‌شوندگی سیستم افزایش می‌یابد و با افزایش آن منحنی پاسخ فرکانسی به‌سمت چپ متمایل می‌شود و درنتیجه سفتی سیستم کاهش می‌یابد و با توجه به شکل (۱۰) با کاهش نسبت a/b ناحیهٔ چندمقداری بزرگ‌تر است و پدیدهٔ پرش، در محدودهٔ دامنهٔ تحریک بیشتری می‌تواند اتفاق بیافتد. به‌عبارت دیگر، به‌ازای دامنهٔ تحریک یکسان، دامنهٔ حرکت در ورقی که نسبت طول به عرض کوچکتری دارد، بیشتر می‌باشد.



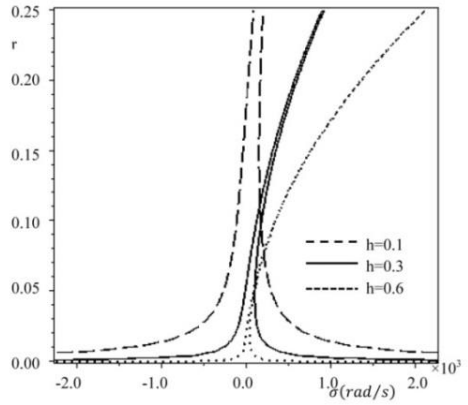
شکل ۹ منحنی پاسخ-فرکانسی در تشدید اولیه به‌ازای دو مقدار مختلف عرض (b) ورق، p=1



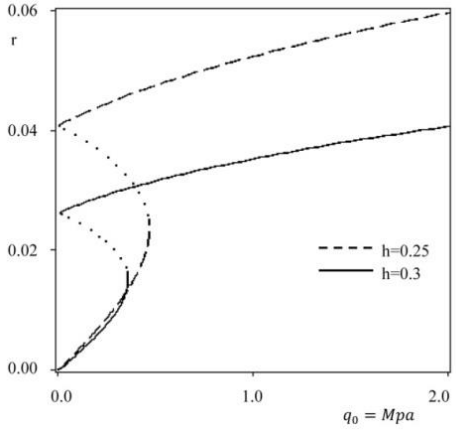
شکل ۱۰ منحنی دامنه-پاسخ در تشدید اولیه به‌ازای دو مقدار مختلف عرض (b) ورق، p=1

شکل (۱۱ و ۱۲) به‌ترتیب منحنی پاسخ فرکانسی و دامنهٔ پاسخ ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک برای گرایان مواد p=۱ و دو نسبت متفاوت طول به عرض و به‌ازای σ برابر ۱۰ رادیان بر ثانیه را نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود منحنی پاسخ فرکانسی در شکل (۱۱) به‌ازای ضخامت‌های کوچکتر به‌سمت چپ منحرف می‌شود و درنتیجه با کاهش ضخامت ورق سخت‌شوندگی سیستم کاهش می‌یابد و با افزایش آن منحنی پاسخ فرکانسی به سمت راست متمایل می‌شود و درنتیجه سفتی سیستم افزایش می‌یابد. با توجه به شکل (۱۲) با کاهش ضخامت ورق ناحیهٔ چندمقداری بزرگ‌تر می‌شود و پدیدهٔ پرش، در محدودهٔ دامنهٔ تحریک بیشتری می‌تواند اتفاق بیافتد. به‌عبارت دیگر، به‌ازای دامنهٔ تحریک یکسان، دامنهٔ حرکت در ورقی که ضخامت (h) کمتری دارد، بیشتر می‌باشد.

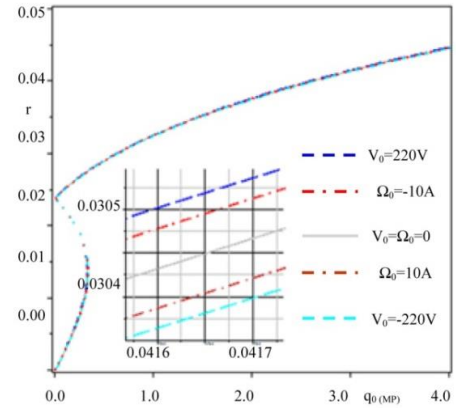
با توجه به منحنی‌های دامنهٔ پاسخ در شکل (۱۳ و ۱٤) که برای σ=۱۰ و به‌ترتیب برای گرادیان مواد مؤثر p=1 و p=20 رسم شده‌اند، مشاهده می‌شود که در منحنی‌های دامنه-پاسخ پتانسیل الکتریکی مثبت و مغناطیسی منفی باعث افزایش دامنهٔ بیشینه و محدود چندمقداری می‌شوند و نیز پتانسیل الکتریکی منفی و مغناطیسی مثبت باعث کاهش دامنهٔ بیشینه و محدود چندمقداری می‌شود. مقدار این افزایش یا کاهش در دامنهٔ بیشینه و محدود چندمقداری بسته به این که گرادیان مؤثر مواد کلی ورق بیشتر به‌سمت خواص مؤثر فاز B یا فاز C باشد متفاوت است، به‌طوری‌که اگر گرادیان مواد مؤثر ورق به‌سمت فاز B باشد (گرادیان‌های پایین p=1)، پتانسیل الکتریکی رفتار حرکتی و ارتعاشی ورق راتعیین می‌کند و تأثیر بیشتری دارد و ورق از پتانسیل مغناطیسی نسبت به پتانسیل الکتریکی تأثیر کمی می‌پذیرد. اگر گرادیان مواد مؤثر ورق به سمت فاز C باشد (گرادیان‌های بالا p=20)، پتانسیل مغناطیسی رفتار ارتعاشی ورق را معین می‌کند و ورق بیشترین تأثیر را از پتانسیل مغناطیسی می‌پذیرد.



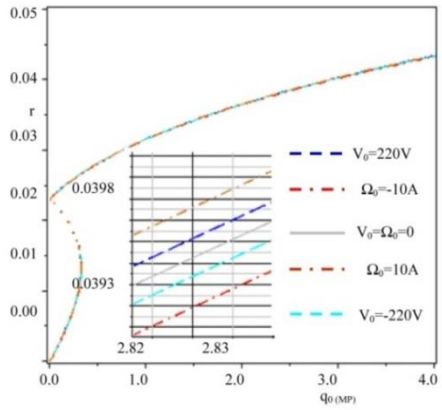
شکل ۱۱ منحنی پاسخ-فرکانسی در تشدید اولیه به‌ازای چند ضخامت مختلف ورق، p=1



شکل ۱۲ منحنی دامنه-پاسخ در تشدید اولیه به‌ازای چند مقدار مختلف ضخامت ورق، p=1.0



شکل ۱۳ تأثیر پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی مثبت و منفی در منحنی دامنه-پاسخ در تشدید اولیه p=1



شکل ١٤ تأثیر پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی مثبت و منفی در منحنی دامنه-پاسخ در تشدید اولیه، p=20

نتیجه‌گیری

در این مقاله ارتعاشات اجباری غیرخطی ورق‌های هوشمند مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک مستطیلی‌شکل با شرط تکیه‌گاهی ساده و بااستفاده از تئوری برشی مرتبه سوم، قوانین گاوس برای حالت‌های الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک و روش مقیاس‌های زمانی چندگانه به‌منظور دست‌یابی به معادلهٔ حرکت غیرخطی و پاسخ فرکانسی تحلیلی در حالت پایا برای تشدید اولیه مدل شد و اثر پارامترهای مختلف، از جمله تغییر پارامترهای هندسی و خواص مؤثر ورق مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک، بارگذاری الکتریکی و مغناطیسی و تغییر در اندازه و شدت نیروی دامنه نیروی تحریک و پارامتر دیتیونینگ بر رفتار ارتعاشات اجباری غیرخطی ورق‌های هوشمند مدرج تابعی مگنتو-الکترو-الاستیک در منحنی‌های دامنه-پاسخ و پاسخ-فرکانسی بررسی شد. درنتیجه با توجه به پارامترهای مؤثر در ارتعاشات اجباری غیرخطی این نوع از مواد هوشمند مدرج تابعی و با به‌کار بردن آن در ساختار سازه‌های هوشمند می‌توان با تغییر نسبت ضخامت کل به طول کل و عرض کل به طول کل یا تغییر خواص مؤثر مواد مدرج تابعی و یا تحریک بارگذاری الکتریکی و مغناطیسی با شدت و جهت مناسب و تغییر در مقدار پارامتر دیتیونینگ، ارتعاشات دلخواه را در این نوع از سازه‌های هوشمند ایجاد کرد و یا اثر ارتعاشات نامطلوب را میرا و کنترل نمود و دامنهٔ ارتعاشات را کنترل کرد.

فهرست علائم

a و b	به‌ترتیب، طول و عرض ورق
h	ضخامت
r	دامنهٔ ارتعاش در تشدید اولیه
A	مساحت ورق
d_{ij}	مؤلفه‌های ضریب کوپلینگ مگنتو-الکتریک
e_{ij}	مؤلفه‌های ضریب پیزوالکتریک
q_{ij}	مؤلفه‌های ضریب پیزومگنت
q_0	دامنهٔ نیروی تحریک
u_0 ،v_0 و	تغییرمکان‌های یک نقطه از ورق در
w_0	صفحهٔ $\mathbf{z = 0}$
A_{ij}	سفتی‌های کششی
B_i	مؤلفه‌های شار مغناطیسی
B_{ij}	سفتی‌های کوپلینگ خمشی-کششی
C_{ij}	مؤلفه‌های ماتریس سفتی
D_i	مؤلفه‌های جابه‌جایی الکتریکی
D_{ij}	سفتی‌های خمشی
E_i	مؤلفه‌های میدان الکتریکی
H_i	مؤلفه‌های میدان مغناطیسی
H_{ij}	سفتی‌های مرتبه بالای از ضخامت
I_0 ،I_1 ،I_3 ، I_4 و I_6	ممان‌های اینرسی جرمی
E_{ij}و F_{ij}	سفتی‌های مرتبه بالای از ضخامت
M_x ،M_y و M_{xy}	منتجه‌های ممان

N_{xx} ،N_{yy} وN_{xy}	منتجه‌های نیروی صفحه‌ای
P_{xx} ،P_{yy} و P_{xy} ، R_x و R_y	منتجه‌های تنش مرتبه بالاتر
Q_x و Q_y	منتجه‌های نیروی عرضی

علائم یونانی

γ	فاز حرکت در حرکت حالت پایدار
ε	پارامتر مثبت بی‌بعد و کوچک
σ	پارامتر دیتیونینگ
τ	زمان بی‌بعد
ω	فرکانس طبیعی خطی بی‌بعد
Ω	فرکانس تحریک
γ_{ij}	کرنش برشی
ε_i	مؤلفه‌های کرنش
μ_{ij}	مؤلفه‌های تراوایی (نفوذپذیری) مغناطیسی
ρ_0	چگالی ماده ورق
σ_i	مؤلفه‌های تنش
ϕ_x و ϕ_y	چرخش‌های نرمال عرضی، به‌ترتیب، حول محورهای x و y
ϵ_{ij}	مؤلفه‌های دی‌الکتریک
ω_0	فرکانس دورانی خطی

بالا نویس

ela	ترم‌های متناظر مؤلفه‌های الاستیک
me	ترم‌های متناظر مؤلفه‌های مگنتو-الکتریک

واژه‌نامه

Jump phenomena	پدیدهٔ پرش
Primary resonance	تشدید اولیه
Secondary resonance	تشدید ثانویه
Third order shear deformation theory	تئوری تغییرشکل برشی مرتبه سوم
Frequency response function	منحنی پاسخ فرکانسی
Functionally Graded Material (FGM)	مواد مدرج تابعی
Multivalued region	ناحیهٔ چندمقداری

مراجع

1. Ferreira, A., Batra, R., Roque, C., Qian, L. and Jorge, R., "Natural frequencies of functionally graded plates by a meshless method", *Composite Structures*, Vol. 75, No. 1, pp. 593-600 (2006).
2. Hosseini-Hashemi, S., Fadaee, M. and Atashipour, S.R., "A new exact analytical approach for free vibration of Reissner–Mindlin functionally graded rectangular plates", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 1, pp. 11-22 (2011).
3. Hosseini-Hashemi, S., Fadaee, M. and Atashipour, S.R., "Study on the free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to a new exact closed-form procedure", *Composite Structures*, Vol. 93, No. 2, pp. 722-735 (2011).
4. Allahverdizadeh, A., Oftadeh, R.,Mahjoob, M. and Naei, M., "Homotopy perturbation solution and periodicity analysis of nonlinear vibration of thin rectangular functionally graded plates", *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 27, No. 2, pp. 210-220 (2014).
5. Malekzadeh, P. and Alibeygi Beni, A., "Nonlinear Free Vibration of In-Plane Functionally Graded Rectangular Plates", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 22, No. 8, pp. 633-640, (2015).

6. Duc, N.D., Cong, P.H., Tuan, N.D., Tran, P., Anh, V.M. and Quang V.D., "Nonlinear vibration and dynamic response of imperfect eccentrically stiffened shear deformable sandwich plate with functionally graded material in thermal environment", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, pp. 1099636215602142, (2015).
7. Reddy, J.N., "On laminated composite plates with integrated sensors and actuators", *Engineering Structures*, Vol. 21, No. 7, pp. 568-593 (1999).
8. Liew, K., Yang, J. and Kitipornchai S., "Postbuckling of piezoelectric FGM plates subject to thermo-electro-mechanical loading", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 15, pp. 3869-3892, (2003).
9. Cupiał, P., "Three-dimensional natural vibration analysis and energy considerations for a piezoelectric rectangular plate", *Journal of sound and vibration*, Vol. 283, No. 3, pp. 1093-1113, (2005).
10. Shen, H.-S., "Postbuckling of axially loaded FGM hybrid cylindrical shells in thermal environments", *Composites science and technology*, Vol. 65, No. 11, pp. 1675-1690, (2005).
11. Chen, X., Zhao, Z. and Liew, K.M., "Stability of piezoelectric FGM rectangular plates subjected to non-uniformly distributed load, heat and voltage", *Advances in Engineering software*, Vol. 39, No. 2, pp. 121-131, (2008).
12. Fakhari, V.,Ohadi, A. and Yousefian, P., "Nonlinear free and forced vibration behavior of functionally graded plate with piezoelectric layers in thermal environment", *Composite Structures*, Vol. 93, No. 9, pp. 2310-2321, (2011).
13. Kumar, A. and Panda S., "Chakraborty D., Piezo-viscoelastically damped nonlinear frequency response of functionally graded plates with a heated plate-surface", *Journal of Vibration and Control*, pp. 1077546314532672, (2014).
14. Kumar, A., Panda, S. and Chakraborty, D., "Harmonically exited nonlinear vibration of heated functionally graded plates integrated with piezoelectric composite actuator", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 26, No. 8, pp. 931-951, (2015).
15. Shen, H.-S., "Nonlinear bending analysis of unsymmetric cross-ply laminated plates with piezoelectric actuators in thermal environments", *Composite Structures*, Vol. 63, No. 2, pp. 167-177 (2004).
16. Huang, X.-L. and Shen, H.-S., "Nonlinear free and forced vibration of simply supported shear deformable laminated plates with piezoelectric actuators", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 47, No. 2, pp. 187-208, (2005).
17. Shen, H.S., "Nonlinear thermal bending response of FGM plates due to heat conduction", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 38, No. 2, pp. 201-215, (2007).
18. Pan, E., "Exact solution for simply supported and multilayered magneto-electro-elastic plates", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 68, No. 4, pp. 608-618, (2001).
19. Chang, T.P., "Deterministic and random vibration analysis of fluid-contacting transversely isotropic magneto-electro-elastic plates", *Computers & Fluids*, Vol. 84, pp. 247-254, (2013).
20. Lang, Z. and Xuewu, L., "Buckling and vibration analysis of functionally graded magneto-electro-thermo-elastic circular cylindrical shells", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 4, pp. 2279-2292, (2013).

21. Chen, J., Heyliger, P. and Pan, E., "Free vibration of three-dimensional multilayered magneto-electro-elastic plates under combined clamped/free boundary conditions", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 17, pp. 4017-4029, (2014).
22. Li, Y. and Zhang, J., "Free vibration analysis of magnetoelectroelastic plate resting on a Pasternak foundation", *Smart Materials and Structures*, Vol. 23, No. 2, pp. 025002, (2013).
23. Razavi, S. and Shooshtari, A., "Free vibration analysis of a magneto-electro-elastic doubly-curved shell resting on a Pasternak-type elastic foundation", *Smart Materials and Structures*, Vol. 23, No. 10, pp. 105003, (2014).
24. Ansari, R., Gholami, R. and Rouhi, H., "Size-dependent nonlinear forced vibration analysis of magneto-electro-thermo-elastic Timoshenko nanobeams based upon the nonlocal elasticity theory", *Composite Structures*, Vol. 126, pp. 216-226, (2015).
25. Ansari, R., Hasrati, E., Gholami, R. and Sadeghi, F., "Nonlinear analysis of forced vibration of nonlocal third-order shear deformable beam model of magneto–electro–thermo elastic nanobeams", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 83, pp. 226-241, (2015).
26. Bhangale, R.K. and Ganesan, N., "Free vibration of simply supported functionally graded and layered magneto-electro-elastic plates by finite element method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 294, No. 4, pp. 1016-1038, (2006).
27. Li, J.Y., "Magnetoelectroelastic multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 38, No. 18, pp. 1993-2011, (2000).
28. Reddy, J.N., *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*: CRC press, (2004).
29. Pan, E. and Han, F., "Exact solution for functionally graded and layered magneto-electro-elastic plates", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 43, No. 3, pp. 321-339, (2005).
30. Moita, J.M.S., Soares, C.M.M. and Soares, C.A.M., "Analyses of magneto-electro-elastic plates using a higher order finite element model", *Composite structures*, Vol. 91, No. 4, pp. 421-426, (2009).
31. Nayfeh A.H. and Mook D.T., "*Nonlinear oscillations*", John Wiley & Sons, (2008).
32. Mantashloo R. and Shooshtari A. , "Nonlinear Transverse Vibration of FGM Magneto-elctro elastic rectangular plates based on third order shear deformation theory", M. Sc. Thesis, Bu-Ali Sina University, (2015).

پیوست

$$e(z) = \int_{-h/2}^{+h/2} e_{15}(z)\left(\frac{3c_1 z^2 - 1}{c_1}\right)dz$$
$$q(z) = \int_{-h/2}^{+h/2} q_{15}(z)\left(\frac{3c_1 z^2 - 1}{c_1}\right)dz$$

(الف-۱)

$$\Phi_0 = \frac{1}{h}\left(V_0 - \left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)V_1 - \left(\varepsilon_{xx}^{(3)} + \varepsilon_{yy}^{(3)}\right)V_2\right)$$
$$\Psi_0 = \frac{1}{h}\left(\Omega_0 - \left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)\Omega_2 - \left(\varepsilon_{xx}^{(3)} + \varepsilon_{yy}^{(3)}\right)\Omega_1\right)$$

(الف-۲)

$$\Omega_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \frac{q_{31}(z)}{\mu_{33}(z)}dz\,, \Omega_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \frac{q(z)}{\mu_{33}(z)}dz$$

(الف-۳)

$$V_1 = \int_{-h/2}^{+h/2} \frac{e_{31}(z)}{\epsilon_{33}\,(z)}dz\,, V_2 = \int_{-h/2}^{+h/2} \frac{e(z)}{\epsilon_{33}\,(z)}dz$$

(الف-٤)

حل مسائل غیرخطی الاستیک تراکم‌پذیر بااستفاده‌از روش تحلیل ایزوژئومتریک*

مهدی اردیانی[۱] بهروز حسنی[۲] سیدمهدی توکلی[۳]

چکیده *کاربرد روش تحلیلی ایزوژئومتریک برای حل مسائل غیرخطی الاستیک تراکم‌پذیر موسوم به مسائل هایپرالاستیسیته موضوع این مقاله است. بدین‌منظور جهت استخراج ماتریس ضرایب با بهره‌گیری از مفهوم ایزوژئومتریک، پس از خطی‌سازی روابط حاکم، معادلات تعادل در فرم گسسته‌شدهٔ آن نوشته شده و در ادامه الگوریتمی برای تحلیل این دسته از مسائل ارائه می‌گردد. برای بررسی کارایی روش و صحت نتایج به‌دست‌آمده در مسائل هایپرالاستیسیتهٔ تراکم‌پذیر، نتایج حاصل از روش‌های اجزای محدود و ایزوژئومتریک با یکدیگر مقایسه می‌شود. استفاده از روش پیشنهادی علاوه بر امکان ایجاد هندسهٔ مدل با دقت و انعطاف‌پذیری بیشتر، باعث تشکیل دستگاه معادلات کوچکتر و در کل کاهش حجم محاسبات می‌شود. به‌علاوه، علیرغم وجود تغییرشکل‌های بزرگ، وابستگی به نحوهٔ گسسته‌سازی مسائل حداقل بوده و برخلاف روش اجزای محدود تا حد بسیار زیادی نیاز به تولید مجدد شبکه اجزای محدود وجود ندارد. همچنین، در این مقاله به بررسی تأثیر تعداد تقسیمات بار و نیز تعداد نقاط انتگرال‌گیری گوسی در همگرایی جواب مسائل پرداخته شده است.*

واژه‌های کلیدی تحلیل ایزوژئومتریک، نربز، هایپرالاستیسیته، مصالح تراکم‌پذیر.

Solution of Nonlinear Compressible Hyperelastic Problems by Isogeometric Analysis Method

M. Ardiani B. Hassani M. Tavakoli

Abstract *Employing the Isogeometric Analysis method for solution of nonlinear compressible elastic materials, generally known as hyperelasticity, is the subject of this article. For this purpose, the matrix of coefficients is derived and by the linearization of governing equations the discretized equilibrium equations are obtained and a solution algorithm is presented. To study the performance and accuracy of the method in compressible hyperelastic problems, the obtained results are compared with those of finite elements. The presented approach, besides providing a good flexibility in geometrical modeling, results in a smaller system of equations and consequently reducing the computational cost. Furthermore, despite having large deformations, the need for remeshings is alleviated. Also, the effects of the number of load increments, as well as, the number of Gauss integration points on the convergence of the solution are studied.*

Key Words Isogeometric analysis, NURBS, Hyperelasticity, Compressible materials.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۳/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۶/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.65185

(۱) دانشجوی دکترای هوا فضا، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

(۲) نویسندهٔ مسئول: استاد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. b_hassani@um.ac.ir

(۳) استادیار، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

مقدمه

برای طراحی ایمن و استفاده بهینه از ظرفیت مصالح، در نظر گرفتن تغییرشکل‌های ارتجاعی بزرگ در مواد موسوم به هایپرالاستیک، حائز اهمیت است. رفتار غیرخطی در ناحیهٔ ارتجاعی سبب ایجاد منحنی غیرخطی تنش- کرنش در مدل‌سازی رفتار مصالح می‌شود. با استفاده از تعریف تابع انرژی کرنشی ذخیره شده معادلات حاکم بر مسائل تراکم‌پذیر با تغییرشکل‌های بزرگ نتیجه می‌شود. با خطی‌سازی روابط حاکم، الگوریتم حل با استفاده از روش نیوتن- رافسون حاصل می‌شود.

نخستین تلاش جهت حل مسائل غیرخطی الاستیک با استفاده از روش اجزای محدود توسط ترنر و همکارانش [1] انجام شد. از جمله سایر تحقیقات اولیه بر پایهٔ روش اجزای محدود در این زمینه، حل مسئلهٔ کمانش توسط کاپور [2]، گالاگر و پادلوگ [3]، کالاگر و همکاران [4] و هولاند و موآن[5] را می‌توان نام برد. ترنر و همکارانش [1] و ارگریس [6-7] فرآیند اعمال تدریجی بار در چندین مرحله را پیشنهاد کردند و اُدن [8]، مالت و مارکل [9] استفاده از روش حل برمبنای تکرار نیوتن- رافسون را مطرح نمودند. بهبود روش نیوتن- رافسون توسط اُدن [10]، هایسر و همکارانش [11] و زینکوویچ [12] مورد پژوهش قرار گرفت و بربیا و کونر [13] روش اعمال تدریجی بار و ایجاد همگرایی در هر مرحله افزایش بار را پیشنهاد نمودند. برای آشنایی بیشتر با مفاهیم و روش‌های حل مسائل غیرخطی، اعم از مصالح و هندسه، مطالعهٔ مراجع [14-20] توصیه می‌شود.

مدل‌سازی هندسه‌های پیچیده بااستفاده‌از توابع پایه متشکل از اسپلاین‌ها شامل توابع بی‌اسپلاین (B-spline)، نربز (NURBS – Non Uniform Rational B-Splines) و تی‌اسپلاین‌ها (T-spline) [21,22] در طراحی و تحلیل به‌کمک کامپیوتر (Computer Aided Design) حائز اهمیت می‌باشد. نخستین بار هیوز و همکارانش [23] استفاده از این توابع پایه در مدل‌سازی هندسه و تقریب تابع مجهول مسائل مهندسی را با نام روش تحلیلی ایزوژئومتریک پیشنهاد نمودند. مراجع [24-34] جهت آشنایی بیشتر با مفاهیم بنیادی روش تحلیلی ایزوژئومتریک معرفی می‌شوند.

به‌دلیل قابلیت انعطاف‌پذیری زیاد توابع پایه نربز در تولید هندسه‌های پیچیده، استفاده از آن در روش تحلیل ایزوژئومتریک فرآیند تولید مش مجدد در مسائل غیرخطی الاستیک تراکم‌پذیر تا حد زیادی رفع و در نتیجه سرعت حل در مقایسه با روش اجزای محدود افزایش می‌یابد. هیوز و همکاران [35] برای اولین بار روش ایزوژئومتریک را برای حل مسائل دارای تغییرشکل‌های بزرگ مورد استفاده قرار دادند.

در ادامه این مقدمه، در بخش دوم مقاله ابتدا فرمول‌بندی مصالح هایپرالاستیسیته «تراکم‌پذیر» به اختصار بیان شده و معادلهٔ تعادل حاکم بر این دسته از مسائل ارائه می‌شود. به‌دلیل غیرخطی بودن این دسته از مسائل، به‌منظور امکان استفاده از روش حل تکراری نیوتن- رافسون خطی‌سازی انجام می‌پذیرد. در بخش سوم روش ایزوژئومتریک به‌طور خلاصه توضیح داده می‌شود و گسسته‌سازی توابع مجهول و هندسه در مسائل خطی‌سازی‌شدهٔ هایپرالاستیسیته توسط توابع پایه و متغیرهای کنترلی مطرح می‌گردد. انتهای این بخش به بیان الگوریتمی برای مسائل غیرخطی ارتجاعی تراکم‌پذیر بر پایهٔ روش تحلیلی ایزوژئومتریک اختصاص یافته است. در بخش چهارم، ضمن ارائهٔ چند مثال از مسائل هایپرالاستیک تراکم‌پذیر، نتایج به‌دست‌آمده با روش اجزای محدود مقایسه می‌شود. در ادامه، به بررسی تأثیر تعداد نقاط انتگرال‌گیری گوسی و نیز تعداد تقسیمات بار در همگرایی جواب پرداخته می‌شود.

هایپرالاستیسیتهٔ تراکم‌پذیر

در ایـن نـوع از مسـائل، بااسـتفاده‌از مفهـوم گرادیـان تغییرشکل‌ها $\mathbf{F}$ باتوجه‌به اسـتقلال کـار انجـام‌شـده از مسیر در این نوع مصالح برای هر نقطه از جسـم ماننـد $\mathbf{X}$ و با توجه بـه نقطـهٔ آغـازین و پایـانی مسـیر، تـابع انـــرژی کرنشـــی ذخیـــره‌شـــده بـــر واحـــد حجـــم تغییرشکل‌نیافته ψ به‌صورت زیر قابل تعریف می‌باشـد [14,15,17]:

$$\psi\left(\mathbf{F}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)=\int_{t_0}^{t}\mathbf{P}\left(\mathbf{F}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right):\dot{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}t \qquad (۱)$$

$$\mathbf{P}\left(\mathbf{F}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)=\frac{\partial\psi\left(\mathbf{F}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)}{\partial\mathbf{F}} \qquad (۲)$$

که در رابطهٔ فـوق، $\dot{\mathbf{F}}$ نـرخ تغییـرات تـابع گرادیـان و $\mathbf{P}\left(\mathbf{F}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)$ تانســور تــنش پیــولا-کیرشــهف اول می‌باشد. با بازنویسی رابطـهٔ بیـان‌شـده برحسـب تـنش پیولا- کیرشهف دوم یعنی $\mathbf{S}$ خواهیم داشت:

$$\psi\left(\mathbf{C}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)=\int_{t_0}^{t}\mathbf{S}\left(\mathbf{C}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right):\dot{\mathbf{C}}\,\mathrm{d}t \qquad (۳)$$

$$\mathbf{S}\left(\mathbf{C}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)=2\frac{\partial\psi\left(\mathbf{C}(\mathbf{X}),\mathbf{X}\right)}{\partial\mathbf{C}} \qquad (٤)$$

که در این روابط، $\mathbf{E}$ تانسور کرنش لاگرانژی، $\mathbf{C}$ تانسور گرین-کوشی راست و $\dot{\mathbf{C}}$ نـرخ تغییـرات ایـن تانسـور است [14,15,17]. نظر به غیرخطی بودن رابطهٔ تـنش و کرنش در معادلهٔ فوق، بـا خطـی‌سـازی ایـن رابطـه در دسـتگاه مختصـات لاگرانـژی مـاتریس مرتبـهٔ چهـار الاستیسـیته $\tilde{\mathbf{C}}$ بـه‌صـورت زیـر حاصـل مـی‌شـود [14,15,17]

$$\mathrm{D}\mathbf{S}[\mathbf{u}]=\tilde{\mathbf{C}}:\mathrm{D}\mathbf{E}[\mathbf{u}] \qquad (۵)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}=\frac{\partial\mathbf{S}}{\partial\mathbf{E}}=2\frac{\partial\mathbf{S}}{\partial\mathbf{C}}=4\frac{\partial^2\psi}{\partial\mathbf{C}\,\partial\mathbf{C}} \qquad (٦)$$

با در نظر گرفتن همسانگردی بـرای مـواد، رابطـهٔ بین ψ و تانسورهای گرین- گوشی راست $\mathbf{C}$ و چـپ $\mathbf{b}$ تنهـا وابسـته بـه نامتغیرهـای (Invariants) مـادهٔ ایزوتروپیک می‌باشد و درنتیجـه تانسـور تـنش پیـولا- کیرشهف دوم $\boldsymbol{S}$ و تانسور تنش کوشی $\boldsymbol{\sigma}$ با تعریـف در دستگاه لاگرانژی و اویلری، به‌صورت زیر بـه‌دسـت می‌آیند [14,15,17].

$$\begin{aligned}\mathbf{S}&=2\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{C}}=2\frac{\partial\psi}{\partial\mathrm{I}_\mathrm{C}}\frac{\partial\mathrm{I}_\mathrm{C}}{\partial\mathbf{C}}\\&+2\frac{\partial\psi}{\partial\mathrm{II}_\mathrm{C}}\frac{\partial\mathrm{II}_\mathrm{C}}{\partial\mathbf{C}}+2\frac{\partial\psi}{\partial\mathrm{III}_\mathrm{C}}\frac{\partial\mathrm{III}_\mathrm{C}}{\partial\mathbf{C}}\\&=2\psi_\mathrm{I}\,\mathrm{I}+4\psi_\mathrm{II}\,\mathbf{C}+2\mathrm{J}^2\psi_\mathrm{III}\,\mathbf{C}^{-1}\end{aligned} \qquad (۷)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}&=\mathrm{J}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{S}\mathbf{F}^{\mathrm{T}}=\\&=2\mathrm{J}^{-1}\psi_\mathrm{I}\,\mathbf{b}+4\mathrm{J}^{-1}\psi_\mathrm{II}\,\mathbf{b}^2+2\mathrm{J}\psi_\mathrm{III}\,\mathrm{I}\end{aligned} \qquad (۸)$$

که در روابط فوق $\mathrm{I}_\mathrm{C},\mathrm{II}_\mathrm{C},\mathrm{III}_\mathrm{C}$ نامتغیرهای تانسور $\mathbf{C}$، J دترمینان گرادیان تغییرشکل‌ها (Volume Change) و $\psi_\mathrm{I}=\frac{\partial\psi}{\partial\mathrm{I}_\mathrm{C}},\psi_\mathrm{II}=\frac{\partial\psi}{\partial\mathrm{II}_\mathrm{C}},\psi_\mathrm{III}=\frac{\partial\psi}{\partial\mathrm{III}_\mathrm{C}}$ است.

از جمله مدل‌های مـواد ایزوتروپیـک مـی‌تـوان از روابط پیشنهادی اگدن، نئو-هوکین، یئو و غیره می‌باشد که بااستفاده‌از روابط بالا، تانسورهای تنش و الاستیسیتهٔ آنها در وضعیت تراکم‌پذیری قابل حصول می‌باشـد. در ادامهٔ این مقاله از مدل مصالح نئو- هوکین تـراکم‌پـذیر استفاده شده است.

با توجه بـه تـابع انـرژی کرنشـی مـورد اسـتفاده، شرایط مرزی و شرایط بارگذاری در مسـائل غیرخطـی هندسـی و مـواد، معادلـهٔ کـار مجـازی $\delta\mathrm{W}$ برمبنـای سرعت مجازی $\delta\mathbf{v}$ قابل تعریف بوده و منجر به رابطـهٔ غیرخطی (۹) می‌گردد که نیازمند خطی‌سازی هـر یـک از مؤلفه‌هـای معادلـه اسـت. در روابطـی کـه در ادامـه می‌آید، $\mathbf{u}$ میدان جابـه‌جـایی ذره، $\mathbf{f}$ نیروهـای کالبـدی نظیر وزن، $\boldsymbol{\varepsilon}$ تانسور کرنش اویلری، $\mathbf{t}$ نیروهای سطحی

نظیر نیروی فشار $\mathbf{t}=p\mathbf{n}$ و $\mathbf{d}$ نرخ تغییرشکل‌ها است [14,15,17].

$$\begin{aligned}\delta W(\phi,\delta\mathbf{v}) &= \delta W_{\text{int}}(\phi,\delta\mathbf{v}) - \delta W_{ext}(\phi,\delta\mathbf{v}) \\ &= \left(\int_v \boldsymbol{\sigma}:\delta\mathbf{d}\,dv\right) - \left(\int_v \mathbf{f}\cdot\delta\mathbf{v}\,dv + \int_v \mathbf{t}\cdot\delta\mathbf{v}\,da\right) \\ &= 0\end{aligned} \quad (۹)$$

جملهٔ دوم رابطهٔ فوق قابل تفکیک به کارهای مجازی داخلی و خارجی به‌شرح زیر است:

$$\delta W(\phi,\delta\mathbf{v})[\mathbf{u}] + D\delta W(\phi,\delta\mathbf{v})[\mathbf{u}] = 0 \quad (۱۰)$$

$$\begin{aligned}&D\delta W_{\text{int}}(\phi,\delta\mathbf{v})[\mathbf{u}] \\ &= \int_V D\mathbf{E}[\delta\mathbf{v}]:\tilde{\mathbf{C}}:D\mathbf{E}[\mathbf{u}]\,dV \\ &+\int_V \mathbf{S}:\left[(\nabla_0\mathbf{u})^T(\nabla_0\mathbf{u})\right]dV = \int_v \delta\mathbf{d}:\tilde{\mathbf{c}}:\boldsymbol{\varepsilon}\,dv \\ &+\int_V \boldsymbol{\sigma}:\left[(\nabla\mathbf{u})^T(\nabla\mathbf{u})\right]dv\end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned}&D\delta W_{ext}(\phi,\delta\mathbf{v})[\mathbf{u}] \\ &= D\delta W^{\mathbf{f}}_{ext}(\phi,\delta\mathbf{v})[\mathbf{u}] + D\delta W^{p}_{ext}(\phi,\delta\mathbf{v})[\mathbf{u}] \\ &= 0 + \frac{1}{2}\int_{A_\xi} p\,\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\xi}\cdot\left[\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\eta}\times\delta\mathbf{v}\right)+\left(\frac{\partial\delta\mathbf{v}}{\partial\eta}\times\mathbf{u}\right)\right]d\xi d\eta \\ &-\frac{1}{2}\int_{A_\xi} p\,\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\eta}\cdot\left[\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\xi}\times\delta\mathbf{v}\right)+\left(\frac{\partial\delta\mathbf{v}}{\partial\xi}\times\mathbf{u}\right)\right]d\xi d\eta\end{aligned} \quad (۱۲)$$

که در این روابط داریم:

$$\mathbf{n} = \frac{\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\xi}\times\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\eta}}{\left\|\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\xi}\times\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\eta}\right\|} \quad ; \quad da = \left\|\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\xi}\times\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\eta}\right\| d\xi d\eta \quad (۱۳)$$

تحلیل ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیته

پیشرفت‌های صنعت طراحی به‌کمک کامپیوتر در مدل‌سازی هندسی اساس روش تحلیل ایزوژئومتریک است [23]. در این روش مدل‌سازی خطوط منحنی، سطوح و احجام با استفاده از توابع پایه بی‌اسپلاین و انواع ارتقایافتهٔ آن، نظیر نربز و تی‌اسپلاین، انجام می‌شود. با تقریب مجهولات مسئله – در اینجا مؤلفه‌های تغییرمکان‌ها– به‌وسیلهٔ توابع نربز و نقاط کنترلی و جای‌گذاری آنها در معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر مسئله به حل آن پرداخته می‌شود. حل مسئله به‌صورت رویه‌ای از پاسخ با گسسته‌سازی محیط پیوسته به‌وسیلهٔ این نقاط کنترلی و استفادهٔ آنها در تقریب تابع مجهول ساخته می‌شود. این همان نگاه استفاده از شبکه در روش تفاضل‌های محدود، المان‌ها در روش اجزای محدود یا مجموعه‌ای از نقاط در روش‌های بدون شبکه می‌باشد. حسنی و مقدم [36] و حسنی و همکاران [37] توانایی این ایده در حل معادلات دیفرانسیل معمولی را مورد بررسی قرار داده و همچنین نتایج بسیار خوبی در مکانیک محاسباتی توسط هیوز و گروه تحقیقاتی آن گزارش شده است [24-34]. برخی از مزایای روش تحلیل ایزوژئومتریک در مقایسه با سایر روش‌های عددی چنین است:

- تعریف هندسه و مرزهای مدل با دقت و انعطاف‌پذیری بالا
- کاهش حجم محاسبات و حصول دستگاه معادلات کوچکتر در مقایسه با سایر روش‌های عددی برای به‌دست آوردن دقت حل مشابه.
- عدم نیاز به مش‌بندی مجدد به‌سبب انعطاف بالا در فرآیند حل مسائلی که با تغییر دامنه مواجه هستند مانند مسائل با تغییرشکل‌های بزرگ، مسائل بهینه‌سازی، مسائل با دیدگاه لاگرانژی و غیره.

لازم به ذکر است که علیرغم مزایای این روش عدم قرارگیری نقاط کنترلی بر روی هندسه و رویه جواب مسئله از جمله مشکلات این روش می‌باشد. به‌بیان دیگر، با در دست داشتن نقاط در فضای فیزیکی برای یافتن متناظر آنها در فضای پارامتری نیازمند حل دستگاه معادله‌ای به‌صورت معکوس می‌باشیم.

نحوهٔ تعریف سطوح و احجام. برای تعریف سطوح و احجام از توابع پایه اسپلاین‌ها و به‌ویژه توابع نربز به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$S(\xi,\eta)=\sum_{i=0}^{n_1}\sum_{j=0}^{n_2} R_{i,j}(\xi,\eta)\,P_{i,j} \qquad (14)$$

$$V(\xi,\eta,\varsigma)=\sum_{i=0}^{n_1}\sum_{j=0}^{n_2}\sum_{k=0}^{n_3} R_{i,j,k}(\xi,\eta,\varsigma)\,P_{i,j,k} \qquad (15)$$

$$R_{i,j}(\xi,\eta)=\frac{N_{i,p_1}(\xi)\;N_{j,p_2}(\eta)\;\omega_{i,j}}{\sum_{e=0}^{n_1}\sum_{f=0}^{n_2} N_{e,p_1}(\xi)\,N_{f,p_2}(\eta)\;\omega_{e,f}} \qquad (16)$$

که در این روابط $P_{i,j}$ معرف نقاط کنترلی، به‌تعداد $(n_1+1)\times(n_2+1)$ هستند که برای تعریف هندسه به‌کار می‌روند. همچنین، n_1 و n_2 تعداد توابع پایه بی‌اسپلاین، $\omega_{i,j}$ وزن مرتبط با هر نقطه و $N_{i,p_1}(\xi)\;N_{j,p_2}(\eta)$ توابع پایه بی‌اسپلاین به‌ترتیب در راستای ξ و η با مرتبهٔ چند جمله‌ای p_1 و p_2 می‌باشد. در این روابط، iاُمین تابع بی‌اسپلاین با بردار گرهی $\xi=\{\xi_0,\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{m_1}\}$ از درجهٔ p_1 در راستای ξ توسط رابطهٔ بازگشتی زیر تعریف می‌گردد.

$$N_{i,0}(r)=\begin{cases}1 & \text{if } \xi_i\le\xi\le\xi_{i+1}\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (17)$$

$$N_{i,p_1}=\frac{\xi-\xi_i}{\xi_{i+p_1}-\xi_i}N_{i,p_1-1}(\xi)+\frac{\xi_{i+p_1+1}-\xi}{\xi_{i+p_1+1}-\xi_{i+1}}N_{i+1,p_1-1}(\xi) \qquad (18)$$

در روش ایزوژئومتریک استفاده از بردارهای گرهی موسوم به باز یا نامتناوب متداول‌تر است. در این نوع بردارهای گرهی، گره ابتدا و انتها به‌تعداد p+1 بار تکرار می‌شوند و درنتیجه تعداد نقاط گرهی در بردار مزبور m=n+p+1 می‌باشد. همچنین در فاصلهٔ گره‌ای $[\xi_i,\xi_{i+1})$ به‌تعداد p+1 توابع پایه‌ای غیرصفر وجود دارد که عبارتند از $N_{i-p,p}(\xi), N_{i-p+1,p}(\xi),\ldots, N_{i,p}(\xi)$ [21-22]. در روش ایزوژئومتریک، هندسهٔ مسئله با استفاده از توابع پایه و نقاط کنترلی مربوطه تعریف می‌شود. در ادامه از همین نقاط کنترلی و توابع پایه برای تقریب‌سازی رویه مؤلفه‌های جواب، با افزودن یک مؤلفه به مؤلفه‌های نقاط کنترلی به‌کاررفته در تعریف هندسه، استفاده می‌شود. این بدان معنی است که با در نظر گرفتن هندسه در فضای دو یا سه‌بعدی، بردار کنترلی مؤلفه‌های جواب مسئله از یک بعد بالاتر خواهند بود.

نحوهٔ گسسته‌سازی. مشابه مفهوم ایزوپارامتری در روش اجزای محدود متغیرهای توصیف‌کنندهٔ هندسه در دستگاه‌های مختصات مادی (لاگرانژی) و فضایی (اولری) و نیز توابع مجهول در مسائل هایپرالاستیسیته تراکم‌پذیر مطابق روابط زیر تقریب‌سازی می‌شوند. همان‌گونه که از دقت در این روابط ملاحظه می‌شود، بدین‌ترتیب کلیه متغیرها اعم از اولیه و ثانویه برحسب مختصات نقاط کنترلی تبیین می‌شوند که مترادف با گسسته‌سازی در سایر روش‌های عددی است؛ مانند نقاط گرهی در روش اجزای محدود.

$$\mathbf{X}=\sum_{a=1}^{n} R_a(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\,X_{pa} \qquad (19\text{-الف})$$

$$\mathbf{x}=\sum_{a=1}^{n} R_a(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\;x(t)_{pa} \qquad (19\text{-ب})$$

$$\mathbf{v}=\sum_{a=1}^{n} R_a(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\,v_{pa} \qquad (19\text{-ج})$$

$$\mathbf{u}=\sum_{a=1}^{n} R_a(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\,u_{pa} \qquad (19\text{-د})$$

$$\mathbf{F}=\sum_{a=1}^{n} x_{pa}\otimes\nabla_0 R_a \qquad (19\text{-ه})$$

$$\mathbf{C}=\sum_{a=1}^{n}\left(x_{pa}\cdot x_{pa}\right)\nabla_0 R_a\otimes\nabla_0 R_b \qquad (19\text{-و})$$

$$\mathbf{b}=\sum_{a=1}^{n}\nabla_0 R_a\cdot\nabla_0 R_b\left(x_{pa}\otimes x_{pa}\right) \qquad (19\text{-ز})$$

لازم به توضیح است که محاسبهٔ $\nabla R, \nabla_0 R$ با انتقال از فضای فیزیکی به فضای پارامتری باتوجه‌به تعریف توابع شکل نربزی R به‌وسیلهٔ بردارهای گره‌ای به‌صورت زیر امکان‌پذیر می‌باشد:

$$\nabla_0 R = \frac{\partial R}{\partial X} = \frac{\partial R}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial X} + \frac{\partial R}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial X} + \frac{\partial R}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial X} \qquad (۲۰)$$

$$\nabla R = \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial R}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial x} \qquad (۲۱)$$

که در این روابط R_a توابع شکل، n تعداد نقاط کنترلی مرتبط با آن، x_{pa} مختصات جدید متغیر کنترلی در دستگاه اویلری، X_{pa} مختصات جدید متغیر کنترلی در دستگاه لاگرانژی، v_{pa} سرعت متغیر کنترلی و u_{pa} مؤلفه‌های جابه‌جایی متغیر کنترلی می‌باشند.

همان‌گونه که در بالا توضیح داده شد، با خطی‌سازی رابطهٔ کار مجازی برمبنای سرعت، رابطهٔ (۱۰) حاصل می‌شود که در آن اولین مؤلفهٔ معادله بیانگر کار نیروهای خارجی $\mathbf{F}(x)$ و داخلی $\mathbf{T}(x)$ و دومین مؤلفه بیانگر شیب منحنی نیرو–جابه‌جایی $\mathbf{K}(x)$ است. در ادامه، با بهره‌گیری از روابط (۱۹) در فضای گسسته، معادلهٔ خطی‌سازی‌شدهٔ فوق را باتوجه‌به متغیرهای کنترلی بازنویسی نموده و از روش حل برمبنای تکرار نیوتن– رافسون استفاده می‌شود. معادلهٔ کار مجازی در روش ایزوژئومتریک به رابطهٔ (۲۲) تبدیل می‌شود که در آن aها معرف متغیرهای کنترلی دامنهٔ مسئله و eها نشان‌دهندهٔ المان‌های گرهی (knot elements) مربوطه هستند.

$$\begin{aligned}\delta W(\phi, \delta \mathbf{v}) &= \sum_{a=1}^{N} \delta W(\phi, R_a \delta \mathbf{v}_a) \\ &= \sum_{a=1}^{N} \delta \mathbf{v}_a (\mathbf{T}_a - \mathbf{F}_a) = \sum_{a=1}^{N}\sum_{\substack{e=1 \\ e\in a}}^{N} \delta \mathbf{v}_a \int_{v^{(e)}} \boldsymbol{\sigma} \nabla R_a \, dv \\ &- \sum_{a=1}^{N}\sum_{\substack{e=1 \\ e\in a}}^{N} \delta \mathbf{v}_a \left(\int_{v^{(e)}} R_a \mathbf{f} \, dv + \int_{\partial v^{(e)}} R_a \mathbf{t} \, da \right) = 0\end{aligned} \qquad (۲۲)$$

که این رابطه معادل است با

$$\mathbf{R}_a = \mathbf{T}_a - \mathbf{F}_a = 0 \qquad (۲۳)$$

که $\mathbf{R}_a$ باقیماندهٔ نیروها در متغیرهای کنترلی است. برای جملهٔ دوم رابطهٔ (۱۰) به‌طرز مشابهی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} &D\delta W^{(e)}(\phi, R_a \delta \mathbf{v}_a)[R_b \mathbf{u}_b] = \\ &D\left(\delta \mathbf{v}_a \left(\mathbf{T}_a^{(e)} - \mathbf{F}_a^{(e)}\right)\right)[R_b \mathbf{u}_b] = \\ &\delta v_a \left(D\left(\mathbf{T}_a^{(e)} - \mathbf{F}_a^{(e)}\right)\right)[R_b \mathbf{u}_b] = \delta \mathbf{v}_a . K_{ab}^{(e)} \mathbf{u}_b \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، از معادلهٔ (۲۴) تعریف ماتریس ضرایب $K_{ab}^{(e)}$ نتیجه می‌شود که در واقع مبین تغییرات نیرو در متغیر کنترلی a نسبت‌به تغییرمکان در متغیر کنترلی b در المان گرهی e است.

این ماتریس ضرایب از دو قسمت تشکیل می‌شود: اول، مؤلفه‌های ناشی از کار داخلی، که خود شامل دو بخش تنش ابتدایی $K_{\sigma,ab}^{(e)}$ و ساختار رفتاری $K_{c,ab}^{(e)}$ است و دوم، مؤلفهٔ ناشی از کار خارجی که به مؤلفهٔ نیروهای خارجی ماتریس ضرایب $K_{p,ab}^{(e)}$ موسوم است.

$$\mathbf{K}_{ab}^{(e)} = \mathbf{K}_{c,ab}^{(e)} + \mathbf{K}_{\sigma,ab}^{(e)} - \mathbf{K}_{p,ab}^{(e)} \qquad (۲۵)$$

$$[\mathbf{K}_{c,ab}^{(e)}]_{ij} = \int_{v^{(e)}} \sum_{k,l=1}^{3} \frac{\partial R_a}{\partial x_k} \tilde{c}_{ikjl} \frac{\partial R_b}{\partial x_l} dv; \; i,j=1,2,3 \qquad (۲۶)$$

$$[\mathbf{K}_{\sigma,ab}^{(e)}]_{ij} = \int_{v^{(e)}} \sum_{k,l=1}^{3} \frac{\partial R_a}{\partial x_k} \sigma_{kl} \frac{\partial R_b}{\partial x_l} \delta_{ij} dv; \; i,j=1,2,3 \qquad (۲۷)$$

$$[\mathbf{K}_{p,ab}^{(e)}]_{ij} = \sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \left[k_{p,ab}^{(e)}\right]_k \quad ;i,j=1,2,3 \qquad (۲۸)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{p,ab} &= \frac{1}{2}\int_{A_\xi} p \frac{\partial x}{\partial \xi}\left(\frac{\partial R_a}{\partial \eta} R_b - \frac{\partial R_b}{\partial \eta} R_a\right) da \\ &+ \frac{1}{2}\int_{A_\xi} p \frac{\partial x}{\partial \eta}\left(\frac{\partial R_a}{\partial \xi} R_b - \frac{\partial R_b}{\partial \xi} R_a\right) da\end{aligned} \qquad (۲۹)$$

که پس از بازنویسی معادلات تعادل در فضای گسسته و استفاده از روش حل برمبنای تکرار نیوتن– رافسون روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\delta \mathbf{v}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = -\delta \mathbf{v}^T \mathbf{R} \qquad (۳۰)$$

$$\mathbf{K}\,\mathbf{u} = -\mathbf{R}(\mathbf{x}_k)\;;\quad \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{u} \tag{۳۱}$$

توجه به این مطلب ضروری است که اگرچه در مسائل غیرخطی وارد نمودن تمام بار خارجی در یک مرحله به‌صورت تئوری امکان‌پذیر می‌باشد، درعمل بار خارجی $\mathbf{F}$ در چند مرحله و به‌صورت یک‌سری افزایشی (Series of Increments) بر جسم اعمال می‌شود.

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{l} \Delta\mathbf{F}_i \tag{۳۲}$$

لازم به توضیح است که در روش ایزوژئومتریک، برای تعریف هندسه و رویه جواب مسئله در فضای فیزیکی $\{x,y,z\}$ از فضای پارامتری $\{\xi,\eta,\varsigma\}$ استفاده می‌شود که توسط بردارهای گرهی تبیین می‌شوند. از سوی دیگر برای محاسبهٔ انتگرال‌ها به‌روش انتگرال‌گیری گوس، مشابه روش اجزای محدود، لازم است که نگاشتی از این فضا به فضای الگو $\{r,s,t\}$ انجام شود. به‌بیان‌دیگر انتگرال‌گیری در فضای فیزیکی با دو انتقال از فضای الگو به فضای پارامتریک و سپس به فضای فیزیکی همراه است. ماتریس‌های ژاکوبی نگاشت‌های اشاره شده چنین هستند:

$$\begin{aligned} dx\,dy\,dz &= \left(\det \mathrm{J}_1\right) d\xi\,d\eta\,d\zeta \\ &= \left(\det \mathrm{J}_1 \det \mathrm{J}_2\right)\, dr\,ds\,dt \end{aligned} \tag{۳۳}$$

که در آن

$$\mathrm{J}_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \xi} & \dfrac{\partial y}{\partial \xi} & \dfrac{\partial z}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \eta} & \dfrac{\partial y}{\partial \eta} & \dfrac{\partial z}{\partial \eta} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \zeta} & \dfrac{\partial y}{\partial \zeta} & \dfrac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \tag{۳۴}$$

$$\begin{cases} \xi = \dfrac{1}{2}\left[\left(\xi_{i+1}-\xi_i\right)r + \left(\xi_{i+1}+\xi_i\right)\right] \\ \eta = \dfrac{1}{2}\left[\left(\eta_{i+1}-\eta_i\right)s + \left(\eta_{i+1}+\eta_i\right)\right] \\ \zeta = \dfrac{1}{2}\left[\left(\zeta_{i+1}-\zeta_i\right)t + \left(\zeta_{i+1}+\zeta_i\right)\right] \end{cases} \tag{۳۵}$$

گام‌های الگوریتم حل مسائل هایپرالاستیسیته تراکم‌پذیر در زیر خلاصه شده و در ادامه فلوچارت حل در شکل (۱) آورده شده است.

۱. ورود مشخصات هندسه (بردارهای گره‌ای، وزن توابع پایه و نقاط کنترلی)، تعریف خصوصیات و پارامترهای مواد هایپرالاستیک و پارامترهای تحلیل مسئله شامل تعداد تقسیمات بار و دقت همگرایی در هر مرحله.

۲. اعمال حلقه سری افزایشی بار که در هر مرحله افزایش بار $\Delta\mathbf{F}_i$ توسط روابط زیر انجام می‌پذیرد.

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_i - \Delta\mathbf{R}_i \quad ;\quad \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i + \Delta\mathbf{F}_i$$

۳. اعمال حلقهٔ همگرایی در هر مرحله افزایش بار

الف) محاسبهٔ ماتریس ضرایب $\mathbf{K}_i$

ب) حل معادلهٔ $\mathbf{K}_i\,\mathbf{u}_p = -\mathbf{R}_i$

ج) یافتن مختصات جدید نقاط کنترلی

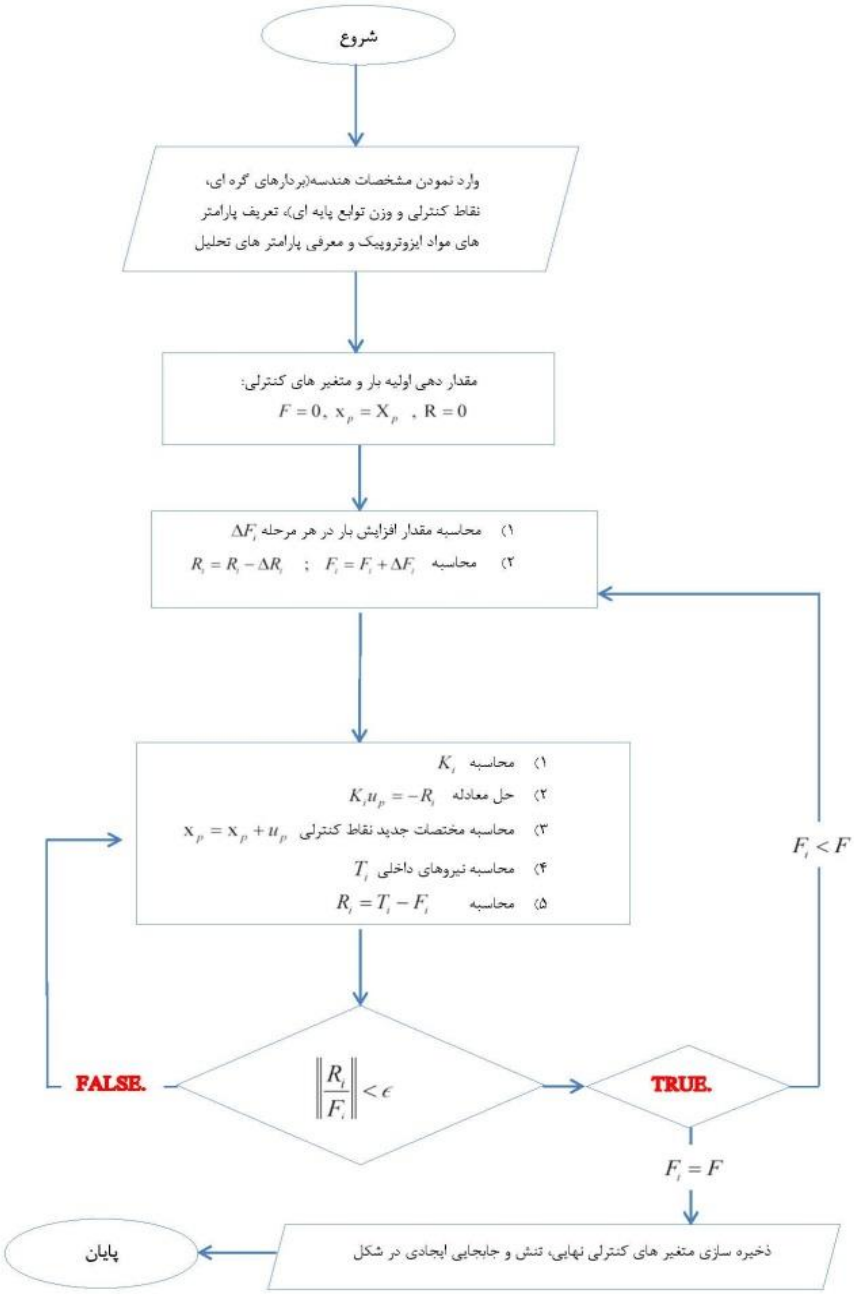
$$\mathbf{x}_p = \mathbf{x}_p + \mathbf{u}_p$$

د) محاسبهٔ نیروهای داخلی $\mathbf{T}_i$

ه) محاسبهٔ باقی‌مانده $\mathbf{R}_i = \mathbf{T}_i - \mathbf{F}_i$

٤. اتمام حلقهٔ همگرایی.

