ISSN 2008 - 918X

مطالعهٔ تجربی مشخصه‌های شکست جت‌های آب با مقاطع بیضوی، مستطیلی و دایروی ۱

امین جابری- مهران تاج‌فر- آرمین شیدانی

بررسی روش نگاشت نمایی یک چهارم گام برای تابع اولیه گیری از مومسانی وان- مایسز ۱۷

نادر حاجی‌آقاجان پور- مهرزاد شریفیان- مهرداد شریفیان

مدل‌سازی دینامیکی و طرح‌ریزی گام بهینه راه‌رفتن یک ربات دوپای واقعی برمبنای مدل آونگ وارون فنری و گام پرگاری ۳۱

بهنام داداش‌زاده- سیداحمد مصطفوی- اکبر الهوردی‌زاده

بررسی تجربی تأثیر زبری سطح بر تشکیل برفک روی استوانه ۵۱

بهروز بهروزی- حسن بصیرت تبریزی- ابراهیم دامنگیر

بهینه‌سازی سیستم‌های تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت (CCHP) بااستفاده از روشی ترکیبی و نوین ۶۱

محمد مصطفی غفوریان- حمید نیازمند

بهبود عملکرد آیرودینامیکی بالواره های نوسانی با حرکت فراز و فرود در اعداد رینولدز پایین بااستفاده از انتقال حرارت ۷۹

احمد سمیعی- محمدحسن جوارشکیان- مجتبی هنرمند

تحلیل دینامیکی حالت گذرای دوبعدی شبه‌کریستال‌های با ساختار ده‌وجهی تحت بارگذاری به‌صورت شوک بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته ۹۷

سیدمحمود حسینی

عیب یابی ارتعاشی پوسته های استوانه ای براساس انحنای شکل مودها (یادداشت پژوهشی) ۱۱۹

نیما جعفرزاده اقدم- محمد زهساز- مرتضی صادقی

بررسی تأثیر فیلم در جوشکاری مقاومتی نقطه ای مقیاس کوچک سوپرآلیاژ Hastelloy X (یادداشت پژوهشی) ۱۲۹

مهدی آتش‌پروا- محسن حامدی

سال ۳۰، شماره ۱

پاییز و زمستان، ۱۳۹۷

دانشگاه فردوسی مشهد

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

(علمی - پژوهشی)

شماره پیاپی ۱۹

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

علمی ـ پژوهشی

ISSN: 2008-918X

سردبیر: دکتر مهران کدخدایان

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیئت تحریریه:

دکتر اکبر آفاقی خطیبی	دانشیار، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر کاظم ابهری	دانشیار، دانشگاه استرالیای جنوبی، استرالیا
دکتر علی اکبر اکبرزاده	استاد، دانشگاه آر ام آی تی، استرالیا
دکتر مسعود برومند	استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر سیدمحمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر احسان روحی	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمود شریعتی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید معین فرد	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر بهداد مقتدری	استاد، دانشگاه نیوکاسل، استرالیا
دکتر محمدرضا مه‌پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستار علمی: دکتر محمدحسین ابوالبشری

مسئول دفتر نشریه: تکتم هوشمند

ویراستار ادبی: الهام دهقان

ویرایش و صفحه‌آرایی: فائزه علی‌اکبری

نشانی: مشهد- دانشگاه فردوسی مشهد- دانشکده مهندسی- دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

تلفن: ۳۸۸۰۶۰۲۴-۰۵۱ دورنگار: ۳۸۷۶۳۳۰۱-۰۵۱

پست‌الکترونیکی: **ejour@um.ac.ir** وب سایت: **http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir**

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹

نمایه شده در پایگاه‌های معتبر: EBSCO, Magiran, SID, ISC

فهرست مطالب

مطالعهٔ تجربی مشخصه‌های شکست جت‌های آب با مقاطع بیضوی، مستطیلی و دایروی	امین جابری مهران تاج‌فر آرمین شیدانی	۱
بررسی روش نگاشت نمایی یک‌چهارم گام برای تابع‌اولیه‌گیری از مومسانی وان- مایسز	نادر حاجی‌آقاجان‌پور مهرزاد شریفیان مهرداد شریفیان	۱۷
مدل‌سازی دینامیکی و طرح‌ریزی گام بهینه راه‌رفتن یک ربات دوپای واقعی برمبنای مدل آونگ وارون فنری و گام پرگاری	بهنام داداش‌زاده سیداحمد مصطفوی اکبر الهوردی‌زاده	۳۱
بررسی تجربی تأثیر زبری سطح بر تشکیل برفک روی استوانه	بهروز بهروزی حسن بصیرت تبریزی ابراهیم دامنگیر	۵۱
بهینه‌سازی سیستم‌های تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت (CCHP) بااستفاده از روشی ترکیبی و نوین	محمد مصطفی غفوریان حمید نیازمند	٦۱
بهبود عملکرد آیرودینامیکی بالواره‌های نوسانی با حرکت فراز و فرود در اعداد رینولدز پایین بااستفاده از انتقال حرارت	احمد سمیعی محمدحسن جوارشکیان مجتبی هنرمند	۷۹
تحلیل دینامیکی حالت گذرای دوبعدی شبه‌کریستال‌های با ساختار ده‌وجهی تحت بارگذاری به‌صورت شوک بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته	سیدمحمود حسینی	۹۷
عیب‌یابی ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای براساس انحنای شکل مودها (یادداشت پژوهشی)	نیما جعفرزاده اقدم محمد زهساز مرتضی صادقی	۱۱۹
بررسی تأثیر فیلم در جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای مقیاس کوچک سوپرآلیاژ Hastelloy X (یادداشت پژوهشی)	مهدی آتش‌پروا محسن حامدی	۱۲۹

مطالعهٔ تجربی مشخصه‌های شکست جت‌های آب با مقاطع بیضوی، مستطیلی و دایروی*

امین جابری[۱] مهران تاج‌فر[۲] آرمین شیدانی[۳]

چکیده *در این پژوهش ناپایداری جت‌های آب بیضوی، مستطیلی و دایروی به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفته‌است. از روش سایه‌نگاری برای ثبت لحظه‌ای ستون جت استفاده شد. پارامترهای جت همچون طول شکست و طول موج تغییر محور به‌صورت کمی بررسی شده‌اند. نتایج پژوهش نشان داد که به‌دلیل مشخصه‌های مشترک جت‌های مستطیلی و بیضوی، طول شکست جت بیضوی با جت مستطیلی در رژیم باد القایی دوم تقریباً ایکسان ست. درمقایسه با جت دایروی، جت‌های بیضوی و مستطیلی زودتر تحت تأثیر اثرات آیرودینامیکی قرار می‌گیرند و بنابراین زودتر وارد رژیم جریان باد القایی اول می‌شوند. همچنین نشان داده شد که طول موج پدیدهٔ تغییر محور در اعداد وبر پایین به هندسهٔ جت وابسته نیست و برای جت‌های مستطیلی و بیضوی یکسان است. مشاهده شد که در اعداد وبر بالا، طول موج تغییر محور جت مستطیلی بزرگ‌تر از جت بیضوی می‌باشد. براساس نتایج به‌دست‌آمده رابطه‌ای نیمه‌تجربی برای تخمین طول موج تغییر محور پیشنهاد داده شد.*

واژه‌های کلیدی شکست جت آب، پدیدهٔ تغییر محور، جت بیضوی، جت مستطیلی، جریان‌های دوفازی.

Experimental Investigation of Breakup Characteristics of Elliptical, Rectangular and Circular Water Jets

A. Jaberi M. Tadjfar A. Sheidani

Abstract *In this study, the instabilities of elliptical, rectangular and circular water jets were experimentally investigated. Shadowgraph technique was employed to capture the jet column status instantaneously. Jet parameters such as disintegration length and axis switching wavelength were quantitatively studied. The results showed that due to the similar characteristics of rectangular and elliptical jets, their breakup length in the second wind-induced regime is nearly equal, while the breakup length of circular jet is perceptibly shorter. Both rectangular and elliptical jets are affected by aerodynamic forces sooner and thus enter the first wind induced regime at lower velocities. Furthermore, it was revealed that the axis switching wavelength is not dependent upon the jet geometry at low Weber numbers and remains equal for both elliptical and rectangular jets. However, at high Weber numbers, the axis switching wavelength of rectangular jet become larger than the elliptical one. Based on the obtained results, a semi-empirical relation was proposed to predict the axis switching wavelength of rectangular and elliptical jets.*

Key Words Water jet breakup; Axis switching phenomenon; Elliptical jet; Rectangular jet; Multiphase flows.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۸/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۳/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.68226

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا. ajaberi@aut.ac.ir

(۲) دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا.

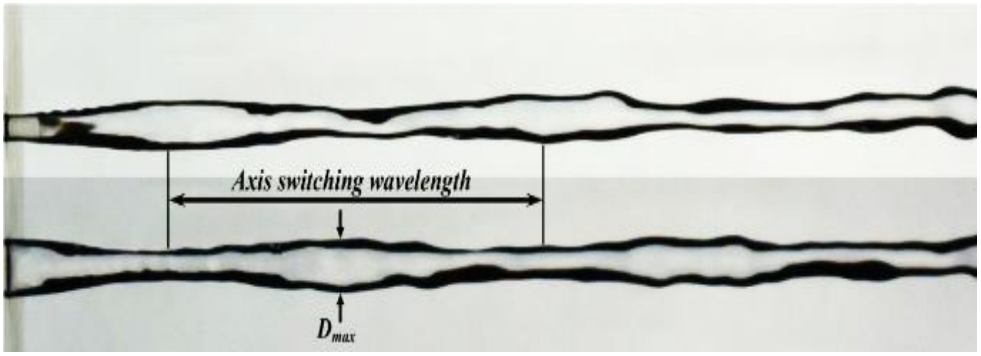
(۳) کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا.

مقدمه

شکست جت مایع و پاشش آن دارای کاربردهای فراوان و متنوعی در صنایع مختلف می‌باشد. به‌عنوان مثال می‌توان به پاشش رنگ در صنایع رنگ‌آمیزی، پاشش سوخت در موتورهای احتراقی، کنترلگر ماهواره‌ها، تزریق جوهر در چاپگرها، اسپری‌های دارویی در صنایع داروسازی، انژکتورهای پاشش آب در صنایع کشاورزی، جت‌های آب برای برش قطعات صنعتی و موارد گوناگون دیگر اشاره کرد. این کاربرد گسترده باعث شده‌است که محققان زیادی به پژوهش برروی فیزیک شکست و پاشش جت مایع بپردازند و جنبه‌های گوناگون آن را مورد بررسی قرار دهند. فهم درست پدیده شکست و تعیین نحوهٔ اثرپذیری آن از پارامترهای مختلف، عامل کلیدی در طراحی سیستم‌های پاشش و بهینه‌سازی آن درجهت متناسب با کاربری آن می‌باشد. از همین‌رو پیشینهٔ تحقیق برروی نازل‌های تزریق جت مایع به بیش از ۱۷۰ سال پیش باز می‌گردد.

ساوارت [1] نشان داد که طول شکست یک جت دایروی با حاصل‌ضرب سرعت جت در قطر آن متناسب است. پلاتو [2] اولین آنالیز تحلیلی را برروی پایداری ستون جت دایروی انجام داد و نشان داد که جت مایع برای کمینه‌کردن انرژی سطحی خود تمایل به شکسته‌شدن و تبدیل‌شدن به قطره را دارد که دارای مساحت سطح کمتری نسبت به ستون جت مایع است. با نادیده‌گرفتن اثرات گاز محیط (گازی که جت به درون آن تزریق می‌شود)، اثرات ویسکوزیتهٔ جت مایع و همچنین نیروی گرانشی، ریلی [3, 4] تئوری پایداری خطی خود را ارائه کرد و نشان داد که اگر تنها نیروهای موییینگی درنظر گرفته شوند، یک جت دایروی زمانی ناپایدار می‌شود که در معرض اغتشاشات متقارن با طول موج بزرگ‌تر از محیط جت قرار بگیرد. وبر [5] با گسترش تئوری ریلی توانست برای سرعت‌های پایین، اثرات لزجت مایع و چگالی گاز محیط را نیز درنظر بگیرد. او نتیجه گرفت که اثرات لزجت همواره باعث افزایش طول موج اغتشاشی می‌شود که به‌ازای آن شکست جت مایع آغاز می‌شود. پس از آن تیلور [6] نشان داد که چگالی گاز محیط می‌تواند اثرات قابل‌توجهی برروی شکست جت مایع داشته باشد. در تمامی مطالعات بالا تنها جت‌های دایروی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. در این مورد بوگی [7]، ریتز [8] و لین و ریتز [9] گزارش‌های کاملی در مورد شکت جت مایع دایروی ارائه داده‌اند. اما همان‌طور که در مقالهٔ مروری بیروک و لِکیک [10] تأکید شده‌است، هندسهٔ نازل نقشی کلیدی در مشخصه‌های شکست جت مایع بازی می‌کند.

از میان تمامی پارامترهای هندسی یک نازل، هندسهٔ نازل خروجی دارای بالاترین اهمیت است. همانند مطالعاتی که در بالا اشاره شد، در بسیاری از پژوهش‌های انجام‌شده جت‌های دایروی مورد بررسی قرار گرفته‌اند و جت‌های غیردایروی کمتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. جت‌های غیردایروی باعث افزایش ناپایداری جت مایع می‌شوند و فرایند شکست را تسریع می‌بخشند. از دیدگاه احتراقی، جت‌های غیردایروی می‌توانند باعث افزایش اختلاط سوخت، بهبود عملکرد احتراق و کاهش ناپایداری‌های احتراق شوند [11]. بنابراین می‌توان نازل‌های غیردایروی را به‌عنوان عملگرهای غیرفعال در کاربردهای ویژه مورد استفاده قرار داد [12]. از طرفی در برخی از هندسه‌های غیردایروی همچون بیضوی و مستطیلی پدیدهٔ تغییر محور رخ می‌دهد که بررسی فیزیک آن بسیار مورد توجه است. وقتی جت مایع از یک نازل کشیده همچون مستطیلی یا بیضوی خارج می‌شود، نیروی سطحی می‌خواهد که با کم‌کردن مساحت سطح و رسیدن به شکلی دایروی به حداقل انرژی ممکن برسد، درطی این تغییر یک سرعت عرضی ایجاد می‌شود که تمایل به ادامهٔ حرکت دارد و بنابراین تغییر شکل ادامه پیدا می‌کند و با رسیدن دو موج سرعت از طرفین و برخورد با یکدیگر، این بار درجهت مخالف قطر جت رشد می‌کند. درواقع در این پدیده، با حرکت جت به‌سمت پایین، محورهای بزرگ و کوچک جت جابه‌جا می‌شود. در شکل (۱) این پدیده برای یک نازل مستطیلی و در عدد وبر ۳۲۹ نشان داده شده‌است.



شکل ۱ پدیدهٔ تغییر محور در جت‌های بیضوی و مستطیلی

مگنس [13] برای اولین‌بار به بررسی جت خروجی از نازل‌های غیردایروی پرداخت و پدیدهٔ تغییر محور را مورد بررسی قرار داد. او هندسه‌های مختلفی همچون مستطیلی، بیضوی، سه‌گوش، صلیبی و غیره را مورد بررسی قرار داد. با این‌همه در مطالعات صورت گرفته برروی هندسه‌های غیردایروی، تمرکز اصلی برروی نازل‌های بیضوی بوده‌است. کاسیاپ و همکاران [14] به بررسی تجربی نازل‌های بیضوی پرداختند. در این پژوهش ٦ نازل بیضوی با ضرایب منظری مختلف به‌همراه ۲ اریفیس دایروی به‌عنوان نازل مرجع، آزمایش شدند. در ادامهٔ همین کار، کاسیاپ و همکاران [15] بااستفاده از همین نازل‌ها و تنها با اضافه‌کردن مخلوط یک‌به‌یک آب-گلیسیرول به‌عنوان مایع جت در کنار آب، به بررسی اثرات تنش سطحی برروی مشخصه‌های نازل‌های بیضوی پرداختند. همچنین امینی و دولت‌آبادی [16] به بررسی تحلیلی و تجربی اثرات اغتشاش برروی جت‌های بیضوی پرداختند. شارما و فانگ [17] به بررسی تجربی شکست جت آب از چهار نازل دایروی، مستطیلی، مربعی و سه‌گوش پرداختند. در این مقاله اثر فشارهای بسیار بالا مورد بررسی قرار گرفته‌است. وانگ و فانگ [12] در ادامهٔ کار قبلی و بااستفاده از همان نازل‌ها، به‌صورت دقیق‌تر به بحث در مورد پدیدهٔ تغییر موج پرداخته‌اند و نشان داده‌اند که برای نازل‌های مربعی و سه‌گوش این پدیده رخ نمی‌دهد.

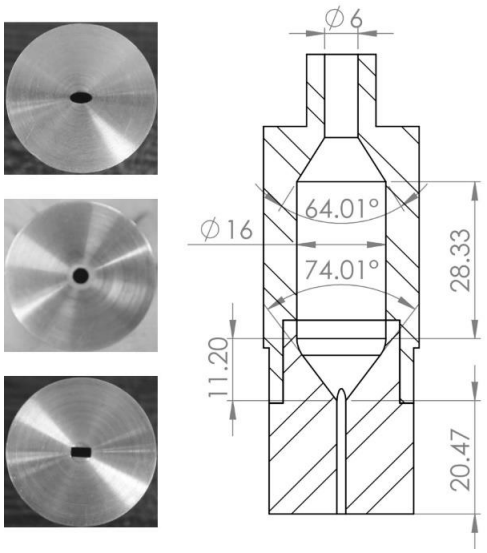
بررسی پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که مطالعهٔ جامعی در این زمینه انجام نشده است. کونکاچابو و همکاران [18] به بررسی شیارهای مستطیلی برای استفاده در رآکتورهای هسته‌ای می پردازد و از فلز مذاب به‌عنوان مایع استفاده می‌کند. در کاری دیگر، نِگید و همکاران [19] به بررسی تجربی صفحه مایع تشکیل‌شده از چهار شیار مستطیلی با گوشه‌هایی دایروی پرداخته‌است.

با درنظر گرفتن پیشینهٔ مطالعات صورت‌گرفته، می توان نتیجه گرفت که هنوز پژوهشی جامع درمورد تزریق جت مایع از نازل‌های مستطیلی صورت نگرفته‌است و رفتار شکست آن و خصوصاً پدیدهٔ شکست در آن مورد بررسی قرار نگرفته‌است. ازطرفی باتوجه به رفتارهای مشابه جت‌های بیضوی و مستطیلی، مقایسهٔ دقیق و جامع بین این دو هندسه ضروری به‌نظر می‌رسد. در این مقاله بااستفاده از جت های بیضوی، مستطیلی و دایروی (به‌عنوان هندسهٔ مرجع) و بااستفاده از آب به‌عنوان مایع جت، تزریق جت‌های مایع با هندسه‌های غیردایروی در اتمسفر ساکن مورد بررسی قرار گرفته‌است و پارامترهای مختلف جریان یعنی طول شکست جت، طول موج تغییر محور و دامنهٔ آن مورد مطالعه قرار گرفته‌است.

تجهیزات تجربی

سه انژکتور با هندسه‌های بیضوی، مستطیلی و دایروی،

از جنس استیل و بااستفاده از ماشین‌کاری برش سیم ساخته شده‌است. نقشهٔ ساخت انژکتورها به‌همراه تصویر سه هندسهٔ آزمایش‌شده در شکل (۲) آمده‌است. به‌منظور میرا کردن ناپایداری‌های احتمالی جریان، محفظهٔ آرامشی به‌طول و قطر 28.33 و 16 میلی‌متر قبل از ورود جریان به انژکتور تعبیه شده‌است. دقت لازم برای جلوگیری از ایجاد پله در نقطهٔ اتصال این دو بخش به‌کار گرفته شد. مخروطی با نیم‌زاویهٔ ۳۷ درجه جریان مایع را به جت خروجی می‌رساند. نسبت منظری انژکتورهای بیضوی و مستطیلی (نسبت طول بزرگ به طول کوچک) برابر ۲ و مساحت هر سه انژکتور $6.283mm^2$ می‌باشد.



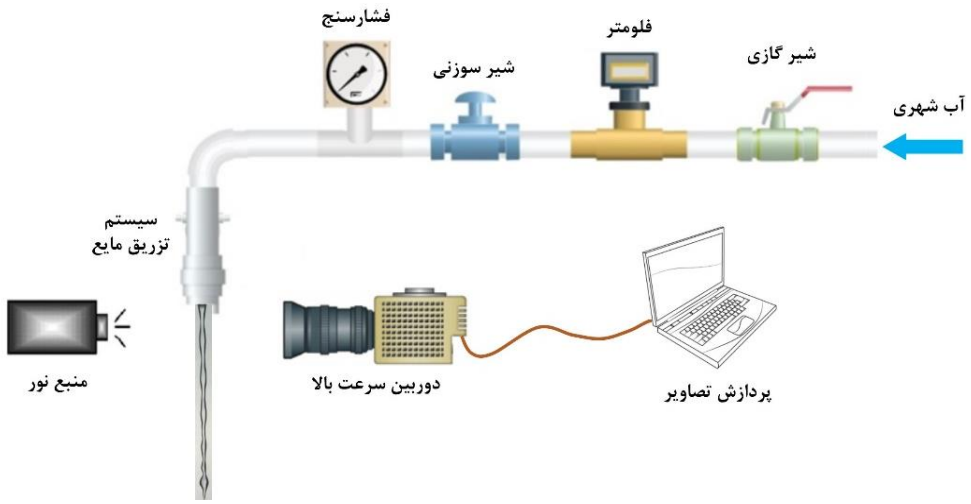
شکل ۲ نقشهٔ ساخت انژکتورها به‌همراه محفظهٔ آرامش جریان

در این پژوهش از آب لوله‌کشی شهر به‌عنوان مایع تزریقی استفاده شده‌است. در سرعت‌های پایین، دبی جریان با اندازه‌گیری میزان آب تخلیه‌شده در یک زمان ثابت و در سرعت‌های بالا از یک روتامتر استفاده شده‌است. دبی جریان توسط یک شیر سوزنی قابل‌کنترل است. در شکل (۳) نمای کلی سیستم تزریق آب نمایش داده شده‌است. برای بررسی تغییرات پارامترهای مختلف جت مایع، سرعت جریان آب از 0.24 متر بر ثانیه تا 4.6 متر بر ثانیه تغییر کرده‌است. با محاسبهٔ عدد وبر از رابطهٔ (۱)، گسترهٔ بررسی عدد وبر بین 2.17 تا 792 می‌باشد.

$$We = \frac{\rho V^2 D}{\sigma} \qquad (۱)$$

که در این رابطه ρ چگالی مایع، V سرعت جریان مایع، D قطر معادل انژکتور و σ ضریب تنش سطحی مایع می‌باشد که برای آب 0.0728 نیوتون بر متر است.

برای گرفتن تصاویر با کیفیت بالا و در مدت زمان خیلی کوتاه به‌گونه‌ای که قادر به ثبت پدیده‌های با فرکانس بالا باشد، از یک دوربین سرعت بالای Nikon 1 J4، مجهز به لنز نیکور 30-10 میلی‌متری بهره گرفته شده‌است. این دوربین قادر به عکس‌برداری در مدت زمان 62.5 میکروثانیه می‌باشد. این زمان به‌اندازهٔ کافی کوچک است که بتوان پدیده‌های مختلف جریان را مشاهده کرد. چنان‌که به‌صورت طرح‌واره در شکل (۳) آمده‌است، یک منبع نوری در پشت جریان جت قرار گرفته که به‌واسطهٔ آن، سایهٔ تشکیل‌شده از جت توسط دوربین ثبت می‌شود. برای اندازه‌گیری ابعاد پیکسل یک عکس، از یک نشانگر با قطر مشخص استفاده شده‌است. یک برنامهٔ پردازش تصویر برای تحلیل عکس‌ها نوشته شده‌است که با پیداکردن نشانگر و شمارش تعداد پیکسل‌های آن، اندازهٔ دقیق هر پیکسل را محاسبه می‌کند. همچنین این برنامه قادر به اندازه‌گیری پارامترهای موردنظر جت ازجمله طول شکست، قطر جت و طول موج تغییر محور می‌باشد. نتایج به‌دست‌آمده در هر شرایط آزمایشی از میانگین ۵۰ عکس به‌دست آمده‌است.



شکل ۳ طرح‌وارهٔ سیستم آزمایشگاهی

نتایج و بحث

نتایج به‌دست‌آمده در سه بخش ارائه می‌شود. ابتدا تصاویر به‌دست‌آمده از جت‌های مختلف مورد تحلیل قرار می‌گیرد و سپس در بخش بعد طول شکست هر جت بررسی می‌شود. در بخش نهایی، پدیدهٔ تغییر محور که در جت‌های بیضوی و مستطیلی رخ می‌دهد به‌طورکامل مورد بحث قرار خواهد گرفت.

آشکارسازی تصاویر تزریق جت در شرایط مختلف

برای مطالعهٔ بیشتر و امکان مقایسهٔ رفتار شکست جت های بیضوی و مستطیلی، از یک جت دایروی به‌عنوان مرجع استفاده شده که رفتار کلی آن در مجموعهٔ تصاویر شکل (٤) که در آن عدد وبر جت تزریقی تغییر می‌کند، آورده شده‌است. در این شکل، عدد زیر هر تصویر بیانگر عدد وبر مربوط به آن است. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، در سرعت‌های پایین سطح جت کاملاً صاف و آرام است که هیچ آشفتگی برروی آن دیده نمی‌شود. از مشاهدهٔ تصاویر می‌توان تخمین زد که تا عدد وبر 10.3 رژیم جریان کاملاً آرام است و امواج تشکیل‌شده برروی جت که منجر به شکست ستون مایع می‌شوند کاملاً متقارن می‌باشند. نوع شکست در این بازه از نوع شکست ریلی است که در این رژیم نیروهای سطحی کاملاً غالب هستند و اثرات آیرودینامیکی هوای اطراف کاملاً ناچیز و قابل چشم‌پوشی می‌باشد.

طول شکست ستون مایع تا عدد وبر 10.3 افزایش می‌یابد و پس از آن کاهش ناگهانی پیدا می‌کند. این کاهش ناگهانی به‌دلیل تقویت‌شدن اثرات گاز اطراف و شروع رژیم شکست باد القایی اول (First wind induced) است. درواقع با افزایش تدریجی سرعت جت تزریقی، آرامی سطح جت دستخوش تغییرات می‌شود و ناپایداری‌هایی با دامنه‌های خیلی کوچک برروی آن شکل می‌گیرد که با بیشتر شدن سرعت جت، رشد می‌کنند و بر جریان اصلی غالب می‌شوند. در عدد وبر 42.1 طول شکست جت دایروی به مقدار کمینهٔ خود می‌رسد. تا این عدد وبر می‌توان گفت که امواج تشکیل‌شده برروی جت هنوز شکل متقارن خود را حفظ کرده‌اند.



شکل ٤ تزریق جت آب دایروی در اعداد وبر مختلف

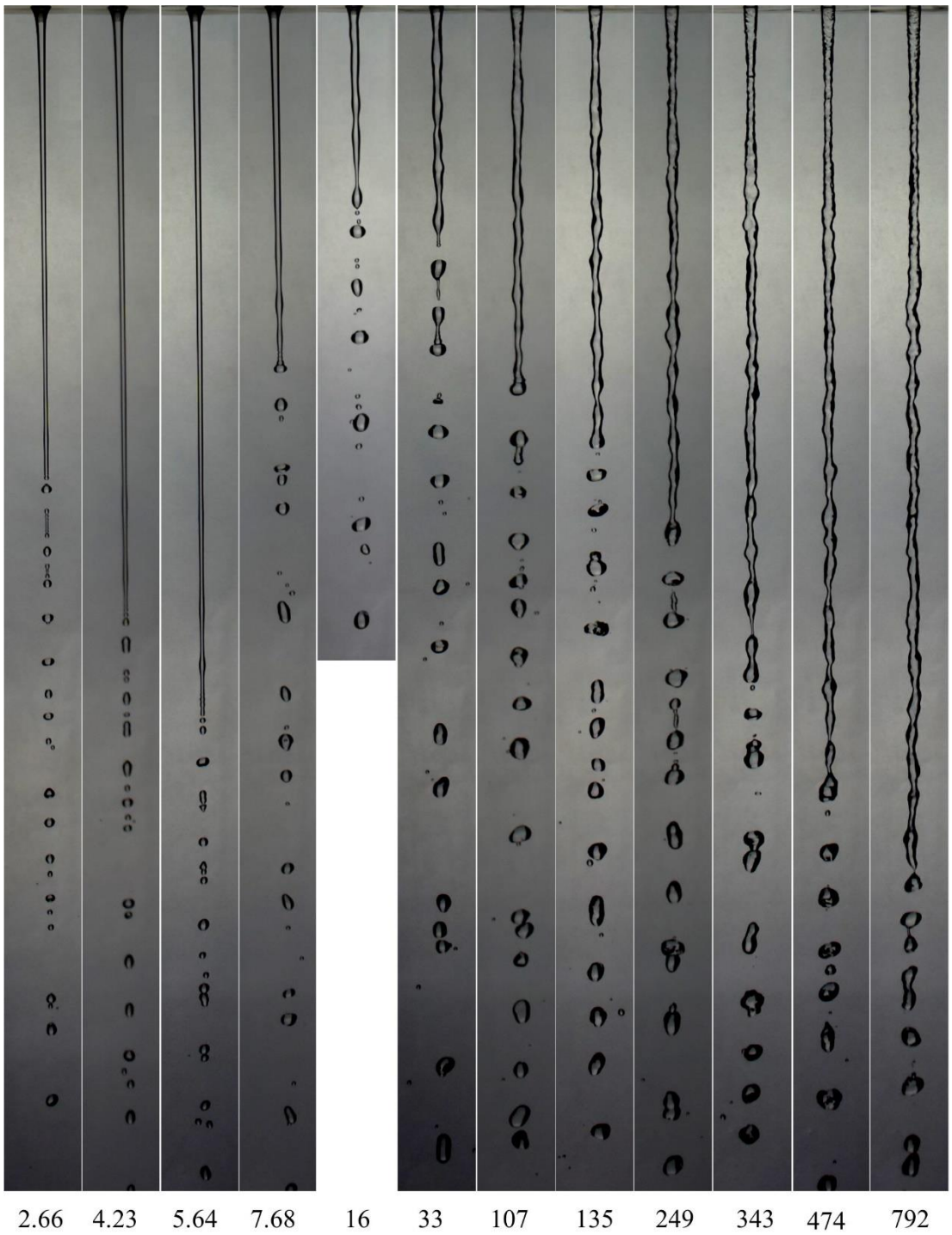
با گذر افزایش عدد وبر جت از 42.1، طول شکست ستون مایع به‌تدریج افزایش پیدا می‌کند. درواقع با آغاز شدن رژیم جریان باد القایی دوم (Second wind induced)، اثرات آیرودینامیکی گاز اطراف غالب می‌شود و طول شکست ستون مایع را کنترل می‌کند. در این رژیم ناپایداری‌های رشدیافته

برروی سطح جت منجر به شکست ستون جت می‌شود و اثر نیروهای سطحی دیگر قابل‌ملاحظه نیست. تصاویر شکل (٤) همچنین نشان می‌دهد که در سرعت بالا جداشدن تکه‌ای (Ligament) از روی ستون مایع مشاهده می‌شود. همچنین قطرات تشکیل‌شده در این رژیم به‌صورت محسوسی بزرگ‌تر از قطرات شکل‌گرفته در سرعت‌های پایین هستند. به‌منظور مشاهدهٔ رفتار جت در سرعت‌های بالا، جت آب در عدد وبر 1935 تزریق شد. می‌توان مشاهده کرد که در این سرعت امواج عرضی برروی ستون جت تشکیل شده‌اند که منجر به جداشدن تکه‌ای مایع از روی سطح جت قبل از شکست آن شده‌است. این پدیده‌ها برروی شکل با کادر زردرنگ مشخص شده‌اند. همچنین در این عدد وبر تکهٔ جداشده از ستون جت پس از شکست بسیار بزرگ‌تر از تکه‌های ایجادشده در سرعت‌های پایین‌تر است.

شکل (٥) جت خروجی از نازل بیضوی را در اعداد وبر مختلف نمایش می‌دهد. در تمامی این تصاویر عکس‌برداری نسبت به محور بزرگ جت بیضوی بوده‌است. ابعاد جت‌های این تصاویر مطابق شکل، در اعداد وبر پایین کمتر از 5.64، جت بیضوی کاملاً تحت تأثیر نیروی سطحی قرار دارد و در فاصلهٔ کوتاهی پس از خروج از نازل، شکل دایروی به خود می‌گیرد و اثرات هندسهٔ اولیهٔ جت سریعاً میرا می‌شود. تا این عدد وبر، جریان در رژیم ریلی قرار دارد و طول شکست به‌صورت خطی به سرعت افزایش پیدا می‌کند تا این‌که در عدد وبر 5.64 به‌مقدار بیشینهٔ خود می‌رسد. چنان‌که در شکل‌ها دیده می‌شود، ناپایداری‌های تشکیل‌شده در نزدیکی نقطهٔ شکست ستون جت کاملاً متقارن هستند.

با افزایش سرعت جریان جت، اثرات آیرودینامیکی هوای اطراف به‌تدریج مهم می‌شود و با واردشدن جریان به رژیم اول باد القایی، طول شکست آن کاهش پیدا می‌کند و در عدد وبر 16 به‌مقدار کمینهٔ خود می‌رسد. در عدد وبر 7.68 برای اولین‌بار پدیدهٔ تغییر محور قابل‌مشاهده است، اگرچه دامنه و طول موج آن به‌قدری کوچک است که به‌سختی قابل‌مشاهده است. با افزایش عدد وبر و بیشترشدن نیروی اینرسی جریان که عامل اصلی رخ‌دادن پدیدهٔ تغییر محور است، شناسایی آن برروی ستون جت به‌راحتی ممکن است. همچنین، همانند جت دایروی، اندازهٔ قطرات جداشده از جت نیز به‌صورت محسوسی بزرگ‌تر از قطرات جداشده در رژیم ریلی می‌باشد. پس از عدد وبر 16 با افزایش سرعت، طول موج پدیدهٔ تغییر محور و همچنین طول شکست جت افزایش پیدا می‌کند. باتوجه به این‌که پدیدهٔ تغییر محور بالانسی بین نیروهای اینرسی و سطحی است، با افزایش سرعت جت، طول موج تغییر محور نیز افزایش پیدا می‌کند. درعین‌حال با افزایش عدد وبر، تعداد دفعات تغییر محور در طول حرکت جت به‌سمت پایین کاسته می شود چرا که به‌دلیل رشد ناپایداری‌ها و شکست جت، فرصت کافی برای تغییر محور بیشتر در امتداد جت وجود ندارد.

با افزایش بیشتر عدد وبر و قوی‌ترشدن اثرات هوا، سطح جت رفتار نوسانی پیدا می‌کند و اغتشاش‌های نامتقارنی برروی آن شکل می‌گیرد. این ناآرامی‌ها عامل اصلی شکست جت در این رژیم هستند. چنان‌که مشاهده می‌شود در اعداد وبر بالا، پدیدهٔ تغییر محور تنها دو تا سه بار رخ می‌دهد و پس از آن هندسهٔ جریان به‌قدری به‌هم می‌ریزد که دیگر تشخیص هندسهٔ جریان میسر نیست. در عدد وبر 792 پس از دومین تغییر محور، جریان کاملاً به‌هم می‌ریزد و شکل بیضوی خود را به‌طور کامل از دست می‌دهد. در این سرعت جت کاملاً در رژیم القایی باد دوم قرار می‌گیرد و شکست عمدتاً به‌خاطر موج‌هایی با طول پایین و فرکانس بالا است که برروی سطح جت رشد کرده‌اند. باید اشاره شود که مشابه جت دایروی، جداشدن تکه‌ای در جت‌های بیضوی نیز مشاهده شده‌است، اگرچه این پدیده در شکل (٥) نمایش داده نشده‌است.



شکل ۵ تغییرات رفتار شکست جت بیضوی در اعداد وبر مختلف

در شکل (٦) تصاویر جت تزریقی از نازل مستطیلی در اعداد وبر مختلف نمایش داده شده‌است. یکسان نبودن طول تصاویر در این شکل به‌منظور هم‌مقیاس کردن ابعاد جت در بین همهٔ تصویرها انجام شده‌است. در اعداد وبر پایین، وقتی‌که جریان کاملاً آرام است، هندسهٔ مستطیلی جت خیلی سریع توسط

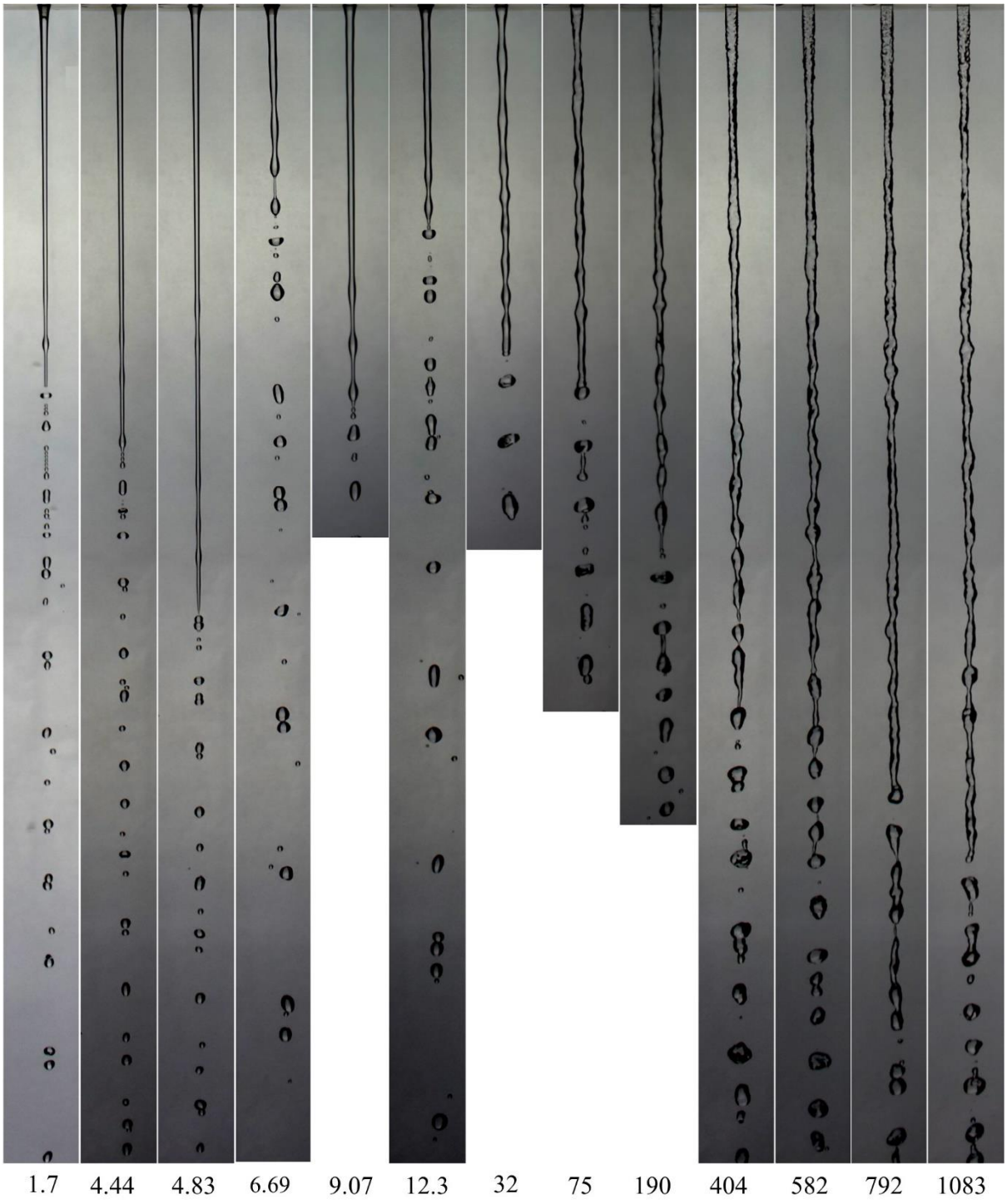
نیروی سطحی از بین می‌رود و در دو مرحله از مستطیلی به شبه‌بیضوی و سپس به‌شکل دایروی تغییر پیدا می‌کند. در این رژیم سرعت، سطح جت کاملاً صاف و آرام است و شکست ستون جت تحت تأثیر نیروی سطحی رخ می‌دهد. تا عدد وبر 4.83 جت در رژیم ریلی قرار دارد و طول شکست آن با افزایش سرعت زیاد می‌شود. درمقایسه با جت بیضوی می‌توان گفت که به‌دلیل ناپایداری بیشتر جت‌های مستطیلی که به‌خاطر گوشه‌های زاویه‌دار آن وارد جریان می‌شود، طول شکست کمتر و رژیم ریلی زودتر پایان می‌یابد، به‌گونه‌ای که در عدد وبر 4.83، طول شکست به مقدار بیشینه خود می‌رسد. درمقایسه با جت بیضوی، جت مستطیلی در سرعت پایین‌تری به‌مقدار کمینهٔ طول شکست خود می‌رسد. کمینهٔ طول شکست در جت بیضوی در عدد وبر 16 حاصل می‌شود، درحالی‌که برای جت مستطیلی در عدد وبر 6.69 به طول شکست کمینهٔ خود می‌رسد. در همین عدد وبر پدیدهٔ تغییر محور برروی سطح جت قابل مشاهده است که به‌نظر می‌رسد با اختلاف کمی، زودتر از جت بیضوی پدیدهٔ تغییر محور رخ داده‌است.

از تفاوت‌های اصلی جت مستطیلی با جت بیضوی افزایش ناگهانی طول شکست و کاهش دوبارهٔ آن است به‌گونه‌ای که یک نقطهٔ بیشینهٔ ثانویه برای طول شکست در عدد وبر 9.07 اتفاق می‌افتد. این افزایش ناگهانی طول شکست در کار وانگ و فانگ [12] نیز برای جت‌های مربعی و سه‌گوش گزارش شده‌است. چنان‌که از شکل دیده می‌شود طول شکست ثانویه از طول شکست اولیه کوتاه‌تر است. با افزایش بیشتر عدد وبر، طول شکست دوباره کاهش پیدا می‌کند که پس از آن افزایش بیشتر عدد وبر، به‌صورت پیوسته طول شکست را نیز افزایش می‌دهد. در عدد وبر 32 پدیدهٔ تغییر محور به‌خوبی قابل‌مشاهده است. در این عدد وبر، سطح جت به‌میزان قابل‌توجهی در بالادست جریان و نواحی نزدیک به صفحهٔ خروجی جت صاف و آرام است، اما با پیشروی درجهت جریان که با رشد ناپایداری‌ها همراه است، سطح جت دستخوش تغییر می‌شود و اعوجاج‌هایی برروی آن شکل می‌گیرد.

با افزایش بیشتر سرعت جت، اثرات آیرودینامیکی گاز تشدید می‌یابد و بر نیروی سطحی غلبه می‌کند، به‌طوری‌که ناآرامی‌ها و نوسان‌های ریز برروی سطح جت شکل می‌گیرد. در این رژیم جریان، موج‌های شکل‌گرفته برروی سطح جت وضعیت متقارن خود را از دست می‌دهند و به‌صورت نامتقارن ظاهر می‌شوند. چنان‌که در شکل نمایش داده شده‌است، طول شکست ستون جت با افزایش عدد وبر افزایش پیدا می‌کند و همانند جت‌های بیضوی و دایروی قطر قطرات تشکیل‌شده به‌طور محسوسی بیشتر می‌شود. همچنین برخلاف سرعت‌های پایین، قطرات ماهواره‌ای کمتری مشاهده می‌شود. جداشدن تکه‌ای جت مایع از ستون جت اصلی نیز در اعداد وبر بالا قابل رؤیت است. همانند طول شکست، طول موج تغییر محور نیز با افزایش سرعت جت افزایش پیدا می‌کند. طولانی‌تر شدن طول شکست به‌همراه افزایش ناپایداری‌های جریان در سرعت‌های بالا، باعث می‌شود که تعداد دفعات وقوع تغییر محور کاهش چشم‌گیری پیدا کند به‌طوری‌که در اعداد وبر بالا تنها 2 یا 3 بار تغییر محور رخ می‌دهد. درحقیقت در اعداد وبر بالای 404، هندسهٔ ستون جت تحت تأثیر اثرات هوا به‌طور کامل به‌هم می‌ریزد و دیگر امکان تعیین یک هندسهٔ مشخص برای ستون جت وجود ندارد. در این سرعت‌ها، موج‌هایی با طول موج کوتاه و فرکانس بالا برروی ستون جت شکل می‌گیرند که عامل اصلی شکست جت می‌باشند. در این رژیم، دیگر اثرات نیروی سطحی قابل اهمیت نیستند.

از نکات قابل توجه جت مستطیلی، تغییرشکل آن از هندسهٔ مستطیلی به شبه‌بیضوی است. در سرعت‌های پایین، به‌واسطهٔ نیروی سطحی قوی، گوشه‌های ۹۰ درجهٔ جت مستطیلی سریعاً پخ می‌شود و شکل دایروی

به خود می‌گیرد. با مقایسهٔ تصاویر ستون جت در سرعت‌های بالا که دارای نیروی اینرسی بیشتر است، هندسهٔ مستطیلی جت بیشتر در جریان ادامه پیدا می‌کند و با فاصلهٔ بیشتری از صفحهٔ خروجی گوشه‌های آن پخ می‌شود.



شکل ٦ رفتار شکست جت مستطیلی در اعداد وبر مختلف

طول شکست و دسته‌بندی رژیم جریان

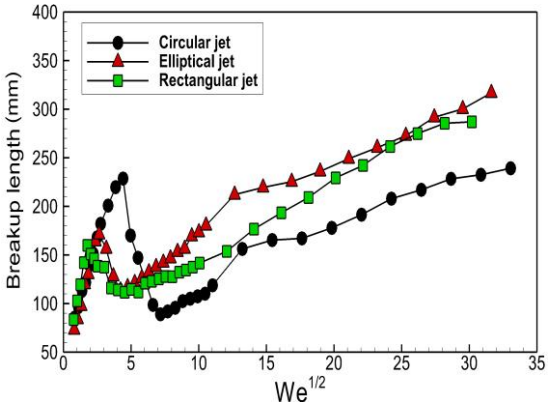
اندازه‌گیری طول شکست میانگین برای ستون جت آب تزریقی از انژکتورهای دایروی، بیضوی و مستطیلی و برای شرایط جریان متفاوت انجام شد. اولین نقطه‌ای که جت آب از ستون اصلی جدا می‌شود، به‌صورت قطره یا تکه‌ای، به‌عنوان طول شکست درنظر گرفته شده‌است. مقادیر گزارش‌شده درواقع میانگین ۵۰ عکس مختلف است و بیشینه خطای اندازه‌گیری طول درصد بوده‌است. باید توجه شود که 4شکست کمتر از طول شکست لحظه‌ای به‌دلیل ناپایداری‌ها حول این مقدار میانگین نوسان می‌کند. به‌همین‌دلیل است که طول شکست در تصاویر نمایش داده‌شده در شکل‌های (٤، ٥ یا ٦) ممکن است با مقادیر میانگین گزارش‌شده اختلاف داشته باشد. مقادیر طول شکست میانگین جت برای مجذور عدد وبر بین ۲ تا ۳۰ در شکل (۷) گزارش شده‌است. برای بررسی بهتر تغییرات طول شکست میانگین در اعداد وبر خیلی پایین، تغییرات آن در بازهٔ کوتاه‌تری از اعداد وبر در شکل (۸) آمده‌است.

مطابق شکل (۷)، رفتار کلی طول شکست برای هر سه جت تقریباً یکسان است به‌گونه‌ای که برای هر سه جت طول شکست در ابتدا به‌صورت خطی افزایش پیدا می‌کند، به یک نقطهٔ بیشینه می‌رسد، سپس کاهش پیدا می‌کند تا به کمینهٔ خود برسد و پس از آن دوباره روند افزایشی پیدا می‌کند. این روند افزایشی تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که جت وارد رژیم‌های باد القایی دوم و اتمیزاسیون شود که در آن معیار مناسبی برای تعیین طول شکست ستون جت وجود ندارد. در هر صورت بالاترین سرعت تست‌شده در این پژوهش نیز محدود به رژیم باد القایی دوم است. از کمترین سرعتی که به‌ازای آن ستون جت تشکیل می‌شود (در سرعت‌های پایین‌تر مایع به‌صورت قطره‌ای چکیده می‌شود) تا بیشینهٔ محلی طول شکست، جت در رژیم ریلی قرار دارد و چنان‌که گفته شد افزایش طول شکست رفتاری خطی دارد که برای هر سه جت این رفتار مشاهده می‌شود. از طول شکست بیشینه تا طول شکست کمینهٔ پیرو آن، جریان در رژیم باد القایی اول قرار دارد که در این رژیم به‌خاطر تشدید اثرات آیرودینامیکی هوا، طول شکست کاهش پیدا می‌کند. در هر دو رژیم ریلی و باد القایی اول، وجود ناپایداری‌های با طول موج بلند و فرکانس پایین عامل اصلی شکست ستون جت است.

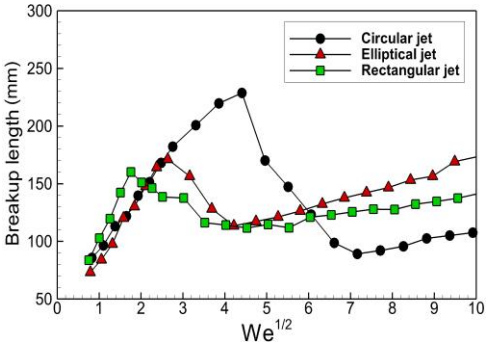
با گذر از نقطهٔ کمینهٔ طول شکست و آغاز روند افزایش طول شکست با سرعت جریان، رژیم باد القایی دوم آغاز شده‌است. در این رژیم ناپایداری‌های با طول موج کوتاه و فرکانس بالا دلیل اصلی شکست ستون جت می‌باشند و نیروی اینرسی جت قوی‌تر از نیروی سطحی آن می‌باشد. چنان‌که در شکل (۷) نمایش داده شده‌است، در این رژیم طول شکست جت دایروی با فاصلهٔ محسوسی کوتاه‌تر از جت‌های بیضوی و مستطیلی می‌باشد. نقطهٔ قابل‌توجه این است که طول شکست جت‌های مستطیلی و بیضوی در این رژیم جریان به‌هم نزدیک هستند و تفاوت کمی مشاهده می‌شود که باتوجه به مشابه‌بودن فیزیک کلی جت‌های بیضوی و مستطیلی، این نتیجه دور از انتظار نیست. بالاتر بودن طول شکست جت‌های مستطیلی و بیضوی از جت دایروی در رژیم جریان باد القایی دوم به‌دلیل حضور پدیدهٔ تغییر محور است. این پدیده که در جت دایروی روی نمی‌دهد، در رژیم باد القایی دوم نقش پایدارکننده دارد و باعث می‌شود که طول شکست جت افزایش پیدا کند. نزدیک‌بودن رفتار شکست جت‌های بیضوی و مستطیلی نشان از نقش عمدهٔ این پدیده در کنترل پایداری جریان جت‌ها دارد.

رفتار طول شکست میانگین جت‌های دایروی، بیضوی و مستطیلی برای سرعت‌های پایین در شکل (۸) بررسی شده‌است. چنان‌که اشاره شد، در رژیم ریلی طول شکست برای هر سه جت به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. مطابق شکل (۸)، در این رژیم طول

شکست جت مستطیلی از جت‌های دایروی و بیضوی بیشتر می‌باشد و زودتر از دو جت دایروی و بیضوی به نقطهٔ بیشینه که پس از آن رژیم باد القایی اول آغاز می‌شود، می‌رسد. طولانی‌تر بودن رژیم ریلی برای جت‌های دایروی توسط کاسیاپ و همکاران [15] نیز گزارش شده‌است. درواقع باتوجه به این‌که جت‌های بیضوی و مستطیلی دارای محیط بیشتری نسبت به جت دایروی هستند، در نتیجه سطح تماس آنها با هوای اطراف بیشتر می‌شود و زودتر تحت تأثیر اثرات آیرودینامیکی قرار می‌گیرند. به‌همین‌دلیل است که این دو جت زودتر از جت دایروی وارد رژیم جریان باد القایی اول می‌شوند. از نکات قابل‌توجه، رفتار شکست جت مستطیلی است که برخلاف جت‌های دیگر، در نمودار آن یک نقطهٔ بیشینهٔ ثانویه دیده می‌شود. این بیشینهٔ ثانویه که توسط وانگ و فانگ [12] برای جت‌های مربعی و سه‌گوش نیز مشاهده شده‌است. همچنین باید اشاره کرد که طول شکست جت مستطیلی در سرعت‌های خیلی پایین که پدیدهٔ تغییر محور رخ نمی‌دهد، اندکی بیشتر از جت‌های دیگر است. دلیل این امر می‌تواند گوشه‌های تیز جت مستطیلی باشد که پس از طی فاصلهٔ کوتاهی توسط کشش سطحی گرد می‌شوند.



شکل۷ نمودار شکست ستون جت‌های بیضوی، دایروی و مستطیلی



شکل۸ نمودار طول شکست جت‌های بیضوی، مستطیلی و دایروی در اعداد وبر پایین

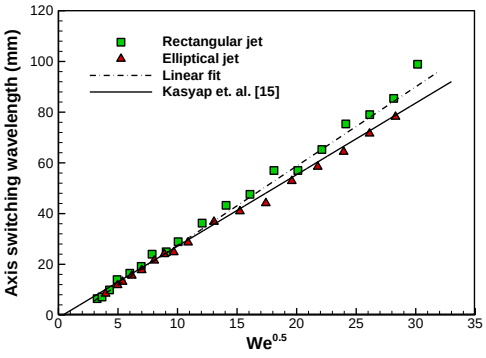
پدیدهٔ تغییر محور

مشخصات پدیدهٔ تغییر محور برای جت‌های بیضوی و مستطیلی مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه طول موج پدیدهٔ تغییر محور و دامنهٔ آن محاسبه شده‌است. در اعداد وبر پایین به‌دلیل قوی‌تر بودن نیروی سطحی و میرا شدن سریع هندسهٔ اولیهٔ جت، پدیدهٔ تغییر محور رخ نمی‌دهد. اما با افزایش سرعت جریان و مقابلهٔ نیروی اینرسی با نیروی سطحی، پدیدهٔ تغییر محور به‌تدریج و با دامنه و طول موج کوتاه شکل می‌گیرد. روند تشکیل پدیدهٔ تغییر محور به‌خوبی در شکل‌های (۵ و ٦) قابل‌مشاهده است. مطابق شکل (۱)، فاصلهٔ دو نقطهٔ بیشینه یا کمینهٔ ستون به‌عنوان طول موج تغییر محور درنظر گرفته می‌شود. باتوجه به این‌که در این پژوهش عکس‌برداری از زاویهٔ مقابل محور بزرگ جت‌های مستطیلی و بیضوی انجام شده‌است، فاصلهٔ دو نقطهٔ کمینهٔ ستون جت به‌عنوان طول موج تغییر محور درنظر گرفته شده‌است.

نتایج به‌دست‌آمده برای هر دو جت در شکل (۹) آمده‌است. چنان‌که دیده می‌شود، عدد وبر بحرانی که به‌ازای آن پدیدهٔ تغییر محور آغاز می‌شود تقریباً برای هر دو جت یکسان است و تفاوت بسیار ناچیزی بین جت‌های بیضوی و مستطیلی وجود دارد. از طرفی، چنان‌که در مراجع مختلف گزارش شده‌است، تغییر طول موج تغییر محور با عدد وبر رفتاری نسبتاً خطی

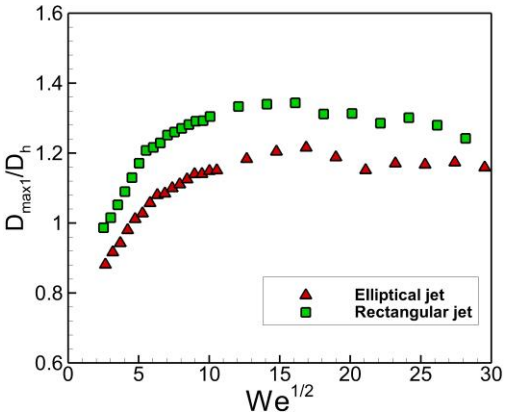
دارد. این رفتار خطی در شکل (۹) برای هر دو جت بیضوی و مستطیلی مشاهده می‌شود. همچنین، نتایج موجود با کار کاسیاپ و همکاران [15] برای جت بیضوی با هم مقایسه شده‌است که تطابق عالی بین آنها وجود دارد. یکسان‌بودن طول موج تغییر محور در اعداد وبر پایین برای هر دو جت مستطیلی و بیضوی نشان می‌دهد که در سرعت‌های پایین این پدیده تا حد زیادی از هندسهٔ جت مستقل است. البته باید توجه داشت که در این بررسی تنها یک جت بیضوی با یک جت مستطیلی مقایسه شده‌است و ممکن است برای هندسه‌های با ضرایب منظری بزرگ‌تر این وضعیت تغییر کند. با افزایش عدد وبر، مشاهده می‌شود که طول موج تغییر محور جت مستطیلی بزرگ‌تر می‌شود و شیب نمودار آن بیشتر می‌گردد. به‌کمک نتایج به‌دست‌آمده، رابطهٔ نیمه‌تجربی (۲) برای محاسبهٔ طول موج تغییر محور تخمین زده شده‌است. طول موج به‌دست‌آمده در این رابطه برحسب میلی‌متر می‌باشد. باید توجه داشت که به‌دلیل رشد و گسترش ناپایداری‌های روی ستون جت در سرعت‌های بالا، اندازه‌گیری طول موج تغییر محور دیگر ممکن نیست و به‌همین‌دلیل، می‌توان گفت که این پدیده در بازهٔ خاصی از اعداد وبر قابل رؤیت است.

$$\lambda_{as} = 3.13We^{\frac{1}{2}} - 3.83 \qquad (۲)$$



شکل ۹ تغییرات طول موج تغییر محور با مجذور عدد وبر

دامنهٔ موج تغییر محور برای جت‌های بیضوی و مستطیلی در شرایط مختلف جت به‌دست‌آمده و با قطر هیدرولیک هر جت بدون بعد شده‌است. تغییرات دامنهٔ موج بدون بعد با مجذور عدد وبر در شکل (۱۰) آمده‌است. مطابق شکل دامنهٔ موج در سرعت‌های پایین برای هر دو جت به‌صورت نسبتاً خطی افزایش پیدا می‌کند تا این‌که سرانجام به یک نقطهٔ بیشینه می‌رسد. نقطهٔ بیشینه برای هر دو جت تقریباً در عدد وبر یکسانی اتفاق می‌افتد. پس از این نقطهٔ بیشینه، دامنهٔ موج با شیب کم روند کاهشی پیدا می‌کند که این روند برای هر دو جت تقریباً یکسان است. بزرگ‌تر بودن دامنهٔ موج جت مستطیلی نشان می‌دهد که این جت قابلیت نفوذ بیشتری نسبت به جت بیضوی دارد. باید اشاره شود که با افزایش سرعت جت و شکل‌گیری ناآرامی‌های مختلف برروی ستون جت، هندسهٔ آن به‌قدری دچار تغییر شکل می‌شود که امکان درنظر گرفتن معیار مناسبی برای اندازه‌گیری دامنهٔ موج تغییر محور وجود ندارد. به‌همین‌دلیل است که اندازه‌گیری دامنهٔ موج همانند طول موج، به بازهٔ خاصی محدود می‌شود.



شکل ۱۰ تغییرات دامنهٔ بدون بعد پدیدهٔ تغییر محور با مجذور عدد وبر

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مشخصه‌های تزریق جت‌های آب بیضوی، مستطیلی و دایروی به‌صورت تجربی مورد مطالعه قرار گرفت. به‌کمک روش سایه‌نگاری و با بهره‌گیری از یک دوربین سرعت بالا، تصاویر ستون جت در شرایط مختلف ثبت شد و به‌کمک آن ناپایداری ستون مایع در اعداد وبر مختلف مورد تحلیل قرار گرفت. پارامترهای اصلی جت‌های مستطیلی و بیضوی مورد مقایسه قرار گرفت و از جت دایروی به‌عنوان هندسهٔ مرجع استفاده شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که در اعداد وبر بالا، طول شکست میانگین جت‌های بیضوی و مستطیلی به‌مراتب از جت دایروی بزرگ‌تر است. درحالی‌که برای جت‌های مستطیلی و بیضوی طول شکست تقریباً برابر است. همچنین مشاهده شد که جت‌های بیضوی و مستطیلی زودتر وارد رژیم جریان باد القایی اول و دوم می‌شوند. از طرفی نشان داده شد که طول موج تغییر محور در سرعت‌های پایین به هندسهٔ جت وابسته نیست، اما در سرعت‌های بالاتر آهنگ تغییرات آن با مجذور عدد وبر برای جت مستطیلی بیشتر از جت بیضوی است. برپایهٔ این اندازه‌گیری‌ها، یک رابطهٔ نیمه‌تجربی برای تخمین طول موج تغییر محور جت‌های بیضوی و مستطیلی پیشنهاد شد.

مراجع

1. Savart, F., "Mémoire Sur la Constitution des Veines Liquides Lancées par des Orifices Circulaires en Mince Paroi", *Ann. Chim. Phys*, Vol. 53, No. 337, (1833).
2. Plateau, J., "Statique Experimentale et. Theorique des Liquids Soumie aux Seules Forces", *Cauthier Villars, Paris*, Vol. 1 & 2, pp. 450-495, (1873).
3. Rayleigh, L., "On the Instability of Jets", *Proc. R. Soc. London*, Vol. 10, pp. 4-13, (1878).
4. Rayleigh, L., "On the Capillary Pheomena of Jets", *Proc. R. Soc. London*, Vol. 29, pp. 71-97, (1879).
5. Weber, C., "Zum Zerfall Eines Flüssigkeitsstrahles", *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/*Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 11, No. 2, pp. 136-154, (1931).
6. Taylor, G.I., "Generation of Ripples by Wind Blowing over Viscous Fluids", *In The Scientific Papers of G.I. Taylor, ed. GK Batchelor*, Cambridge Univ., Vol. 3, pp. 244-254, (1962).
7. Bogy, D.B., "Drop Formation in a Circular Liquid Jet", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 11, No. 1, pp. 207-228, (1979).
8. Reitz, R.D., "Mechanisms of Breakup of Round Liquid Jets", *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Vol. 3, pp. 233-249, (1986).
9. Lin, S.P. and Reitz, R.D., "Drop and Spray Formation from a Liquid Jet", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, No. 1, pp. 85-105, (1998).
10. Birouk, M. and Lekic, N. "Liquid Jet Breakup in Quiescent Atmosphere: A Review", *Atomization and Sprays*, Vol. 19, No. 6, pp. 501-528, (2009).
11. Gutmark, E.J. and Grinstein, F.F., "Flow Control with Noncircular Jets", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 31, No. 1, pp. 239-272, (1999).
12. Wang, F. and Fang, T., "Liquid Jet Breakup for Non-circular Orifices under Low Pressures", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 72, pp. 248-262, (2015).
13. Magnus, G., "Hydraulische Untersuchungen", *Ann. Phys.*, Vol. 171, pp. 1-59, (1855).

14. Kasyap, T.V., Sivakumar, D. and Raghunandan, B.N., "Breakup of Liquid Jets Emanating from Elliptical Orifices at Low Flow Conditions", *Atomization and Sprays*, Vol. 18, No. 7, pp. 1-24, (2008).
15. Kasyap, T.V., Sivakumar, D. and Raghunandan, B.N. "Flow and Breakup Characteristics of Elliptical Liquid Jets", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 35, No. 1, pp. 8-19, (2009).
16. Amini, G. and Dolatabadi, A., "Axis-switching and Breakup of Low-speed Elliptic Liquid Jets", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 42, pp. 96-103, (2012).
17. Sharma, P. and Fang, T., "Breakup of Liquid Jets from Non-circular Orifices", *Experiments in Fluids*, Vol. 55, No. 2, pp. 1-17, (2014).
18. Konkachbaev, A.I., Morley, N.B., Gulec, K. and Sketchley, T., "Stability and Contraction of a Rectangular Liquid Metal Jet in a Vacuum Environment", *Fusion Engineering and Design*, Vol. 51, pp. 1109-1114, (2000).
19. Negeed, E.S.R., Hidaka, S., Kohno, M. and Takata, Y., "Experimental and Analytical Investigation of Liquid Sheet Breakup Characteristics", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, pp. 95-106, (2011).

بررسی روش نگاشت نمایی یک‌چهارم گام برای تابع‌اولیه‌گیری از مومسانی وان- مایسز*

نادر حاجی‌آقاجان‌پور[۱] مهرزاد شریفیان[۲] مهرداد شریفیان[۳]

چکیده *به‌هنگام‌سازی تنش در تحلیل اجزای محدود ناخطی مواد، مهم‌ترین قسمت تحلیل می‌باشد، زیرا به‌طور قابل‌توجهی بر دقت پاسخ‌های به‌دست‌آمده اثرگذار است. باتوجه به این‌که دقت و زمان دو عامل کلیدی در کارایی روش‌های تابع‌اولیه‌گیری هستند، بررسی دقت و عملکرد این روش‌ها اهمیت بسیاری دارد. در این پژوهش، الگوی مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی‌های خطی همگن و پویا در محدودهٔ تغییرشکل‌های کوچک درنظر گرفته می‌شود. باید دانست در حل دستگاه معادله‌های دیفرانسیل مومسانی به‌روش نیمه‌ضمنی رویکرد رایج این‌گونه است که متغیرهای مورد نیاز تحلیل از میانهٔ گام مومسانی برداشت شود. به‌منظور بررسی دقت در این پژوهش رابطه‌سازی‌ها به‌گونه‌ای انجام شده‌است که بتوان متغیرها را از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت نمود. درپایان، با انجام آزمون‌های عددی، دقت پاسخ‌های به‌دست‌آمده از این حالت بررسی می‌شود و با حالت رایج مقایسه می‌گردد.*

واژه‌های کلیدی به‌هنگام‌سازی تنش، روش نیمه‌ضمنی، مومسانی وان- مایسز، سخت‌شوندگی همگن، سخت‌شوندگی پویا.

Verification of Quarter-step Exponential Map Method for Integration of Von-Mises Plasticity

N. Haji Aghajanpour M. Sharifian M. Sharifian

Abstract *Updating stress in a nonlinear finite element analysis is the most important part as the precision of the stress-updating algorithm greatly affects the accuracy of the final solutions.The most important part of the analysis is the stress-updating. There are two key factors that have impact on the efficiency evaluation; those are the accuracy and time. Based on this point, investigating the accuracy of the integration methods becomes important. In this study, the von-Mises plasticity model along with the linear isotropic and kinematic hardening mechanisms is considered in the small strain realm. In solving the plasticity differential equations system through a semi-implicit method, the prevalent approach is picking up the variables from the middle of the plasticity step. In order to assess the accuracy, here, the relations are derived so that one can pick up the variables from the first quarter of the plasticity step. Finally, to determine the accuracy and comparing two aforementioned methods, the numerical tests are performed.*

Key Words Stress updating; Semi-implicit method; Von-Mises plasticity; Isotropic hardening; Kinematic hardening.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۳/۱۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۹/۱۸ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.64973

(۱) کارشناس ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی قوچان.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی قوچان. m.sharifian@qiet.ac.ir

(۳) استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی قوچان.

مقدمه

روش‌های تابع‌اولیه‌گیری از معادله‌های دیفرانسیلی مومسانی شامل چهار گونهٔ اصلیِ صریح، ضمنی، دقیق و نگاشت نمایی می‌باشند. روش‌های رانگ- کوتا از معروف‌ترین روش‌های صریح در تابع‌اولیه‌گیری می‌باشند. تابع‌اولیه‌گیری‌های ضمنی که بیشتر با عنوان روش‌های نگاشت بازگشتی شناخته می‌شوند، نخست با روش بازگشت شعاعی که توسط ویکلینز برای معیار تسلیم وان- مایسز مطلوب پیشنهاد شد، مطرح گردید [1]. در رابطه با روش‌های دقیق بایستی اشاره گردد با ثابت‌پنداشتن نرخ کرنش، نخستین حل بسته برای مصالح کشسان- مومسان مطلوب وان- مایسز توسط کریگ و کریگ [2] ارائه شد. پس از آن پژوهشگران دستاورد کریگ و کریگ را بهبود دادند. ریستینما و تریادینگ [3] در سال ۱۹۹۳ یک روش کلی استخراج نمودند که شامل همهٔ روش‌های دقیق پیشین بود. درادامه، زابو [4] نیز پژوهش‌هایی روی شیوه‌های دقیق انجام داد. باید دانست در روش‌های برپایهٔ نگاشت نمایی تابع‌اولیه‌گیری در فضای تنش افزوده انجام می‌شود. باتوجه به این‌که حجم محاسبات در تحلیل‌های ناخطی بسیار زیاد است؛ بنابراین انتخاب روش دقیق‌تر برای تحلیل می‌تواند زمان تحلیل را به‌شکل چشم‌گیری کاهش دهد و در زمان کمتری به‌دقت موردنظر برسد. از میان روش‌های بیان‌شده، شیوه‌های برپایهٔ نگاشت نمایی دقت بالاتری دارند، افزون‌بر آن، سازگاری مومسانی در بیشتر آنها وجود دارد. از سوی دیگر، ماهیت صریح روش‌های برپایه نگاشت نمایی کارایی بالاتر این روش‌ها را سبب می‌شود. ویژگی‌های یادشده، نویسندگان این مقاله را بر آن داشت که بررسی دقت روش‌های تابع‌اولیه‌گیری نمایی را در پیش گیرند.