۵. اتمام حلقهٔ سری افزایشی بار.



شکل ۱ الگوریتم روش تحلیل ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیتهٔ تراکم‌پذیر

ارائهٔ مثال‌ها

در این بخش ابتدا با ارائهٔ یک مثال در مورد مسائل هایپرالاستیک تراکم‌پذیر با تغییرشکل‌های بزرگ، به مقایسهٔ جواب روش ایزوژئومتریک براساس الگوریتم ارائه شده IGLAGSHYP در این مقاله با نتیجهٔ روش اجزای محدود، که با استفاده از کد آکادمیک FLAGSHYP به‌دست آمده است، می‌پردازیم [17]. در ادامه به‌منظور بررسی اثر تعداد نقاط گوسی و تعداد تقسیمات بار دو مثال دیگر ارائه می‌شود. در این تحقیق از مصالح نئو–هوکین تراکم‌پذیر با تابع انرژی

کرنشی و پارامترهای به قرار زیر استفاده شده است که در آن، ρ چگالی مصالح و μ و λ ضرایب لازمه می‌باشند.

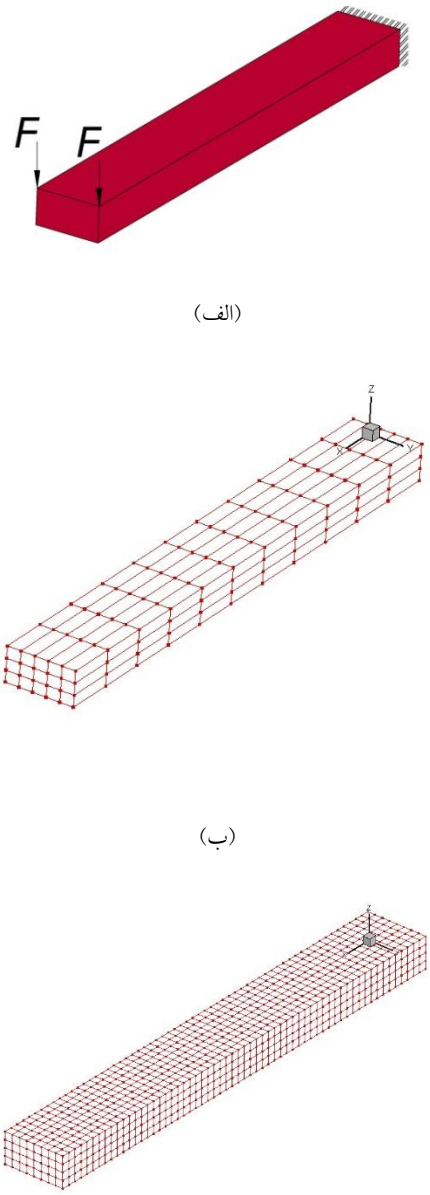
$$\begin{cases}\psi(C)=\frac{\mu}{2}(I_C-3)-\mu\ln J+\frac{\lambda}{2}(\ln J)^2\\ \rho=0\ ;\ \mu=100\ ;\ \lambda=100\end{cases}$$

مثال ۱- مدل‌سازی تیر طره تحت اثر بار در انتها. مدل تحلیلی ارائه‌شده در این مسئله، یک مکعب‌مستطیل با طول ۱۵، عرض ۲ و ارتفاع واحد می‌باشد. شرایط هندسی، بارگذاری و تکیه‌گاهی در شکل (۲) نشان داده شده است. بارگذاری در ۱۰ مرحله با تلرانس همگرایی $\epsilon=1\times10^{-10}$ به‌صورت سری افزایشی بر جسم وارد می‌شود. در روش اجزای محدود، از ۱۹۲۰ المان‌های هشت‌گره‌ای شش‌وجهی و ۲۷٤۵ گره و برای انتگرال‌گیری در هر المان از ۸ نقطهٔ گوسی استفاده شده است. در روش ایزوژئومتریک از توابع پایه بی‌اسپلاین درجه دو $(p=q=r=2)$ برای تقریب هندسه و توابع مجهول استفاده شده و بردارهای گره‌ای به‌صورت زیر درنظر گرفته شده‌اند.

$$\xi=\{0,0,0,0.1,0.2,0.3,0.4,\\ 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1,1,1\}$$
$$\eta=\{0,0,0,0.25,0.5,0.75,1,1,1\}$$
$$\zeta=\{0,0,0,0.5,1,1,1\}$$

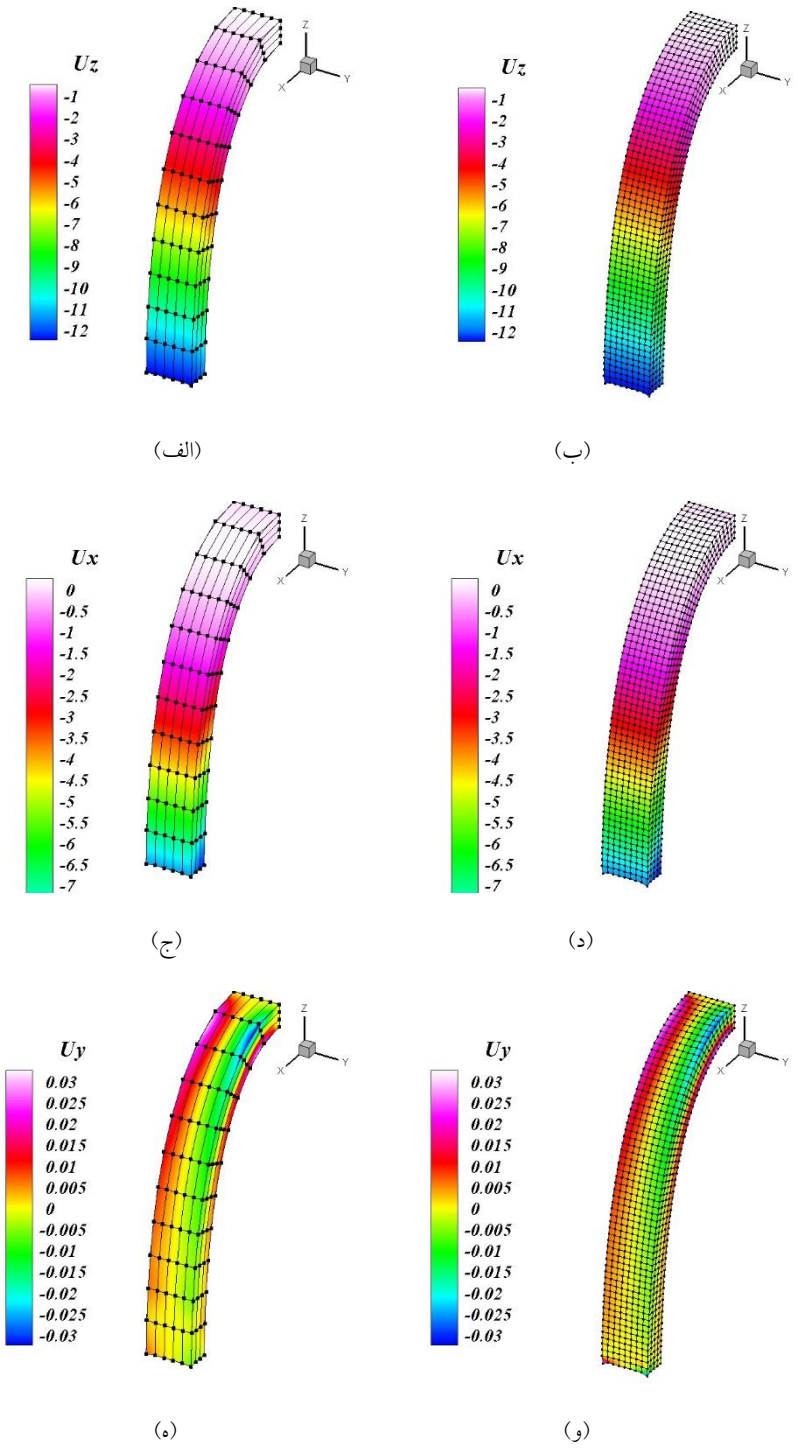
برای انتگرال‌گیری در هر المان گره‌ای از ٦٤ نقطهٔ گوسی استفاده شده است. با در نظر داشتن رابطهٔ $m=n+p+1$ تعداد نقاط کنترلی در هر راستا به‌صورت زیر است.

$$P_\xi=12\ ;\ P_\eta=6\ ;\ P_\zeta=4\ ;\ P_{totall}=288$$



شکل ۲ تعریف مثال ۱- الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی، ب) شبکهٔ کنترلی در روش ایزوژئومتریک و ج) مش‌بندی اولیه در روش اجزای محدود

نتایج حاصل از حل ایزوژئومتریک و اجزای محدود در شکل‌های (۳ و ٤) و نیز جدول (۱) ارائه شده است.

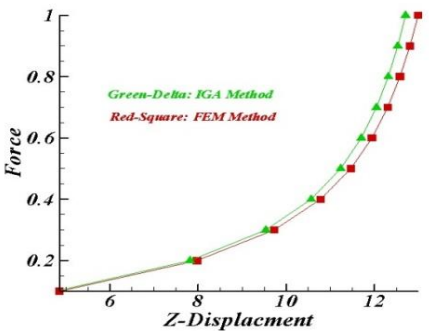


(الف) (ب)

(ج) (د)

(ه) (و)

شکل ۳ (الف) کانتور جابه‌جایی در راستای Z در روش ایزوژئومتریک به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته، (ب) کانتور جابه‌جایی در راستای Z در روش اجزای محدود، (ج) کانتور جابه‌جایی در راستای X در روش ایزوژئومتریک به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته، (د) کانتور جابه‌جایی در راستای X در روش اجزای محدود، (ه) کانتور جابه‌جایی در راستای Y در روش ایزوژئومتریک به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته، (و) کانتور جابه‌جایی در راستای Y در روش اجزای محدود.



شکل ٤ نمودار بار- جابه‌جایی در نقطهٔ اعمال بار مربوط به مثال ١

جدول ١ نسبت تغییرات حجم آغازین و پایانی در روش اجزای محدود و ایزوژئومتریک مربوط به مثال ١

	حجم اولیه (متر مکعب)	حجم پایانی (متر مکعب)	نسبت تغییر حجم (J)
روش اجزای محدود	30.000000	30.037631	1.00125
روش ایزوژئومتریک	30.000000	30.037242	1.00124

باتوجه‌به نتایج ارائه‌شده در این مثال ملاحظه می‌شود که استفاده از روش اجزای محدود باعث ایجاد دستگاه معادلات بزرگتر و درنتیجه حجم محاسباتی بالاتر شده است. همچنین بادقت در شکل تغییرشکل‌یافتهٔ مسئله، به‌ویژه در انتهای تیر طره، نیاز به فرآیند مش‌بندی مجدد نیز قابل مشاهده می‌باشد. به‌نظر می‌رسد علت این بهبود استفاده از توابع پایه با قابلیت انعطاف بالا در ایجاد هندسه مدل در روش ایزوژئومتریک است.

مثال ٢- مسئلهٔ نیم‌مخروط ناقص تحت فشار خارجی. دراین مسئله به بررسی تأثیر نقاط گوسی در همگرایی جواب پرداخته شده است. مدل هندسی ارائه‌شده در این مسئله یک نیم‌مخروط ناقص با شعاع متوسط ابتدائی ٢/٩، انتهائی ٠/٩، ضخامت ٠/٢ و ارتفاع ٦ می‌باشد. شرایط هندسی، بارگذاری و تکیه‌گاهی در شکل (٥) نشان داده شده است. بار در ٢٠٠ مرحله با مقدار همگرایی $\epsilon = 1\times10^{-10}$ به‌صورت سری افزایشی برجسم وارد می‌شود. از توابع پایه نربز درجه دو $(p=q=r=2)$ برای تقریب هندسه و توابع مجهول استفاده شده و بردارهای گره‌ای به‌صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

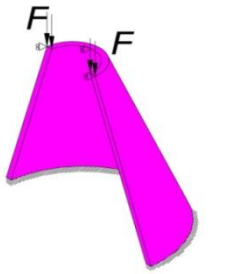
$\xi=\{0, 0, 0, 0.5, 0.5, 1, 1, 1\}$

$\eta=\{0, 0, 0, 1, 1, 1\}$, $\zeta=\{0, 0, 0, 1, 1, 1\}$

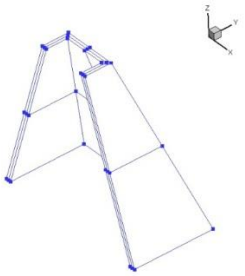
برای انتگرال‌گیری در هر المان گره‌ای از A_i^3 نقطهٔ گوسی استفاده شده است که A_i تعداد گوسی در هر راستا می‌باشد. به‌منظور بررسی اثر نقاط گوسی بر جواب مسئله $A_i = 3,4,6$ درنظر گرفته شده است. بااستفاده از رابطهٔ $m=n+p+1$ تعداد نقاط کنترلی به‌صورت زیر است.

$P_\xi=5$; $P_\eta=3$; $P_\zeta=3$; $P_{totall}=45$

مقدار وزن توابع نربز درنظر گرفته‌شده برای این مثال باتوجه‌به شکل (٥-ب) در گوشه‌ها برابر ٠/٧٠٧ می‌باشد.



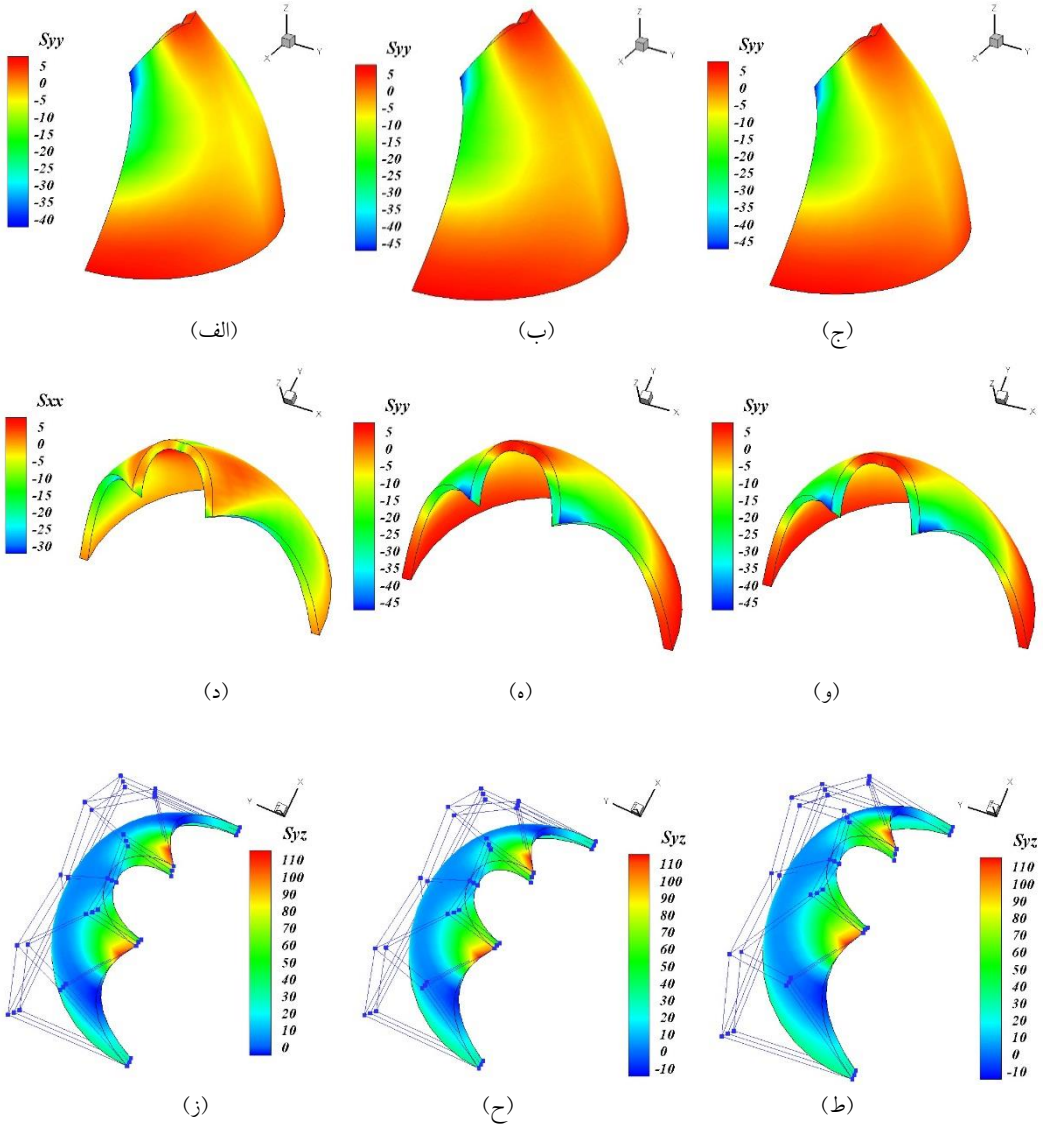
(الف)



(ب)

شکل ٥ تعریف مسئلهٔ ٢ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب) شبکهٔ کنترلی در روش ایزوژئومتریک

نتایج در شکل (٦) نشان داده شده است.



شکل ٦ (الف) کانتور تنش σ_{yy} با ۲۷ نقطهٔ گوسی (ب) کانتور تنش σ_{yy} با ٦٤ نقطهٔ گوسی (ج) کانتور تنش σ_{yy} با ۲۱٦ نقطهٔ گوسی (د) کانتور تنش σ_{xx} با ۲۷ نقطهٔ گوسی (ه) کانتور تنش σ_{xx} با ٦٤ نقطهٔ گوسی (و) کانتور تنش σ_{xx} با ۲۱٦ نقطهٔ گوسی (ز) کانتور تنش τ_{xz} با ۲۷ نقطهٔ گوسی به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته (ح) کانتور تنش τ_{xz} با ٦٤ نقطهٔ گوسی به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته (ط) کانتور تنش τ_{xz} با ۲۱٦ نقطهٔ گوسی به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته

باتوجه‌به استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی در نقاط گوسی، یافتن تعداد نقاط گوسی بهینه در هر راستا بدون کاهش در دقت جواب مسئله باعث افزایش سرعت حل و کاهش زمان محاسبات می‌گردد. نتایج ارائه شده در این مثال نشان می‌دهد با مرتبهٔ چندجمله‌ای $(p=q=r=2)$ انتخاب ٤ نقطهٔ گوسی در هر راستا مناسب است.

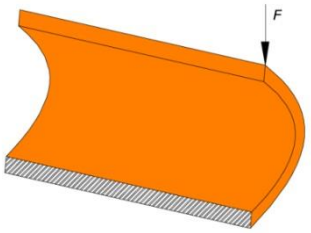
مثال ۳- مدل‌سازی صفحهٔ خمیده تحت فشار خارجی. دراین مسئله به بررسی تأثیر تعداد تقسیمات بار در همگرایی جواب پرداخته شده است. مدل تحلیلی ارائه‌شده در این مسئله یک صفحهٔ خمیده با شعاع تقریبی متوسط ۹، ضخامت ۱ و طول ۱۸ می‌باشد. شرایط هندسی، بارگذاری و تکیه‌گاهی در شکل (۷) نشان داده شده است. بار در مرحلهٔ A با

مقدار همگرایی $\epsilon = 1\times10^{-10}$ به‌صورت سری افزایشی بر جسم وارد می‌شود. به‌منظور بررسی اثر تعداد تقسیمات بار بر جواب مسئله $A=10,20,50,100$ درنظر گرفته شده است. از توابع پایهٔ ب- اسپلاین درجهٔ $(p=q=r=2)$ برای تقریب هندسه و توابع مجهول استفاده شده و بردارهای گره‌ای به‌صورت زیر درنظر گرفته شده‌اند.

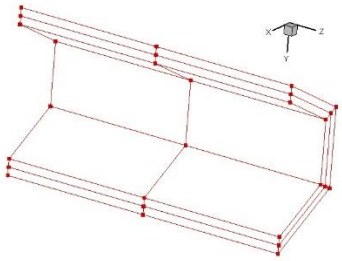
$$\xi=\{0, 0, 0, 0.5, 0.5, 1, 1, 1\}$$
$$\eta=\{0, 0, 0, 1, 1, 1\} \quad \zeta=\{0, 0, 0, 1, 1, 1\}$$

برای انتگرال‌گیری در هر المان گره‌ای از ٦٤ نقطهٔ گوسی استفاده شده است. بااستفاده از رابط $m=n+p+1$ تعداد نقاط کنترلی در هر راستا به‌صورت زیر است.

$$P_\xi = 4 \; ; \; P_\eta = 3 \; ; \; P_\zeta = 3 \quad ; \quad P_{totall} = 36$$



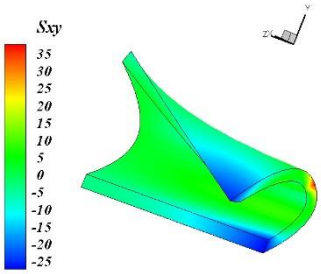
(الف)



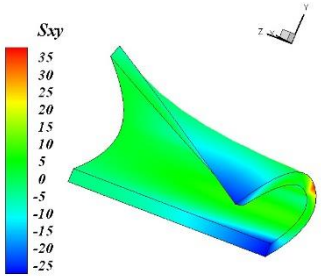
(ب)

شکل ۷ تعریف مسئلهٔ۳ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب) شبکهٔ کنترلی در روش ایزوژئومتریک

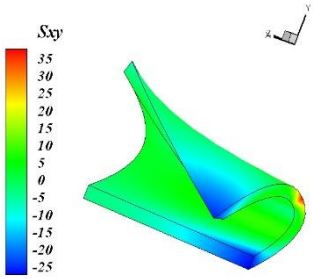
نتایج در شکل (۸ و ۹) ارائه شده است.



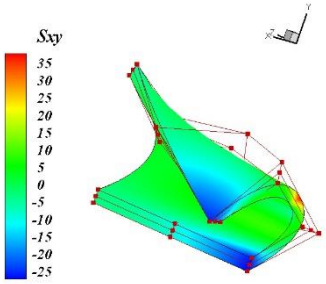
(الف)



(ب)

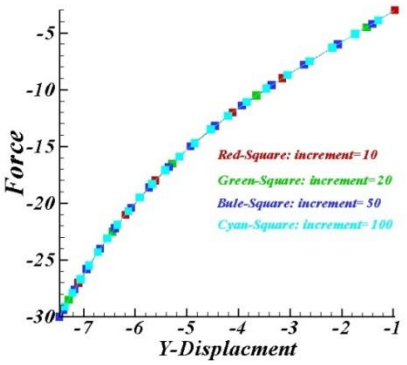


(ج)



(د)

شکل ۸ (الف) کانتور تنش τ_{xy} با تعداد تقسمات بار=۱۰ (ب) کانتور تنش τ_{xy} با تعداد تقسمات بار=۲۰ (ج) کانتور تنش τ_{xy} با تعداد تقسمات بار=۵۰ (د) کانتور تنش τ_{xy} با تعداد تقسیمات بار= ۱۰۰ به‌همراه شبکهٔ کنترلی تغییریافته



شکل ۹ نمودار بار-جابه‌جایی در نقطهٔ اعمال بار مربوط به مثال ۳

باتوجه‌به نتایج ارائه‌شده در این مثال در مسائل هایپرالاستیسیتهٔ تراکم‌پذیر جواب نهایی مستقل از تعداد تقسیمات بار می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به کاربرد روش تحلیلی ایزوژئومتریک جهت فرمول‌بندی مسائل غیرخطی با تغییرشکل‌های بزرگ الاستیک تراکم‌پذیر که به‌عنوان مسائل هایپرالاستیسیته شناخته می‌شوند، پرداخته شده است. بدین‌منظور جهت استخراج ماتریس ضرایب با بهره‌گیری از مفهوم ایزوژئومتریک، پس از خطی‌سازی روابط حاکم بر این دسته از مسائل، معادلات تعادل در فرم گسسته‌شدهٔ آن نوشته شد و الگوریتمی برای تحلیل این دسته از مسائل معرفی گردید. جهت بررسی و صحت نتایج ارائه‌شده در مسائل هایپرالاستیسیتهٔ تراکم‌پذیر نتایج روش اجزای محدود و روش ایزوژئومتریک با یکدیگر مقایسه شد. باتوجه‌به نتایج ارائه‌شده، روش ایزوژئومتریک درمقایسه‌با روش اجزای محدود به دستگاه معادلات کوچکتری منجر شده و وابستگی جواب مسئله به شبکهٔ المان‌ها و درنتیجه نیاز به تولید مجدد مش را تا حدود بسیار زیادی منتفی می‌نماید. باتوجه‌به استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی در نقاط گوسی، یافتن تعداد نقاط گوسی بهینه در هر راستا بدون کاهش در دقت جواب مسئله باعث افزایش سرعت حل و کاهش زمان محاسبات می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد با مرتبهٔ چندجمله‌ای $(p=q=r=2)$ انتخاب ٤ نقطهٔ گوسی در هر راستا مناسب است. به‌علاوه نشان داده شد که در مسائل هایپرالاستیسیته جواب نهایی مستقل از تعداد تقسیمات بار می‌باشد.

واژه‌نامه

ایزوژئومتریک	Isogeometric
ب- اسپلاین	Bspline
تابع انرژی کرنشی	Strain energy function
تراکم‌پذیر	Compressible
گرادیان تغییرشکل	Deformation gradient
نربز	Nurbs
نقاط کنترلی	Control point
هایپرالاستیسیته	Hyperelasticity
فضای فیزیکی	Physical space
فضای پارامتری	Parameter space

مراجع

1. Tuner, M.J., Drill, E.H., Martin, H.C. and Melosh, R.J., "Large deflection of structures subject to heating and external load", *Journal Aerospace Sciences.*, Vol. 27, pp. 97-106, (1960).
2. Kapur, W.W. and Hartz, B.J., "Stability of plates using the finite element method", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 92, pp. 177-195, (1966).
3. Gallagher, R.J. and Padlog, J., "Discrete element approach to strucural stability", ", *Journal of*

Aeronautics & Astronautics , Vol. 1, No. 6, pp. 1437-1439, (1963).
4. Gallagher, R.J., Gellatly, R.A., Padlog, J. and Mallet, R.H., "A discrete element procedure for thin shell instability analysis", *Journal of Aeronautics & Astronautics*, Vol. 5, No. 1, pp. 138-145, (1967).
5. Holand, I. and Moan, T., "The finite element in plate buckling", Finite Element Methods in Stress Analysis, (1969).
6. Argyris, J.H., "*Recent Advance in Matrix Method of Structure Analysis*, *Progress in Aeronautical Sciences*, (1964).
7. Argyris, J.H.,"Countinua and discountinua", Proc, conf, Matrix Methods in Struct, mech, *Air Force Institute of Technology*, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, Octobr (1965).
8. Oden, J.T., "Numerical Formulation of non-linear elasticity problems", *Journal of the Structural Division*, Vol. 93, pp. 5290, (1967).
9. Mallet, R.H. and Marcal, P.V., "finite element analysis of non-linear structures", *Journal of the Structural Division*, Vol. 94, pp. 2081-2105, (1968.)
10. Oden, J.T., "Finite elemnt application in non-linear structural analysis", Proc, Conf, on Finite elemnt Meth, Vanderbilt University Tennessee, 18 November (1969).
11. Haisler, W.E., Stricklin, J.E. and Stebbins, F.J., "Development and evaluation of solution procedures for geometrically non-linear structural analysis by the discrete stiffnes method", AIAA/ASME, 12th structure, Structural Dynamics & Materials Conf, Anaheim, californa, 24 April (1971).
12. Zinckiewicz, O.C.,"*The Finite Element in Engeneering Science*", Mc Graw-Hill, London, (1971).
13. Brebbia, C. and Connor, J., "Geometrically non-linear finite element analysis", *Journal of the Structural Division*, pp. 6516, (1969).
14. Crisfield, M.A., "*Nonlinear finite element analysis of solids and structures*", Vol. I & Vol. II, John Wiley & Sons, (1991).
15. Belytschko, T., Liu, W.K. and Moran, B., "*Nonlinera Finite Element for Countinua and Structures*", John Wiley & Sons, (2000).
16. Zinkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., "The finite element method, Vol. II, 5nd edition", McGraw Hill, (2000).
17. Bonet, J. and Wood, R.D., "*Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, 2nd edition", Cambridge University Press, (2008).
18. Wriggers, P.," *Nonlinear finite element methods*", Springer, (2008).
19. Qiang, Z. and Qing-Sheng, Y., "Effects of large deformation and material nonlinearity on spherical indentation of hyperelastic soft materials", *Mechanics Research Communications*, Vol. 84, pp. 55-59, (2017).
20. Clayton J.D , "Geometry of nonlinear elastic solids with internal structure", *Journal of Geometry and Physics*, Vol. 112, pp. 118-146, (2017).
21. Piegel, L. and Wayne, T., "*The Nurbs Book, 2nd edition*", Springer,(1996).
22. Rogers, D.F., "*An Introduction to NURBS with Historical Perspective*", Morgan Kaufmann Publishers, (2001).
23. Hughes, T.J.R., Cottrell, J.A. and Bazilevs, Y., "Isogeometric analysis: Cad, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, pp. 4135–4195, (2005).
24. Penter, P.M., "*Splines and Variational Methods*", John Wiley & Sons, (1989).
25. Hölling, K.," Finite elemnt methods with B-Splines", Society for industrial and applied mathematics Philadelphia, (2003).
26. Kadapa, C., Dettmer, W.G. and Perić, D., "Subdivision based mixed methods for isogeometric analysis of linear and nonlinear nearly incompressible materials", *Computer Methods in Applied*

Mechanics and Engineering, Vol. 305, pp. 241-270, (2016).

27. Nguyen, X., Atroschchenko, E. and nguyen, H., "Geometrically nonlinear isogeometric analysis of functionally graded microplates with the modified couple stress theory", *Computers & Structures*, Vol. 193, pp. 110-127, (2017).
28. Bauer, A.M., Breitenberger, M., Philipp, B., Wüchner, R. and Bletzinger, K.-U., "Nonlinear isogeometric spatial Bernoulli beam", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 303, pp. 101-127, (2016).
29. Antolin, P., Bressan, A., Buffa, A. and Sangalli, G., "An isogeometric method for linear nearly-incompressible elasticity with local stress projection", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 316, pp. 694-719, (2017).
30. Cottrell, J.A., Hughes, T.J.R. and Bazilves, Y., "*Isogeometric Analysis: toward integration of CAD and FEA*", John Wiley& Sons, (2009).
31. Bazilevs, Y., Beirao, L., Cottrell, J., Hughes, T.J.R. and Sangalli, G.," Isogeometric analysis: approximation, stability and error estimates for h-refined meshes", *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Vol. 16, pp. 1031–1090, (2006).
32. Bazilevs, Y., Calo, V., Cottrell, J., Hughes, T., Reali, A. and Scovazzi, G.," Variational multiscale residual-based turbulence modeling for large eddy simulation of incompressible flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, pp. 173–201, (2007).
33. Bazilevs, Y., Calo, V.M., Zhang, Y. and Hughes, T.J.R., "Isogeometric fluid structure interaction analysis with applications to arterial blood flow", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 38, No. 4, pp. 310–322, (2006).
34. Cottrell, J.A., Reali, A., Bazilevs, Y. and Hughes, T.J.R., "Isogeometric analysis of structural vibrations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 5257–5296, (2006).
35. Elguedj, T., Bazilevs, Y., Calo, V.M. and Hughes, T.J.R., " $\bar{B}$ and $\bar{F}$ projection methods for nearly incompressible linear and non-linear elasticity and plasticity using higher-order NURBS elements", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, pp. 2732-2762, (2008).
36. Hassani, B. and Moghadam, N.Z., "Development of a new numerical method for solution of ordinary differential equations by using spline basis functions", *Technical Report*, No. 1015, *Shahrood University of Technology*, Iran, (2009), (In Farsi).
37. Hassani, B., Moghaddam, N.Z. and Tavakkoli, S.M.," Isogeometric solution of Laplace equation", *Asian Journal of Civil Engineering*, Vol. 10, No. 5, pp. 579-592, (2009).

تحلیل عددی ته‌نشینی ذرات داخل اتاق بااستفاده‌از مدل ادی‌های بزرگ بر پایهٔ روش شبکهٔ بولتزمن*

حسن سجادی[۱] مازیار سلمان‌زاده[۲] گودرز احمدی[۳] سعید جعفری[٤]

چکیده *در این مقاله ته‌نشینی ذرات با اندازه‌های مختلف (۱۰ نانومتر تا ۱۰ میکرومتر) داخل اتاق با استفاده از مدل ادی‌های بزرگ و زمان آرامش چندگانه بر پایهٔ روش شبکهٔ بولتزمن مورد بررسی قرار گرفته است و اثر نیروهای بویانسی، درگ و برونین بر روی ته‌نشینی ذرات بر روی دیواره‌های مختلف اتاق اداری تحلیل شد. برای مدل کردن ادی‌های کوچک از مدل بهبودیافته اسماگورنسکی استفاده شد. برای بررسی ته نشینی ذرات داخل اتاق، تعداد ۱٤٤ ذره در هر بازه زمانی ۰/۰۵ ثانیه از دریچه ورودی جریان به داخل اتاق تزریق شد و بعد از گذشت ۳۰ ثانیه تزریق ذره متوقف گردید، در مجموع ۸٦٤۰۰ ذره وارد اتاق شد. نتایج به‌دست آمده نشان دادند که روش عددی مورد استفاده همخوانی خوبی با روش‌های عددی و آزمایشگاهی گذشته دارد. تعداد ذرات ته‌نشین شده بر روی دیواره‌های مختلف اتاق بر حسب زمان محاسبه گردید و مشاهده شد که تعداد ذرات ته‌نشین شده به مرور زمان افزایش می‌یابد و ته‌نشینی ذرات با اندازه بزرگتر بیشتر می‌باشد. تراکم ذرات داخل اتاق بر حسب زمان نشان داده شد. لحظه شروع تزریق ذرات به داخل اتاق، تراکم آنها در ناحیه ورودی بیشتر می‌باشد و به مرور زمان تراکم در نواحی دور از ورودی جریان افزایش می‌یابد. نتایج به‌دست آمده از این پژوهش در طراحی سیستم‌های تهویه مطبوع اتاق‌های اداری و بیمارستانی کاربرد قابل توجهی خواهد داشت.*

واژه‌های کلیدی روش شبکهٔ بولتزمن، مدل حل ادی‌های بزرگ، پخش و ته‌نشینی ذرات، مدل بهبودیافته اسماگورنسکی.

Numerical Investigation of Particle Deposition in a Room using Large Eddy Simulation based on Lattice Boltzmann Method

H. Sajjadi M. Salmanzadeh G. Ahmadi S. Jafari

Abstract *In this paper the Multi Relaxation Time Lattice Boltzmann Method in conjunction with the Large Eddy Simulation model was used to study the particle deposition in a room with various diameters (10nm-10μm)and the effect of buoyancy, drag and Brownian forces to particle deposition on the different walls of the room has been investigated. The sub-grid scale turbulence effects were simulated through a shear-improved Smagorinsky model. To simulate the particle deposition in the room, the particle injection process was initiated with 144 particles injected uniformly at the inlet with the same velocity as the airflow at every 0.05s; particle injection was stopped after 30s. Therefore, a total of 86400 particles were injected into the room. The present simulation results for the airflow showed good agreement with the experimental data and the earlier numerical results. The simulated results for particle dispersion and deposition showed that the numbers of deposited particles on the walls increases by augmentation of the time. When the particle injection started the concentration in the inlet jet region is more than other zones and that increases in the region far from the inlet by time. Present results will be interesting for designing air condition systems in the office and hospitals rooms.*

Key Words Lattice Boltzmann Method, Large Eddy Simulation, Particle Deposition, Shear Improved Smagorinsky Model.

★تاریخ دریافت مقاله ۹٦/۸/۲٦ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۵/۱۳ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.68789

(۱) نویسندهٔ مسئول: استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بجنورد. h.sajjadi@ub.ac.ir

(۲) دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهیدباهنر کرمان.

(۳) استاد، دانشکده مهندسی، دانشگاه کلارکسون، امریکا.

(٤) دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهیدباهنر کرمان.

مقدمه

به‌دلیل گذراندن عمدهٔ وقت انسان‌ها درمحیط داخل ساختمان، بحث هوای داخل اتاق بسیار مهم‌تر از هوای خارج می‌باشد زیرا کیفیت هوای داخل اتاق بر سلامتی انسان‌ها تأثیرگذار است. در ساختمان‌های مدرن امروزی دستگاه‌های مختلفی برای تأمین هوای مورد نیاز اتاق‌ها استفاده می‌شود که این مسئله مقدار زیادی انرژی نیز مصرف می‌کند؛ به‌همین دلیل بررسی هوای داخل اتاق از نظر انرژی نیز حائز اهمیت می‌باشد. جریان داخل اتاق به‌دلیل این‌که شامل جریان جابه جایی آزاد، اجباری و یا هر دو می‌باشد از پیچیدگی خاصی برخوردار است [1]. بررسی آزمایشگاهی این‌گونه جریان‌ها پرهزینه می‌باشد و به‌همین دلیل شبیه‌سازی‌های عددی از جذابیت خاصی بین محققین برخوردار است [2].

برای حل جریان مغشوش روش‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از روش‌هایی که امروزه بسیار مورد توجه می‌باشد مدل ادی‌های بزرگ می‌باشد. در روش ادی‌های بزرگ معادلات نسبت به فواصل بسیار کوچک انتگرال‌گیری می‌شود و درنتیجه اغتشاشات بسیار کوچک که مربوط به ادی‌های کوچک در جریان می‌باشد از معادلات حذف می‌گردند. معادلات به‌دست‌آمده معرف رفتار ادی‌های بزرگ در جریان می‌باشند. اثرات ادی‌های کوچک بر روی ادی‌های بزرگ از طریق مدل کردن آنها در معادلات منظور می‌گردد [3].

در دههٔ اخیر روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی جریان سیال مورد توجه بسیاری از مهندسین قرار گرفته است. برخلاف روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی مرسوم، روش شبکهٔ بولتزمن بر پایهٔ مدل میکروسکوپیک و معادلهٔ جنبشی مزوسکوپیک استوار است [4-6] که مجموعهٔ رفتار ذرات در یک سیستم، برای شبیه سازی مکانیک پیوسته به‌کار گرفته می‌شود. در روش شبکهٔ بولتزمن، کلیهٔ محاسبات صریح بوده و نیاز به حل هیچ دستگاهی از معادلات نمی‌باشد. به‌دلیل ماهیت موضعی محاسبات، این روش به‌سادگی قابلیت موازی‌شدن را دارد [7]. همچنین به‌دلیل سهولت اعمال شرایط مرزی، برای حل مسائلی که دارای هندسهٔ پیچیده می‌باشند کاربرد فراوانی دارد [8].

کرافزیک و همکاران در سال ۲۰۰۳ [9] جریان مغشوش را بااستفاده‌از روش شبکهٔ بولتزمن و مدل ادی های بزرگ و زمان آرامش چندگانه تحلیل نمودند و نشان دادند که پایداری این روش بیشتر از زمان آرامش ثابت می‌باشد؛ همچنین آنها از مدل استاندارد اسماگورنسکی استفاده نمودند. پرمنات و همکاران در سال ۲۰۰۹ [10] جریان مغشوش داخلی را با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن و مدل ادی‌های بزرگ حل نمودند. آنها نیز اثر ادی های کوچک‌تر از شبکه را با استفاده از مدل استاندارد اسماگورنسکی لحاظ کردند. جعفری و رهنما در سال ۲۰۱۱ [7] جریان داخل کانال را با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن و ادی‌های بزرگ تحلیل کردند. آنها از مدل بهبودیافتهٔ اسماگورنسکی برای مدل‌کردن ادی‌های کوچک استفاده نمودند و نشان دادند که نتایج این مدل با نتایج حل مستقیم عددی همخوانی بهتری نسبت به مدل استاندارد اسماگورنسکی دارد.

با توجه به اهمیت بحث ته‌نشینی و انتقال ذرات در جوامع امروزی در سه دههٔ اخیر این موضوع مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. سلمان‌زاده و همکاران در سال ۲۰۱۰ [11] جریان مغشوش داخل کانال را بااستفاده‌از مدل ادی‌های بزرگ تحلیل کردند و اثر ادی های کوچک‌تر از شبکه را بر سرعت ته‌نشینی بررسی نمودند. آنها نشان دادند که سرعت نوسانی ناشی از ادی‌های کوچکتر از شبکه بر ته نشینی ذرات کوچک تأثیر مهمی دارد ولی برای ذرات بزرگ اهمیت زیادی ندارند.

جعفری و همکاران در سال ۲۰۱۰ [12] جریان داخل یک کانال با یک مانع مربعی را بااستفاده‌از روش

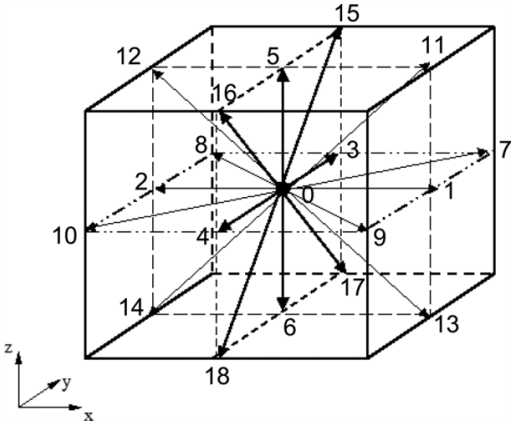
شبکهٔ بولتزمن تحلیل کردند. آنها ته‌نشینی و انتشار ذرات را برای این هندسه بااستفاده‌از نتایج به‌دست‌آمده از روش شبکهٔ بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که روش شبکهٔ بولتزمن میدان جریان را به‌خوبی حل کرده و رفتار ذرات به‌خوبی قابل‌بررسی می‌باشد. دینگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ [13] ته‌نشینی و انتقال ذرات داخل یک اتاق را بااستفاده‌از روش شبکهٔ بولتزمن و زمان آرامش چندگانه مورد بررسی قرار دادند. آنها نتایج به‌دست آمده برای جریان و ذرات بااستفاده‌از روش شبکهٔ بولتزمن را با نتایج نرم‌افزار فلوئنت مقایسه کردند و نشان دادند که نتایج همخوانی خوبی دارند. ثمری و همکاران در سال ۲۰۱٤ [14] جریان مغشوش داخل کانال را با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن و مدل بهبودیافتهٔ اسماگورنسکی حل کردند و ته‌نشینی ذرات با اندازه‌های مختلف را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که این روش قادر است سرعت ته‌نشینی ذرات را با دقت قابل‌قبولی محاسبه نماید.

سجادی و همکاران [15] پخش ذرات داخل اتاق مدل‌شده‌ای را با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن مورد بررسی قرار دادند ولی ته‌نشینی ذرات را تحلیل نکردند. هدف اصلی در این پژوهش بررسی چگونگی ته‌نشینی ذرات با قطرهای ۱۰ نانومتر تا ۱۰ میکرومتر بر دیواره‌های مختلف اتاق بااستفاده‌از روش شبکهٔ بولتزمن بر پایهٔ روش ادی‌های بزرگ و استفاده از مدل اسماگورنسکی بهبودیافته همچنین زمان آرامش چندگانه می‌باشد. در پژوهش حاضر اثر نیروهای مختلف از جمله نیروی گرانش، نیروی درگ و برونین بر ته‌نشینی ذرات نیز مدنظر قرار گرفت.

روش شبکهٔ بولتزمن بر پایهٔ مدل ادی‌های بزرگ

حل عددی برمبنای معادلهٔ بولتزمن به‌روش شبکهٔ بولتزمن معروف است که ابتدا در سال ۱۹۸٦ توسط فریش و همکارانش [16] پیشنهاد شد. در روش شبکهٔ بولتزمن تابع توزیع جریان (f)، برای به‌دست‌آوردن خواص ماکروسکوپیک جریان مانند سرعت، چگالی، فشار، و ... استفاده می‌شود. در این مقاله همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است از شبکهٔ D3Q19 استفاده گردید. بعد از گسسته‌سازی معادلات ناویر- استوکس معادلات حاکم برای توابع توزیع جریان با زمان آرامش چندگانه به‌صورت زیر می‌باشد:

$$f_i(x + c_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(x,t) - M_{ij}^{-1}.S_{jk}.[m_k(x,t) - m_k^{eq}(x,t)] \qquad (۱)$$



شکل ۱ بردارهای سرعت برای مدل D3Q19

پارامترهای موجود در معادلهٔ (۱) به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_i = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ c(\pm1,0,0), c(0,\pm1,0), c(0,0,\pm1) & i = 1-6 \\ c(\pm1,\pm1,0), c(\pm1,0,\pm1), c(0,\pm1,\pm1) & i = 7-18 \end{cases} \qquad (۲)$$

که M_{ij} ماتریس تغییرشکل می‌باشد و S_{ij} ماتریس نرخ آرامش می‌باشد و به‌صورت $S_{ij} = \mathrm{diag}(s_0, s_1, \ldots, s_{18})$ در نظر گرفته می‌شود که مقادیر آنها همچنین مقادیر m_k و m_k^{eq} در مراجع [17-20] داده شده‌اند.

برای به‌دست آوردن ν_t در این مقاله از مدل ادی های بزرگ و اسماگورنسکی بهبودیافته استفاده

گردید [7]. در این روش مقدار ν_t از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\vartheta_t = (C_s\Delta)^2(|S_{\alpha\beta}| - |\langle S_\Delta\rangle|) \quad (۳)$$

در رابطهٔ (۳) C_s ثابت اسماگورنسکی می‌باشد و برابر ۰/۱۶ در نظر گرفته شد [9]. همچنین $\Delta = (\Delta x\Delta y\Delta z)^{1/3}$. برای به‌دست آوردن $S_{\alpha\beta}$ داریم:

$$|S_{\alpha\beta}| = \sqrt{2S_{\alpha\beta}S_{\alpha\beta}} = \sqrt{2\left[S_{xx}^2 + S_{yy}^2 + S_{zz}^2 + 2(S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{xz}^2)\right]} \quad (٤)$$

$$S_{xx} = -\frac{1}{38\rho}\left[S_1 h_1^{neq} + 19S_9 h_9^{neq}\right] \quad (٥)$$

$$S_{yy} = -\frac{1}{76\rho}\left[2S_1 h_1^{neq} - 19(S_9 h_9^{neq} - 3S_{11}h_{11}^{neq})\right] \quad (٦)$$

$$S_{zz} = -\frac{1}{76\rho}\left[2S_1 h_1^{neq} - 19(S_9 h_9^{neq} + 3S_{11}h_{11}^{neq})\right] \quad (٧)$$

$$S_{xy} = -\frac{3}{2\rho}S_{13}h_{13}^{neq} \quad (٨)$$

$$S_{yz} = -\frac{3}{2\rho}S_{14}h_{14}^{neq} \quad (٩)$$

$$S_{xz} = -\frac{3}{2\rho}S_{15}h_{15}^{neq} \quad (١٠)$$

$$h_\alpha^{neq} = m_\alpha - m_\alpha^{eq} + \frac{1}{2}S_\alpha \quad (١١)$$

در نهایت مقادیر ماکروسکوپیک به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\rho(x,t) = \sum_i f_i(x,t)$$
$$\rho u(x,t) = \sum_i f_i(x,t)C_i \quad (١٢)$$

معادلهٔ حرکت ذره

معادلهٔ کلی حرکت ذرات به‌صورت معادلهٔ زیر می‌باشد:

$$\frac{du_i^p}{dt} = \frac{1}{\tau_p}\frac{C_D Re_p}{24}\left(u_i^f - u_i^p\right) + \left(1 - \frac{1}{S}\right)g_i + n_i(t) \quad (١٣)$$

در رابطهٔ (۱۳) $u_i^p = \frac{dx_i}{dt}$ و جزء اول نیروی درگ می‌باشد که:

$$\tau_p = \frac{sd^2C_c}{18\vartheta} \quad (١٤)$$

τ_p زمان آرمش ذره می‌باشد، S نسبت چگالی ذره به سیال می‌باشد و داریم:

$$C_c = 1 + \frac{2\lambda}{d}(1.257 + 0.4e^{\frac{-1.1d}{\lambda}}) \quad (١٥)$$

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \qquad Re_p < 1 \quad (١٦)$$

$$C_D = \frac{24}{Re_p}(1 + 0.15Re_p^{0.687}) \quad 1 < Re_p < 400 \quad (١٧)$$

$$Re_p = \frac{d|u_{rel}|}{\vartheta} \quad u_{rel} = u_j - u_j^p \quad (١٨)$$

در رابطهٔ (۱۳) جزء نیروی لیفت به‌دلیل ناچیز بودن حذف شده است [21,22]. جزء دوم بیانگر نیروی بویانسی می‌باشد که ناشی از گرانش زمین است. جزء آخر در رابطهٔ (۱۳) نیروی برونین می‌باشد که برای ذرات با سایز کوچک بااهمیت بوده و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [23]:

$$n_i(t) = \zeta_i\sqrt{\frac{\pi S_1}{\Delta t}} \quad (١٩)$$

که در این رابطه داریم: $S_1 = \frac{216\vartheta k_b T}{\pi^2\rho d^5 S_0^2 C_c}$

نتایج

جریان. با توجه به این موضوع که حل جریان داخل یک اتاق با اندازهٔ واقعی نیازمند صرف زمان و هزینهٔ بسیار بالا می‌باشد، معمولاً برای حل آزمایشگاهی باتوجه‌به تحلیل ابعادی از هندسه‌های کوچکتر استفاده می‌شود. در این قسمت نیز هندسهٔ مدل‌شدهٔ یک اتاق با نسبت ابعادی $\frac{1}{10}$ که دارای یک ورودی و خروجی بر روی سقف و همچنین یک پارتیشن به ارتفاع نصف ارتفاع اتاق در وسط آن می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج آزمایشگاهی و عددی این هندسه به‌ترتیب توسط پوسنر و همکاران در سال ۲۰۰۳ [24] و تیان و همکاران در سال ۲۰۰۶ [25] ارائه شده است. ابعاد هندسهٔ مورد بررسی همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، به‌ترتیب برابر ۰/۹۱٤، ۰/۳۰۵ و ۰/٤۵۷ متر در راستای X، Z و Y می‌باشد. جریان هوا به‌صورت عمودی از دریچهٔ ورودی در سقف وارد اتاق شده و از دریچهٔ خروجی خارج می‌شود. ابعاد دریچهٔ ورودی و خروجی یکسان و برابر ۰/۱۰۱×۰/۱۰۱ متر می‌باشد. عدد رینولدز جریان بر پایهٔ طول دریچه ورودی و سرعت جریان ورودی برابر با ۱٦۲۸ و چگالی هوا برابر ۱/۱۸ کیلوگرم بر مترمکعب و ویسکوزیتهٔ سیال برابر $۱/٤۸\times۱۰^{-۵}$ مترمربع بر ثانیه می‌باشد.

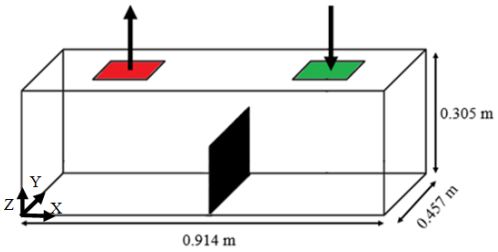
در پژوهش حاضر شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌های اتاق و پارتیشن در نظر گرفته شد، همچنین شرط مرزی ورودی سرعت برای دریچهٔ ورودی و فشار ثابت برای دریچهٔ خروجی استفاده شد. معادلات کلی حاکم بر مسئله در حالت بی‌بعد به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}+\frac{\partial W}{\partial Z}=0 \qquad (۲۰)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}+W\frac{\partial U}{\partial Z} =-\frac{\partial P}{\partial X}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right) \qquad (۲۱)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}+W\frac{\partial V}{\partial Z} =-\frac{\partial P}{\partial Y}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right) \qquad (۲۲)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}+U\frac{\partial W}{\partial X}+V\frac{\partial W}{\partial Y}+W\frac{\partial W}{\partial Z} =-\frac{\partial P}{\partial Z}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right) \qquad (۲۳)$$



شکل ۲ هندسهٔ اتاق مورد بررسی

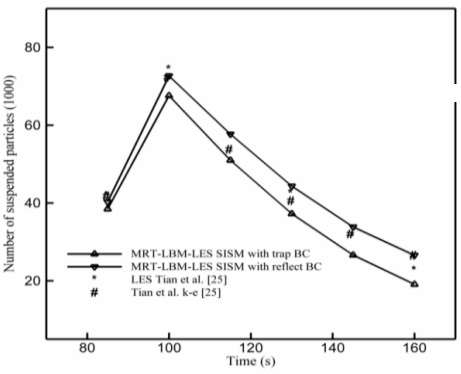
مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده از حل مدل LES بر پایهٔ روش شبکهٔ بولتزمن برای سرعت عمودی در امتداد یک خط عمود از وسط دریچه ورودی تا کف اتاق با نتایج آزمایشگاهی و عددی گذشته در شکل (٤) مرجع [18] توسط نویسندگان حاضر انجام شده است و نشان داده شد که نتایج مدل مورد استفاده در این مقاله با نتایج آزمایشگاهی همخوانی بسیار خوبی دارد و بهتر از روش‌های عددی گذشته می‌باشد. همچنین در شکل (۵) مرجع [15] مقایسهٔ سرعت عمودی در امتداد محور افقی در ارتفاع وسط پارتیشن از دیوارهٔ سمت چپ تا دیوارهٔ سمت راست انجام شد که نتایج به‌دست‌آمده همخوانی قابل‌قبولی را با نتایج آزمایشگاهی نشان داد.

یکی از مزیت‌های مهم مدل ادی‌های بزرگ توانایی این مدل در پیش‌بینی سرعت نوسانی و لحظه‌ای جریان می‌باشد. به‌منظور بررسی درستی حل حاضر در به‌دست آوردن سرعت لحظه‌ای، مقدار سرعت RMS در صفحه‌ای در وسط اتاق با حل عددی

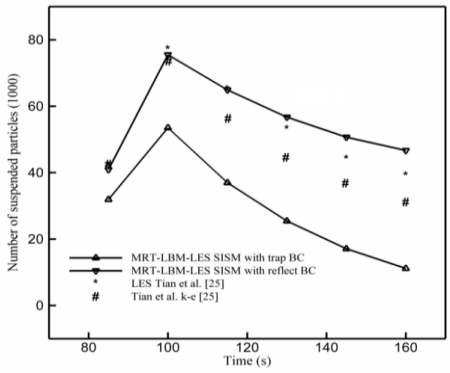
گذشته در شکل (٦) مرجع [15] مقایسه و نشان داده شد که روش مورد استفاده در این مقاله به‌خوبی قادر به پیش‌بینی سرعت نوسانی می‌باشد.

پخش و ته‌نشینی ذرات. برای بررسی رفتار ذرات داخل اتاق (هندسهٔ شکل ۲)، جابه‌جایی و نشست ذرات برای ٤ اندازهٔ مختلف (۱۰ و ۱۰۰ نانومتر، ۱و ۱۰ میکرومتر) مورد بررسی قرار می‌گیرد. به‌این‌منظور، بعد از گذشت ۷۰ ثانیه از ورود جریان به داخل اتاق، هر ۰/۰۵ ثانیه تعداد ١٤٤ ذره از دریچه ورودی به داخل اتاق تزریق شد. بعد از گذشت ۳۰ ثانیه تزریق ذره متوقف شد و در کل تعداد ٨٦٤٠٠ ذره به داخل اتاق وارد گردید. چگالی ذرات برابر ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شد. نتایج این قسمت با نتایج عددی ارائه شده توسط تیان و همکاران [25] مقایسه شده است؛ البته قابل ذکر می‌باشد که آنها نتایج رفتار ذرات را فقط برای اندازهٔ ۱ و ۱۰ میکرومتر ارائه کردند ولی از آنجایی که در این مقاله اثر نیروی برونین نیز لحاظ شده است و نیاز به بررسی ذره‌ها با اندازهٔ کوچکتر نیز می‌باشد و نتایجی برای این اندازه ذره در گذشته گزارش نشده است، برای اندازه‌های ۱۰ و ۱۰۰ نانومتر مقایسه‌ای انجام نشده است. تیان و همکاران [25] شرط مرزی بازتاب را برای ذراتی که با دیواره برخورد می‌کنند در نظر گرفتند، به‌همین‌دلیل در این مقاله به‌منظور مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده با نتایج آنها این شرط مرزی لحاظ گردید؛ اما از آنجایی که برای ذرات با اندازهٔ کوچک شرط مرزی بازتاب از لحاظ فیزیکی درست نمی‌باشد، شرط مرزی نشست نیز برای ذرات مورد بررسی قرار گرفت.

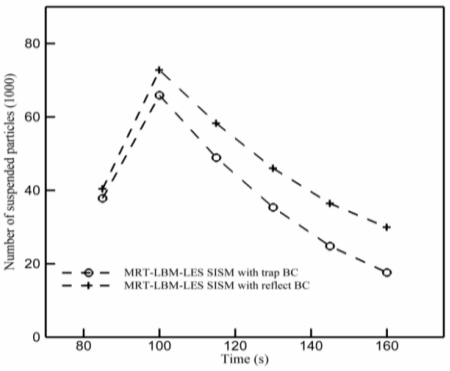
در شکل‌های (٦-۳) تعداد ذرات معلق در اتاق در زمان‌های مختلف و اندازه‌های متفاوت بااستفاده‌از جریان به‌دست‌آمده از مدل ادی‌های بزرگ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد نتایج همخوانی قابل قبولی با حل عددی گذشته دارد به‌طوری‌که مقدار خطای نتایج به‌دست‌آمده برای اندازهٔ ۱ میکرومتر نسبت به نتایج حاصل از مدل ادی‌های بزرگ گذشته [25] در زمان کمتر از ۱۲۰ ثانیه حدود ۳٪، در زمان ۱۳۰ ثانیه ٤/٤٪، در زمان ١٤٥ ثانیه ۷٪ و در زمان ١٦٠ثانیه برابر ١٦/٩٪ می‌باشد. همچنین برای اندازهٔ ۱۰ میکرومتر در زمان کمتر از ۱۲۰ ثانیه حدود ٤٪، در زمان ۱۳۰ ثانیه ٦/٩٪، در زمان ١٤٥ ثانیه ۱۵٪ و در زمان ١٦٠ثانیه برابر ۱۷/۵٪ می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با گذشت زمان تا ۱۰۰ ثانیه، لحظه‌ای که تزریق ذره متوقف می‌شود، تعداد ذرات داخل اتاق افزایش می‌یابد. بعد از لحظهٔ ۱۰۰ ثانیه باتوجه‌به این‌که دیگر ذره‌ای به داخل اتاق وارد نمی‌شود و ذرات موجود نیز از خروجی جریان خارج می‌شوند، تعداد ذرات داخل اتاق کاهش می‌یابد. همچنین نتایج نشان می‌دهند هنگامی که شرط مرزی نشست اعمال شود تعداد ذرات معلق در هوا به‌دلیل ته‌نشینی آنها و عدم بازگشت به محیط کاهش می‌یابد (شکل‌های ٦-۳).



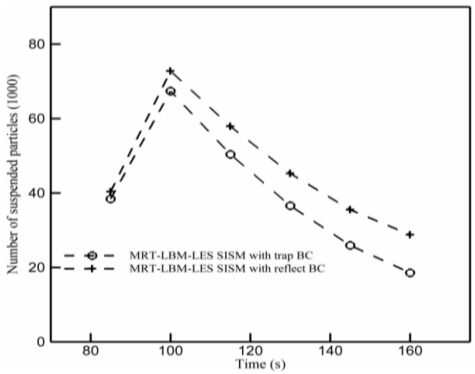
شکل ۳ مقایسهٔ تعداد ذرات معلق داخل اتاق نسبت به زمان برای ذره با اندازه ۱ میکرومتر با کار عددی مرجع [25]



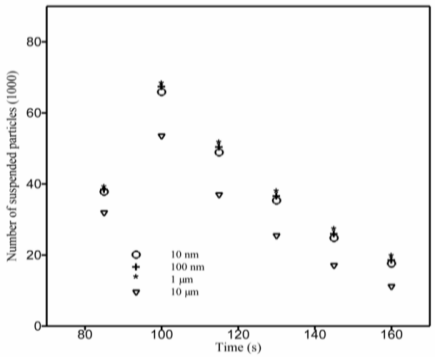
شکل ٤ مقایسهٔ تعداد ذرات معلق داخل اتاق نسبت به زمان برای ذره با اندازهٔ ۱۰ میکرومتر با کار عددی مرجع [25]



شکل ۵ تعداد ذرات معلق داخل اتاق نسبت به زمان برای ذره با اندازهٔ ۱۰ نانومتر



شکل ٦ تعداد ذرات معلق داخل اتاق نسبت به زمان برای ذره با اندازهٔ ۱۰۰ نانومتر



شکل ۷ مقایسهٔ تعداد ذرات معلق داخل اتاق نسبت به زمان برای اندازه‌های مختلف ذره

تعداد ذرات داخل اتاق برای اندازه‌های مختلف به‌منظور مقایسهٔ آنها در شکل (۷) آمده است. همان‌طور که نشان داده شده است تعداد ذرات معلق در فضای اتاق برای اندازهٔ ۱ میکرومتر بیشترین مقدار و برای ۱۰ میکرومتر کمترین مقدار می‌باشد، زیرا ذره با اندازهٔ ۱۰ میکرومتر در ناحیهٔ فشردگی اینرسی قرار دارد و در این ناحیه ته‌نشینی ذرات زیاد می‌باشد و تعداد ذرات بیشتری بر روی دیواره‌ها رسوب می‌کنند، درنتیجه تعداد ذرات معلق کاهش زیادی خواهد داشت.

برای به‌دست آوردن تراکم میانگین ذرات داخل اتاق از مدل هاردالوپاس و تیلور [26] که توسط ژو و همکاران [27] گزارش شده است استفاده شد. در این روش تراکم میانگین براساس نسبت مدت زمان حضور ذره در موقعیت خاص به زمان کل نمونه‌برداری محاسبه خواهد شد. بر این اساس داریم [28]:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{VT} \qquad (۲٤)$$

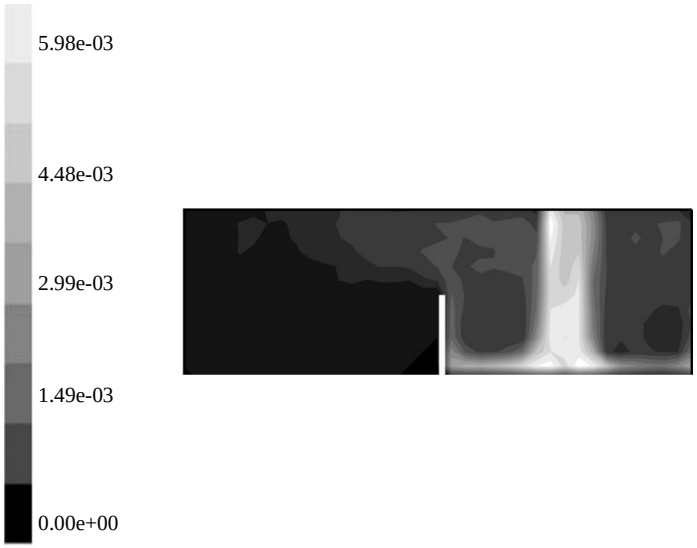
در رابطهٔ بالا n تعداد ذراتی است که از شبکه به حجم V عبور کرده‌اند و t_i مدت زمان حضور ذرات در شبکهٔ مورد بررسی در طول زمان نمونه‌برداری T می‌باشد. علاوه بر این برای محاسبهٔ تراکم ذرات از یک شبکه‌بندی جداگانه که با شبکه‌بندی مورد استفاده برای تحلیل رفتار ذره متفاوت بود استفاده شد. در نهایت تراکم ذرات در ورودی جریان برای بی‌بعدکردن تراکم محاسبه‌شده استفاده گردید و رابطهٔ مورد استفاده به‌صورت زیر می‌باشد:

$$C^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i / V}{(N / A_{in} v_{in})} \qquad (۲۵)$$

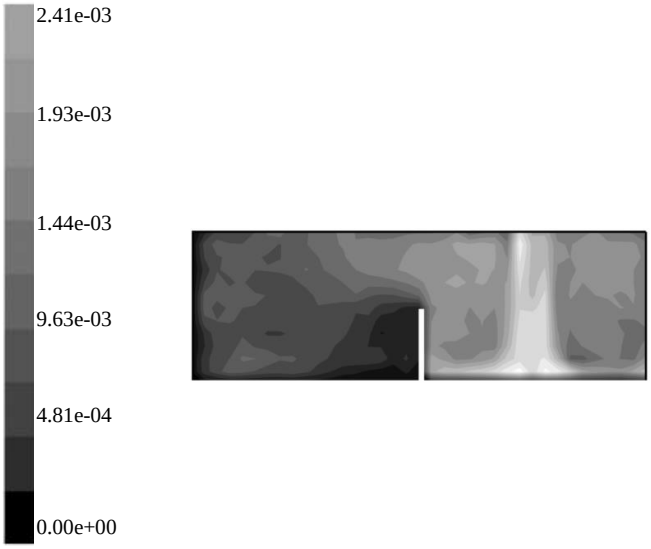
در رابطهٔ (۲۵) N تعداد ذرات تزریق‌شده با سرعت v_{in} در ناحیهٔ ورودی به مساحت A_{in} می‌باشد.

در لحظهٔ ۱۰۰ ثانیه، هنگامی که تزریق ذره متوقف می‌شود، شکل (۸) تراکم ذره با اندازهٔ ۱ میکرومتر را نشان می‌دهد. در این لحظه بیشترین تراکم ذره در ناحیهٔ ورودی جریان و سمت راست اتاق می‌باشد و هنوز ذرات زیادی به سمت چپ اتاق وارد نشده‌اند.

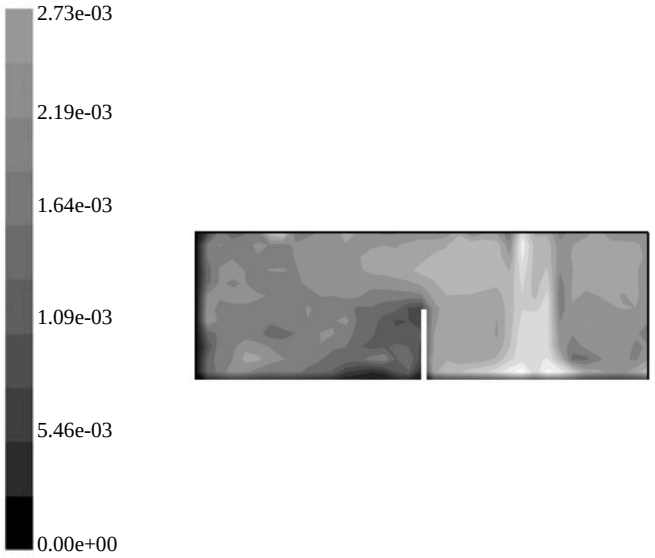
تراکم ذرات در لحظهٔ ۱۳۰ ثانیه، ۳۰ ثانیه بعد از توقف تزریق ذره، در شکل (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد تعداد زیادی از ذرات به سمت چپ اتاق وارد شده‌اند و از طرفی، به‌دلیل سرعت کم جریان در این قسمت از اتاق، ذرات قادر به حرکت به سمت خروجی جریان نمی‌باشند و بیشتر آنها به سمت دیواره حرکت می‌کنند، بنابراین مطابق نتایج پیش‌بینی‌شده در شکل (۹)، تراکم ذرات در نواحی نزدیک دیواره‌ها بیشتر می‌باشد.



شکل ۸ تراکم ذرات در لحظهٔ ۱۰۰ ثانیه برای ذره با سایز ۱ میکرومتر



شکل ۹ تراکم ذرات در لحظهٔ ۱۳۰ ثانیه برای ذره با سایز ۱ میکرومتر

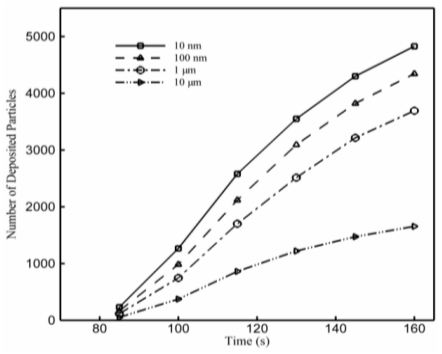


شکل ۱۰ تراکم ذرات در لحظهٔ ۱۶۰ ثانیه برای ذره با سایز ۱ میکرومتر

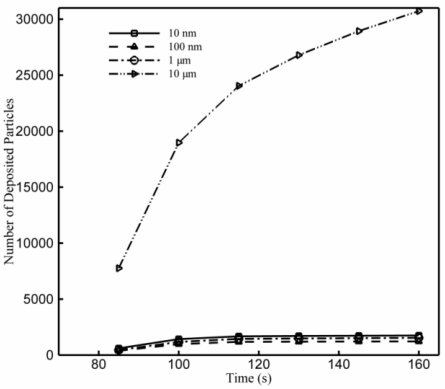
به‌طور مشابه شکل (۱۰) تراکم ذرات را در زمان ۱۶۰ ثانیه، ۶۰ ثانیه بعد از توقف تزریق ذرات، نشان می‌دهد. تعداد ذرات در سمت چپ افزایش یافته است و همان‌طور که ذکر گردید به‌علت سرعت کم ذرات در این ناحیه بیشتر آنها در اتاق باقی می‌مانند و قادر نخواهند بود از خروجی اتاق خارج شوند.

شکل (۱۱) تعداد ذرات ته‌نشین‌شده بر روی دیواره‌های مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۱۱- الف) دیده می‌شود تعداد ذرات ته‌نشین‌شده بر روی سقف اتاق به‌صورت خطی با زمان افزایش می‌یابد زیرا بعد از تزریق ذره، ذرات به‌سمت بالا و خروجی جریان حرکت می‌کنند که در این مسیر برروی سقف اتاق ته نشین می‌شوند، همچنین ذرات کوچکتر بیشتر بر روی سقف ته‌نشین می‌شوند. تعداد ذرات ته‌نشین‌شده بر روی کف اتاق در شکل (۱۱- ب) نشان داده شده است. تعداد ذرات ته نشین شده تا زمان ۱۰۰ ثانیه به‌شدت افزایش می‌یابد ولی بعد از توقف تزریق ذره این افزایش کمتر شده و شیب نمودار کاهش می‌یابد. علاوه‌برآن به‌دلیل نیروی برونین تعداد ذرات ته‌نشین شده برای ذره با اندازهٔ ۱۰ نانومتر بیشتر از ۱۰۰ نانومتر و ۱ میکرومتر می‌باشد. به‌دلیل این‌که بعد از زمان ۱۲۰ ثانیه اکثر ذرات به‌سمت خروجی و چپ اتاق می‌روند شیب نمودار در شکل (۱۱- ج) بعد از این زمان تقریباً ثابت می‌باشد. همان‌طورکه در شکل (۱۱- د) دیده می‌شود تعداد ذرات ته نشین شده بر روی دیوارهٔ سمت چپ در زمان ۸۵ ثانیه تقریباً صفر می‌باشد، زیرا هنوز ذره‌ای به این ناحیه وارد نشده است. از طرفی ذرات با اندازهٔ کوچکتر بیشتر به این سمت اتاق وارد می‌شوند؛ درنتیجه تعداد ذرات ته‌نشین‌شده بر روی دیوارهٔ چپ برای ذرات با اندازهٔ کوچکتر بیشتر می‌باشد. تعداد ذرات ته‌نشین‌شده بر روی دیوارهٔ جلو، عقب و پارتیشن به‌ترتیب در شکل (۱۱- ذ، ر و ز) نمایش داده شده است. شیب نمودار بعد از زمان ۱۲۰ ثانیه برای این دیواره‌ها تقریباً ثابت می‌باشد.

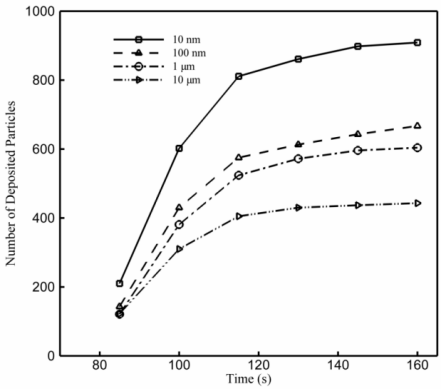
شکل (۱۱- ث) نشان می‌دهد که تعداد کل ذرات ته‌نشین شده برای اندازهٔ ۱۰ میکرومتر بیشتر از بقیه می‌باشد و همچنین برای اندازهٔ ۱۰ نانومتر به‌علت وجود نیروی برونین بیشتر از ۱۰۰ نانومتر و ۱ میکرومتر می‌باشد.



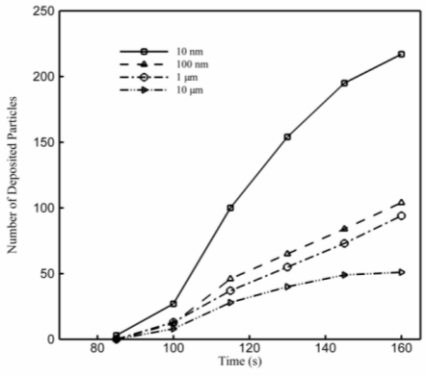
Top(الف)



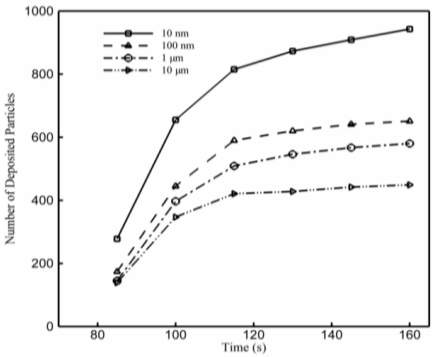
Bottom(ب)



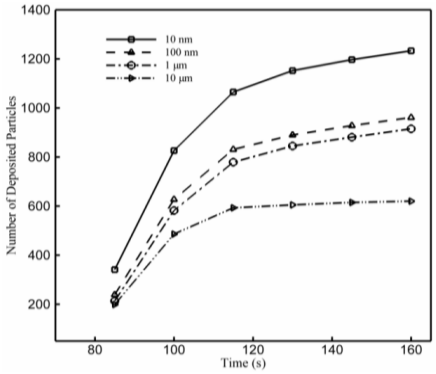
Right(ج)



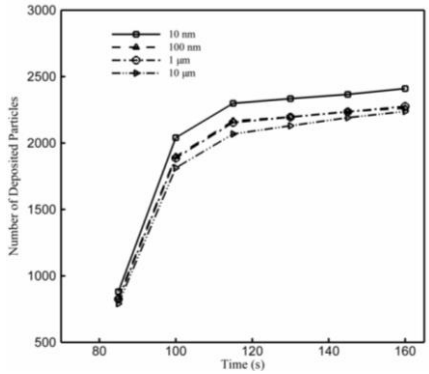
Left(د)



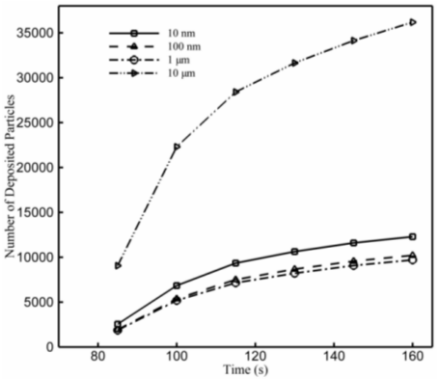
Front(ذ)



Behind(ر)



Partition(ز)



Total(ث)

شکل ۱۱ تعداد ذرات ته‌نشین شده بر روی دیواره‌های اتاق

نتیجه‌گیری

پخش و ته‌نشینی ذرات داخل اتاق بااستفاده‌از روش شبکهٔ بولتزمن بر پایهٔ مدل ادی‌های بزرگ و مدل بهبودیافتهٔ اسماگورنسکی همچنین زمان آرامش چندگانه مورد بررسی قرار گرفته است. باتوجه‌به نتایج، موارد زیر حاصل گردید:

- روش مورد استفاده در این مقاله روش مناسبی برای بررسی پخش و ته نشینی ذرات داخل اتاق می‌باشد.
- تعداد کل ذرات ته نشین‌شده در اتاق برای ذره با قطر ۱۰ میکرومتر بیشتر از سایر اندازه ها می‌باشد و به‌دلیل کاهش نیروی برونین با افزایش سایز، برای قطر ۱۰ نانومتر بیشتر از ۱۰۰ نانومتر و ۱ میکرومتر است.
- شیب نمودار ته‌نشینی ذرات بعد از توقف تزریق ذره تقریباً ثابت شد.
- با استفاده از شرط مرزی نشست تعداد ذرات معلق در هوا به‌دلیل رسوب ذرات بر روی دیواره‌های اتاق کاهش یافت.
- به‌دلیل وجود نیروی گرانش تعداد ذرات ته‌نشین‌شده بر کف اتاق بیشتر از سایر دیواره‌ها می‌باشد.

واژه‌نامه

اینرسی	Inertia impaction
بازتاب	Reflect
دینامیک سیالات محاسباتی	Computational Fluid Dynamic (CFD)
روش شبکهٔ بولتزمن	Lattice Boltzmann Method (LBM)
کوچک‌تر از شبکه	Sub-grid scale
مزوسکوپیک	Mesoscopic
نشست	Trap

مراجع

1. Sajjadi, H., Salmanzadeh, M., Ahmadi, G. and Jafari, S., "Combination of Lattice Boltzmann Method and RANS Approach for Simulation of Turbulent Flows and Particle Transport and Deposition", *Particuology*, Vol. 30, pp. 62-72, (2017).
2. Jiang, J.B., Wang, X.L., Sun, Y.Z. and Zhang, Y.H., "Experimental and numerical study of airflows in a full-scale room", *ASHRAE Transactions*, Vol. 115, pp. 867–886, (2009).
3. Smargorinsky, J., "General circulation experiment with the primitive equations", *Monthly Weather Review*, Vol. 91, pp. 99–164, (1963).
4. Sukop, M. C. and Thorne Jr, D. T., "*Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers*", New York, Springer, (2006).
5. Succi, S., "*The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*", Oxford University Press: Oxford, (2001).
6. Sajjadi, H., Salmanzadeh, M., Ahmadi, G. and Jafari, S., "Turbulent Indoor Airflow Simulation Using Hybrid LES/RANS Model Utilizing Lattice Boltzmann Method", *Computers and fluids*, Vol. 150, pp. 66-73, (2017).
7. Jafari, S. and Rahnama, M., "Shear-improved Smagorinsky modeling of turbulent channel flow using generalized Lattice Boltzmann equation", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 67, pp. 700–712, (2011).
8. Sajjadi, H., Gorji, M., Kefayati, G.H.R. and Ganji, D.D., "Lattice Boltzmann Simulation of Turbulent Natural Convection in Tall Enclosures Using Cu/Water Nanofluid", *Numerical Heat Transfer*, Part A, Vol. 62, pp. 512–530, (2012).
9. Krafczyk, M., Tölke, J., Luo, L.S., "Large eddy simulation with a multiple-relaxationtime LBE model", *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 17, pp. 33-39, (2003).

10. Premnath, K. N., Pattison, M.J. and Banerjee, S., "Generalized Lattice Boltzmann equation with forcing term for computation of wall bounded turbulent flows", *Physical Review E*, Vol. 79, pp. 026703-1–026703-19, (2009).
11. Salmanzadeh, M., Rahnama, M. and Ahmadi, G., "Effect of subgrid scales on large eddy simulation of particle deposition in a turbulent channel flow", *Journal of Aerosol Science and Technology*, Vol. 44, pp.796–806, (2010).
12. Jafari, S., Salmanzadeh, M., Rahnama, M. and Ahmadi, G., "Investigation of particle dispersion and deposition in a channel with a square cylinder obstruction using the lattice Boltzmann method", *Journal of Aerosol Science*, Vol. 41, pp. 198–206, (2010).
13. Ding, L., Fung, J.L.S., Seepana, S. and Lai, A.C.K., "Numerical study on particle dispersion and deposition in a scaled ventilated chamber using a lattice Boltzmann method", *Journal of Aerosol Science*, Vol. 47, pp. 1–11, (2012).
14. Samari Kermani, M., Jafari, S., Rahnama, M. and Salmanzadeh, M., "Particle Tracking in Large Eddy Simulated Turbulent Channel Flow Using Generalized Lattice Boltzmann Method", *Particulate Science and Technology*, Vol. 32, pp. 404–411, (2014).
15. Sajjadi, H., Salmanzadeh, M., Ahmadi, G. and Jafari, S., "Simulations of Indoor Airflow and Particle Dispersion and Deposition by the Lattice Boltzmann Method Using LES and RANS Approaches", *Building and Environment*, Vol. 102, pp. 1-12, (2016).
16. Frisch, U., Hasslacher, B. and Pomeau, Y., "Lattice-Gas Automata For Navier-Stokes Equation", *Physics Review Letter*, Vol. 56, pp. 1505-1508, (1986).
17. d'Humières, D., Ginzburg, I., Krafczyk, M., Lallemand, P. and Luo, LS., "Multiple-relaxation-time Lattice Boltzmann models in three dimensions", *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, Vol. 360, pp. 437–452, (2002).
18. Yu, H., Luo, L.S. and Girimaji, S., "LES of turbulent square jet flow using an MRT Lattice Boltzmann model", *Computers and Fluids*, Vol. 35, pp. 957–965, (2006).
19. Pattison, M.J., Premnath, K.N. and Banerjee, S., "Computation of turbulent flow and secondary motions in a square duct using a forced generalized Lattice Boltzmann equation", *Physical Review E*, Vol. 79, pp. 026704-1–026704-13, (2009).
20. Premnath, K. N., Pattison, M. J. and Banerjee, S., "Dynamic subgrid scale modeling of turbulent flows using Lattice– Boltzmann method", *Physica A*, Vol. 388, pp. 2640–2658, (2009).
21. Tian, L. and Ahmadi, G., "Particle deposition in turbulent duct flows comparisons of different model predictions", *Journal of Aerosol Science*, Vol. 38, pp. 377–397, (2007).
22. Zhang, H. and Ahmadi, G., "Aerosol particle transport and deposition in vertical and horizontal turbulent duct flow", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 406, pp. 55–80, (2000).
23. Li, A. and Ahmadi, G., "Deposition of aerosols on surfaces in a turbulent channel flow", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 31, pp.435–451, (1993).
24. Posner, J.D., Buchanan, C.R. and Dunn-Rankin, D., "Measurement and prediction of indoor air flow in a model room", *Energy and Buildings*, Vol. 35, pp. 515–526, (2003).
25. Tian, Z.F., Tu, J.Y., Yeoh, G.H. and Yuen R.K.K., "On the numerical study of contaminant particle concentration in indoor air flow", *Building and Environment*, Vol. 41, pp. 1504–1514, (2006).
26. Hardalupas, Y. and Taylor, A., "On the measurement of particle concentration near a stagnation point", *Experiments in Fluids*, Vol. 8, pp. 113–118, (1998).
27. Zhu, J., Rudoff, R., Bachalo, E. and Bachalo, W.N., "Number density and mass flux measurements using the phase Doppler particle analyzer in reacting and non-reacting swirling flows", In: AIAA, Aerospace sciences meeting, (1993).
28. Salmanzadeh, M., Zahedi, Gh., Ahmadi, G., Marr, D.R. and Glauser, M., "Computational modeling of effects of thermal plume adjacent to the body on the indoor airflow and particle transport", Journal of Aerosol Science, Vol. 53, pp. 29–39, (2012).

مطالعهٔ تجربی بر روی خواص مکانیکی لاستیک‌های بازیافت‌شده از راه فناوری مکانیکی*

سعید استادموحد[۱] سکینه کربلایی‌نژاد[۲] بهاره باباخانی[۳]

چکیده *بازیافت پسمانده‌های لاستیکی به‌دلیل مشکلات زیست محیطی و همچنین افزایش قیمت لاستیک نو رو به فزونی دارد. از آنجا که لاستیک EPDM پایهٔ پلیمری بسیاری از قطعات لاستیکی اتومبیل (به‌جز تایرها) می‌باشد، ضرورت بازیافت و برگشت به چرخهٔ تولید ضایعات مربوطه ضروری به‌نظر می‌رسد. در این پژوهش فناوری مکانیکیِ بازیافت مبتنی بر دستگاه اکسترودرِ دوپیچه به‌همراه واولکانش ضایعات لاستیکی اتومبیل بر پایهٔ EPDM مورد استفاده قرار گرفت. سپس لاستیک‌های واولکانیده دریک سیستم نیمه‌کارآمد، پخته شد و ویژگی‌های پخت و خواص مکانیکی آن‌ها شامل سختی، استحکام کششی و ازیاد طول تا پارگی مقایسه و نتایج بحث شد. نتایج به‌دست آمده نشان داد که واولکانش لاستیک ضایعاتی با راندمان بالایی انجام گرفته است. همچنین میان افزایش درصد واولکانش و کاهش چگالی اتصالات عرضی از یک‌سو و بهبود ویژگی‌های پخت و خواص مکانیکی آمیزه‌های ولکانش مجددشده از سوی دیگر رابطهٔ مستقیمی مشاهده گردید. شرایط بهینه برای واولکانش در اکسترودر دوپیچه برمبنای نتایج طراحی آزمایش سرعت پیچ اصلی ۱۸۰ دور در دقیقه در دمای ۲۲۰ درجه سانتیگراد تعیین شد. متغیر بودن ترکیب مواد اولیه به‌دلیل جمع‌آوری ضایعات از منابع مختلف جنبهٔ عملی و کاربردی پروژه را به چالش می‌کشد.*

واژه‌های کلیدی بازیافت، لاستیک EPDM، اکسترودر دوپیچه

The Study on the Mechanical Properties of the De-Vulcanized Waste Rubber by a Mechanical Technique

S. Ostad Movahed S. Karbalaei Nezhad B. Babakhani

Abstract *Recycling of waste rubbers is developing due to environmental concerns and continuous increasing raw materials price. The EPDM (ethylene-propylene-diene rubber) rubber is the rubber base of the non tire automotive rubber articles and their recycling is necessary for resources saving and the environment protection. A mechanical recycling technique, a twin screw extruder with the aid of a de-vulcanizing agent, TMTD (tetramethylthiuram disulfide) was used to de-vulcanize waste rubber powder from discarded EPDM automotive parts. The de-vulcanized rubbers, subsequently, re-vulcanized in a semi-efficient (SEV) curing system and correspondent curing and mechanical properties including hardness, tensile strength and elongation at break were measured and the results were compared and discussed. The results showed that the waste rubber de-vulcanized with used technique efficiently. The direct relationship was observed between increasing de-vulcanization percent and also the crosslink density reduction of the waste cured rubbers with improving the curing and mechanical properties of re-vulcanized compounds. The optimum de-vulcanization operating conditions were obtained by a design of experiment software at rotor speed of 180 rpm at a constant operative temperature, 220℃ . The main challenge for using the outcomes of this study in commercial scale was the difference between waste rubbers composition because they provided from various sources.*

Key Words Recycling, EPDM rubber, Twin screw extruder

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۱۰/۲۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۲/۲ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.70231

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه شیمی، زیر گروه پلیمر، دانشکده علوم پایه، دانشگاه فردوسی مشهد، s-ostad@um.ac.ir

(۲) کارشناس ارشد، زیرگروه پلیمر، گروه شیمی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه فردوسی مشهد

(۳) کارشناس ارشد، گروه مهندسی شیمی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مقدمه

امروزه، به‌دلیل آلودگی محیط زیست و نیز صرفه‌جویی در منابع و افزایش قیمت مواد اولیه، بازیافت پسمانده‌های لاستیکی به یکی از اولویت‌های مدیریت پسماند تبدیل شده است. در صنایع لاستیکی، مشکل عمده در حال حاضر، عدم بازیافت واقعی این مواد است. به‌سخن‌دیگر ناتوانی در استفادهٔ مجدد این مواد برای تولید محصولات نو لاستیکی چالش اصلی این صنعت بوده است. برای دستیابی به این هدف، بهبود خواص لاستیک بازیافت‌شده از طریق شکست انتخابی پیوندهای عرضی شیمیایی در شبکهٔ پلیمری به یک چالش اساسی در جهان تبدیل شده است [1]. به این نوع فرآیند بازیافت لاستیک واولکانش می‌گویند که عکس فرایند ولکانش است. در ولکانش گوگردی، پیوند شیمیائی میان اتم‌های کربن و گوگرد و همچنین گوگرد با گوگرد ایجاد می‌گردد. از این‌رو طبیعی است که انتظار شکست پیوندهای فوق در فرایند واولکانش وجود داشته باشد. در حقیقت در یک فرایند واولکانش ایده‌آل بایستی فقط پیوندهای فوق شکسته شوند. درعمل، علاوه‌بر پیوندهای مذکور، پیوندهای کربن-کربن در زنجیرهٔ اصلی پلیمر نیز دچار شکست و تخریب می‌گردند.

لاستیک ای.پی.دی. اِم (اتیلن-پروپیلن- دای ان مونومر) (EPDM) نخستین بار در سال ۱۹۶۲ در ایالات متحدهٔ امریکا به‌شکل محدود و تجاری معرفی گردید [2]. این لاستیک، کوپلیمری از مونومرهای اتیلن و پروپیلن به‌همراه یک مونومر دارای اتصال دوگانه می‌باشد. در حال حاضر، در میان لاستیک‌هایی که کاربرد عمومی دارند ای پی دی ام بیشترین رشد را دارد و این رشد به سبب خواص عالی آن، به‌ویژه مقاومت در برابر ازون و ظرفیت پذیرش بالای پرکننده در فرمولاسیون آمیزه‌های مربوطه است. در صنعت اتومبیل، تقریباً ۳٪ وزن اتومبیل از این لاستیک‌ها ساخته می‌شود مانند نوارهای درزگیر درها و پنجره‌ها، انواع شیلنگ‌ها، دسته موتورها و .... بنابراین ضرورت بازیافت و برگشت به چرخهٔ تولید پسمانده‌های لاستیکی حاصل از قطعات فرسوده فوق ضروری به‌نظر می‌رسد.

فرایند واولکانش می‌تواند شیمیایی، گرمایی، مکانیکی، تابشی، زیستی و یا ترکیبی از اینها باشد [3].

علت شکست شبکهٔ سه‌بعدی در فرایندهای مکانیکی، تنش‌های برشی پدیدآمده از آسیاب دوغلطکی [4-6] و یا یک اکسترودر تک و یا دوپیچه [7-11] می‌باشد. بازیافت لاستیک ای.پی.دی.اِم می‌تواند شامل شکست پل‌های میان زنجیره‌های پلیمری (واولکانش) باشد. واولکانش این نوع لاستیک دشواری‌های زیاد دارد، ازجمله حلالیت پایین اکثر عوامل شیمیایی واولکانش در بستر پلیمر و وجود درصد بالای پل‌های گوگردی نسبتاً پایدار با تعداد یک اتم گوگرد در هر پل [12]. موری و همکاران [13] از یک روش مکانیکی (اکسترودر)، برای واولکانش لاستیک ای.پی.دی.اِم استفاده نمودند. با تغییر شرایط واولکانش و در بهترین حالت، ۸۰٪ اتصالات عرضی شکسته شد. با تغییر سرعت پیچ اکسترودر و همچنین دمای راکتور، بازده واولکانش تغییر نمود. یون و همکاران [14,15] واولکانش لاستیک‌های مختلف از جمله لاستیک ای.پی.دی.اِم را در یک راکتور شامل یک اکسترودر تک‌پیچه و یک منبع اولتراسوند از راه مطالعهٔ اثر پارامترهای عملیاتی و شرایط مختلف اولتراسوند بر روی میزان واولکانش بررسی کردند. نتایج نشان داد که خواص مکانیکی و دینامیکی لاستیک‌های دوباره واولکانیده، به‌شرطی‌که عاری از پرکننده (کربن سیاه) باشند، برابر و حتی بهتر از لاستیک دست‌نخورده است. پرکننده، خواص مکانیکی و دینامیکیِ لاستیک‌های واولکانیده را کاست و کاربرد را محدود به تهیهٔ آمیخته‌ای از لاستیک‌های فوق با لاستیک دست‌نخورده کرد. ونگ و همکاران [16] بااستفاده‌از یک اکسترودر و ۰/۵ تا ۲۰ ٪ عامل

واولکانش موفق به واولکانش لاستیک ای.پی.دی. اِم شدند. اسارو و همکاران [17] از یک روش شیمیایی– مکانیکی باکمک دی‌اکسیدکربن فوق‌بحرانی برای واولکانش لاستیک ضایعاتی استفاده کردند. سبزیکار و همکاران [18] بااستفاده‌از عامل واولکانش روغن دی‌سولفید و عملیات شیمیایی–مکانیکی لاستیک ضایعاتی را واولکانش و بهینهٔ ۴۰ و ۶۰٪ برای عامل واولکانش پیشنهاد کردند.

بیشتر پژوهشگران پیشین لاستیک را با کنترل پخت و بدون عوامل شیمیایی واولکانش کردند.

در این پروژه بازیافت (واولکانش) ضایعات لاستیک ای.پی.دی.اِم به‌دست‌آمده از بقایای محصولات لاستیکی مورد استفاده در صنعت خودرو از راه یک روش مکانیکی (اکسترودر دوپیچه) و عامل شیمیایی همزمان با واولکانش مورد مطالعه قرار گرفته است.

علاوه‌براین، مادهٔ اولیه، مخلوط کنترل‌نشده‌ای از انواع لاستیک‌های ضایعاتی بوده است تا جنبهٔ کاربردی تحقیق را بهبود بخشد. درنهایت خواص پخت و مکانیکی محصولات تولید شده از لاستیک واولکانیده اندازه‌گیری و نتایج مقایسه شده‌اند. همچنین بااستفاده‌از یک نرم‌افزار طراحی آزمایش معادله‌ای برای پیش‌بینی مقدار واولکانش برحسب پارامترهای مختلف ارائه گردیده است.

بخش تجربی

مواد مصرفی. لاستیک ضایعاتی، عامل واولکانش و مواد شیمیائی پخت

پودر لاستیک ضایعاتی، مخلوطی از ضایعات قطعات نو (پسمانده‌های در حین تولید) و کارکرده خودرو، از شرکت پارت لاستیک تهیه شد و ترکیب آن از روش تجزیه‌گر گرماوزنی تعیین شد. قبل از این مرحله، روغن موجود در نمونه به‌وسیلهٔ دستگاه سوکسله استخراج گردید. برای این منظور ۱۰۰ گرم نمونه در ۳۰۰ میلی‌لیتر استون در دمای ۷۰ درجه سانتیگراد برای ۱۲ ساعت قرار گرفت و سپس در اون به مدت ۱۲ ساعت ماند تا خشک شود. آنگاه آزمون تجزیه‌گر گرماوزنی در اتمسفری از گاز نیتروژن و هوا در دماهای به‌ترتیب کمتر و بیشتر از ۵۵۰ درجه سانتیگراد انجام گرفت. جدول (۱) مشخصات فیزیکی و نتایج آزمون تجزیه‌گر گرماوزنی پودر لاستیک ضایعاتی را نشان می‌دهد. روغن‌های آروماتیک و آلیفاتیک به‌ترتیب از شرکت نفت مهران تایر و شرکت نفت سپاهان تهیه شد و مواد دیگر چنین‌اند:

2-mercaptobenzothiazole disulfide (Perkacit MBTS. Flexsys),

tetramethylthiuram disulfide (Perkacit TMTD; Flexsys),

zinc dibutyl dithiocarbamate (Perkacit ZDBC, Flexsys),

zinc oxide (Harcros Durham Chemicals, UK), stearic acid (Anchor Chemicals Ltd., UK), elemental sulfur (Solvay Barium Strontium, Hannover, Germany)

روش تهیهٔ آمیزه‌ها (Compounds) و فرایند واولکانش توسط اکسترودر دوپیچه (Twin screw extruder). در ابتدا پودر لاستیک ضایعاتی به‌همراه عامل واولکلانش و روغن در یک مخلوط‌کن ساده مجهز به هم‌زن مخلوط گردیدند (آمیزه‌های ۱ تا۷ – جدول ۲). آمیزه‌های فوق به‌مدت ۲۴ ساعت برای نفوذ کامل مواد اضافه‌شده به پودر لاستیک در انبار نگهداری و سپس در یک اکسترودر دوپیچهٔ صنعتی (شکل ۱) با دبی خروجی ۴۰ کیلوگرم در ساعت از شرکت Coperion Keya Nanjing (CTE65-52D) Machinery۲۲۰ واولکانش شد.

جدول ۱ مشخصات فیزیکی و نتایج آزمون تجزیه‌گر گرماوزنی لاستیک ضایعاتی

خاصیت فیزیکی		مقدار
مواد حل‌شدنی (٪)		۰/۵
چگالی ($gr./cm^3$)		۱/٤۱
چگالی اتصالات عرضی (mol/m^3)		۱۸٦
نتایج آزمون تجزیه‌گر گرماوزنی	کربن سیاه (٪)	٤۳/٦
	لاستیک ای.پی.دی.ام (٪)	۳۸/۸۸
	روغن باقی‌مانده (٪)	۲/۰۷
	سایر (٪)	۱۵/٤۵

جدول ۲ فرمولاسیون و شرایط تهیهٔ آمیزه‌ها قبل از واولکانش

آمیزه	سرعت پیچ اکسترودر (rpm)	دمای اکسترودرC°	پودر لاستیک ضایعاتی	TMTD*	روغن الیفاتیک*	روغن اروماتیک*
۱	۱۸۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰
۲	۲۲۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰
۳	۱۵۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰
٤	۱٦۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰
۵	۱۷۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰
٦	۲۰۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰
۷	۱۹۰	۲۲۰	۱۰۰	٦	۱۰	۱۰

* مقادیر به phr

شکل ۱ اکسترودر دوپیچهٔ صنعتی

اندازه‌گیری و محاسبهٔ چگالی اتصالات عرضی و درصد واولکانش. حلال مورد استفاده برای اندازه‌گیری چگالی اتصالات عرضی و درصد واولکانش تولوئن بود [19]. برای این‌منظور، ۵ گرم نمونه در بطری نشانه‌دار حاوی ۳۰۰ میلی لیتر تولوئن در دمای محیط قرار داده شد. تغییر وزن نمونه در هر ۲٤ ساعت اندازه‌گیری شد تا وزن آن به وزن تعادل رسید. پس از اندازه‌گیری این وزن، نمونه از بطری خارج و در هوا به مدت ۹ ساعت نگهداشته شد؛ سپس در اُون در دمای ۸۵ درجهٔ سانتیگراد و به‌مدت ۲٤ ساعت خشکانده و وزن آن اندازه‌گیری و چگالی اتصالات عرضی با معادله فلوری- رنر (Flory-Rehner) [20] به‌شرح زیر اندازه‌گیری شد:

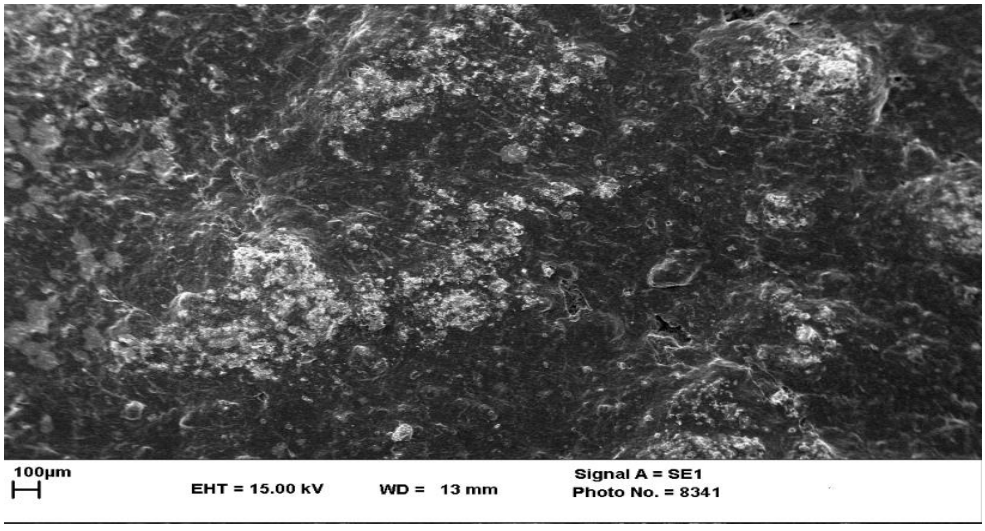
$$\rho_c = -\frac{1}{V_s}\frac{\ln(1-\upsilon_r^0)+\upsilon_r^0+x(\upsilon_r^0)^2}{(\upsilon_r^0)^{1/3}-\upsilon_r^0/2} \qquad (۱)$$

در این معادله ρ_c چگالی اتصالات عرضی

= درصد واولکانش

$$\frac{\text{چگالی اتصالات عرضی پودرلاستیک ضایعاتی} - \text{چگالی اتصالات عرضی لاستیک واولکانش شده}}{\text{چگالی اتصالات عرضی پودر لاستیک ضایعاتی}} \times ۱۰۰$$

(٤)



شکل ۲ تصویر میکروسکوپ الکترونی پویشی برای آمیزهٔ واولکانیدهٔ شماره ۱

(mol/m^3) است و V_s حجم مولی تولوئن ($۱/۰٦۹\times۱۰^{-٤} m^3/mol$ در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد)، χ پارامتر برهمکُنش (معادلهٔ ۲) [21] و υ_r^o جزء حجمی لاستیک (پلیمر) در نمونهٔ متورم‌شده (معادلهٔ ۳).

$$x = 0.429 + 0.218\upsilon_r^o \qquad (۲)$$

$$\upsilon_r^o = \frac{1}{1+\frac{d_r}{d_s}\left(\frac{1-f_{sol}}{1-f_{sol}-f_{fil}}\right)\left(\frac{w_s}{w_0}-1\right)} \qquad (۳)$$

در این معادله d_r و d_s به‌ترتیب چگالی لاستیک و حلال، f_{sol} کسر وزنی مواد محلول در نمونهٔ اولیه (بخش محلول یا sol fraction)، f_{fil} کسر وزنی اولیه پرکننده در نمونه، w_s وزن ژل متورم‌شده و w_0 وزن نمونهٔ خشک‌شده است. درصد واولکانش از معادلهٔ (٤) به‌دست آمد.

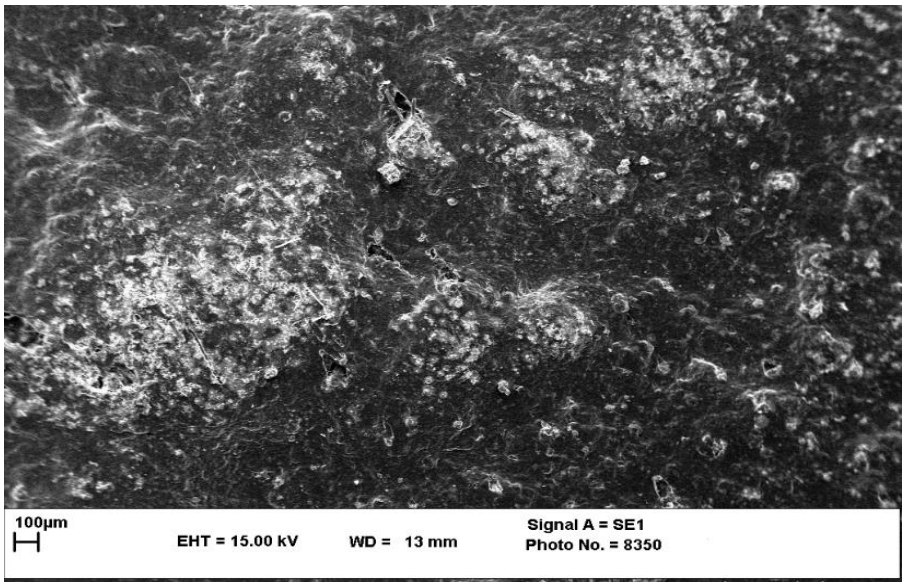
چگالی اتصالات عرضی در لاستیک ضایعاتی اولیه ۱۸٦ mol/m^3 (جدول ۱) اندازه‌گیری شد. جدول (۳) چگالی اتصالات عرضی و درصد واولکانش آمیزه‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۳ چگالی اتصالات عرضی و در صد واولکانش برای آمیزه‌های واولکانیده

آمیزه	چگالی اتصالات عرضی (mol/m^3)	واولکانش (٪)
۱	٦۷/۹	٦۳/۵
۲	۷۳/۷	٦۰/٤
۳	۸۲/۵	۵٦/٤
٤	۸۰/٦	۵۸/۵
۵	۷۳/۰	٦۰/۰
٦	٦۸/۳	٦۲/۰
۷	٦۸/۰	٦۲/٤

ارزیابی میکروسکوپی نمونه‌های واولکانیده. توزیع پرکننده و سایر عوامل در نمونه‌های واولکانیده از راه تصاویر گرفته‌شده از میکروسکوپ الکترونی پویشی (SEM) مدل LEO 1530 VP بررسی شد (شکل‌های ۲ و۳). برای این‌منظور قطعات کوچک لاستیک به‌مدت ۳ دقیقه در نیتروژن مایع قرار داده شد و سپس هر یک به دو نیم تقسیم شد تا سطحی پاکیزه برای تصویربرداری پیدا کنند.

آماده‌سازی آمیزه‌های واولکانیده برای ولکانش مجدد و پخت آمیزه‌ها. فرمولاسیون آمیزه‌های واولکانیده جهت ولکانش مجدد توسط گروه کارخانجات پارت لاستیک توصیه گردید. این فرمولاسیون برای تولید نوارهای لاستیکی دور پنجرهٔ خودرو متداول می‌باشد (جدول ٤). مواد پخت بر روی آسیاب دوغلتکی (شکل ٤) به مدت ۵ دقیقه به لاستیک واولکانیده اضافه شد. سپس مقدار هریک از مواد پخت باتوجه‌به درصد واولکانش هر یک از آمیزه‌ها محاسبه و به آمیزه افزوده شد.



شکل ۳ تصویر میکروسکوپ الکترونی پویشی برای آمیزهٔ واولکانیدهٔ شماره۲

جدول ٤ فرمولاسیون پیشنهادی برای ولکانش مجدد آمیزه‌ها

ماده	لاستیک واولکانیده	TMTD	ZDBC	MBTS	استاریک اسید	ZnO	گوگرد
phr	۱۰۰	۰/۷	۱/۸	۰/۵	۱	۵	۲/۵

شکل ٤ آسیاب دوغلتکی

نمونه‌هایی از آمیزه‌های فوق، شامل زمان برشتگی، زمان پخت، اختلاف گشتاور و نمایهٔ سرعت پخت، برای اندازه‌گیری خواص پخت در یک دستگاه رئومتر از نوع لوح نوسانگر در دمای ۱۸۰ درجه سانتیگراد و فرکانس ۱/۷ مگاهرتز و درجهٔ جابه‌جایی ۳ درجه قرار داده شد (شکل ۵) که نتایج آن برای دو آمیزهٔ ۱ و۲ در جدول (۵) آورده شد و نمایهٔ سرعت پخت از معادلهٔ (۵) محاسبه گردید.

نمایهٔ سرعت پخت = ۱۰۰/(زمان پخت- زمان برشتگی) (۵)

شکل ۵ دستگاه اندازه‌گیری خواص پخت

جدول ۵ خواص پخت آمیزه‌های واولکانیده

آمیزه	زمان برشتگی (t_{s1}) m:s	زمان پخت (t_{90}) m:s	اختلاف گشتاور (dN.M)	نمایه سرعت پخت (1/s)
۱	۰:۱۱	۰:۲۵	۸/۵	۷/۱٤
۲	۰:۱۲	۰:۲۷	۷/۹	٦/۷۰

پخت آمیزه‌ها بااستفاده‌از زمان‌های پخت به‌دست‌آمده برای هر آمیزه و در یک قالب فشاری در فشار ۱٦۰ اتمسفر و دمای ۱۸۰ درجه سانتیگراد انجام گرفت.

شکل ٦ دستگاه اندازه‌گیری خواص مکانیکی (کششی) لاستیک‌های پخت شده

اندازه‌گیری خواص مکانیکی آمیزه‌ها. خواص مکانیکی آمیزه‌ها، استحکام کششی و کشامد در پارگی، در یک دستگاه کشش (شکل ٦) و در دمای محیط و سرعت حرکت ۵۰۰ میلیمتر در دقیقه بر مبنای استاندارد مربوطه [22] بر روی نمونه‌های پخت شده در فشار ۱٦۰ اتمسفر و دمای ۱۸۰ درجه سانتیگراد اندازه‌گیری شد. سختی نمونه‌ها با دستگاه سختی‌سنج از شرکت Instrument & Mfg. New York تعیین شد. اندازه‌گیری‌ها برمبنای استاندارد مربوطه [23] روی نمونه‌های استوانه‌ای به ارتفاع ۱۲/۵ و قطر ۲۹ میلیمتر انجام گرفت. آزمایش‌ها روی ۵ نمونه انجام و مقدار میانه محاسبه و از ذکر انحراف معیار در جدول‌ها خودداری شد. جدول (٦) خواص مذکور را برای دو آمیزهٔ ۱ و ۲ نشان می‌دهد.

جدول ٦ خواص مکانیکی آمیزه‌های دوباره ولکانیده

شمارهٔ آمیزه	سختی (Shore A)	استحکام کششی (MPa)	کشامد در پارگی (%)
۱	٥٦/٤	۱/٤	۲۰
۲	٥۸/۲	۲/٥	۳۲

نتایج و بحث

ترکیب لاستیک ضایعاتی. نتایج آزمون استخراج با حلال نمونه‌های پودر لاستیک نشان داد که به‌طور میانگین ۱۷/٤۲٪ نمونه‌ها روغن است. جدول (۱) نتایج آزمون تجزیه‌گر وزنی لاستیک ضایعاتی مورد استفاده را نشان می‌دهد. مشاهده شد که تخریب لاستیک در دمای ۲۸۷/٦ درجه سانتیگراد شروع و در دمای ٥٤۷/۸ درجه سانتیگراد پایان می‌یابد. همچنین در دماهای بین ۲٦/۲ تا ۲۸۷/٦ درجه سانتیگراد به‌دلیل تخریب و خروج روغن باقی‌مانده که فرارترین جزء موجود در نمونه‌های لاستیک است، کاهش جرم دیده شد. این درصد ازدست‌دادن روغن مانده در لاستیک، نشان می‌دهد که روش استخراج با سوکسله قادر به حذف کامل روغن و اجزای فرارتر نبوده است. در محدودهٔ دمایی ۵۵۰ تا ٦۱۳ درجه سانتیگراد کاهش جرم به‌دلیل احتراق کربن سیاه مشاهده شد. توجه شود که در این فاصلهٔ دمایی، نمونه زیر فشار هوا قرار گرفته است. آنچه از نمونه باقی ماند مواد معدنی و فلزات موجود در آن بود که قابلیت تخریب و یا سوختن را نداشت. باتوجه‌به نتایج فوق، ۳۸/۸۸ درصد از نمونهٔ آزمون‌شده لاستیک می‌باشد.

واولکانش لاستیک ضایعاتی. تنها درصد پایینی از ضایعاتی که به‌عنوان ماده اولیه استفاده شد لاستیک قابل واولکانش بود. این واقعیت انجام واولکانش را سخت می‌کند زیرا واولکانش نیازمند شرایط و عامل واولکانش مؤثری می‌باشد.

اندازهٔ ذرات لاستیک ضایعاتی فاکتور مهمی در واکنش‌های واولکانش و کنترل فرایند می‌باشد. برای ذرات با قطر بزرگتر از ۱ سانتیمتر عملاً واولکانش از کنترل خارج می‌شود. ذرات با قطر حدود ۱ میلیمتر بهترین بازده واولکانش را از خود نشان دادند. علاوه‌بر این وجود ناخالصی‌هایی چون ذرات فلز مشکلاتی در این نوع واولکانش ایجاد می‌کند. وجود مجموعاً ۲۰ phr (Part per hundred) روغن در آمیزه‌ها (جدول ۲) باعث کاهش گرانروی آمیزه‌ها شد و فرایندپذیری آنها را تسهیل و زمان اقامت آمیزهٔ لاستیکی (واولکانش) را کاهش داد. روغن علاوه‌بر کاهش گرانروی نمونه و کمک به انتقال و دسترسی زنجیره‌های پلیمری به عوامل شیمیایی واولکانش، فرایند اکسیداسیون لاستیک را شتاب می‌دهد و نیز به‌عنوان یک ماده جلوگیری‌کننده از تولید ژل و قبول‌کنندهٔ رادیکال به‌شمار می‌آید. در هنگام واولکانش عامل واولکانش (TMTD) در روغن حل شده و در اثر گرما و تنش مکانیکی اعمال شده از طرف پیچ اکسترودر به رادیکال‌های فعال تبدیل می‌گردد. در مرحلهٔ بعد رادیکال‌های فوق به رادیکال‌های پلیمری به‌وجودآمده در محل پل گوگردی زنجیرهٔ پلیمری متصل شده و از ایجاد مجدد پل گوگردی جلوگیری می‌نمایند.

طراحی آزمایش و بهینه‌سازی نتایج. برای تعیین مدلی برای آزمایش و نیز بهینه‌سازی دور پیچ اکسترودر از نرم‌افزار طراحی آزمایش استفاده شد که در آن درصد واولکانش محصول خروجی به‌عنوان متغیر پاسخ انتخاب شد. برای این‌منظور از مدل سطح پاسخ (RSM) و زیرشاخهٔ تک‌پارامتر بهره گرفته شد. نتایج حاصل از این طراحی و بهینه‌سازی به روش یک‌فاکتوره و دور اصلی پیچ اکسترودر به‌عنوان فاکتور انتخاب و سطوح پایین و بالای فاکتور به‌ترتیب ۱۵۰ و ۲۲۰ دور در دقیقه درنظر گرفته شد. تحلیل متغیر پاسخ توسط RSM نشان می‌دهد که مدل درجه دوم از نظر آماری برای پاسخ مناسب است. جدول واریانس (ANOVA) در این روش (جدول ۷)، میزان کارایی و اعتبار مدل را بااستفاده‌از تعیین اهمیت مدل رگرسیون، ضرایب مدل و تست عدم تناسب تعیین می‌نماید. بر طبق این جدول، مدل انتخاب شده دارای P-value کمتر از ۰/۰۱ است. مقدار پایین P-value نشان‌دهندهٔ اهمیت ترم مورد نظر است. باتوجه‌به جدول فوق می‌توان دریافت که مدل ارائه‌شده در توافقی مناسب با داده‌هاست و همان‌گونه که انتظار می‌رفت، فاکتور دور پیچ اصلی اکسترودر (N) عاملی مؤثر در رسیدن به پاسخ مناسب می‌باشد. جدول (۸) مقادیر پارامترهای مدل درجه دوم روش سطح پاسخ را نشان می‌دهد که در آن مقدار R^2 = ۰/۹۱۰٤ نشان‌دهندهٔ تغییرپذیری و انعطاف مناسب داده‌ها با مدل است. مقدار Adj R^2 = ۰/۸٦٥٦ که با اعمال ترم‌های بااهمیت محاسبه می‌شود، دارای اعتبار بیشتری نسبت به R^2 است.