پس از آن‌که هانگ و لیو [5] در سال ۱۹۹۹ فضای تنش افزوده را معرفی کردند، پژوهشگران معادله‌های مربوط به مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی درهم خطی را به دستگاه معادلهٔ دیفرانسیل ناخطی $\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{A}\mathbf{X}$ تبدیل نمودند. در سال ۲۰۰۳ آوریکیو و ویگا [6] روش تابع‌اولیه‌گیری نمایی از این معادلهٔ دیفرانسیل را پیشنهاد نمودند. روش آنها ماهیت صریح داشت و ناسازگار با سطح تسلیم بود. در روش‌های سازگار با سطح تسلیم در انتهای هر گام بارگذاری، تنش‌های به‌هنگام‌شده به‌طور خودکار برروی سطح تسلیم قرار می‌گیرد درحالی‌که در روش‌های ناسازگار بایستی تنش‌ها برروی سطح تسلیم بازگردانده شوند. در سال ۲۰۰٤، لیو [7] دو روش تابع‌اولیه‌گیری نمایی صریح برای معیار تسلیم مومسان مطلوب دراکر- پراگر رابطه‌سازی نمود.

ازجمله پژوهشگرانی که درزمینهٔ تابع‌اولیه‌گیری نمایی از معادله‌های مومسانی فعالیت کرده‌اند، می‌توان به آرتیولی و همکارانش [8] اشاره نمود. آنها در سال ۲۰۰۵، شیوهٔ نمایی برای مومسانی وان- مایسز را به حالت سازگار بهبود دادند، و در سال ۲۰۰٦ [9] یک شیوه نمایی صریح مرتبه‌دوم برای الگوی سخت‌شوندهٔ خطی وان- مایسز پیشنهاد دادند. آرتیولی و همکارانش [10] در سال ۲۰۰۷، شیوهٔ به‌هنگام‌سازی نمایی تنش را برای مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی همگن خطی و پویای ناخطی آرمسترانگ و فردریک استخراج نمودند.

رضایی پژند و نصیرایی [11] در ادامهٔ فعالیت‌های سال ۲۰۰۵ آرتیولی و همکارانش، شیوهٔ نمایی برای مومسانی وان- مایسز را در سال ۲۰۰۷ به یک شیوهٔ تابع‌اولیه‌گیری نمایی نیمه‌ضمنی با دقت مرتبه‌دو بهبود دادند. سپس، در سال ۲۰۰۸ [12]، دو شیوهٔ تابع‌اولیه‌گیری نمایی نیمه‌ضمنی مرتبه‌دو را برای الگوی مومسان مطلوب دراکر- پراگر پیشنهاد دادند. رضایی پژند و همکارانش [13] در سال ۲۰۱۰ روش تابع‌اولیه‌گیری نمایی را برای مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی پویای ناخطی گسترش دادند و در سال

۲۰۱۱ یک روش تابع‌اولیه‌گیری نمایی برای مدل مومسانی چرخه‌ای ارائه کردند [14]. رضایی پژند و شریفیان [5] در سال ۲۰۱۱ یک روش تابع‌اولیه‌گیری با قابلیت کنترل خودکار خطا پیشنهاد نمودند. افزون‌بر آن، رضایی پژند و همکاران [16] در سال ۲۰۱۱ دو روش تابع‌اولیه‌گیری صریح برپایهٔ نگاشت نمایی با سخت‌شوندگی همگن خطی و پویای پراگر ارائه دادند. سرانجام، رضایی پژند و همکاران [17] در سال ۲۰۱۳، دو روش تابع‌اولیه‌گیری نیمه‌ضمنی برپایهٔ نگاشت نمایی و شیوه‌های اولر پیشرو و پسرو برای مومسانی دراکر- پراگر با سخت‌شوندگی درهم ناخطی رابطه‌سازی کردند.

همان‌گونه که بیان شد دقت روش تابع‌اولیه‌گیری در کارایی آن روش اثر به‌سزایی دارد. از طرفی در پژوهش‌های صورت‌گرفته دررابطه با روش نیمه‌ضمنی نگاشت نمایی رویکرد رایج چنین است که متغیرهای مورد نیاز تحلیل از وسط گام مومسانی برداشت شود. در این پژوهش بررسی می‌شود که برداشت متغیرها از یک‌چهارم گام مومسانی چه اثری بر دقت پاسخ‌ها و نرخ همگرایی به پاسخ دقیق می‌گذارد. برای این منظور روش نگاشت نمایی برای مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی همگن و پویای خطی به‌گونه‌ای رابطه‌سازی خواهد شد که بتوان شعاع سطح تسلیم را از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت نمود.

در رابطه‌هایی که در این مقاله ارائه می‌شود تانسورهای مرتبه‌دو با برداری نُه‌مؤلفه‌ای جایگزین شده‌اند، همانند:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \; \tau_{yx} \quad \sigma_y \quad \tau_{yz} \; \tau_{zx} \quad \tau_{zy} \quad \sigma_z] \qquad (۱)$$

البته باتوجه به این‌که شمار مؤلفه‌های مستقل، شش عدد می‌باشد؛ چنان‌چه استفاده از بردارهای شش‌مؤلفه‌ای موردنظر باشد، بایستی عملگر اثر و نرم اقلیدسی اصلاح گردند.

رابطه‌های بنیادی

یک الگوی مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی درهم خطی در محدودهٔ تغییرشکل‌های کوچک درنظر گرفته می‌شود. تنش کل و کرنش کل هر کدام به دو بخش انحرافی و حجمی جداسازی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{s} + p\mathbf{i} \;, \quad p = \tfrac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma}) \qquad (۲)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{e} + \tfrac{1}{3}\theta\mathbf{i} \;, \quad \theta = tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \qquad (۳)$$

معادله‌های وابسته به این الگو درادامه آورده می‌شود:

$$p = K\theta \qquad (٤)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}^{\mathrm{p}} + \mathbf{e}^{\mathrm{e}} \qquad (٥)$$

$$\mathbf{s} = 2G\mathbf{e}^{\mathrm{e}} = 2G(\mathbf{e} - \mathbf{e}^{\mathrm{p}}) \qquad (٦)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha} \qquad (٧)$$

$$F = \|\boldsymbol{\Sigma}\| - R = 0 \qquad (٨)$$

$$R = R_0 + H_{\mathrm{iso}}\gamma \qquad (٩)$$

$$\dot{\mathbf{e}}^{p} = \dot{\gamma}\mathbf{n} \qquad (١٠)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}}{\|\boldsymbol{\Sigma}\|} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}}{R} \qquad (١١)$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = H_{\mathrm{kin}}\dot{\mathbf{e}}^{\mathrm{p}} \qquad (١٢)$$

که $\mathrm{tr}(\,)$ عملگر اثر است $(tr(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$، $\mathbf{i}$ بردار معادل با تانسور همانی مرتبه 2، $\mathbf{s}$ تنش انحرافی، p تنش حجمی، $\mathbf{e}$ کرنش انحرافی و θ کرنش حجمی می‌باشد. K مدول بالک، $\mathbf{e}^{\mathrm{e}}$ بخش کشسان و $\mathbf{e}^{\mathrm{p}}$ بخش مومسان کرنش انحرافی، $\boldsymbol{\Sigma}$ بردار تنش انتقالی (جابه‌جاشده)، $\boldsymbol{\alpha}$ بخش انحرافی تنش بازگشتی، $\mathbf{n}$

بردار عمود بر سطح تسلیم در نقطهٔ تماس می‌باشد. R شعاع سطح تسلیم، R_0 شعاع نخستین سطح تسلیم، H_{iso} ثابت ماده (ثابت سخت‌شوندگی همگن)، H_{kin} ثابت ماده (ثابت سخت‌شوندگی پویا)، γ یک کمیت عددی می‌باشد که $\dot{\gamma}$ضریب مومسانی را تعریف می‌کند. رابطهٔ (۸) سطح تسلیم وان- مایسز را بیان می‌کند. $\boldsymbol{\alpha}$ مرکز سطح تسلیم در صفحهٔ تنش انحرافی می‌باشد. رابطهٔ (۹) قانون سخت‌شوندگی همگن خطی را نشان می‌دهد. رابطهٔ (۱۲) بیانگر قانون سخت‌شوندگی پویای خطی پراگر می‌باشد.

سرانجام، شرط‌های بارگذاری- باربرداری کان- تاکر با رابطه‌های زیر ارائه می‌شود [6]:

$$\dot{\gamma} \geq 0 \ , \ F \leq 0 \ , \ \dot{\gamma} F = 0 \qquad (۱۳)$$

که $\dot{\gamma}=0$ رفتار کشسان و $\dot{\gamma} > 0$ رفتار مومسان را نشان می‌دهد.

رابطه‌های بنیادی در فضای تنش افزوده

معادله‌های مربوط به مومسانی وان- مایسز با سخت‌شوندگی درهم خطی را می‌توان به دستگاه معادلهٔ دیفرانسیل ناخطی زیر تبدیل نمود [6]:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{A}\mathbf{X} \qquad (۱٤)$$

در رابطهٔ بالا $\mathbf{X}$ بردار تنش افزوده با $n+1$ بُعد می‌باشد:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} X^0 \overline{\boldsymbol{\Sigma}} \\ X^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}^s \\ X^0 \end{Bmatrix} \qquad (۱۵)$$

بردار تنش جابه‌جاشدهٔ بدون بُعد ($\overline{\boldsymbol{\Sigma}}$) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overline{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}}{R} \qquad (۱٦)$$

ضریب انتگرال‌گیری X^0 به‌صورت تابعی از γ درنظر گرفته می‌شود:

$$X^0(\gamma) = \begin{cases} \left(1 + \frac{H_{iso}}{R_0}\gamma\right)^{\left(\frac{2G+H_{kin}+H_{iso}}{H_{iso}}\right)} & H_{iso} \neq 0 \\ \exp\left(\frac{2G+H_{kin}}{R_0}\gamma\right) & H_{iso} = 0 \end{cases} \qquad (۱۷)$$

ماتریس $\mathbb{A}$ برای معادلهٔ دیفرانسیل (۱٤) به‌صورت زیر خواهد بود:

محدودهٔ کشسان : $\mathbb{A}_{\mathbf{e}} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\mathbf{e}}_{9\times1} \\ \mathbf{0}_{1\times9} & 0 \end{bmatrix}_{10\times10}$ (۱۸)

محدودهٔ مومسان : $\mathbb{A}_{\mathbf{p}} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\mathbf{e}}_{9\times1} \\ \dot{\mathbf{e}}^T_{1\times9} & 0 \end{bmatrix}_{10\times10}$ (۱۹)

درحضور سخت‌شوندگی پویا به‌تنهایی چون R ثابت است، $\mathbb{A}$ تنها به $\dot{\mathbf{e}}$ وابسته است؛ اما درحضور سخت‌شوندگی همگن که R ثابت نمی‌باشد، $\mathbb{A}$ به $\mathbf{X}$ وابسته می‌شود که معادلهٔ (۱٤) را ناخطی می‌کند. چگونگی دست‌یابی به معادلهٔ $\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{A}\mathbf{X}$ در پیوست ارائه شده‌است.

چنان‌چه دو شرط زیر که از شرط‌های کان- تاکر (۱۳) نتیجه گرفته شده‌است، به‌صورت هم‌زمان برقرار شود، نمو در محدودهٔ مومسان واقع است [4]:

۱) تنش جابه‌جاشده بایستی روی سطح تسلیم باشد:

$$\|\boldsymbol{\Sigma}\| = R \qquad (۲۰)$$

که بااستفاده از رابطه‌های (۱۵ و ۱٦) می‌توان نوشت:

$$\|\mathbf{X}^s\| = X^0 \qquad (۲۱)$$

۲) جهت رُشد کرنش باید به‌سوی بیرون از سطح تسلیم باشد:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{e}} > 0 \qquad (۲۲)$$

که رابطهٔ کنونی را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی

نمود:

$$(\mathbf{X}^{\mathrm{s}})^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{e}} > 0 \qquad (۲۳)$$

الگوریتم عددی به‌هنگام‌سازی تنش

در این بخش الگوریتم عددی به‌هنگام‌سازی تنش ارائه می‌گردد. الگوریتمی که درادامه می‌آید باالگوریتم روش صریح نگاشت‌نمایی تفاوت دارد. در این الگوریتم در محاسبات به‌هنگام‌سازی تنش از شعاع سطح تسلیمی استفاده می‌گردد که از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت شده‌است. رابطه‌سازی‌هایی که به این منظور صورت پذیرفته، در محاسبات مربوط به گام مومسانی به روشنی قابل‌مشاهده است.

در فرایند به‌هنگام‌سازی تنش، مقدارهای متغیرها در زمان $t = t_n$ ($\gamma_n, \boldsymbol{\alpha}_n, \mathbf{e}_n, \mathbf{s}_n$) و کرنش در زمان $t = t_{n+1}$ ($\mathbf{e}_{n+1}$) معلوم می‌باشند. الگوریتم پیشنهادی بایستی با حل معادلات مومسانی، تنش را به‌هنگام کند و سایر متغیرها را محاسبه نماید. پاسخ معادلهٔ دیفرانسیل (۱٤) با شرط نخستین زیر درادامه آورده می‌شود. شایان ذکر است به‌صورت معمول در مسیرهای کرنش انتخابی، نرخ کرنش ثابت فرض می‌شود ($\dot{\mathbf{e}} = \mathrm{cte}$).

$$\mathbf{X}(0) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_0^{\mathrm{s}} \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\boldsymbol{\Sigma}_0}{R_0} \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad (۲٤)$$

$$\mathbf{X}_{n+1} = \exp(\mathbb{A}.\Delta t)\,\mathbf{X}_n \qquad (۲۵)$$

باتوجه به این‌که در حضور سخت‌شوندگی همگن ($H_{\mathrm{iso}} \neq 0$) ماتریس $\mathbb{A}$ در فاز مومسانی ثابت نیست، در این‌جا برای یافتن حل بسته، $\mathbb{A}$ در طول هر گام زمانی ثابت پنداشت می‌شود:

$$\mathbf{X}_{n+1} = \exp(\mathbb{A}_n.\Delta t)\,\mathbf{X}_n = \overline{\mathbb{G}}_n\mathbf{X}_n \qquad (۲٦)$$

$$\overline{\mathbb{G}}_n = \begin{cases} \overline{\mathbb{G}}_e = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times 9} & \frac{2G}{R_n}\Delta\mathbf{e} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \overline{\mathbb{G}}_p = \begin{bmatrix} \mathbb{I} + (a_0 - 1)\Delta\hat{\mathbf{e}}\Delta\hat{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}} & b_0\Delta\hat{\mathbf{e}} \\ b_0\Delta\hat{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}} & a_0 \end{bmatrix} \end{cases} \qquad (۲۷)$$

عامل‌های مربوط به ماتریس نمایی $\overline{\mathbb{G}}_n$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\Delta\mathbf{e} = \mathbf{e}_{n+1} - \mathbf{e}_n\,, \quad \Delta\hat{\mathbf{e}} = \frac{\Delta\mathbf{e}}{\|\Delta\mathbf{e}\|} \qquad (۲۸)$$

$$a_0 = \cosh\left(\frac{2G}{R_n}\|\Delta\mathbf{e}\|\right)\,,\; b_0 = \sinh\left(\frac{2G}{R_n}\|\Delta\mathbf{e}\|\right) \qquad (۲۹)$$

نخست با پنداشت رفتار ارتجاعی یک مقدار نخستین آزمونی برای بردار تنش افزوده برآورد می‌گردد:

$$\mathbf{X}_{n+1}^{\mathrm{TR}} = \overline{\mathbb{G}}_{\mathrm{e}}\mathbf{X}_n \qquad (۳۰)$$

درصورت برقراری شرط زیر، حل آزمونی پذیرفته می‌شود و مقدارهای متغیرها از روی حل آزمونی بالا برآورد می‌گردد؛

$$\left\|\mathbf{X}_{n+1}^{\mathrm{s,TR}}\right\| \leq X_{n+1}^{0,\mathrm{TR}} \qquad (۳۱)$$

اما درصورت برقرار نشدن شرط (۳۱) حل آزمونی پذیرفته نمی‌شود و بخشی از گام، مومسان می‌باشد. به‌صورت معمول، این گام به دو قسمت کشسان کامل و کشسان- مومسان تقسیم می‌شود. مرز بین ناحیهٔ کشسان کامل و ناحیهٔ کشسان- مومسان را ثابت $0 \leq \alpha \leq 1$ مشخص می‌کند:

$$\alpha = \frac{\sqrt{C^2 - DM} - C}{D} \qquad (۳۲)$$

$$C = \frac{2GX_n^0}{R_n}\mathbf{X}_{\boldsymbol{n}}^{\mathbf{s}}\Delta\mathbf{e}\;,\; D = \left(\frac{2GX_n^0\|\Delta\mathbf{e}\|}{R_n}\right)^2\;,$$
$$M = \|\mathbf{X}_{\boldsymbol{n}}^{\mathbf{s}}\|^2 - (X_n^0)^2 \qquad (۳۳)$$

درحقیقت، $\alpha\Delta\mathbf{e}$ بیانگر یک بخش کشسان کامل و $(1-\alpha)\Delta\mathbf{e}$ بیانگر یک بخش کشسان- مومسان کامل می‌باشد. دراین‌صورت بردار تنش افزوده به‌شرح زیر به‌هنگام می‌گردد:

$$\mathbf{X}_{n+\alpha} = \mathbb{G}_{\mathrm{e}}\mathbf{X}_n \qquad (۳۴)$$

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbb{G}_{\mathrm{p}}\mathbf{X}_{n+\alpha} \qquad (۳۵)$$

و یا:

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbb{G}_{\mathrm{e}}\mathbb{G}_{\mathrm{p}}\mathbf{X}_n \qquad (۳۶)$$

ضریب α برای ناحیهٔ کشسان و $(1-\alpha)$ برای ناحیهٔ کشسان- مومسان در رابطهٔ (۲۷) اعمال می‌شود و $\mathbb{G}_{\mathrm{e}}$ و $\mathbb{G}_{\mathrm{p}}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد. آشکار است که $\alpha = 0$ یک گام کشسان- مومسان را نشان می‌دهد، $\mathbb{G}_e = \mathbb{I}$ و $\mathbb{G}_{\mathrm{p}} = \overline{\mathbb{G}}_{\mathrm{p}}$.

$$\mathbb{G}_n = \begin{cases} \mathbb{G}_{\mathrm{e}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{9\times 9} & \alpha\frac{2G}{R_n}\Delta\mathbf{e} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbb{G}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I} + (a_1-1)\Delta\hat{\mathbf{e}}\Delta\hat{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}} & b_1\Delta\hat{\mathbf{e}} \\ b_1\Delta\hat{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}} & a_1 \end{bmatrix} \end{cases} \qquad (۳۷)$$

باتوجه به این‌که در روش نیمه‌ضمنی بایستی شعاع برداشت‌شده از یک‌چهارم گام در محاسبات وارد شود، عامل‌های مربوط به ماتریس $\mathbb{G}_n$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$a_1 = \cosh(g)\,,\ b_1 = \sinh(g) \qquad (۳۸)$$

$$g = \frac{2G}{R_{n+\alpha+0.25(1-\alpha)}}(1-\alpha)\|\Delta\mathbf{e}\| \qquad (۳۹)$$

برای به‌دست‌آوردن شعاعی که از یک‌چهارم گام مومسانی به‌دست می‌آید $(R_{n+\alpha+0.25(1-\alpha)})$ به‌ترتیب زیر عمل می‌شود:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{s}}_{n+\alpha} = \mathbf{X}^{\mathrm{s}}_n + \alpha\frac{2G}{R_n}X^0_n\Delta\mathbf{e} \qquad (۴۰)$$

$$X^0_{n+\alpha+0.25(1-\alpha)} = \bar{b}\Delta\hat{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{X}^{\mathrm{s}}_n + \alpha\frac{2G}{R_n}X^0_n\Delta\mathbf{e}\right) + \bar{a}X^0_n \qquad (۴۱)$$

که در آن:

$$\bar{a} = \cosh(0.25\bar{g}) \qquad (۴۲)$$

$$\bar{b} = \sinh(0.25\bar{g}) \qquad (۴۳)$$

$$\bar{g} = \frac{2G}{R_n}(1-\alpha)\|\Delta\mathbf{e}\| \qquad (۴۴)$$

شعاع در یک‌چهارم از گام کشسان- مومسان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$R_{n+\alpha+0.25(1-\alpha)} = R_n\left(\frac{X^0_{n+\alpha+0.25(1-\alpha)}}{X^0_n}\right)^{\beta} \qquad (۴۵)$$

به‌عبارت دیگر:

$$R_{n+\alpha+0.25(1-\alpha)} = R_n\left[\sinh(0.25\bar{g})\left(\frac{\Delta\hat{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{s}}_n}{X^0_n} + \alpha\frac{2G}{R_n}\|\Delta\mathbf{e}\|\right) + \cosh(0.25\bar{g})\right]^{\beta} \qquad (۴۶)$$

ضریب β از رابطهٔ زیر تعیین می‌شود:

$$\beta = \frac{H_{\mathrm{iso}}}{2G + H_{\mathrm{iso}} + H_{\mathrm{kin}}} \qquad (۴۷)$$

در پایان هر گام شعاع سطح تسلیم باید به‌هنگام شود که به‌کمک رابطه‌های (۹ و ۱۷) می‌توان به رابطهٔ زیر رسید:

$$R_{n+1} = R_0(X^0_{n+1})^{\beta} \qquad (۴۸)$$

باتوجه به این‌که X^0 یک متغیر تاریخچه‌ای نیست و به‌صورت معمول به‌منظور جلوگیری از سرریزشدگی عددی در آغاز هر گام یک درنظر گرفته می‌شود، شعاع

در گام $n+1$ برحسب شعاع در گام n ام محاسبه شود:

$$R_{n+1} = R_0(X_n^0)^\beta \left(\frac{X_{n+1}^0}{X_n^0}\right)^\beta = R_n \left(\frac{X_{n+1}^0}{X_n^0}\right)^\beta \qquad (۴۹)$$

درپایان تنش به‌هنگام می‌شود و مرکز سطح تسلیم به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \frac{R_{n+1}}{X_{n+1}^0}\mathbf{X}_{n+1}^{\mathrm{S}} \qquad (۵۰)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n+1} = \frac{H_{\mathrm{kin}}}{2G+H_{\mathrm{kin}}}(2G\mathbf{e}_{n+1} - \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}) \qquad (۵۱)$$

$$\mathbf{s}_{n+1} = \boldsymbol{\Sigma}_{n+1} + \boldsymbol{\alpha}_{n+1} \qquad (۵۲)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{s}_{n+1} + K.\theta_{n+1}\mathbf{i} \qquad (۵۳)$$

آزمون‌های عددی

در این بخش ابتدا روش تابع‌اولیه‌گیری یک‌چهارم گام راستی‌آزمایی می‌شود سپس بررسی می‌شود که در فرایند به‌هنگام‌سازی تنش، برداشت شعاع سطح تسلیم از یک‌چهارم گام مومسانی چه اثری بر دقت پاسخ‌ها می‌گذارد. برای رسیدن به این منظور دو تاریخچهٔ بارگذاری کرنش معلوم درنظر گرفته می‌شود (شکل ۱ و ۲)، سپس تنش‌های وابسته برای دو مادهٔ زیر به‌هنگام می‌گردد [9].

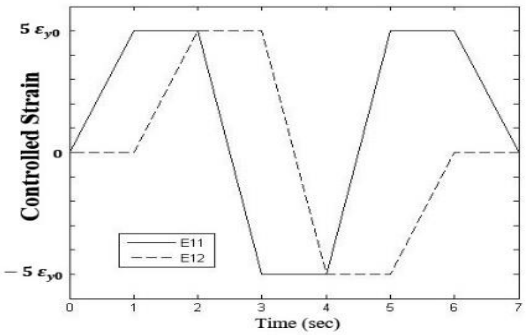
در دو تاریخچهٔ کرنش که در شکل‌های (۱ و ۲) آورده شده‌اند، سایر مؤلفه‌های کرنش صفر می‌باشند. عامل ε_{y0} کرنش نخستین تسلیم را نشان می‌دهد ($\varepsilon_{y0} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{R_0}{E}$).

مادهٔ ۱:

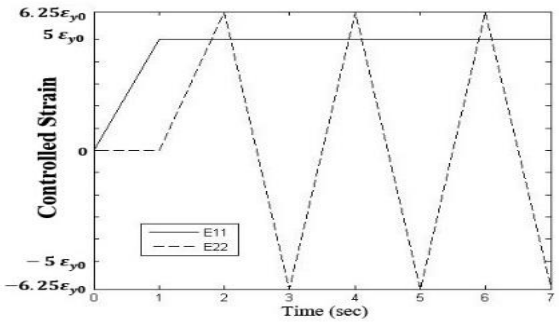
$R_0 = 15$ MPa; $E = 100$ MPa; $\upsilon = 0.3$; $H_{\mathrm{kin}} = 10$ MPa; $H_{\mathrm{iso}} = 10$ MPa;

مادهٔ ۲:

$R_0 = 24.3$ MPa; $E = 7000$ MPa; $\upsilon = 0.3$; $H_{\mathrm{kin}} = 0$ MPa; $H_{\mathrm{iso}} = 225$ MPa;



شکل ۱ تاریخچهٔ بارگذاری کرنش ۱ (مسیر ۱)



شکل ۲ تاریخچهٔ بارگذاری کرنش ۲ (مسیر ۲)

راستی‌آزمایی روش یک‌چهارم گام. به‌منظور راستی‌آزمایی روش تابع‌اولیه‌گیری یک‌چهارم گام، تنش‌ها به‌وسیلهٔ این روش و روش نگاشت نمایی صریح با گام زمانی بسیار کوچک ($\Delta t = 1 \times 10^{-5}\text{sec}$) به‌هنگام می‌شوند که باتوجه به اندازهٔ گام بسیار کوچک انتخاب‌شده باید پاسخ‌های دو روش یکسان باشند. برای سنجش آسان‌تر پاسخ‌های به‌دست‌آمده، نرم اقلیدسی تنش‌ها محاسبه می‌شوند و سپس میانگین نرم تنش‌ها در کل مسیر محاسبه می‌شوند. نتیجهٔ حاصل در جدول (۱) ارائه شده‌است.

جدول ۱ مقایسهٔ میانگین نرم تنش‌ها با روش صریح

مسئلهٔ مورد بررسی	میانگین نرم تنش در کل مسیر (MPa)	
	روش صریح	روش یک‌چهارم گام
مادهٔ ۱ – مسیر ۱	106.6229	106.6229
مادهٔ ۲ – مسیر ۱	143.3956	143.3956
مادهٔ ۱ – مسیر ۲	161.2968	161.2968
مادهٔ ۲ – مسیر ۲	226.3358	226.3358

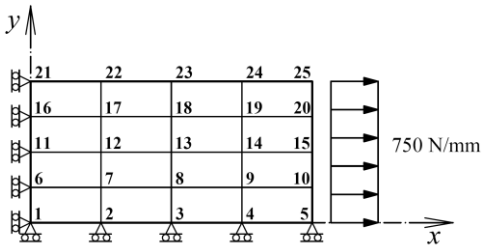
یافته‌های نشان داده‌شده در جدول (۱)، درستی روش یک‌چهارم گام رابطه‌سازی‌شده را نشان داده‌است.

همچنین، برنامهٔ نوشته‌شده برای روش پیشنهادی در یک برنامهٔ اجزای محدود صریح نوشته‌شده توسط نویسندگان به‌کار می‌رود و حل به‌دست‌آمده برای یک مسئله مقدار مرزی با پاسخ‌های نرم‌افزار اجزای محدود FEAP که از شیوهٔ اولر پسرو بهره می‌جوید سنجش می‌گردد. باید دانست روش‌های تابع‌اولیه‌گیری اولر پسرو، نمایی صریح و نیز روش پیشنهادی برای مومسانی وان– مایسز با سخت‌شوندگی پویای خطی دارای پاسخ‌های دقیق می‌باشند. بنابراین، برای یک نوع فولاد کربنی با مشخصه‌های مکانیکی زیر که تنها برای آن سخت‌شوندگی پویا درنظر گرفته می‌شود، یک صفحهٔ مستطیلی زیر بار کششی تحلیل می‌گردد.

فولاد کربنی:

$R_0 = 106\ \text{MPa};\ E = 181330\ \text{MPa};\ \upsilon = 0.302;$
$H_{\text{kin}} = 200000\ \text{MPa};\quad H_{\text{iso}} = 0\ \text{MPa};$

صفحهٔ موردنظر به‌طول 320 mm و عرض 160 mm و ضخامت یکه می‌باشد که باتوجه به تقارن می‌توان یک‌چهارم صفحه را تحلیل کرد (شکل ۳). بار وارد در یک نمو وارد می‌گردد و به‌اندازهٔ کافی بزرگ می‌باشد تا مصالح وارد ناحیهٔ مومسانی شوند. نتایج حاصل از تحلیل در جدول (۲) آورده شده‌است که شامل تغییرمکان‌های گرهی برای x گره‌های ۱ تا ۵ می‌باشد. یافته‌ها نشان می‌دهد که پاسخ‌های به‌دست‌آمده با روش یک‌چهارم گام و برنامهٔ رایانه‌ای نوشته‌شده توسط نویسندگان، با پاسخ‌های به‌دست‌آمده با روش اولر پسرو و برنامهٔ FEAP یکسان می‌باشد و درستی روش تابع‌اولیه‌گیری را در حل یک مسئلهٔ اجزای محدود نشان می‌دهد.



شکل ۳ یک‌چهارم صفحهٔ مستطیلی زیر بار کششی

جدول ۲ مقایسهٔ تغییرمکان‌های به‌دست‌آمده از تحلیل‌ها (mm)

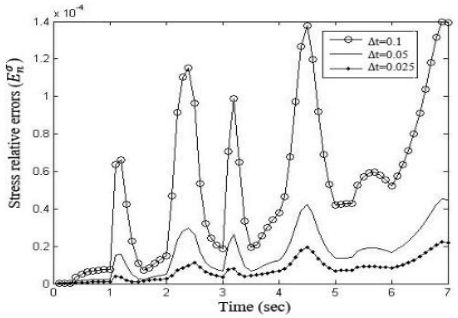
شماره گره	پاسخ‌های به‌دست‌آمده از روش اجزای محدود	
	روش اولر پسرو	روش یک‌چهارم گام
1	0.0000	0.0000
2	0.2127	0.2127
3	0.4254	0.4254
4	0.6380	0.6380
5	0.8507	0.8507

بررسی دقت. باتوجه به این‌که حل دقیق برای این مسئله‌ها موجود نمی‌باشد پاسخ‌های به‌دست‌آمده از گام زمانی بسیار کوچک ($\Delta t = 1 \times 10^{-5}\text{sec}$)، به‌عنوان پاسخ‌های دقیق درنظر گرفته می‌شود. برای بررسی مناسب دقت نتیجه‌های به‌دست‌آمده، خطای نسبی تنش‌های به‌هنگام‌شده با رابطهٔ زیر محاسبه می‌گردد:

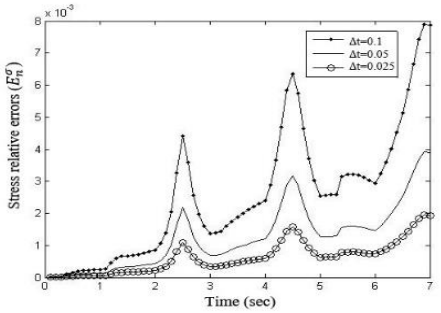
$$E_n^{\sigma} = \frac{\|\sigma_n - \bar{\sigma}_n\|}{\|\bar{\sigma}_n\|} \qquad (٥٤)$$

در رابطهٔ بالا، $\bar{\sigma}_n$ بردار تنش دقیق و σ_n بردار تنش به‌هنگام‌شده در لحظهٔ $t = t_n$ می‌باشد.

نمودار خطای نسبی برای حالتی که متغیرها از وسط گام مومسانی برداشت می‌شوند و همچنین برای حالتی که متغیرها از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت می‌شوند برای گام‌های زمانی متفاوت در شکل‌های (١١-٤) رسم می‌شود. در زیرنویس شکل‌هایی که درادامه می‌آیند منظور از m، ماده و p، مسیر می‌باشد.