جدول ۷ تحلیل جدول واریانس
(ANOVA برای مدل سطح پاسخ درجه دوم)

Source	Sum of Squares	df	F Value	p-value (Prob>F)
Model	۳۲/۷	۲	۱٦/۳٥	۰/۰۰۸
A-N	۱۱/۸۸	۱	۱٤/۷۷	۰/۰۱۸٤
Residual	۳/۲۲	٤	–	–
Cor Total	۳٥/۹۲	٦	–	–

جدول ۸ مقادیر پارامترهای مدل درجه دوم روش سطح پاسخ

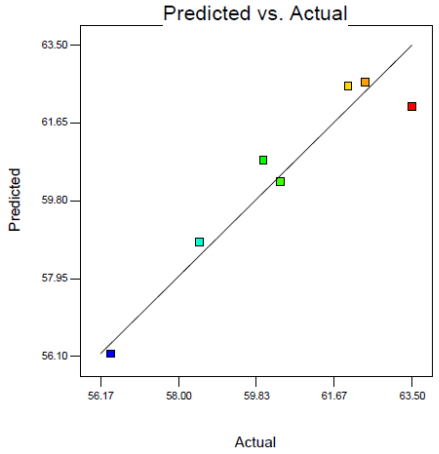
Std. Dev.	۰/۹۰	R-Squared	۰/۹۱۰٤
Mean	٦۰/٤٦	Adj R-Square	۰/۸٦٥٦
C.V%	۱/٤۸	Pred RSquared	۰/۷٥٥۱
PRESS	۸/۸۰	Adeq Precisio	۱۰/۹۹٥

R^2_{Perd} توانایی پیش‌بینی مدل برای داده‌های دیگر در سطوح مورد نظر را گزارش می‌کند. به‌طور کلی، هرچه مقدار R^2 و R^2_{Perd} به یکدیگر نزدیک‌تر باشد، مدل پیشنهادی مناسب‌تر عمل می‌کند. در جدول مذکور مشاهده می‌شود که میزان R^2_{Perd} در توافقی منطقی با R^2_{Adj} قرار دارد و مقادیر مناسب به‌دست‌آمده بیان‌کنندهٔ تناسب برازش داده‌ها با مدل پیشنهادی می‌باشد.

مقدار کم C.V٪ نشان‌دهندهٔ پایین بودن نوسانات است و Adeq Precision نسبت سیگنال به نویز را نشان می‌دهد که معمولاً مقادیر بالاتر از ٤ برای آن مناسب گزارش می‌شود که در اینجا ۱۰/۹۹۵ است که نشان می‌دهد سیگنال مناسب و کافی است. PRESS نشان‌دهندهٔ میزان توانایی مدل ارائه‌شده در پیش‌بینی پاسخ برای داده‌های جدید که در محدودهٔ آزمایش قرار دارند، می‌باشد. هرچه این مقدار کمتر باشد، مدل پیشنهادشده برای داده‌های جدید مناسب‌تر است که در این طراحی آزمایش پارامتر مذکور ۸/۸۰ محاسبه شده است. شکل (۷) مطابقت نسبی مدل پیشنهادی و مقادیر واقعی پاسخ را نشان می‌دهد. در حالت ایده‌آل بایستی مقادیر پاسخ پیش‌بینی‌شده توسط مدل و نتایج تجربی یکسان باشند. با توجه به نتایج فوق معادلهٔ (٦) پیشنهاد می‌شود:

$$\text{واولکانش} = -٦٥/٨٦٥٧٠ + ١/٣٢٨٤٤ \times N - ٣/٤٣٢٥١ \times ١٠^{-٣} \times N^٢ \qquad (٦)$$

در این معادله از جملهٔ سوم که ضریبش $١٠^{-٣}$ است می‌توان چشم پوشید.



شکل ۷ نمودار مقادیر واولکانش پیش‌بینی‌شده برحسب مقادیر واقعی

در بخش بهینه‌سازی باید هدف هر فاکتور یا پاسخ مشخص شود. در اینجا هدف رسیدن به بالاترین میزان محصول واولکانش در دور پیچ کمتر است. در بخش بهینه‌سازی و زیرشاخهٔ گزارش بهینه‌سازی، نتایج به‌گونه‌ای مرتب شده‌اند که دیدگاه مناسب‌تر و شفاف‌تری از پاسخ مناسب در اختیار کاربر قرار دهند. این بخش شامل محدودیت‌های فضای طراحی، فاکتورها و پاسخ به‌همراه بیان هدف برای هر یک و درنهایت فهرستی از پاسخ‌های مطلوب می‌باشد. باتوجه‌به مدل برازش‌شده، پاسخ نهایی بهینه توسط نرم‌افزار N=۱۸۰ rpm تعیین شد.

علاوه‌براین مشاهدات تجربی نشان داد که نحوهٔ خوراک‌دهی به پیچ اصلی در اکسترودر نقش کلیدی در ایجاد یک محصول همگِن و پیوسته دارد. آزمون‌های مختلف در دماهای گوناگون و سرعت پیچ اصلی و پیچ خوراک نشان داد که دمای ۲۲۰ درجه سانتیگراد و دو سرعت پیچ اصلی ۱۸۰ و۲۲۰ دور در دقیقه و دو سرعت مارپیچ خوراک ٦ و ۸ دور در دقیقه همگِن‌ترین و پیوسته‌ترین محصول (لاستیک واولکانیده) را تولید می‌کند. بنابراین تنها دو آمیزهٔ ۱ (بهینه) و ۲ برای پخت مجدد و اندازه‌گیری خواص مکانیکی انتخاب شد.

همان‌طور که از جدول (۲) مشاهده می‌گردد،

وجود ٦ phr از TMTD به‌عنوان عامل واولکانش باعث رسیدن به‌ترتیب ٦٣/٥ و ٦٠/٤٪ واولکانش برای آمیزه‌های ۱ و ۲ شد که چگالی اتصالات عرضی را از ۱۸٦ mol/m^3 به ٦٧/٩ و ۷۳/۷ mol/m^3 کاهش داد. کاهش دور پیچ اصلی از ۲۲۰ به ۱۸۰ دور در دقیقه بدون تغییر در دمای واولکانش باعث افزایش ۳ درصدی واولکانش گردید. دلیل این افزایش، اقامت طولانی‌تر آمیزه در اکسترودر در دور پایین‌تر پیچ است.

شکل‌های (۲و ۳) تصاویر میکروسکوپ الکترونی پویشی برای دو آمیزهٔ واولکانیده (۱و ۲) را نشان می‌دهند که در آن توزیع پرکنندهٔ کربن سیاه (دوده) در هر دو نمونه با ابعاد بزرگتر از ۱۰۰ مایکرومتر و به‌طور نامنظم وجود دارد. ریخت‌شناسی لاستیک نقش مهمی در خواص مکانیکی لاستیک پخت‌شده ایفا می‌نماید [24,25] و توزیع پرکننده در ماتریس لاستیک به افزایش استحکام لاستیک پخت‌شده کمک مؤثری می‌نماید. این شکل‌ها توزیع نامطلوب پرکننده را نشان می‌دهند. علاوه‌براین ۱۵/۵٪ از لاستیک ضایعاتی استفاده شده (جدول ۱) از مواد معدنی و فلزات نسوز تشکیل یافته است که همچون نقاط سفیدرنگ در کنار ذرات پرکننده دیده می‌شوند. پیش‌بینی می‌شود که دو پارامتر مذکور، اثر مخرب روی خواص مکانیکی آمیزه‌ها بگذارند.

ویژگی‌های پخت و خواص مکانیکی آمیزه‌های ولکانش مجددشده. جدول (٤) یک نمونه از فرمولاسیون پخت آمیزهٔ لاستیکی جهت تولید درزگیر پنجرهٔ خودرو که توسط شرکت پارت لاستیک مورد استفاده قرار می‌گیرد ارائه می‌نماید. دو آمیزهٔ واولکانیده براساس مقادیر لاستیک موجود در هریک از آن‌ها و هم‌چنین درصد واولکانش مربوطه برای ولکانش مجدد آماده شد.

جدول (٥) خواص پخت آمیزه‌های فوق را قبل از ولکانش مجدد نشان می‌دهد که زمان برشتگی آمیزه‌ها بین ۱۱ تا ۱۲ ثانیه و زمان پخت آنها در محدودهٔ ۲۵ و ۲۷ ثانیه به‌ترتیب برای آمیزه‌های ۱ و ۲ است که از دیدگاه صنعتی قابل قبول می‌باشد. اختلاف گشتاور معیاری برای اندازه‌گیری مقدار ولکانش آمیزه‌ها و در محدودهٔ ۸/٥ تا ۷/۹ $M\cdot dN$ است که برای قطعات لاستیکی بر پایهٔ لاستیک ای.پی.دی.اِم قابل قبول است. نمایهٔ سرعت پخت که شیب منحنی پخت و درنتیجه سرعت پخت را بیان می‌کند در محدودهٔ ۷/۱٤ (آمیزهٔ ۱) و 1/s ٦/۷۰ (آمیزهٔ ۲) قرار دارد که حاکی از پخت سریع‌تر آمیزهٔ ۱ نسبت به آمیزهٔ ۲ می‌باشد.

جدول (٦) مقادیر سختی، استحکام کششی و کشامد در پارگی آمیزه‌های ولکانش مجددشده را نشان می‌دهد که به‌ترتیب آمیزه‌های ۱ و ۲ مقدار سختی ٥٦/٤ و ٥٨/۲ است که از نظر کاربرد صنعتی مطلوب می‌باشد. استحکام کششی آمیزه‌ها در محدودهٔ مطلوبی نیستند و به‌نظر می‌رسد که برای دستیابی به مقادیر مطلوب باید آمیزه‌های واولکانیده را با آمیزه‌های دست‌نخورده آمیخت. استحکام کششی دو آمیزهٔ فوق ۱/٤ و MPa ۲/٥ است. و چنین می‌نماید که کشامد در پارگی ۲۰ و ۳۲٪ مقادیر مطلوبی برای آمیزه‌های لاستیکی نیستند.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش صنعتی واولکانش لاستیک ای.پی.دی.اِم پسمانده‌هایی بر پایهٔ قطعات لاستیکی خودرو با یک روش مکانیکی (اکسترودر دوپیچه) و با کمک عامل واولکانش شیمیایی (TMTD) انجام گرفت. نتایج نشان داد که بین افزایش درصد واولکانش و کاهش چگالی اتصالات عرضی با بهبود ویژگی‌های پخت و خواص مکانیکی آمیزه‌های ولکانش مجددشده رابطهٔ مستقیمی وجود دارد. شرایط بهینه برای واولکانش در اکسترودر دوپیچه با استفاده از نرم‌افزار طراحی آزمایش، سرعت پیچ اصلی ۱۸۰ دور در دقیقه

در دمای ۲۲۰ درجه سانتیگراد تعیین شد. متغیر بودن ترکیب مواد اولیه، به‌دلیل جمع‌آوری ضایعات از منابع مختلف، از بزرگ‌ترین دشواری‌های واولکانش ضایعات است. این مشکل جنبهٔ عملی و کاربردی این تحقیق را به چالش می‌کشد.

قدردانی

مؤلفین از خدمات شرکت بسپار سازه توس، زیرمجموعه گروه کارخانجات پارت لاستیک برای همکاری صمیمانه در انجام آزمون‌های مختلف، کمال تشکر را می‌نمایند.

واژه‌نامه

اختلاف گشتاور	Delta torque
اروماتیک	Aromatic
استحکام کششی	Tensile strength
اکسترودر دوپیچه	Twin screw extruder
الیفاتیک	Aliphatic
اون	Oven
آسیاب دوغلتکی	Two roll mill
آمیزه‌ها	Compounds
بازده	efficiency
بازیافت	Recycling
بازیافت پسماندهای لاستیکی	Rubber waste recycling
پودر لاستیک ضایعاتی اتیلن-پروپیلن- دی ان مونومر	EPDM waste rubber powder
پیوسته	Continuous
پیوند عرضی شبکه‌ای	Network crosslinks
پیوند عرضی شیمیایی	Chemical crosslinks
چگالی اتصالات عرضی	Crosslink density
دست‌نخورده	Virgin
دور در دقیقه	Round per minute
روغن دی‌سولفید	Disulfide oil (DSO)
ریومتر نوسانی دیسکی	Disc ossilating rheometer
زمان آغاز پخت	Scorch time
زمان پخت	Curing time
سختی	Hardness (Shore A)
شبکهٔ پلیمری	Polymeric network
طراحی آزمایش	Design of experiment
عامل واولکانش	De-vulcanizing agent
کشامد در پارگی	Elongation at break
متورم شده	Swollen
مخلوط‌کن	Mixer
میانه	Median
میکروسکوپ الکترونی پویشی	Scanning Electon Microscope (SEM)
نمایهٔ سرعت پخت	Curing rate index
واولکانش	De-vulcanization
واولکانیده	De-vulcanized
ولکانش	Vulcanization
ولکانیدن	Vulcanize
ولکانیده	Vulcanized
همگِن	Homogeneous

مراجع

1. Shulman, V.L., "*Introduction to Tire Recycling*", Europian Tire Recycling Association (ETRA) Ed., Paris, France, (2008).

2. Sutanto, P., Laksmana, F.L., Picchioni, F. and Janssen, L.P., "Modeling on the kinetics of an EPDM devulcanization in an internal batch mixer using an amine as the devulcanizing agent", *Chemical Engineering Science* ,Vol.61(19),pp. 6442-6453,(2006).
3. Luo, M., Liao, X, Liao, S. and Zhao, Y., "Review on the broken three-dimensional network modification methods of waste rubber powder", *Advanced Mat Res*, Vol. 181, pp.554-556, (2012).
4. De, D. and Singharoy, G. M., "Reclaiming of ground rubber tire by a novel reclaiming agent virgin natural rubber/reclaimed GRT vulcanizates", *Polymer Eng. Sci.,* Vol. 47, pp. 1091-1100, (2007).
5. De, D., Das, A., De, D., Dey, B., Debnath, S.C. and Roy, B.C.,"Reclaiming of ground rubber tire (GRT) by a novel reclaiming agent", *European Polym. J.*, Vol. 42, pp. 917-927, (2006).
6. De, D., "Processing and material characteristics of a reclaimed ground rubber tire reinforced styrene butadiene rubber", *Materials Sci. Appl.*, Vol. 2, pp.486-496, (2011).
7. Jalilvand, A. R., Ghasemi, I., Karrabi, M. and Azizi, H., "A study of EPDM devulcanization in a co-rotating twin-screw extruder", *Iranian Polym. J.*, Vol. 16, pp. 327-335, (2007).
8. Si, H., Chen, T. and Zhang, Y., "Effects of high shear stress on the devulcanization of ground tire rubber in a twin-screw extruder", *J. Appl. Polym. Sci.*, Vol. 128, pp. 2307-2318., (2013).
9. Yazdani, H., Ghasem,i I., Karrabi, M,, Azizi, H.and Bakhshandeh, G.R., "Continuous devulcanization of waste tires by using a Co-rotating twin screw extruder: Effects of screw configuration, temperature profile, and devulcanization agent concentration", J. *Vinyl and Additive Technol.,* Vol. 19, pp. 65-72,(2013).
10. Si, H., Chen, T. and Zhang, Y., "Effects of high shear stress on the devulcanization of ground tire rubber in a twin-screw extruder", *J. Appl. Polym. Sci.*, Vol. 128, pp. 2307-2318., (2013).
11. Sutanto, P., Picchioni, F., Janssen, LPBM, Dijkhuis, KAJ, Dierkes, WK. and Noordermeer, JWM, "EPDM rubber reclaim from devulcanized EPDM", *J. Appl. Poly. Sci.*, Vol. 102, pp. 5948-57.,(2006).
12. Verbruggen, M. A. L., Van der Does, L., Noordermeer, J. W. M., van Duin, M. and Manuel, H. J. ,"Mechanisms Involved in the Recycling of NR and EPDM", *Rubber Chem . Technol.*, Vol. 72, pp. 731-740, (1999).
13. Mouri, M., Okamoto, H., Matsushita, M., Honda, H., Nakashima, K.and Takeushi, K., "De-vulcanisation conditions and mechanical properties of re-vulcanised rubber for EPDM Continuous reclamation of rubber by shear flow reaction control", *International Polym. Sci. Technol.*, Vol. 27, pp. 23-28, (2000).
14. Yun, J., Yashin, V.V. and Isayev, A.I., "Ultrasonic devulcanization of carbon black–filled ethylene propylene diene monomer rubber", *J. Appl. Polym. Sci.*, Vol. 91, pp. 1646-1656, (2004).
15. Yun, J. and Isayev, A.I., "Recycling of roofing membrane rubber by ultrasonic devulcanization", *Polymer Eng. Sci.*, Vol. 43, pp.809-821, (2003).
16. Wang, H. and Hubbard, M.J., "Process for devulcanizing rubber." U.S. Patent 9, 556,319, issued January 31, (2017).
17. Asaro, L., Gratton, M., Seghar, S. and Ait Hocine, N., "Devulcanization of Waste Rubber Using Thermomechanical Method Combined with Supercritical CO_2", World Academy of Science, Engineering and Technology, *International Journal of Environmental and Ecological Engineering*, Vol. 5 (3), pp. 148, (2018).
18. Sabzekar, M., Pourafshari Chenar, M., Zohuri, G.H. and Mortazavi, S.M.M, "INVESTIGATION OF MECHANICAL, THERMAL, AND MORPHOLOGICAL PROPERTIES OF EPDM COMPOUNDS CONTAINING RECLAIMED RUBBER", *Rubber Chem. Technol*., Vol. 90 (4), pp. 765-776, (2017).
19. Ostad-Movahed, S., Ansar Yasin, K., Ansarifar, A., Song, M. and Hameed, S.," Comparing Effects of Silanized Silica Nanofiller on the Crosslinking and Mechanical Properties of Natural Rubber and

Synthetic Polyisoprene", *J. Appl. Polym. Sci.*, Vol. 109, pp.869–881, (2008).

20. Wolff, S., Wang, M.J. and Tan, E.H.,"Filler-Elastomer Interactions. Part VII. Study on Bound Rubber", *Rubber Chem. Technol.*, Vol. 66, pp. 163-177, (1993).
21. Baldwin, F. P. and Strate, G. V., "Polyolefin Elastomers Based on Ethylene and Propylene", *Rubber Chem. Technol*., Vol. 45, pp. 709-781, (1972).
22. British standards institution, "Method for determination of tensile stress strain properties", BS 903, A2, UK, (1995).
23. British standards institution, "Physical testing of rubber: Method for determination of hardness", BS 903, A26, London, UK, (1995).
24. Kader, M. A., Bhowmick, A. K., Inoue, T.and Chiba, T., "Morphology, mechanical and thermal behavior of acrylate rubber/fluorocarbon elastomer/polyacrylate blends", *J. Mater. Sci.*, Vol. 37, pp. 1503-1513, (2002).
25. Lee, J. K. and Han, C.D., "Evolution of polymer blend morphology during compounding in a twin-screw extruder", *Polymer*, Vol. 41, pp. 1799-1815,(2000).

بررسی تجربی و عددی ورق یک و دولایه آلومینیوم ۳۱۰۵ با اتصالات مکانیکی تحت ضربهٔ سقوط آزاد*

آرش بشیری[۱] مجتبی حسینی[۲] حسین حاتمی[۳]

چکیده ورق‌ها در شاخه‌های متنوعی از صنایع تکنولوژی مدرن از قبیل صنایع خودروسازی، صنایع دریایی، علوم هوا فضا، صنایع اپتیک، صنایع هسته‌ای و مهندسی سازه مورد استفادهٔ زیادی می‌باشند. یکی از مهمترین مشکلاتی که در طراحی وجود دارد ضعف آنها در برابر ضربه می‌باشد. ضربات مختلفی توسط اجسام خارجی، درحین ساخت، کارکرد و یا نگهداری سازه به آن وارد می‌شود، به همین جهت مقاوم‌سازی و افزایش استحکام ورق‌ها در برابر ضربه، بخش وسیعی از مطالعات پژوهشگران را تشکیل داده است. این مطالعه برای سه سطح انرژی ضربه (سه ارتفاع سقوط آزاد) انجام گرفته است. ورق‌های مورد استفاده از جنس AL3105 و با ابعاد ۲۲۰*۲۳۰ میلی‌متر و با ضخامت ۱ و ۲ میلی‌متر روی هم قرارگرفته و توسط پیچ و مهره به‌هم متصل می‌شوند. ورق‌ها به‌صورت کاملاً آزاد بر روی فیکسچر قرار می‌گیرند. جنس پیچ‌ها از نوع پیچ با استاندارد din933 می‌باشد. در روش تجربی شتاب ضربه‌زننده توسط سنسور شتاب‌سنج اندازه‌گیری شده و تغییرشکل ماندگار ورق پس از اتمام ضربه اندازه‌گیری می‌شود. پارامترهای مورد ارزیابی شامل مقدار شتاب ضربه بر روی ورق، میزان تغییرشکل ماندگار و مقدار جذب انرژی برای ورق‌ها می‌باشد. برای مدل‌سازی عددی از نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده شده است. مقایسهٔ نتایج حاصل از روش تجربی و عددی نشان می‌دهد که این دو روش تحقیق دارای نتایج نزدیک به‌هم می‌باشند. همچنین نتایج نشان می‌دهد که جذب انرژی در ورق‌های یک‌لایه بیشتر از ورق‌های دولایه است، همچنین شتاب در ورق‌های دولایه بیشتر از ورق‌های یک‌لایه می‌باشد.

واژه‌های کلیدی ورق آلومینیومی، آزمایش سقوط آزاد، تغییرشکل ماندگار، شتاب ضربه، جذب انرژی.

Experimental and Numerical Analysis of Single and Double layered Aluminum Sheet 3105 With Mechanical Joints under Drop Weight Impact

A. Bashiri M. Hosseini H. Hatami

Abstract *Sheets are widely used in various branches of modern technology industries such as automotive, marine, aerospace, optics, nuclear industries and structural engineering. One of the most important problems in design is their weakness against impact. Various impacts are applied by external objects during construction, operation or maintenance of the structure. For this reason, the reinforcement and increased strength of the sheets against the impact is the subject of many studies of researchers. This study was conducted for three levels of impact energy (using Drop weight). The sheets are of AL3105, with dimensions of 220 * 230 mm and 1 millimeter thick, 2 millimeters thick, and are connected by bolts. The sheets are completely free on the fixture The screws are made of a bolt with Standard din933. In the experimental method, the picker acceleration has been measured by the accelerometer sensor and the permanent deformation of the sheet is measured at the end of the impact. The parameters to be evaluated include the impact acceleration on the sheet, the permanent deformation and the energy absorption of the sheets. Abaqus finite element software has been used for numerical modeling. Comparing the results of experimental and numerical methods shows that these two research methods have a good agreement. The results also show that the absorption of energy in single-layer sheets is greater than double-layered sheets. Also the acceleration in double-layered sheets are more than single-layer sheets.*

Key Words Aluminum sheet, Free fall test, Permanent displacement, Shock acceleration, Energy absorption

*تاریخ دریافت مقاله ۹۷/۱۱/۱۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۸/۶/۲۷ می‌باشد. DOI:10.22067/fum-mech.v30i2.79107

(۱) کارشناسی ارشد، گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، لرستان، ایران

(۲) دانشیار، گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، لرستان، ایران

(۳) نویسندهٔ مسئول: استادیار، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، لرستان، ایرانhatami.h@lu.ac.ir

مقدمه

ورق‌ها به‌عنوان ساده‌ترین نمونه و معمولی‌ترین المان‌های سازه‌ای هستند که در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند بدنهٔ خودروها، بدنهٔ بال هواپیما، موشک‌ها، بدنهٔ کشتی‌ها و زیردریایی‌ها و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرند. از آنجا که این ورق‌ها در مواد مختلفی تحت بارهای دینامیکی و ضربه‌ای قرار می‌گیرند، قوانین تماس محاسبه‌شده به روش‌های استاتیکی را می‌توان در تحلیل‌های دینامیکی نیز به‌کار برد. محققان زیادی مرحلهٔ بارگذاری فرآیند فرورونگی را تحلیل کرده، قانون تماس مناسبی را برای تیرها و صفحات دارای شرایط مرزی مختلف و نیز ضربه‌زننده‌هایی با شکل‌های مختلف ارائه کرده‌اند که در زیر به مرور اجمالی پژوهش‌های انجام گرفته پرداخته می‌شود. قیان و سوانسون [1] دو راه حل متفاوت را برای پدیدهٔ ضربه بر سازه‌های کامپوزیتی مطالعه کردند. آنها دو روش ریلی –ریتز با انتگرال‌های عددی نسبت به زمان و یک روش تحلیلی بااستفاده‌از تبدیل لاپلاس با معادلات دیفرانسیل حاکم را مورد تحقیق قرار داده و پاسخ‌ها را با محاسبات المان محدود و اندازه‌گیری عددی مقایسه و نمودارهای نیروی تماس تنش، خیز مرکز ورق را در نقطهٔ تماس نسبت به زمان اعمال ضربه بررسی کردند. نتایج نشان داد که روش‌های حل ارائه شده از دقت قابل‌قبولی برخوردار است. هر و لیانگ [2] با استفاده از نرم‌افزارهای المان محدود اثر ضربه را بر ورق‌های کامپوزیتی چندلایه با ضربه‌زنندهٔ سرعت پایین و دو نوع شرط مرزی ساده و تمام‌گیردار بررسی کردند. آنها برای محاسبهٔ نیروی تماسی از قانون ضربهٔ اصلاح‌شدهٔ هرتز استفاده کردند و تأثیر پارامترهایی نظیر سرعت ضربه‌زننده، سفتی تماسی و شرایط مرزی در ضربهٔ اعمالی بر سازه را تحقیق کردند. کاپرینو و همکارانش [3] رفتار ضربه با سرعت پایین در ورق کامپوزیتی با لایهٔ فلزی را که از لایه‌های آلومینیوم در بین لایه‌های فایبرگالاس استفاده شده، بررسی کردند. آنها با انجام آزمایش ضربه ثابت نمودند که مقاومت ورق‌های کامپوزیتی لایه فلزی فایبرگالاس–آلومینیوم نسبت به ورق‌های الیاف کربن و الیاف فایبرگالاس درپاسخ نفوذ ضربه بهتر است. همچنین استفاده از آلیاژهای آلومینیوم به جای این فلز از پدیدهٔ نفوذ ضربه در ورق می‌کاهد. روی و گینسون [4] تأثیر یک بار نقطه‌ای هارمونیک را بر یک ورق مربعی یک‌سرگیردار که دارای ضخامت‌های مختلف و شکل ظاهری متفاوت می‌باشند، روی دامنهٔ ارتعاشی و تنش‌های خمشی دینامیکی از روش آنالیز المان محدود و بااستفاده‌از یک المان خمشی چهار نقطه‌ای ورق بررسی نمودند. آنها نشان دادند که کاهش در دامنهٔ ارتعاش و یا تنش‌های خمشی و برشی با انتخاب درست و مناسب ضخامت به‌دست می‌آید. صبوری و همکاران [5] مقاومت سوراخ‌شوندگی پانل‌های کامپوزیتی الیاف شیشه –اپوکسی در برابر ضربهٔ پرتابه با سرعت بالا براساس مطالعهٔ آزمایشگاهی و استفاده از نرم‌افزارهای المان محدود انسیس به‌عنوان حل عددی، بررسی نمودند. آنها با قرار دادن فلز آلومینیوم با ضخامت‌های متفاوت در لایه‌های مختلف کامپوزیت میزان جذب انرژی ضربه‌ای را در ورق‌های الیاف –فلز تحقیق کردند. بر این اساس تطابق قابل‌قبول بین حل عددی و نتایج آزمایشگاهی اتخاذ شد. کیتادا [6] به بررسی استحکام و شکل‌پذیری نهایی پایه‌های پل فولادی پر از بتن در ژاپن پرداخت. در این تحقیق سه نوع پایهٔ پل فلزی مربع‌شکل، با سخت‌کننده‌های طولی داخلی و پرشده با بتن مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که سخت‌کننده‌ها و همچنین بتن باعث افزایش استحکام، مقاومت و انعطاف‌پذیری پل می‌شود. اولسن [7] تأثیر اعمال ضربه با سرعت پایین بر روی ورق کامپوزیتی شیشه/اپوکسی و لایه‌ها با زاویهٔ الیاف را به‌صورت آزمایش و حل المان محدود بررسی نمود. تست ضربه با ضربه‌زننده به جرم‌های کوچک و بزرگ انجام شد و نتایج کار با نرم‌افزارهای المان محدود

مقایسه گردید. از سه ورق با اندازه‌های متفاوت و دارای شرایط مرزی گیردار استفاده شد. تحقیق وی جهت محاسبهٔ تنش و نیروی تماسی ورق کامپوزیتی در طول زمان اعمال ضربه انجام شده است. او نشان داد که نیروی تماس برای سه ورق، متفاوت می‌باشد. اوستا و همکاران [8] اثر ضخامت و انحنا روی رفتار ضربهٔ پانل‌های کامپوزیتی را بررسی کردند. در این مطالعه رفتار ضربهٔ با سرعت بالا روی پانل‌های مسطح و انحنادار به‌روش عددی مورد ارزیابی قرار گرفت. زهانگ و همکاران [9] یک مدل المان محدود مؤثر برای پیش‌بینی آسیب برخورد سرعت پایین در کامپوزیت‌های چندلایه بااستفاده‌از مدل بارگذاری شبه‌استاتیک با تماس پیوسته ارائه دادند و تأثیر تنش فشاری در سرتاسر ضخامت ورق روی میزان لایه‌لایه‌شدگی را به‌وسیلهٔ ارائهٔ نیروی اصطکاک تماسی در جهت نیروی برشی محاسبه کردند. آنها شروع و انتشار آسیب در یک ورق کامپوزیت با لایه‌چینی $[90_3/0_3]s$ را شبیه‌سازی کردند و نتایج عددی به‌دست‌آمده در ترم‌های موقعیت، شکل و اندازهٔ آسیب تطابق خوبی با مشاهدات تجربی داشت. با بررسی تحلیل تنش در صفحات نمونه‌ها نشان داده شده است که با لایه‌چینی بیشتر ورق‌ها بر اثر اصطحکاک بیشتر، تنش بیشتری ایجاد می‌گردد.

چوبینی و همکاران [10] بررسی تجربی و عددی در مورد جذب انرژی و تغییرشکل لوله‌های جدار نازک توخالی و توپر با هندسهٔ مقاطع دایره و مربع تحت بار ضربه‌ای عرضی انجام دادند. هدف از این تحقیق بررسی اثر تغییرشکل هندسی برای لولهٔ آلومینیومی بر میزان جذب انرژی و بررسی اثر وجود فوم درون آن برای جذب انرژی بیشتر ناشی از ضربهٔ عرضی بیان گردیده است. سیراکفسکی [11] اهمیت تأثیر لایه‌چینی را بر روی مقاومت ضربه‌ای چندلایه‌ها، مطالعه کرد. از آنجایی که در یک چندلایهٔ تک‌جهته، کلیهٔ الیاف در جهت یکسانی قرار گرفته‌اند، پدیدهٔ لایه‌لایه‌شدن رخ نمی‌دهد. برای دو صفحه با ضخامت یکسان اما با لایه‌چینی متفاوت، صفحه‌ای که اختلاف زاویهٔ مابین دولایهٔ متوالی آن بیشتر است، ناحیهٔ لایه‌لایه‌شدن درآن بزرگتر خواهد بود. بیدی و همکاران [12] اثر افزودن نانو رس بر قابلیت جذب انرژی ورق‌های دولایهٔ فولاد-پلی‌اوریا را تحت بار ضربه‌ای بررسی کردند. نمونه‌های دولایهٔ فولاد-پلی‌اوریا و فولاد نانوپلی‌اوریا تهیه و مورد آزمایش کشش ساده و ضربهٔ سقوط آزاد قرار گرفتند. آزمایش کشش نشان می‌دهد که با افزودن ذرات نانو مدول الاستیک حدود ٦٠ درصد افزایش و افزایش طول قبل از شکست نیز حدود ۷ درصد کاهش می‌یابد. نتایج این تحقیق نشان داد که افزودن نانورس به مادهٔ پلیمری مقدار جذب انرژی را حدود ۳ درصد افزایش داده و حداکثر تغییرشکل ماندگار در اثر ضربه در قطعه را نیز حدود ۷ درصد کاهش می‌دهد. اوسلن [13] با بررسی تئوری و تجربی ورق‌های کامپوزیتی ساندویچی نشان داد که قانون برخورد هرتز برای پانل‌های ساندویچی درست نبوده و باید اصلاح گردد. وی نتیجه گرفت که رفتار نیرو -تغییرشکل در پانل‌های ساندویچی تحت بار ضربه‌ای تقریباً خطی است و بهتر است به‌علت تغییرشکل زیاد رویهٔ بالایی، از کرنش‌های محدود و غیرخطی استفاده گردد و مسئلهٔ غیرخطی بودن هندسی لحاظ شود. چوی وهونگ [14] روش جدیدی را برای به‌دست‌آوردن توزیع نیروی ضربه در زمان برخورد برحسب زمان ارائه دادند. ایشان ورق را نازک گرفته و از انرژی برخورد (به‌علت تغییرشکل کم موضعی) صرف‌نظر کردند و از مدل جرم و فنر و قانون بقای ممنتوم استفاده کردند. آنها به‌کمک آنالیز مقادیر ویژه و استفاده از آنالیز مودال توزیع نیروی ضربه را به‌دست آوردند

بررسی‌های زیادی روی بارگذاری ضربه‌ای و چرخه‌ای روی نمونه‌های جدار نازک فولادی انجام شده است [19-15]. در این مقاله روی ورق‌های

جدارنازک چندلایه تحت بارگذاری ضربه‌ای تحلیل تنش و تغییرشکل انجام شده است.

آزمایش

نمونه‌های آزمایش. برای انجام آزمایش ضربه از ورق آلومینیوم ۳۱۰۵ تخت استاندارد به‌ضخامت ۱ میلی‌متر استفاده شده است. ابعاد کلی ورق‌ها به اندازهٔ ۲۲ × ۲۳ سانتی‌متر می‌باشد که باتوجه‌به نحوهٔ قرارگیری روی تکیه‌گاه‌ها، ابعاد مفید این ورق‌ها ۲۱ ×۲۲ سانتی‌متر است. ورق‌ها به‌وسیلهٔ پیچ و مهره به‌هم متصل می‌شوند و فاصلهٔ مرکز پیچ تا لبه ورق از هر طرف ۲/۵سانتی‌متر است. باتوجه‌به این‌که سه ارتفاع سقوط مد نظر است، شش سری نمونهٔ آزمایش شامل نمونه‌های یک‌لایه و دولایه خواهیم داشت که برای هر کدام سه نمونه برای بررسی خطا در نظر گرفته شده است که در مجموع ۱۸ نمونه آزمایش می‌باشند. در این مقاله برای نام‌گذاری ورق‌ها از عبارت AL که مخفف کلمه Aluminum است استفاده شده است، در جدول (۱) ورق‌های مورد استفاده معرفی شده‌اند و در شکل (۱) ورق یک‌لایه و دولایه نمایش داده شده است.

مشخصات مکانیکی ورق‌ها و پیچ‌ها

برای تعیین خواص مکانیکی ورق فولادی مورد آزمایش سه نمونهٔ آزمایشگاهی طبق استاندارد ASTME8 برش داده شده و مورد آزمایش کشش قرار گرفته است. از نتایج حاصل از این آزمون خصوصیات الاستیک و پلاستیک فولاد مصرفی شامل مدول الاستیک (یانگ)، نقطهٔ تسلیم، استحکام و کرنش نهایی از روی نمودار تنش- کرنش حاصل‌شده، به‌دست می‌آید.

برای نمونه‌های آزمایشگاهی به‌شکل ورق، برای انجام آزمون کشش لازم است که نمونه‌هایی به‌شکل دمبل آماده‌سازی شوند. در شکل (۲) نمونه‌های این آزمایش نشان داده شده‌اند.

دستگاه تست کشش ۵ تنی ساخت کشور تایوان و مربوط به شرکت GOTECH می‌باشد. نمودار تنش- کرنش حاصل از این آزمایش در شکل (۳) نشان داده شده است.

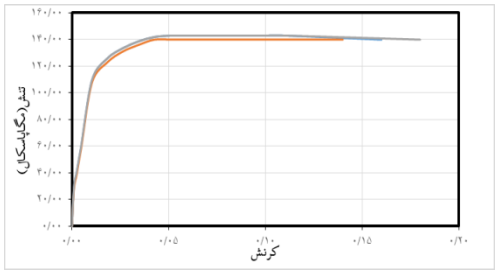
جدول ۱ معرفی ورق‌های مورد استفاده

نمونه	1L-AL3105	1L-AL3105	1L-AL3105	2L-AL31052	2L-AL3105	2L-AL3105
ارتفاع سقوط	۵cm	۷cm	۹cm	۵cm	۷cm	۹cm

(الف) (ب)

شکل ۱ نمای ورق‌های آلومینیومی. (الف) یک‌لایه، (ب) دولایه

شکل ۲ نمونه‌های تست کشش برای تعیین مشخصات مکانیکی ورق آلومینیومی



شکل ۳ نمودار تنش-کرنش حاصل از تست کشش

همچنین در جدول (۲) مشخصه‌های مهم مکانیکی آلومینیوم مصرفی همچون مقاومت تسلیم، مدول یانگ و تنش و کرنش ارائه گردیده است.

برای متصل‌کردن ورق‌ها از پیچ‌های کلاس 5.6 استفاده شده است که به پیچ آهن معروف هستند و همراه مهرهٔ کلاس 5 یا 5 به بالا بسته می‌شوند، در دستگاه‌های DIN طبق DIN 931 به‌صورت نیم‌دنده و DIN933 به‌صورت تمام‌دنده تولید می‌شوند. این کلاس از پیچ و مهره‌ها در ساختار مفتولشان کربن کمتری نسبت به کلاس‌های بالاتر دارند، از نظر انعطاف بهتر هستند اما استقامت کمتری دارند، هر میلی‌متر از سطح مقطع این پیچ قادر به تحمل بار ۵۰ کیلوگرم است و تا ٦۰ کیلوگرم بار وارد شده نیز بدون تغییرشکل باقی می‌مانند. باتوجه‌به این‌که در این پروژه از قطر ۸ میلی‌متر استفاده شده درنتیجه مساحت سطح مقطع پیچ ۳۲/۸۲ میلی‌متر مربع و مقاومت کششی آن ٤۹۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع است. در جدول (۳) مشخصات کارخانه‌ای و مکانیکی پیچ و مهره آورده شده است، همچنین در شکل (٤) تصویر پیچ و مهره را مشاهده می‌کنید.

فیکسچر

برای نگه‌داشتن نمونه‌ها و ایجاد تکیه‌گاه مناسب از فیکسچر نگهدارنده استفاده شده است. این نوع فیکسچر باعث ایجاد قید روی ورق نمی‌گردد و ورق روی فیکسچر آزاد می‌باشد. در شکل (۵) نمای فیکسچر مورد استفاده در این تحقیق نشان داده شده است.

جدول ۲ مشخصات مکانیکی آلومینیوم ۳۱۰۵

جرم حجمی (kg/m^2)	مدول یانگ (GPa)	تنش تسلیم (MPa)	تنش نهایی (MPa)	ضریب پوآسون
۸۰۰۲	۸۱	۱۲٦	۱٤۳	۰/۳۳

جدول ۳ مشخصات مکانیکی پیچ و مهره

جرم حجمی (kg/m^2)	مدول یانگ (GPa)	تنش تسلیم (MPa)	تنش نهایی (MPa)	ضریب پوآسون
۷۸۵۰	۲۰۰	٤۲۰	۵۰۰	۰/۳

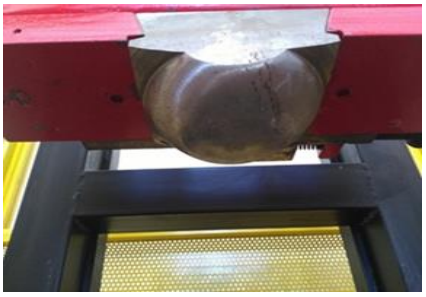
شکل ٤ پیچ و مهره کلاس 5.6

شکل ٥ نمای فیکسچر

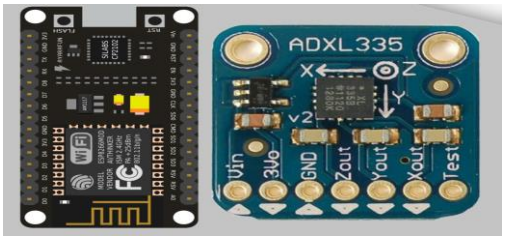
دستگاه آزمایش تست ضربه و شتاب‌سنج

دستگاه مورد استفاده برای آزمایش ضربه در این پژوهش، دستگاه تست سقوط آزاد (دراپ همر) ۷۵۰۰ ژول (DH – TM 7500 J) می‌باشد. حداکثر ارتفاع قابل تنظیم این دستگاه ۳ متر می‌باشد و جرم ضربه‌زننده برای این تحقیق ۱۸۰ کیلوگرم انتخاب شده است و تا ۲۲۰ کیلوگرم قابل تنظیم می‌باشد. این دستگاه از قسمت‌های مختلفی تشکیل شده است که عبارت‌اند از قسمت کنترل مرکزی دستگاه، سیستم اندازه‌گیری و ضبط اطلاعات، موتور، پایه‌های نگهدارندهٔ ضربه زننده، وزنه‌های ضربه‌زننده، سره ضربه‌زننده (عرقچین). در شکل (٦) تصویری از دستگاه دارپ همر و سره ضربه‌زننده و همچنین سنسور شتاب‌سنج دستگاه نشان داده شده است. از سنسور شتاب‌سنج که بر روی ضربه‌زننده قرار می‌گیرد، داده‌گیری می‌شود و پردازش داده توسط شتاب‌سنج با دقت اندازه‌گیری میکروثانیه انجام می‌شود و نتایج را به‌صورت وای‌فای به سیستم انتقال می‌دهد و نتایج توسط نرم‌افزاری که با کدنویسی پایتون نوشته شده است، به‌صورت منحنی شتاب–زمان نمایش داده می‌شود. در جدول (٤) خواص مکانیکی سرهٔ ضربه‌زننده بیان شده است. برای ثبت تاریخچهٔ شتاب از لحظهٔ شروع تماس ضربه‌زننده با نمونه‌ها، از سنسور شتاب‌سنج که بر روی ضربه‌زننده قرار می‌گیرد، استفاده شده است.

(الف)



(ب)



(ج)

شکل ٦ دستگاه دراپ همر. (الف) نمای کلی، (ب) سرهٔ ضربه‌زننده.(ج) سنسور شتاب‌سنج

جدول ٤ مشخصات مکانیکی سرهٔ ضربه‌زننده

جرم حجمی (kg/m^3)	مدول یانگ (GPa)	تنش تسلیم (MPa)	تنش نهایی (MPa)	ضریب پوآسون
۷۸۵۰	۲۰۰	٤۲۰	۵۰۰	۰.۳

نتایج آزمایش تجربی

نتایج حاصل از این تحلیل به‌صورت نمودارهای شتاب-زمان حاصل از دستگاه شتاب‌سنج می‌باشد. همچنین تغییرشکل ماندگار هر ورق به‌عنوان دیگر پارامتر مهم در بررسی عملکرد ورق‌ها، پس از پایان فرآیند ضربه، اندازه‌گیری شده است. در جدول (۵) ماکزیمم شتاب ایجاد شده در هر ورق و همچنین تغییرشکل ماکزیمم آنها نمایش داده شده است. همان‌طور که قابل پیش‌بینی بود، با افزایش انرژی ضربه‌زننده ناشی از افزایش ارتفاع سقوط، شتاب وارده و همچنین تغییرشکل ماندگار در هر دو ورق افزایش پیدا می‌کند. جذب انرژی در ورق‌های دولایه کمتر از یک‌لایه است؛ همچنین تغییرشکل در ورق زیرین به هر شکلی که باشد در ورق‌های بالایی نیز به همان شکل است و این مفهوم را می‌رساند که پیچ‌ها تغییرشکل را به ورق‌های بالاتر انتقال می‌دهند بدون اینکه ورق‌ها از هم جداشوند. برای نمونه‌های با ارتفاع ۵، ۷ و ۹ سانتی‌متر، یک‌لایه درمقایسه با دولایه تغییرشکل ماندگار را به‌ترتیب ۲۰، ۱۰ و ٦۸ درصد کاهش می‌دهد. در شکل (۱۰-۷) الگوی تغییرشکل ورق‌های یک‌لایه و دولایهٔ نمونه نشان داده شده است.

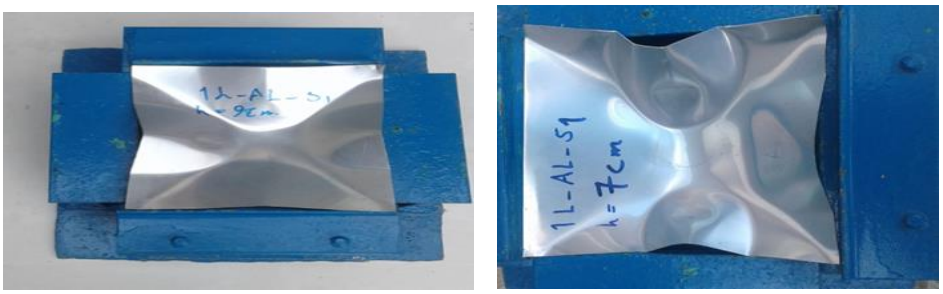
مدل‌سازی عددی مدل هندسی و مش‌بندی مصالح

برای فراهم کردن نشیمن مناسب برای ورق‌ها و با توجه به نوع تکیه‌گاه‌ها از فیکسچر استفاده شده است. مدل‌سازی این فیکسچر به‌صورت مدل جامد سه‌بعدی که از ۸٦ عدد المان سه‌بعدی ۸ گرهی با انتگرال‌گیری کاهش‌یافته با نام C3D8R استفاده شده است. ابعاد هندسی ورق‌ها در مدل عددی به‌صورت مربع ۲۲×۲۲ سانتی‌متر با ضخامت ۱ میلی‌متر می‌باشد. برای مدل‌سازی این عناصر از مدل جامد سه‌بعدی و از نوع تغییرشکل‌پذیر (Deformable) استفاده شده است. برای مش‌بندی ورق‌ها از تعداد ۹۰۰ عدد المان سه‌بعدی ۸ گرهی با انتگرال‌گیری کاهش‌یافته با نام C3D8R استفاده شده است. همچنین با پارتیشن‌بندی (قسمت‌بندی قطعات به اجزای ساده‌تر برای رسیدن به مشی با کیفیت و الگوی مناسب) مش بهینه درنظرگرفته شده است. در ورق‌های دولایه برای اتصال ورق‌ها بر روی هم از پیچ و مهره استفاده شده است، که از سه قسمت سرپیچ، تنهٔ پیچ و مهره تشکیل شده است. همچنین نحوهٔ تماس پیچ‌ها با ورق‌ها به‌صورت اتکایی می‌باشد. سرپیچ و مهره از ۷۲ المان و تنه پیچ از ۹٦ المان سه‌بعدی ۸ گرهی با انتگرال‌گیری کاهش‌یافته با نام C3D8R استفاده شده است. که این سه قسمت با استفاده از قابلیت Tie به یکدیگر متصل شده است. این قابلیت اتصال کامل و بدون لغزشی بین سطوح در تماس با هم ایجاد می‌کند و ضریب اصطکاک بین لایه‌ها و فیکسچر برابر با ۰٫۲ می‌باشد. ضمنا تنها سر ضربه‌زننده که در تماس با ورق قرار می‌گیرد، مدل شده است. این المان نیمی از کرهٔ بیضوی‌شکل می‌باشد. به‌علت سختی بسیار زیاد آن نسبت به ورق‌های فولادی آزمایش، از نوع مصالح صلب، (Discrete rigid)، در نظر گرفته شده است. این عضو در ابتدا به‌صورت جامد سه‌بعدی مدل شده است و در ادامه برای کاهش المان‌های مورد نیاز برای مش‌بندی، با استفاده از قابلیت تبدیل المان جامد به المان پوسته، فقط جدارهٔ بیرونی آن نگه داشته شده است.

بدین‌صورت تعداد المان‌های کل آن برابر بـا ۸۵٦ عـدد و از نوع R3D4 می‌باشد. شـکل (۱۱) تصـاویر مربـوط به مش‌بندی و مدل نهایی یک‌لایه و دولایـه را نمـایش می‌دهد.

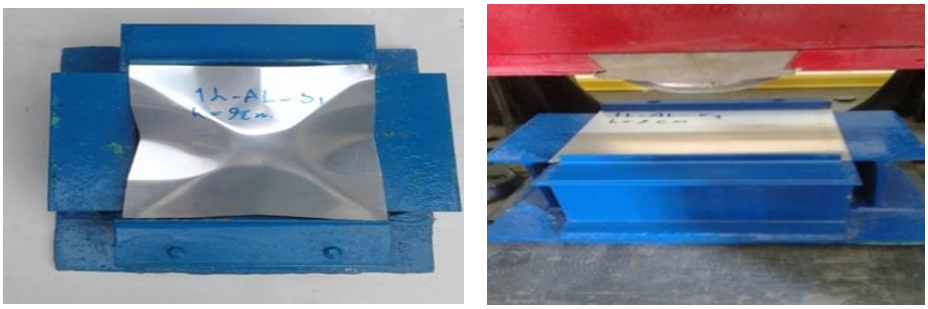
جدول ۵ نتایج حاصل از تست تجربی

نمونه	1L-AL-H=5cm	1L-AL-H=7cm	1L-AL-H=9cm	2L-AL-H=5cm	2L-AL-H=7cm	2L-AL-H=9cm
شتاب حداکثر (m/s^2)	۳٤/٦۹	۳۷/۱	٤۰/۰۲٤	٤۸/۱۳	۵۱/۹۳	۵۲/۱
تغییرشکل پلاستیک حداکثر (mm)	۳۵	۳۷	۵۵	۲۷	۳۱	۳٤



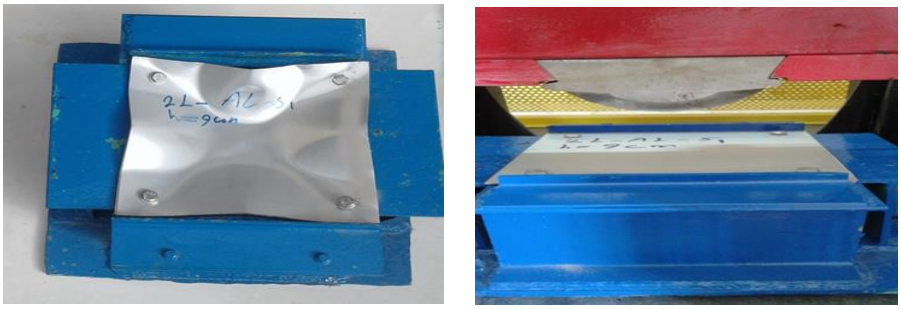
(ب) (الف)

شکل ۷ الگوی تغییرشکل ورق‌ها. (الف) ورق یک لایه ارتفاع سقوط ۷ سانتی‌متر، (ب) ورق یک لایه ارتفاع سقوط ۹ سانتی‌متر



(ب) (الف)

شکل ۸ ورق‌یک لایه آلومینیم با ازتفاع سقوط ۹ سانتی‌متر. (الف) قبل از برخورد، (ب) بعد از برخورد

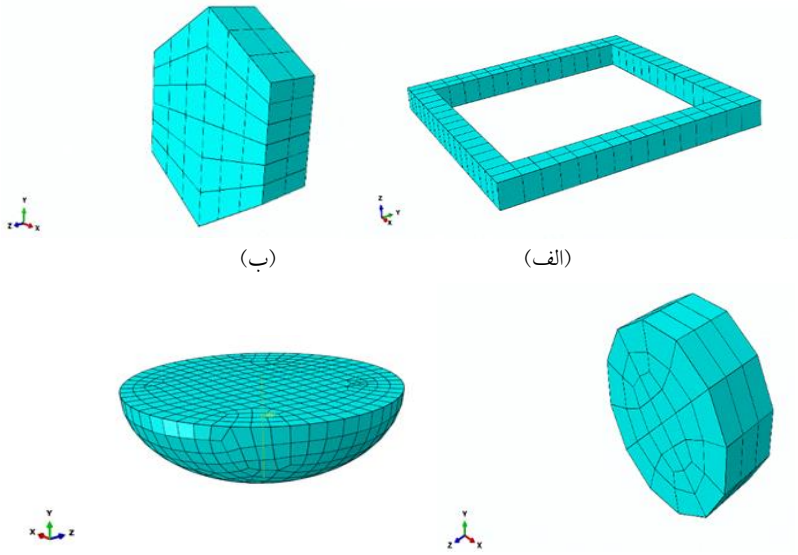


(ب) (الف)

شکل ۹ ورق دولایه آلومینیوم ۳۱۰۵ با ازتفاع سقوط ۹ سانتی‌متر. (الف) هنگام برخورد، (ب) بعد از برخورد

(ب) (الف)

شکل ۱۰ ورق دولایه آلومینیوم ۳۱۰۵ با ازتفاع سقوط ۷ سانتی‌متر. (الف) هنگام برخورد، (ب) بعد از برخورد



(ب) (الف)

(د) (ج)

(و) (ه)

(ح) (ز)

شکل ۱۱ مدل المان محدود، (الف) فیکسچر، (ب) سرپیچ، (ج) تنهٔ پیچ، (د) ضربه‌زننده، (ه) ورق یک‌لایه، (و) ورق دولایه، (ز) مدل یک‌لایه، (ح) مدل دولایه

مدل‌سازی رفتار فولاد

نمودار تنش-کرنش آلومینیوم ۳۱۰۵ به‌دست‌آمده در آزمون کشش تک‌محوری (شکل ۳) به‌عنوان مشخصهٔ اصلی رفتار این مصالح در نظر گرفته شده است. محدودهٔ رفتار خطی به‌صورت الاستیک ایزوتروپیک با شیبی برابر با مدول یانگ تا نقطهٔ تنش تسلیم و ضریب پواسون ۰/۳۳ لحاظ شده است. در تغییرشکل‌های بزرگتر، مصالح فولادی وارد محدودهٔ رفتار با تغییرشکل ماندگار می‌شوند. برای تعریف مرحلهٔ پلاستیک از مدل پلاستیک ایزوتروپیک کلاسیک با تعریف تنش تسلیم در هر نقطه از نمودار در برابر کرنش پلاستیک استفاده گردیده است.

بارگذاری و شرایط مرزی

با توجه به این‌که ورق‌های فولادی به پهنای ۱ سانتی‌متر بر روی نشیمن‌گاه فیکسچر قرار می‌گیرند، در مدل‌سازی برای سادگی و ثابت نگه‌داشتن فیکسچر فقط سه درجه آزادی انتقالی در چهار لبه بسته شده است. برای شبیه‌سازی برخورد ضربه‌زننده از سرعت معادل در لحظهٔ شروع ضربه استفاده شده است که از برابر قرار دادن انرژی پتانسیل ضربه‌زننده در ارتفاع مورد نظر با انرژی جنبشی در لحظهٔ پیش از برخورد به‌دست می‌آید. بدین‌صورت برای سه ارتفاع سقوط خواهیم داشت:

$$v = \sqrt{2gh} = \begin{cases} h = 50mm & \rightarrow & v = 990\ mm/s \\ h = 70mm & \rightarrow & v = 117\ mm/s \\ h = 90mm & \rightarrow & v = 133\ mm/s \end{cases} \quad (۱)$$

$$v = \frac{\Delta a}{\Delta t} \qquad x = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (۲)$$

در رابطهٔ (۱) برای سه ارتفاع مختلف مقدار سرعت برخورد محاسبه می‌شود. در رابطهٔ (۲) داده‌های استخراجی از منحنی شتاب-زمان به جابه‌جایی-زمان پردازش می‌شود.

برای اعمال سرعت‌های اولیه به ضربه‌زننده، از قابلیت پیش‌تعریف بارگذاری (Predefined field) در نرم‌افزار ABAQUS استفاده شده است. براساس این قابلیت سرعت اولیه به نقطهٔ مرجع وارد می‌شود و برای ایجاد شرایط واقعی نیروی ثقل ۹۸۱۰ میلی‌متر بر مجذور ثانیه و جرم ضربه‌زننده که برابر با ۱۸۰ کیلوگرم می‌باشد وارد شده است. برای تعریف اندرکنش ضربه‌زننده با ورق‌های فولادی نیز از قابلیت تماس عمومی، استفاده شده است، که یک تماس کلی بین همهٔ عناصر موجود در مدل ایجاد می‌کند که در آن خصوصیت کلی اختصاص‌یافته برای تماس بین اجزاء از نوع تماس نرمال و تماس مماسی استفاده شده است.

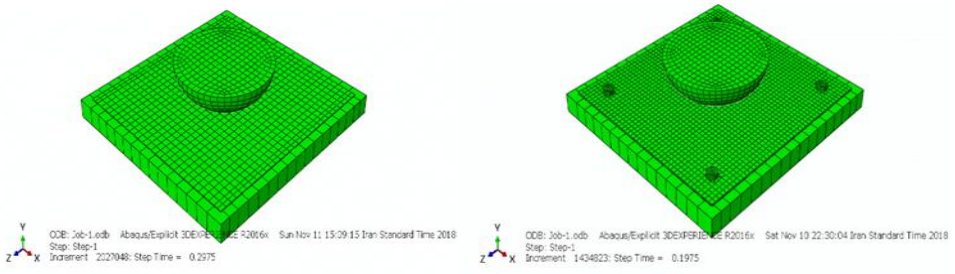
نتایج و بحث

مقایسهٔ نمودارهای شتاب- زمان و جابه‌جایی- زمان و نیرو- جابه‌جایی در تحلیل عددی و تجربی. پس از تعیین مش مناسب برای صفحهٔ فولادی، نمونه‌های آزمایشگاهی مختلف موجود در این تحقیق به‌وسیلهٔ روش مدل‌سازی ذکر شده شبیه‌سازی گردیدند. نتایج حاصل از این مدل‌سازی در جدول (٦) نمایش داده شده است. همچنین برای مقایسهٔ نتایج حاصل از دو تحقیق عددی و آزمایشگاهی در شکل (۱۲ -الف) ورق یک‌لایه و (ب) ورق دولایه و نتایج شتاب در شکل (۱۳-الف) ورق یک‌لایه و (ب) دولایه و شکل (١٤) نتایج نیرو-جابه‌جایی تست عددی آورده شده است. برای محاسبهٔ نمودار نیرو- جابه‌جایی باتوجه به اینکه فقط داده و نمودار مربوط به شتاب- زمان در اختیار ما بوده است، حاصل‌ضرب دادهٔ منحنی شتاب در جرم ضرب‌زننده مقادیر متناظر نیروی وارده به نمونهٔ آزمایشگاهی و عددی حاصل می‌گردد. به‌منظور محاسبهٔ منحنی نیرو- جابه‌جایی می‌بایست مقادیر جابه‌جایی متناظر با هر دادهٔ شتاب و نیرو را محاسبه نمود و از روی آن منحنی نیرو و جابه‌جایی نمونه‌ها را با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی سیمپسون، با

یک بار انتگرال‌گیری از داده‌های شتاب مقادیر سرعت برحسب زمان محاسبه کرد. طبق رابطهٔ (۲) و در ادامه با انتگرال‌گیری عددی از داده‌های مربوط به سرعت- زمان منحنی جابه‌جایی- زمان محاسبه می‌گردد.

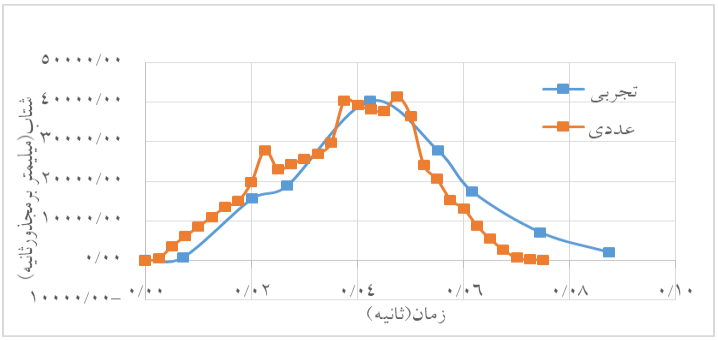
جدول ٦ نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی

نمونه	1L-AL-H=5cm	1L-AL-H=7cm	1L-AL-H=9cm	2L-AL-H=5cm	2L-AL-H=7cm	2L-AL-H=9cm
شتاب حداکثر (m/s^2)	۳۵/۸۱	۳۷/۸۵	۳۹/۲۲	۵۰/۵۲	۵۲/٤۱	۵۳/۵۲
تغییرشکل پلاستیک حداکثر (mm)	۳۲	۳۳	٤۹	۲۵	۲۹	۳۲

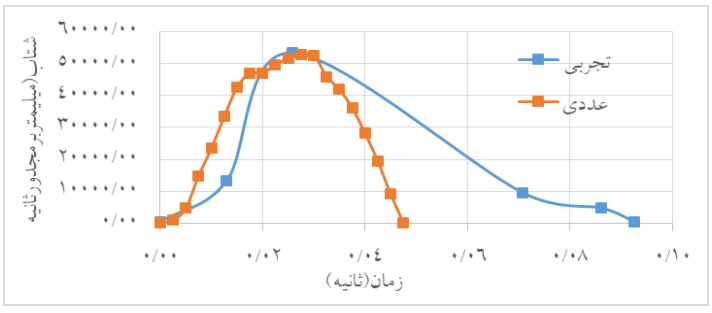


(ب) (الف)

شکل ۱۲ مدل المان محدود تست ضربهٔ سقوط آزاد. (الف) یک‌لایه، (ب) دولایه

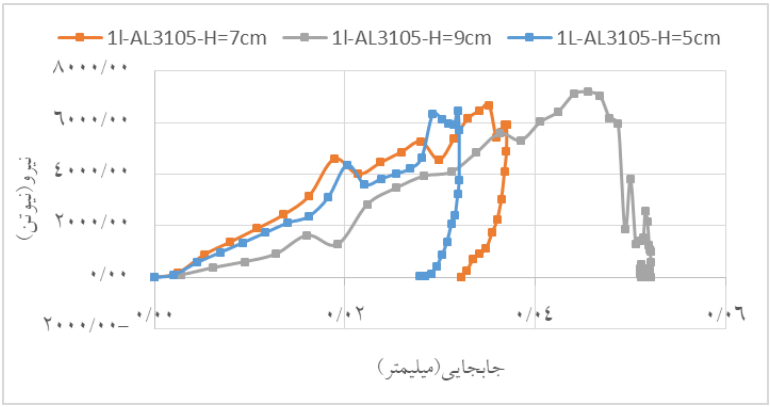


(الف)

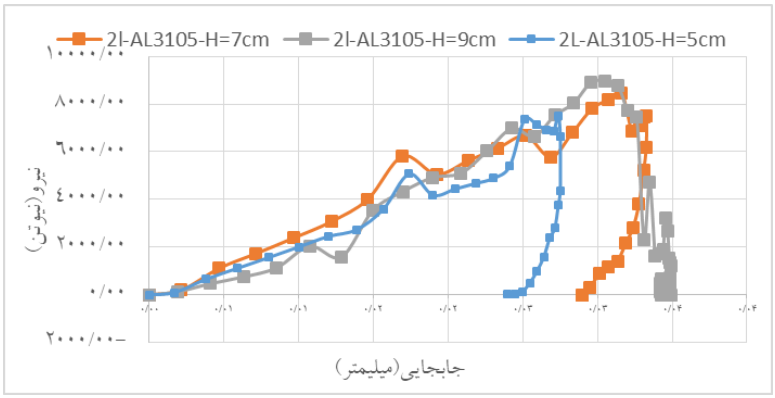


(ب)

شکل ۱۳ مقایسهٔ نتایج شتاب تست تجربی و مدل المان محدود. (الف) ورق یک‌لایه با ارتفاع سقوط ۹ سانتی‌متر، (ب) ورق دولایه با ارتفاع سقوط ۹ سانتی‌متر.



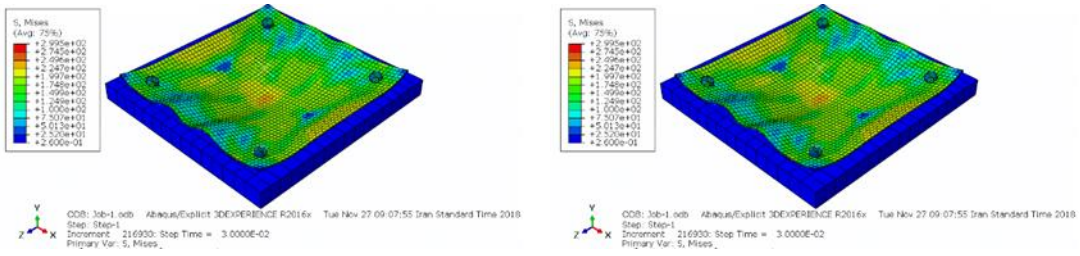
(الف)



(ب)

شکل ۱۴ مقایسهٔ نتایج نیرو –جابه‌جایی مدل المان محدود، (الف) ورق یک‌لایه، (ب) ورق دولایه

نتایج عددی نیز همانند نمونه‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهند که اضافه شدن لایه‌ها مقدار شتاب وارده به صفحهٔ آلومینیومی را افزایش می‌دهد اما به مقدار چشم‌گیری تغییرمکان ماندگار را کاهش می‌دهد. تفاوت بین مدل‌های آزمایشگاهی با شبیه‌سازی عددی بسیار کم و زیر ۱۰ درصد می‌باشد که این مقدار به دلایلی همچون وجود اصطکاک بین یاتاقان‌های ضربه‌زننده و میله‌های نگهدارندهٔ وزنه، همچنین وجود میرایی می‌باشد، که در مدل عددی اعمال نشده است. البته باید در نظر داشت که شرایط تکیه‌گاهی و طریقهٔ متصل کردن ورق‌ها و خطای ساخت عامل مهمی در مقدار نتایج می‌باشند. در شکل (۱۵) نمونه‌هایی از الگوی تغییرشکل ورق‌های یک‌لایه و دولایه نمایش داده شده است. همچنین در جدول (۷) نتایج به‌دست آمده برای جذب انرژی حاصل از تست عددی به‌صورت خلاصه ارائه شده است. دیده می‌شود که ورق‌های دولایه نسبت به ورق‌های یک‌لایه به‌طور میانگین با کاهش اندکی در حدود ۱۶ درصد مواجه می‌شوند. در شکل (۱۶–الف و ب) نمودارهای جابه‌جایی –زمان ورق‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، شکل نمودارها از الگوی یکسانی برخوردار هستند و نشان می‌دهد در لحظهٔ برخورد جابه‌جایی افزایش پیدا می‌کند اما در یک زمان متوقف می‌شود.

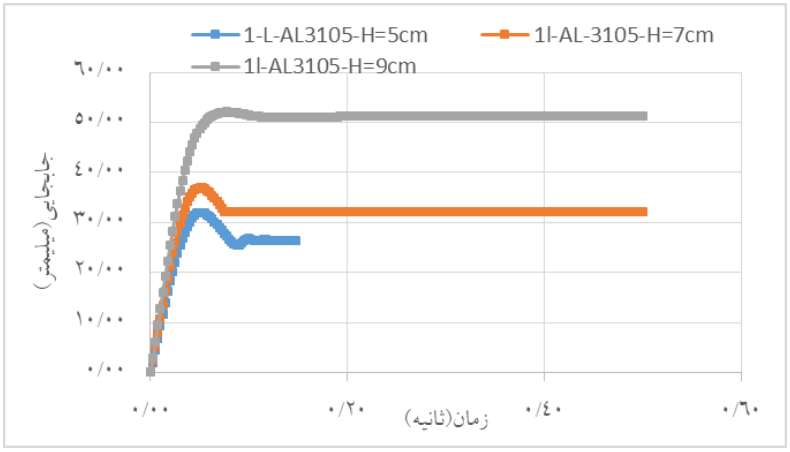


(ب) (الف)

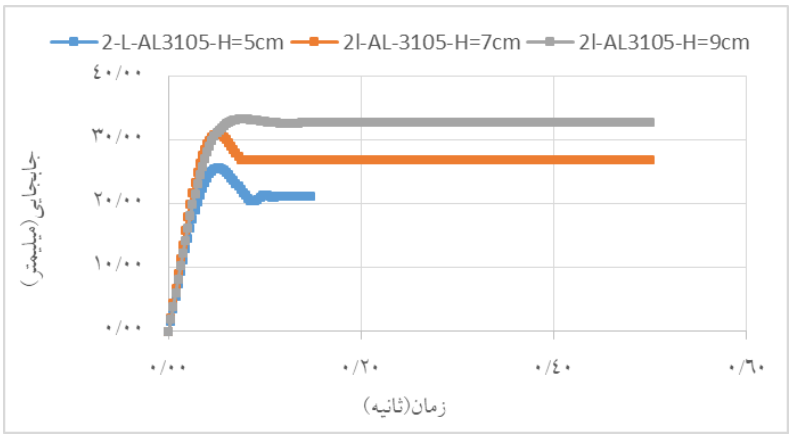
شکل ۱۵ الگوی تغییرشکل ورق‌ها در مدل المان محدود، (الف) ورق یک‌لایه، (ب) ورق دولایه

جدول ۷ نتایج مقدار جذب انرژی بر واحد جرم

نمونه	1L-AL-H=5	1L-AL-H=7cm	1L-AL-H=9cm	2L-AL-H=5cm	2L-AL-H=7cm	2L-AL-H=9cm
جذب انرژی (j)	۸۷	۱۲۲	۱٤۸	۷۵	۱۱۲	۱٤٤



(الف)



(ب)

شکل ١٦ نمودارجابه‌جایی –زمان، (الف) ورق یک‌لایه، (ب) ورق دولایه

نتیجه‌گیری

در این پژوهش بررسی آزمایشگاهی و المان محدودی روی رفتار ورق‌های آلومینیوم ۳۱۰۵ که با لایه‌چینی ۱و ۲ لایه با پیچ به‌هم متصل شده و تحت ضربه با سرعت پایین ناشی از سقوط آزاد وزنه قرار گرفته‌اند، انجام شد.

بر اساس نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق، ورق‌های دولایه نسبت به ورق‌های یک‌لایه دارای شتاب و نیروی ضربهٔ بیشتری می‌باشند؛ لذا اثر شوک و ضربهٔ وارده در اثر برخورد در این ورق‌ها بیشتر است. با این وجود جابه‌جایی در این ورق‌ها کمتر و جذب انرژی نیز کمتر است. مقایسهٔ نمودارهای حاصل از تحلیل عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهند که اختلاف ماکزیمم شتاب وارد بر ورق کمتر از ۸ درصد می‌باشد. همچنین تفاوت نتایج تغییرشکل ماندگار کمتر از ۱۰ درصد است که نشان از دقت مناسب و نزدیک به‌هم این دو روش تحلیل دارد.

واژه‌نامه

پیش‌تعریف بارگذاری	Predefined field
تغییرشکل‌پذیر	Deformable
جامد	Solid
قابلیت تماس عمومی	General contact explicit
مصالح صلب	Discrete rigid
نقطهٔ مرجع	Reference point

مراجع

1. Qian, Y. and Swanson, S.R., "A Comparison of Solution Techniques for Impact Response of Composite Plates", *Composite Structures*, Vol. 14, pp. 177-192, (1990).
2. Her, S.C. and Liang, Y.C., "The Finite Element Analysis of Composite Laminates and Shell Structures Subjected to Low Velocity Impact", *Composite Structures*, Vol. 66, pp. 277-285, (2004).
3. Caprino, G., Spataro, G. and Del Luongo, S., "Low- Velocity Impact Behavior of Fiberglass-Aluminum Laminates", *Composites: Part A*, Vol. 35, pp 605-616, (2004).
4. Roy, P.K. and Ganesan, N., "Dynamic Stress Analysis of a Tapered Cantilever Square Plate Under Impact Load", *Computer & Structures*, Vol. 49, No. 2, pp. 275-281, (1993).
5. Sabouri, H., Ahmadi, H. and Liaghat, G.H., "Ballistic, Impact Perforation Into Glare Target: Experiment Numerical Modeling and Investigation of Aluminium Stacking Sequence", *International Journal Vehicle Structures & Systems*, Vol. 3, No. 1, pp. 178-183, (2011).
6. Kitada, T., "Ultimate strength and ductility of concrete-filled steel bridge piers", *Engineering Structures*, Vol. 20, Nos. 4~i, pp. 347-354, (1998).
7. Olsson, R., "Improved Theory for Contact Indentation of Sandwich Panels", *Journal of AIAA* Vol. 34, No. 6, pp.1238-1244, (1996).
8. Ustaa, F., Mullaoglu, F., Türkmen, H.S., Balkan, D., Mecitoglu, Z., Kurtaran, H. and Akay, E., "Effects of Thickness and Curvature on Impact Behaviour of Composite Panels", *Journal of Procedia Engineering*, No. 167, pp. 216-222, (2016).
9. Zhang, L.W., Song, Z.G., Qiao, P. and Liew, K.M., "Modeling of Dynamic Responses of CNT-Reinforced Composite Cylindrical Shells Under Impact", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 313, pp. 889-903, (2016).
10. Choubini, M., Liaghat, Gh.H. and Hossein Pol, M., "Investigation of energy absorption and deformation of thin walled tubes with circle and square section geometries under transverse impact loading", Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 1, pp. 75-83, (2015). (In Persian).

11. Malvern, L.E., Sierakowski, R.L., Ross, C.A. and Cristescu, N., "Impact Failure Mechanisms in Fiber-Reinforced Composite Plates", *High Velocity Deformation of Solids*, pp. 120-131,(1975).
12. Bidi, A. Liaghat, Gh. and Rahimi, Gh, "Experimental and numerical analysis of impact on curved steel- polyurea bi-layer panels", *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 3, No. 3, pp. 207-214, (2016). (In Persian).
13. Olsson, R., "Improved Theory for Contact Indentation of Sandwich Panels", *Journal of AIAA*, Vol. 34, No. 6, pp. 1238-1244, (1996).
14. Choi, I.H. and Hong, C.S., "New Approach for Simple Prediction of Impact Force History on Composite laminates", *Journal of AIAA*, Vol. 132, No. 10, pp. 2072-272, (1994).
15. Hatami, H. and Fatholahi, A.B., "The theoretical and numerical comparison and investigation of the effect of inertia on the absorbent collapse behavior of single cell and two-cell reticular under impact loading", *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 50, pp. 51-60, (2017)
16. Ghodsbin Jahromi, A. and Hatami, H., "Numerical Behavior Study of Expanded Metal Tube Absorbers and Effect of Cross Section Size and Multi-Layer under Low Axial Velocity Impact Loading", *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 49, pp. 685-696, (2018).
17. Hatami, H. and Hossein, M., "Elastic-Plastic Analysis of Bending Moment–Axial Force Interaction in Metallic Beam of T-Section", *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 5, pp. 162-173, (2019).
18. Hatami, H., Hosseini, M. and Yasuri, A.K., "Perforation of Thin Aluminum Targets Under Hypervelocity Impact of Aluminum Spherical Projectiles", *Materials Evaluation*, Vol. 77, pp. 411-422, (2019).
19. Rad, M.S., Hatami, H., Alipouri, R., Nejad, A.F. and Omidinasab, F., "Determination of energy absorption in different cellular auxetic structures", *Mechanics & Industry*, Vol. 20, pp. 302-317, (2019).

شبیه‌سازی جریان گاز طبیعی و بررسی تأثیر پارامترهای آن بر خرابی‌های قطعات شیرهای چرخشی کلاس ۹۰۰*

علیرضا تهور[۱] محمدصادق کرونی[۲]

چکیده *شیرهای چرخشی از اهمیت خاصی در سیستم‌های نم‌زدایی گاز طبیعی برخوردار هستند و خرابی‌های آنها هزینه‌های سنگین را به همراه دارد. لذا شبیه‌سازی جریان درون این نوع شیرها با رویکرد بررسی تأثیر جریان بر خرابی قطعات لازم به نظر می‌رسد. در این تحقیق، ابتدا مدل‌سازی شیر چرخشی کلاس ۹۰۰ انجام شده، سپس جریان گاز شبیه‌سازی می‌گردد و نیروهای وارد بر توپی و سرعت گاز درون آن در زوایای مختلف باز شدن شیر محاسبه می‌شود؛ سپس مکانیزم داخلی در حالتی که بیشترین مقدار نیرو به توپی اعمال می‌شود مورد تحلیل نیرویی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل می‌تواند در طراحی‌های جدید شیرهای مشابه، انتخاب آلیاژهای مناسب قطعات و همچنین طراحی فرآیندهای نم‌زدایی مورد استفاده قرار گیرد.*

واژه‌های کلیدی شیرهای چرخشی، خرابی قطعات، توپی، اثر متقابل سیال و جامد، تحلیل نیرو.

Numerical Simulation of Gas Flow inside the Orbit Valve Class 900 and its Effects on Parts Damages

A.R. Tahavvor M.S. Korooni

Abstract *Orbit valves are used dehydration processes of gas. Failure of valves impose cost of repair and maintenance and its experimental tests are more expensive and in many cases are not applicable. Therefore, in this work a three dimensional model of an orbit valve class 900 is created and exported to a CFD solver. Results are exported to a structural analyzer to determine the exerted forces and stresses. Analysis are considered in six position of valve ball. Results show that ball position of 45° is the critical position and probability of failure in this situation is very high. Therefore, results of 45° are valuable to design of parts and choosing appropriate material inside parts.*

Key Words Orbit valves, Failure, Ball valves, Fluid-solid interaction, Force analysis

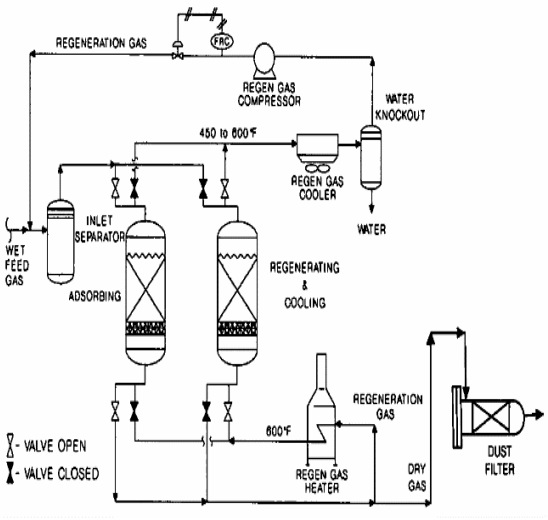
*تاریخ دریافت مقاله ۹۷/۱۰/۲۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۸/۶/۲۶ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.78595

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران. tahavvor@iaushiraz.ac.ir

(۲) کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

مقدمه

بیش از یک قرن است که گاز طبیعی به‌عنوان سوخت استفاده می‌شود. امروزه تولید و توزیع گاز طبیعی یکی از بخش‌های مهم اقتصادی برخی از کشورها از جمله ایران را به خود اختصاص داده است. همچنین روش‌های متعددی به‌منظور تولید، تصفیه و پالایش گاز توسعه یافته است. گاز طبیعی عمدتاً از متان، مقدار کمی اتان، پروپان و بوتان تشکیل می‌شود. علاوه‌براین‌ها ممکن است ترکیبات دیگری نظیر آب، ترکیبات گوگرد، دی‌اکسیدکربن، نیتروژن و جیوه که به‌عنوان آلاینده‌های گاز طبیعی شناخته می‌شوند، در گاز طبیعی یافت شوند. مهمترین این آلاینده‌ها آب، ترکیبات گوگرد و دی‌اکسید کربن می‌باشند. فرآورش گاز طبیعی مجموعه عملیات پیچیده‌ای شامل فرآیندهایی است که در جریان آن بتوان گاز طبیعی که شامل عمدتاً متان به‌عنوان اصلی‌ترین ماده و با درصد خلوص ۸۰ تا ۹۷ می‌باشد را پالایش نمود، ضمن آن که در این فرآیندها علاوه بر استحصال گوگرد، ترکیبات ارزشمند مایعات گازطبیعی شامل گاز مایع و میعانات گازی که تماماً در ردیف اقلام صادراتی نیز به‌شمار می‌آیند، جداسازی می‌گردند. بخار آب یکی از ناخالصی‌های مشترک بین اکثر منابع گاز طبیعی است که مشکلات بسیاری را در عملیات فرآورش و انتقال گاز طبیعی به‌وجود می‌آورد. نم‌زدایی فرآیندی است که به‌منظور حذف بخار آب از گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف اصلی آن جلوگیری از تشکیل هیدرات و میعان آب در تأسیسات فرآیندی و خطوط انتقال و در نهایت جلوگیری از خوردگی است. روش‌های مختلفی به‌منظور نم‌زدایی گاز طبیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش‌ها عبارتند از: جذب آب به‌وسیلهٔ مایع، غشاء، جذب به‌وسیلهٔ کلرید کلسیم، جذب به‌وسیلهٔ سرمایش، جذب به‌وسیلهٔ جامد یا همان جذب سطحی. یکی از روش‌های نوین عملیات نم‌زدایی از گاز طبیعی، جذب سطحی می‌باشد. بسیاری از جاذب‌های جامد مانند مولکولارسیو و سیلیکاژل قادر به جذب آب از گاز هستند. جاذب‌ها معمولاً به‌علت مشکلات و همچنین خطرهای ناشی از سایش برای چرخش پیوسته مناسب نیستند، به‌همین‌دلیل جاذب‌ها معمولاً در بسترهای ساکن استفاده می‌شوند. در ساده‌ترین حالت، یک بستر در حالت جذب سطحی عمل می‌کند و دیگری در حالت دفع و این دو به صورت دوره‌ای تغییر وضعیت می‌دهند. شکل (۱) سیستمی ساده متشکل از دو بستر را نشان می‌دهد. یکی از بسترها در حال جذب آب از جریان گاز است و دیگری در حال احیاء به‌منظور دفع آب از جاذب از گاز داغ استفاده می‌شود و بعد از آن به‌وسیلهٔ گازی که در دمای شرایط جذب است دمای بستر پایین آورده می‌شود. مسیر جریان بسترها قبل از این‌که بستر در حال جذب، کاملاً از آب اشباع شود، تعویض می‌شوند. کیفیت گاز خروجی از واحد نم‌زدایی به نقطهٔ شبنم گاز عبوری از این بسترها بستگی دارد. هر برج دارای چهار عدد شیر توپی کلاس ۹۰۰ با عملگر نیوماتیکی جهت تغییر مسیر جریان و ایزوله کردن می‌باشد. شکل (۲) نمونه‌ای از این شیرها را نشان می‌دهد.



شکل ۱ سیستم واحد نم‌زدایی به روش جذب سطحی با دو بستر

شکل ۲ شیر چرخشی (توپی) کلاس ۹۰۰ با محرک نیوماتیکی

عملکرد و تغییر وضعیت این شیرها بر اساس زمان می‌باشد. یعنی به‌عنوان مثال اگر بستر شماره یک در حالت جذب باشد و مدت زمان جذب هشت ساعت باشد، شیرهای مسیر جذب این بستر می‌بایستی پس از هشت ساعت به‌صورت خودکار بسته شوند و شیرهای مسیر جذب بستر آماده‌به‌کار همزمان با بسته‌شدن شیرهای قبلی باز شوند تا این بستر در حالت جذب قرار گیرد. در شرایطی که کیفیت بستر برج‌ها مطلوب باشد، نقطهٔ شبنم گاز خروجی از واحد نم‌زدایی بستگی به عملکرد این شیرها دارد. در حالت معمولی، می‌بایستی آب‌بندی این شیرها کاملاً دقیق باشد و به‌خوبی باز و بسته شوند، زیرا در صورتی که این شیرها به‌درستی آب‌بندی نشوند، گاز مسیر جذب وارد مسیر احیا و یا بالعکس خواهد شد. در این‌صورت بسترها به‌درستی عمل نمی‌کنند و درنتیجه نقطهٔ شبنم از مقدار مطلوب فاصله گرفته و در ایستگاه‌های تقلیل فشار و یا در فصل سرما باعث تشکیل هیدرات و یخ‌زدگی گاز در مسیر مصرف کننده‌ها خواهد شد. مشکل اصلی آب‌بندی نامناسب این شیرها، سایش شدید قطعات داخلی در اثر باز و بسته شدن آنهاست که منجر به گیر مکانیکی قطعات داخلی شیر و در نتیجه توقف تولید می‌شود. این توقف تولید در سیستم نامطلوب بوده و منجر به هزینه‌های زیادی خواهد شد. زیرا در هر بار توقف تولید و گیر مکانیکی، باید تمام گاز واحد نم‌زدایی به مسیر مشعل ارسال گردد و فشار کل واحد به مقدار صفر برسد تا بتوان شیر معیوب را باز و تعمیر نمود. توقف تولید از زمان خرابی شیر تا زمان راه اندازی مجدد واحد، هزینه‌های تعمیرات شیر معیوب، از دست دادن حجم زیاد گاز ارسالی به مسیر مشعل‌ها، باعث هزینه‌های بسیار زیادی خواهد شد. عوامل متعددی باعث خرابی این قطعات خواهند شد از جمله جنس نامناسب قطعات، عملیات حرارتی نامناسب، سختی نامناسب، سرعت نامناسب جریان گاز عبوری از این شیرها، اختلاف فشار نامناسب بین ورودی و خروجی شیر، دمای گاز و سایش شدید قطعات. نمونه‌هایی از خرابی قطعات داخلی این نوع شیرآلات در شکل (۳) نشان داده شده است.

تحقیقات معدودی و محدودی نیز در این زمینه انجام پذیرفته است. به‌عنوان مثال در سال ۲۰۱٤ تبریزی و همکارانش به شبیه‌سازی عددی عملکرد شیرآلات توپی جهت بررسی پدیده کاویتاسیون درون آنها پرداختند.

ج ب الف

شکل ۳ نمونه‌ای از خرابی قطعات شیر توپی کلاس ۹۰۰ در (الف) ساقهٔ شیر (stem)، (ب) هادی ساقه (stem guide) و (ج) میله ساقه (stem cam)

آنها در این روش شیر را در زوایای مختلف باز شدن قرار دادند و برای شبیه‌سازی کاویتاسیون درون این نوع شیرآلات از مدل آشفتگی SST استفاده نمودند. برای اینکه جریان کاملاً توسعه‌یافته شود، طول ورودی شیر را ۲۰ برابر قطر داخلی و طول خروجی شیر را ٦۰ برابر شیر در نظر گرفتند. اندازهٔ قطر داخلی

را ۲ اینچ در نظر گرفتند و از انتقال حرارت داخل شیر صرف نظر نمودند. همچنین شرایط مرزی را سرعت ورودی یکنواخت، گرادیان فشار خروجی را برابر صفر و نوع مش را چهار وجهی در نظر گرفتند و مسئله را در شش حالت مختلف باز بودن بررسی کردند. در تحقیقی دیگر بئون و همکارانش [2] با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی به تحلیل عددی مشخصات باز شدن شیرهای اطمینان فشار بالا پرداختند. آنها با استفاده از نتایج نیروی جریان به‌دست آمده از تحلیل سیالاتی حرکت شیر را مدل‌سازی نمودند. در این تحقیق برای شیرآلات اطمینان با فشار تنظیم ۴۰ اتمسفر با سیال عامل گاز ایده‌آل، نوساناتی در هنگام بسته شدن شیر مشاهده نمودند که این مقدار نوسانات برای شیرهای اطمینان با فشار تنظیم بالاتر از ۴۰ اتمسفر در هنگام بسته شدن کاهش پیدا می‌کرد. همچنین آنها در این تحقیق پی بردند که فشارگیری سریع در ورودی شیر اگر به مقدار کافی برسد باعث ایجاد نیرویی برای باز شدن ناگهانی شیر می‌شود که می‌بایستی در طراحی این نوع شیرها مد نظر قرار گیرد. در سال ۲۰۱۱ یانگ و همکارانش [3] شبیه‌سازی عددی جریان سه‌بعدی درون یک شیر سوزنی با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی را بررسی کردند. آنها شبیه‌سازی عددی شیر را برای مشاهدهٔ ضریب جریان و افت فشار درون این نوع شیرآلات هنگامی که با نرخ جریان مختلف و سرعت یکنواخت در سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند، بررسی نمودند. آنها سیال مورد نظر را نیوتنی و غیرقابل‌تراکم و حالت جریان را دائمی و مدل اغتشاش جریان را RNG k-ε در نظر گرفتند. برای این‌که جریان ورودی و خروجی کاملاً توسعه‌یافته شود، ورودی و خروجی شیر را به طول ۱۰ برابر قطر اضافه نمودند.

در سال ۲۰۰۷، سانگ و پارک [4]، شبیه‌سازی سه‌بعدی عددی جریان عبوری از شیرآلات پروانه‌ای برای مشاهدهٔ الگوی جریان عبوری، ضریب جریان و همچنین ضریب گشتاور هیدرولیکی در زوایای مختلف باز بودن، به هنگام عبور جریان در یک سیستم لوله‌کشی را مورد بررسی قرار دادند. آنها مدل اغتشاش جریان را RNG k- ε در نظر گرفتند و برای این‌که جریان ورودی و خروجی کاملاً توسعه‌یافته شود، ورودی را به طول ۸ برابر و خروجی شیر را به طول ۱۰ برابر قطر شیر جهت همگرایی جریان و افزایش دقت اضافه نمودند. سیال عامل مورد استفاده جهت شبیه‌سازی را آب و شرایط مرزی را سرعت یکنواخت ۳ متر بر ثانیه در نظر گرفتند و از افت فشار در خروجی جریان چشم‌پوشی نمودند. در سال ۲۰۰۳، والاس و همکارانش [5] نرخ سایش شیرآلات صنعتی را به‌کمک مدل اویلر–لاگرانژ و ترکیب آن با معادلات تجربی سایش، مورد بررسی قرار دادند. آنها مدل آشفتگی جریان را ازنوع RNG k-ε و مدل تجربی سایش را از نتایج سایش حاصل از آزمایش‌های دانشگاه ساوتهمپتون که به دو روش سرعت‌دادن به ذرات ماسه در نازل هوا و آب انجام گرفت، در نظر گرفتند. آنها در این روش نرخ سایش اوریفیس درون یک نوع شیر سوپاپی را مورد بررسی قرار دادند. آنها از این پژوهش نتیجه گرفتند که می‌توان ابزاری را ساخت که بتواند به‌صورت نسبی نرخ سایش یک قطعه را با قطعهٔ مبنا مقایسه کند.

روش تحلیل

در این پژوهش یکی از انواع شیرها که بیشترین خرابی قطعات در آن صورت می‌پذیرد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا کلیه نقشه‌های سه‌بعدی قطعات داخلی، بدنه و محرک نیوماتیکی تهیه می‌گردد و سپس به‌صورت کامل مونتاژ می‌شود. با توجه به اینکه خرابی این قطعات هنگام باز و بسته شدن شیر اتفاق می‌افتد، لذا در ابتدا مدل‌سازی در زوایای مختلف باز شدن شیر انجام می‌گردد. سپس با استفاده از تکنیک‌های مبتنی بر دینامیک سیالات محاسباتی و با انتخاب مدل آشفتگی

متناسب با شرایط حاکم و اعمال شرایط مرزی، توزیع سرعت و نیروهای اعمال شده به توپی بررسی خواهد شد. با بررسی نیروهای به‌دست آمده، زاویه بحرانی مشخص خواهد شد و آنالیز تنش در آن زاویه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

مشخصات شیر انتخابی

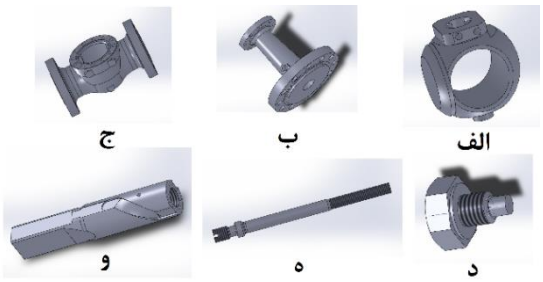
بر اساس گزارش خرابی‌های قطعات داخلی شیرها، مدل شیر طبق جدول (۱) از واحد نم‌زدایی ۱۰٤ پالایشگاه گاز پارسیان انتخاب شده است. این شیر در ورودی و خروجی مسیر احیای برج‌های نم‌زدایی قرار گرفته است. گاز داغ با دمای ۳۰۰ درجه سانتی‌گراد در زمان احیاء از درون این شیر عبور می‌کند.

جدول ۱ مشخصات شیر چرخشی

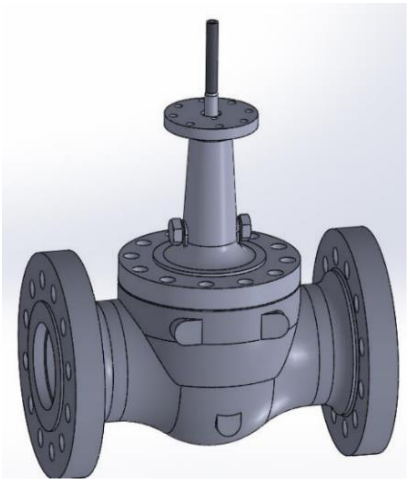
اندازه	۸×٦×۸
کلاس	۹۰۰
شرکت سازنده	CAMERON
مدل بدنه	1523H8 LRF
نوع محرک	سیلندر پیستونی
مدل محرک	LS-124-D-26

مدل‌سازی

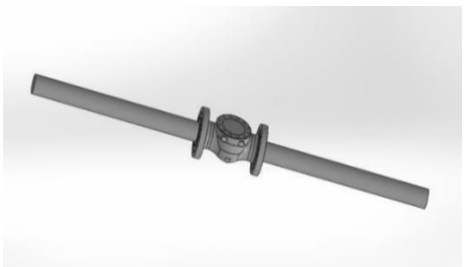
در ابتدا کلیهٔ اجزای شیر شامل بدنه، ساقه، قطعات داخلی و محرک مطابق قسمت‌های مختلف شکل (٤) ایجاد شده و مطابق شکل (۵) مونتاژ می‌گردد. پس از آن جهت شبیه‌سازی جریان سیال عبوری از شیر، توپی شیر درون بدنه در زوایای ۱۵، ۳۰، ٤۵، ٦۰، ۷۵ و ۹۰ درجه، تنظیم شده و سپس مطابق شکل (٦) برای اینکه جریان کاملاً توسعه‌یافته شود، طول ورودی و خروجی شیر به طول ۱۰ برابر قطر داخلی به بدنه اضافه می‌شود. در کار حاضر با توجه به ماهیت سه‌بعدی مسئله برای ورودی و خروجی با توجه به این‌که قطر لوله یکنواخت می‌باشد از شبکه با المان‌های شش وجهی و در قسمت داخلی شیر به‌دلیل پیچیدگی شکل از المان‌های چهاروجهی استفاده شده است. همچنین جدول (۲) مشخصات المان های درنظر گرفته‌شده در زوایای مختلف باز شدن شیر را نشان می‌دهد.



شکل ٤ مدل سه بعدی قطعات شیر چرخشی کلاس ۹۰۰
(الف) توپی (ب) هادی ساقه (ج) پایه بدنه (د) پین
(ه) ساقه (و) میله ساقه



شکل ۵ مدل مونتاژ شده شیر چرخشی



شکل ٦ مدل با لوله‌های ورودی و خروجی

جدول ۲ مشخصات المان‌ها در زوایای مختلف باز شدن شیر

زاویهٔ توپی (درجه)	کشیدگی متوسط سلول‌ها	کیفیت متوسط سلول‌ها	تعداد المان‌ها
۱۵	۰/۱۵۵٦	۰/۸۵۷	۵۵۸۷۵۸۹
۳۰	۰/۱۵۵۷	۰/۸۵۸	۵۵۸۹۵٦۰
٤۵	۰/۱۵۵۷	۰/۸٦۰	۵۵۸۸٤۷۳
٦۰	۰/۱۵۵۷	۰/۸٦۰	۵۵٦٤۰۹۵
۷۵	۰/۱۵۵۵	۰/۸٦۰	۵۵۸۷۸۹۳
۹۰	۰/۱۵۵۷	۰/۸٦۱	۵۵۸۹۰۹۳

لازم به ذکر است که هر چه میزان کشیدگی سلول‌ها، به صفر و کیفیت متوسط سلول‌ها، به یک نزدیک‌تر باشد حاکی از کیفیت بالاتر شبکه‌بندی است.

روش حل

برای شبیه‌سازی شیر مذکور از روش حجم محدود به‌منظور گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان سیال استفاده شده است. این روش توسط نرم‌افزار Ansys Fluent® 16 پیاده‌سازی شده است. همچنین برای تحلیل تنش و کرنش معادلات حاکم با استفاده از روش المان محدود و نرم‌افزار Ansys Abaqus® 16 حل شده‌اند. روند کار به‌این‌صورت بوده است که ابتدا در یک موقعیت و در یک زاویهٔ خاص توپی شیر، توپی ثابت در نظر گرفته شده و جریان سیال درون شیر شبیه‌سازی می‌شود. پس از به‌دست آمدن نتایج این مرحله، شرایط ایجادشده به‌وسیلهٔ سیال به‌عنوان شرط مرزی در تحلیل تنش استفاده شده و نرم‌افزار تحلیل تنش نتایج مورد نظر را در اختیار قرار می‌دهد. این روند در سایر زاویه‌های توپی نیز تکرار می‌شود. به‌عبارت دیگر در روند شبیه‌سازی شیر مورد نظر از تکنیک تقابل سیال– سازهٔ یک‌طرفه استفاده شده است.

شرایط مرزی

مطابق شرایط فرآیندی واحد ۱۰٤، نوع سیال و فشارهای ورودی و خروجی این نوع شیر در هنگام بازشدن به‌صورت جدول (۳) می‌باشد:

جدول ۳ شرایط مرزی

سیال عامل	گاز طبیعی
فشار ورودی (bar)	۸۹
فشار خروجی (bar)	۸۷
دمای ورودی (°C)	۳۰۰

مدل آشفتگی

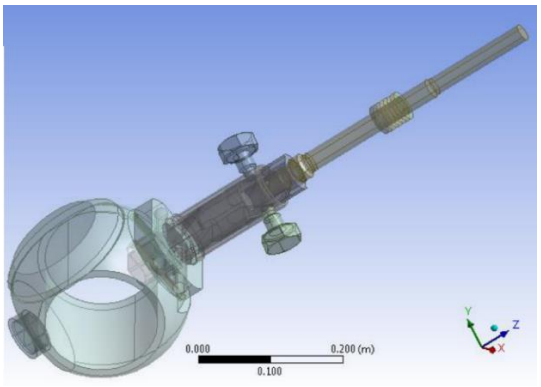
با توجه به این‌که مدل RNG k-ε برای جریان‌های داخلی و خارجی و جریان‌های با دیواره محدود با گرادیان فشار نسبتاً کوچک، دقت و عملکرد خوبی دارد و همچنین در برخی از مراجع نیز با استفاده از این مدل نتایج قابل‌قبولی برای جریان درون شیرها حاصل شده است [3-5]. در کار حاضر نیز از این مدل در حل مسئله استفاده شده است. همچنین مقدار شدت آشفتگی در ورودی برابر با ۳/۷ درصد و قطر هیدرولیکی برابر با قطر ورودی در نظر گرفته شده است.

نتایج

همان‌گونه که در شکل (۷) نشان داده شده است مکانیزم شیر دارای یک درجه آزادی می‌باشد. در صورتی‌که مکانیزم را در سطوح تماس بین قطعات قفل نماییم، درجه آزادی مکانیزم صفر شده و می‌توان تحلیل تنش را در حالات مختلف انجام داد. با بررسی سوابق خرابی قطعات مشخص شده است که در حالت قفل بودن توپی، بیشترین خرابی قطعات اتفاق می‌افتد؛ لذا تحلیل تنش قطعات در این حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

میدان سرعت

توزیع سرعت جریان گاز عبوری از شیر در زاویهٔ ۱۵ درجه در شکل (۸-الف) نشان داده شده است. مطابق شکل بیشترین مقدار سرعت در عبور جریان از فضای ایجاد شده بین محل نشیمنگاه و سطح آب‌بندی توپی اتفاق می‌افتد. در این حالت بیشترین مقدار سرعت حدوداً برابر با ۲٤ متر بر ثانیه می‌باشد.



شکل ۷ نمای اجزای داخلی شیر توپی کلاس ۹۰۰

در حالت زاویهٔ ۳۰ درجه نیز مانند حالت زاویهٔ ۱۵ درجه، بیشترین مقدار سرعت در فضای بین نشیمنگاه و سطح آب‌بندی توپی اتفاق می‌افتد. در این حالت میانگین سرعت جریان عبوری نسبت به زاویهٔ ۱۵ درجه بیشتر و ماکزیمم مقدار سرعت برابر با ۳۰ متر بر ثانیه می‌باشد (شکل ۸-ب). در حالت زاویهٔ ٤٥ درجه، برعکس حالت‌های قبل، بیشترین مقدار سرعت در محل خروجی عبور جریان از فضای توخالی توپی اتفاق می‌افتد، ضمن این‌که هنوز فرار جریان با سرعت بالا از فضای بین نشیمنگاه و سطح آب‌بندی توپی وجود دارد .در این حالت بیشترین مقدار سرعت حدوداً برابر با ٥٤ متر بر ثانیه می‌باشد (شکل ۸-ج). در شکل (۸-د) نتایج شبیه‌سازی سرعت در زاویهٔ ٦۰ درجه نشان داده شده است. در این حالت نیز نتایج مانند زاویهٔ ٤٥ درجه می‌باشد. متوسط سرعت جریان در این حالت بیشتر از حالت زاویهٔ ٤٥ درجه بوده و بیشترین مقدار سرعت برابر ٦۹ متر بر ثانیه می‌باشد. در حالت زاویهٔ ۷۵ درجه نیز مانند زاویهٔ ٦۰ درجه، بیشترین مقدار سرعت در محل خروجی عبور جریان از فضای توخالی توپی اتفاق می‌افتد. در این حالت متوسط سرعت جریان بیشتر از حالت زاویهٔ ٦۰ درجه می‌باشد. ضمن این‌که عبور جریان از فضای اطراف توپی و نشیمنگاه، بسیار کم شده، بیشترین مقدار سرعت برابر با ۱۲٤ متر بر ثانیه می‌باشد (شکل ۸-ه). در حالت زاویهٔ ۹۰ درجه، بیشترین مقدار سرعت در محل خروجی عبور جریان از فضای توخالی توپی اتفاق می‌افتد. در این حالت متوسط سرعت بیشتر از سایر حالات می‌باشد. ضمن این‌که عبور جریان از فضای اطراف توپی و نشیمنگاه، تقریباً به صفر می‌رسد. در این حالت، بیشترین مقدار سرعت برابر ۹۷ متر بر ثانیه می‌باشد (شکل ۸-و).

میدان فشار

شکل (۹-الف) توزیع فشار جریان گاز در زاویهٔ ۱۵ درجه را نشان می‌دهد. مطابق شکل با عبور جریان از فضای ایجاد شده بین نشیمنگاه و توپی، به‌علت افزایش سرعت، فشار کاهش می‌یابد. این ناحیه کم‌فشار تا قبل از تغییر قطر داخلی شیر وجود دارد. شکل (۹-ب) توزیع فشار جریان گاز در حالت زاویهٔ ۳۰ درجه را نشان می‌دهد. در این حالت نیز مانند حالت قبل، با عبور جریان از فضای بین نشیمنگاه و توپی، به‌علت افزایش سرعت، فشار کاهش می‌یابد. این ناحیهٔ کم‌فشار نسبت به حالت زاویهٔ ۱۵ درجه متمرکزتر می‌باشد. شکل (۹-ج) توزیع فشار جریان گاز در زاویه ۴۵ درجه را نشان می‌دهد. در این حالت ناحیهٔ کم‌فشار قبل از توپی تشکیل شده و با شیب بیشتری نسبت به حالت‌های قبلی کاهش می‌یابد.

شکل (۹-د) توزیع فشار جریان گاز در زاویه ٦۰ درجه را نشان می‌دهد. در این حالت نیز ناحیهٔ کم‌فشار، قبل از توپی تشکیل شده و مانند حالت ٤٥ درجه می‌باشد. اما ناحیهٔ پرفشار ایجاد شده کاهش پیدا نموده

و نشان می‌دهد با عبور از زاویهٔ ٤٥ درجه، میزان جریان گردابی تشکیل شده در داخل توپی، کاهش پیدا کرده است.

شکل (۹–ه) توزیع فشار جریان گاز در زاویهٔ ۷۵ درجه را نشان می‌دهد. در این حالت، ناحیهٔ کم‌فشار قبل از ورودی به شیر تشکیل شده و در جهت جریان با شیب بیشتری فشار کاهش پیدا می‌کند. در این حالت جریان گردابی داخل توپی بسیار ناچیز می‌باشد. شکل (۹–و) توزیع فشار جریان گاز در حالت زاویهٔ ۹۰ درجه را نشان می‌دهد. در این حالت نیز مانند حالت زاویهٔ ۷۵ درجه، ناحیهٔ کم‌فشار از قبل از ورود به شیر شروع می‌شود و جریان گردابی به صفر می‌رسد. متوسط فشار گاز عبوری در این حالت کمتر از سایر حالت‌ها است.

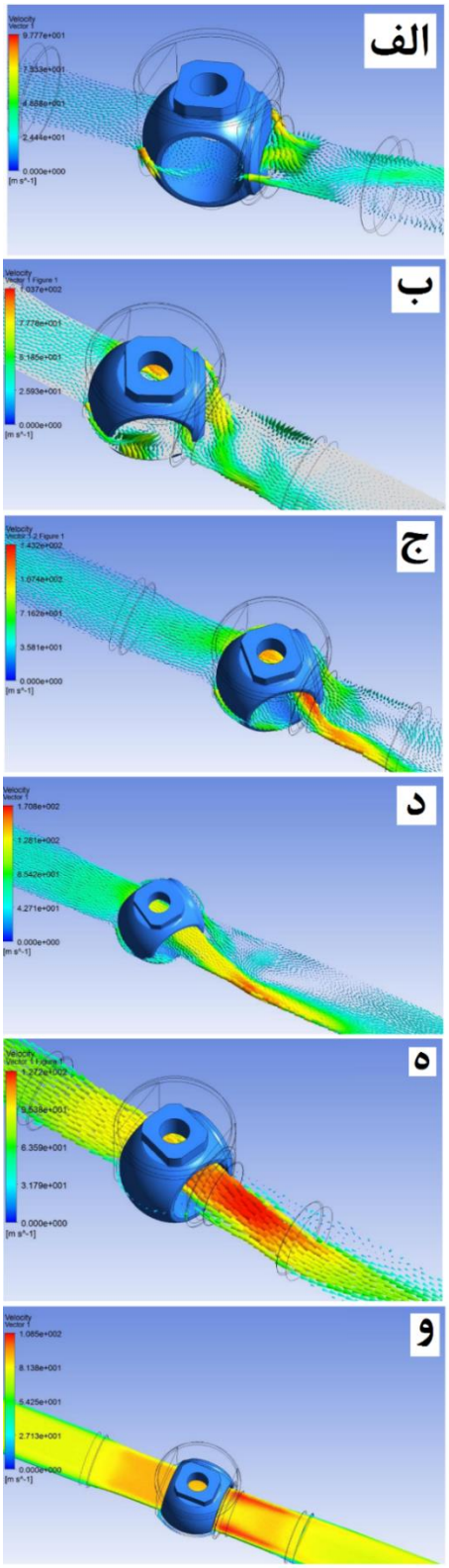
نیروهای وارد شده به توپی شیر

مؤلفه‌های نیروی وارد شده از سیال عبوری به توپی در زوایای مختلف در شکل (۱۰) به تفکیک زاویهٔ باز شدن شیر، نشان داده شده است. همان‌گونه که در نمودار مشخص است، مقدار نیرو در جهت جریان، با افزایش مقدار باز شدن شیر افزایش یافته و در زاویهٔ ٤٥ درجه به بیشترین مقدار خود یعنی حدود ٥٠١٦ نیوتن می‌رسد و با باز شدن بیشتر شیر، مقدار نیرو در این جهت کاهش می‌یابد و در زاویهٔ ۹۰ درجه به کمترین مقدار خود یعنی ۱۹۲ نیوتن می‌رسد. مقادیر نیرو در جهت عمود بر جریان نیز با باز شدن شیر افزایش یافته و در زاویهٔ ٦۰ درجه به حداکثر مقدار خود ۲۷۰۵ نیوتن رسیده و با افزایش مقدار باز شدن شیر کاهش یافته و در زاویهٔ ۹۰ درجه به کمترین مقدار خود حدود ۱۰/۵ نیوتن می‌رسد.

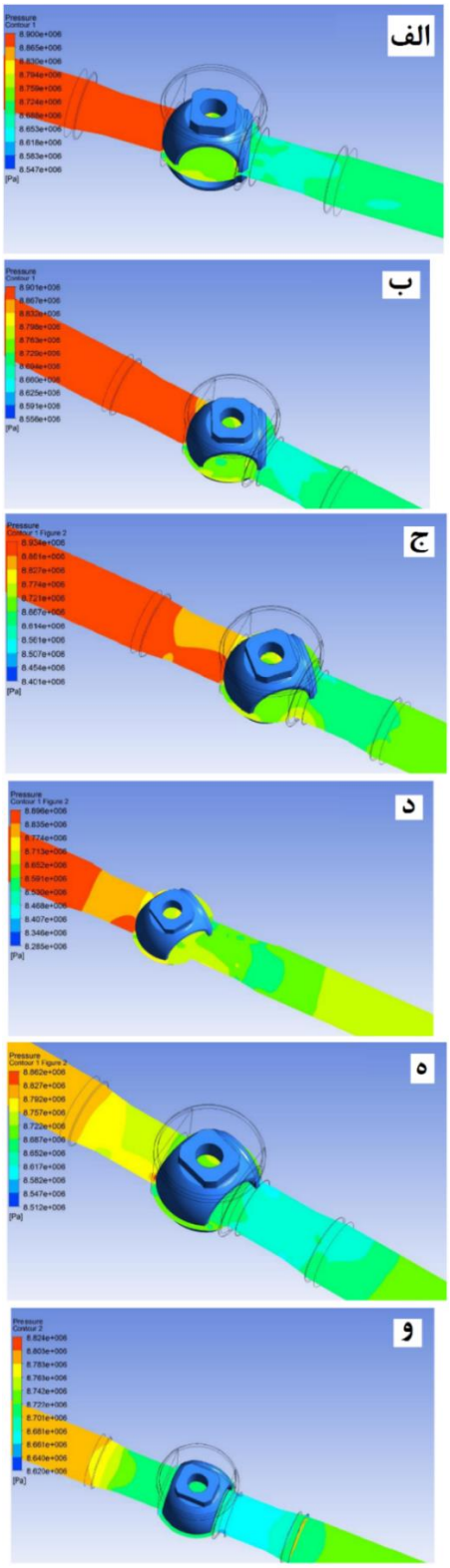
تحلیل تنش در مکانیزم داخلی شیر

نتایج شبیه‌سازی جریان گاز در زوایای مختلف باز شدن شیر، نشان می‌دهد که در زاویهٔ ٤٥ درجه بیشترین مقدار نیرو به این مکانیزم وارد خواهد شد. لذا تحلیل تنش در زاویهٔ ٤٥ درجه انجام خواهد گرفت. همچنین برای بررسی خرابی قطعات، مهمترین قطعاتی که در اثر خرابی، باعث از کار افتادن شیر می‌شوند بررسی خواهد شد. شکل (۱۱–الف) نشان می‌دهد که ضریب اطمینان پین در محل تماس با میلهٔ ساقه کمتر از یک و مقدار کمینه ۰/۲۵ می‌باشد. همچنین در شکل (۱۱–ب) ضریب اطمینان میلهٔ ساقه در محل تماس با پین، عددی کمتر از یک و با مقدار کمینه ۰/۲۹ گزارش می‌شود. شکل (۱۱–ج) نیز نشان می‌دهد که ضریب اطمینان ساقه در ناحیه رزوه کاهش پیدا کرده و کمترین مقدار آن به عدد ۱/۲۸ می‌رسد.

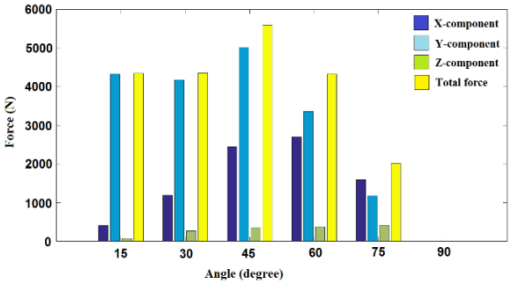
نتایج حاصل از تحلیل تنش در زاویهٔ ٤٥ درجه نشان می‌دهد که در حالت قفل مکانیزم، قطعات پین و میلهٔ ساقه در محل تماس با یکدیگر به نقطهٔ تسلیم رسیده و خرابی قطعهٔ ساقه نیز در ناحیهٔ رزوه اتفاق می‌افتد. از آنجا که شکست ساقه بر اثر تنش‌های نرمال اتفاق می‌افتد، به نظر می‌رسد نیروی محرک وارد شده به مکانیزم بیش از نیاز مکانیزم باشد. بنابراین لازم است مقدار نیروی لازم به‌گونه‌ای انتخاب شود تا در صورت قفل مکانیزم، قطعات داخلی معیوب نشوند. با بارگذاری دیگری روی شیر، در صورتی که فشار محرک را مطابق فشار محرک مشابه که بر روی شیر اندازهٔ ٦×٤ اینچ یعنی ۳/۵ بار و اختلاف فشار دو سر شیر ۱ بار درنظر گرفته شود، و با طی فرآیندی مشابه آنچه بیان شد، مطابق با شکل (۱۲) مشاهده می‌شود که کمترین مقدار ضریب اطمینان میله برابر با ۲، برای پین برابر با ٦/۷ و برای میلهٔ ساقه ۱۲/۹ خواهد بود، که نشان می‌دهد می‌توان با ایجاد تمهیدات مناسب از خرابی این قطعات جلوگیری نمود.