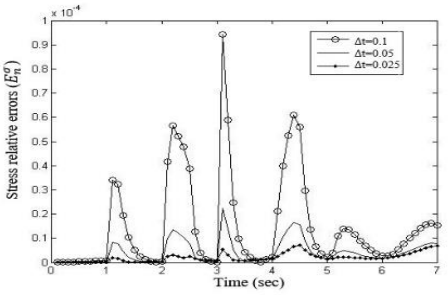


شکل ٤ خطای نسبی تنش (وسط گام- مادهٔ ١- مسیر ١)



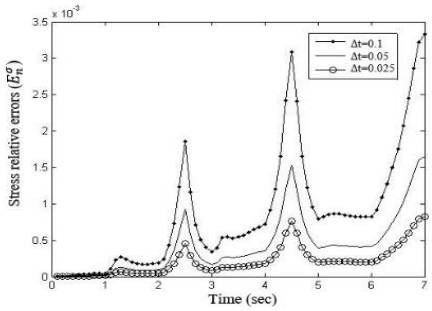
شکل ٥ خطای نسبی تنش

(یک‌چهارم گام- مادهٔ ١- مسیر ١)



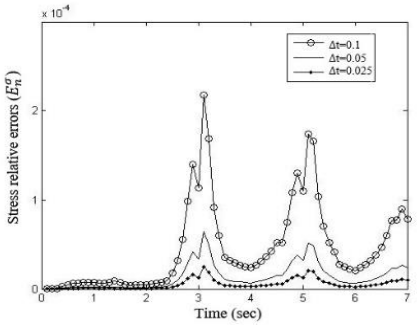
شکل ٦ خطای نسبی تنش

(وسط گام- مادهٔ ٢- مسیر ١)

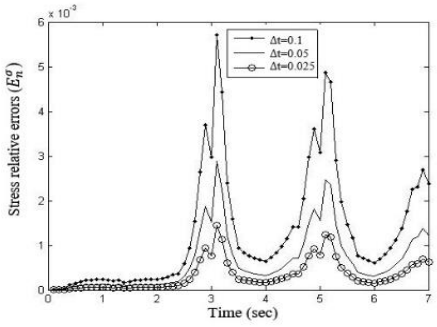


شکل ٧ خطای نسبی تنش

(یک‌چهارم گام- مادهٔ ٢- مسیر ١)

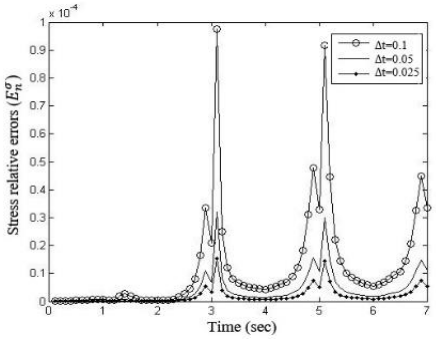


شکل ٨ خطای نسبی تنش (وسط گام- مادهٔ ١- مسیر ٢)

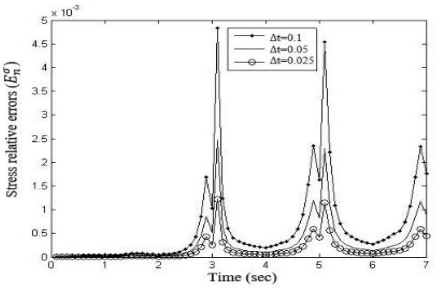


شکل ٩ خطای نسبی تنش

(یک‌چهارم گام- مادهٔ ١- مسیر ٢)



شکل ١٠ خطای نسبی تنش (وسط گام- مادهٔ ٢- مسیر ٢)



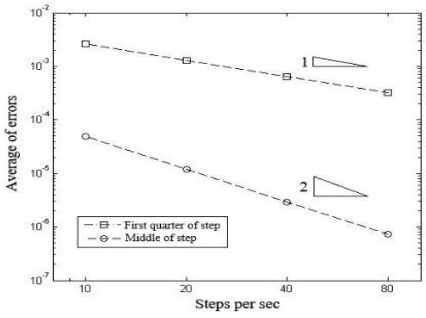
شکل ۱۱ خطای نسبی تنش
(یک‌چهارم گام- مادهٔ ۲- مسیر ۲)

همان‌گونه که شکل‌های (۱۱-٤) نشان می‌دهند، هم دقت پاسخ‌ها کمتر شده و هم نرخ هم‌گرایی پاسخ‌ها به پاسخ دقیق کاهش یافته‌است. به‌منظور بررسی بهتر نرخ هم‌گرایی، میانگین خطای نسبی در کل مسیر با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

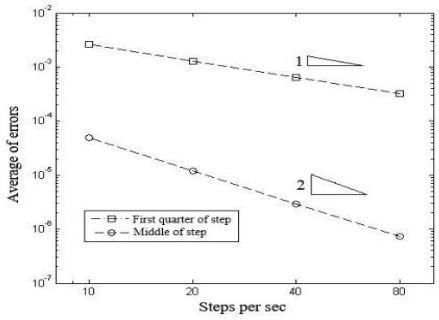
$$E_T^{\sigma} = \frac{1}{N}\sum \frac{\|\sigma_n - \bar{\sigma}_n\|}{\|\bar{\sigma}_n\|} \qquad (۵۵)$$

میانگین خطای نسبی برای گام‌های زمانی متفاوت برای هر یک از حالت‌های برداشت متغیرها، جداگانه محاسبه شده، نمودارهای لگاریتمی آن رسم گردیده و در شکل‌های (۱۵-۱۲) ارائه شده‌است.

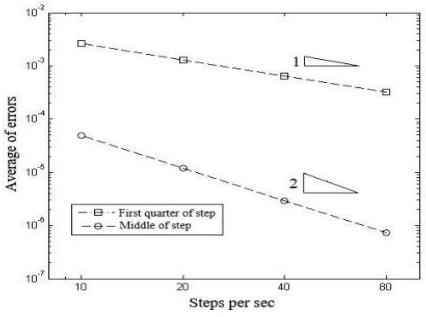
شکل‌های (۱۵-۱۲) به‌روشنی نشان می‌دهند که نرخ هم‌گرایی به پاسخ دقیق درحالتی‌که متغیرها از وسط گام مومسانی برداشت می‌شود از مرتبه ۲ و برای حالتی که متغیرها از یک‌چهارم گام برداشت می‌شود از مرتبه ۱ است. بنابراین نرخ هم‌گرایی نیز کاهش یافته‌است.



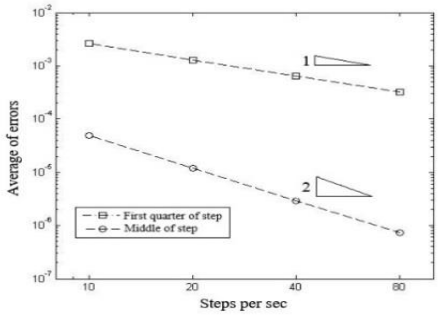
شکل ۱۲ میانگین خطای نسبی تنش در کل مسیر
(مادهٔ ۱- مسیر ۱)



شکل ۱۳ میانگین خطای نسبی تنش در کل مسیر
(مادهٔ ۲- مسیر ۱)



شکل ١٤ میانگین خطای نسبی تنش در کل مسیر
(مادهٔ ۱- مسیر ۲)



شکل ۱۵ میانگین خطای نسبی تنش در کل مسیر
(مادهٔ ۲- مسیر ۲)

نتیجه‌گیری

در این مقاله، به بررسی روش نگاشت‌نمایی نیمه‌ضمنی برای سخت‌شوندگی‌های درهم همگن و پویای خطی پرداخته شد. برای آن‌که بتوان شعاع را از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت نمود، رابطه‌سازی لازم صورت

گرفت. آزمون‌های عددی به این صورت طرح گردید که دو مسیر بارگذاری کرنش معلوم درنظر گرفته شد سپس برای دو مادهٔ پنداشت‌شده تنش‌ها به‌هنگام شدند.

در آزمون‌های عددی، به‌هنگام‌سازی تنش در دو حالت صورت پذیرفت. در حالت اول شعاع و متغیرهای مومسانی از وسط گام مومسانی برداشت شد و در حالت دوم متغیرها از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت گردید. در هر حالت، تنش‌های به‌هنگام‌شده برای گام‌های زمانی متفاوت با پاسخ‌های دقیق مقایسه گردید، خطای نسبی تنش محاسبه شد و در نمودارهایی ترسیم گردید. برپایهٔ تحلیل‌های صورت‌گرفته می‌توان دریافت که در روش نیمه‌ضمنی برپایهٔ نگاشت‌نمایی، در حالت اول که شعاع سطح تسلیم از میانه گام مومسانی برداشت می‌شود دقت پاسخ‌ها به‌صورت چشم‌گیری بیشتر از حالت دوم است که شعاع از یک‌چهارم گام مومسانی برداشت می‌شود. همچنین نرخ هم‌گرایی به پاسخ دقیق برای حالت اول از مرتبه ۲ و برای حالت دوم از مرتبه ۱ می‌باشد.

پژوهش‌هایی که دقت روش‌های تابع‌اولیه‌گیری از معادله‌های بنیادی مومسانی را بررسی می‌کنند از این جهت دارای اهمیت هستند که در تابع‌اولیه‌گیری، هرچه دقت روش مورداستفاده افزایش یابد می‌توان از آن در تحلیل گام‌های زمانی بزرگ‌تری استفاده نمود. بنابراین هم‌چنان‌که دقت مورد نیاز برآورده می‌شود، زمان تحلیل کاهش می‌یابد که یکی از عامل‌های بسیار مهم در تحلیل و طراحی سازه‌ها است.

مراجع

1. Wilkins, M.L., "*Calculation of Elastic-plastic Flow*", Method of Computational physics, Vol. 3, Academic press, (1964).
2. Kreig, R.D. and Kreig, D.B., "Accuracies of Numerical Solution for the Elastic-perfectly Plastic Model", *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 99, No. 4, pp. 510–515, (1977).
3. Ristinmaa, M. and Tryding, J., "Exact Integration of Constitutive Equations in Elastoplasticity", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, No. 15, pp. 2525–2544, (1993).
4. Szabó, L., "A Semi-analytical Integration Model for J_2 Flow Theory of Plasticity with Linear Isotropic Hardening", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, No. 27-29, pp. 2151–2166, (2009).
5. Hong, H-K. and Liu, C-S., "Internal Symmetry in Bilinear Elastoplasticity", *International Journal for Non-Linear Mechanics*, Vol. 34, No. 2, pp. 279–288, (1999).
6. Auricchio, F. and Beirão da Veiga, L., "On a New Integration Scheme for Von-Mises Plasticity with Linear Hardening", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 56, No. 10, pp. 1375-1396, (2003).
7. Liu, C.-S., "International Symmetry Groups for the Drucker-Prager Material Model of Plasticity and Numerical Integrating Methods", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 14, pp. 3771-3791, (2004).
8. Artioli, E., Auricchio, F. and Beirão da Veiga, L., "Integration Scheme for Von-Mises Plasticity Models based on Exponential Maps: Numerical Investigations and Theoretical Considerations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 64, No. 9, pp. 1133-1165, (2005).
9. Artioli, E., Auricchio, F. and Beirão da Veiga, L., "A Novel 'Optimal' Exponential-based Integration Algorithm for Von-Mises Plasticity with Linear Hardening: Theoretical Analysis on yield

Consistency, Accuracy, Convergence and Numerical Investigations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 67, No. 4, pp. 449-498, (2006).

10. Artioli, E., Auricchio, F. and Beirão da Veiga, L., "Second-order Accurate Integration Algorithms for Von-Mises Plasticity with a Nonlinear Kinematic Hardening Mechanism", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, No. 9, pp. 1827-1846, (2007).
11. Rezaiee-Pajand, M. and Nasirai, C., "Accurate Integration Scheme for Von-Mises Plasticity with Mixed-Hardening based on Exponential Maps", *Engineering Computations*, Vol. 24, No. 6, pp. 608-635, (2007).
12. Rezaiee-Pajand, M. and Nasirai, C., "On the Integration Scheme for Drucker-Prager's Elastoplastic Models based on Exponential Maps", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 74, No. 10, pp. 799-826, (2008).
13. Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C. and Sharifian, M., "Application of Exponential-based Methods in Integrating the Constitutive Equations with Multi-component Nonlinear Kinematic Hardening", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 136, No. 12, pp. 1502-1518, (2010).
14. Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C. and Sharifian, M., "Integration of Nonlinear Mixed Hardening Models", *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, Vol. 7, No. 3, pp. 266-305, (2011).
15. Rezaiee-Pajand, M. and Sharifian, M., "A novel Formulation for Integrating Nonlinear Kinematic Hardening Drucker-Prager's Yield Condition", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 31, No. 1, pp. 163-178, (2011).
16. Rezaiee-Pajand, M. Sharifian, M. and Sharifian, M., "Accurate and Approximate Integrations of Drucker-Prager Plasticity with Linear Isotropic and Kinematic Hardening", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 30, No. 3, pp. 345-361, (2011).
17. Rezaiee-Pajand, M., Auricchio, F., Sharifian, M. and Sharifian, M., "Computational Plasticity of Mixed Hardening Pressure-dependency Constitutive Equations", *Acta Mechanica*, Vol. 225, No. 6, pp. 1699-1733, (2013).

پیوست

در این بخش چگونگی دست‌یابی به دستگاه رابطه زیر بیان می‌گردد [11]:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{A}\mathbf{X} \tag{٥٦}$$

از ترکیب دو رابطه (٦ و ٧) و مشتق‌گیری نسبت به زمان رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \dot{\boldsymbol{\alpha}} + 2G\dot{\mathbf{e}}^{\mathrm{p}} = 2G\dot{\mathbf{e}} \tag{٥٧}$$

سپس، رابطه (١٢) در (٥٧) قرار داده می‌شود:

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} + (2G + H_{\mathrm{kin}})\dot{\mathbf{e}}^{\mathbf{p}} = 2G\dot{\mathbf{e}} \tag{٥٨}$$

و رابطه‌های (١٠ و ١١) در رابطه بالا جایگذاری می‌گردد:

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} + (2G + H_{\mathrm{kin}})\frac{\Sigma}{R}\dot{\gamma} = 2G\dot{\mathbf{e}} \tag{٥٩}$$

رابطه کنونی به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = 2G\dot{\mathbf{e}} - (2G + H_{\mathrm{kin}})\overline{\boldsymbol{\Sigma}}\dot{\gamma} \tag{٦٠}$$

از رابطه بالا نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود، با جایگذاری رابطه (٩) در آن می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\dot{\overline{\boldsymbol{\Sigma}}} + \frac{2G+H_{\mathrm{iso}}+H_{\mathrm{kin}}}{R}\dot{\gamma}\overline{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{2G}{R}\dot{\mathbf{e}} \tag{٦١}$$

فاکتور تابع‌اولیه‌گیری X^0 به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{d}{dt}(X^0\overline{\boldsymbol{\Sigma}}) = \frac{2G}{R}X^0\dot{\mathbf{e}} \tag{٦٢}$$

در این رابطه، مشتق‌گیری نسبت به زمان انجام می‌شود و رابطه به‌دست آمده بر X^0 تقسیم می‌گردد:

$$\dot{\overline{\boldsymbol{\Sigma}}} + \frac{\dot{X}^0}{X^0}\overline{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{2G}{R}\dot{\mathbf{e}} \tag{٦٣}$$

مقایسه (٦١ و ٦٣) و جایگذاری (٩) نتیجه زیر را در بردارد:

$$\frac{\dot{X}^0}{X^0} = \frac{2G+H_{\mathrm{iso}}+H_{\mathrm{kin}}}{R_0+H_{\mathrm{iso}}\gamma}\dot{\gamma} \tag{٦٤}$$

پاسخ معادله بالا با شرط اولیه $X^0(0) = 1$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$X^0(\gamma) = \begin{cases} \left(1 + \frac{H_{\mathrm{iso}}}{R_0}\gamma\right)^{\left(\frac{2G+H_{\mathrm{kin}}+H_{\mathrm{iso}}}{H_{\mathrm{iso}}}\right)} & H_{\mathrm{iso}} \neq 0 \\ exp\left(\frac{2G+H_{\mathrm{kin}}}{R_0}\gamma\right) & H_{\mathrm{iso}} = 0 \end{cases} \tag{٦٥}$$

باتوجه به تعریف بردار تنش افزوده در (۱۵) و رابطه (٦٢)، رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{X}}^{\mathrm{s}} = \frac{2G}{R} X^0 \dot{\mathbf{e}} \tag{٦٦}$$

چون در محدوده کشسانی $\dot{\gamma} = 0$ می‌باشد، با نگاهی به (٦٤):

$$\dot{X}^0 = 0 \tag{٦٧}$$

درمحدوده مومسانی که X^0 ثابت نیست، (٦٣) را در $\overline{\mathbf{\Sigma}}^{\mathrm{T}}$ ضرب نموده و رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\overline{\mathbf{\Sigma}}\|^2 + \frac{\dot{X}^0}{X^0}\|\overline{\mathbf{\Sigma}}\|^2 = \frac{2G}{R}\dot{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}}\overline{\mathbf{\Sigma}} \tag{٦٨}$$

از آنجا که $\overline{\mathbf{\Sigma}} = 1$ می‌باشد پس از ضرب X^0 در (٦٨)، این رابطه به‌شکل زیر در می‌آید:

$$\dot{X}^0 = \frac{2G}{R}\dot{\mathbf{e}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{s}} \tag{٦٩}$$

چنانچه شکل فشرده $\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{A}\mathbf{X}$ در نظر گرفته شود، با نگاهی به رابطه‌های (۲۹-۲٦) ماتریس $\mathbb{A}$ به راحتی محاسبه می‌گردد:

محدوده کشسان : $\mathbb{A}_{\mathbf{e}} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix}\mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\mathbf{e}}_{9\times1}\\ \mathbf{0}_{1\times9} & 0\end{bmatrix}_{10\times10}$ (۷۰)

محدوده مومسان : $\mathbb{A}_{\mathbf{p}} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix}\mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\mathbf{e}}_{9\times1}\\ \dot{\mathbf{e}}^{T}{}_{1\times9} & 0\end{bmatrix}_{10\times10}$ (۷۱)

مدل‌سازی دینامیکی و طرح‌ریزی گام بهینه راه‌رفتن یک ربات دوپای واقعی برمبنای مدل آونگ وارون فنری و گام پرگاری*

بهنام داداش‌زاده[۱] سیداحمد مصطفوی[۲] اکبر الهوردی‌زاده[۳]

چکیده *ربات‌های دوپا با کف پای نقطه‌ای گام سریع‌تری دارند و دینامیک طبیعی‌تری را نشان می‌دهند، درحالی‌که طرح‌ریزی گام این ربات‌ها به‌دلیل تحریک ناقص بسیار مشکل است. در این پژوهش به مدل‌سازی، بهینه‌سازی و طرح‌ریزی حرکت دو مدل مختلف ربات دوپای واقعی شامل مدل ربات تلسکوپی فنری و ربات پرگاری زانودار پرداخته شده‌است. همهٔ این مدل‌ها فاقد کف پا هستند، حرکت چرخشی بدنهٔ آنها مقید شده‌است و در صفحهٔ نیم‌رخ حرکت می‌کنند. تفاوت این مدل‌ها با مدل‌های نظری مربوط این است که به‌منظور واقعیت‌بخشی به گام در این مدل‌ها زانوی پای آونگی خم می‌شود، از زمین رد می‌شود و قبل از برخورد به زمین صاف می‌شود که باعث افزایش درجات آزادی و تقسیم فاز تک‌تکیه‌گاهی به دو زیرفاز می‌شود. فازهای مختلف گام راه‌رفتن هر کدام از مدل‌ها شامل فاز تک‌تکیه‌گاهی، رخداد برخورد و فاز دوتکیه‌گاهی بااستفاده از معادلات لاگرانژ مدل‌سازی شده‌است. سپس صحت معادلات مورد بررسی قرار گرفته و با اتصال این قسمت‌ها به یکدیگر گام کامل هر یک از آنها شکل گرفته‌است. درادامه، پارامترها، توابع هدف و قیدهای بهینه‌سازی ارائه شده و نمودار تغییرات این توابع مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌است؛ سپس گشتاور موتورها در حالت گام بهینه برای هر یک از مدل‌ها نشان داده شده‌است.*

واژه‌های کلیدی ربات دوپا، راه‌رفتن، مدل‌سازی، بهینه‌سازی گام.

Dynamic Modeling and Optimal Walking Gait Planning of a Real Biped Robot Based on SLIP and Compass gait Models

B. Dadashzadeh S.A. Mostafavi A. Allahverdizadeh

Abstract *Biped robots with point feet demonstrate faster gaits and more natural dynamics while their gait planning is very difficult due to their underactuation. This research focuses on modelling, optimization and gait generation of two different real biped models including a telescopic springy biped model and compass gait biped with kneed swing leg. All of these models have point feet and their torso angle is constrained and they move in sagittal plane. The main difference of these models with their corresponding theoretical models is that to give realization to the gaits of these models the knee of their swing leg bends, clears the ground and straightens before touch-down. This increases degrees of freedom and divides single support phase to two sub-phases. Different phases of walking gait of each model including single support phase, touch-down event and double support phase are modeled using Lagrange equation and validity of equations are demonstrated. Then the dynamic equations of the phases are combined together to make dynamic model of a full walking gait. Afterwards, optimization parameters, objective functions and constraints are presented and successive stages of optimization are performed to find optimal gaits. The optimization diagrams are discussed and the needed motor torques for the optimal gait of each model are illustrated.*

Key Words Biped robot; Walking, Modeling; Gait Optimization

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۷/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۲/۱۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.67602

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز. b.dadashzadeh@tabrizu.ac.ir

(۲) فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز.

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز.

مقدمه

از اهمیت کاربرد ربات‌های دوپا می‌توان به مواردی چون قابلیت تطبیق بالای آنها با شرایط فیزیکی محیط، مانورپذیری بالا، توانایی ایجاد گام راه رفتن دینامیکی با کارایی انرژی بهتر و ظاهری طبیعی‌تر (به‌خصوص درمورد ربات‌های دوپا با پای نقطه‌ای) اشاره کرد. ربات‌های دو پا به دو دستهٔ ربات‌های فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند. از مزیت‌های ربات‌های غیرفعال می‌توان به صرف انرژی صفر، مقرون‌به‌صرفه بودن ازنظر اقتصادی، عدم پیچیدگی در طراحی و ساخت، و به‌دست دادن تخمینی برای طراحی ربات های فعال با گام بهینه اشاره کرد و از معایب آن نیز می‌توان محدودیت حرکت، عدم توانایی ایستادگی دربرابر اغتشاش و نیاز به محیط خاص را برشمرد. مزیت های ربات‌های فعال پایداری حرکت بالا، محدودیت حرکت کمتر نسبت به ربات های غیرفعال، عدم نیاز به بستر مناسب برای حرکت، مقاومت بالا دربرابر اغتشاش قابل‌ذکر است و نیز از معایب آن می‌توان به پیچیدگی در طراحی کنترل‌کننده، پایین بودن کارایی به‌خاطر نیاز به انرژی برای حرکت اشاره کرد.

پاندول معکوس جرم نقطه‌ای می‌تواند در روش متعادل‌شده‌ای راه برود و سینماتیک مرکز جرم و پروفیل نیروی عکس‌العمل زمین شبیه اطلاعات گام انسان معادل تولید کند. در دهۀ ۱۹۸۰ مک گییر [4]، یک ربات صفحه‌ای چهارلینکی را ازنظر تحلیل پایداری و تغییر پارامترها مورد مطالعه قرار داد و نشان داد هر کدام از استراتژی‌های کنترلی ساده برای این هدف مؤثر است و بدین ترتیب اولین علاقمندی برای مطالعهٔ راه‌رفتن غیرفعال را به‌وجود آورد. همچنین مک گییر [5] در سال ۱۹۹۳، با توسعهٔ کار خودشان به بحث کنترل حرکت دوپا پرداخته‌است. آدولفسون و همکاران [15] در سال ۲۰۰۱ بااستفاده از مدل‌های ساده و اولیه نظیر مدل مک گییر، یک مدل سه‌بعدی ۱۰ درجه آزادی غیرفعال را موردمطالعه قرار داده‌اند و به‌طور کامل تشریح کرده‌اند که هم گسستگی‌های نیرویی را دربر می‌گیرد و هم تغییرات آنی (مشابه ضربه) متغیرهای حالت را شامل می‌شود. میلارد و همکاران [16] در سال ۲۰۱۱ برروی آزمایش یک سیستم کنترل متمرکز شده‌اند تا به مدل گام چند بدنه‌ای اجازهٔ حرکت به‌روشی شبیه انسان، در یک سرعت ثابت بدهد. هاو [6] در سال ۲۰۱۳ رویکرد تابع مولد را برای یک ربات دوپای غیرمقید به تولید گام بهینه اعمال کرده و همچنین یک کنترل‌کنندهٔ PD برای کاهش خطای مدل‌سازی طراحی کرده‌است. در راه‌رفتن، حرکت مرکز جرم انسان شبیه پاندول معکوس است. فاز دوتکیه‌گاهی به‌عنوان انتقال از یک پاندول معکوس به دیگری به‌نظر می‌رسد. باوور و همکاران [7] در سال ۲۰۱٤ به بهینه‌سازی راندمان انرژی راه‌رفتن ربات دوپا بااستفاده از جفت اتصال کشسان به‌شکل فنرهای مکانیکی پرداخته‌اند. آنها یک روش در این مقاله ارائه داده‌اند که در یک محدودهٔ سرعت از ۰/۳ تا ۲/۳ متر بر ثانیه بااستفاده از کوپلینگ‌های کشسان، بازدهی انرژی راه‌رفتن ربات دوپا را بهینه می‌کند. تاتسویا و توموهیکو [8] در سال ۲۰۱۵ یک روش منحصربه‌فرد ایجاد گام را برمبنای تکنیک بهینه‌سازی غیرخطی و مکانیک گسسته برای ربات دوپای پرگاری روی زمین ناهموار معمولی توسعه داده‌اند. آنها در ابتدا مدل‌هایی از ربات دو پای پرگاری پیوسته و گسستهٔ زمانی را استنتاج کرده و بعد از تولید گام گسسته روی یک زمین ناهموار یک کنترل بهینهٔ غیرخطی با ابعاد متناهی فرمول‌بندی کرده‌اند و یک روش حل برای آن با برنامه‌نویسی درجهٔ دوم متوالی بیان کرده‌اند. سپس یک روش انتقال از یک ورودی گسستهٔ زمانی به پیوستهٔ زمانی را نشان داده‌اند و درنهایت روش خود را برای تولید گام‌های پایدار ربات گام پرگاری زمان-پیوسته روی زمین‌های ناهموار مختلف اثبات کرده‌اند.

به‌منظور ساخت رباتی که به‌لحاظ بازدهی انرژی و

چالاکی در سطحی قابل‌قیاس با انسان باشد نیازمند فهم بهتری از راه‌رفتن انسان هستیم. برای این هدف، مدل‌های متنوعی از راه‌رفتن انسان مطرح شده‌است و نشان داده شده‌است که مدل آونگ وارون فنری (SLIP) غیرفعال می‌تواند حرکت انسان را روی زمین صاف مدل کند [1]. رامل و همکاران [2] در سال ۲۰۱۰ مبنای کار خود را ربات دوپای مدل جرم و فنر قرار دادند. این مدل حرکت لگن، فازهای تک و دوتکیه‌گاهی و نیروی عکس‌العمل زمین مشاهده‌شده در انسان را به‌درستی نشان می‌دهد. هدف آنها از این مطالعه تشخیص پارامترهایی از پا بود که به مصالحه‌ای بین مقاومت و بازدهی انرژی در راه‌رفتن منجر شود. به‌علاوه، این مدل گام‌های متفاوت دیگری را نیز مجسم می‌کند که در اندازهٔ حرکت لگن، سرعت و پایداری متفاوت‌اند. آنها پارامترهایی نظیر زاویهٔ حملهٔ پا و ضریب فنریت پاها را مورد بررسی قرار دادند که درنتیجه مشخص شد گام متقارن با زاویهٔ حملهٔ هموارتر برای مصالحهٔ بین مقاومت گام و بازدهی انرژی سازگارتر است. در مطالعهٔ بیشتر این مدل نشان داده شده‌است که سفتی پاها اثر مستقیم در قوی‌بودن گام راه‌رفتن دارد، همچنین استفاده از پایی که قابلیت سازگاری با محیط‌های مختلف را دارد ترجیح داده می‌شود. وایزر و همکاران [3] در سال ۲۰۱۳ یک مدل هیبرید برای یک راه‌روندهٔ دو پا با سفتی پای متغیر کنترل‌شده و یک استراتژی کنترل برای کنترل گام پایدار مطرح کرده‌اند. مرجع کنترل یک گام غیرفعال از یک ربات دوپای مدل SLIP قالب محدود با پاهای بدون عضله، تضمین می‌کند که گام نزدیک به گام غیرفعال ایده‌آل است و بنابراین برای بازدهی انرژی به‌نتیجه می‌رسد. تأثیرگذاری کنترلر با نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داده شده‌است. طبق نتایج هزینهٔ انتقال تئوری محاسبه‌شده نشان می‌دهد که استراتژی کنترل به‌لحاظ انرژی پربازده است.

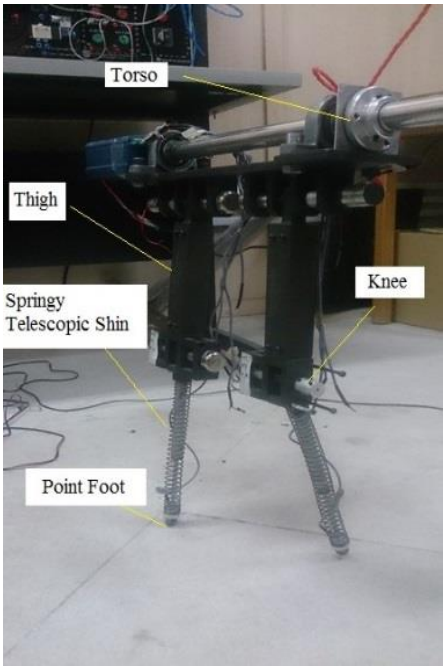
مصرف انرژی از موضوعات مهمی است که باید در راه‌رفتن ربات دوپا درنظر گرفته شود. مسئلهٔ تولید گام ربات با درنظر گرفتن انرژی معمولاً به یک مسئلهٔ بهینه‌سازی استاندارد فرمولیزه می‌شود. چندین روش که با اقبال پژوهشگران همراه بوده برای حل این مسئله وجود دارد؛ به‌عنوان مثال روش شوتینگ [9] و روش بهینه‌سازی پارامتری [10]. سرینیواسان و همکاران [12] در سال ۲۰۰۶ در پژوهشی از یک مدل کوچک که قادر است راه‌رفتن و دویدن را با تنوع نامحدود از دیگر گام‌ها تشریح کند، استفاده کرده‌اند. آنها همچنین برای یافتن گامی که واقعا به‌طور بالقوه برای این مدل بهینه است، از بهینه‌سازی کامپیوتری استفاده کرده‌اند. درنهایت بهینه‌سازی آنها برای سرعت کم، راه‌رفتن پاندول معکوس کلاسیک، در سرعت‌های بالا دویدن جهشی، حتی بدون فنر و در سرعت‌های میان این حالت‌ها یک نوع دویدن پاندولی که شامل راه‌رفتن و دویدن است را به‌عنوان حالت بهینه نشان می‌دهد. مدل‌های بهینه‌سازی ساده نشان می‌دهند که حرکت دوپا ممکن است به‌صورت گسترده‌ای با کار انجام‌شده توسط پاها مدیریت شود و کمینه کردن کار به‌طور خودکار گام‌های راه‌رفتن و دویدن را آشکار کند. چن و همکاران [11] در سال ۲۰۱۵ میلادی یک روش تولید گام بهینهٔ ورودی مقید را با تابع مولد توسعه داده‌اند. ابتدا رویکرد تابع مولد را با معرفی کردن مسئلهٔ افزوده به مسئلهٔ کنترل بهینهٔ مقید توسعه داده‌اند و آن را با موفقیت روی ربات راه‌روندهٔ دوپای پرگاری با گشتاور مقید اعمال کرده‌اند. این روش ربات را قادر می‌سازد که در زمان واقعی راه‌روندهٔ پربازده‌تری باشد و کاربردهای بیشتری را در محیط‌های پیچیده برایش فراهم می‌کند. کمینه‌کردن کار می‌تواند جنبه‌های وسیعی از نیروهای واکنش زمین را بازتولید کند؛ مانند پروفیل دوقله‌ای برای راه‌رفتن و تک‌قله‌ای برای دویدن، اما پیک‌های پیش‌بینی‌شده درمقایسه با نیروهای ایجادشدهٔ خیلی هموارتر انسان، به‌طور غیرواقعی بزرگ و ضربه‌ای هستند. هموار ممکن است با افزایش

هزینهٔ کار انجام‌شده توسط پاها همراه باشد. رکبانی و همکارش [13] در سال ۲۰۱۲ یک رویکرد جدید را که امکان تولید گام یک ربات دوپای ساده را می‌دهد، تشریح کرده‌اند. این رویکرد یک مدل‌سازی دینامیک کلاسیک را با یک حل‌کنندهٔ سینماتیک معکوس برمبنای بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) مخلوط می‌کند. ابتدا یک پاندول معکوس (IP) برای به‌دست‌آوردن مدل دینامیکی ساده از ربات و برای محاسبهٔ محل موقعیت هدف نقاط کلیدی در حرکت ربات استفاده شده‌است. ربولا و همکاران [14] در سال ۲۰۱۳ یک هزینهٔ نیروی تعمیم‌یافته را آزمایش کرده‌اند که اندازهٔ نیرو و مشتق مرتبهٔ n ام آن را با توان ρ جریمه می‌کند. مدل ساده نشان می‌دهد که این هزینهٔ نیروی تعمیم‌یافته در ترکیب با یک هزینهٔ کار، نیروهای هموارتر و شبیه‌انسان تولید می‌کند.

مدل‌های راه‌رفتن چندجسمی با پیچیدگی بالاتر پتانسیل حصول سینماتیک مفاصل و فعالیت‌های کل بدن را دارند، درنتیجه به‌طور هم‌زمان اطلاعات بیشتری نسبت به مدل‌های ساده‌تر با هزینهٔ محاسباتی بیشتری نسبت به مدل‌های ساده‌تر ارائه می‌دهند. شیمیو و همکاران [17] در سال ۲۰۱۳ برای یک مدل با سه جرم بااستفاده از کنترل پیش‌بین یک الگوی راه‌رفتن ایجاد کرده‌اند. استفاده از کنترل پیش‌بین برای تولید الگوهای راه‌رفتن بسیار مفید است. بااستفاده از این روش خطاهای مدل‌سازی که به‌خاطر استفاده از یک مدل ساده رخ می‌دهند می‌توانند جبران شوند. بااستفاده از روش مطرح‌شده خطاهای مدل می‌توانند بدون استفاده دوباره از کنترل پیش‌بین کاهش پیدا کنند؛ این یعنی تولید مسیرها می‌تواند فوراً انجام شود. در این پروژه برای ارزیابی روش مطرح‌شده، از مثال‌های عددی و نتایج آزمایشگاهی استفاده شده‌است. مارتین و همکاران [18] در سال ۲۰۱٤ به بررسی مدل‌های چهاررابطی و شش‌رابطی با زانو و کف پای صلب مدور پرداخته‌اند. آنها گام‌های پایدار راه‌رفتن را برای هر دو مدل با رویکرد کنترلی برمبنای «دینامیک صفر هیبرید» تولید کردند. برای برقرار کردن یک رویه برای تشخیص این‌که تا چه حد مدل می‌تواند راه‌رفتن معمولی انسان را تقریب بزند، گام‌ها برای تطبیق با داده‌های آزمایشی راه‌رفتن انسان، از سرعت خیلی کم تا خیلی زیاد، بهینه شده‌اند. مدل شش رابطی با طول گام، سرعت و توان متوسط آزمایشگاهی به‌خوبی منطبق می‌شد درحالی‌که مدل چهار رابطی نمی‌توانست منطبق شود و بنابراین به اهمیت و ضرورت وجود قوزک پا در انسان تأکید شده‌است. بنی و همکارش [19] در سال ۲۰۱۵ به مطالعهٔ دینامیک هیبریدی راه‌رفتن ربات تحت انتقالی به‌صورت چسبیدن و لیزخوردن پرداخته‌اند. آنها برروی دو مدل سادهٔ صفحه‌ای با پاهای نقطه‌ای کار کرده‌اند. یکی از مدل‌های آنها چرخ بدون حلقه و دیگری دوپای پرگاری است. همچنین موردی را که در آن اصطکاک ناکافی است و پا لیز می‌خورد بررسی کرده‌اند. شبیه‌سازی راه‌رفتن غیرفعال، شروع حل‌های متناوب شامل انتقال چسبنده- لغزنده را آشکار می‌کند. درمورد ربات دوپای پرگاری با عملگرهای گشتاور مفاصل کنترل شده نشان داده‌اند که چگونه می‌توان مسیرهای سینماتیک راه‌رفتن غیرفعال را برای تحریک و پایداری گام‌های با تماس لغزنده استخراج کرد.

نوآوری و هدف این پژوهش ارائهٔ مدل‌های واقعی و قابل پیاده‌سازی عملی برای مدل‌های نظری آونگ وارون فنری و گام پرگاری بررسی کارایی آنها است. به این منظور ربات تارمر (TARMER: Tabriz Running Mechatronical Robot) که در دانشگاه تبریز ساخته شده‌است مورد مدل‌سازی دینامیکی قرار می‌گیرد و گام‌های بهینه برای آن طرح‌ریزی می‌شود (شکل ۱). این ربات دارای پاهای زانودار و ساق پای فنری است که زانوها در موقعیت مستقیم و فنرها قابلیت قفل‌شدن دارند. مدل راه‌رفتن این ربات نسبت به مدل‌های نظری دارای درجات آزادی و زیرفازهای

بیشتری خواهد بود.



شکل ۱ ربات دوپای تارمر ساخته‌شده در دانشگاه تبریز

مدل ربات با پای تلسکوپی فنری

اولین مدل درنظر گرفته‌شده برای ربات دوپا در این پژوهش مدل ربات با پای تلسکوپی فنری می‌باشد که دینامیک راه‌رفتن آن برمبنای مدل آونگ وارون فنری می‌باشد. هر کدام از لینک‌های ران و ساق یک میله دارای جرم و ممان اینرسی با مرکز جرم مشخص می‌باشند. جرم تنه نیز به‌صورت یک جرم متمرکز در مفصل لگن درنظر گرفته می‌شود. گام راه‌رفتن متشکل از فاز تک‌تکیه‌گاهی، رخداد برخورد، فاز دوتکیه‌گاهی و رخداد کنده‌شدن می‌باشد. مکانیزم راه‌رفتن این مدل به این صورت است که هنگام طی فاز تک‌تکیه‌گاهی پای تکیه‌گاهی به‌صورت تلسکوپی فنری روی زمین قرار دارد و پای آونگی ابتدا دارای زانو است. پس از عبور آن از پای تکیه‌گاهی هنگامی‌که ساق آن در امتداد ران قرار می‌گیرد بااستفاده از یک قفل‌کنندهٔ مکانیکی، زاویهٔ پای آونگی قفل می‌شود و متعاقباً ورودی موتور زانوی آن صفر می‌شود. وقتی پا به زمین برخورد کرد، فاز دوتکیه‌گاهی شروع می‌شود و تا شروع دوباره فاز تک‌تکیه‌گاهی بعدی زانوها همچنان قفل هستند. این کاهش متغیر، باعث کاهش درجات آزادی و تعداد ورودی‌ها می‌شود.

فاز تک‌تکیه‌گاهی. مطابق توضیحات فوق، فاز تک‌تکیه‌گاهی دارای دو زیرفاز یکی قبل از قفل‌شدن زانوی پای آونگی و دیگری بعد از آن می‌باشد.

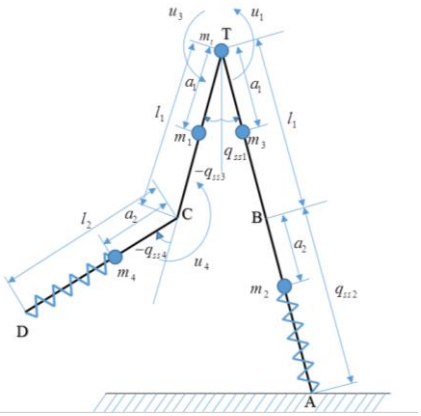
زیرفاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی زانودار. در فاز تک‌تکیه‌گاهی نقطهٔ A به زمین لولا شده‌است و قبل از قفل‌شدن زانوی پای آونگی، ربات دارای چهار درجه آزادی است. مؤلفه‌های مختصات تعمیم‌یافته این فاز $[\mathbf{q}_{ss}]_{4\times1}$ را مطابق شکل (۲) درنظر می‌گیریم که مؤلفه‌های آن عبارت‌اند از زاویهٔ ران BT، طول ساق AB، زاویهٔ ران CT و زاویهٔ ساق CD. موقعیت مراکز جرم لینک‌ها و تنه برحسب مختصات تعمیم‌یافته نوشته می‌شود و سرعت خطی مرکز جرم هر لینک به‌صورت $\sqrt{\dot{x}_G^2+\dot{y}_G^2}$ می‌باشد که زیرنویس G نشان دهنده مرکز جرم می‌باشد. سرعت زاویه‌ای لینک‌ها نیز برحسب مشتق زمانی مؤلفه‌های مختصات تعمیم‌یافته به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\omega_1=\dot{q}_1\ ,\ \omega_3=\dot{q}_3 \qquad (۱)$$

$$\omega_2=\dot{q}_1\ ,\ \omega_4=\dot{q}_3+\dot{q}_4\ ,\ \omega_T=0 \qquad (۲)$$

که در آن زیرنویس T نشان‌دهندهٔ تنه می‌باشد. فرض بر این است که بدنهٔ ربات به‌لحاظ چرخش مقید شده‌است، بنابراین سرعت زاویه‌ای آن صفر است.

برای نوشتن معادلهٔ لاگرانژ به‌منظور استخراج معادلات حرکت ربات، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کل سیستم را بااستفاده از موقعیت و سرعت خطی و زاویه‌ای لینک‌ها برحسب مختصات تعمیم‌یافته محاسبه می‌کنیم.



شکل ۲ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات با پای تلسکوپی فنری با پای آونگی زانودار

$$T = \frac{1}{2}\sum_i \left(m_i v_i^{\,2} + I_i \omega_i^{\,2}\right) \qquad (۳)$$

$$V = \sum_i \left(m_i g h_i + \frac{1}{2} k x^{\,2}\right) \qquad (۴)$$

که در آن v سرعت مرکز جرم لینک (m/s)، ω سرعت زاویه‌ای عضو (rad/s)، m و I به‌ترتیب جرم و ممان اینرسی عضو موردنظر برحسب kg و $kg.m^2$، h ارتفاع مرکز جرم هر عضو از مبدأ پتانسیل (m)، k ثابت فنر (N/m)، و x تغییر طول فنر نسبت به طول آزاد (m) است. باید توجه داشت که فنر پای تکیه‌گاهی دارای طول آزاد می‌باشد و انرژی پتانسیل کشسانی ندارد. تابع لاگرانژین براساس انرژی‌های جنبشی و پتانسیل به‌صورت $L = T - V$ می‌باشد. از این عبارت برای تشکیل معادلهٔ لاگرانژ استفاده می‌شود.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \,,\ i = 1,2,3,4 \qquad (۵)$$

که q_i مؤلفهٔ i ام مختصات تعمیم‌یافته است و با فرض این‌که اصطکاک در مفاصل قابل چشم‌پوشی است نیروهای تعمیم‌یافتهٔ Q_i بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\delta w_i = \sum Q_i \delta q_i$$
$$Q_1 = u_1, Q_2 = 0, Q_3 = u_2, Q_4 = u_3 \qquad (۶)$$

پس از جاگذاری و حل معادلهٔ (۵) مدل دینامیکی به‌صورت کلی زیر به‌دست می‌آید.

$$[D_{ss}(q_{ss})]_{n\times n}[\ddot{q}_{ss}]_{n\times 1} + [C_{ss}(q_{ss},\dot{q}_{ss})]_{n\times 1} = [B_{ss}]_{n\times m}[u_{ss}]_{m\times 1} \qquad (۷)$$

در معادلهٔ فوق $\mathbf{D_{ss}(q_{ss})}$ ماتریس اینرسی است و $\mathbf{C_{ss}(q_{ss}.\dot{q}_{ss})}$ اثرات کوریولیس، گرانش و کشسان را شامل می‌شود. n تعداد درجات آزادی و m تعداد ورودی‌های کنترلی است که در این فاز $n = 4$ و $m = 3$ هستند. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به‌صورت $\mathbf{u_{ss}} = [u_1, u_3, u_4]^T$ است و ماتریس $\mathbf{B_{ss}}$ که از (۶) نتیجه می‌شود به‌صورت زیر است:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

بردار حالت به‌صورت $x_{ss} = [q_{ss}, \dot{q}_{ss}]^T$ تعریف می‌شود. در اینجا چهار معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ دوم حاصل از (۷) به‌صورت هشت معادلهٔ دیفرانسیل مرتبه اول نوشته می‌شود که معادلات حالت را تشکیل می‌دهند.

$$\dot{x}_{ss} = f_{ss}(x_{ss}) + g_{ss}(x_{ss})u \qquad (۹)$$

که در آن،

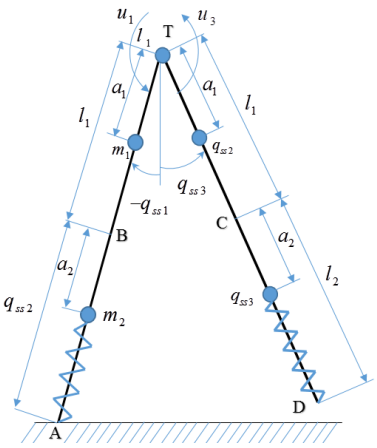
$$f_{ss}(x_{ss}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_{ss}(x_{ss}) \\ -D_{ss}^{-1}(x_{ss}).C_{ss}(x_{ss}) \end{bmatrix}$$
$$g_{ss}(x_{ss}) = \begin{bmatrix} 0_{n\times m} \\ D_{ss}^{-1}(x_{ss}).B_{ss} \end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$

حل این معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ اول با دستور **ode** متلب انجام می‌شود.

زیرفاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی بدون زانو. پس از آن‌که پای آونگی زانودار حرکت می‌کند و پای تکیه‌گاهی را رد می‌کند ساق پا هم‌راستای ران می‌شود و با یک درجه آزادی کمتر حرکت می‌کند تا به زمین برخورد کند. در این حالت مطابق شکل (۳) ربات دارای سه درجه آزادی و دو ورودی کنترلی $u_{ss} = [u_1, u_3]^T$ می‌باشد. فنر پای اونگی نیز دارای طول آزاد می‌باشد. انرژی‌های جنبشی و پتانسیل بااستفاده از (۳) نوشته می‌شود و بااستفاده از معادلهٔ لاگرانژ معادلات حرکت این زیرفاز به‌صورت معادلهٔ (۷) استخراج می‌شود که در آن $n = 3$ و $m = 2$ هستند. ماتریس B_{ss} نیز بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۱۱)$$

معادلهٔ حالت این زیرفاز نیز به فرم معادلهٔ (۹) استخراج می‌شود.



شکل ۳ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات با پای تلسکوپی فنری و پای آونگی بدون زانو

فاز دوتکیه‌گاهی. مدل ربات با پای تلسکوپی فنری در فاز دوتکیه‌گاهی دارای دو درجه آزادی است که پای مبنا با فرض مبدأ مختصات برروی کف پای نقطه‌ای همان پای تکیه‌گاهی در فاز تک‌تکیه‌گاهی است. در این شرایط حرکت پای جلو که به زمین لولا شده‌است وابسته به حرکت پای عقب یا پای مبنا است. بنابراین می‌توان ربات را با درنظر گرفتن مختصات تعمیم‌یافته برروی ران و ساق پای مبنا با دو درجه آزادی مدل‌سازی کرد. به‌جای استفاده از معادلات فاز تک‌تکیه‌گاهی با چهار درجه آزادی و دو معادلهٔ قید، به‌منظور سهولت استخراج معادلات حرکت و جلوگیری از محاسبات پیچیده از مدل دو درجه آزادی استفاده می‌شود. مختصات تعمیم‌یافتهٔ فاز دوتکیه‌گاهی و زوایای پای جلو به‌صورت نشان داده‌شده در شکل (٤) درنظر گرفته می‌شود. طول گام a نامیده می‌شود که فاصلهٔ پاها روی زمین در فاز دوتکیه‌گاهی است. این فاصله بااستفاده از شرایط انتهایی فاز تک‌تکیه‌گاهی معلوم است. فرض بر این است که تغییر طول فنر اثر بسیار کوچکی روی تغییر محل مرکز جرم لینک‌های دارای فنر بگذارد و از این اثر چشم‌پوشی می‌شود.

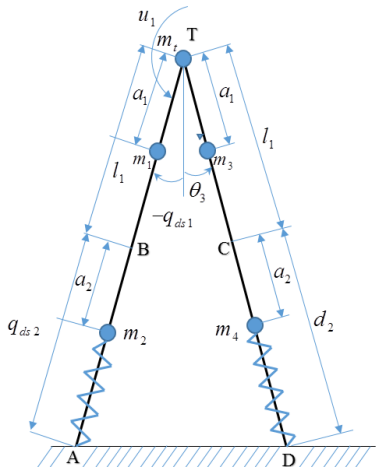
اگر مبدأ مختصات در نقطهٔ A در شکل (٤) درنظر گرفته‌شود مقادیر x_T و y_T برحسب مختصات تعمیم‌یافته $[\mathbf{q}_{ds}]_{2\times1}$ نوشته می‌شوند. برای محاسبهٔ زاویهٔ θ_3 و طول d_2 ساق پای جلو که وابسته به مختصات تعمیم‌یافته می‌باشد از مثلث تشکیل‌شده توسط پای جلو و زمین استفاده می‌شود. بدین ترتیب متغیرهای وابسته به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{a-(q_2+l_1)\sin(-q_1)}{(q_2+l_1)\cos(-q_1)}\right) \qquad (۱۲)$$

$$d_2 = \sqrt{\left((q_2+l_1)\cos(-q_1)\right)^2+\left(a-(q_2+l_1)\sin(-q_1)\right)^2}-l_1 \qquad (۱۳)$$

با داشتن مقادیر این متغیرها برحسب مختصات تعمیم‌یافتهٔ q_{ds1} و q_{ds2} معادلهٔ انرژی جنبشی و پتانسیل برحسب مختصات تعمیم‌یافته نوشته می‌شود و مدل دینامیکی سیستم دو درجه آزادی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید که در آن $n = 2$ و $m = 1$ است و $B_{ds} = [1 \quad 0]^T$.

$$[D_{ds}(q_{ds})]_{n\times n}[\ddot{q}_{ds}]_{n\times 1}+[C_{ds}(q_{ds},\dot{q}_{ds})]_{n\times 1} = [B_{ds}]_{n\times m}[u_{ds}]_{m\times 1} \quad (۱۴)$$



شکل ٤ فاز دوتکیه‌گاهی ربات با پای تلسکوپی فنری

رخداد برخورد. معادلهٔ برخورد بااستفاده از معادلهٔ ضربهٔ لاگرانژ به‌صورت زیر است:

$$D_{sswk}(q_{sswk}).(\dot{q}_{sswk}^{+}-\dot{q}_{sswk}^{-})=\hat{Q} \quad (۱۵)$$

که در آن D_{sswk} ماتریس اینرسی تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو است که از مدل دینامیکی به‌دست می‌آید. برای یافتن ضربهٔ تعمیم‌یافته $\hat{Q}$ از قانون کار مجازی استفاده می‌شود. نیروی ضربه‌ای $\hat{F}$ در نقطهٔ D که به زمین برخورد می‌کند وارد می‌شود که کار مجازی ناشی از آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}\delta w &= \hat{F}_x.\delta x_D+\hat{F}_y.\delta y_D \\ &= \sum_{i=1}^{4}(\hat{F}_x\frac{\partial x_D}{\partial q_i}+\hat{F}_y\frac{\partial y_D}{\partial q_i})\delta q_i \\ &= \sum_{i=1}^{4}\hat{Q}_i\delta q_i\end{aligned} \quad (۱۶)$$

همچنین در نقطهٔ A در این لحظه از زمین نیروی ضربه‌ای به ربات وارد می‌شود که به‌دلیل صفر بودن جابه‌جایی این نقطه با فرض اتصال لولایی آن به زمین کار مجازی آن صفر می‌شود.

چون ضربهٔ غیرالاستیک درنظر گرفته شده‌است سرعت‌ها به‌صورت آنی تغییر می‌یابند درحالی‌که زوایا همان لحظه تغییر نمی‌کنند و از آنجا که در مختصات درنظر گرفته‌شده پیکربندی ربات برای حالت دوتکیه‌گاهی تغییر می‌کند برخی مختصات هنگام برخورد پا به زمین تغییر می‌کند. این مختصات در لحظات قبل و بعد از برخورد پا به زمین به‌صورت زیر به‌هم تبدیل می‌شوند.

$$\begin{bmatrix}q_{ds1}^{+}\\ q_{ds2}^{+}\\ \theta_3^{+}\\ d_2^{+}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q_{sswk1}^{-}\\ q_{sswk2}^{-}\\ q_{sswk3}^{-}\\ l_2\end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

همچنین معادلهٔ قید موقعیت در لحظهٔ پس از برخورد به‌صورت زیر وجود دارد:

$$\theta_3^{+}=f_1(q_{ds}^{+}) \quad (۱۸)$$

که در عبارت فوق تابع $f_1(q_{ds}^{+})$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$f_1(q_{ds}^{+})=\tan^{-1}\left(\frac{a-l_1.\sin(-q_{ds1}^{+})-q_{ds2}^{+}.\sin(-q_{ds1}^{+})}{l_1.\cos(-q_{ds1}^{+})+q_{ds2}^{+}.\cos(q_{ds1}^{+})}\right) \quad (۱۹)$$

سرعت‌های لینک‌ها بعد از برخورد که جزء مجهولات مسئله هستند به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix}\dot{q}_{ds1}^{+}\\ \dot{q}_{ds2}^{+}\\ \dot{\theta}_3^{+}\\ \dot{d}_2^{+}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{q}_{sswk1}^{+}\\ \dot{q}_{sswk2}^{+}\\ \dot{q}_{sswk3}^{+}\\ \dot{q}_{sswk4}^{+}\end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

همچنین دو معادلهٔ قید سرعت در لحظهٔ پس از برخورد به‌صورت زیر وجود دارد:

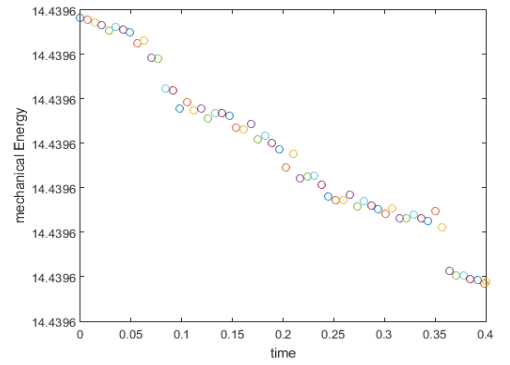
$$\dot{\theta}_3^+ = f_2(q_{sswk}^+, \dot{q}_{sswk}^+)$$
$$\dot{d}_2^+ = g_2(q_{sswk}^+, \dot{q}_{sswk}^+) \qquad (۲۱)$$

که در عبارات فوق f_2 و g_2 توابعی برحسب q_{sswk}^+ و $\dot{q}_{sswk}^+$ هست.

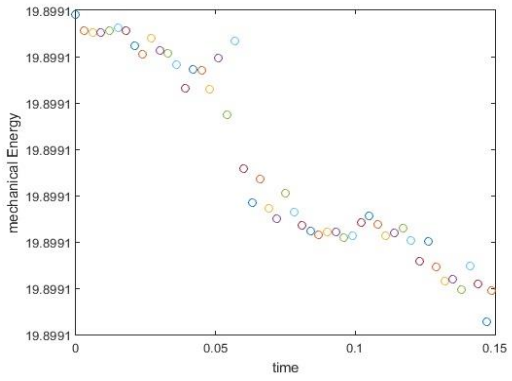
معادلات (۱۵، ۲۰ و ۲۱) دربرگیرندهٔ نه معادله و نه مجهول است که مجهولات عبارتند از: $\dot{q}_{sswk1}^+$، $\dot{q}_{sswk2}^+$، $\dot{q}_{sswk3}^+$، $\dot{q}_{sswk4}^+$، $\dot{q}_{ds1}^+$، $\dot{q}_{ds2}^+$، $\dot{d}_2^+$، $\hat{F}$، $\dot{\theta}_3^+$. از حل عددی این نه معادله بااستفاده از نرم‌افزار MATLAB، مجهولات برای استفاده در فاز بعد به‌دست می‌آیند. به‌منظور صحه‌گذاری معادلات برخورد می‌توان یک بار دیگر مدل برخورد را بااستفاده از پایستاری تکانهٔ خطی و زاویه‌ای لینک‌ها در جهت‌های به‌خصوص حین برخورد به‌دست آورد.

بررسی صحت معادلات استخراج‌شده. روشی که در این مرحله برای صحه‌گذاری معادلات دینامیکی به‌کار رفته‌است محاسبهٔ انرژی مکانیکی کل سیستم با ورودی کنترلی صفر است. درحالتی‌که ورودی به سیستم نداشته باشیم و با صرف‌نظر از نیروهای اصطکاکی درصورتی‌که تغییرات انرژی مکانیکی کل سیستم صفر نشود به این معنی است که معادلات استخراج‌شده غلط هستند ولی پایستارشدن انرژی مکانیکی می‌تواند تأییدی بر صحت معادلات استخراج‌شده باشد. مطابق شکل (۵) مشاهده می‌شود این تغییرات در هر دو فاز بسیار ناچیز هستند که آن هم به‌دلیل وجود خطای گرد کردن در محاسبات عددی است.

مدل گام راه‌رفتن. مدل دینامیکی راه‌رفتن ربات دوپا مطابق شکل (٦) شامل حل متوالی معادلات دینامیکی فوق است که از شرایط انتهای هر فاز شرایط اولیهٔ فاز بعدی به‌دست می‌آید.

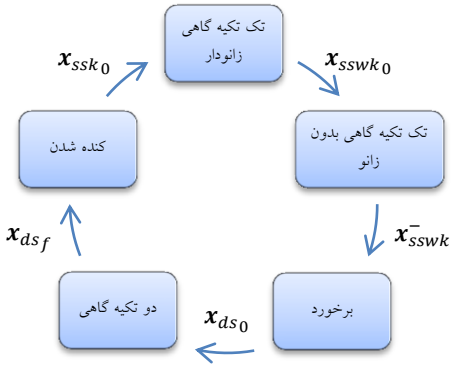


(الف)



(ب)

شکل ۵ انرژی مکانیکی کل سیستم ربات دوپای تلسکوپی فنری با ورودی صفر؛ (الف) در فاز تک‌تکیه‌گاهی، (ب) در فاز دوتکیه‌گاهی



شکل ٦ نمودار تبادل متغیرها بین فازهای راه‌رفتن

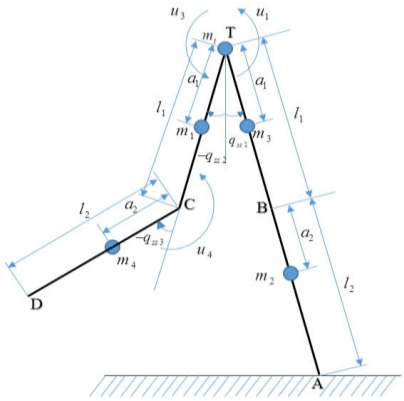
مدل ربات دوپای گام پرگاری زانودار

مدل ربات دوپای گام پرگاری برای ربات واقعی از لینک‌های صلب بدون فنر تشکیل شده‌است اما تفاوت

آن با مدل نظری این است که باید در مدل واقعی برای رد شدن و عدم سایش پای آونگی به زمین راه‌حلی اندیشیده شود. بنابراین تعداد درجات آزادی و زیرفازهای این مدل با مدل نظری متفاوت خواهد بود.

فاز تک‌تکیه‌گاهی. مشابه مدل قبلی، در فاز تکیه‌گاهی مدل ربات گام پرگاری نیز لازم است به‌منظور عدم سایش به زمین، زانوی پای آونگی خم شود و پس از رد شدن از پای تکیه‌گاهی دوباره صاف شود. بنابراین فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات به دو زیرفاز، یکی قبل از صاف شدن کامل زانوی پای آونگی و دیگری بعد از آن، تقسیم می‌شود که هر کدام مدل دینامیکی متفاوتی دارد.

زیرفاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی زانودار. برای مدل‌سازی این فاز مختصات تعمیم‌یافتهٔ ربات مطابق شکل (۷) انتخاب می‌شود. ربات در این زیرفاز دارای سه درجه آزادی و سه محرکه است. موقعیت مراکز جرم لینک‌ها را برحسب مختصات تعمیم‌یافته نوشته می‌شود و سپس عبارت انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و تابع لاگرانژین تشکیل می‌شود.



شکل ۷ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات گام پرگاری با پای آونگی زانودار

پس از نوشتن و جاگذاری انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در معادلهٔ لاگرانژ، مدل دینامیکی فاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی زانودار به‌صورت معادلهٔ (۷) با $n = 3$ و $m = 3$ به‌دست می‌آید. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به‌صورت $u_{ss} = [u_1, u_3, u_4]^T$ است و با فرض این‌که اصطکاک در مفاصل قابل چشم‌پوشی است ماتریس B_{ss} بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر است:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$

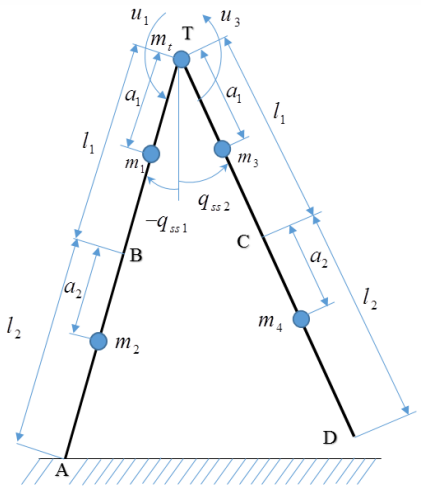
بردار حالت به‌صورت $x_{ss} = [q_{ss}. \dot{q}_{ss}]^T$ تعریف می‌شود. معادلات حالت به‌صورت (۹) نوشته می‌شود که شش معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ اول را تشکیل می‌دهند. حل این معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ اول با دستور ode45 متلب انجام می‌شود.

فاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی بدون زانو. هنگامی‌که پای زانودار حرکت می‌کند و به جلوی پای تکیه‌گاهی می‌رسد، ساق پا هم‌راستای ران می‌شود و پس از طی یک زمان محدود به زمین برخورد می‌کند. پیکربندی جدید این ربات به‌صورت نشان داده‌شده در شکل (۸) است. در این زیر فاز ربات دارای دو درجه آزادی و دو محرکه است. گشتاور u_1 و u_3 به‌ترتیب مربوط به موتور ران پای تکیه‌گاهی و ران پای آونگی می‌باشند.

معادلهٔ لاگرانژ، مدل دینامیکی فاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی بدون زانو به‌صورت معادلهٔ (۷) با $n = 2$ و $m = 2$ به‌دست می‌آید. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به‌صورت $u_{ss} = [u_1, u_3]^T$ است و ماتریس B_{ss} بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$B_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۲۳)$$

معادلات حالت نیز به‌صورت چهار معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ اول به‌شکل (۹) نوشته می‌شود.



شکل ۸ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات گام پرگاری بدون زانو

برخورد. هنگامی‌که پای آونگی ربات در حالت تک‌تکیه‌گاهی حرکت می‌کند و به جلو می‌آید و با زمین برخورد می‌کند و این لحظه درست لحظه‌ای است که حالت تک‌تکیه‌گاهی به دوتکیه‌گاهی تبدیل می‌شود. هنگام برخورد پای آونگی به زمین نیروهایی به کف پای نقطه‌ای ربات وارد می‌شود که این باعث تغییراتی در سرعت‌ها و به‌سبب آن در مومنتوم لینک‌ها می‌شود. بنابراین باید این تغییرات ایجادشده در سرعت‌ها که به متغیرهای حالت فاز بعدی تبدیل می‌شود محاسبه شوند و در مدل‌سازی اعمال شوند. اگر زاویهٔ بین دوپای ربات را ϕ درنظر گرفته شود که جهت آن از پای تکیه‌گاهی به‌سمت پای آونگی است و θ زاویهٔ بین خط عمود و پای تکیه‌گاهی باشد، باتوجه به این‌که المان متغیری نظیر فنر در هیچ‌یک از پاها وجود ندارد، برخورد زمانی اتفاق می‌افتد که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\phi(t)-2\theta(t)=0 \qquad (۲۴)$$

در برخورد پا در نقطهٔ برخورد ضربه‌ای به پای آونگی وارد می‌شود. البته در اینجا به‌گونه‌ای درنظر گرفته می شود که پای عقب در لحظهٔ برخورد پای جلو به زمین، بدون این‌که برخوردی با زمین داشته باشد و ضربه‌ای از ناحیهٔ آن به ربات وارد شود زمین را ترک می‌کند. با صرف‌نظر از نیروهای غیرضربه‌ای واردشونده به پاشنه در محل برخورد پا به زمین، مومنتوم زاویه‌ای در طول زمان برخورد به دو صورت پایستار است:

۱. برای کل مکانیزم حول نقطهٔ برخورد پای آونگی با زمین.
۲. برای پای تکیه‌گاهی قبل از برخورد (پای آونگی بعد از برخورد) حول نقطهٔ لگن.

روابط حاصل از پایستاری مومنتوم زاویه‌ای به رابطهٔ زیر که معادلهٔ جهش نام دارد می‌انجامد [20- 22]:

$$\begin{bmatrix}\theta\\ \dot\theta\\ \phi\\ \dot\phi\end{bmatrix}^{+}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & \cos 2\theta\\ -2 & 0\\ 0 & \cos 2\theta(1-\cos 2\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \dot\theta\end{bmatrix}^{-} \qquad (۲۵)$$

همچنین در نقطهٔ A در این لحظه از زمین نیروی ضربه‌ای به ربات وارد می‌شود که به‌دلیل صفر بودن جابه‌جایی این نقطه با فرض اتصال لولایی آن به زمین کار مجازی آن صفر می‌شود. برای صحه‌گذاری معادلات برخورد این بخش نیز می‌توان معادلات برخورد را یک بار دیگر به روش لاگرانژ مشابه مدل ربات با پای تلسکوپی فنری به‌دست آورد.

چون ضربهٔ غیرالاستیک درنظر گرفته شده‌است سرعت‌ها به‌صورت آنی تغییر می‌یابند درحالی‌که زوایا همان لحظه تغییر نمی‌کنند و از آنجا که در مختصات درنظر گرفته‌شده پیکربندی ربات برای حالت دوتکیه‌گاهی تغییر می‌کند برخی مختصات هنگام برخورد پا به زمین تغییر می‌کند.

انرژی مصرفی ربات. انرژی مصرف‌شده برای یک مکانیزم با درنظر گرفتن بازدهی کامل برای موتورها به‌صورت زیر نوشته می‌شود [23].

$$W = \sum_{i=1}^{m} \int_0^{t_{step}} \left| \dot{\theta}_i \, u_i \right| dt \qquad (۲۶)$$

که در این عبارت m تعداد موتورها، u_i مقادیر گشتاور موتورها، $\dot{\theta}_i$ مقدار سرعت زاویه‌ای موتور مربوط و t_{step} نیز زمان یک قدم راه‌رفتن می‌باشد که شامل فاز تک‌تکیه‌گاهی و دوتکیه‌گاهی می‌شود. هزینهٔ انتقال (COT) با محاسبهٔ انرژی مصرف‌شده به‌ازای واحد وزن و واحد مسافت طی‌شده، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [28].

$$COT = \frac{W_{total}}{m_{total} . g . a} \qquad (۲۷)$$

که در این عبارت m_{total} مجموع جرم اعضای به‌کار رفته در بدنهٔ ربات و a طول قدم ربات است.

طرح‌ریزی گام راه‌رفتن بهینه

شرایط اولیه در چگونگی حرکت ربات تأثیر بسیار زیادی دارد چراکه علاوه‌بر این‌که شروع حل عددی معادلات دیفرانسیل مرحلهٔ اول از این نقاط است و مراحل بعدی نیز متأثر از جواب‌های این مرحله تا آخر می‌باشند. موتورهای مفاصل نیز باید به‌گونه‌ای تنظیم شوند که حرکت صحیح را برطبق وضعیت ربات ایجاد کنند و ربات را برای برداشتن گام یاری دهند.

پارامترها و تابع هدف بهینه‌سازی مکانیزم‌های مختلف ربات. راه‌رفتن بهینهٔ پایا ازجمله اهداف مهم طراحی ربات‌های دوپا است. در این پژوهش دو هدف درنظر گرفته شد که یکی از آنها گشتاور در نقاط میانی با میان‌یابی خطی به دست می‌آید. این بردار به‌عنوان مثال برای مدل ربات گام پرگاری به‌صورت زیر است.

$$\begin{aligned} OP = [& xss_1, xss_2, xss_3, xss_4, \\ & \dot{x}ss_1, \dot{x}ss_2, \dot{x}ss_3, \dot{x}ss_4, \\ & Uss_{11}, Uss_{12}, Uss_{13}, Uss_{14}, \\ & Uss_{21}, Uss_{22}, Uss_{23}, Uss_{24}, \\ & Uss_{31}, Uss_{32}, Uss_{33}, Uss_{34}, \\ & Uds_{11}, Uds_{12}, Uds_{13}, Uds_{14}, \\ & Uds_{21}, Uds_{22}, Uds_{23}, Uds_{24}] \end{aligned} \qquad (۲۸)$$

در این معادله، به‌عنوان مثال عبارت Uss_{13} نشانگر سومین نقطهٔ تابع گشتاور موتور شمارهٔ ۱ در مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی است. بازهٔ زمانی هر فاز را به تعداد مشخصی (٤ یا ٥) نقطهٔ گسسته تقسیم می‌شود و گشتاور نقاط به‌صورت خطی برحسب زمان به‌هم وصل می‌شوند. اندیس ss نشان‌دهندهٔ فاز تک‌تکیه‌گاهی و ds نیز مرحلهٔ دوتکیه‌گاهی است.