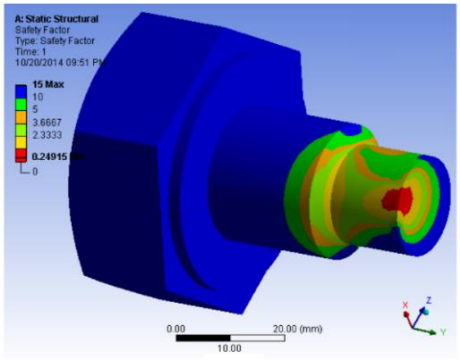
شکل ۸ میدان سرعت در زوایای توپی (الف) ۱۵ درجه (ب) ۳۰ درجه (ج) ٤٥ درجه (د) ٦٠ درجه (ه) ۷۵ درجه (و) ۹۰ درجه



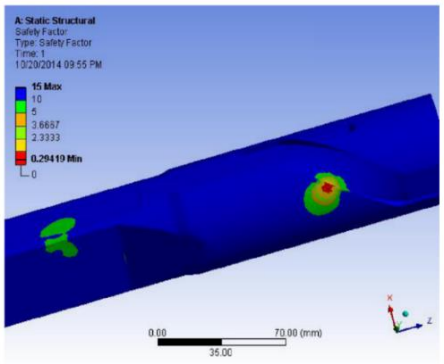
شکل ۹ میدان فشار در زوایای توپی (الف) ۱۵ درجه (ب) ۳۰ درجه (ج) ٤٥ درجه (د) ٦٠ درجه (ه) ۷۵ درجه (و) ۹۰ درجه



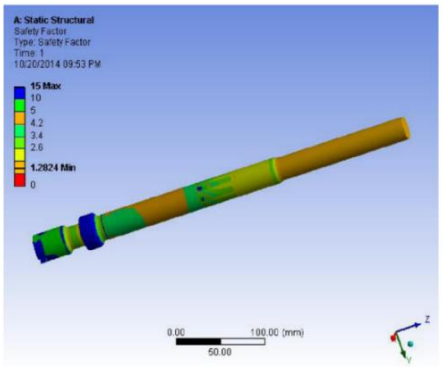
شکل ۱۰ نیروهای وارد بر توپی در زوایای مختلف



الف

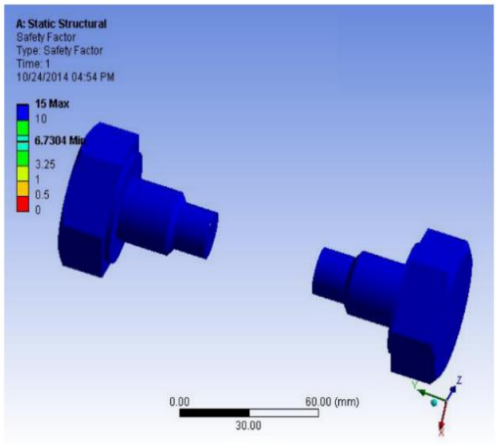


ب

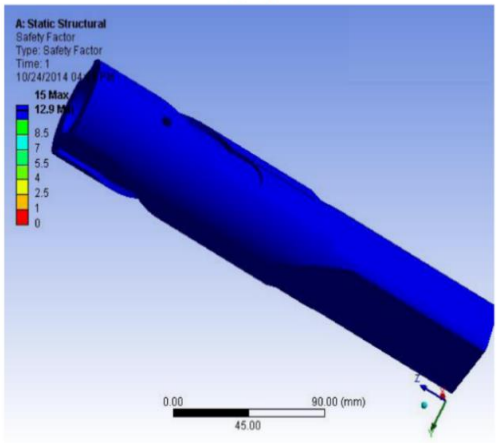


ج

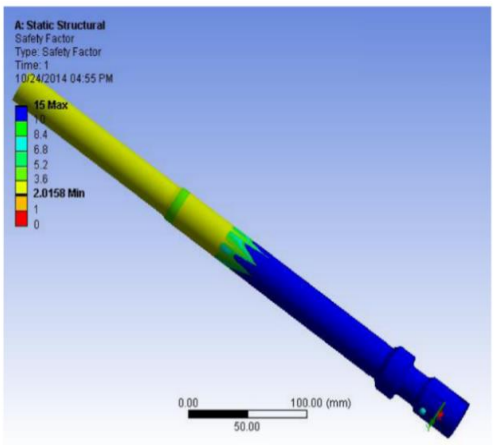
شکل ۱۱ ضریب اطمینان قطعات شیر توپی (الف) پین (ب) میلهٔ ساقه (ج) ساقه



الف



ب



ج

شکل ۱۲ ضریب اطمینان قطعات شیر توپی (الف) پین (ب) میلهٔ ساقه (ج) ساقه در اختلاف فشار ۱ بار و فشار محرک ۳/۵ بار

اعتبارسنجی نتایج عددی

برای بررسی استقلال از شبکهٔ نتایج، شبیه‌سازی با دو شبکه‌بندی دیگر و در زاویهٔ توپی ٤٥ درجه انجام گرفته است. معیار بررسی استقلال از شبکه، نیروی وارد بر توپی می‌باشد که در جدول (٤) ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، خطای بین شبکه‌ها ناچیز بوده و نتایج قابل استناد و اعتماد می‌باشد.

جدول ٤ مقایسهٔ نیروهای به‌دست آمده از مطالعهٔ شبکه در حالت زاویهٔ توپی ٤٥ درجه

تعداد المان‌های شبکه	٥٥٨٨٤٧٣	٦٢٧٤٥٩١	٧٢٢٤٣٣١
مؤلفهٔ x نیرو	٢٤٤٧	٢٣٣٧	٢٣١٩
مؤلفهٔ y نیرو	٥٠١٦	٤٨٨١	٤٧٩٢
مؤلفهٔ z نیرو	٣٥٩	٢٦٧	٢٦٢
نیروی کل	٥٥٩٣	٥٤١٩	٥٣٣٠
درصد خطای نسبی	-	٣/١	٤/٧

طبق مطالعات نویسندگان این مقاله متأسفانه داده‌های مستقیم و مشخصی از شرایط قطعات در موقعیت شکست ارائه نشده است. اما همان‌گونه که پیشتر اشاره شد مقدار نیرو در جهت جریان در زاویهٔ ٤٥ درجه به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در عملکرد شیر به‌صورت تجربی و عملی در پالایشگاه گاز پارسیان این امر کاملاً تأیید می‌شود. شکل‌های (١٣-الف تا د) قطعات خراب شدهٔ شیر در حالتی که توپی شیر در زاویهٔ حدود ٤٥ درجه قرار دارد را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر مشاهدات میدانی نیز تأیید می‌کنند که زاویهٔ ٤٥ درجه زاویه‌ای بحرانی برای عملکرد شیر کلاس ٩٠٠ بوده و بیشترین خرابی و شکست در این زاویه اتفاق می‌افتد.

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر از روش‌های محاسباتی برای شبیه‌سازی جریان گاز درون شیر به‌صورت سه‌بعدی استفاده شده است. در این تحقیق، ابتدا مدل‌سازی شیر و قطعات داخلی انجام شده و سپس جریان گاز درون آن شبیه‌سازی شده و نیروهای وارد بر توپی و سرعت گاز درون آن در زوایای مختلف باز شدن شیر محاسبه شده است.

شکل ١٣ خرابی قطعات شیر چرخشی کلاس ٩٠٠ در زاویهٔ ٤٥ درجه (الف) خرابی میلهٔ ساقه در ناحیهٔ تماس با قطعهٔ پین (ب) خرابی پین در ناحیهٔ تماس با میلهٔ ساقه (ج) خرابی ساقه (د) خرابی هستهٔ پین در محل تماس با ساقه

نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان گاز درون شیر نشان می‌دهد که اختلاف فشار ورودی و خروجی شیر باعث به‌وجود آمدن نیروهایی می‌شود که این نیروها به توپی و در نتیجه به مکانیزم وارد می‌شود. از طرفی میزان این نیروها به اختلاف فشار دو سر شیر بستگی دارد و با چرخش توپی در زوایای مختلف، مقدار نیروهای وارد شده نیز تغییر می‌کند که در زوایای بین ۳۰ الی ٦۰ درجه قابل ملاحظه می‌باشد. به‌عنوان جمع‌بندی نهایی می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود:

- در تمام حالات قرار گرفتن توپی فرار جریان از فضای بین نشیمنگاه و توپی وجود دارد و تنها در حالت زاویهٔ ۹۰ درجه توپی است که عبور جریان از فضای اطراف توپی و نشیمنگاه، تقریباً به صفر می‌رسد.
- مقدار نیروی وارد بر توپی در جهت جریان، با افزایش مقدار باز شدن شیر افزایش یافته و در زاویهٔ ٤٥ درجه به بیشترین مقدار خود می‌رسد.
- مقادیر نیرو در جهت عمود بر جریان با باز شدن شیر افزایش یافته و در زاویهٔ ٦۰ درجه به حداکثر مقدار خود می‌رسد.
- مقدار کلی نیروی وارد شده به توپی در زاویهٔ ٤٥ درجه از سایر زوایا بیشتر است.
- با کاهش اختلاف فشار ورودی و خروجی، نیروهای وارد شده به توپی کاهش چشمگیری دارد.
- در حالت قفل مکانیزم، قطعات پین و میلهٔ ساقه در محل تماس با یکدیگر به نقطهٔ تسلیم رسیده و خرابی قطعهٔ ساقه در ناحیه رزوه اتفاق می‌افتد.

سپاس‌گزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند تا از حمایت‌های بی‌دریغ مدیر عامل محترم شرکت پالایش گاز پارسیان و نیز رئیس محترم پژوهش و فناوری آن شرکت و به‌طور اخص از جناب آقای مهندس بهنام ملکی به پاسداشت زحمات بی دریغشان تقدیر و تشکر به‌عمل آورند.

واژه‌نامه

خرابی قطعات	Failure
شیرهای چرخشی	Orbit valves

مراجع

1. Tabrizi, A.S., Asadi, M., Xie, G., Lorenzini, G. and Biserni, C., "Computational fluid dynamics based analysis of a ball valve performance in the presence of cavitation", *Journal of engineering thermophysics*, Vol. 23, pp. 27-38, (2014).
2. Beaune, A., Kuerten, J.G.M. and Van Heumen, M.P.C., "CFD analysis with fluid structure interaction of opening high pressure safety valve", *Computer & fluids*, Vol. 64, pp. 108-116, (2012).
3. Yang, Q., Zhang, Z.L.M. and Hu, J., "Numerical simulation of fluid inside the valve", *Procedia Engineering*, Vol. 23, pp. 543-550, (2011).
4. Song, X.G. and Park, Y.C., "Numerical analaysis of butterfly valve prediction of flow coefficient and hydrodynamic torque coefficient", *Proceeding of the world congrees on engineering and computer science*, San Francisco, USA, Oct. 24-26 (2007).
5. Wallace, M.S., Dempster, W.M., Scanlon T., Peters J. and Mcculloch S., "Prediction of impact erosion in valve geometries Wear", *Journal of mechanical engineering science*, Vol. 256, pp. 927-936, (2004).

مقایسهٔ عملگرهای پلاسمای تکی و جت ترکیبی خطی برای کنترل جریان اطراف استوانه*

(یادداشت پژوهشی)

علیرضا گرامی[۱] سیدمجید ملک جعفریان[۲]

چکیده *در تحقیق حاضر شبیه‌سازی عددی جریان دوبعدی حول یک استوانهٔ مدور و تأثیر استفاده از انواع عملگرهای پلاسما جهت کنترل جریان اطراف آن مورد بررسی قرار گرفته است. عملگرهای مورد استفاده، شامل عملگر پلاسمای تکی و عملگر جت ترکیبی پلاسمای خطی می‌باشند. به‌منظور شبیه‌سازی عددی این عملگرها، از مدل خطی‌شدهٔ نیرو استفاده گردیده است. در کار حاضر، دو موضوع دقت مدل در تحلیل رفتار عملگرهای پلاسما و تأثیر محل قرارگیری این عملگرها بر نقطهٔ جدایش و حذف گردابه‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که شبیه‌سازی عملگرها با استفاده از مدل خطی‌شدهٔ نیرو (در عین سادگی) در جدایش جریان به‌لحاظ کیفی به‌صورت موفق عمل می‌کند. استفاده از عملگرهای پلاسمای تکی در زوایای ۴۵± و ۹۰± درجه بهترین وضعیت قرارگیری عملگرها می‌باشد. در صورتی که توان مصرفی کمتر عملگرها (به‌علت تعداد کمتر) و درعین‌حال، بیشترین تأثیر روی جریان مد نظر باشد، محل قرارگیری عملگرها در زوایای ۹۰± درجه توصیه می‌شود. استفاده از عملگر جت ترکیبی پلاسمای خطی در زوایای ۴۵± در این مسئلهٔ به‌خصوص، به‌دلیل تأثیر کمتر روی جریان و همچنین توان مصرفی بالاتر، توصیه نمی‌شود.*

واژه‌های کلیدی کنترل جریان، عملگرهای پلاسما، عملگرهای L-PSJ، مدل خطی‌شدهٔ نیرو، استوانهٔ مدور.

Comparison of Single and L-PSJ DBD Plasma Actuators for Flow Control around a Cylinder

A. Gerami M. Malek Jafarian

Abstract *In the present study, 2D numerical simulation of flow around a circular cylinder and the effect of plasma actuators to control the flow around it have been investigated. Plasma actuators which have been used include single plasma actuator and Linear Plasma Synthetic Jet Actuator (L-PSJA). In order to numerically simulate the actuators, the linearized force model has been used. In the present work, accuracy of the linearized force model to analysis the plasma actuators behavior and the effect of their position on the point of separation and elimination of the vortices have been investigated. The results show that the simulation of actuators operates qualitatively successful in flow separation using linearized force model (despite of its simplicity). Using of single plasma actuators at angle of ±45 and ±90 degree is the best position of the plasma actuators. The position of the actuators at angel of ±90 degree is recommended, if the lower power consumption of the plasma and at the same time the most influence on the flow is to be considered. Using L-PSJ actuators at angel of ±45 degree is not recommended, due to low influence on the flow and higher power consumption.*

Key Words Flow control, Plasma actuators, L-PSJ actuators, Linearized force model, Circular cylinder.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۹/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۸/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.60952

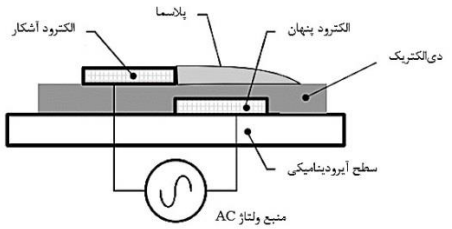
(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

(۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند mmjafarian@birjand.ac.ir

مقدمه

در سال‌های گذشته روش‌های کنترل فعال جریان در حوزه‌های مختلف، یکی از موضوعات مورد علاقهٔ محققان بوده است. یکی از این روش‌ها، استفاده از عملگر پلاسمای تخلیهٔ الکتریکی با مانع دی‌الکتریک می‌باشد. این وسیله تأثیر زیادی در بهبود عملکرد حالت‌های جریان دارد. تخلیهٔ الکتریکی با مانع دی‌الکتریک، یا به‌صورت ساده‌تر تخلیه با مانع، بیشتر از یک قرن است که شناخته شده است. نخستین تحقیقات آزمایشگاهی در این مورد، در سال ۱۸۵۷ توسط زیمنس [1] و به‌منظور تولید اُزن گزارش شده است. در اواخر دههٔ ۹۰ میلادی شکل جدیدی از این ابزار، با نام عملگر پلاسما معرفی گردید. بر اساس نحوهٔ آرایش و شکل الکترودها، عملگرهای پلاسما به دو دسته تقسیم می‌شوند: ۱- عملگر پلاسمای تکی و ۲- عملگر جت ترکیبی پلاسما.

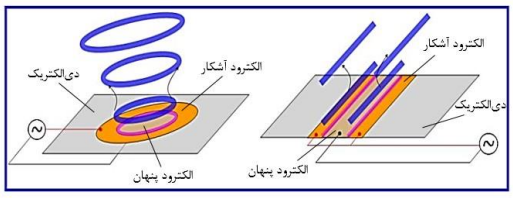
عملگر پلاسمای نشان داده شده در شکل (۱) یک وسیلهٔ نسبتاً ساده، شامل دو الکترود است که به‌وسیلهٔ یک مادهٔ دی‌الکتریک از یکدیگر جدا شده‌اند. معمولاً الکترودها از نوارهای مسی، و دی‌الکتریک از لایهٔ نازک کپتون ساخته می‌شوند. هنگامی‌که یک ولتاژ جریان متناوب با فرکانس بالا از الکترودها عبور کند، هوا در این ناحیه با پتانسیل الکتریکی بالا یونیزه می‌شود. همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود، این ناحیه در بالای الکترود نهان و نزدیک به لبهٔ الکترود آشکار قرار دارد. هوای یونیزه‌شده یا پلاسما در حضور یک گرادیان میدان الکتریکی، نیروی حجمی را در هوای محیط ایجاد می‌کند، که جهت آن از الکترود آشکار و موازی با سطح دی‌الکتریک می‌باشد. نیروی ایجادشده توانایی کنترل جریان را در گسترهٔ وسیعی از کاربردهای آیرودینامیکی دارد [2].



شکل ۱ طرحوارهٔ عملگر پلاسمای تکی

به‌منظور یونیزه شدن هوا بااستفاده‌از عملگرهای پلاسما به ولتاژ متناوب بالایی بین ۵ تا ۲۰ کیلو ولت و فرکانس کاری بین ۳ تا ۱۵ کیلو هرتز نیاز است [3]. به‌دلیل بالا بودن فرکانس کاری، عملگرهای پلاسما می‌توانند به عنوان یک وسیلهٔ «شبه پایدار» درنظر گرفته شوند، زیرا این فرکانس به‌اندازهٔ کافی بیشتر از فرکانس واکنش جریان می‌باشد. با وجود این‌که عملگرهای پلاسما برای کار، نیاز به ولتاژ بالایی دارند اما ابزارهای نسبتاً کم‌مصرفی می‌باشند (بین ٦ تا ۱۳۰ وات بر متر به‌ازای هر سیکل کاری عملگر) [2].

عملگر جت ترکیبی پلاسما از لحاظ کارکرد فیزیکی، کاملاً شبیه به عملگرهای پلاسمای مرسوم (تکی) می‌باشد. تفاوت اساسی این عملگرها با نوع تکی در نحوهٔ آرایش و پیکربندی الکترودها بوده که باعث می‌شود جریان ایجادشدهٔ ناشی از آنها به‌صورت یک جت رو به بالا باشد. مفهوم عملگرهای جت ترکیبی پلاسما در اصل به‌وسیلهٔ سانتاناکریشنان و یعقوب در سال ۲۰۰٦ توسعه یافته است [4]. آنها دو نوع عملگر با نام‌های جت ترکیبی خطی و حلقوی (L-PSJA و A-PSJA) را ارائه دادند که در شکل (۲) نشان داده شده است [5].



ب) الف)

شکل ۲ طرح‌وارهٔ عملگر جت ترکیبی پلاسما.
الف) خطی ب) حلقوی

عملگر L-PSJA شامل دو الکترود آشکار، یک یا دو الکترود پنهان به‌همراه دی‌الکتریک می‌باشد؛ درحالی‌که عملگر A-PSJA شامل یک الکترود آشکار حلقوی، الکترود پنهان و یک ورقه دی‌الکتریک می‌باشد [6]. در هر دو نوع عملگر، الکترود آشکار در کنار الکترود پنهان به‌همراه یک فاصلهٔ کوچک یا بدون فاصله قرار گرفته است [4].

عملگرهای پلاسما مزایای زیادی نسبت به سایر ابزارهای کنترل جریان دارند. از ویژگی‌های این نوع عملگرها می‌توان به نداشتن قطعات متحرک، عدم تأثیر بر جریان به‌علت ضخامت اندک الکترود آشکار، قابلیت پاسخگویی سریع و تأخیر زمانی اندک، سادگی ساختار، مصرف کم انرژی، کاهش هزینه‌های عملیاتی، تعمیر و تکمیل آن‌ها اشاره نمود [۷].

عملگرهای القایی پلاسما را می‌توان بااستفاده‌از روش‌های آزمایشگاهی و عددی شبیه‌سازی نمود. از آنجایی که تحقیقات آزمایشگاهی بر روی عملگرهای پلاسما مستلزم صرف وقت و هزینه‌های بالا می‌باشد، به‌همین‌دلیل محققان بر آن شدند تا بااستفاده‌از روش‌های عددی، پدیدهٔ فیزیکی حاکم بر این نوع عملگرها را مدل‌سازی کنند. مدل‌ها را می‌توان در دو گروه کلی تقسیم‌بندی کرد. ۱- مدل‌های ساده‌شده (پدیدار شناختی) و ۲- مدل‌های اصول مبنا. مدل‌های ساده‌شده، شامل مدل‌های الکترواستاتیک، مدار تجمعی، خطی‌شدهٔ نیرو و جریان پتانسیل می‌باشد. مدل‌های اصول مبنا نیز شامل مدل جنبشی، مدل سیال و مدل هیبرید است. به‌دلیل سادگی و سرعت بالای حل و درعین‌حال دقت قابل‌قبول مدل‌های ساده‌شده، بیشتر تحقیقات عددی انجام‌شده بر روی عملگرهای پلاسما مربوط به این مدل‌ها می‌باشد.

در سال ۲۰۰۲ شی و همکاران [8] بااستفاده‌از نتایج یک آزمایش تجربی توانستند یک روش عددی برای مدل‌سازی عملگر پلاسمای تکی به‌دست آورند که در آن خطوط میدان پتانسیل الکتریکی به‌صورت خطی فرض شده و ناحیهٔ تشکیل پلاسما محدود به ناحیهٔ مثلثی کنار الکترود نهان می‌باشد. مفهوم مدل‌سازی عملگر پلاسما به‌عنوان یک مدل الکتریکی (مدار تجمعی)، در ابتدا به‌وسیلهٔ انلو و همکاران در سال ۲۰۰٤ ارائه شد. سوزان و همکاران [9] در سال ۲۰۰۵، مدل عددی دیگری برای عملگرهای پلاسما ارائه کردند. در این روش از معادلات ماکسول و قانون گوس برای مدل‌سازی میدان پتانسیل الکتریکی استفاده شد. در سال ۲۰۰٦ ارلوف و همکاران [10] مدل مدار الکتریکی انلو را گسترش داده و ضرایب آن را بهبود بخشیدند؛ در این مدل، مادهٔ دی‌الکتریک و مولکول‌های هوا به‌صورت مجموعه‌ای از خازن و مقاومت درنظر گرفته می‌شوند.

از جمله کاربردهای عملگر پلاسما، می‌توان به این موارد اشاره کرد: کاهش پسا و افزایش نیروی برآ بر روی ایرفویل [11,12,13,14,15]، کاهش سر و صدای ناشی از گردابه‌های ایجاد شده بر اثر چرخش پره‌های کمپرسور و فن [16]، بهبود کیفیت احتراق و انتقال حرارت داخل محفظهٔ احتراق توربین گاز [۱۷]، افزایش عملکرد توربین‌های بادی [18,19] و کنترل جریان اطراف استوانه [20-25].

مزایای کنترل جریان بر روی استوانه شامل کاهش لرزش، صدا و پسا و افزایش برآ، اختلاط و انتقال حرارت می‌باشد. بررسی‌های نویسندگان در زمینهٔ کنترل جریان حول استوانه بااستفاده‌از عملگرهای پلاسما نشان می‌دهد که کارهای انجام گرفته در این زمینه عمدتاً به‌صورت آزمایشگاهی می‌باشد که در ادامه به چند مورد اشاره می‌گردد. سانتاناکریشنان و همکاران [5] کاربرد عملگرهای پلاسما را در کنترل جریان با اعداد رینولدز پایین، بر روی صفحهٔ صاف و استوانهٔ مدور مورد بررسی قرار دادند. توماس و همکاران [20] استفاده از عملگرهای پلاسما جهت کنترل جدایش جریان و گردابه‌های ایجادشده بر روی استوانهٔ مدور را مورد بررسی قرار دادند. هدف از این کار، تأثیر استفاده

از ایـــن عملگرهـــا در کـــاهش صـــدا هنگـــام فـــرود هواپیماهای تجاری بوده است. سوسا و همکـاران [21] کـاهش ضـریب پسـا روی اسـتوانه را بااسـتفاده‌از سـه عملگر پلاسمای تکی مورد بررسی قـرار دادنـد. نتـایج آن‌ها نشان داد که عملگرها می‌توانند ضریب پسا را تـا حدود ۲۵ درصد کاهش دهند. طباطبائیـان و همکـاران [22] تأثیر وجود عملگرهـای پلاسـما و آرایـش آن‌هـا به‌منظـور کنتـرل جریـان حـول اسـتوانه را بـه‌صـورت آزمایشگاهی بررسی کردند. در این آزمایش الکترودهـا به منبع ولتـاژ بـالای DC متصـل شـده‌انـد. کوپیـف و همکاران [23] به مطالعهٔ تأثیر عملگرهای فرکانس بـالا روی صدای اطراف سیلندر پرداختند. نتایج آن‌ها نشـان داد کـه عملگرهـای پلاسـما توانـایی کـاهش صـدای گردابـه‌هـای اطـراف سـیلندر را در طیـف وسـیعی از سرعت‌های معمول کاربردهای آیرواستاتیک دارد. اما از معدود کارهای عددی می‌توان به کارهای کیم و وانـگ [24] و اسکات و همکاران [25] اشاره کرد. در کارهای فوق به‌ترتیب از عملگرهـای پلاسـمای تکـی و L-PSJ به‌کمک مدل سـوزان و هوآنـگ جهـت کنتـرل جریـان حول استوانه استفاده شده است.

هدف از این تحقیق، شـبیه‌سـازی عـددی جریـان اطراف استوانه و بررسی تـأثیر اسـتفاده از عملگرهـای پلاسما (شامل تکـی و L-PSJ) بـرای کنتـرل جریـان و حـــذف گردابـــه‌هـــای ایجادشـــده در پشـــت اســـتوانه بااستفاده‌از نرم‌افزار انسیس فلوئنت می‌باشد. بـرای ایـن منظـور، نیـروی حجمـی ناشـی از عملگـر پلاسـما بااستفاده‌از مدل خطی‌شدهٔ نیرو شبیه‌سازی گردیده و از طریق کد UDF به‌عنـوان جملـهٔ چشـمه بـه معـادلات ممنتوم در فلوئنت افزوده می‌شود.

معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان، شامل معـادلات بقـای جـرم (پیوستگی)، بقای ممنتوم و معادلات اغتشاش می‌باشند. این معادلات، دو بعـدی، تـراکم‌ناپـذیر و ناپایـا درنظـر گرفته شده است. به‌دلیل این‌که پلاسـمای تشـکیل‌شـده در عملگرهای دی‌الکتریک، از نوع سـرد بـوده و تـأثیر چنـدانی روی میـدان دمـا نـدارد، بنـابراین در تمـامی حالـت‌هـای مـورد بررسـی، از حـل معادلـهٔ انـرژی صرف‌نظر شده است.

معادلهٔ پیوستگی. معادلهٔ بقای جرم یا پیوستگی، بـرای جریان تراکم‌ناپذیر به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (۱)$$

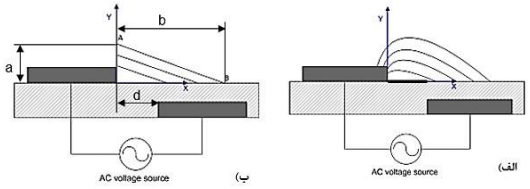
معادلات ممنتوم. معـادلات ممنتـوم در یـک دسـتگاه مرجع ساکن (لخت) برای جریان تراکم‌ناپـذیر و ناپایـا به‌صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j)\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu_{eff}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) + F_{P_i} \qquad (۲)$$

F_{P_i} در رابطهٔ فوق همان نیروی حجمی ایجاد شـده بـه‌وسـیلهٔ عملگـر پلاسـما بـوده کـه توسـط یکـی از روش‌های مدل‌سازی، محاسبه و بـه معـادلات ممنتـوم افزوده می‌شود.

معـادلات اغتشـاش. مـدل اغتشاشـی $k-\varepsilon$ یکـی از رایـج‌تـرین مـدل‌هـای مـورد اسـتفاده در CFD در شبیه‌سازی مسائل رژیم جریان مغشوش می‌باشـد. ایـن مـدل شـامل معـادلات انتقـال بـرای انـرژی جنبشـی مغشـوش (k) و نـرخ اتـلاف آن (ε) اسـت. پایـداری، اقتصادی‌بودن و دقت قابل‌قبول برای محـدودهٔ وسـیعی از جریان‌های مغشوش، این مدل را بـرای شـبیه‌سـازی مسائل سیالاتی صرف و مسائل انتقال حرارتی مناسـب می‌سازد.

مدل خطی‌شدهٔ نیرو. یکی از اولین مدل‌های پیشنهادی عملگر پلاسما، مدل خطی‌شدهٔ نیرو می‌باشد که در سال ۲۰۰۲ توسط شی و همکاران [8] پیشنهاد شد. در این مدل میدان الکتریکی به‌صورت خطوط موازی با هم فرض شده و ناحیهٔ تشکیل پلاسما محدود به ناحیهٔ مثلثی در کنار الکترود آشکار می‌باشد (شکل ۳).



شکل ۳ الف) عملگر پلاسما با حدود واقعی شکل خطوط میدان الکتریکی ب) عملگر پلاسما با شکل خطی‌شدهٔ میدان الکتریکی

میدان الکتریکی E، از لحاظ ریاضی به‌شکل زیر نوشته می‌شود:

$$|\vec{E}| = E_0 - k_1 x - k_2 y \qquad (۳)$$

در رابطهٔ بالا، E_0 میدان الکتریکی در ناحیهٔ تیره‌رنگ شکل (۳) بوده و از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$E_0 = \frac{V}{d} \qquad (٤)$$

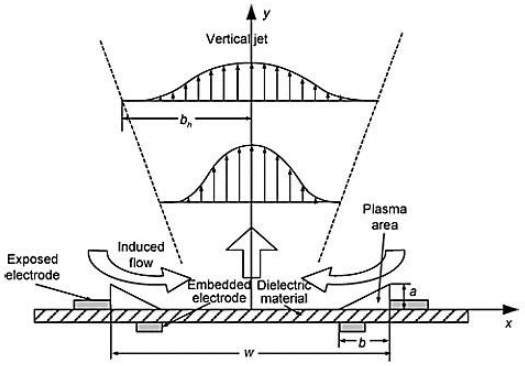
که V دامنهٔ ولتاژ AC اعمال‌شده، و d فاصلهٔ بین دو الکترود در راستای x است. مقادیر k_1 و k_2 ثابت‌های هندسی هستند که نشان‌دهندهٔ شیب شدت میدان الکتریکی در راستای دو جهت عمود بر هم یعنی x و y می‌باشند و می‌توان آن‌ها را به‌ترتیب بااستفاده‌از روابط زیر محاسبه نمود.

$$k_1 = \frac{E_0 - E_b}{b} \qquad (۵)$$

$$k_2 = \frac{E_0 - E_b}{a} \qquad (٦)$$

پارامتر E_b در رابطهٔ فوق، قدرت شکست میدان الکتریکی و مقادیر a و b به‌ترتیب ارتفاع و عرض ناحیهٔ تشکیل پلاسما (شکل ۳- ب) می‌باشند.

روابط حاکم بر مدل خطی‌شدهٔ نیرو، برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای خطی، همانند عملگر پلاسمای تکی می‌باشد. با این تفاوت که در این نوع عملگر فرض می‌شود که نیروی الکتریکی ناشی از تشکیل پلاسما، در دو ناحیهٔ مثلثی‌شکل عمل می‌کند (شکل ٤).



شکل ٤ طرح‌وارهٔ عملگر L-PSJ و میدان جریان ناشی از آن

با توجه‌به شکل فوق، میدان الکتریکی ناشی از پلاسما در ناحیهٔ سمت چپ، می‌تواند به‌صورت رابطهٔ زیر نوشته شود:

$$|\vec{E}|_L = E_L(x,y) = E_0 - k_1(x + 0.5w) - k_2 y \qquad (۷)$$

به طور مشابه، میدان الکتریکی در ناحیهٔ سمت راست را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$|\vec{E}|_R = E_R(x,y) = E_0 + k_1(x - 0.5w) - k_2 y \qquad (۸)$$

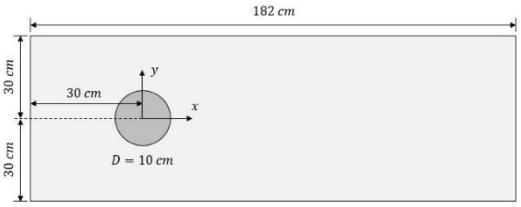
که w فاصلهٔ بین لبه‌های بیرونی نواحی پلاسمای ایجادشده می‌باشد.

در نهایت می‌توان نیروی حجمی حاصل از پلاسما را بااستفاده‌از روابط (۳ تا ۸) به‌صورت زیر محاسبه نمود. اثر نیروی حجمی ناشی از پلاسما می‌تواند به‌عنوان یک جملهٔ چشمه به معادلات ناویر- استوکس افزوده شود.

$$\vec{F}_{P_{x,y}} = \nu\alpha\rho_c e_c \Delta t \vec{E}_{x,y}\delta \qquad (۹)$$

هندسهٔ مسئله و شبکهٔ محاسباتی

فضای نمونهٔ مورد استفاده در این شبیه‌سازی، مطابق با ابعاد تونل آزمایشگاهی مورداستفاده در مرجع [20] یک ناحیهٔ مستطیلی با ابعاد ۶۰×۱۸۲ سانتی‌متر بوده که استوانه‌ای به قطر ۱۰ سانتی‌متر در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متر از مرز ورودی درون این ناحیه قرار گرفته است (شکل ۵).



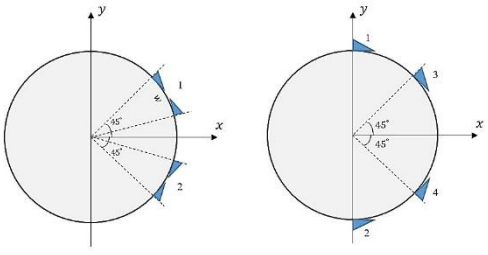
شکل ۵ ابعاد دامنهٔ محاسباتی و محل قرارگیری استوانه در دامنهٔ حل

شبیه‌سازی عملگرها بااستفاده‌از مدل خطی‌شدهٔ نیرو، در حالت عملگر دائمی (همیشه روشن) انجام گرفته و نتایج حاضر با داده‌های تجربی کار توماس و همکاران [20] مقایسه گردیده است. در مرجع [20] تأثیر استفاده از عملگرهای پلاسما روی استوانه (محور چرخ‌های هواپیما) به‌منظور کاهش صدا به‌هنگام فرود هواپیماهای تجاری مورد بررسی قرار گرفته است. موضوعات مورد بررسی در کار حاضر شامل تأثیر محل قرارگیری عملگرها و نحوهٔ آرایش الکترودها بر نقطهٔ جدایش و حذف گردابه‌ها می‌باشد. بر طبق اطلاعات نویسندگان مقاله، تاکنون شبیه‌سازی عددی عملگرهای پلاسما (تکی و L-PSJ) بااستفاده‌از مدل خطی‌شدهٔ نیرو به‌منظور کنترل جریان روی استوانه ارائه نشده است. برای این منظور چهار حالت کلی انتخاب گردیده که در جدول (۱) به آن اشاره می‌شود.

جدول ۱ حالت‌های مورد بررسی در شبیه‌سازی عملگرهای پلاسما برای کنترل جریان اطراف استوانه

	تعداد عملگرها	نوع عملگرها	محل قراگیری عملگرها
حالت اول	٤	تکی	±٤٥ و ±٩٠
حالت دوم	٢	تکی	±٩٠
حالت سوم	٢	تکی	±٤٥
حالت چهارم	٢	L-PSJ	±٤٥

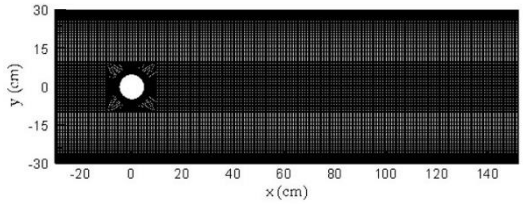
شکل (٦- الف)، نواحی پلاسمای تشکیل‌شده توسط عملگرها (عملگر تکی) در حالت‌های اول، دوم و سوم از جدول (۱) را که شامل چهار ناحیهٔ مثلثی در زوایای ±٤٥ و ±٩٠ با عرض و ارتفاع به‌ترتیب a=۱/۵ mm و b=۳ mm می‌باشد، نشان می‌دهد. این نواحی توسط کد نوشته شده در برنامهٔ UDF، روی استوانه قرار می‌گیرند. در حالت چهارم (شکل ٦- ب) که از عملگر L-PSJ برای کنترل جریان استفاده شده، عرض و ارتفاع نواحی مثلثی شکل، برابر با سه حالت اول در نظر گرفته شده است. همچنین فاصلهٔ بین لبه‌های بیرونی نواحی پلاسما برابر با b =۱۲ mm و w= ٤ می‌باشد.



(ب) (الف)

شکل ٦ محل قرارگیری عملگرهای پلاسما روی استوانه الف) حالت‌های اول دوم و سوم ب) حالت چهارم

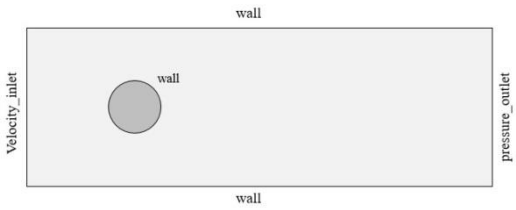
شبکه‌بندی فضای نمونه برای تمامی حالت‌های ذکرشده به‌صورت غیریکنواخت و بااستفاده‌از نرم‌افزار ANSYS Meshing انجام گرفته است (شکل ۷). همچنین برای به‌دست آوردن حل منطقی در لایهٔ مرزی و ناحیهٔ پلاسما (سطح استوانه)، تمرکز سلول‌ها در ناحیهٔ نزدیک به دیواره‌های بالا و پایین و سطح روی استوانه افزایش یافته به‌طوری‌که y^+ روی سطح کمتر از پنج باشد.



شکل ۷ شبکه‌بندی فضای نمونه

شرایط مرزی و تنظیمات عددی

حل میدان پلاسما و محاسبهٔ نیرو بااستفاده‌از مدل خطی‌شدهٔ نیرو، نیاز به شرط مرزی ندارد و شرایط مرزی تنها برای حل میدان جریان استفاده می‌شود. این شرایط مرزی نیز در تمامی حالت‌های ذکرشده در جدول (۱) مشابه بوده که در شکل (۸) نشان داده شده است.



شکل ۸ شرایط مرزی برای حل میدان جریان روی استوانه در انسیس فلوئنت

پارامترهای ورودی مورد نیاز برای شبیه‌سازی عملگرهای پلاسما در جدول (۲) آورده شده است. توجه شود که در مرز ورودی، جریان توسعه‌یافته فرض شده است. سرعت جریان ورودی ٤ m/s و عدد رینولدز (بر اساس قطر استوانه) برابر با ۳۳۰۰۰ می‌باشد. حل‌گر مورد استفاده از نوع فشار-مبنا و الگوریتم PISO برای اصلاح رابطهٔ بین فشار و سرعت به‌خدمت گرفته شده است. جملات معادلات ممنتوم، انرژی جنبشی اغتشاشات (k) و نرخ اتلاف مخصوص (ε) با استفاده از طرح مرتبه دوم بالادست، گسسته‌سازی شده‌اند. معیار همگرایی برای معادلات پیوستگی و ممنتوم از مرتبهٔ 10^{-6}، گام زمانی مناسب برای حل میدان جریان ۰/۰۰۵ ثانیه و بیشینهٔ تعداد تکرارها به‌ازای هر گام زمانی، ٤۰ درنظر گرفته شده است.

جدول ۲ پارامترهای ورودی مورد نیاز برای شبیه‌سازی عملگرهای پلاسما با استفاده از مدل خطی‌شدهٔ نیرو در حالت‌های اول تا چهارم

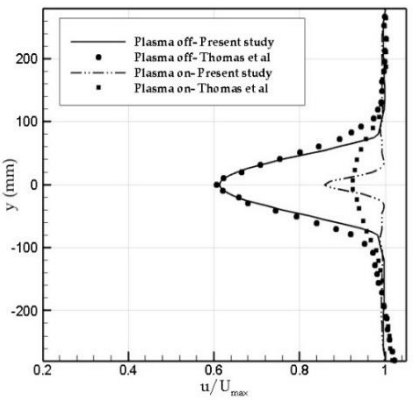
V_{in} (V)	ν (KHz)	E_b (V/m)	Δt (µs)	d (mm)
۱۱/۵	۱۰	۳×۱۰^{۶}	۳	۰/۲۵

نتایج

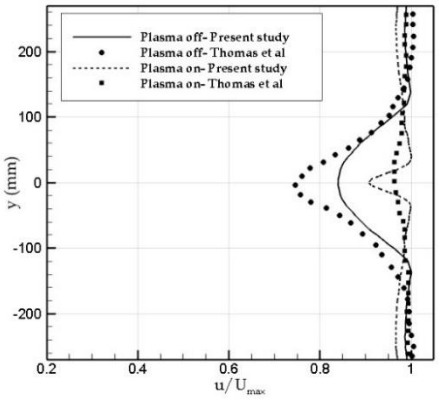
در این بخش، به ارائهٔ نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان حول استوانه و نقش عملگرهای پلاسما در کنترل جریان اطراف آن پرداخته می‌شود. به‌همین‌منظور در ابتدا، نتایج وضعیت پلاسما خاموش و حالت اول با داده‌های مرجع [20] مورد مقایسه قرار گرفته (اعتبارسنجی نتایج) و سپس نتایج برای سایر حالت‌ها ارائه می‌گردد. لازم به ذکر است که نتایج مربوط به حالت‌های دوم، سوم و چهارم در مرجع [20] وجود ندارد و برای اولین بار در تحقیق حاضر مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین توجه شود که نتایج مربوط به توزیع نمایه‌های سرعت افقی (u) در تمامی حالت‌ها، به‌صورت متوسط‌گیری‌شدهٔ زمانی و در موقعیت‌های x/D=۲ و x/D=٤ (اندازه‌گیری‌شده از پشت استوانه)، گزارش شده است.

در کنار نقش عملگرهای پلاسما در کنترل جریان، میزان مصرف انرژی آن‌ها نیز باید مورد بررسی قرار گیرد. مصرف انرژی، رابطهٔ مستقیمی با پارامترهای ورودی نظیر ولتاژ و تعداد عملگرها دارد. از آنجایی که در تحقیق حاضر، پارامترهای ورودی برای تمامی عملگرهای پلاسما یکسان درنظر گرفته شده، بنابراین مصرف انرژی وابسته به تعداد عملگرهای مورداستفاده است. از این رو طراح همزمان با کنترل جریان باید مصرف انرژی عملگر را نیز مد نظر قرار دهد.

در شکل (۹)، نتایج شبیه‌سازی حاضر با کار توماس و همکاران [20] مورد مقایسه قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که در حالت پلاسما خاموش، نتایج مطابقت نسبتاً خوبی با مرجع [20] دارند. درحالتی‌که تمامی عملگرهای پلاسما روشن هستند (حالت اول از جدول ۱)، نتایج به‌لحاظ کیفی به نتایج تجربی نزدیک شده است، اما از لحاظ کمّی این نتایج با مقادیر تجربی متفاوت است. بااین‌وجود مشاهده می‌شود که نیروی حاصل از عملگرهای پلاسما توانسته سرعت جریان در پشت استوانه را تا حد زیادی نسبت به حالت پلاسما خاموش افزایش دهد و از برگشت جریان جلوگیری کند. تفاوت نتایج کار حاضر با داده‌های تجربی می‌تواند به‌دلیل ساده‌سازی‌های انجام گرفته در مدل خطی‌شدهٔ نیرو و پیچیدگی‌های جریان در پشت استوانه باشد.



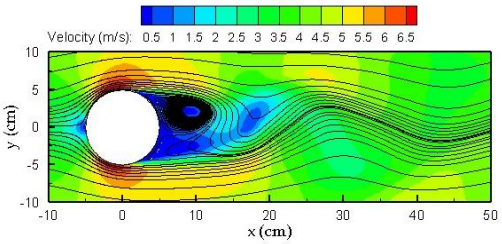
الف)



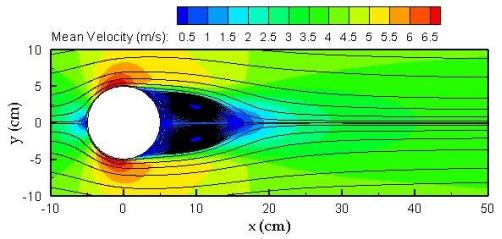
ب)

شکل ۹ مقایسهٔ نمایه‌های سرعت متوسط برای وضعیت پلاسما خاموش و روشن در حالت اول. الف) x/D=۲ ب) x/D=٤

توزیع میدان سرعت در یک زمان خاص از حل و متوسط‌گیری‌شدهٔ آن در یک دورهٔ زمانی (برای وضعیت پلاسما خاموش و چهار حالت مورد بررسی) در شکل‌های (۱۰ تا ١٤) ارائه شده است. در وضعیت پلاسما خاموش، طول ناحیهٔ جدایش به حدود ۲ برابر شعاع استوانه می‌رسد و گردابه‌های ایجاد شده در پشت استوانه به‌خوبی قابل مشاهده می‌باشد (شکل ۱۰). درحالتی‌که هر چهار عملگر پلاسما روشن هستند (حالت اول) به‌علت تزریق ممنتوم از لایه‌های بالایی جریان به لایهٔ مرزی توسط عملگرها، گردابه‌های ایجادشده در پشت استوانه حذف شده و ناحیهٔ جدایش محدود به ناحیهٔ بسیار کوچک در پشت آن گردیده است (شکل ۱۱). در حالت دوم که عملگرهای پلاسما واقع در زوایای ۹۰± روشن هستند (شکل ۱۲)، طول و پهنای ناحیهٔ جدایش و همچنین اندازهٔ گردابه‌ها، نسبت به حالت پلاسما خاموش (شکل ۱۰)، کوچکتر شده است. علاوه بر این جدایش جریان نیز به تأخیر افتاده است. در حالت سوم استفاده از عملگرها در زوایای ٤٥± تأثیر چندان زیادی روی گردابه‌ها و ناحیهٔ جدایش نداشته است (شکل ۱۳). استفاده از دو عملگر L-PSJ در زوایای ٤٥±(حالت چهارم) منجربه کاهش اندک طول ناحیهٔ جدایش شده است (شکل ١٤).

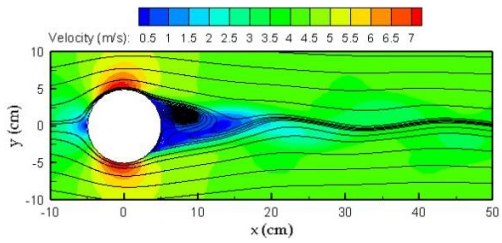


الف)

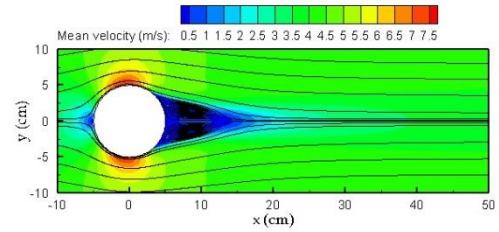


ب)

شکل ۱۰ میدان سرعت و خطوط جریان در حالت پلاسما خاموش. الف) در زمان t=۱/۸۸۵ s ب) متوسط‌گیری‌شده در یک تناوب کامل

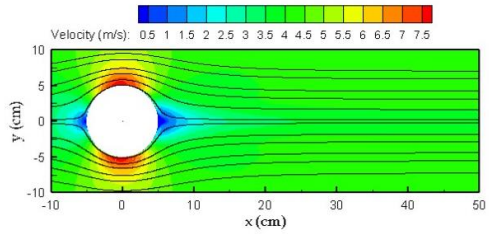


الف)

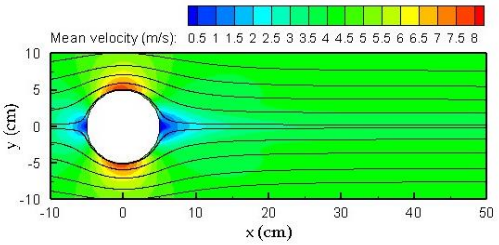


ب)

شکل ۱۲ میدان سرعت و خطوط جریان برای حالت دوم. الف) در زمان t=۲/۸۷۵ s ب) متوسط‌گیری‌شده در یک تناوب کامل

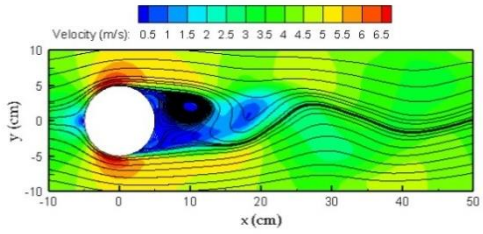


الف)

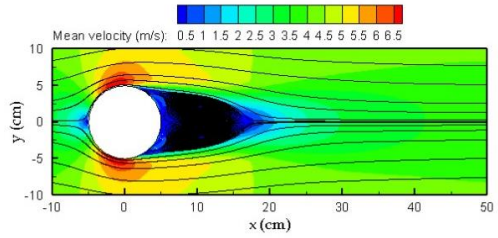


ب)

شکل ۱۱ میدان سرعت و خطوط جریان برای حالت اول. الف) در زمان t=۲/۸۹۵ s ب) متوسط‌گیری‌شده در یک تناوب کامل

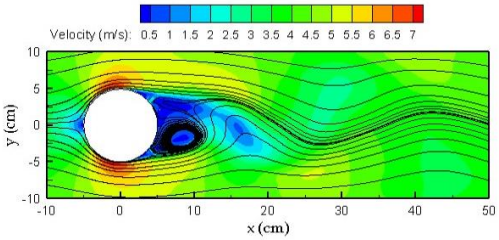


الف)

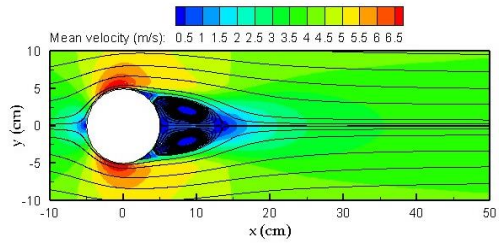


ب)

شکل ۱۳ میدان سرعت و خطوط جریان برای حالت سوم الف) در زمان t=۲/۹۳۵ s ب) متوسط‌گیری‌شده در یک تناوب کامل



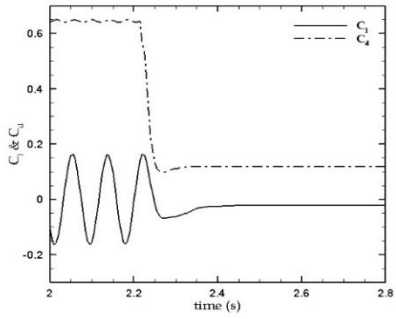
الف)



ب)

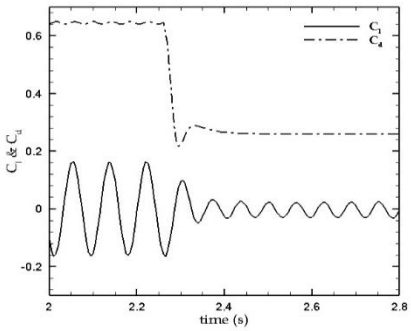
شکل ١٤ میدان سرعت و خطوط جریان برای حالت چهارم
الف) در زمان t=۳/۳۳ s ب) متوسط‌گیری‌شده
در یک تناوب کامل

نتایج مربوطبه تغییرات ضرایب برآ و پسا برای حالت‌های اول تا چهارم در شکل‌های (۱۵ تا ۱۸) نشان داده شده‌اند.



شکل ١٥ نمایه‌های ضریب برآ و پسا برای حالت اول

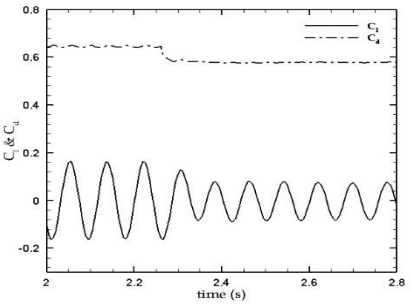
در حالت اول پس از فعال‌سازی عملگرها و تأثیر آن‌ها روی جریان، به‌دلیل حذف گردابه‌ها و ناحیهٔ جدایش، ضریب برآ از حالت نوسانی خارج شده و ثابت می‌شود. در این حالت مقدار ضریب پسا نیز به‌شدت افت کرده و از حدود ۰/٦٥ به ۰/۱ می‌رسد (شکل ۱۵).



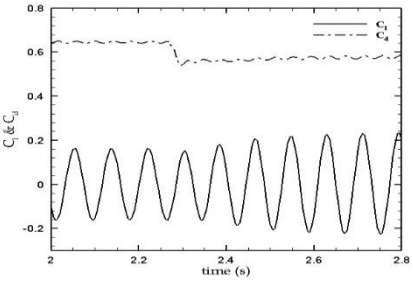
شکل ١٦ نمایه‌های ضریب برآ و پسا برای حالت دوم

در حالت دوم پس از فعال‌سازی پلاسما، به‌دلیل کوچک‌تر شدن ناحیهٔ جدایش، دامنهٔ نوسانات از مقدار ±۰/١٦ به حدود ±۰/۰۲ کاهش و فرکانس آن افزایش می‌یابد. در این وضعیت، ضریب پسای جریان، به‌علت وجود گردابه‌ها در پشت استوانه، افت کمتری را نسبت به حالت اول تجربه می‌کند (شکل ١٦).

در حالت سوم به‌دلیل این‌که عملگرهای پلاسما تأثیر کمی روی ناحیهٔ جدایش داشته، دامنهٔ نوسانات ضریب برآ حدوداً نصف می‌شود. همچنین دیده می‌شود که ضریب پسا به مقدار کمی کاهش می‌یابد (شکل ۱۷).



شکل ١٧ نمایه‌های ضریب برآ و پسا برای حالت سوم



شکل ١٨ نمایه‌های ضریب برآ و پسا برای حالت چهارم

پس از فعال‌سازی عملگرهای L-PSJ در حالت چهارم، دامنهٔ نوسانات جریان در پشت استوانه، نسبت به حالت بدون عملگر، افزایش می‌یابد. درعین‌حال به‌دلیل کوچکتر شدن ناحیهٔ جدایش، ضریب پسا مقدار اندکی افت پیدا کرده و حالت نوسانی با دامنهٔ کوچک خود را حفظ می‌کند (شکل ۱۸).

نتایج فوق (میدان‌های سرعت و ضرایب برآ و پسا) نشان می‌دهند که موقعیت قرارگیری عملگرهای پلاسما و نوع آن، تأثیر زیادی روی ناحیهٔ جدایش و گردابه‌های ایجادشده در پشت استوانه می‌گذارد.

باتوجه‌به آنچه که قبلاً اشاره شد، مقایسهٔ نمایه‌های ضرایب برآ و پسا برای هر کدام از حالت‌ها، نشان می‌دهد که بهترین محل قرارگیری عملگرهای پلاسما به‌لحاظ کنترل جریان و همچنین مصرف کمتر انرژی، استفاده از دو عملگر در زوایای ٤٥± (حالت دوم) می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر شبیه‌سازی عددی جریان دوبعدی حول یک استوانهٔ مدور و تأثیر استفاده از عملگرهای پلاسما (شامل تکی و L-PSJ) برای کنترل جریان در پشت استوانه مورد بررسی قرار گرفت. عملگرهای پلاسما بااستفاده‌از مدل خطی‌شدهٔ نیرو شبیه‌سازی گردید و نتایج حاصل با داده‌های تجربی مرجع [20] موردمقایسه قرار گرفت. سپس تأثیر محل قرارگیری این عملگرها بر نقطهٔ جدایش و حذف گردابه‌ها در چهار حالت مورد بررسی قرار گرفت. خلاصهٔ نتایج به‌دست آمده عبارتست از:

- اعتبارسنجی و مقایسهٔ نتایج تحقیق حاضر با داده‌های مرجع [20] نشان می‌دهد که شبیه‌سازی عملگرها در جدایش جریان بااستفاده‌از مدل خطی‌شدهٔ نیرو (در عین سادگی) به‌لحاظ کیفی به‌صورت موفق عمل کرده است.
- استفاده از عملگرهای پلاسما در حالتی که دو عملگر تکی در موقعیت‌های ۹۰ و ٤٥ (حالت اول) درجه در بالا و پایین ناحیهٔ پشتی سیلندر قرار گیرد، به‌علت حذف گردابه‌های ایجادشده و کاهش ضریب پسا، بهترین وضعیت قرارگیری عملگرها می‌باشد.
- در صورتی که توان مصرفی کمتر عملگرها و درعین‌حال بیشترین تأثیر روی جریان مدنظر باشد، محل قرارگیری عملگرها در حالت دوم (دو عملگر پلاسمای تکی در زوایای ۹۰± درجه) توصیه می‌شود. در این وضعیت گردابه‌ها تا حد زیادی حذف شده و جدایش جریان به تأخیر می‌افتد که کاهش پسا را به دنبال دارد.
- وضعیت قرارگیری عملگرهای پلاسما در حالت سوم (دو عملگر تکی در زوایای ٤٥± درجه)، تأثیری چندانی روی ناحیهٔ جدایش و ضریب پسا ندارد.
- استفاده از عملگرهای L-PSJ (حالت چهارم) در زوایای ٤٥± در این مسئلهٔ به‌خصوص، به‌دلیل تأثیر کمتر روی جریان و همچنین توان مصرفی بالاتر، توصیه نمی‌شود.

فهرست علائم

$\vec{F}_B$	نیروی حاصل از عملگر پلاسما در واحد حجم، (N/m^3)
$\vec{E}$	میدان الکتریکی، (N/C) یا (V/m)
E_b	قدرت شکست میدان الکتریکی، (V/m)
F_P	نیروی حجمی ناشی از پلاسما در واحد حجم، (N/m^3)
k_1 , k_2	ثابت‌های هندسی، (V/m)
u_i	سرعت در راستای x، (m/s)
u_i'	سرعت جریان مغشوش، (m/s)
x_i	جهت مختصاتی، (m)

Δt	زمان تشکیل پلاسما، (s)
P	فشار استاتیک، (Pa)
V	دامنهٔ ولتاژ، (V)
a, b	عرض و ارتفاع ناحیهٔ تشکیل پلاسما، (m)
d	فاصلهٔ افقی بین دو الکترود، (m)
e_c	بار اولیه، $1/6002\times10^{-19}$ C، (C)
k	انرژی جنبشی مغشوش، (m^2/s^2)

علائم یونانی

μ_t	لزجت مغشوش، (kg/m.s)
ρ_c	چگالی بار الکترون، 1×10^{11} /cm^3، ($1/m^3$)
α	فاکتور محاسبهٔ بازخورد، (بی‌بعد)
δ	تابع دلتای کرونیکر، (بی‌بعد)
μ	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
ν	فرکانس ولتاژ اعمالی، (1/s) یا (Hz)
ρ	چگالی (kgm^{-3})

زیرنویس‌ها

b	شکست
i , j	شمارنده
t	مغشوش

واژه‌نامه

عملگر پلاسمای تخلیه الکتریکی با مانع دی‌الکتریک	Dielectric barrier discharge plasma actuator
عملگر پلاسمای تکی	Single plasma actuator
عملگر جت ترکیبی خطی پلاسما	Linear Plasma Synthetic Jet Actuator (L-PSJA).
کنترل جریان	Flow control
مدل خطی‌شدهٔ نیرو	Linearized force model

مراجع

1. Siemens, W., "Annual Review of Physical Chemistry", 102, 66, (1857).
2. West, T.K. and Hosder, S., "Numerical investigation of plasma actuator configurations for flow separation control at multiple angles of attack", *International Journal of Flow Control*, Vol. 5, pp. 25-46, (2013).
3. Orlov, D.M., "Modelling and simulation of single dielectric barrier discharge plasma actuators", PhD dissertation, University of Notre Dame, (2006).
4. Santhanakrishnan, A. and Jacob, J.D., "On plasma synthetic jet actuators", *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, No. 0317, Reno, N.V., (Jan. 9-12, 2006).
5. Santhanakrishnan, A., Jacob, J.D. and Suzen, Y.B., "Flow control using plasma actuators and linear/annular plasma synthetic jet actuators", *3rd AIAA Flow Control Conference*, No. 3033, San Francisco, (Jun. 5-6, 2006).
6. Santhanakrishnan, A., Reasor, D. and LeBeau, R., "Unstructured numerical simulation of experimental linear plasma actuator synthetic jet flows", *AIAA Paper*, No. 541, Reno, N.V., (Jan. 7-10, 2008).
7. سلماسی، عاطفه، شادآرام، عبدالله، میرزایی، مسعود، شمس طالقانی، آرش "بررسی عددی و تجربی اثر یک عملگر پلاسمایی بر کارایی ایرفویل NLF0414 در زوایای حمله پس از واماندگی،" مهندسی مکانیک مدرس، دورهٔ ۱۲، ص‌ص ۱۱۶-۱۰۴، (۱۳۹۱).
8. Shyy, W., Jayaraman, B. and Andersson, A., "Modeling of glow discharge-induced fluid dynamics", *Journal of Applied Physics*, Vol. 92, No. 11, pp. 6434-6443, (2002).