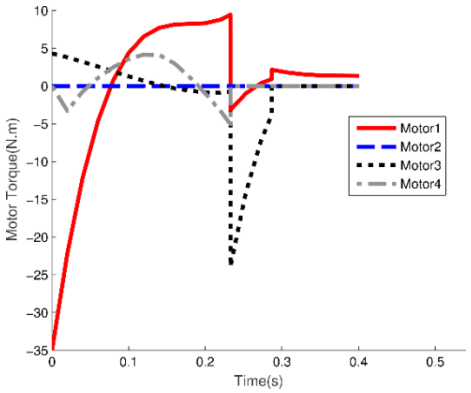
برای طرح‌ریزی گام بهینه یک مسئلهٔ بهینه‌سازی مقید مطابق (۲۹) حل می‌شود که تابع هدف آن هزینهٔ انتقال (COT) با پارامترهای OP است و قید آن صفرشدن خطای بردار حالت فاز تک‌تکیه‌گاهی در ابتدای دو قدم متوالی است. در هر تکرار بهینه‌سازی بااستفاده از پارامترهای OP جاری، معادلات دینامیکی سیستم حل می‌شوند و کار مکانیکی موتورها و خطای حالت دو قدم متوالی پیدا می‌شوند. سپس پارامترها به‌نحوی تغییر داده می‌شوند که مقادیر تابع هدف و قید کمتر شوند. برای بهینه‌سازی از دستور fmincon متلب استفاده می‌شود که برپایهٔ روش نیوتنی است و برای این مسئلهٔ غیرخطی دارای گسستگی، کارایی بهتری نسبت به روش‌هایی نظیر الگوریتم ژنتیک دارا است.

$$\begin{aligned} \min \quad & COT(OP) \\ subject\ to \quad & \boldsymbol{x}_{ss0}(1) - \boldsymbol{x}_{ss0}(0) = 0 \end{aligned} \qquad (۲۹)$$

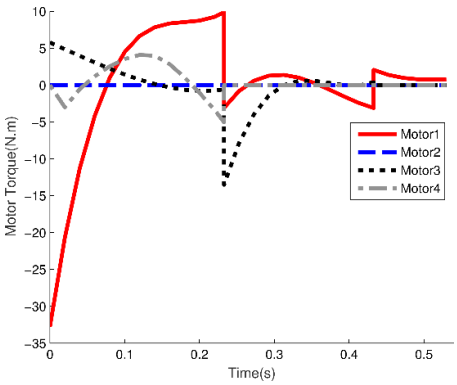
بهینه‌سازی گام راه‌رفتن مدل ربات با پای تلسکوپی فنری. تابع هدف بهینه‌سازی عددی مجموع تابع

مصرف انرژی و توابع جریمه است. مقدار این تابع در بهینه‌سازی روندی نزولی طی می‌کند و به یک گام بهینهٔ متناوب همگرا می‌شود. شکل (۹) چگونگی تغییرات گشتاورها در اولین و ششمین بهینه‌سازی متوالی گام راه‌رفتن ربات دوپای تلسکوپی فنری را نشان می‌دهند. گشتاور موتور چهارم که ساق پای آونگی را حمل می‌کند تغییرات اندکی دارد و گشتاور موتور دوم نیز به‌دلیل قفل‌بودن زانو صفر است. روند گشتاور موتور ران پای تکیه‌گاهی در تک‌تکیه‌گاهی در مرحلهٔ اول از بهینه‌سازی دست‌خوش تغییر نمی‌شود ولی در مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی زانودار رفته‌رفته زمان افزایش می‌یابد که این برای تنظیم سرعت نوسان فنر برای قرارگیری پا روی زمین است. موتور ران پای آونگی (موتور شمارهٔ ۳) با افزایش زمان مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو بیشینهٔ گشتاور این موتور مقدار کمی کاهش می‌یابد که این می‌تواند ناشی از فرصت‌یافتن آن برای رساندن پا به محل موردنظر باشد.

نمودار شکل (۱۰) تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال ربات و نرخ تغییرات در سرعت خطی را در طول چند مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که در طول بهینه‌سازی نرخ تغییرات سرعت خطی درجهت محور x ثابت مانده‌است. باتوجه به غیرخطی بودن فازها و ابعاد بالای مدل دینامیکی، بهینه‌سازی در هر مرحله (با حدود ۱۰۰ تکرار) به یک مینیمم محلی همگرا می‌شود. برای حل این مشکل از مراحل بهینه‌سازی متعدد استفاده می‌کنیم که شرایط اولیهٔ هر مرحله از شرایط نهایی بهینه‌سازی قبلی گرفته می‌شود تا زمانی‌که جواب به تلرانس موردنظر برسد. خط‌چین در شکل (۱۰) نشان‌دهندهٔ تغییرات خطا است که با انجام ٦ بار بهینه‌سازی متوالی به صفر میل کرده‌است.

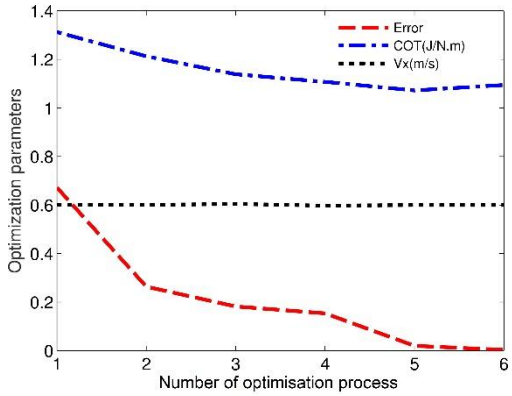


(الف)



(ب)

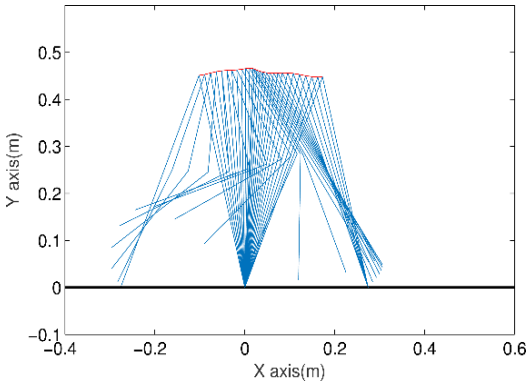
شکل ۹ تغییرات گشتاور موتورها در (الف) اولین و (ب) ششمین مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات تلسکوپی فنردار



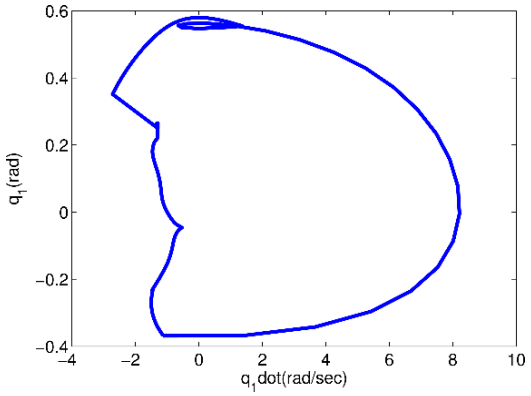
شکل ۱۰ تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال و سرعت خطی در شش مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات دوپای تلسکوپی فنردار

نمودار COT (خط نقطه) نیز در حال کاهش است ولی چون پیکربندی ربات تا حالتی‌که بتواند به‌طور متناوب گام بردارد فاصلهٔ زیادی دارد ضریب خطا در تابع خطا بزرگ‌تر از تابع هزینه انتخاب می‌شود. علت

زیاد شدن هزینه در انتهای بهینه‌سازی احتمالاً فشار وارد بر موتورها برای رعایت قیدهای تعیین‌شده توسط توابع جریمه است.



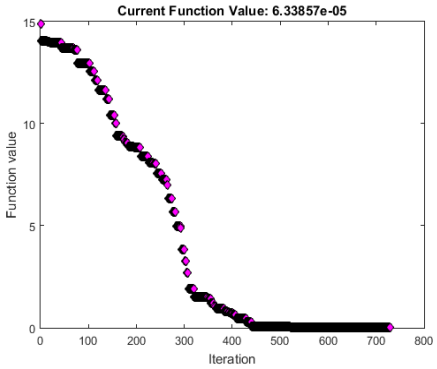
شکل ۱۱ دیاگرام میله‌ای یک گام کامل راه‌رفتن ربات تلسکوپی فنردار



شکل ۱۲ چرخهٔ حدی ران پای مدل ربات تلسکوپی فنری

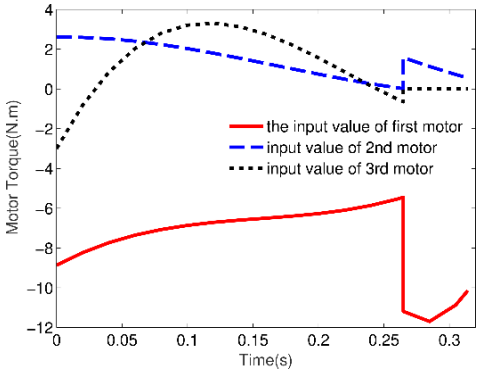
استیک دیاگرام حرکت این ربات مطابق شکل (۱۱) یک گام راه‌رفتن متناوب را نشان می‌دهد. چرخهٔ حدی حرکت ران پای ۱ در شکل (۱۲) نشان داده‌شده‌است که در یک نقطه گسستگی بسیار کوچکی را نشان می‌دهد که نشانگر دقت قابل‌قبول حرکت این ربات در طول یک گام است.

بهینه‌سازی گام راه‌رفتن مدل ربات با پای پرگاری زانودار. تابع هدف بهینه‌سازی این مدل نیز مجموع تابع مصرف انرژی و توابع جریمه است. مقدار این تابع در بهینه‌سازی روندی نزولی طی می‌کند. نمودار هم‌گرا شدن تابع خطای حالت دو گام متوالی در شکل (۱۳) آورده شده‌است.

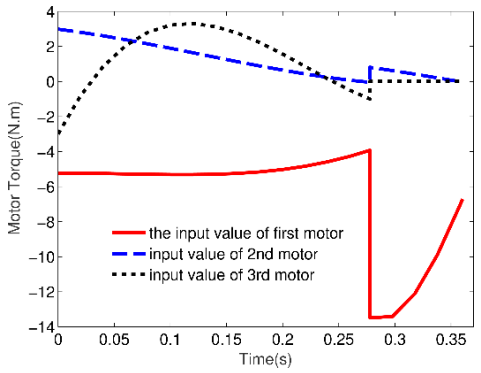


شکل ۱۳ کاهش تابع هدف و جریمه در بهینه‌سازی عددی گام ربات پرگاری زانودار

سیر تغییرات گشتاور موتورها درطی مراحل بهینه‌سازی متوالی در شکل (۱٤) نشان داده شده‌است. این نمودارها نشان می‌دهد برای موتورهای ران و ساق پای آونگی در مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی، در طول بهینه‌سازی تغییر محسوسی نداشته‌اند. عمدهٔ تغییرات در بهینه‌سازی گام این مدل در گشتاور موتور پای تکیه‌گاهی اتفاق افتاده‌است. با شروع بهینه‌سازی گشتاور در حدود ۹ نیوتون متر مربوط به نمودار اول است، رفته‌رفته کاهش می‌یابد تا جایی که در نمودار سوم به ٦ و در نمودار چهارم به حدود ۵ نیوتون متر می‌رسد. محدودهٔ تغییرات گشتاور در طول فاز تک‌تکیه‌گاهی کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال در نمودار اول از حدود ۹ نیوتون متر در شروع فاز به حدود ۵ نیوتون متر در انتهای فاز می‌رسد و این تغییرات در نمودار آخر از حدود ۵/۵ به ٤ نیوتون متر می‌رسد. برای فاز تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو علاوه‌بر افزایش زمان طی مرحله، افزایش گشتاور نیز مشاهده می‌شود. این تغییرات برای موتور شمارهٔ ۳ که حامل ران پای آونگی است کاهش گشتاور ورودی اولیه از حدود ۲ نیوتون متر در نمودار اول به حدود ۱ نیوتون متر در نمودار آخر و کاهش محدودهٔ تغییرات همراه با افزایش زمان نیز به‌وضوح قابل‌مشاهده است.



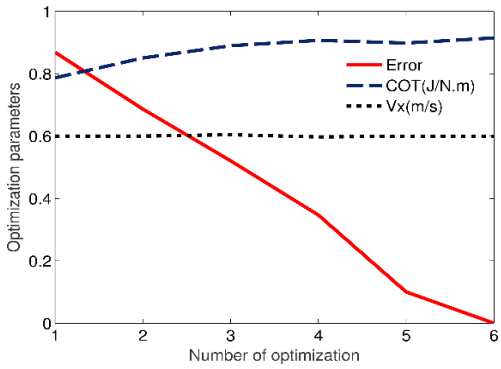
(الف)



(ب)

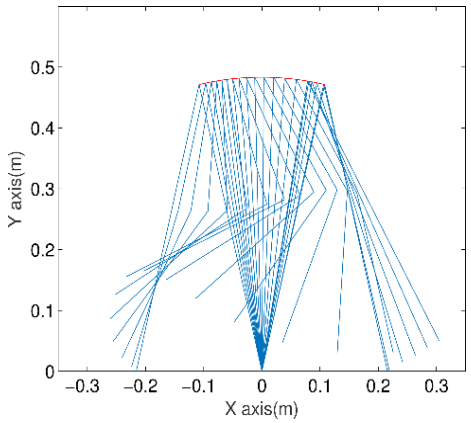
شکل ١٤ تغییرات گشتاور موتورها در (الف) اولین و (ب) ششمین مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات گام پرگاری زانودار

نمودار شکل (١٥) تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال و سرعت پیشروی ربات را در طول چند مرحلهٔ بهینه‌سازی به‌طور مجزا نشان می‌دهد. این نمودار نیز نشان می‌دهد که در طول بهینه‌سازی نرخ تغییرات سرعت خطی درجهت محور x ثابت مانده‌است. خط قرمز در نمودار فوق نشان‌دهندهٔ تغییرات خطا است که با اعمال ٦ بار بهینه‌سازی کاهش یافته‌است. نمودار COT (خط چین پهن) نیز در حال افزایش است ولی چون پیکربندی ربات تا حالتی که بتواند به‌طور متناوب گام بردارد فاصلهٔ زیادی دارد ضریب خطا در تابع هدف بزرگ‌تر از تابع هزینه است. در این مدل از ربات دوپا، عموماً فرض می‌شود که پای آونگی بدون برخورد با زمین حرکت می‌کند و به جلو می‌رود و این خلاف واقع است ولی در این پژوهش برای پای آونگی حرکتی واقعی درنظر گرفته شده‌است که در آن ربات زانوی پای خود را خم می‌کنند و به جلو می‌آورد. علت زیاد بودن هزینه از یک طرف خم‌شدن زانوی پای آونگی برای برخورد نکردن با زمین و از طرفی احتمالاً فشار وارد بر موتورها برای رعایت خطوط قرمز تعیین‌شده توسط توابع جریمه است.

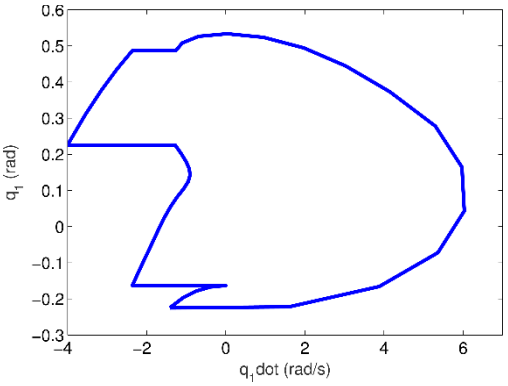


شکل ١٥ تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال و سرعت خطی در شش مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات گام پرگاری زانودار

استیک دیاگرام حرکت این ربات به‌صورت نشان داده‌شده در شکل (١٦) است. چرخهٔ حدی ران پای ١ این ربات در یک گام کامل راه‌رفتن به‌صورت شکل (١٧) می‌باشد. چرخهٔ حدی بالا نشان می‌دهد که رابط پس از یک گام کامل به محل اصلی خود برمی‌گردد و خطای درنظر گرفته‌شده برای آن بسیار ناچیز و تقریباً صفر است.



شکل ١٦ دیاگرام میله‌ای یک گام کامل راه‌رفتن ربات پرگاری زانودار



شکل ۱۷ چرخهٔ حدی ران پای مدل ربات پرگاری زانودار

مقایسهٔ مدل‌ها و کارایی مکانیزم‌های مختلف. هزینهٔ انتقال دربرگیرندهٔ تبدیل انرژی به کار است و از دیگر مزایای آن این است که مصرف انرژی را به‌سادگی قابل اندازه‌گیری می‌کند. برای همین در مقالات مختلف عموماً این پارامتر برای مقایسه و سنجش کارایی ربات‌های مختلف استفاده می‌شود [24]. راه‌رفتن با مدل‌های بررسی‌شده در این پژوهش دارای هزینه‌های مختلف بوده‌است. کل جرم ربات 4.0766 کیلوگرم است که سرعت 0.6 متر بر ثانیه برای همهٔ مدل‌ها منظور شده‌است. باتوجه به این‌که تمام مدل‌ها در حد امکان بهینه‌سازی شده و به‌لحاظ خطا و هزینهٔ انتقال، کاهش قابل‌توجهی در آنها اعمال شده‌است، مقدار این خطا و هزینهٔ انتقال آنها متفاوت است. برای ربات تلسکوپی فنری، مقدار خطا در آخرین مرحله به 0.0032 هم‌گرا شده‌است، درحالی‌که مقدار هزینه برای آن 1.0945 J/Nm است. برای مدل پرگاری زانودار درحالی‌که مقدار خطا به 6×10^{-5} رسیده‌است، هزینهٔ انتقال آن 0.9146 J/Nm می‌باشد. اطلاعات مربوط به مدل‌ها درخصوص هزینه و خطا در جدول (۱) آمده‌است.

درصورتی‌که هدف تناوب گام بدون درنظرگرفتن هزینه باشد ربات پرگاری زانودار نسبت به تلسکوپی فنری دارای خطای تناوب کمتری است. علت این‌که خطای ربات پرگاری از مدل دیگر کمتر است عدم وجود جزء متغیر و غیر قابل‌کنترل نظیر فنر در آن است. این نکته که کل پیکربندی ربات در مدل‌های فنردار زیرفعال یا تحریک ناقص هستند بسیار حائز اهمیت است. این مدل ربات دوپا به‌خاطر نبود موتور در مفصل کشویی ساق پا یک درجهٔ آزادی بیشتر از تعداد موتورها دارد. مدل ربات گام پرگاری در فاز تک‌تکیه‌گاهی دارای تعداد محرکه‌ها و درجات آزادی برابر است و بنابراین سیستم دارای تحریک کامل است. از طرفی در مدل فنردار، موتوری برای کنترل دقیق مفصل تلسکوپی وجود ندارد و موتورها به‌طور غیرمستقیم برروی تغییرشکل فنرها و سرعت تغییرشکل آنها اثر می‌گذارند و این کار بهینه‌سازی را به‌منظور کاهش خطا بسیار سخت می‌کند چرا که اثر تغییر پارامترهای بهینه‌سازی روی تابع خطا بسیار کم و گاهی بدون اثر است. دویدن مدل تلسکوپی فنری به‌صورتی است که وقتی پای جلوی ربات به زمین برخورد کند نیروهای اینرسی و گرانش و ضربهٔ ناشی از برخورد به فنر منتقل می‌شود و فنر با جذب این نیروها، بدنهٔ ربات را از روی تکیه‌گاه عبور می‌دهد و با به‌کارگیری نیروی جذب‌شده قسمت زیادی از نیروی لازم برای شروع فاز پرواز را تأمین می‌کند و این عمل در کاهش هزینهٔ انتقال اثر بسیار زیادی دارد. ولی در راه‌رفتن، چون تغییر طول فنرها آن‌قدر نیست که فنر بتواند بار ربات را به‌تنهایی بر دوش بگیرد و تغییر طول فنر می‌تواند هدردهندهٔ انرژی موتورها باشد و از طرفی نیروی جذب‌شده برای فاز بعدی گام نیز می‌تواند غیرمفید باشد و باعث اختلال حرکت ربات شود، وجود فنر اثر منفی در هزینهٔ انتقال می‌گذارد و کارایی مدل را کاهش می‌دهد. بنابراین همان‌طور که اشاره شد و انتظار می‌رفت باید خطای مدل تلسکوپی فنردار از پرگاری زانودار بیشتر و هزینهٔ انتقال هم بیشتر باشد که همان‌گونه که در جدول (۱) مشاهده می‌شود این امر اتفاق افتاده‌است. علت بیشتر بودن هزینه در ربات تلسکوپی فنری (با سختی فنر موجود) نسبت‌به پرگاری

وجود المان متغیر و زحمت زیاد موتورها برای تنظیم لینک‌ها و سرعت‌ها برای کاهش خطا است. در استیک دیاگرام این ربات در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود که چه‌قدر طول فاز تک‌تکیه‌گاهی در حالت بدون زانو افزایش داشته‌است تا دقیقاً بتواند سرعت باز و بسته شدن فنرها را کنترل کند.

هزینهٔ انتقال برای راه‌رفتن انسان و ربات‌های دوپای ساخته‌شدهٔ قبلی و مرتبط با موضوع این پژوهش در جدول (۱) آمده‌است.

جدول ۱ مقایسهٔ هزینهٔ انتقال، سرعت و خطای گام مدل‌های این پژوهش با ربات‌های دیگر

مدل ربات دوپا	COT $(J.N^{-1}m^{-1})$	مقدار تابع خطا	سرعت خطی (m/s)
تلسکوپی فنری	1.0945	3.2×10^{-3}	0.6
پرگاری زانودار	0.9146	6×10^{-5}	0.6
انسان [25]	0.3	–	–
ربات دوپای آنو [26]	0.11	–	0.275
ربات آسیمو [27]	3.2	–	–
ربات دلف [28]	5.3	–	–
ربات کرنل [28]	0.28	–	–
ربات اتریاس [29]	1.0	-	-

انسان با بهره‌گیری از ماهیچه مصرف انرژی بسیار کمتری نسبت به تمام ربات‌های مشابه ساخته‌شدهٔ فعلی دارد. ربات دوپای آنو و همکاران [26] با بهره‌گیری از تنها یک موتور در مفصل لگن برای هر پا و حرکت غیرفعال زانوها به هزینهٔ انتقال ۰/۱۱ دست یافته‌است، اما ربات‌های دوپای نیمه‌فعال دارای محدودیت حرکت روی سطوح شیب‌دار هستند. جدیدترین ربات شرکت هوندا، آسیمو [27] که یک ربات تحریک کامل با درجات آزادی متعدد می‌باشد هزینهٔ حمل ۳/۲ و بالاتر نسبت به این تحقیق دارد. ربات دوپای دلف [28] نیز به‌دلیل استفاده از محرکه‌های پنوماتیکی هزینهٔ انتقال ۵/۳ دارد که حتی بالاتر از آسیمو است. ربات دوپای کرنل [28] نیز یک ربات نیمه‌فعال با ترکیبی از مفاصل فعال و غیرفعال می‌باشد که هزینهٔ حمل ۰/۲۱ دارد و از ربات آنو کم‌بازده‌تر است. ربات ATRIAS که یک ربات فعال دارای فنرهای موازی با موتورها است دارای هزینهٔ انتقال ۱/۰ می‌باشد. در این پژوهش هزینهٔ انتقال برای ربات تلسکوپی فنری ۱/۰۹ و برای گام پرگاری زانودار ۰/۹۱ به‌دست آمده‌است که از ربات‌های نیمه‌فعال بیشتر است اما نسبت به اکثر ربات‌های فعال کمتر است. در مدل پرگاری ایده‌آل با هزینهٔ انتقال پایین فرض می‌شود پا هنگام عبور با زمین برخورد ندارد اما گام طرح‌ریزی‌شده در این پژوهش با خم‌شدن زانوی پای آونگی شرایط ربات واقعی شبیه‌سازی می‌شود که به‌تبع آن هزینهٔ حمل بالاتر می‌رود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل‌هایی از یک ربات دوپای واقعی مورد بررسی قرار گرفتند. این مدل‌ها عبارت‌اند از ربات دوپای تلسکوپی فنری و پرگاری زانودار. همهٔ فازهای راه‌رفتن مدل ربات ۵ لینکی زانودار بدون فنر مدل‌سازی شد و صحت مدل‌سازی بررسی گردید. شرایط اولیه و موتورها با سعی‌وخطا تنظیم شد و توانست یک گام راه برود. به‌منظور بالا بردن کارایی، توابعی به‌عنوان هدف بهینه‌سازی و توابعی به‌عنوان جریمه، به‌منظور حفظ پیکربندی صحیح آن حین راه‌رفتن، برای آن تعیین شد. سپس با بهینه‌سازی کامپیوتری، خطای گام و هزینهٔ انتقال به‌میزان بسیار زیادی کاهش یافت. یک مدل که در این پژوهش به آن پرداخته شد مدل تلسکوپی فنری زانودار بود که پای تکیه‌گاهی آن دارای مفصل کشویی فنری است و پای آونگی برای عدم سایش به زمین زانودار است. این مدل که در هنگام دویدن مقدار زیادی از انرژی موتورها را به‌کمک فنر موجود در پای تکیه‌گاهی کاهش می‌دهد، در راه‌رفتن برخلاف انتظار کارایی

کمتری نسبت به مدل بدون فنر داشت؛ زیرا وجود فنر، با ایجاد بی‌نظمی در حرکت و هدردادن انرژی موتورها باعث افزایش هزینهٔ حمل می‌شود. به‌علاوه درنظرگرفتن زانو برای پای آونگی و خم‌کردن زانو و جلوبردن پای آونگی به‌صورت واقعی هزینهٔ انتقال را افزایش می‌دهد. مدل دیگر، ربات پرگاری زانودار بود که تفاوت آن با مراجع دیگر این است که در اینجا برای پای آونگی زانویی درنظر گرفته شده بود که هنگام عبور، آن را خم کند و حرکت پاها درست مطابق واقعیت باشد. همین امر باعث افزایش هزینهٔ انتقال در این ربات نسبت‌به ربات‌های پرگاری مدل‌سازی‌شده توسط دیگر محققان شده‌است.

آن‌چه در این پژوهش انجام شد، درنظرگرفتن دو نوع مکانیزم عملی برمبنای دو مدل نظری مشهور (آونگ وارون فنری و گام پرگاری) برای یک ربات واقعی و ایجاد حرکت‌های راه‌رفتن سازگار با واقعیت است که موجب بالا بردن کارایی گام راه‌رفتن بشود. درنهایت مدل‌ها با یکدیگر و دیگر مراجع مقایسه شده‌اند؛ اگرچه این امر در بعضی قسمت‌ها موجب فاصله‌گرفتن نتایج این پژوهش با نتایج سایر مدل‌ها در مراجع دیگر شد ولی موجب اطمینان از واقعی‌بودن نتایج و پرهیز از ساده‌سازی‌های بیش از حد به‌منظور گرفتن نتایج بهتر شد. هرچند مقدار کمی خطا در گام‌های متناوب وجود داشت که این مقدار ناچیز می‌تواند در عمل و هنگام پیاده‌سازی اثر زیادی نداشته باشد. به‌عنوان پیشنهادات برای کارهای آینده می‌توان به انجام طرح‌ریزی گام مدل ربات زانودار اشاره کرد. همچنین می‌توان اثر تغییر ضریب فنریت در بهینگی گام‌ها و نیز اثر وجود اصطکاک در مفاصل را بررسی نمود.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از شرکت پارس نوآور نفت آب سهند بابت ساخت قعطات و مونتاژ ربات TARMER تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

1. Geyer, H., Seyfarth, A. and Blickhan, R., "Compliant Leg Behaviour Explains Basic Dynamics of Walking and Running", *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, Vol. 273, No. 1603, pp. 2861-2867, (2006).
2. Rummel, J., Blum, Y. and Seyfarth, A., "Robust and Efficient Walking with Spring-like Legs", *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 5, No. 4, pp. 046004, (2010).
3. Visser, L.C., Stramigioli, S. and Carloni R., "Control Strategy for Energy-efficient Bipedal Walking with Variable Leg Stiffness", *in Proceeding of IEEE Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5644-5649, (2013).
4. McGeer, T., "Passive Dynamic Walking", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62-82, (1990).
5. McGeer, T., "Dynamics and Control of Bipedal Locomotion", *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 163, No. 3, pp. 277-314, (1993).
6. Hao, Z., Fujimoto, K. and Hayakawa, Y., "Approximate Solutions to the Hamilton-Jacobi Equations for Generating Functions: The General Cost Function Case", *in Proceeding of 9th IEEE Asian Control Conference (ASCC)*, Istanbul, Turkey, pp. 1-6, (2013).
7. Bauer, F., Römer, U., Fidlin, A. and Seemann, W., "Optimization of Energy Efficiency of Walking Bipedal Robots by Use of Elastic Couplings in the Form of Mechanical Springs", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 83, No. 3, pp. 1275-1301, (2015).

8. Kai, T. and Shibata, T., "Gait Generation for the Compass-Type Biped Robot on General Irregular Grounds Via a New Blending Method of Discrete Mechanics and Nonlinear optimization", *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Vol. 26, No. 5, pp. 484-492, (2015).
9. Rostami, M. and Bessonnet, G., "Sagittal Gait of a Biped Robot During the Single Support Phase. Part 2: Optimal Motion", *Robotica*, Vol. 19, No. 03, pp. 241-253, (2001).
10. Saidouni, T. and Bessonnet, G., "Generating Globally Optimised Sagittal Gait Cycles of a Biped Robot", *Robotica*, Vol. 21, No. 02, pp. 199-210, (2003).
11. Chen, D., Fujimoto, K. and Suzuki, T., "Optimal Gait Generation of Constrained Compass Biped Robot Via Generating Function Approach", *in Proceeding of 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, Hangzhou, China, pp. 626-631, (2015).
12. Srinivasan, M. and Ruina A., "Computer Optimization of a Minimal Biped Model Discovers Walking and Running", *Nature*, Vol. 439, No. 7072, pp. 72-75, (2006).
13. Rokbani, N. and Alimi, A.M., "IK-PSO, PSO Inverse Kinematics Solver with Application to Biped Gait Generation", *International Journal of Computer Applications*, Vol. 58, No. 22, pp. 33-39, (2012).
14. John, A.D.K. and Rebula, R., "The Cost of Leg Forces in Bipedal Locomotion: A Simple Optimization Study", *PLoS ONE*, Vol. 10, No. 2, (2015).
15. Adolfsson, J., Dankowicz, H. and Nordmark, A., "3D Passive Walkers: Finding Periodic Gaits in the Presence of Discontinuities", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 24, No. 2, pp. 205-229, (2001).
16. Millard, M., Kubica, E. and McPhee, J., "Forward Dynamic Human Gait Simulation Using a SLIP Target Model", *Procedia IUTAM*, Vol. 2, pp. 142-157, (2011).
17. Shimmyo, S., Sato, T. and Ohnishi, K., "Biped Walking Pattern Generation by Using Preview Control Based on Three-Mass Model", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 60, No. 11, pp. 5137-5147, (2013).
18. Martin, A.E. and Schmiedeler, J.P., "Predicting Human Walking Gaits with a Simple Planar Model", *Journal of Biomechanics*, Vol. 47, No. 6, pp. 1416-1421, (2014).
19. Gamus, B. and Or, Y., "Dynamic Bipedal Walking under Stick-slip Transitions", *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 609-642, (2015).
20. Garcia, M., Chatterjee, A., Ruina, A. and Coleman, M., "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 120, No. 2, pp. 281-288, (1998).
21. Kuo, A.D., "Energetics of Actively Powered Locomotion Using the Simplest Walking Model", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 124, No. 1, pp. 113-120, (2001).
22. Yosofvand, M., Beigzadeh, B. and Davaei Markazi, A.H., "Analysis of Stable Period-one Gait of a Planner Passive Biped with Elastic Links", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 312-320, (2016).
23. Dadashzadeh, B., Mahjoob, M., Nikkhah Bahrami, M. and Macnab, C., "Stable Active Running of a Planar Biped Robot Using Poincare Map Control", Advanced Robotics, Vol. 28, No. 4, pp. 231-244, (2014).
24. Sellers, W.I., Cain, G.M., Wang, W. and Crompton, R.H., "Stride Lengths, Speed and Energy Costs in Walking of Australopithecus Afarensis Using Evolutionary Robotics to predict Locomotion of Early Human Ancestors", *Journal of The Royal Society Interface*, Vol. 2, No. 5, pp. 431-441, (2005).
25. Donelan, J.M., Kram, R. and Kuo, A.D., "Mechanical Work for Step-to-step Transitions is a Major Determinant of the Metabolic Cost of Human Walking", *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 23, pp. 3717-3727, (2002).

26. Ono, K., Furuichi, T. and Takahashi, R., "Self-excited Walking of a Biped Mechanism with Feet", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 23, No. 1, pp. 55-68, (2004).
27. Sakagami, Y., Watanabe, R., Aoyama, C., Matsunaga, S., Higaki, N. and Fujimura, K., "The Intelligent ASIMO: System Overview and Integration", *in Proceeding of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 2478-2483, (2002).
28. Collins, S., Ruina, A., Tedrake, R. and Wisse, M., "Efficient Bipedal Robots based on Passive-dynamic Walkers", *Science*, Vol. 307, No. 5712, pp. 1082-1085, (2005).
29. Griffin, B. and Grizzle, J., "Nonholonomic Virtual Constraints and Gait Optimization for Robust Walking Control", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 36, Issue 8, (2017).

بررسی تجربی تأثیر زبری سطح بر تشکیل برفک روی استوانه*

بهروز بهروزی[۱] حسن بصیرت تبریزی[۲] ابراهیم دامنگیر[۳]

چکیده *تشکیل برفک اثرات مهمی در بسیاری از زمینه‌ها ازجمله صنعت تبرید، تهویهٔ مطبوع، حمل‌ونقل هوایی و غیره دارد. هنگامی‌که هوای مرطوب نزدیک سطح سرد به زیر دمای انجماد آب برسد برفک تشکیل می‌شود. تشکیل برفک پدیدهٔ پیچیده‌ای است که انواع مکانیزم-های انتقال حرارت و جرم به‌طور هم‌زمان درحال وقوع است. در این کار به‌صورت تجربی، تأثیر زبری بر تشکیل برفک در استوانهٔ افقی تحت جریان جابه‌جایی اجباری مورد بررسی قرار گرفته‌است. برای ایجاد جریان اجباری از تونل باد استفاده شده‌است. نتایج نشان می‌دهد، ضخامت برفک در پشت استوانه بیشینه و در جلوی استوانه کمینه می‌باشد. با ایجاد زبری بیشتر روی سطح میزان ضخامت برفک بیشتر می‌شود و هرچه سطح زبر ایجادشده دارای ضریب انتقال حرارت بیشتری باشد میزان ضخامت برفک بیشتر خواهد بود.*

واژه‌های کلیدی استوانهٔ سرد، انتقال حرارت و جرم، برفک، جابه‌جایی اجباری، زبری دیواره.