9. Suzen, Y., Huang, P., Jacob, J. and Ashpis, D., "Numerical simulations of plasma based flow control applications", *AIAA paper*, 35th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, No. 4633, Toronto, Ontario, (June 6-9, 2005).
10. Orlov, D., Corke, T. and Patel, M., "Electric Circuit Model for Aerodynamic Plasma Actuator ", *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, No. 1206, Reno, Nevada, (9 - 12 January 2006).
11. Abdollahzadeh, M., Páscoa, J. and Oliveira, P., "Numerical modelling of boundary layer control using dielectric barrier discharge", *MEFTE IV National Conference on Fluid Mechanics, Thermodynamics and Energy*, Lisbon, LNEC, (May 28 -29, 2012).
12. Khoshkhoo, R. and Jahangirian, A., "Flow separation control over airfoils using DBD plasma body force", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, pp. 1-13, (2014).
13. Zhang, P.F., Liu, A.B. and Wang, J.J., "Aerodynamic Modification of NACA 0012 Airfoil by Trailing-Edge Plasma Gurney Flap", *AIAA Journal*, Vol. 47, pp. 2467-2474, (2009).
14. MahboubiDoust, A., Ramiar, A. and Dardel, M., "Numerical investigation of plasma actuated and non-actuated Gurney flaps on aerodynamic characteristics of a plunging airfoil", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 230, pp. 1423-1437, (2016).
۱۵. میرزایی، سعید و پسندیده فرد، محمود، "شبیه سازی عددی چند ساختار از عملگرهای پلاسما و ارزیابی عملکرد آن ها بر روی ایرفویل های NACA 0012 و NACA 0015 "، نشریه مهندسی هوانوردی، دوره ۱۶ شماره ۱، ص‌ص ۹۴-۷۵، (۱۳۹۳).
16. Lemire, S.B. and Vo, H.D., "Reduction of Fan and Compressor Wake Defect Using Plasma Actuation for Tonal Noise Reduction", *Journal of Turbomachinery*, Vol. 133, No. 011017, (2011).
۱۷. ابراهیمی فردویی، اسماعیل، مراد، محمد رضا و پاینده، محمد، "مدل‌سازی عددی اثر عملگر پلاسما بر میدان دما و سرعت احتراق آشفته متان و هوا"، دومین همایش ملی انتقال حرارت و جرم ایران، (۱۳۹۳).
18. Greenblatt, D., Schulman, M. and Ben-Harav, A., "Vertical axis wind turbine performance enhancement using plasma actuators", *Renewable Energy*, Vol. 37, pp. 345-354, (2012).
۱۹. ابراهیمی، عباس، موحدی، محمد رضا، "اثر عملگر کنترل جریان پلاسما در بهبود عملکرد آیرودینایکی روتور توربین باد مگاواتی"، دورهٔ ۱۶، شماره ۱۲، ص‌ص ۵۱۷-۵۰۹، (۱۳۹۵).
20. Thomas, F.O., Kozlov, A. and Corke, T.C., "Plasma actuators for cylinder flow control and noise reduction", *AIAA Journal*, Vol. 46, pp. 1921-1931, (2008).
21. Sosa, R., D'Adamo, J. and Artana, G., "Circular cylinder drag reduction by three-electrode plasma actuators", *Journal of Physics*, Vol. 166, No. 012015, (2009).
22. Tabatabaeian, S., Mirzaei, M., Sadighzadeh, A., Damideh, V. and Shadaram, A., "Experimental investigation of the effects of various plasma actuator configurations on lift and drag coefficients of a circular cylinder including the effects of electrodes", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 25, pp. 311-324, (2012).
23. Kopiev, V.F., Belyaev, I.V., Zaytsev, M.Yu., Kazansky, P.N., Kopiev, V.A. and Moralev, I.A., "Noise control of a flow around a cylinder using high-frequency dielectric barrier discharge plasma actuators", *Acoustical Physics*, Vol. 61, pp. 178-180, (2015).
24. Kim, D. and Wang, M., "Large-eddy simulation of flow over a circular cylinder with plasma-based control", *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, No. 1080, Orlando, Florida, (5 - 8 January 2009).
25. Skote, M., Ibrahim, I.H. and Lewis, R., "Utilizing the L-PSJA for controlling cylindrical wake flow", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 26, No. 5, (2016).

تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد صفحه‌های خمشی با ضریب کشسانی غیرقطعی بااستفاده‌از روش اجزای محدود تصادفی*

(یادداشت پژوهشی)

محمد کارکن[۱] سلیمان قوهستانی[۲] فرزاد شهابیان[۳]

چکیده *در این پژوهش اثر عدم‌قطعیت ضریب کشسانی صفحه بر پاسخ ارتعاش آزاد و کمانش آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، ضریب کشسانی صفحه به‌صورت متغیر تصادفی با توزیع نرمال الگوسازی می‌شود. همچنین، تابع خودهمبستگی فاصله‌ای برای میدان تصادفی به‌کار می‌رود. در این شیوه، میزان همبستگی به فاصله وابسته می‌گردد. به‌گونه‌ای که با دور شدن نقاط از هم، میزان همبستگی نیز کاهش می‌یابد. سپس، با بهره‌جویی از راهکار توانمند اجزای محدود و به‌کارگیری شبیه‌سازی مونت کارلو، رابطه‌های اجزای محدود تصادفی استخراج می‌گردد. برای این منظور یک جزء چهار گرهی کیرشهف با دوازده درجهٔ آزادی به‌کار می‌رود. برای تحلیل نیز، متغیر تصادفی ۵۰۰۰ بار شبیه‌سازی می‌گردد. در پایان، با انجام آزمون‌های عددی، اثر عدم‌قطعیت ضریب کشسانی بر روی بسامدهای طبیعی و بارهای کمانشی صفحه مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج این آزمون‌ها نشان می‌دهد که تغییر ضریب کشسانی صفحه تأثیر متفاوتی بر روی پاسخ ارتعاشی و کمانش صفحه دارد؛ به گونه‌ای که ضریب تغییرات پاسخ ارتعاش آزاد حدود نصف ضریب تغییرات بار کمانشی صفحه است. همچنین، آزمون‌های عددی آشکار می‌سازند که ضریب تغییرات بار کمانشی فشاری با کمانش برشی برابر هستند.*

واژه‌های کلیدی اجزای محدود تصادفی، صفحهٔ خمشی، کمانش، ارتعاش آزاد، شبیه‌سازی مونت کارلو

Stability and Free Vibration Analysis of Plates with Random Material Property using Stochastic Finite Element Method

M. Karkon S. Ghouhestani F. Shahabian

Abstract *This study aims to investigate the influence of the plate uncertainty elastic modulus on free vibration response and buckling behavior. To this purpose, elastic modulus of plate is modeled as a random variable with a normal distribution. Spatial autocorrelation function is used for random fields. In this method, the correlation is dependent on the distance, as the points be far away from each other, the correlation is also reduced. Then, applying the powerful finite element method stochastic finite element relations were calculated using Monte Carlo simulation. To this purpose, a four-node Kirchhoff's element was used with twelve degrees of freedom. For the analysis, random variable is simulated 5,000 times. At last, by numerical tests, the effects of uncertainty on elastic modulus are investigated on the natural frequencies and buckling loads of plate. The results of these tests show that the effect of uncertainty in elastic modulus of the plate has a different effect on the response of vibration and buckling of plate. So that these changes have low effect on free vibration responses of plate. But buckling loads are highly dependent on the elasticity coefficient.*

Key Words Stochastic Finite Element, Plate Bending, Buckling, Free Vibration, Monte-Carlo Simulation

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۳/۱۴ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۳/۱۳ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.64895

(۱) نویسندهٔ مسئول: استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لارستان، لارستان m.karkon@iaularestan.ac.ir

(۲) استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه فسا، فسا

(۳) استاد، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مقدمه

سیستم‌های سازه‌ای همواره در شرایط عدم‌قطعیت طراحی می‌شوند. وجود نامطمئنی ذاتی در رفتار این سامانه‌ها، دانشمندان را به اهمیت تحلیل‌های با ماهیت تصادفی در بررسی سیستم‌های مهندسی واقف نموده است. عامل‌های متعددی سبب پیدایش عدم‌قطعیت در سازه می‌گردند که از آن میان می‌توان به ثابت نبودن خصوصیات مادهٔ تشکیل‌دهنده مانند ضریب کشسانی اشاره کرد [1].

از دیرباز رویهٔ معمول در برخورد با این عدم‌قطعیت‌ها استفاده از مقادیر میانگین و تئوری‌های علم آمار و احتمال بوده است. این رویه که تا به امروز در بیشتر کارهای مهندسی به‌کار می‌رود بر دو مبنای مقادیر حدی و میانگین عامل‌های با عدم‌قطعیت می‌باشد. در واقع در این شیوه به‌طوری ضمنی فرض می‌گردد که نتایج تحلیل یقین‌اندیشانه، ماهیت غیرقطعی دارد. این راهکار در اکثر موارد صحیح نیست و نمی‌تواند به یک طراحی بهینه منجر شود. راهکار تحلیل تصادفی این امکان را فراهم می‌آورد که حتی در سیستم‌های پیچیده با عدم‌قطعیت نیز بتوان به طراحی بهینه دست یافت.

یکی از ابزارهای قدرتمند در تحلیل‌های با عدم‌قطعیت، اجزای محدود تصادفی (SFEM) می‌باشد. این روش که گسترش‌یافتهٔ روش اجزای محدود معمولی می‌باشد، قابل‌استفاده در تحلیل انواع مسائل استاتیکی و دینامیکی با ماهیت تصادفی می‌باشد. یکی از شیوه‌های مرسوم در محاسبهٔ پاسخ‌های تصادفی سیستم، روش مونت کارلو (MCS) می‌باشد [2]. در این شیوه، با بهره‌جویی از تئوری‌ها و تابع‌های تصادفی، داده‌های با عدم‌قطعیت کمّی‌سازی می‌گردد. به‌دلیل سادگی و کمبود داده‌های آزمایشگاهی، اغلب از فرض گوسی‌بودن میدان‌های تصادفی استفاده می‌شود [3].
بررسی ارتعاش و کمانش صفحات کاربرد گسترده‌ای در طراحی سازه‌های مکانیکی، دریایی و هوافضایی دارد. چاکرابارتی و دای [4] با بهره‌جویی از روش مونت‌کارلو و بسط نیومن، تحلیل دینامیکی صفحه‌ها در شرایط عدم‌قطعیت عامل‌ها را به انجام رساندند. سپهوند و همکاران [5] با روش بسط چندجمله‌ای‌های سری آشوب، اثر عدم‌قطعیت ضریب کشسانی را بر ارتعاش آزاد صفحات چندسانگرد، مورد مطالعه قرار دادند. شاکر و همکاران [6, 7] با روش اجزای محدود تصادفی، تحلیل ارتعاش آزاد صفحه‌های چندلایه و FGM را انجام دادند. دای و همکاران [8] تحلیل ارتعاش آزاد صفحه‌های چندلایه با فرض تصادفی بودن ضریب کشسانی، چگالی و جهت لایه‌ها را به انجام رساندند. تحلیل ارتعاش آزاد صفحهٔ FGM با متغیرهای تصادفی، توسط طلحه و سینگ [9] انجام شد. چاکرابارتی و همکاران [10] یک روش جدید مدل‌سازی میدان تصادفی بر پایهٔ بسط چندجمله‌ای تابع همبستگی (PCFE) را برای تحلیل ارتعاش آزاد صفحه‌های چندلایه پیشنهاد دادند. با بهره‌جویی از جزء خمشی نه گرهی، نایاک و ساتاپاتی، تحلیل ارتعاش آزاد میرای صفحه‌های مرکب ساندویچی با متغیرهای تصادفی را انجام دادند [11].

گرچه تاکنون مقالات زیادی دربارهٔ ارتعاش آزاد صفحات با متغیرهای تصادفی نگارش یافته، اما پژوهش‌های کمتری در مورد اثر تصادفی‌بودن خصوصیات ماده بر روی بارهای کمانشی صفحه‌های خمشی انجام شده است. گراهام و سیرجی [12] اثر عدم‌قطعیت ضریب کشسانی را بر کمانش صفحه‌های دارای سخت‌شونده، مورد مطالعه قرار دادند. آنکار و همکاران [13,14] تحلیل کمانش فشاری و برشی صفحه‌های چندلایه با فرض تصادفی‌بودن ضریب کشسانی و جهت لایه‌ها را به انجام رساندند. تحلیل پایداری سازه‌های کشسان با عامل‌های تصادفی توسط کامینسکی و سویتا [15] انجام شد. طلحه و سینگ [16] تحلیل کمانش صفحهٔ FGM با مشخصات مصالح تصادفی زیر اثر بار حرارتی را مورد بررسی قرار دادند.

لی و همکاران [17] با روش مبتنی بر آشوب، تحلیل کمانش حرارتی صفحه‌های خمشی چندلایه با متغیرهای تصادفی را به انجام رساندند.

در این پژوهش، اثر عدم‌قطعیت ضریب کشسانی بر کمانش فشاری و برشی و نیز، ارتعاش آزاد صفحهٔ نازک خمشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این کار، فرض می‌گردد که میدان تصادفی دارای توزیع گوسی است. همچنین، تابع خودهمبستگی فاصله‌ای برای میدان تصادفی به‌کار می‌رود. در این شیوه، تغییرات میدان در یک جزء محدود با میانگین فاصله‌ای تقریب زده می‌شود. در ادامه، با بهره‌جویی از راهکار توانمند اجزای محدود و به‌کارگیری شبیه‌سازی مونت کارلو، رابطه‌های اجزای محدود تصادفی استخراج می‌گردد. یادآوری می‌گردد که جزء چهارپهلوی چهارگرهی (MZC) با ۱۲ درجه آزادی برای تحلیل اجزای محدود به‌کار می‌رود.

شبیه‌سازی میدان تصادفی

در این پژوهش، فرض می‌گردد که ضریب کشسانی به‌طور تصادفی و متناسب با فاصله (r) بر روی سطح صفحه تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$A(r) = A_o[1 + \alpha(r)] \qquad (۱)$$

در رابطهٔ کنونی A_o میانگین عامل غیرقطعی و $\alpha(r)$ میزان نوسان و تغییرات آن می‌باشد. یادآوری می‌گردد که میانگین این تغییرات صفر می‌باشد:

$$E[\alpha(r)] = 0 \qquad (۲)$$

در اینجا نماد $E[\cdot]$، بیانگر مقدار میانگین می‌باشد. هم‌چنین، تابع خودهمبستگی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [1]:

$$R_{\alpha\alpha} = E[\alpha(r)\,\alpha(r+\xi)] \qquad (۳)$$

در این رابطه، $r = (x, y)$ مختصات مکان مورد نظر (مرکز جزء) و $\xi = \left(\xi_x, \xi_y\right)$ بردار فاصلهٔ بین نقطه‌های r و $r + \xi$ (فاصلهٔ بین مرکز دو جزء) می‌باشد. با فرض همگن و همسان‌گرد بودن میدان تصادفی، تابع خودهمبستگی فقط به میزان فاصله $|\xi|$ و مقدار واریانس σ_α^2 وابسته می‌گردد. بنابراین، می‌توان تابع خودهمبستگی فاصله‌ای را به‌صورت نمایی زیر پنداشت [1]:

$$R_{\alpha\alpha}(\xi) = \sigma_\alpha^2 exp\left[-\left(\frac{|\xi|}{d}\right)\right] \qquad (٤)$$

در رابطهٔ (٤)، عامل d طول همبستگی می‌باشد. به‌گونه‌ای‌که با افزایش d میزان هبستگی افزایش، و با کاهش آن نیز میزان همبستگی کاهش می‌یابد. همچنین، σ_α انحراف معیار $\alpha(r)$ می‌باشد. این کمیت بیانگر مقدار پراکندگی میدان تصادفی $A(r)$ می‌باشد.

در روش اجزای محدود، سازه به n جزء تقسیم می‌شود. هم‌چنین، فرض می‌گردد که مقدار میدان تصادفی درون جزء ثابت است. به‌طور معمول، هرچه تعداد جزءها افزایش یابد، دقت پاسخ نیز افزایش پیدا می‌کند. بنابراین چنان‌چه n جزء برای صفحه به‌کار رود، n مقدار تصادفی $\alpha_i = \alpha(r_i)\ \ i = 1,2,\dots,n$ وابسته به این جزءها خواهیم داشت. همبستگی این مقدارها با ماتریس کوواریانس مشخص می‌گردد. این ماتریس را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$cov[\alpha_i\ \alpha_j] = R_{\alpha\alpha}(\xi_{ij}) \qquad (۵)$$

اگر برای هر جزء با روش مونت کارلو N شبیه‌سازی انجام شود، بردار میدان تصادفی همبسته (با میانگین صفر) $\{\alpha\} = \{\alpha_1\ ,\ \alpha_2\ ,\dots,\ \alpha_N\}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [1]:

$$\{\alpha\} = [L]\{Z\} \qquad (٦)$$

بردار $\{Z\} = \{Z_1 \ , \ Z_2 \ , \dots \ , \ Z_N\}$، بردار تصادفی مستقل گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار یک می‌باشد. ماتریس پایین مثلثی $[L]$ از تجزیه چولسکی ماتریس کوواریانس $cov(\alpha_i, \alpha_j)$ به‌دست می‌آید. پس از یافتن ماتریس $[L]$، بردار تصادفی همبسته برای هر بار شبیه‌سازی محاسبه می‌شود. در حالت کلی میزان دقت در میانگین و انحراف معیار پاسخ، وابسته به تعداد نمونه‌ها می‌باشد.

رابطه‌های اجزای محدود

معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر کمانش صفحهٔ خمشی نازک، به‌صورت زیر می‌باشد [18]:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D}\left(S_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2S_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + S_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \quad (۷)$$

در این رابطه، عامل‌های w و D به‌ترتیب، خیز صفحه و سختی صفحه می‌باشند. هم‌چنین، عامل‌های S_x، S_y و S_{xy} به‌ترتیب، نیروهای درون صفحه در راستای محور x، y و نیروهای برشی وارد بر لبه‌های صفحه می‌باشند. در روش اجزای محدود، تابع خیز w، با تابع‌های درون‌یاب $[N]$ به جابه‌جایی‌های گرهی $\{\overline{D}\}$ وابسته می‌گردد:

$$w = [N]\{\overline{D}\} \quad (۸)$$

با بهره‌جویی از راهکار گلرکین و هم‌چنین رابطهٔ (۸)، برای تحلیل کمانش صفحه با روش اجزای محدود معادله (۷) به‌صورت ماتریسی زیر تبدیل می‌شود:

$$det([K_{\text{total}}]) = det([K] - P_{cr}[K_g] = 0) \quad (۹)$$

در رابطهٔ کنونی، $[K_{\text{total}}]$ ماتریس سختی کل سازه، $[K]$ ماتریس سختی وابسته به مواد و $[K_g]$ ماتریس سختی هندسی برای کل سازه می‌باشند. ماتریس‌های سختی مواد و هندسی $[k]$ و $[k_g]$ برای یک جزء را می‌توان به‌صورت زیر حساب کرد:

$$[k] = \int_v [B]^T [D]_e [B] dv \quad (۱۰)$$

$$[k_g] = \int_v [A]^T [S][A] dv \quad (۱۱)$$

عامل‌های $[N]$، $[D]_e$ و $[S]$، در رابطه‌های (۱۰ و ۱۱)، به‌ترتیب تابع‌های درون‌یاب، ماتریس مواد و ماتریس نیروهای درون صفحه می‌باشند. هم‌چنین با داشتن تابع‌های درون‌یاب، می‌توان ماتریس‌های $[B]$ و $[A]$ را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$[B] = \left\{\frac{\partial^2[N]}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2[N]}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2[N]}{\partial x \partial y}\right\}^T \quad (۱۲)$$

$$[A] = \left\{\frac{\partial[N]}{\partial x} \quad \frac{\partial[N]}{\partial y}\right\}^T \quad (۱۳)$$

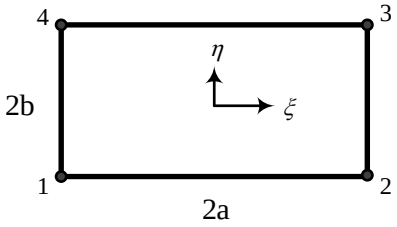
تابع‌های درون‌یاب $[N]$ برای جزء ٤ گرهی کیرشهف (MZC) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [19]:

$$[N] = [\{N_i^I \quad N_i^{II} \quad N_i^{III}\}] \quad i = 1,2,3,4 \quad (۱٤)$$

$$\begin{aligned} N_i^I &= \frac{1}{8}(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)(2+\xi\xi_i+\eta\eta_i - \xi^2-\eta^2) \\ N_i^{II} &= \frac{a}{8}\xi_i(1+\xi\xi_i)^2(1-\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i) \\ N_i^{III} &= \frac{b}{8}\eta_i(1+\eta\eta_i)^2(1-\eta\eta_i)(1+\xi\xi_i) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

در رابطهٔ (۱۵) عامل‌های ξ و η مختصه‌های بدون بعد در جزء خمشی می‌باشند. هم‌چنین، $2a$ و $2b$ ابعاد جزء MZC در راستای محورهای x و y می‌باشند. شکل (۱)، این جزء چهار گرهی را نشان می‌دهد. هم‌چنین، ماتریس نیروهای درون صفحه $[S]$ نیز صورت زیر را دارد:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_x & S_{xy} \\ S_{xy} & S_y \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$



شکل ۱ جزء خمشی چهار گرهی MZC

یادآوری می‌گردد، ماتریس مواد $[D]_e$ برای جزء خمشی نازک به‌صورت زیر می‌باشد:

$$[D]_e = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

عامل‌های E، ν و t به‌ترتیب، ضریب کشسانی، ضریب پواسون و ضخامت صفحه می‌باشند. چنان‌چه ماتریس مواد $[D]_e$ ماهیت تصادفی و غیرقطعی داشته باشد، این ماتریس را می‌توان برحسب عامل تصادفی h_α به‌صورت زیر نوشت:

$$[D]_e = h_\alpha [C]_e \quad (۱۸)$$

عامل h_α نشان‌دهندهٔ تصادفی‌بودن ماتریس مواد بر روی سطح جزء می‌باشد. همچنین $[C]_e$ نیز ماتریس معین می‌باشد. برای واردکردن ماهیت تصادفی در روابط اجزای محدود، پارامتر تصادفی h_α را می‌توان به‌صورت جمع دو بخش میانگین و انحرافی $h_\alpha = h_0 + \Delta h$ نوشت. بنابراین باتوجه‌به رابطهٔ (۱) ضریب کشسانی غیرقطعی را می‌توان به‌صورت رابطهٔ (۱۹) نوشت:

$$E = E_0(1 + \alpha_e) \quad (۱۹)$$

باتوجه‌به غیرقطعی بودن ضریب کشسانی، ماتریس معین $[C]_e$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$[C]_e = \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

در ادامه، معادلهٔ حاکم بر ارتعاش آزاد صفحهٔ نازک خمشی آورده می‌شود. این معادله را می‌توان به‌صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$([K] - \omega^2[M])\{\overline{D}\} = 0 \quad (۲۱)$$

در رابطهٔ کنونی، $\{\overline{D}\}$ بردار جابه‌جایی گرهی، ω بسامد زاویه‌ای، $[K]$ ماتریس سختی و $[M]$ ماتریس جرم کل سازه می‌باشند. یادآوری می‌گردد ماتریس جرم $[m]$ برای جزء (MZC) را می‌توان به‌صورت زیر حساب کرد:

$$[m] = \rho \int_v [N]^T [N] dv \quad (۲۲)$$

در رابطهٔ کنونی ρ چگالی صفحه می‌باشد.

در ادامه، رابطه‌های اجزای محدود تصادفی استخراج می‌گردد. چنان‌چه ماتریس مواد $[D]_e$ دارای ماهیت تصادفی باشد، ماتریس سختی جزء و به دنبال آن ماتریس سختی کل سازه نیز دارای ماهیت تصادفی و غیرقطعی خواهند بود. درنتیجه پاسخ سازه نیز ماهیت تصادفی و غیرقطعی خواهد داشت. بنابراین ماتریس سختی سازه نیز دو بخش میانگین و انحرافی خواهد داشت:

$$[k(h)] = [k(h_0)] + [k(\Delta h)] \quad (۲۳)$$

بخش‌های میانگین و انحرافی ماتریس سختی را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$[k(h_0)] = E_0 \int_v [B]^T [C]_e [B] dv \quad (۲٤)$$

$$[k(\Delta h)] = E_0 \alpha_e \int_v [B]^T [C]_e [B] dv \quad (۲۵)$$

یادآوری می‌گردد که ماتریس سختی هندسی $[k_g]$ و ماتریس جرم $[m]$، ماتریسی معین می‌باشد. با روی هم‌گذاری ماتریس‌های سختی، هندسی و نیز ماتریس جرم جزءها، ماتریس سختی، ماتریس سختی هندسی و ماتریس جرم کل سازه به‌دست می‌آید:

$$[K] = \sum_{e=1}^{n} [k(h)]_e \quad (۲٦)$$

$$[K_g] = \sum_{e=1}^{n} [k_g]_e \quad (۲۷)$$

$$[M] = \sum_{e=1}^{n} [m]_e \quad (۲۸)$$

در روش مونت‌کارلو ابتدا متغیرهای تصادفی به‌روش عددی شبیه‌سازی می‌شوند، سپس برای هر یک از متغیرهای شبیه‌سازی شده، پاسخ سازه محاسبه می‌شود. بردار متغیر تصادفی $\{\alpha\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ می‌تواند نشان‌دهندهٔ هر یک از عامل‌های تصادفی نظیر مواد، هندسه، بار و غیره باشد. با محاسبهٔ پاسخ سازه برای تمام متغیرهای شبیه‌سازی‌شده می‌توان عکس‌العمل سازه را نسبت‌به این عامل‌های تصادفی به‌دست آورد.

آزمون عددی یکم (تحلیل کمانش)

در این بخش، برای بررسی اثر تصادفی‌بودن ضریب کشسانی بر روی کمانش فشاری (بار محوری در جهت x) و برشی صفحهٔ خمشی، یک آزمون عددی انجام می‌گیرد. برای این منظور، یک صفحهٔ مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده تحلیل می‌شود. این صفحه دارای طول $a = 1\text{m}$ و ضخامت $t = 0.001\text{ m}$ می‌باشد. هم‌چنین، ضریب کشسانی و ضریب پواسون، به‌ترتیب $E = 200 \times 10^9\ \text{N/m}^2$ و $\nu = 0.3$ اختیار می‌گردند. با انجام تحلیل، بار کمانشی بدون‌بعد به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{P}_{\text{cr}} = P_{\text{cr}} \frac{\pi^2 D}{L^2} \quad (۲۹)$$

برای تحلیل اجزای محدود، یک شبکهٔ 10×10 به‌کار می‌رود. همچنین، با بهره‌جویی از روش مونت کارلو، ۵۰۰۰ بار شبیه‌سازی تصادفی انجام شده است. در جدول‌های (۱و۲) به‌ترتیب، میزان میانگین و انحراف معیار بار کمانش فشاری برای حالت‌های مختلف متغیر تصادفی درج شده است. هم‌چنین، جدول‌های (۳و٤) نیز به‌ترتیب، میزان میانگین و انحراف معیار بار کمانش برشی را برای حالت‌های مختلف متغیر تصادفی نشان می‌دهند. یادآوری می‌گردد که، چنان‌چه ضریب کشسانی مقداری قطعی فرض گردد، با بهره‌جویی از شبکهٔ 10×10 برای کل صفحه، جزء MZC بار کمانش فشاری و برشی بدون‌بعد را به‌ترتیب، برابر با $\bar{P}_{\text{cr}} = 3.985$ و $\bar{P}_{\text{cr}} = 9.052$ به‌دست می‌دهد. با بررسی این جدول‌ها مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب تغییرات ضریب کشسانی، میانگین و انحراف معیار بار کمانشی برای هر دو حالت کمانش فشاری و برشی افزایش می‌یابد. همچنین، این جدول‌ها آشکار می‌سازند که سرعت افزایش میانگین پاسخ کمتر از انحراف معیار است. یادآوری می‌گردد که ضریب تغییرات پاسخ از تقسیم مقدار انحراف معیار بر مقدار میانگین به‌دست می‌آید.

جدول ۱ میانگین بار کمانش فشاری برای حالات مختلف متغیر تصادفی

ضریب تغییرات	d=0.002	d=2	d=200
COV=0.1	3.9412	3.9502	3.9673
COV=0.2	3.8938	3.9399	3.9629
COV=0.3	3.8068	3.8850	3.9742

جدول ۲ انحراف معیار بار کمانش فشاری برای حالات مختلف متغیر تصادفی

ضریب تغییرات	d=0.002	d=2	d=200
COV=0.1	0.0460	0.3579	0.3908
COV=0.2	0.0940	0.7052	0.7938
COV=0.3	0.1449	1.0679	1.2043

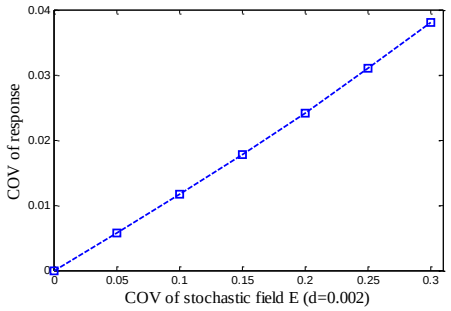
جدول ۳ میانگین بار کمانش برشی برای حالات مختلف متغیر تصادفی

ضریب تغییرات	d=0.002	d=2	d=200
COV=0.1	9.0121	9.0570	9.0117
COV=0.2	8.8986	9.0093	9.0157
COV=0.3	8.6882	8.9139	9.0311

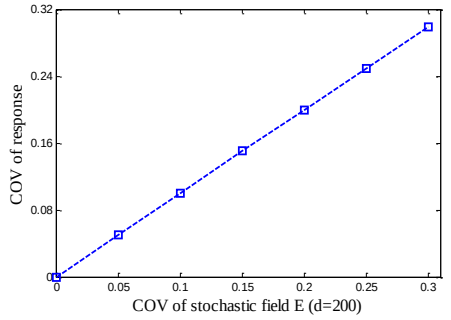
جدول ٤ انحراف معیار بار کمانش برشی برای حالات مختلف متغیر تصادفی

ضریب تغییرات	d=0.002	d=2	d=200
COV=0.1	0.1228	0.7998	0.9054
COV=0.2	0.2529	1.6645	1.7914
COV=0.3	0.3909	2.5031	2.7441

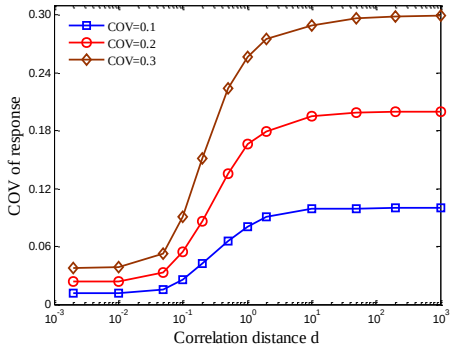
همچنین در شکل (۲)، اثر مقدار ضریب تغییرات میدان تصادفی با همبستگی کم (d=0.002) بر کمانش فشاری و برشی صفحه نشان داده شده است. شکل (۳) نیز اثر مقدار ضریب تغییرات میدان تصادفی با همبستگی کامل (d=200) را بر بار بحرانی فشاری و برشی نشان می‌دهد. باتوجه‌به نمودارها مشاهده می‌شود که تصادفی‌بودن میدان ضریب کشسانی، تأثیر زیادی بر کمانش صفحه دارد. همچنین، مشاهده می‌شود که افزایش میزان همبستگی میدان تصادفی باعث افزایش ضریب تغییرات پاسخ می‌شود، به‌گونه‌ای‌که در بحرانی‌ترین حالت، ضریب تغییرات بار کمانشی برابر با ضریب تغییرات مدول کشسانی صفحه می‌شود. برای بهتر نشان دادن این موضوع، در شکل (٤) نمودار حساسیت بار کمانش فشاری و برشی صفحه به میزان ضریب تغییرات و همبستگی میدان تصادفی نشان داده شده است.



شکل ۲ میزان تغییر ضریب تغییرات بار کمانشی در برابر ضریب تغییرات میدان تصادفی در حالت همبستگی کم



شکل ۳ میزان تغییر ضریب تغییرات بار کمانشی در برابر ضریب تغییرات میدان تصادفی در حالت همبستگی کامل



شکل ٤ میزان حساسیت بار کمانش فشاری و برشی صفحه به‌میزان ضریب تغییرات و همبستگی ضریب کشسانی

آزمون عددی دوم (تحلیل ارتعاش آزاد)

در این بخش، برای بررسی اثر تصادفی‌بودن ضریب کشسانی بر ارتعاش آزاد صفحهٔ خمشی، یک آزمون عددی انجام می‌گیرد. برای این‌منظور، یک صفحهٔ مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده تحلیل می‌شود. این صفحه

دارای طول $a = 1\text{m}$ و ضخامت $t = 0.001\text{m}$ می‌باشد. ضریب کشسانی، ضریب پواسون و چگالی صفحه نیز به‌ترتیب $E = 200 \times 10^9\ \text{N/m}^2$، $\nu = 0.3$ و $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$ اختیار می‌گردند. با انجام تحلیل، عامل بدون بعد فرکانس مود اول به‌صورت زیر حساب می‌گردد:

$$\lambda_1 = \omega_1 a^2 \sqrt{\frac{\rho t}{D}} \qquad (۳۰)$$

برای تحلیل اجزای محدود، یک شبکهٔ 10×10 به‌کار می‌رود. باید دانست در صورت قطعی‌پنداشتن ضریب کشسانی، جزء MZC بسامد بدون بعد مود اول را برابر با $\lambda_1 = 19.6356$ به‌دست می‌دهد. همچنین، با بهره‌جویی از روش مونت‌کارلو، 5000 بار شبیه‌سازی تصادفی انجام شده است. در جدول‌های (۵ و ٦) به‌ترتیب، میزان میانگین و انحراف معیار بار بسامد مود اول برای حالت‌های مختلف متغیر تصادفی درج شده است. باتوجه‌به این جدول‌ها، مشاهده می‌شود که میانگین پاسخ در تمامی حالت‌ها تقریباً یکسان است، اما انحراف معیار پاسخ، با افزایش همبستگی و نیز ضریب تغییرات مدول کشسانی، افزایش می‌یابد.

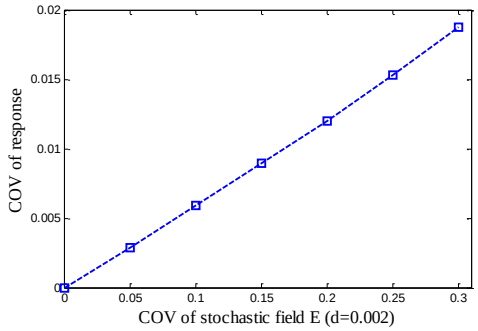
جدول ۵ میانگین بار کمانش فشاری برای حالات مختلف متغیر تصادفی

ضریب تغییرات	d=0.002	d=2	d=200
COV=0.1	19.5967	19.6190	19.5991
COV=0.2	19.4789	19.5615	19.5948
COV=0.3	19.2893	19.2556	19.4255

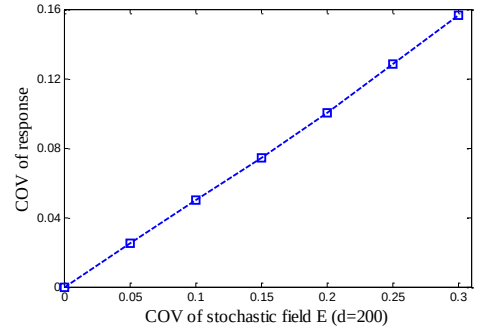
جدول ٦ انحراف معیار بار کمانش فشاری برای حالات مختلف متغیر تصادفی

ضریب تغییرات	d=0.002	d=2	d=200
COV=0.1	0.1163	0.8631	0.9791
COV=0.2	0.2361	1.7949	2.0039
COV=0.3	0.3616	2.7879	3.0391

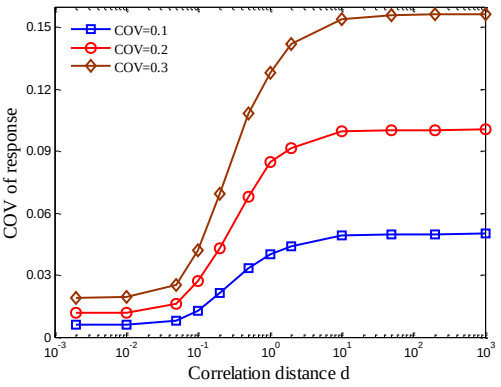
در شکل (۵)، اثر مقدار ضریب تغییرات میدان تصادفی با همبستگی کم (d=0.002)، بر پاسخ ارتعاش آزاد نشان داده شده است. شکل (٦) نیز اثر مقدار ضریب تغییرات میدان تصادفی با همبستگی کامل (d=200) را بر پاسخ ارتعاش آزاد نشان می‌دهد. در شکل (۷) نیز نمودار حساسیت پاسخ ارتعاش به میزان ضریب تغییرات و همبستگی میدان تصادفی نشان داده شده است. این نمودارها آشکار می‌سازند که اگرچه افزایش میزان همبستگی میدان تصادفی باعث افزایش ضریب تغییرات پاسخ می‌شود، اما تأثیر آن کمتر از کمانش است؛ به‌گونه‌ای‌که در حالت همبستگی کامل ضریب تغییرات پاسخ ارتعاش، نصف ضریب تغییرات مدول کشسانی صفحه به‌دست می‌آید.



شکل ۵ میزان تغییر ضریب تغییرات پاسخ ارتعاش آزاد در برابر ضریب تغییرات ضریب کشسانی در حالت همبستگی کم



شکل ٦ میزان تغییر ضریب تغییرات پاسخ ارتعاش آزاد در برابر ضریب تغییرات ضریب کشسانی در حالت همبستگی کامل



شکل ۷ میزان حساسیت پاسخ ارتعاش آزاد صفحه به میزان ضریب تغییرات و همبستگی میدان تصادفی

نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر تصادفی‌بودن ضریب کشسانی بر کمانش فشاری و برشی و نیز ارتعاش آزاد صفحهٔ خمشی مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور، از روش اجزای محدود و مونت‌کارلو بهره‌جویی شد. همچنین، میدان تصادفی (ضریب کشسانی) با توزیع نرمال الگوسازی شد و تابع خودهمبستگی فاصله‌ای برای آن به‌کار رفت. با انجام تحلیل کمانش صفحه، مشاهده شد که متغیربودن ضریب کشسانی تأثیر زیادی بر بار کمانش فشاری و برشی دارد. به‌گونه‌ای‌که اگر ضریب تغییرات میدان تصادفی ۳۰ درصد باشد، میزان ضریب تغییرات پاسخ، بسته‌به میزان همبستگی میدان تصادفی، بین ٤ تا ۳۰ درصد خواهد بود. همچنین، آزمون‌های عددی نشان دادند که ضریب تغییرات بار بحرانی برای کمانش فشاری و برشی تقریباً یکسان می‌باشد. همچنین مشاهده شد که متغیر بودن ضریب کشسانی تأثیر کمتری بر پاسخ ارتعاش آزاد صفحه دارد؛ به‌گونه‌ای‌که اگر ضریب تغییرات میدان تصادفی ۳۰ درصد باشد، میزان ضریب تغییرات پاسخ، بسته‌به میزان همبستگی میدان تصادفی، بین ۲ تا ۱۵ درصد خواهد بود.

فهرست علائم

σ_α	انحراف معیار
$R_{\alpha\alpha}$	تابع خود همبستگی
d	طول همبستگی
cov	کوواریانس
α_e	متغیر تصادفی با میانگین صفر
COV	ضریب تغییرات
E	ضریب کشسانی
w	تابع خیز صفحه
S_x	نیروی درون صفحه در راستای x
S_y	نیروی درون صفحه در راستای y
S_{xy}	نیروی برشی وارد بر لبه‌های صفحه
D	سختی صفحه
a	طول صفحه

علائم یونانی

ν	ضریب پواسون
ρ	چگالی (kgm^{-3})
ω_1	بسامد مود اول
λ_1	بسامد بدون بعد مود اول

زیرنویس‌ها

total	کل (ماتریس سختی)
e	جزء
n	شماره جزء
cr	بحرانی
g	هندسی (ماتریس سختی)

واژه‌نامه

ارتعاش آزاد	Free vibration
روش اجزای محدود تصادفی	Stochastic finite element method
شبیه‌سازی مونت کارلو	Monte-Carlo simulation
کمانش	Buckling

مراجع

1. Lima, B.S. and Ebecken, N.F., "A comparison of models for uncertainty analysis by the finite element method", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 34, No. 2, pp. 211-232, (2000).
2. Noh, H.C. and Park, T., "Monte Carlo simulation-compatible stochastic field for application to expansion-based stochastic finite element method", *Computers & structures*, Vol. 84, No. 31, pp. 2363-2372, (2006).
3. Stefanou, G., "The stochastic finite element method: past, present and future", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, No. 9, pp. 1031-1051, (2009).
4. Chakraborty, S. and Dey, S., "A stochastic finite element dynamic analysis of structures with uncertain parameters", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 40, No. 11, pp. 1071-1087, (1998).
5. Sepahvand, K., Marburg, S. and Hardtke, H.J., "Stochastic free vibration of orthotropic plates using generalized polynomial chaos expansion", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, No. 1, pp. 167-179, (2012).
6. Shaker, A., Abdelrahman, W.G., Tawfik, M. and Sadek, E., "Stochastic finite element analysis of the free vibration of laminated composite plates", *Computational Mechanics*, Vol. 41, No. 4, pp. 493-501, (2008).
7. Shaker, A., Abdelrahman, W., Tawfik, M. and Sadek, E., "Stochastic finite element analysis of the free vibration of functionally graded material plates", *Computational Mechanics*, Vol. 41, No. 5, pp. 707-714, (2008).
8. Dey, S., Mukhopadhyay, T. and Adhikari, S., "Stochastic free vibration analysis of angle-ply composite plates–a RS-HDMR approach", *Composite Structures*, Vol. 122, pp. 526-536, (2015).
9. Talha, M. and Singh, B., "Stochastic vibration characteristics of finite element modelled functionally gradient plates", *Composite Structures*, Vol. 130, pp. 95-106, (2015).
10. Chakraborty, S., Mandal, B., Chowdhury, R. and Chakrabarti, A., "Stochastic free vibration analysis of laminated composite plates using polynomial correlated function expansion", *Composite Structures*, Vol. 135, pp. 236-249, (2016).
11. Nayak, A. and Satapathy, A., "Stochastic damped free vibration analysis of composite sandwich plates", *Procedia Engineering*, Vol. 144, pp. 1315-1324, (2016).
12. Graham, L. and Siragy, EF, "Stochastic finite-element analysis for elastic buckling of stiffened panels", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 127, No. 1, pp. 91-97, (2001).
13. Onkar, A., Upadhyay, C. and Yadav, D., "Stochastic buckling analysis of laminated plates under shear and compression", *AIAA journal*, Vol. 45, No. 8, pp. 2005-2014, (2007).
14. Onkar, A., Upadhyay, C. and Yadav, D., "Generalized buckling analysis of laminated plates with random material properties using stochastic finite elements", *International journal of mechanical sciences*, Vol. 48, No. 7, pp. 780-798, (2006).
15. Kamiński, M. and Świta, P., "Generalized stochastic finite element method in elastic stability problems", *Computers & Structures*, Vol. 89, No. 11, pp. 1241-1252, (2011).
16. Talha, M. and Singh, B., "Stochastic perturbation-based finite element for buckling statistics of FGM plates with uncertain material properties in thermal environments", *Composite Structures*, Vol. 108, pp. 823-833, (2014).
17. Li, J., Tian, X., Han, Z. and Narita, Y., "Stochastic thermal buckling analysis of laminated plates using perturbation technique", *Composite Structures*, Vol. 139, pp. 1-12, (2016).
18. Szilard, R., "*Theories and applications of plate analysis: classical, numerical and engineering methods*": John Wiley & Sons, (2004).
19. Quek, S.S. and Liu, G.R., "*Finite Element Method: A Practical Course*": Elsevier Science, (2003).

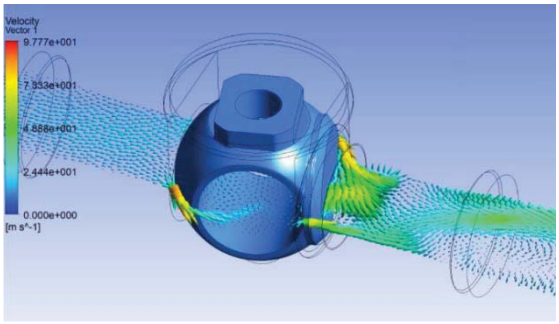


Fig. 3. Velocity distribution of flow through valve at 15°

Figure 4 shows the pressure distribution at an angle of 15 degrees. As the flow passes through the space between the seat and the hub, the pressure decreases as the speed increases. This low-pressure region exists until the inner diameter of the valve is changed.

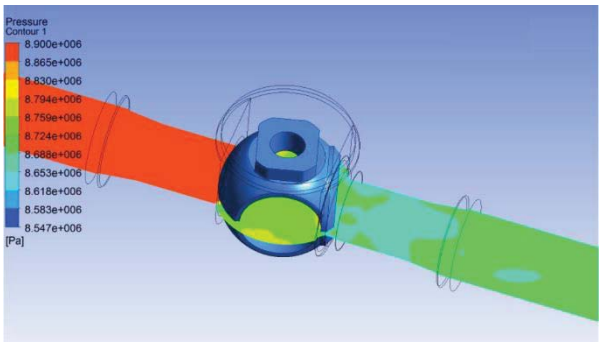


Fig. 4. Pressure distribution of flow through valve at 15°

The force components applied to the ball of the valve at different angles are shown in Figure 5. As the figure shows, the force in the flow direction increases with increasing value ball angle and reaches its maximum value at 45°. The force perpendicular to the flow also increased with the valve ball angle, reaching a maximum at 60 °.

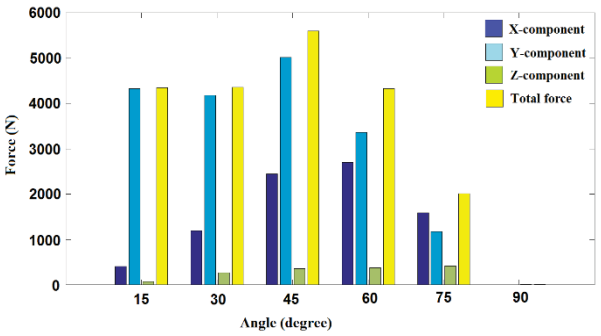


Fig. 5. Force components exerted to the valve

4. Conclusion

The results of the simulation of the gas flow inside the orbit valve show that the difference between the inlet and outlet pressure causes the forces to be pushed into the hub and thus into the mechanism.

- The force exerted to the ball in the flow direction reaches its maximum value at 45°.
- The force exerted to the ball perpendicular to the flow direction reaches its maximum value at 60°.
- The total force exerted to the ball reaches its maximum value at 45°.

Numerical Simulation of Gas Flow inside the Orbit Valve Class 900 and Its Effects on Parts Damages

Ali Reza Tahavvor[1], Mohammadsadegh Korooni[2]

1. Introduction

Natural gas has been used as fuel for more than a century. Producing and distributing natural gas are among the most important economic sectors of some countries such as Iran. Several methods have also been developed to produce, purify, and refine gas. Water vapor is one of the impurities common to most natural gas sources that causes many problems in natural gas processing and transportation operations. Desalination is a process used to remove water vapor from gas. Its main purpose is to prevent the formation of hydrates and water condensation in process facilities and transmission lines and ultimately to prevent corrosion. One of the new methods of desalination of natural gas is surface adsorption. The quality of the outlet gas from the desalination unit depends on the dew point of the gas passing through desalination beds. In this process, four Class 900 ball valves are used. In this study, a Class 900 orbit valve is considered and the gas flow is simulated through it. The forces acting on the valve parts at different ball angles are determined. The internal mechanism is then analyzed by force when the maximum force is applied to the ball. The results can be used in designing similar valves and selecting suitable alloys for its components.

2. Numerical model

All valve components including the body, stem, inner parts, and actuator are designed according to figures 1 and 2. To simulate the flow of fluid passing through the valve, the ball valve inside the body is adjusted at angles of 15, 30, 45, 60, 75, and 90 degrees. To achieve a fully developed flow, the inlet and outlet pipe of the valve is 10 times of the valve inlet diameter.

Fig. 1. Internal components of the class 900 orbit valve

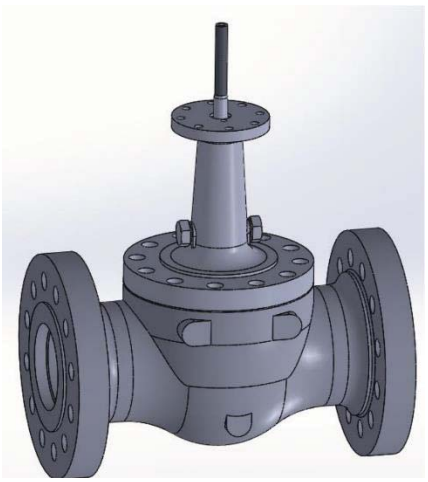


Fig. 2. Assembled model of the the class 900 orbit valve

Due to the 3D nature of the problem hexagonal grid elements for inlet and outlet parts and tetrahedral grid elements for the inner parts due to the complexity of their shapes are used. Boundary conditions are considered as follows:

Table 1. Boundary conditions

Operating fluid	Natural gas
Inlet pressure (bar)	89
Outlet pressure (bar)	87
Inlet temperature (C)	300

Some references show that RNG k-ε turbulence model is suitable for simulations in orbit valves. So, in this study, RNG k-ε model is used as a turbulence model.

3. Results

The velocity distribution of the gas passing through the valve at 15° is shown in Figure 3. According to the figure, the maximum velocity of flow passes through the space created between the seat and the sealing surface of the ball. In this case, the maximum speed is about 24 m/s.

[1] Corresponding Author: Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shiraz Branch, Islamic Azad University, Shiraz, Iran , .tahavvor@iaushiraz.ac.ir

[2] MSc Graduate, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shiraz Branch, Islamic Azad University, Shiraz, Iran.

The deformation is 68% of the thickness of specimen when the dropping height is 9 cm.

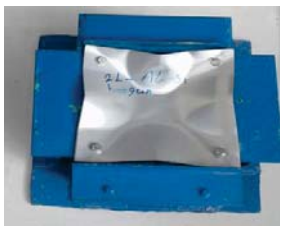


Fig. 5. Deformation specimen

7. Geometric Model and Materials Meshing

The geometric dimensions of the sheets in the numerical model are 22*23 cm^2 with a thickness of 1 mm. To model these elements, three-dimensional (Deformable) solid model was used. 900 sheets of 8-node 3D reduced-integration elements called C3D8R were used for sheet mapping. Also by partitioning (splitting the parts into simpler components to achieve a high quality and proper pattern) the optimum mesh of two-layer sheets is used to attach the sheets to each other. The screw is tied to the sheets. (Figure 6).

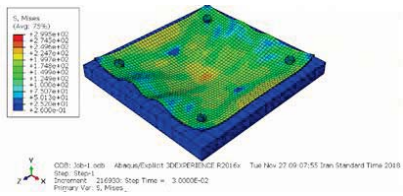


Fig. 6. Modeling the specimens with Abaqus

8. Modeling the behavior of steel

Stress-strain diagram of st12 sheet obtained in uniaxial tensile test is considered as the main characteristic of the behavior of this material.

9. Loading and boundary conditions

The steel sheets are 1 cm wide on the fixture seat. Only three degrees of transitional freedom are locked at the four edges for simplicity and holding the fixture in place. An equivalent velocity at the moment of impact onset is used to simulate the impact, which is obtained by placing the potential energy at the desired altitude with the kinetic energy at the moment of impact (Eq. 1).

$$v = \sqrt{2gh} = \begin{cases} h = 50mm & \rightarrow & v = 990\ mm/s \\ h = 70mm & \rightarrow & v = 117\ mm/s \\ h = 90mm & \rightarrow & v = 133\ mm/s \end{cases} \quad (1)$$

10. Results and discussion

After determining the appropriate mesh for the steel plate, the various laboratory specimens in this study were simulated by the mentioned modeling method. The results of the acceleration are shown in Figure 7. Figure 8 shows the force-displacement results and Figure 9 shows the displacement-time diagrams of the sheets.

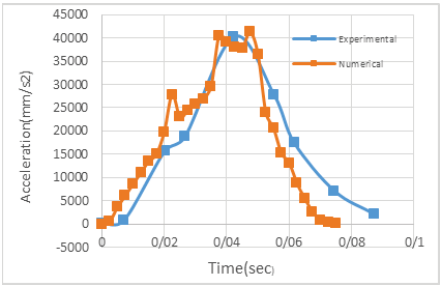


Fig. 7. Comparison of experimental acceleration results and finite element model

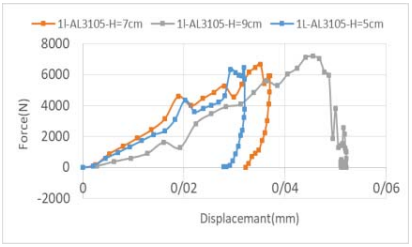


Fig. 8. Comparison of force-displacement results of finite element model

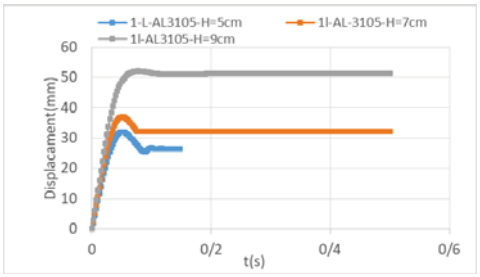


Fig. 9. Displacement-time diagram

Experimental and Numerical Analysis of Single and Double Layered Aluminum Sheet 3105 with Mechanical Joints under Drop Hammer Impact

Arash Bashiri[1], Mojtaba Hosseini[2], Hossein Hatami[3]

1. Introduction

This study was conducted for three levels of impact energy. The sheets are of AL3105, with dimensions of 220*230 mm^2, 1 and 2 millimeters thickness. They are connected by bolt. The sheets are completely free on the fixture. The screws are made of bolt Standard din933. In the experimental method, the peak acceleration has been measured by the accelerometer sensor. The permanent deformation of the sheet is measured at the end of the impact. The parameters were evaluated with the impact acceleration on the sheet, the degree of permanent deformation, and the energy absorption for the sheets. Finite element software (Abaqus) has been used for numerical modeling. Comparing the results of experimental and numerical methods shows that these two research methods have similar results. The results also show that the absorption of energy in one-layer sheets is greater than double-layered as well as acceleration in double-layered sheets more than one-layer sheets.

2. Testing specimens

For hit test, flat st12 sheet with standard ASTMB209 has been used with a thickness of 1 mm. The overall dimensions of the sheets are 22*23 cm^2. The useful dimensions of these sheets are 21*22 cm^2. The sheets are joined by bolts. The bolts have been selected in accordance with full-time standard din933. There are three heights for dropping so six series of test specimens will consist of double-layered and three-layer specimens, each of which has three specimens for error analysis. Totally there are 18 testing specimens. In this paper, sheets are named AL, which stands for Aluminum (Figure 1).

3. Mechanical properties of sheets and bolts

To determine the mechanical properties of the steel plate, three experimental specimens were cut and tested according to ASTM E8 standard (Figure 2).

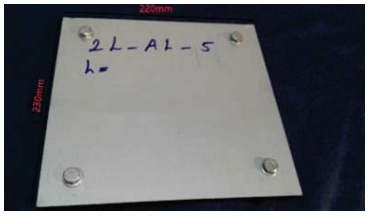


Fig. 1. Specimen 2L-Al

Fig. 2. Tensile test

4. Fixture

The fixture is used to hold the specimens and create an appropriate support. The fixture has free constraints for specimens (Figure 3).

Fig. 3. Fixture

5. Impact Test Machine and Accelerometer

The device used for impact test in this study is a drop hammer test machine (DH-TM-7500J) (Figure 4).

Fig. 4. Drop hammer test machine 7500 J

6. Experimental results

The results of this analysis are provided in the form of accelerometer-time diagrams. Also, the permanent deformation of each sheet as another important parameter in the investigation of performance of the sheets was measured after the end of the impact process. The deformation is 10% of the thickness of specimen when the dropping height is 5 cm. The deformation is 20% of the thickness of specimen when the dropping height is 7 cm.

[1] M.Sc., Department of Civil Engineering, Engineering Faculty, Lorestan University, Khorramabad, Lorestan, Iran
[2] Associated Professor, Department of Civil Engineering, Engineering Faculty, Lorestan University, Khorramabad, Lorestan, Iran
[3] Corresponding author: Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Engineering Faculty, Lorestan University, Khorramabad, Lorestan, Iran. hatami.h@lu.ac.ir

3.3. Design of experiment and optimization of the results

For optimizing the main screw speed, an experiment design software (design-expert) was used. The de-vulcanization percent was selected as the response variable. For this purpose, response surface model (RSM) and a factor (main screw speed) was employed. The main screw speeds of 150 and 220 rpm were considered as lower and upper limits of the factor, respectively. The results of RSM showed that a second order model was suitable statistically. Hence following equation was proposed,

where N is main screw speed.

De-vulcanization% = -65.86570+ 1.32844N- $3.43251\text{x}10^{-3}N^2$

3.4. Conclusion

In current industrial research, the automotive EPDM rubber waste was de-vulcanized with the aid of a mechanical method (twin screw extruder) and a chemical de-vulcanizing agent (TMTD), efficiently. The optimum condition for de-vulcanization was obtained for 180 rpm as extruder main screw speed at 220℃ .

Table 2. The prepared compounds formulations (all values in phr)

Compound no.	Waste rubber (phr)	TMTD (phr)	Aliphatic oil (phr)	Aromatic oil (phr)	De-vulcanization temperature (℃)	Main Screw seed (rpm)
1	100	6	10	10	220	180
2	100	6	10	10	220	220
3	100	6	10	10	220	150
4	100	6	10	10	220	160
5	100	6	10	10	220	170
6	100	6	10	10	220	200
7	100	6	10	10	220	190

Table 3. The CLD and de-vulcanized percent for de-vulcanized compounds

Compound no.	CLD (mol/m^3	Devulcanization %
1	67.9	63.5
2	73.7	60.4
3	82.5	56.4
4	80.6	58.5
5	73/0	60.0
6	68.3	62.0
7	68.0	62.4

The Study on the Mechanical Properties of the De-Vulcanized Waste Rubber by a Mechanical Technique

SaeidOstad Movahed[1], SakinehKarbalaei Nezhad[2]
Bahareh Babakhani[3]

1. Introduction

Waste rubber recycling is a priority for waste management due to environmental impacts, resources saving, and raw material cost increasing. Presently in rubber industry, there is not real rubber recycling. In other words, recycled rubber can't be replaced with virgin rubber for manufacturing the new rubberish articles. To reach to the above mentioned goal, the chemical crosslinks in vulcanized rubber must be broken selectively, which improves mechanical properties of the recycled (de-vulcanized) rubber when again re-vulcanized. In this research, the recycling (de-vulcanization) of an ethylene-propylene-diene monomer rubber (EPDM) waste, obtained from automotive rubber parts was investigated. The de-vulcanization was performed by simultaneous using a semi-industrial twin screw extruder and a de-vulcanizing agent. A design experiment software was also used for deriving an equation for prediction of the de-vulcanization percent

2. Experimental

2.1. Waste rubber

The waste rubber powder was provided from PART LASTIC Company. It was a combination of waste new and second hand automotive rubberish articles. The TGA analysis (Table 1) was used to analyze the composition of the rubber waste. Before TGA analysis, the oil content of the rubber waste was extracted by Soxhlet extractor.

2.2. The compounds preparation and twin screw extruder de-vulcanization

The waste rubber powder and different amounts of the de-vulcanizing agent and oil were mixed in a simple mixer (Compounds 1-7, Table 2). After 24h relaxation, they were de-vulcanized in a semi industrial twin screw extruder (CTE65-52D, Coperion Keya Nanjing Machinery, Figure 1) with the outlet mass velocity of 40 Kg/h. Table 3 shows the crosslink densities (CLD's) and correspondent de-vulcanization percent for de-vulcanized compounds.

Table 1. The TGA and physical properties of the used waste rubber powder

Property		Amount
Sol content (%)		0.5
Density (gr/cm^3)		1.4072
Crosslink Density (mol/m^3)		186
TGA	Others (%)	15.45
	Carbon black (%)	43.60
	EPDM (%)	38.88
	Left oil	2.07

Fig. 1. The used twin screw extruder

3. Results and discussion

3.1. Waste rubber composition

Table 1 shows the TGA results for the acetone-extracted waste rubber powder. The EPDM degradation began at 287.6 °C and completed at 547.8 °C. Mass loss was also observed in the range 26.2–287.6 °C because of the presence of the oil. In addition to the mass loss related to the oil and rubber, a transition in the range 550–613 °C was observed. This was attributed to the combustion of carbon black present in the sample.

3. 2. Waste rubber de-vulcanization

The particle size of the waste powder was an important factor in controlling the de-vulcanization process. For large particles, i.e., 1 cm in diameter, controlling de-vulcanization process was practically impossible. However, waste rubber with a particle size of 1 mm was de-vulcanized efficiently. As observed in Tables 2 and 3, the presence of 6 phr TMTD (de-vulcanizing agent) caused 63.5 and 60.4% de-vulcanization for Compounds 1 and 2, respectively. The reducing of the main screw speed from 220 to 180rpm at the same temperature increased 3% de-vulcanization.

[1] Corresponding author: Assistant professor, Department of chemistry, Faculty of Science, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email Address: s-ostad@um.ac.ir
[2] M.Sc., Department of chemistry, Faculty of Science, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.
[3] M.Sc., Department of chemical engineering, Faculty of engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

Fig. 4. 1μm particle concentration contours at the mid-plane of the room at t=130 s.

Figure 5 illustrates the total number of deposited particles of various sizes on the modeled room walls. The number of deposited 10μm particle is more than other sizes due to their high inertia and gravity. Moreover, the deposition of 10nm particles is more than 100nm and 1μm because of the more intense Brownian excitation.

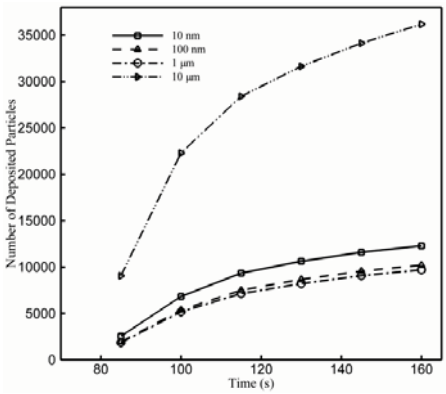


Fig. 5. The number of total deposited particles on the walls of modeled room.

4. Conclusion

The LES model in conjunction with the Lattice Boltzmann method was used to simulate particle deposition in a room. For the LES model the sub-grid scale turbulence effects were included through the Smagorinsky model. Deposition of particles with various sizes in a room was studied and the following conclusions are drawn:

- The present method captured the particle deposition in the room reasonably well.
- The number of deposited 10μm particles was more than the other sizes due to the gravitational sedimentation and inertial impaction.
- By augmentation of particle diameter from 10nm to 1μm, particles deposition in the room declines by about 15%, because of the decreasing intensity of Brownian excitation.

Numerical Investigation of Particle Deposition in a Room Using Large Eddy Simulation Based on Lattice Boltzmann Method

Hassan Sajjadi[1], Mazyar Salmanzadeh[2], Goodarz Ahmadi[3], Saeid Jafari[4]

1. Introduction

People spend more than 85% of their time indoor; therefore, indoor air quality (IAQ) has been receiving increasing attention. The lattice Boltzmann method (LBM) is a powerful numerical technique for simulating flows in indoor environment. In comparison with traditional CFD methods, the advantages of LBM are: i) simple calculation procedure, ii) simple implementation procedure for parallel computation, iii) simplicity for application to complex geometries and etc. Investigating particle dispersion and deposition in indoor environment and in turbulent flows is very important and the Large Eddy Simulation (LES) model is one of the proper models for simulating particle transport and deposition in turbulent flows.

The main aim of this paper is investigating the deposition of particles with diameters of 10nm to 10μm on the walls of a modeled room using the LES-LBM. Also, the effects of various forces such as drag force, Brownian force, and buoyancy force are investigated.

2. MRT Lattice Boltzmann method with LES model

In this study the Multi Relaxation Time (MRT) LBM with D3Q19 model as shown schematically in Figure 1 is used for the 3D flow simulation of the airflow in the room. To improve the modeling of the sub-grid scales, the SISM (Shear Improved Smagorensky Model) was proposed to resolve the fluctuating velocities. Various forces such as drag force, the buoyancy force, and the Brownian force are considered in the simulation of particle motions. Lift forces that are comparatively small are neglected.

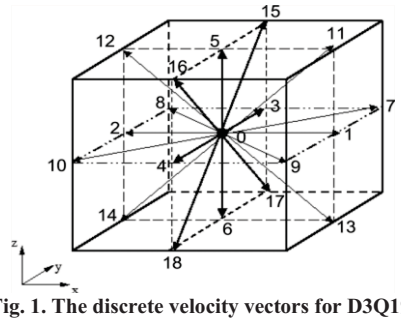


Fig. 1. The discrete velocity vectors for D3Q19.

[1] Corresponding Author, Assistant Professor, University of Bojnord, Bojnord, Iran, H.sajjadi@ub.ac.ir
[2] Associate Professor, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
[3] Assistant Professor, Clarkson University, NY, USA
[4] Associate Professor, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

3. Results and Discussion

To simulate the particle dispersion and deposition in the room, four sizes of particles (10 nm, 100 nm, 1 μm, and 10 μm) were investigated and a total of 86400 particles were injected into the flow. Two different boundary conditions (BC) for the interaction of the particles with the walls were considered. One was the reflect BC that assumes that when a particle collides with a wall, it bounces back with a coefficient of restitution of 1. The second was the trap BC that implied when the distance of particle center from the wall is less than its radius the particle is deposited on the wall.

Figure 2 compares the number of suspended 1 μm particles in the room for the trap and reflect boundary conditions. It is obvious that the number of suspended particle rises with time until t=100s when the injection stops, and then the number of particles declines gradually.

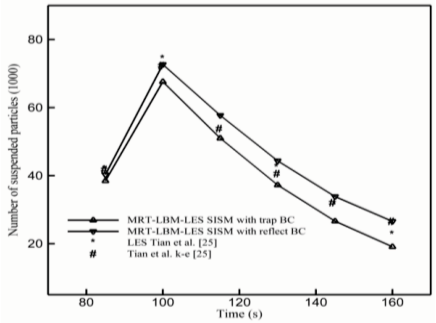


Fig. 2. Comparison of the number of suspended 1 μm particles in the room.

Figure 3 shows the comparison of the number of suspended particles of various sizes for trap BC. It is seen that the number of suspended 10 μm particles is less than other sizes because gravitational sedimentation effects.

Concentration contours of 1μm particles at time 130s at the midsection of the room is shown in Figure 4. It is seen that at this time, most of the particles follow the airflow field and move to the left side of the room. Also the particles in this low velocity region do not reach the outlet at this time and remain suspended in the air or are deposited on the wall. Therefore, the concentration on the left side of the room enhances.

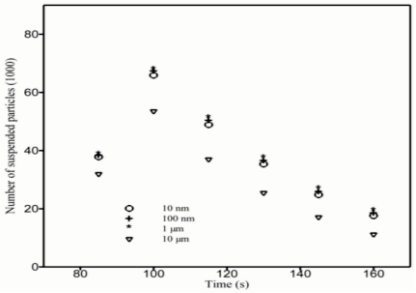


Fig. 3. Comparison of the number of suspended particles of different sizes in the room.

Example 2.- Semi truncated cone

The aim of this example, further to showing the capability and performance of the method, is to study the effect of the number of integration Gauss quadrature points. The geometry, loading and boundary conditions are illustrated in Figure 4. This problem is solved by using three different cases where 27, 64, 216 Gauss integration points are used. The obtained results are depicted in Figure 5.

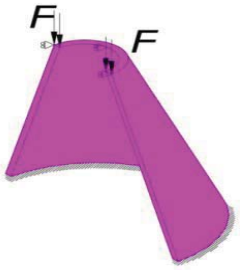
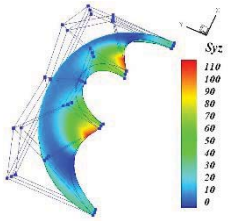
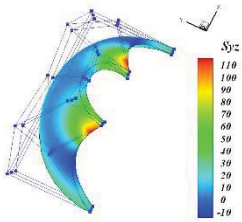


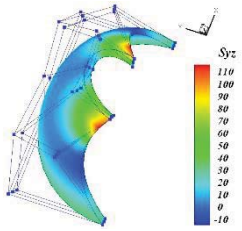
Fig. 4. Problem definition of semi truncated cone



(a)



(b)



(c)

Fig. 5. Contours of τ_{yz} for different, (a) 27, (b) 64, and (c) 216, Gauss integration points

Example 3- Bent plate

Besides demonstrating the performance of the method, the study of the number of load increments is the goal of this example. The geometry, loading and boundary conditions are illustrated in Figure 6. This problem is solved by using different numbers of load increments: 10, 20, 50, and 100. The obtained results are shown in Figure 7.

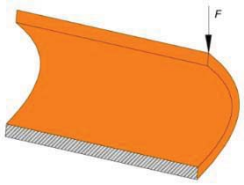


Fig. 6. Problem definition of bent plate

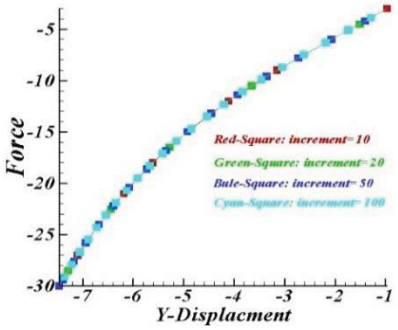


Fig. 7. Vertical displacement of the loaded point with different load increments

4. Conclusion

This paper aimed at the derivation of formulation and solution for nonlinear compressible elastic problems, known as compressible hyperelasticity, by the isogeometric analysis method. For this purpose, an algorithm was devised and by the linearization of governing equations the discretized equilibrium equations were obtained and the matrix of coefficients was derived by using the isogeometric concept. Then, the obtained results by the proposed method for compressible hyperelastic materials were compared with finite elements. Due to having large deformations in these kinds of problems, in the finite element method, apart from the need for remeshings in some problems, a relatively large number of elements are required that results in a large system of equations with high computational cost. In the isogeometric analysis method, by using the B-Spline and NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) basis functions that offer a good flexibility in geometrical modeling, need for remeshings is circumvented to a large extent. It is shown in this paper that in this approach, besides achieving good quality results, a smaller system of equations is obtained that reduces the computational cost. Also, the effects of the number of Gauss integration points, as well as the number of load increments, on the convergence of the solution are studied. The results indicate that for compressible hyperelastic materials, the final solution is independent of the manner in which the load increments are applied, and also the best choice of gauss integration point with quadratic basis functions is 64, four by four by four, Gauss points.

The Solution of Nonlinear Compressible Hyperelastic Problems by the Isogeometric Analysis Method

Mehdi Ardiani[1], Behrooz Hassani[2], Mehdi Tavakkoli[3],

1. Introduction

Nonlinear behavior of materials, in both manufacturing and working environments is needed to be considered for optimal designing of engineering components. This can be achieved by numerical formulation and simulation of the governing equations that requires a good understanding of both theoretical background and associated computer solution techniques.

This paper aimed at the derivation of formulation and solution for nonlinear compressible elastic problems, known as compressible hyperelasticity, by the isogeometric analysis method. For this purpose, an algorithm is devised and by the linearization of governing equations, the discretized equilibrium equations are obtained. The matrix of coefficients is derived by using the isogeometric concept. Then, the obtained results by the proposed method for compressible hyperelastic materials is compared with the finite element method. Moreover, the effects of the number of Gauss integration points, as well as the number of load increments, on the convergence of the solution are studied.

2. Isogeometric Analysis in Compressible Hyperelasticity

The equilibrium equation in elasticity problems, both linear and nonlinear, is derived in terms of stresses inside the body. These stresses result from the deformation of material and it is necessary to express them in terms of deformation. These relationships, known as constitutive equations are established in the context of compressible hyperelastic materials, whereby stresses are derived from a stored elastic energy function. The relationship between stresses and stored elastic energy function is nonlinear and can be linearized within a potential Newton-Raphson solution process. Moreover, the virtual work representation of the equilibrium equation presented is nonlinear with respect to the geometry. Hence, for a given material and loading conditions, the equilibrium equation is linearized and then discretized.

The discretization is established in the initial configuration to interpolate the initial geometry in terms of the control points and NURBS shape functions (Non Uniform Rational B-splines) in the framework of isogeometric analysis. The NURBS' basis functions are also employed for the purpose of approximation which plays a similar role as the shape functions in the finite element method. For construction of the solution surfaces for displacement components, choosing the position of the control points, an extra displacement component value is associated to them to be determined. Note that the mentioned imaginary surfaces belong to a space with an extra dimension with respect to the physical space where the domain of the problem has been defined.

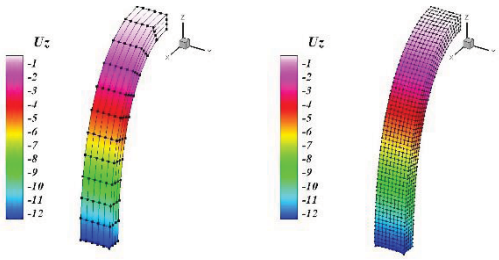
3. Numerical Examples

In this section, to demonstrate the performance of the method, three examples including a 3D cantilever beam, a truncated cone and a bent thick plate problem is solved. Also, effects of the number of Gauss integration points and the number of load increments are studied.

Example 1. Three Dimensional Cantilever beam

The aim of this example is to compare the results of FEM and IGA. The geometry, loading, and boundary conditions for this example are illustrated in Figure 1 and the obtained results are depicted in Figures 2 and 3.

Fig. 1. Problem definition of 3D cantilever beam



(a) **(b)**

Fig. 2. Deformed shape and displacement contours in z direction for the IGA (left) and FEM (right)

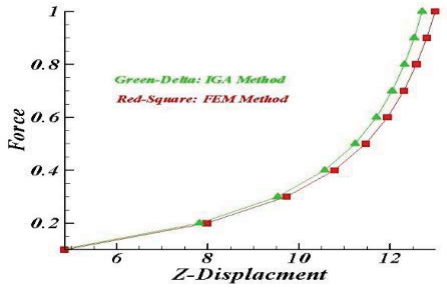


Fig. 3. Displacement in z direction of the end points

[1] Ph.D. Student, Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.

[2]- Corresponding Author: Professor, Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad. B_hassani@um.ac.ir

[3] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

$$u_0(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} U_{mn}(t)Cos\alpha x Sin\beta y$$
$$v_0(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} V_{mn}(t)Sin\alpha x Cos\beta y$$
$$w_0(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} hW_{mn}(t)Sin\alpha x Sin\beta y \quad (6)$$
$$\phi_x(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} X_{mn}(t)Cos\alpha x Sin\beta y$$
$$\phi_y(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} Y_{mn}(t)Sin\alpha x Cos\beta y$$

$$Z_1 W_{,tt} + Z_2 W + Z_3 W W_{,tt} + Z_4 W^2 + Z_5 W^3 = Z_6 q_0 \cos(\Omega t) \quad (7)$$

$$W_{,\tau\tau} + \omega_0^2 W + \alpha_1 W W_{,\tau\tau} + \alpha_2 W^2 + \alpha_3 W^3 = f\cos(\Lambda\Omega\tau) \quad (8)$$

3. Results and Discussion

To validate the proposed solution, the linear natural frequency of an MEE plate which is obtained from the present work has been compared with the related works and showed in Table (1-4).

Table 1. Comparison of normalized natural frequencies $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ of an isotropic square plate with effective elastic properties B Phase only

(*m*,*n*)				method
(3,1)	(2,2)	(1,2)	(1,1)	
7.160	6.226	4.559	2.397	present work
6.895	6.561	4.683	2.399	HSDT [7]

Table 2. Comparison of normalized natural frequencies $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ of an isotropic square plate with effective elastic properties C Phase only

(*m*,*n*)				method
(3,1)	(2,2)	(1,2)	(1,1)	
5.690	5.215	3.884	2.072	present work
6.009	5.196	3.834	2.065	HSDT [7]

Table 3. Comparison of normalized natural frequencies $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ of an isotropic Electro-elastic square plate

(*m*,*n*)				method
(3,1)	(2,2)	(1,2)	(1,1)	
7.178	6.235	4.568	2.323	present work
6.916	6.505	4.639	2.404	HSDT [7]

Table 4. Comparison of normalized natural frequencies $\omega = \omega_0 a\sqrt{\rho_{0_{max}}/C_{11_{max}}}$ of an isotropic Magneto –elastic square plate

(*m*,*n*)				method
(3,1)	(2,2)	(1,2)	(1,1)	
5.974	5.220	3.892	2.760	present work
6.011	5.198	3.836	2.667	HSDT [7]

4. Nonlinear Forced Vibration Analysis

By using multiple time scales method and introducing detuning parameter σ as a quantity for deviation of excitation frequency Ω from linear frequency ω_0 , forced vibration analysis of the system in primary and Secondary resonance case have been investigated.

The stable state response in the primary resonance is presented as follow:

$$\left[\frac{9\alpha_3\omega_0^2 - 10\alpha_2^2 + 11\alpha_1\alpha_2\omega_0^2 - \alpha_1^2\omega_0^4}{24\omega_0^2} r^2 - \Lambda\sigma\right]^2 r^2 = \frac{Q^2}{4\omega_0^2} \quad (9)$$

Figure 2 shows the amplitude of the response as a function of amplitude of the excitation for several detuning parameter. For curvilinear values of the detuning parameter, the curves are initially tangent.

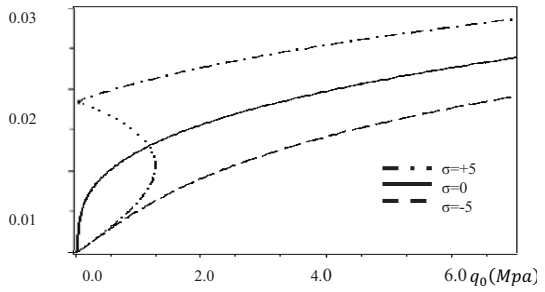


Fig. 2. Amplitude of the response as a function of amplitude of the excitation for several detuning

In Figure 3 the frequency-response curve is shown for two different excitation amplitude ranges. When the amplitude of the excitation increases, the response-frequency curve shifts from the axis σ=0 and goes upwards.

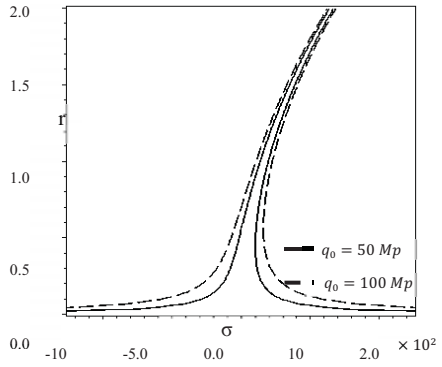


Fig. 3. Frequency-response curves for primary resonances- effect of amplitude of excitation

5. Conclusion

In this paper, nonlinear force vibrations of a functionally graded magneto-electro-elastic plate is investigated based on the third order shear deformation plate theory along with Lindeshtot-Poincare method and multiple time scales method. Several examples are given to validate the proposed solution and to investigate the effects of some parameters on the force vibration response of this plate.

Nonlinear Force Vibration of Functionally Graded Magneto-Electro-Elastic Rectangular Plate Based on the Third Order Shear Deformation Theory

Ramin Mantashloo[1], Alireza Shooshtari[2]

1. Introduction

In recent years, magneto-electro-elastic (MEE) materials have been the topic of many researches due to their ability to convert electrical, magnetic, and mechanical energy forms to each other. In this purpose, several researches around free and forced vibration of magneto-electro-elastic rectangular plates based on different theory of plates have been done. Also, the linear and nonlinear vibration had been considered for pure or layered MEE plates.

In this paper, the effects of several parameters on the nonlinear force vibration of a functionally graded magnetoelectro-elastic plate is investigated based on the Third Order Shear Deformation (TSDT) plate theory in conjunction with single-mode Galerkin and Lindeshtod-Poincare method.

2. Modelling the problem

Constitutive equations of a magneto-electro-elastic material are as follow:

$$C=\begin{bmatrix} C(z)_{11} & C(z)_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C(z)_{21} & C(z)_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C(z)_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C(z)_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C(z)_{66} \end{bmatrix}$$

$$e=\begin{bmatrix} 0 & 0 & e(z)_{31} \\ 0 & 0 & e(z)_{32} \\ 0 & e(z)_{24} & 0 \\ e(z)_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, q=\begin{bmatrix} 0 & 0 & e(z)_{31} \\ 0 & 0 & e(z)_{32} \\ 0 & e(z)_{24} & 0 \\ e(z)_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon=\begin{bmatrix} \epsilon(z)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon(z)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon(z)_{33} \end{bmatrix}, \mu=\begin{bmatrix} \mu(z)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu(z)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu(z)_{33} \end{bmatrix}$$

$$d=\begin{bmatrix} d(z)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d(z)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d(z)_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

where C_{ij}, e_{31}, q_{31}, η_{33}, d_{33}, and μ_{33} are stiffness coefficient, piezoelectric, piezomagnetic, dielectric, magneto-electric, and magnetic permeability constants, respectively. σ_i, D_z, ψ, and B_z denote stress, electric potential, electric displacement along z-axis, magnetic potential, and magnetic flux density along z-axis, respectively. The plate is $CoFe_2O_4$-rich at z=+h/2 and $BaTiO_3$-rich at z=-h/2, and the material vary along the z-axis.

where *p* is a non-negative real number and *B* denotes the Corresponding author, piezoelectric phase.

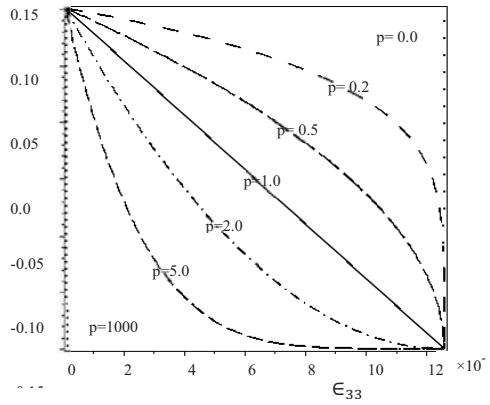


Fig. 1. Distribution of the volume fraction V_B during thickness for different values of the power law index P

Volume fraction of the piezoelectric phase (i.e., $BaTiO_3$) based on the power law is determined by:

$$V_B=\left(\frac{2z+h}{2h}\right)^{\mathrm{p}} \quad \text{for } 0\le z\le +h \quad (2)$$

$$V_B+V_C=1 \quad (3)$$

$$P_{eff}=P_BV_B+P_CV_C \quad (4)$$

Equations of motion of a Functionally Graded Magnetoelectro Elastic Plate (FGMME) based on the third order shear deformation theory are expressed by:

$$N_{xx.x}+N_{xy.y}=I_0u_{0.tt}+(I_1-c_1I_3)\varphi_{x.tt}-c_1I_3w_{0.tt} \quad (5\text{-a})$$

$$N_{yy.y}+N_{xy.x}=I_0v_{0.tt}+(I_1-c_1I_3)\varphi_{y.tt}-c_1I_3w_{0.tt} \quad (5\text{-b})$$

$$\begin{aligned}&(N_{yy.y}+N_{xy.x})w_{0.y}+(N_{xx.x}+N_{xy.y})w_{0.x}+N_{yy}w_{0.yy}\\&+N_{xx}w_{0.xx}+c_1(P_{xx.xx}+P_{xy.xy}+P_{yy.yy})\\&+(Q_{x.x}-c_2R_{x.x})+(Q_{y.y}-c_2R_{y.y})+q_z\\&=I_0w_{0.tt}-c_1^2I_6(w_{0.ttxx}+w_{0.ttxx})\\&+c_1I_3(u_{0.tt}+v_{0.tt})+c_1(I_4-c_1I_6)(\varphi_{x.xtt}+\varphi_{y.ytt})\end{aligned} \quad (5\text{-c})$$

$$\begin{aligned}&M_{xx.x}+M_{xy.y}-c_1(P_{xx.x}+P_{xy.y})+(Q_x-c_2R_x)\\&=-c_1(I_4-c_1I_6)w_{0.xtt}+(I_2-2c_1I_4+c_1^2I_6)\varphi_{x.tt}\\&+(I_1-c_1I_3)u_{0.tt}\end{aligned} \quad (5\text{-e})$$

$$\begin{aligned}&M_{yy.y}+M_{xy.x}-c_1(P_{yy.y}+P_{xy.x})+(Q_y-c_2R_y)\\&=-c_1(I_4-c_1I_6)w_{0.ytt}+(I_2-2c_1I_4+c_1^2I_6)\varphi_{y.tt}\\&+(I_1-c_1I_3)v_{0.tt}\end{aligned} \quad (5\text{-f})$$

Assuming the simply support boundary condition in all edge of the plate and using the following shape functions which satisfy the boundary condition ($\alpha=n\pi/a, \beta=m\pi/$):

and then substituting in Eq. (6) and finally applying the Galerkin method on the resulting equations, one can obtain equation 7:

It is seen that this equation includes quadratic and qubic nonlinearity terms, which in non-dimensional form can be written as equation 8:

[1] M. Sc., Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.
[2] Corresponding Author: Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. al.shooshtari@gmail.com

cutout position on the ratcheting behavior of cubic shells is investigated. Figure 3 shows the results of the position of cutout on the ratcheting behavior of cubic shells under pure torsional load.

4. Finite element method results

The results of finite element method using ABAQUS software for predicting the ratcheting behavior of cubic shells under pure torsional loading was in good agreement with the experimental results. For example Figure 4 shows the comparison of ratcheting angle predicted by FEM with experimental results.

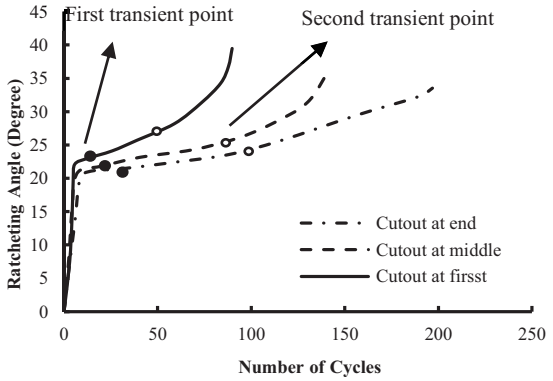


Fig. 3. Ratcheting angle vs. number of cycles for cubic shell with circular cutout in different positions

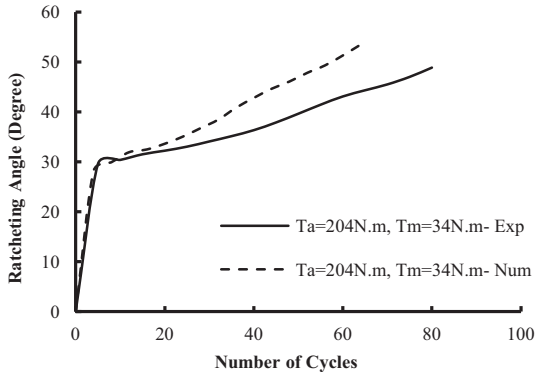


Fig. 4. Comparison of experimental results with finite element method of ratcheting angle for cubic shell under torsional loading with amplitude of 204N.m and mean magnitude of 34N.m

Figure 5 compares experimental and FEM results for deformation of cubic shell with circular cutout with diameter of 8mm in symmetric torque-control condition with amplitude of 170N.m and mean magnitude of 34N.m.

As shown in Figure 5, it can be concluded that using a nonlinear isotropic/kinematic (combined) hardening model can simulate deformation of cubic shells under pure torsion loading conditions.

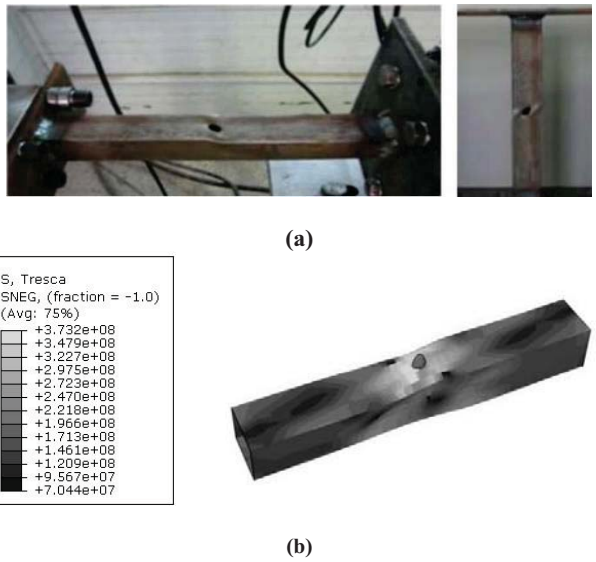


Fig. 5. Deformation in cubic shell with circular cutout with diameter of 8mm in symmetric torque-control condition with amplitude of 170N.m and mean magnitude of 34N.m. a) Experimental result, b) Numerical result

5. Conclusion

1- Increasing in torsion amplitude magnitude causes an increase in ratcheting angle of cubic shells.

2- Experiments and finite element method results show that finite element method using a nonlinear isotropic/kinematic (combined) hardening model is able to predict ratcheting behavior of cubic shell with a good agreement with the experimental results.

3- Due to larger shear stresses around the cutout in cubic shell with larger cutout, ratcheting angle and its rate become larger and transition point will occur sooner.

4- Cubic shells under pure torsion loading in angle-control conditions show softening behavior and it was shown that in such a this conditions, there are three regions such as incubation, transition and steady-state.

The Investigation of Cyclic Behavior of SS316L Cubic Shells under Pure Torsional Load

Mahmoud Shariati[1], Amin Saber[2],
Kamal Kolasabgiani[3], Hadi Golmakani[4]

1. Introduction

Cylindrical and cubic shells are frequently used in the manufacturing of aircrafts, missiles, boilers, pipelines, automobiles, and some submarine structures because of their excellent properties, such as high strength and stiffness, light weight, and excellent loading-carrying efficiency.

In this paper, cubic shells were placed under torque-control and angle of torsion-control cyclic pure torsional loading and the effect of amplitude torque, angle of torsion and softening are investigated. The results obtained in this study are very useful to understand the cyclic behavior of cubic shells under pure torsional loading. Additionally, a finite element analysis with the nonlinear isotropic/kinematic hardening model is used to compare numerical results with those obtained from experimental set-up.

2. Material and Procedures

In this study cubic shells are made from SS316L with cubic cross section. The length and thickness of cross section are 30mm and 0.9mm, respectively. The experimental device used in this study was a 250 kN servo hydraulics INSTRON 8802 machine. In order to perform cyclic pure torsional load on cubic shells, a fixture is needed. It is able to apply a couple force in reciprocating directions that only impose a cyclic torsional torque on the free end of the shells. This kind of loading causes the rotation of shells around its axis (Figure 1).

3. Finite element method

The numerical simulation was carried out using the ABAQUS finite element software. In order to analyze the cubic shells which was subjected to cyclic torsional loading, a nonlinear isotropic/kinematic (combined) hardening model was used. When temperature and field variable dependencies are omitted, the kinematic hardening component is as follows:

$$\alpha = C\frac{1}{\sigma^0}\left(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}\right)\dot{\varepsilon}^{pl} + \frac{1}{C}\dot{C}\alpha_{ij} \tag{1}$$

In order to improve this equation, a nonlinear term was added to equation 1, so we can rewrite equation 1 as below:

$$\alpha = C\frac{1}{\sigma^0}\left(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}\right)\dot{\varepsilon}^{pl} - \gamma\alpha_{ij}\dot{\varepsilon}^{pl} + \frac{1}{C}\dot{C}\alpha_{ij} \tag{2}$$

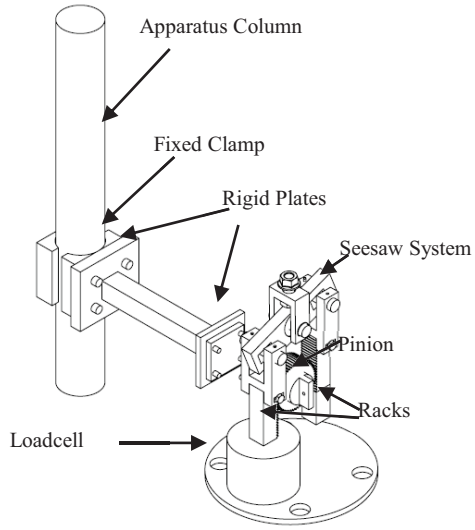


Fig. 1. Pure torsional loading fixture

The isotropic hardening behavior of the models defines the evolution of the current yield surface as a function of the equivalent plastic strain ε_{pl}. This evolution can be introduced by using the simple exponential law in Eq. (3):

$$\sigma^0 = \hat{\sigma}_0 + Q_\infty\left(1 - e^{-b\bar{\varepsilon}^{pl}}\right) \tag{3}$$

4. Experimental Results

Figure 3 shows the ratcheting angle of cubic shell under pure torsional load with different torsion amplitude and constant mean torsion load.

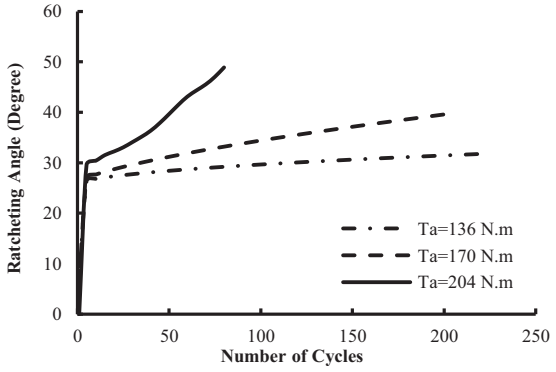


Fig. 2. Ratcheting angle vs. number of cycles for cubic shell with circular cutout in different positions

Results show that the ratcheting angle of cubic shells increases when torsion amplitude rises. The effect of

1- Professor, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. Mshariati44@um.ac.ir
2- M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.
3- Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.
4- M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

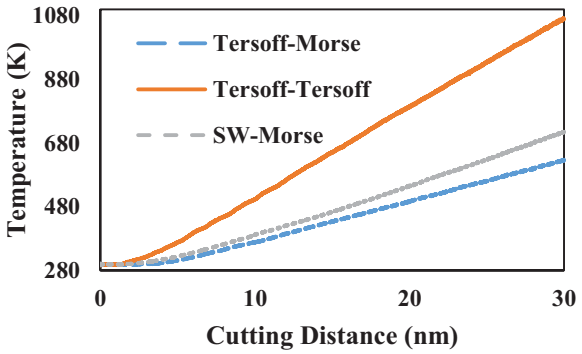


Fig. 3. The effect of potential function on temperature evolution

The effect of potential function on machining energy

As the tool moves forward on the specimen surface, the total system energy is increases (Fig. 4). It occurs because the external forces which enter into the workpiece. The interaction between workpiece particles plays a pivotal role in determining the total energy of the system.

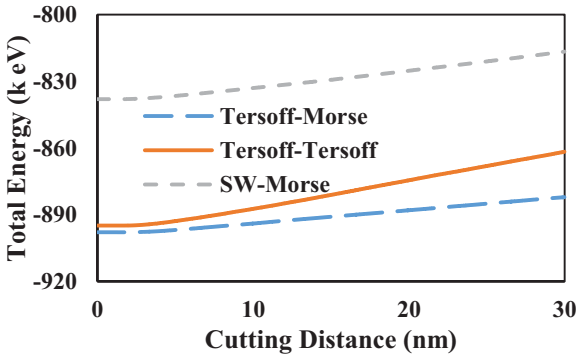


Fig. 4. Variation of total energy by tool advancement in different potential functions

The effect of potential function on subsurface damages

The examination of subsurface damages (SSD) using common neighbor analysis (CNA) demonstrates the presence of an amorphous layer on the machined surface due to the high contact pressure between the tool and the machined Si surface. Moreover, a large number of dislocations and vacancies can be found in using Tersoff-Morse combination of interactions. They stem from long-range terms in Tersoff potential function which shows its effect in the underneath particles. Changing the tool-workpiece interaction to Tersoff results in the reduction of the dislocations as well as their concentration beneath the tool. The source of these dislocations is the hydrostatic pressure under the cutting tool. In the case of Stringer-Weber and Morse combination, a few hexagonal phase transformation can be observed on the machined surface.

4. Conclusion

The main achievements of this paper are as follow:

- Using the pairwise Morse potential function in defining tool-workpiece interactions leads to brittle mode machining and subsequently, segmented chips.
- Stillinger-Weber potential function provides the best surface roughness and the least edge distortion in nanometric machining of a silicon workpiece. Besides, using the Tersoff potential function for defining the interaction between the atoms of the tool and the workpiece increases the average machining force by 32.1%. It also causes a 26% increase in machining forces fluctuations in comparison to Morse potential function.
- The interaction between tool and workpiece atoms plays a crucial role in machining forces, kinetic energy, and workpiece temperature. In contrast, the interaction of workpiece particles has more influence on the potential and total energy of the system.
- On average, around 98% of the system's total energy consists of potential energy. Therefore, the potential function used to define the interaction of the workpiece particles will have a higher effect on this value.
- The use of Tersoff potential function for defining the interactions of silicon particles as well as the diamond tool, provides the closest result in terms of deformation mechanism and nanoscale material removal behavior.

The Effect of Interatomic Potential Function on Nanometric Machining of Single Crystal Silicon

Seyyed Nader Ameli Kalkhoran[1] , Mehrdad Vahdati[2]

1. Introduction

Nowadays, silicon is widely used for producing ultra-precision components. Nanometric machining is an advanced process for fabrication of such highly accurate optical elements. With this method, ductile mode machining of brittle materials, such as silicon, is feasible. Due to the fact that experimental tests have some limitations, Molecular Dynamics (MD) simulation has been turned to a promising method for investigating in this area. The proper definition of the interaction between particles, which is defined by the potential function, is a key factor in a reliable MD investigation.
In this paper, the effect of Tersoff, Stillinger-Weber, and Morse potential function on MD simulation results of nanometric machining process is examined. To this end, other machining parameters such as workpiece dimensions and tool geometry are considered constant in all simulations. The evolution of atom structure, workpiece temperature, machining forces, and energies are the outputs that are studied.

2. MD Simulation Method

The workpiece used in this research is a monocrystalline silicon with a diamond cubic crystal structure and an initial temperature of 293 K (Fig. 1). Three different zones are defined in the workpiece: Newtonian, thermostat, and fixed. Due to the high wear resistance in the diamond tool during the machining process, the tool is considered as a rigid body. Besides, all of the system was subjected to 2 steps of minimization and 1 step of equilibration for perfect locating of atoms. MD simulations were conducted by LAMMPS software. OVITO software was used for visualization.

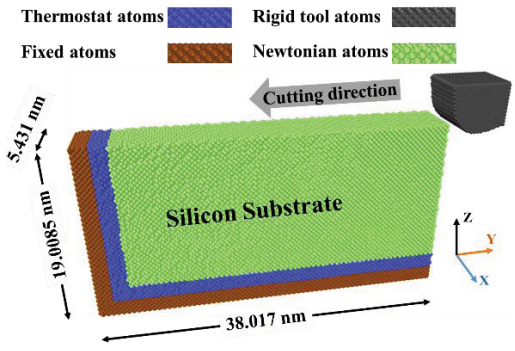


Fig. 1. Schematic of the MD Simulation model (workpiece and tool).

[1]Corresponding Author: Ph.D Student of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. Naderameli@mail.kntu.ac.ir
[2]Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

3. Results and Discussion

The effect of potential function on chip formation

Due to the features of Tersoff potential function in describing the elastic properties, tool advancement leads to distortion in the surface particles (Fig. 2.a&b).
However, the application of the Morse potential function in the description of the tool-workpiece interactions (Fig. 2.a) results in segmented chips and brittle mode machining. It is due to the elimination of the many-body interatomic term between the workpiece and tool particles. As demonstrated in Fig. 2.c, using Stillinger-Weber potential function causes less atomic distortions and better surface roughness. The reason is providing higher yield stress in this potential function.

The effect of potential function on temperature evolution

The workpiece temperature evolution in all situations are always incremental (Fig. 3). This can be explained by the presence of friction, increasing the kinetic energy as well as entering the machining-induced heat into the workpiece. Nevertheless, it is seen that the potential function which describes the interaction between tool and workpiece has a greater effect on the temperature changes.

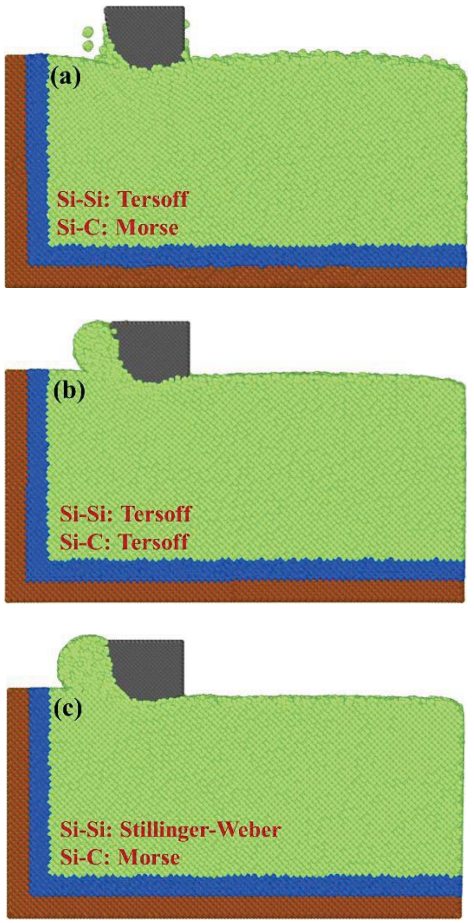


Fig. 2. The effect of potential function on the evolution of atom structure after 30nm tool advancement

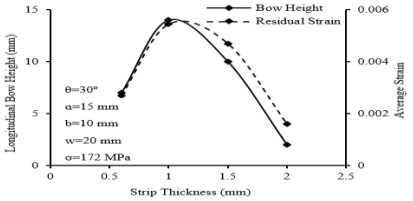


Fig. 5. Effects of the strip thickness on the longitudinal bow and the average of residual strains

Effects of the strip thickness on the twist angle and the effective torque are shown in Figure 6. It is observed that with the increase of the strip thickness, the twist angle decreases while the effective torque increases. Therefore, the effect of the torsional stiffness is higher than the influence of the effective torque and the twist angel decreases with the strip thickness.

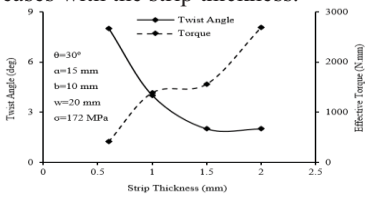


Fig. 6. Effects of the strip thickness on the twist angle and the effective torque

5. Effect of the web width

The web width effects on the longitudinal bow and average strain are shown in Figure 7. It is observed that the web width has no significant effect on the longitudinal bow height and the average of residual strains.

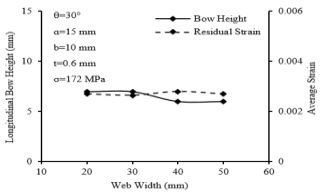


Fig. 7. Effects of the web width on the longitudinal bow height and the average strain.

The web width effects on the twist angle and the effective torque are shown in Figure 8. According to Figure 8, opposite to the effective torque, the twist angle decreases with the web width. Therefore, the influence of the torsional stiffness is higher than that of the effective torque on the twist angel when the width of web increases.

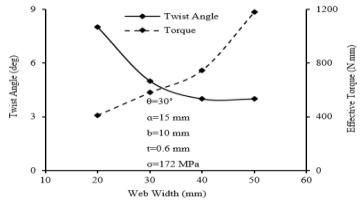


Fig. 8. Effects of the web width on the twist angle and the effective torque

6. Effect of the flange width

The effects of the long flange width on the longitudinal bow and the average strain are shown in Figure 9. It is observed that both longitudinal bow height and average strain decrease with the increase of the long flange width.

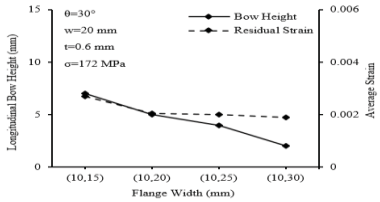


Fig. 9. Effects of the flanges width on the longitudinal bow height and the average of residual strains

The long flange width effects on the twist angle and the effective torque are shown in Figure 10. It is observed that both effective torque and twist angle increase with the increase of the long flange width. Therefore, the influence of the effective torque on the twist angel is higher than that of the torsional stiffness when the width of flange increases.

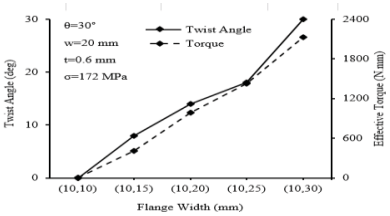


Fig. 10. Effects of the flanges width on the twist angle and the effective torque

7. Conclusion

This study investigated common defects occur in roll formed asymmetrical channels. Finite element analysis was employed to study effects of the strip thickness, the web width, and the flange width on defects during the forming process. Finite element results were verified by comparison with the results of experiments performed on an industrial roll forming machine. The main achievements of this study are as follows:

1- While roll-forming the asymmetrical-channel sections, the strip is not deformed symmetrically and the long flange edge comes into contact with the roll before the short one. Therefore, the force is applied to the long flange before the short one while a larger force is applied to the long flange compared to the short one. This asymmetrical application of forces to the flanges results in a torsional torque which may lead to a twist distortion from the long flange toward the short one.

2- The twist angle decreases with the increase of the strip thickness, decrease of the long flange width, or increase of the web width for the studied asymmetrical channel sections.

3. Variations of the longitudinal bow height are similar to average residual longitudinal strains of both flange edges. So, it can be used as a criterion to assess the longitudinal bow.

Geometry Effects of Asymmetrical Channel Sections on Common Defects in the Roll Forming Process

Yaser Tajik[1], Hasan Moslemi Naeini[2],
Roohollah Azizi Tafti[3], Davood Akbari[4], Mehdi Kasaei[5]

1. Introduction

Roll-forming is the process of continuously shaping strips by means of a series of progressive forming rolls in order to achieve a required cross-section (Figure 1).

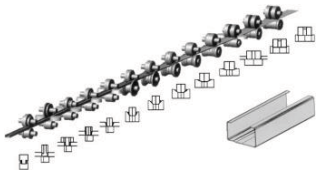


Fig. 1. A schematic of a roll-forming process

Roll-forming processes are often used to manufacture thin-walled products. They can be used to satisfy industry demand for products with asymmetrical-channel sections. In Figure 2, an asymmetrical-channel section with its dimensional characteristics is shown.

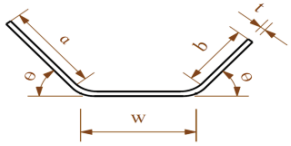


Fig. 2. An asymmetrical-channel section

Twist and longitudinal bow which are common defects in roll-formed asymmetrical channel sections affect the appearance and functionality of the product. Therefore, it is very important to understand the reason of occurring these defects and knowing the influence of effective variables on them. In this study, the common defects of asymmetrical channel sections were studied by finite element analysis. Effects of the geometrical properties were investigated on the above defects. Some experiments were performed on an industrial roll-forming machine to verify the accuracy of the finite element model. The finite element results showed that with the increase of the strip thickness, the longitudinal bow initially increases and then decreases. Furthermore, the increase of the flange width decreases the longitudinal bow. However, the web width has no significant effect on the longitudinal bow. Moreover, the average residual longitudinal strains of both flange edges can be used as a criterion to assess the longitudinal bow; a higher average strain leads to a higher bow. The twist angle decreases with the increase of the strip thickness or the web width. However, the twist angle increases with the increase of the flange width.

2. Finite-element analysis

In order to investigate the occurrence of defects, the roll-forming process was analyzed using the ABAQUS finite-element package (version 6.13). A sensitivity study was conducted to find the optimum mesh size whose results were logically accurate and its computational time was not too long. A roll-forming line including two stands was modeled. The first stand with cylindrical rolls was used to support the strip before entering the second stand, whose rolls bent the strip to a fold angle of 30° (Figure 3).

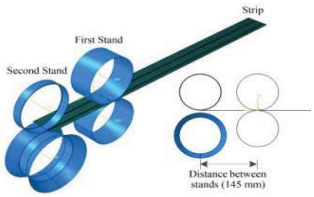


Fig. 3. The modeled roll-forming line with two stands

3. Experimental Details

In order to verify the finite-element model, some experimental trials were performed. Afterwards, the experimental-measurement results were compared with the results of the finite-element analysis. The strips used in the experiments were made of mild steel (St12) with plastic true-stress–strain curves obtained by the standard tensile test according to ASTM E8. Figure 4 illustrates an industrial roll-forming machine used in the experiments.

Fig. 4. Roll-forming machine used in the experiments

4. Effect of the strip thickness

The strip thickness effects on the longitudinal bow and average of residual strains on both flange edges are shown in Figure 5. It is observed that with the increase of the strip thickness, both longitudinal bow height and the average strain increase initially and then decrease. Therefore, in thin strips whose thickness is less than 1 mm, the influence of the plastic deformation of flange edges is higher than the increase of the bending stiffness.

[1] PhD. Student, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
[2] Corresponding Author: Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
[3] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
[4] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
[5] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Industrial and Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran.

CONTENTS

Geometry Effects of Asymmetrical Channel Sections on Common Defects in the Roll Forming Process	Y. Tajik H. Moslemi Naeini R. Azizi Tafti D. Akbari M.M. Kasaei	1
The Effect of Interatomic Potential Function on Nanometric Machining of Single Crystal Silicon	S.N. Ameli Kalkhoran M. Vahdati	17
Investigation of Cyclic Behavior of SS316L Cubic Shells under Pure Torsional Load	M .Shariati A .Saber K. Kolasangiani H. Golmakani	33
Nonlinear Forced Vibration of Functionally Graded Magneto-Electro-Elastic Rectangular Plate based on the Third Order Shear Deformation Theory	R. Mantashloo A. Shooshtari	47
Solution of Nonlinear Compressible Hyperelastic Problems by Isogeometric Analysis Method	M. Ardiani B. Hassani M. Tavakoli	67
Numerical Investigation of Particle Deposition in a Room using Large Eddy Simulation based on Lattice Boltzmann Method	H. Sajjadi M. Salmanzadeh G. Ahmadi S. Jafari	83
The Study on the Mechanical Properties of the De-Vulcanized Waste Rubber by a Mechanical Technique	S. Ostad Movahed S. Karbalaei Nezhad B. Babakhani	95
Experimental and Numerical Analysis of Single and Double layered Aluminum Sheet 3105 With Mechanical Joints under Drop Weight Impact	A. Bashiri M. Hosseini H. Hatami	109
Numerical Simulation of Gas Flow inside the Orbit Valve Class 900 and its Effects on Parts Damages	A.R. Tahavvor M.S. Korooni	125
Comparison of Single and L-PSJ DBD Plasma Actuators for Flow Control around a Cylinder (Research Note)	A. Gerami M. Malek Jafarian	137
Stability and Free Vibration Analysis of Plates with Random Material Property using Stochastic Finite Element Method (Research Note)	M. Karkon S. Ghouhestani F. Shahabian	151

JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X **ISSN (Online): 2423-6519**

Editor- in-Chief: Dr. Mehran Kadkhodayan
General Director: Dr. Hamid Niazmand
Concessionaire: Ferdowsi University of Mashhad

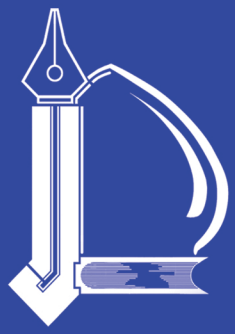
Editorial Board:

Dr. Akbar Afaghi Khatibi	Associate Professor	RMIT University, Australia
Dr. Kazem Abhary	Associate Professor	University of South Australia, Australia
Dr. Aliakbar Akbarzadeh	Professor	RMIT University, Australia
Dr. Masoud Boroomand	Associate Professor	Amirkabir University of Technology
Dr. S.Mohammad Reza Khalili	Professor	K.N. Toosi University of Technology
Dr. Ehsan Roohi	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mahmoud Shariati	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Ebrahim Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
Dr. Masoud Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mehran Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Moeenfard	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Behdad Moghtaderi	Professor	University of Newcastle, Australia
Dr. Mohammad Reza Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. M.H. Abolbashari and Dr. K. Abhary
Administrative Director: T. Hooshmand
Typesetting: F. Aliakbari

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN
Tel: +98 51 38806024 Fax: +98 51 38763301
Email: ejour@um.ac.ir Web site: http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir
Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO

ISSN 2008 - 918X



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

Serial No. 20

Geometry Effects of Asymmetrical Channel Sections on Common Defects in the Roll Forming Process 1
Y. Tajik- H. Moslemi Naeini- R. Azizi Tafti- D. Akbari- M.M. Kasaei

The Effect of Interatomic Potential Function on Nanometric Machining of Single Crystal Silicon 17
S.N. Ameli Kalkhoran- M. Vahdati

Investigation of Cyclic Behavior of SS316L Cubic Shells under Pure Torsional Load 33
M. Shariati- A. Saber- K. Kolasangiani- H. Golmakani

Nonlinear Forced Vibration of Functionally Graded Magneto-Electro-Elastic Rectangular Plate based on the Third Order Shear Deformation Theory 47
R. Mantashloo- A. Shooshtari

Solution of Nonlinear Compressible Hyperelastic Problems by Isogeometric Analysis Method 67
M. Ardiani- B. Hassani- M. Tavakoli

Numerical Investigation of Particle Deposition in a Room using Large Eddy Simulation based on Lattice Boltzmann Method 83
H. Sajjadi- M. Salmanzadeh- G. Ahmadi- S. Jafari

The Study on the Mechanical Properties of the De-Vulcanized Waste Rubber by a Mechanical Technique 95
S. Ostad Movahed-S. Karbalaei Nezhad- B. Babakhani

Experimental and Numerical Analysis of Single and Double layered Aluminum Sheet 3105 With Mechanical Joints under Drop Weight Impact 109
A. Bashiri- M. Hosseini- H. Hatami

Numerical Simulation of Gas Flow inside the Orbit Valve Class 900 and its Effects on Parts Damages 125
A.R. Tahavvor- M.S. Korooni

Comparison of Single and L-PSJ DBD Plasma Actuators for Flow Control around a Cylinder (Research Note) 137
A. Gerami- M. Malek Jafarian

Stability and Free Vibration Analysis of Plates with Random Material Property using Stochastic Finite Element Method (Research Note) 151
M. Karkon- S. Ghouhestani- F. Shahabian

Vol. 30, No. 2,
Spring & Summer, 2019