Experimental Study of Wall Roughness Effects on the Frost Formation over a Cylinder

B. Behroozi H. Basirat Tabrizi E. Damangir

Abstract *Frost formation has important effects on many fields, such as refrigeration industry, air-conditioning, aviation, etc. The frost develops when a humid air contacts with a cooler surface at its freezing point. Frost formation is a complicated transient phenomenon in which a variety of heat and mass transfer mechanisms are taking place simultaneously. In this work, effect of roughness on frost formation over horizontal cylinder in force convection conditions was investigated experimentally. For creating the force flow field, a wind tunnel was used. Results indicated that the frost thickness behind the cylinder is at the maximum and in the front of cylinder is in the minimum. Further increasing of the wall roughness, result in the frost thickness increases and increasing the thermal conductivity coefficient of rough surface, increases the frost thickness too.*

Key Words Cold cylinder; Heat and mass transfer; Frost; Force convection; Wall roughness.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۱/۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۱۲/۱۱ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران.

bbehroozi@mail.kntu.ac.ir

(۲) استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران.

(۳) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران.

مقدمه

تشکیل برفک پدیدهٔ متداولی در مبدل‌های حرارتی در محیط سرد محسوب می‌شود. هنگامی‌که هوای مرطوب نزدیک سطح سرد به دمای زیر دمای انجماد آب برسد برفک تشکیل می‌گردد [1]. وجود برفک کم و بیش مشکلاتی را ایجاد می‌کند؛ ازجمله در مبدل‌های هوایی گرچه عملکرد حرارتی مبدل در مراحل اولیهٔ تشکیل برفک به‌دلیل افزایش سطح انتقال حرارت به‌میزان کمی افزایش می‌یابد ولی با گذشت زمان نه‌تنها این مشخصه از بین می‌رود، بلکه برفک به‌عنوان یک عایق حرارتی بین سطح سرد و جریان آزاد هوا عمل می‌نماید و مشخصه‌های انتقال حرارت را به‌شدت کاهش می‌دهد [2].

تشکیل برفک در وسیله‌های حمل‌ونقل نیز اثرهای قابل‌توجهی دارد. تشکیل برفک برروی بال‌های هواپیما وضعیت آیرودینامیکی آن را تغییر می‌دهد و اثر نامطلوبی بر حرکت هواپیما دارد. این معضل در صنعت حمل‌ونقل ریلی نیز وجود دارد که با یخ‌زدگی سوپاپ‌های ترمز سبب بروز مشکل در کنترل قطار می‌گردد و نیز در بزرگراه‌ها با یخ‌زدن سطح جاده موجب لغزندگی سطح می‌شود [3].

کارهای اولیه درزمینهٔ مرحلهٔ جوانه‌زنی برفک توسط فلچر [4] انجام گردید و مرحله‌های تشکیل برفک را به دو مرحلهٔ جوانه‌زنی و رشد کریستالی برفک تقسیم کرد. پروسهٔ جوانه‌زنی نیازمند آن است که جوانه‌ها بر انرژی گیپس تغییر فاز غلبه کنند و این زمانی رخ می‌دهد که جزء بخار در حالت فوق‌اشباع باشد. ساندرز [5] تحقیق‌های خود را برروی علت عدم یکنواختی تشکیل برفک روی سطح متمرکز کرد و بیان نمود که ناهماهنگی انرژی سطح، بر تشکیل اولیهٔ برفک اثرگذار است. راجو و شریف [6] به‌صورت تحلیلی تشکیل برفک و انتقال حرارت را در یک کانال دایروی بررسی کردند. آنها روابطی را برای به‌دست آوردن ضرایب مختلف ازجمله ضخامت برفک و چگالی برفک ارائه دادند. جواب‌های آنها به‌شدت به رابطهٔ ارائه‌شده برای چگالی وابسته بود و این امر دقت کار را کاهش می‌داد. امینی و همکاران [7] به بررسی تجربی جابه‌جایی طبیعی تشکیل برفک در مبدل لوله- پره با دمای 10-، 15- و 20- پرداختند. آنها برای شرایط محیطی مختلف، ضخامت و چگالی برفک را برحسب زمان به‌دست آوردند. چن و همکاران [8] به بررسی تجربی جابه‌جایی طبیعی تشکیل برفک در فشار پایین پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد که فشار محیط نقش مؤثری بر تشکیل برفک دارد. کاهش فشار محیط باعث تأخیر در تشکیل برفک می‌شود و هرچه فشار کاهش یابد، کریستال‌های اولیهٔ تشکیل برفک شکل منظم‌تری به‌خود می‌گیرند.

کیم و همکاران [9] به بررسی میکروسکوپی مراحل اولیهٔ تشکیل برفک برروی سطح آب‌گریز پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد با افزایش زاویهٔ تماس سطح، ارتفاع کریستال‌های اولیهٔ برفک بیشتر می‌شود و همچنین قطر کریستال و چگالی برفک کاهش می‌یابد. همچنین آنها رابطهٔ همبستگی برای تشکیل برفک ارائه کردند. لیو و همکاران [10] به بررسی تشکیل برفک روی سطح سرد کرایوژنیک در شرایط جابه‌جایی طبیعی پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد اولین کریستال‌های برفک برای سطح کرایوژنیک در دمای سطح کمتر از 165- درجهٔ سانتی‌گراد رخ می‌دهد. جانگ و همکاران [11] به بررسی تجربی تأثیر هوای محیط و ذرات درون آن بر تشکیل برفک روی سطح صاف سرد پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد هرچه غلظت ذرات بیشتر باشد، ضخامت برفک و ارتفاع کریستال‌های تشکیل‌شده بیشتر می‌شود.

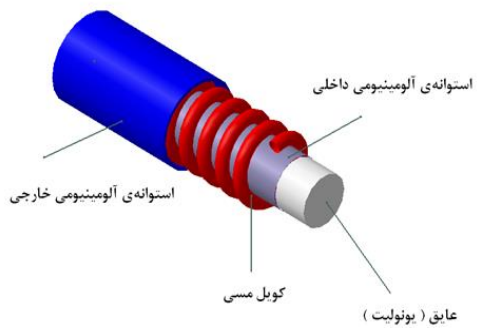
در این تحقیق به بررسی تجربی تأثیر زبری سطح برروی ضخامت برفک پرداخته شده‌است. همان‌گونه که در مقالات ذکر شده‌است، بیشتر تحقیقات برروی جریان طبیعی انجام شده و مطالعات کمی برروی

تشکیل برفک در جریان اجباری در تونل باد انجام گرفته‌است. در این مطالعه جریان اجباری ایجادشده در تونل باد و با درنظر گرفتن زبری سطح که در مقالات پیشینیان به آن نپرداخته‌اند، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بیان مسئله

در این تحقیق دمای سطح استوانه 14.6- درجهٔ سانتی‌گراد، دمای هوای محیط 25 درجهٔ سانتی‌گراد، رطوبت نسبی 45 درصد و سرعت جریان ورودی 0.3 متر بر ثانیه درنظر گرفته شده‌است و ضخامت برفک در بالا، جلو و پشت استوانه برای سطح صاف، سطح فولادی و سطح برنجی با زبری متفاوت بررسی شده‌است.

شرح دستگاه آزمایش. هستهٔ اصلی این آزمایش را یک تبخیرکننده به‌شکل استوانه تشکیل می‌دهد (شکل‌های ۱ و ۲). تبخیرکننده 35 متر لولهٔ مسی نمرهٔ 8 می‌باشد و به دمای کمینهٔ 40- درجهٔ سانتی‌گراد می‌رسد. تمام اندازه‌های دیگر دستگاه تابع شکل و اندازهٔ تبخیرکننده است. مبرد مناسب استفاده‌شده برای شرایط این آزمایش، گاز R502 می‌باشد که باتوجه به خاص بودن گاز تنها یک نوع کمپرسور ($\frac{3}{4}$ hp دانفوس (Danfus) ساخت آلمان غربی) سازگار با این گاز استفاده شده‌است (شکل ۳).



شکل ۱ شماتیک سه‌بعدی استوانهٔ تبخیرکننده


شکل ۲ نمایی از استوانه (تبخیرکننده)

همان‌گونه که در شکل (۳) نیز قابل مشاهده است، مبرد داغ خروجی از کمپرسور از سمت بالای چگالنده وارد می‌شود و پس‌از طی مسیر از سمت پایین چگالنده خارج می‌گردد. مبرد پس از خروج از چگالنده به حالت مایع مادون سرد می‌باشد. در اینجا برای افت فشار و دمای مبرد، آن را از یک وسیلهٔ اختناق عبور می‌دهند. این وسیله می‌تواند یک شیر انبساط و یا یک لولهٔ موئین با طول زیاد باشد. لولهٔ موئین معمولاً در سیستم‌های با کمینه دمای 15- درجهٔ سانتی‌گراد استفاده می‌شود؛ اما در سیستم‌هایی که نیاز به دمای کمتری دارند از شیر انبساط استفاده می‌شود. شیر انبساط در مسیر مبرد خروجی از چگالنده قرار می‌گیرد. دهانهٔ اریفیس شیر انبساط، به دو ترتیب قابل کنترل است. یکی بااستفاده از یک پیچ دستی که در بیرون شیر قرار دارد و برای تنظیم توان عبور دهی مبرد (و درنتیجه توان سیستم) استفاده می‌شود و دیگری به‌وسیلهٔ اکولایزر.


شکل ۳ شماتیک کمپرسور و کندانسور

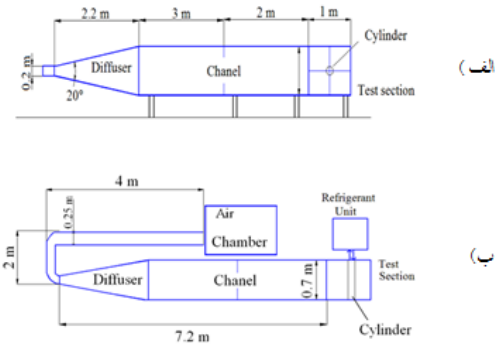
اکولایزر یک ترموستات است که سر حسگر آن را در جای مناسب قرار می‌دهند. (در اینجا به ابتدای لولهٔ خروجی تبخیرکننده وصل شده‌است.) در موقع کار کردن سیستم، این قسمت با حس کردن سرمای محل قرارگیری خود، می‌تواند پیام بسته شدن یا باز شدن کامل را به اریفیس بدهد. با این کار دبی جریان مبرد به درون تبخیرکننده و درنتیجه سرمای آن قابل کنترل است. مسیر خروجی شیر انبساط به درون تبخیرکننده قرار دارد.

تونل باد. برای ایجاد جریان اجباری از تونل باد استفاده شده‌است. تونل باد از چهار قسمت اصلی تشکیل می‌شود:

- بخش تست و محل قرارگیری استوانهٔ مورد آزمایش، کانال‌ها و نازل، محفظهٔ کنترل جریان و وسیله‌های اندازه‌گیری.
- بخش تست و محل قرارگیری استوانهٔ مورد آزمایش

طول استوانهٔ مورد بررسی 70 سانتی‌متر و قطر آن 15.6 سانتی‌متر می‌باشد. بخش تست که استوانهٔ مورد بررسی در آن قرار دارد، دارای عمق، ارتفاع و طول به‌ترتیب 70، 90 و 80 سانتی‌متر است (شکل ۲). این قسمت از یک اسکلت از جنس نبشی آهنی ساخته شده و در کف آن ورق گالوانیزه قرار گرفته‌است. در سه سمت دیگر آن برای سهولت در دید از ورقه‌های پلکسی گلاس استفاده شده‌است. همچنین برای دسترسی آسان به استوانه و نصب وسایل اندازه‌گیری، یک سمت آن دری لولادار درنظر گرفته شده‌است.

کانال‌ها و نازل. باتوجه به این‌که این مجموعه (استوانه و بخش تست) باید به کانال موجود در آزمایشگاه انرژی متصل گردد تا سیرکولاسیون هوا صورت گیرد ساخت کانال صورت گرفت. طول این کانال 5 متر و سطح مقطع آن 90 در 70 سانتی‌متر می‌باشد. این کانال از اسکلتی از نبشی آهنی و با بدنه‌ای از ورق گالوانیزه ساخته شده‌است (شکل ٤- الف). همچنین یک دیفیوزر با زاویهٔ 10 درجه و طول 2.2 متر به کانال اولیه اضافه شده‌است (شکل ٤- الف). برای جلوگیری از ورود مستقیم جریان از فن به درون کانال، بااستفاده از یک کانال به‌شکل U به‌طول 2 متر و سطح مقطع 20 در 25 و اتصال یک سر آن به دیفیوزر و سر دیگر آن به یک کانال 4 متری با سطح مقطع 20 در 25 (این کانال به‌صورت موازی با کانال بزرگتر نصب شده‌است نه به‌صورت سری) و اتصال مجموعهٔ فن به آنها، تا حد فوق‌العاده زیادی از ورود نوسان‌های فن به درون کانال جلوگیری شد و جریان درون کانال به یکنواختی لازم رسید (شکل ٤- ب).



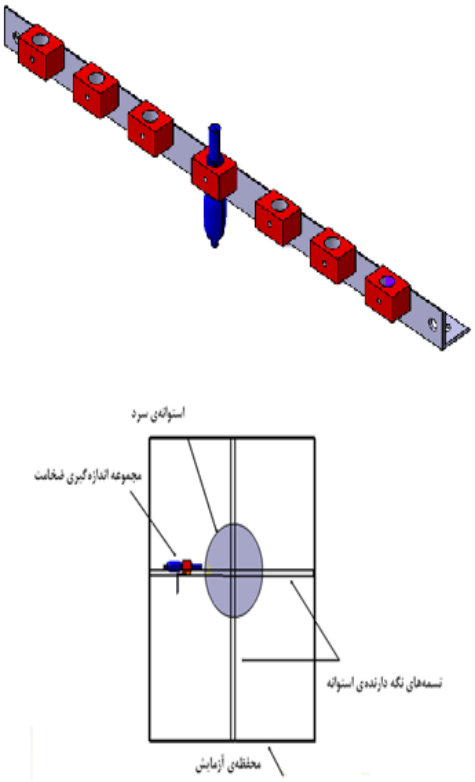
شکل ٤ الف) نمای روبه‌روی دستگاه تونل باد،
ب) نمای بالای دستگاه تونل باد

محفظهٔ کنترل جریان. برای تولید جریان با شرایط ورودی‌های دلخواه از یک محفظهٔ مکعبی استفاده شده‌است که درون آن یک فن با توان 1.5 اسب بخار و تک‌فاز قرار دارد. برای ایجاد رطوبت مورد نیاز در جریان اجباری هوای مرطوب از یک لولهٔ پلاستیکی که دارای منفذهای بسیار ریز می‌باشد استفاده شده‌است.

وسایل اندازه‌گیری. در انجام آزمایش‌های مربوط به رشد برفک، پارامترهای گوناگونی وجود دارد که برخی از آنها مثل سرعت هوا باید پیش از شروع آزمایش

تنظیم شوند و در طول آزمایش دیگر نیازی به کنترل ندارند. در این آزمایش اندازه‌گیری سرعت جریان هوا توسط یک سرعت‌سنج توربینی انجام شده‌است.

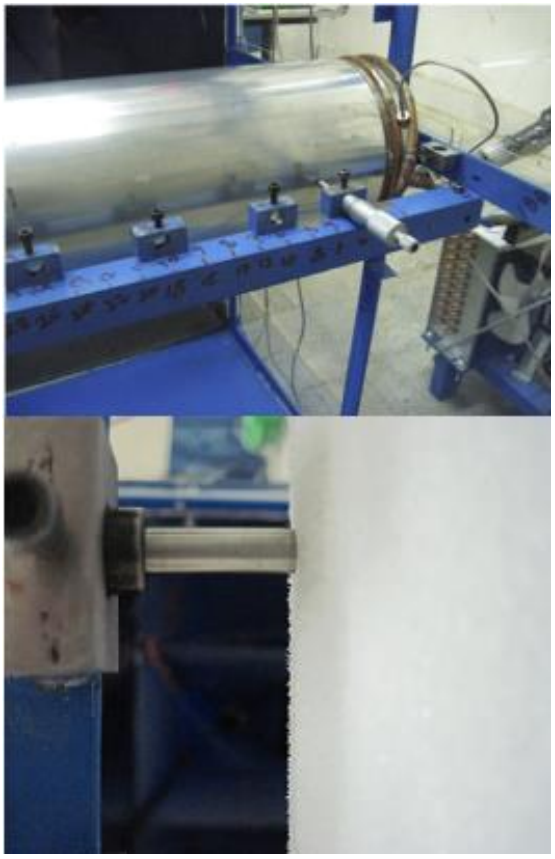
ضخامت برفک. برای اندازه‌گیری ضخامت برفک در ابتدا و قبل از برفک زدن سطح استوانه، عمق‌سنج با دقت ± 0.01 mm برروی نبشی (نگه‌دارندهٔ عمق‌سنج) در جای خود ثابت می‌شود و فاصلهٔ نبشی از سطح استوانه خوانده می‌شود (شکل ۵ وسیلهٔ اندازه‌گیری ساخته‌شده برای اندازه‌گیری ضخامت برفک و محل قرارگیری آن را نشان می‌دهد و شکل ٦ نحوهٔ اندازه‌گیری ضخامت برفک را نشان می‌دهد). سپس نبشی برداشته می‌شود و بعد از روشن شدن دستگاه و پس‌از طی زمان مطلوب دوباره نبشی گذاشته می‌شود و فاصلهٔ نبشی از سطح برفک دوباره خوانده می‌شود. با کم کردن این دو عدد از یکدیگر ضخامت برفک به‌دست می‌آید.



شکل ۵ وسیلهٔ اندازه‌گیری ضخامت برفک و محل قرارگیری آن

برای این‌که دمای سر عمق‌سنج با دمای برفک هم‌اندازه باشد و سر عمق‌سنج سبب ذوب شدن برفک نشود، در طی انجام آزمایش، عمق‌سنج برروی صلیب طوری قرار می‌گیرد که سر آن برروی استوانهٔ سرد قرار گیرد و دمای آن با سطح سرد به تعادل برسد.

به‌علاوه برای این‌که لحظهٔ مماس شدن سر عمق‌سنج با برفک‌ها به‌خوبی دیده شود، از یک عدد ذره‌بین با بزرگ‌نمایی مناسب استفاده شده‌است تا بتوان به‌خوبی این لحظه را دید.



شکل ٦ نحوهٔ اندازه‌گیری ضخامت برفک

رطوبت نسبی هوا. رطوبت نسبی هوای مرطوب توسط یک رطوبت‌سنج دیجیتالی با دقت 1 درصد اندازه‌گیری شده‌است.

دمای استوانه و هوا. برروی استوانه به‌جز درجهٔ حرارت، گرادیان دما درراستای طول استوانه و گرادیان

دما درراستای محیطی باید اندازه‌گیری شود.

برای اندازه‌گیری دمای هوای ورودی نیز از ترموکوپل نوع k استفاده شده‌است که دقت 0.1 درجهٔ سانتی‌گراد دارد. اندازه‌گیری دما درراستای محیطی، توسط چهار پروب در یک مقطع و در چهار زاویهٔ اصلی از نقطهٔ سکون برروی سطح ثابت می‌شوند و بعد از نیم ساعت از شروع به کار سیستم تبرید، ترمومتر برروی حالت داده‌برداری خودکار قرار می‌گیرد تا هم تغییر دما درطی زمان و هم درراستای محیطی را ذخیره کند. تغییر درطی زمان دارای نوسان‌های بسیار کم با دامنهٔ 0.2 درجه است. این عمل در چهار مقطع انجام شد که نتیجهٔ آن بسیار مشابه با مقطع اولیه بود. برای اثبات تکرار پذیر بودن این رفتار، این عمل سه دفعه تکرار شد که همبستگی مناسبی بین داده‌ها مشاهده شد. استفاده از ژل سیلیکون به این علت است که این ژل دارای ضریب هدایت حرارتی بسیار بالا می‌باشد و خطای کمی را در اندازه‌گیری ایجاد می‌کند. همچنین از حرکت سر پروب می‌تواند جلوگیری کند.

بررسی پارامترهای مؤثر برای اندازه‌گیری. معادلات انرژی و انتقال جرم استفاده شده مطابق رابطهٔ (۱ و ۲) می‌باشد [2].

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u_i\frac{\partial T}{\partial x_i}=\frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \qquad (۱)$$

$$\rho_a\frac{\partial \omega_a}{\partial t}+\rho_a u_i\frac{\partial \omega_a}{\partial x_i}=\rho_a D\frac{\partial^2 \omega_a}{\partial x_i^2} \qquad (۲)$$

بااستفاده از رابطهٔ (۳)، روابط (۱ و ۲) به‌صورت بدون بعد مطابق رابطهٔ (٤ و ٥) می‌باشد.

$$y_f^*=\frac{y_f}{d},T_p^*=\frac{T_{pipe}}{T_{tp}},T_a^*=\frac{T_{air}}{T_{tp}},T_{fs}^*=\frac{T_{air}-T_{fs}}{T_{air}-T_{pipe}} \qquad (۳)$$

$$\frac{\partial T_a^*}{\partial Fo}+(\mathrm{Re.Pr})u_i^*\frac{\partial T_a^*}{\partial x_i^*}=\frac{\partial^2 T_a^*}{\partial x_i^{*2}} \qquad (٤)$$

$$\frac{\partial \omega_a}{\partial Fo}+(\mathrm{Re.Pr})u_i^*\frac{\partial \omega_a}{\partial x_i^*}=\frac{1}{Le}\frac{\partial^2 \omega_a}{\partial x_i^{*2}}=\frac{Pr}{Sc}\frac{\partial^2 \omega_a}{\partial x_i^{*2}} \qquad (٥)$$

که در معادلهٔ (٥) فرض می‌شود که عدد لویس ثابت باشد [2].

مطابق معادلات (٥-١) در جریان اجباری هوای مرطوب، ضخامت برفک تابعی از متغیرهای بی‌بعد زیر می‌باشد [2].

$$\delta=f(\mathrm{Re},\mathrm{Fo},\omega_{air},T_a^*,T_p^*) \qquad (٦)$$

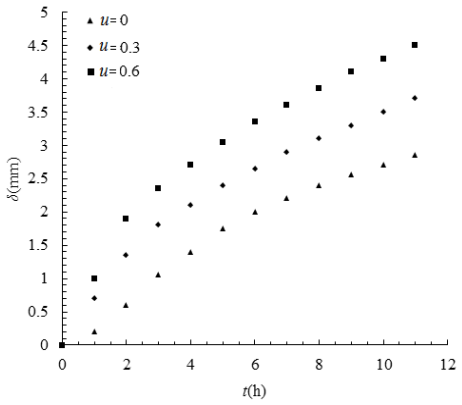
که در آن، δ ضخامت برفک برحسب mm، Re عدد رینولدز ($\mathrm{Re}=\frac{ud}{\nu}$)، Fo عدد فوریه ($Fo=\frac{\alpha t}{d^2}$)، ω_{air} نسبت رطوبت، T_a^* دمای بی‌بعد هوا ($T_a^*=\frac{T_a+273.15}{T_{tp}}$)، T_p^* دمای بی‌بعد استوانه ($T_p^*=\frac{T_p+273.15}{T_{tp}}$) می‌باشد.

درنتیجه باتوجه به رابطهٔ (٦) پارامترهای اندازه‌گیری مؤثر ضخامت برفک، دمای سطح، دمای محیط، رطوبت هوا، ظرفیت گرمایی و سرعت هوای محیط می‌باشد.

بررسی نتایج

درابتدا تأثیر سرعت برروی ضخامت برفک برای سطح صاف و سپس تأثیر دمای سطح بر ضخامت برفک برای سطح زبر فولادی با تعداد مش 50 بررسی می‌شود و پس‌از آن تأثیر سطح فولادی با زبری متفاوت بر ضخامت برفک مورد مطالعه قرار می‌گیرد و درانتها به بررسی تأثیر جنس سطح زبر برروی ضخامت برفک پرداخته می‌شود.

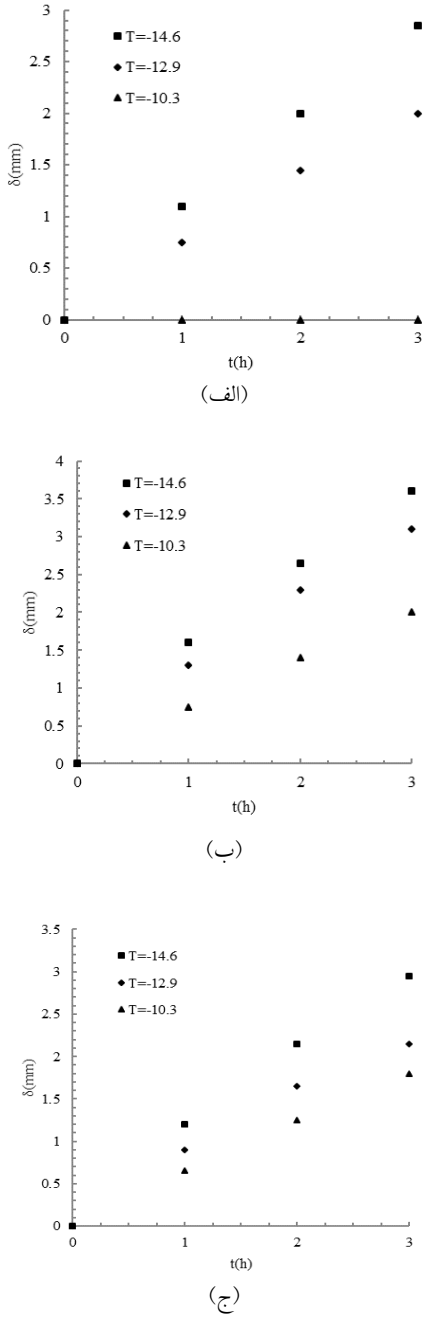
مطابق شکل (۷) با افزایش سرعت، عدد رینولدز و ضریب‌های انتقال حرارت و جرم نیز افزایش می‌یابد و با زیاد شدن انتقال جرم، مقدار رشد برفک نیز زیاد و ضخامت برفک زیاد می‌گردد.



شکل ۷ ضخامت برفک در جلوی استوانه برای دمای سطح 14.6- درجه سانتیگراد، رطوبت نسبی 36 درصد، دمای هوای 17 درجهٔ سانتی‌گراد و سرعت هوای متفاوت

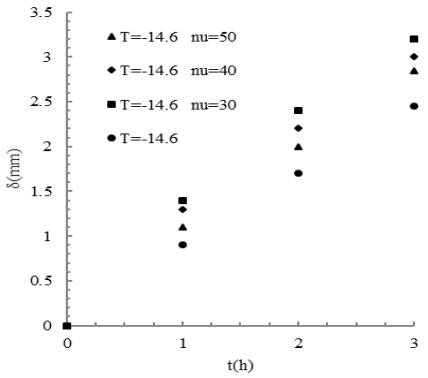
شکل (۸-الف-ج) میزان ضخامت برفک را به‌ترتیب در جلو، پشت و بالای استوانه برای سطح فولادی دارای زبری با تعداد مش 50 و دمای سطح 14.6-، 12.9- و 10.3- درجه سانتیگراد نشان می‌دهد. مطابق شکل (۸) در دمای 10.3- برفک در جلوی استوانه به‌دلیل برخورد مستقیم هوا با سطح استوانه تشکیل نمی‌شود و با کاهش دمای سطح ضخامت برفک افزایش می‌یابد. در پشت و بالای استوانه در سه دمای مورد بررسی برفک تشکیل می‌شود و با کاهش دما ضخامت برفک افزایش می‌یابد. ضخامت برفک در پشت استوانه بیشینه و در جلوی استوانه کمینه است.

شکل (۹- الف-ج) میزان ضخامت برفک را به‌ترتیب در جلو، پشت و بالای استوانه برای سطح فولادی دارای زبری با تعداد مش 50، 40، 30 و سطح صاف نشان می‌دهد.

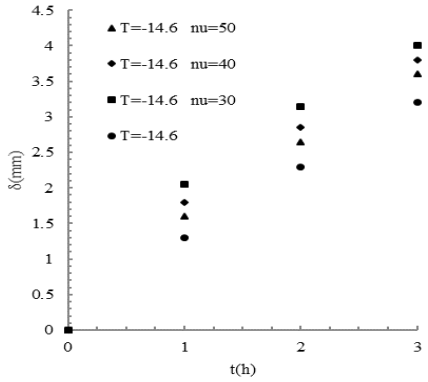


شکل ۸ میزان ضخامت برفک برای دمای سطح مختلف و برای سطح فولادی دارای زبری با تعداد مش 50 در (الف) جلوی استوانه، (ب) پشت استوانه و (ج) بالای استوانه

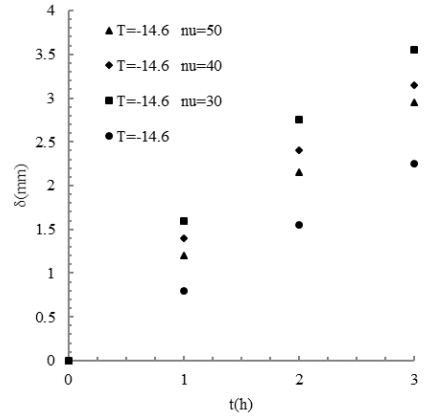
مطابق شکل (۹) هرچه تعداد شبکهٔ سطح افزایش یابد یا به‌عبارتی زبری سطح کاهش یابد، ضخامت برفک کاهش می‌یابد که این نتیجه برای جلو، بالا و پشت استوانه مشابه می‌باشد و همچنین سطح صاف دارای کمترین ضخامت است.



(الف)



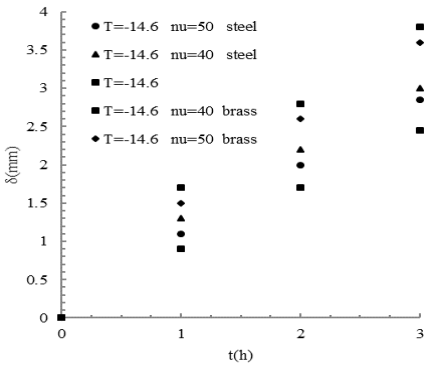
(ب)



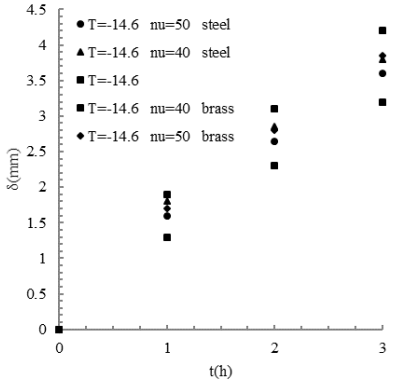
(ج)

شکل ۹ میزان ضخامت برفک برای سطح فولادی دارای زبری متفاوت و سطح صاف: (الف) در جلوی استوانه، (ب) در پشت استوانه و (ج) در بالای استوانه

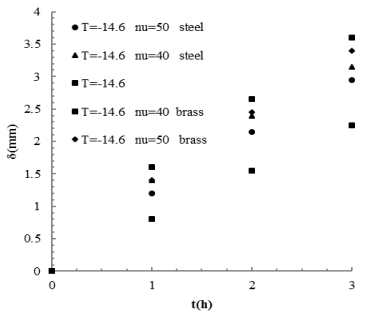
شکل (۱۰-الف-ج) میزان ضخامت برفک را به‌ترتیب در جلو، پشت و بالای استوانه برای سطح فولادی دارای زبری با تعداد مش 50، 40، سطح برنجی دارای زبری با تعداد مش 50، 40 و سطح صاف نشان می‌دهند. مطابق شکل (۱۰) سطح صاف دارای کمترین ضخامت برفک و سطح برنجی با زبری بیشتر دارای بیشترین ضخامت برفک می‌باشد. همچنین با زبری برابر سطح برنجی نسبت به سطح فولادی دارای ضخامت برفک بیشتری است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۰ میزان ضخامت برفک برای سطح فولادی دارای زبری متفاوت، سطح برنجی دارای زبری متفاوت و سطح صاف: (الف) جلوی استوانه، (ب) پشت استوانه و (ج) بالای استوانه

نتیجه‌گیری

در جریان اجباری هوای مرطوب تأثیر زبری سطح و همچنین جنس سطح زبر برروی ضخامت برفک به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفت که نتایج زیر به‌دست آمد.

- ضخامت برفک در پشت استوانه بیشینه و در جلوی استوانه کمینه می‌باشد.
- با ایجاد زبری روی سطح میزان ضخامت برفک بیشتر می‌شود.
- هرچه سطح زبر ایجادشده دارای ضریب انتقال حرارت بیشتری باشد میزان ضخامت برفک بیشتر خواهد بود.

فهرست علائم

brass	جنس سطح برنجی
d	قطر استوانه (cm)
nu	تعداد شبکه‌های سطح
t	زمان (s)
steel	جنس سطح فولادی
T	دمای سطح استوانه (^{o}C)
δ	ضخامت برفک (mm)
Fo	عدد فوریه
Re	عدد رینولدز
t	زمان (s)
T	دما (^{o}C)
Ta	دمای هوای محیط (^{o}C)
Tp	دمای سطح استوانه (^{o}C)
Ta*	دمای بی‌بعد هوا
Tp*	دمای بی‌بعد استوانه
Ttp	دمای نقطهٔ سه‌گانه (K)
y*	ضخامت بی‌بعد برفک
α	ضریب نفوذ گرمایی (m2/s)
ν	ویسکوزیتهٔ سینماتیک (Pa.s)
Φ	رطوبت نسبی
ω	نسبت رطوبت ($\frac{kg}{kgair}$)

مراجع

1. Barzanoni, Y., Noorshams, O., Basirat Tabrizi, H. and Damangir, E., "Experimental Investigation of Frost Formation on a Horizontal Cold cylinder under Cross Flow", *International Journal of Refrigeration*, Vol. 34, pp. 1174-1180, (2011).
2. Barzanoni, Y., Basirat Tabrizi, H., Noorshams, O. and Eftekhari, H., "Correlation for Frost Properties on a Cold Cylinder Surface in Cross Flow", *Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 1477-1484, (2012).
3. Li, A., Niu, F., Zheng, H., Akagawa, S., Lin, Z. and Luo, J., "Experimental Measurement and Numerical Simulation of Frost Heave in Saturated Coarse-grained Soil", *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 137, pp. 68-74, (2017).
4. Fletcher, N.H., "*The Chemical Physics of Ice*", Cambridge University Press, Cambridge, (1970).
5. Sanders, C.T., "The Influence of Frost Formation and Defrosting on the Performance of Air Cooler", PhD Thesis, Delft Technical University, Delft, (1974).
6. Raju, S.P. and Sherif, S.A., "Frost Formation and Heat Transfer on Circular Cylinder in Cross Flow", *International Journal of Refrigeration*, Vol. 16, pp. 390-401, (1993).
7. Amini, M., Pishevar, A.R. and Yaghoubi, M., "Experimental Study of Frost Formation on a Fin-and-tube Heat Exchanger by Natural Convection", *International Journal of Refrigeration*, Vol. 46, pp. 37-49, (2014).

8. Chen, Y., Lu, P., Shen, C. and Zhang, Q., "Experimental Study on Frost Formation on a Cold Surface in Low Atmospheric Pressure", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 90, pp. 86-93, (2015).
9. Kim, H., Kim, D., Jang, H., Kim, D.R. and Lee, K.S., "Microscopic Observation of Frost Behaviors at the Early Stage of Frost Formation on Hydrophobic Surfaces", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 97, pp. 861-867, (2016).
10. Liu, Z., Dong, Y. and Li, Y., "An Experimental Study of Frost Formation on Cryogenic Surfaces under Natural Convection Conditions", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 97, pp. 569-577, (2016).
11. Gong, J., Sun, J. and Li, G., "An Experimental Study of the Effect of Air Quality on Frosting on Cold Flat Surface", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 82, pp. 139-144, (2017).

بهینه‌سازی سیستم‌های تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت (CCHP) بااستفاده از روشی ترکیبی و نوین*

محمدمصطفی غفوریان(۱) حمید نیازمند(۲)

چکیده *باتوجه به اهمیت انرژی و محدود بودن منابع موجود، برنامه‌ریزی مناسب برای گسترش استفاده از سیستم‌های پربازده امری اجتناب‌ناپذیر است. سیستم‌های CCHP ازجمله سیستم‌هایی است که به‌منظور بالا بردن راندمان تولید انرژی و کاهش هزینه‌های مربوط به‌کار می‌رود. از زمان ظهور این سیستم‌ها تا به امروز، روش‌های مختلفی به‌منظور تعیین ظرفیت تجهیزات و بهینه‌سازی آنها ارائه شده‌است. در پژوهش حاضر، پس‌از معرفی اجمالی روش‌های تعیین ظرفیت، شامل روش ماکزیمم بار (MLM)، روش ماکزیمم مستطیل (گرمایی $MRM_{,h}$ و الکتریکی $MRM_{,e}$) و روش یکنواخت سود سالیانه نسبی (REUAB) به ارائهٔ یک روش جدید به‌منظور بهینه‌سازی سیستم CCHP برای یک مجتمع مسکونی با محرک اولیه موتور گازسوز پرداخته می‌شود. در این روش سه معیار انرژی، اقتصادی و زیست‌محیطی به‌همراه ملاحظات مربوط به روش‌های گذشته بسط داده می‌شود و در انتها با اعمال شرایط واقعی برای محرک اولیه نتایج بهینه‌سازی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.*

واژه‌های کلیدی روش یکنواخت سود سالیانهٔ نسبی، روش ماکزیمم مستطیل، سیستم‌های CCHP.

Optimization of Combined Cooling Heating and Power System (CCHP) by a Novel Hybrid Method

M.M. Ghafurian H. Niazmand

Abstract *The importance of energy and shortage of its sources have necessitated appropriate planning for developing systems with high efficiency. Combined cooling, heating and power generation systems CCHP, are systems that used for increasing the efficiency of generated energy, while decreasing costs. Since the invention off CCHP systems, different methods have been provided for determination capacity of equipment and their optimization. In this research, at first these systems summary are presented and then three main methods namely maximum load method (MLM), maximum rectangle method (heating $MRM_{,h}$ and electric $MRM_{,e}$) and relative equivalent uniform annual benefit method(REUAB), for determination of capacity of prime mover have been introduced. Then for a residential convened that its prime mover is gas engine, with consideration three mentioned methods and a new proposed method, for optimization the CCHP will be explained. Finally, the results of the optimization with applying real conditions for prime mover are investigated.*

Key Words Relative equivalent uniform annual benefit; Maximum rectangle method; CCHP systems.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۹/۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۸/۱۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.60627

(۱) دانشجوی دکتری مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. niazmand@um.ac.ir

مقدمه

پس‌از افزایش عمده بهای سوخت در سه دههٔ اخیر، اهمیت بحث سوخت جایگزین، افزایش کارایی انرژی و کاهش آلودگی زیست‌محیطی، تمایل به استفاده از فناوری‌های جدید، ازجمله سیستم تولید هم‌زمان برق، گرما و سرما را افزایش داده‌است [1].

این سیستم‌ها وظیفهٔ تولید متوالی سه صورت مفید انرژی؛ یعنی حرارت، سرما و الکتریسیته را از یک منبع تولید انرژی به‌عنوان محرک اولیه (Prime mover) برعهده دارند که در اغلب کاربردهای مختلف، با مصرف یک نوع سوخت، انرژی شیمیایی آن را به انرژی مکانیکی و گرمایی تبدیل می‌کنند. معمولاً انرژی مکانیکی برای تولید الکتریسیته و انرژی گرمایی برای تولید بخار، آب گرم و یا هوای گرم مورد استفاده قرار می‌گیرد و بااستفاده از سیستم‌های تبرید و مصرف انرژی گرمایی یا الکتریسیته، سرمایش مورد نیاز فراهم می‌شود. از مزایای این سیستم‌ها می‌توان به تولید غیرمتمرکز و مستقل برق، گرما و سرمایش، جلوگیری از تلفات توزیع و انتقال در شبکهٔ سراسری، کاهش مصرف سوخت و افزایش رقابت در تولید برق و نیز کاهش آلاینده‌های زیست‌محیطی اشاره نمود [1-3].

پژوهش در حوزهٔ طراحی بهینهٔ سیستم‌های CCHP به سال‌ها دور برمی‌گردد. این پژوهش‌ها عمدتاً به طراحی و برآورد کلی استفاده از یک یا چند تکنولوژی خاص و نیز به ارتقای روش بهینه‌سازی این سیستم‌ها پرداخته‌اند [4-7]. درادامه به برخی از این پژوهش‌ها اشاره می‌شود.

صنایع و همکاران [8]، گیبسون و همکاران [9] و غفوریان و همکاران [6,10] در فرایند بهینه‌سازی سیستم‌های CHP و CCHP، نحوهٔ پوشش‌دهی منحنی‌های بار و عملکرد در بار نامی تجهیزات را به‌عنوان تحلیل انرژی بحث نمودند. آنها علاوه‌بر تحلیل انرژی به دورهٔ بازگشت سرمایه و نیز سود حاصل از این سیستم‌ها به‌عنوان معیار اقتصادی پرداختند. خلأهای موجود در پژوهش‌های آنها عدم درنظر گرفتن هزینه‌های اسقاطی، ثابت فرض نمودن بازده یا ضریب عملکرد تجهیزات، نادیده گرفتن شرایط محیطی بر عملکرد سیستم و انتشار آلاینده‌ها و درنهایت فرض ثابت بودن قیمت حامل‌های انرژی بود.

گروهی دیگر از محققان نظیر گو و همکاران [11] بااستفاده از روشی جدید تحت عنوان روش ماکزیمم مستطیل (Maximum rectangle method (MRM)) به طراحی سیستم CCHP برای کاربردهای مسکونی پرداختند. آنها در دو حالت عملکرد گرمایی و الکتریکی، بااستفاده از منحنی‌های تجمعی بارهای سالانه به تعیین ظرفیت محرک‌های اولیه پرداختند. شایان توجه است که در این روش هیچ‌گونه معیار اقتصادی و زیست‌محیطی در تعیین ظرفیت تجهیزات لحاظ نشده بود.

با گذر زمان، برخی دیگر از پژوهشگران در فرایند بهینه‌سازی این سیستم‌ها علاوه بر معیارهای اقتصادی و انرژی، معیار زیست‌محیطی را درنظر گرفتند و توابع هدف خود را اصلاح نمودند. گروهی نظیر گیبسون و همکاران [12]، معرفت و همکاران [13]، وانگ و همکاران [14] و فومو و همکاران [15] ازجمله محققانی بودند که آلایندهٔ CO_2 را به‌عنوان معیار زیست‌محیطی در فرایند بهینه‌سازی درنظر گرفتند و انتشار آلایندهٔ CO_2 را به‌عنوان یک جریمه در توابع هدف از سود حاصل کم نمودند.

پژوهش‌های اخیر نشان می‌دهند که محققان معیار زیست‌محیطی را با درنظر گرفتن سه آلایندهٔ NO_x، CO_2 و CO در توابع هدف پیاده‌سازی می‌کنند تا به نتایج بهینه‌سازی اعتمادپذیرتری دست‌یابند. محققانی نظیر صنایع و غفوریان [16]، توکلی دستجرد و همکاران [17] در تحقیقات اخیر خود علاوه بر دو

معیار اقتصادی و انرژی، انتشار آلاینده‌های NO_x، CO_2 و CO را در معیار زیست‌محیطی تابع هدف تکمیل نمودند؛ هرچند برخی از مشکلات نظیر فرض بازده ثابت تجهیزات، فرض ثابت بودن قیمت حامل‌ها و نیز نادیده گرفتن شرایط محیطی بر عملکرد تجهیزات، در پژوهش‌های آنها مشاهده می‌شد.

با مطالعهٔ عمیق‌تر پیشینهٔ روش‌های طراحی سیستم‌های CCHP، می‌توان دریافت ازجمله محدودیت‌های اساسی روش‌های ارائه‌شده ([8-10, 12-17]) عدم کارایی آنها در متغیر بودن قیمت حامل‌های انرژی و عدم کنترل معقول در فرایند بهینه‌سازی است. به‌طوری‌که در همهٔ پژوهش‌ها، قیمت حامل‌های انرژی ثابت فرض شده‌است. این در حالی است که قیمت حامل‌های انرژی در فصول مختلف برحسب نوع کاربری و میزان و زمان مصرف متفاوت می‌باشد. دلیل اصلی این فرض را می‌توان پایین بودن (نامتعادل بودن) قیمت حامل‌ها در برخی کشورها دانست که باعث می‌شود الگوریتم‌های بهینه‌سازی ظرفیت‌های نامعقولی (بالاتر از حد مورد نیاز) را برای تجهیزات به‌خصوص محرک اولیه انتخاب کنند. محققان برای رفع این مشکل، از میانگین قیمت در زمان پرباری و کم‌باری استفاده می‌کنند و نیز با محدود کردن حد بالا و پایین برای پارامتر طراحی ظرفیت نامی محرک اولیه، فرایند بهینه‌سازی را کنترل می‌کنند.

در این پژوهش با درنظر گرفتن کلیهٔ نواقص موجود در پژوهش‌های اخیر و با اعمال کامل سه معیار انرژی، اقتصادی و زیست‌محیطی به ارائهٔ یک روش ترکیبی جدید به‌منظور بهینه‌سازی سیستم‌های تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت پرداخته می‌شود. در این پژوهش فرض متغیر بودن بودن قیمت حامل‌های انرژی، تغییر عملکردی تجهیزات با ظرفیت نامی و شرایط محیطی اعمال می‌شود. در روش جدید کنترل فرایند بهینه‌سازی توسط روش ماکزیمم مستطیل در دو حالت عملکرد الکتریکی و گرمایی انجام می‌گردد و سپس فرایند بهینه‌سازی با روش سود یکنواخت سالیانهٔ نسبی مبنی بر تکنیک یکنواخت سالیانه انجام خواهد شد. درواقع نوآوری این پژوهش، شامل موارد زیر می‌شود:

- پیاده‌سازی روش‌های پیشین MRM و REUAC و ارائهٔ یک روشی ترکیبی جدید بااستفادهٔ هم‌زمان از این دو روش.
- بررسی دو حالت الکتریکی و گرمایی برای روش ماکزیمم مستطیل در ترکیب با روش REUAC.
- مقایسه دو فرایند بهینه‌سازی در انتخاب محرک اولیه با قرار دادن تعداد محرک اولیه به‌عنوان پارامتر طراحی (با ظرفیت‌های متفاوت) در هر کدام از روش‌ها (در مجموع چهار حالت).
- بررسی درصد تغییرات نتایج بهینه‌سازی، با تغییر در شرایط محیطی بر عملکرد محرک اولیهٔ سیستم CCHP.
- بررسی درصد تغییرات پارامترهای طراحی با افزایش ۱۰ درصدی قیمت حامل‌های انرژی و مقایسهٔ آن با دیگر روش‌ها.

روش‌های تعیین ظرفیت سیستم‌های CCHP

با پیشرفت تکنولوژی و پیدایش سیستم‌های تولید پراکنده به‌منظور تأمین بارهای موردنیاز محل مصرف، روش‌های گوناگونی برای تعیین ظرفیت تجهیزات به‌ویژه محرک اولیه ارائه شده‌است که درادامه به سه روش رایج پرداخته می‌شود.

روش ماکزیمم بار **(Maximum load method *(MLM)***. در روش ماکزیمم بار، الکتریسیتهٔ مورد نیاز با خریداری از شبکهٔ الکتریسیته، گرمایش توسط بویلر با خرید سوخت از شبکهٔ گاز و سرمایش توسط سیستم‌های سرمایشی در مکان مورد نظر فراهم

می‌شود؛ به‌طوری‌که برای تعیین ظرفیت تجهیزات گرمایشی و سرمایشی از نقطهٔ پیک منحنی‌های بار گرمایشی و سرمایشی استفاده می‌شود. متأسفانه در ایران، نوعاً انتخاب تجهیزات براساس این روش می‌باشد که نواقصی نظیر اتلافات بالا، هزینهٔ اولیهٔ بالا و غیره را شامل می‌شود [18].

روش ماکزیمم مستطیل (MRM). از دیگر روش‌های تعیین ظرفیت محرک اولیه روش ماکزیمم مستطیل می‌باشد که به دو دستهٔ الکتریکی (MRM_e) و گرمایی (MRM_h) تقسیم می‌شود. در روش ماکزیمم مستطیل گرمایی بارهای گرمایی مورد نیاز محل مصرف (H_dem) و در روش ماکزیمم مستطیل الکتریکی بارهای الکتریسیتهٔ مورد نیاز محل مصرف (E_dem) برحسب مقیاس زمانی موجود، مطابق با روابط (۱ و ۲)، به‌صورت نزولی رسم می‌شوند. سپس با انتخاب بزرگ‌ترین مستطیل در زیر هر منحنی، ظرفیت نامی و زمان عملکرد محرک اولیه به‌دست می‌آید. به‌طوری‌که ارتفاع مستطیل نشان‌دهندهٔ ظرفیت نامی محرک اولیه و عرض آن عملکرد زمانی محرک اولیه در بار کامل می‌باشد.

$$\mathrm{ATD}(t) = \mathrm{H_dem(t)} + \alpha \times \frac{\mathrm{C_dem(t)}}{\mathrm{COP_A}} \qquad (۱)$$

$$\mathrm{AED}(t) = \mathrm{E_dem(t)} + \alpha \times \frac{\mathrm{C_dem(t)}}{\mathrm{COP_E}} \qquad (۲)$$

در واقع استفاده از روابط (۱ و ۲) و نیز ضریب α، به‌منظور تخمین کلی از بارهای مصرفی در مقیاس زمانی می‌باشد؛ به‌طوری‌که با برابر یک قرار دادن ضریب α، میزان بار سرمایشی مورد نیاز (C_dem) به منحنی‌های تجمعی الکتریسیته و گرما اضافه می‌گردد و طراحی برمبنای حداکثر نیازهای گرمایی یا الکتریکی به‌همراه بار سرمایشی خواهد بود و در صورت صفر بودن آن، طراحی برمبنای حداقل نیازها خواهد بود.

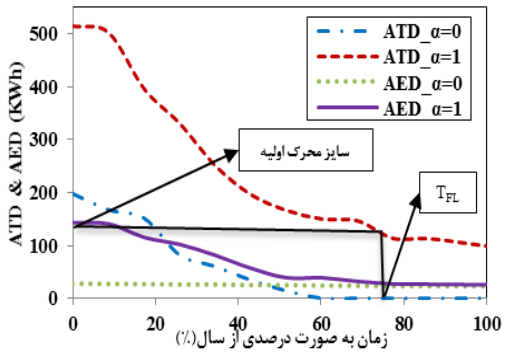
منحنی‌های تجمعی گرمایی (ATD) و الکتریکی (AED) حاصل از این دو رابطه در شکل (۱) برای چهار حالت عملکرد گرمایی و الکتریکی و با فرض اعمال بار سرمایشی (صفر و یک بودن ضریب α) ارائه شده‌است.

به منظور محاسبهٔ ماکزیمم مستطیل ($A_{MRM,max,i}$) انتخابی در این روش از رابطهٔ (۳) استفاده می‌شود و درنهایت به‌کمک رابطهٔ (٤) ظرفیت نامی محرک اولیه مشخص می‌گردد. در روش ماکزیمم مستطیل الکتریکی، $E_{MRM,e}$ همان ظرفیت نامی محرک اولیه (E_{nom}) می‌باشد؛ درحالی‌که در روش ماکزیمم مستطیل گرمایی $H_{MRM,h}$ معادل ظرفیت نامی محرک اولیه‌ای است که این میزان گرمای $H_{MRM,h}$ را تولید کند. شکل (۲) این روند را برای چهار حالت در دو شرایط عملکرد گرمایی (MRM_h) و الکتریکی (MRM_e) نشان می‌دهد [18, 19].

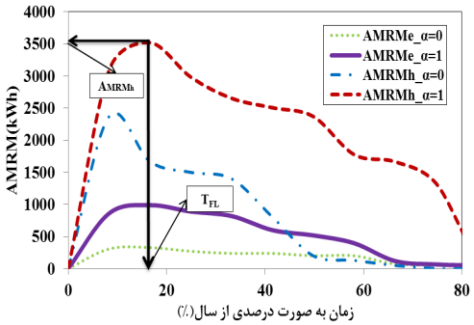
$$\mathrm{A_{MRM}}_{i(\mathrm{kwh})} = \mathrm{ATD(or\ AED)}(kW) \times T_{FL}(\%) \qquad (۳)$$

$$\begin{cases} \mathrm{E_{MRM,e}} = \dfrac{\mathrm{A_{MRM,max,e}}}{T_{FL}(\%)} & ,\mathrm{E}_{nom} = \mathrm{E_{MRM,e}} \\ \mathrm{H_{MRM,h}} = \dfrac{\mathrm{A_{MRM,max,h}}}{T_{FL}(\%)} & ,\mathrm{E}_{nom} = f\left(\mathrm{H_{MRM,h}}\right) \end{cases} \qquad (٤)$$

که در این روابط $T_{FL}(\%)$ زمان عملکرد در بار کامل می‌باشد.



شکل ۱ منحنی تجمعی برای دو نوع گرمایشی و الکتریکی در دو حالت α=۰ و α=۱



شکل ۲ منحنی مساحت‌های به‌دست‌آمده از منحنی تجمعی

شایان توجه است که با فرض α=۰ و α=۱ به‌ترتیب حد پایین و بالا برای تعیین ظرفیت نامی مطلوب محرک اولیه، و نیز پوشش‌دهی بارهای سالانه مشخص می‌گردد.

روش سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی (REUAB)

(Relative equivalent uniform annual benefit)

روش سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی، که اخیراً توسط صنایع و غفوریان [17] معرفی شده‌است، یکی از کامل‌ترین روش‌ها در طراحی سیستم‌های CCHP است. این روش ترکیبی از سه معیار انرژی، اقتصادی و زیست‌محیطی و نیز روش ماکزیمم بار (MLM) می‌باشد که با معرفی شاخصی مبنی بر سود سالانهٔ سیستم تولید هم‌زمان برق، گرما و سرما نسبت‌به سیستم‌های سنتی (که توسط روش MLM تعیین ظرفیت می‌شود)، ظرفیت بهینهٔ سیستم را تعیین می‌کند. این روش برمبنای تکنیک یکنواخت سالیانه (Equivalent uniform annual(EUA)) می‌باشد که یکی از فنون با ارزش تحلیل‌های اقتصادی است. در این روش درآمدها و هزینه‌های سیستم به دریافت و پرداخت سالیانه تبدیل می‌شوند. از مزایای این فن نسبت‌به دیگر فنون اقتصادی، نتیجهٔ یکسان محاسبات پروژه‌ها، با عمر متفاوت است. جزئیات مربوط به این فن در مرجع [21] موجود می‌باشد.

تابع هدف استفاده‌شده در روش سود سالیانه یکنواخت نسبی اختلاف بین هزینه‌ها و درآمدهای کل سیستم سنتی $EUAB_{trad}$ و هزینه‌ها و درآمدهای کل سیستم تولید هم‌زمان $EUAB_{CCHP}$ در طول یک سال می‌باشد که به‌صورت رابطهٔ (۵) تعریف می‌شود:

$$REUAB\left(\frac{\$}{year}\right) = EUAB_{trad} - EUAB_{CCHP} \qquad (۵)$$

که $EUAB_{trad}$ اختلاف هزینه‌ها و درآمدهای سیستم سنتی (متداول) را نشان می‌دهد که برای پوشش‌دهی بارهای گرمایش، سرمایش و الکتریسیتهٔ محل مصرف، با رابطهٔ (٦) تخمین زده می‌شود. نکتهٔ قابل اهمیت در این روش، انتخاب ظرفیت نامی سیستم سرمایش است که برای این منظور، دو حالت هزینه‌ای بررسی می‌شوند؛ حالت اول تأمین سرمایش فقط با چیلر تراکمی و حالت دوم تأمین سرمایش فقط با چیلر جذبی است و هر کدام از این دو حالت که مقدار هزینهٔ کمتری داشته باشد، به‌عنوان سیستم انتخابی درنظر گرفته می‌شود.

$$EUAB_{\text{trad}} = \sum_{j=1}^{T}[E_{buy} \times \rho_{e,buy} + m_f \times \rho_f + \sum_{k=1}^{3}(m_{trad}^{k} \times \varepsilon_k)] \times \tau + \sum_{r=1}^{P}[M + R - A]_r \times Nc_r \times n_r \qquad (٦)$$

در این رابطه، هزینه‌ها شامل هزینه‌های تعمیرات و نگه‌داری، هزینه‌های سرمایه‌گذاری اولیه و اسقاطی، هزینه‌های مصرف سوخت (ρ_f) و خرید الکتریسیته ($\rho_{e,b}$) و جریمهٔ انتشار آلاینده‌ها می‌باشد. r شمارندهٔ نوع تجهیزات و n تعداد آنها و ε_k فاکتور جریمهٔ انتشار آلاینده می‌باشد که مقدار آن در جدول (۱) برحسب نوع آلاینده ارائه شده‌است.

R هزینهٔ اولیهٔ سالیانه است که توسط رابطهٔ (۷) به‌دست می‌آید [21].

$$R = CRF \times Co \qquad (۷)$$

CRF (Capital-Recovery Factor) فاکتور بازیافت سرمایه می‌باشد که توسط رابطهٔ (۸) محاسبه می‌شود [21].

$$CRF = \frac{i(1+i)^k}{(1+i)^k - 1} \qquad (۸)$$

جدول ۱ فاکتور جریمهٔ انتشار آلاینده‌ها [17]

پارامتر	علامت	مقدار
فاکتور انتشار آلاینده NOx($/kg)	ε_{NOx}	٦/٨٥٣
فاکتور انتشار آلاینده CO ($/kg)	ε_{CO}	۰/۰۲۰۸٦
فاکتور انتشار آلاینده CO_2 ($/kg)	ε_{CO_2}	۰/۰۲٤

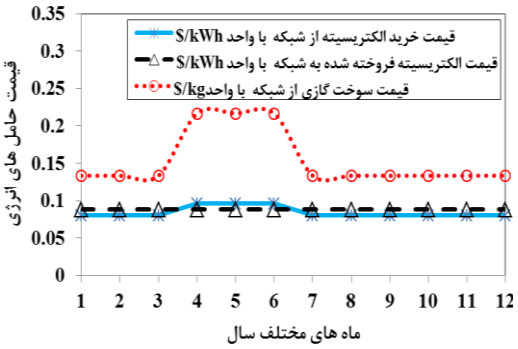
درحقیقت فاکتور بازیافت سرمایه، سرمایهٔ اولیهٔ تجهیزات (Co) را باتوجه به نرخ بهره (i)، در مدت (k) دوره به پرداخت‌های مساوی یکنواخت توزیع می‌کند. A نیز، هزینه سالانه اسقاطی است که توسط رابطهٔ (۹) ارزیابی می‌شود [21]:

$$A = SV \times \left[\frac{i}{(1+i)^k - 1}\right] \qquad (۹)$$

درحقیقت درآمد یکنواخت سالیانه (Equivalent uniform income) در سیستم سنتی، تنها ناشی از هزینه اسقاطی تجهیزات است. از طرف دیگر، هزینهٔ یکنواخت سالیانهٔ سیستم تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت ($EUAB_{CCHP}$) توسط رابطهٔ (۱۰) تعریف می‌شود که مشابه رابطهٔ سیستم‌های تولید متداول است، اما تفاوت آن در فروش الکتریسیته و تجهیزات سسیستم است که در درآمد یکنواخت سالیانهٔ سیستم CCHP محسوب خواهد شد.

$$EUAB_{CCHP} = \sum_{j=1}^{T}[E_{buy} \times \rho_{e,buy} - E_{sell} \times \rho_{e,sell} + m_f \times \rho_f + \sum_{k=1}^{3}(m_{CCHP}^k \times \varepsilon_k)] \times \tau \sum_{r=1}^{P} M + R - A_r \times Nc_r \times n_r \qquad (۱۰)$$

$\rho_{e,s}$ و $\rho_{e,b}$ به‌ترتیب بهای فروش و خرید الکتریسیته و ρ_f بهای سوخت گازی است که در شکل (۳) به‌صورت ماهانه ارائه شده‌است.



شکل ۳ قیمت حامل‌های انرژی در ماه‌های مختلف [22, 24]

درواقع روش سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی باتوجه به اطلاعات طرح، تحت نام هزینه‌ها و درآمدهای یکنواخت سالیانه و با درنظر گرفتن سه معیار انرژی، اقتصادی و زیست‌محیطی (که شامل: مشخصات عملکرد تجهیزات، پوشش‌دهی کامل منحنی‌های بار، آلاینده‌های تولیدی، شرایط محیطی، خرید و تعمیر و نگه‌داری تجهیزات، قیمت حامل‌های انرژی، هزینه‌های خرید الکتریسیته و مصرف سوخت و نیز درآمد حاصل از فروش الکتریسیته و هزینه‌های اسقاطی است) به بهینه‌سازی سیستم CCHP با هدف ماکزیمم کردن تابع هدف REUAB می‌پردازد. از نواقص این روش عدم کنترل فرایند بهینه‌سازی در تعیین ظرفیت نامی محرک اولیه می‌باشد به‌طوری‌که اگر قیمت حامل‌های انرژی افزایش یابد، این روش پیش‌بینی مناسبی از ظرفیت تجهیزات به‌ویژه محرک اولیه نخواهد داشت [16]. توضیحات بیشتر در بخش‌های بعدی ارائه خواهد شد.

روش ترکیبی جدید (MRM & REUAB). باتوجه به مباحث مطرح‌شده درزمینهٔ کنترل فرایند بهینه‌سازی به‌خصوص ظرفیت نامی محرک اولیه، روشی جدید به‌منظور بهینه‌سازی سیستم‌های تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت ارائه می‌شود. در این روش کنترل

فرایند بهینه‌سازی توسط روش ماکزیمم مستطیل انجام می‌گردد. به‌طوری‌که حد بالا و پایین پارامترهای طراحی مربوط به ظرفیت نامی موتور گازسوز، توسط ظرفیت‌های انتخابی روش ماکزیمم مستطیل گرمایی و الکتریکی انتخاب می‌شوند و سپس فرایند بهینه‌سازی با تابع هدف چندمعیاره REUAB اعمال می‌شود. این روند در رابطهٔ (۱۱) ارائه شده‌است.

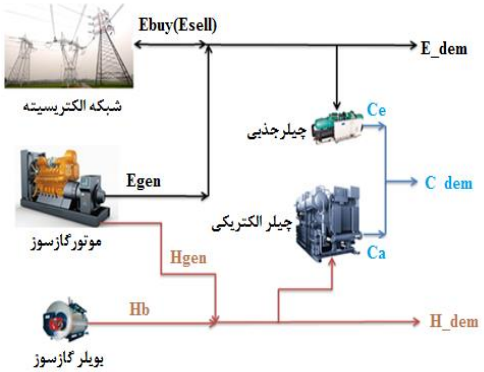
$$\begin{cases} Max\{REUAB\} = (n_j \times E_{nom})^{opt} \\ Min\{E_{MRM_i}\} < n_j \times E_{nom} < Max\{E_{MRM_i}\} \end{cases} \quad (۱۱)$$

اندیس i در MRM_i نشان‌دهندهٔ، انتخاب محرک اولیه براساس پوشش‌دهی بارهای الکتریکی (MRM_e) و گرمایی (MRM_h) است.

با اعمال این روش، اعتمادپذیری به نتایج الگوریتم بهینه‌سازی افزایش می‌یابد؛ زیرا ظرفیت انتخابی در محدودهٔ نیازهای ساختمان (از نقطه‌نظر زمان عملکرد و پیک مصرفی) انتخاب می‌شود. از طرفی اگر قیمت الکتریسیته و حامل‌های انرژی تناسب مورد نیاز را نداشته باشند، فرایند بهینه‌سازی، ظرفیت‌های نامعقولی را پیشنهاد نخواهد داد. به‌عبارتی دیگر، اگر فرض شود قیمت حامل‌های انرژی پایین باشد، فرایند بهینه‌سازی ظرفیت‌های بسیار پایین را انتخاب خواهد نمود که در مقیاس مطالعهٔ موردی، کاربرد ندارد و هزینهٔ طراحی سیستم بالاتر از هزینهٔ نصب و راه‌اندازی آن خواهد شد. این بدین معنی است که فرایند ترجیح می‌دهد که کلیهٔ الکتریسیته مورد نیاز ساختمان را با خریداری از شبکه تأمین کند، زیرا از نقطه‌نظر اقتصادی توجیه‌پذیرتر است. از طرفی اگر قیمت حامل‌های انرژی تناسب نداشته باشند، به‌طوری‌که قیمت سوخت خیلی پایین‌تر از هزینهٔ خرید الکتریسیته باشد، فرایند بهینه‌سازی، ظرفیتی بسیار بزرگ انتخاب خواهد نمود. این مشکل نیز زمانی که تناسبی بین هزینهٔ حامل‌های انرژی و هزینهٔ اولیه تجهیزات برقرار نباشد، به‌وجود می‌آید. از طرفی دیگر با اعمال این روش افزایش نامتعارف ظرفیت نامی موتور گازسوز با افزایش هزینهٔ حامل‌های انرژی قابل کنترل می‌باشد.

مدل‌سازی سیستم CCHP

عملکرد سیستم CCHP براساس چیدمان تجهیزات و تداخل آن با شبکه تعیین می‌شود. هرچند که پارامترهای مشخصهٔ عملکردی محرک اولیه نظیر بازده حرارتی، قدرت نامی و مقدار حرارت قابل بازیافت نقش مؤثری خواهند داشت [12]. شکل (٤) شماتیکی از سیستم سه‌گانه در تداخل با شبکه را نشان می‌دهد. استراتژی عملکرد این سیستم بدین صورت است که الکتریسیتهٔ مورد نیاز ساختمان توسط موتور گازسوز (E_{gen}) تأمین می‌شود و اگر الکتریسیتهٔ اضافی مورد نیاز باشد، با خریداری از شبکه (E_{buy}) تأمین خواهد شد. در غیر این صورت الکتریسیتهٔ اضافی درصورت عدم نیاز مجموعه (E_{sell}) به شبکهٔ سراسری فروخته می‌شود. این استراتژی توسط رابطهٔ (۱۲) بیان شده‌است.



شکل ٤ شماتیک سیستم CCHP تداخل با شبکه

$$\begin{cases} E_{sell} = E_{demt} - E_{gen} \quad , \quad E_{buy} = 0 \\ \quad if E_{gen} > E_{demt} \\ E_{buy} = E_{gen} - E_{demt} \quad , \quad E_{sell} = 0 \\ \quad if E_{gen} < E_{demt} \end{cases} \quad (۱۲)$$

E_{demt} توسط رابطهٔ (۱۳) محاسبه می‌شود که مجموع الکتریسیتهٔ بخش روشنایی (E_{dem}) و نیز بخش سرمایش است.

$$E_{demt} = E_{dem} + c_{dem}/COP_e \qquad (۱۳)$$

حرارت به‌دست‌آمده از سیستم خنک‌کاری و گازخروجی موتور گازسوز (H_{gen})، می‌تواند برای تأمین نیازهای گرمایشی استفاده شود و درصورت کمبود گرمایش، از طریق بویلر پشتیبان (H_b) تأمین خواهد شد.

سرمایش مورد نیاز (C_{dem}) هم درصورت اضافه بودن گرمای تولیدی محرک از طریق چیلر جذبی (C_a) و در صورت کمبود، از طریق الکتریسیتهٔ اضافی یا خریداری از شبکه، توسط چیلر الکتریکی (C_e) تأمین خواهد شد که روابط مربوط به این استراتژی در زیر آورده شده‌است.

$$\begin{cases} if\ H_{gen} < H_{dem} \rightarrow \begin{cases} C_e = C_{dem} \\ H_b = H_{dem} - H_{gen} \\ C_a = 0 \end{cases} \\ H_{gen} > H_{dem} \rightarrow \begin{cases} C_e = C_{dem} - C_a \\ H_b = 0 \\ C_a = (H_{gen} - H_{dem}) \times COP_{ab} \end{cases} \end{cases} \qquad (۱٤)$$

تحلیل انرژی، اقتصادی و زیست‌محیطی. انتخاب بهینهٔ سیستم CCHP علاوه‌بر تحلیل‌های انرژی مستلزم آنالیزهای اقتصادی و زیست‌محیطی می‌باشد. همان‌طور که گفته شد پارامترهای مشخصهٔ عملکردی تجهیزات به‌خصوص محرک اولیه نظیر بازده حرارتی، قدرت نامی و مقدار حرارت قابل بازیافت نقش مؤثری در طراحی سیستم‌های CCHP دارد. از این‌رو روابط مربوط به عملکرد موتور گازسوز، به‌منظور اعمال استراتژی بیان‌شده در جدول (۲) آورده شده‌است. این روابط بااستفاده از داده‌های واقعی مربوط به تجهیزات تجاری به‌دست آمده‌است.

جدول ۲ روابط مربوط به مشخصات فنی موتور گازی [7, 19].

متغیر y	متغیر x	رابطه	توصیف
(kW)			
E_{gen}	H_{gen}	$y = 0.578x - 8.422$	$y \le 100$
		$y = 6\times10^{-5}x^2 + 0.7401x$	$100 < y \le 3500$
F	E_{gen}	$y = 2.65x - 21.44$	$x \le 100$
		$y = -7\times10^{-5}x^2 + 2.727x$	$100 < x \le 3500$

همچنین مشخصه‌های عملکردی بویلر و چیلرهای جذبی و تراکمی توسط روابط زیر ارزیابی می‌شوند:

$$\eta_{nom,b} = 0.03234 \times \mathrm{Log}(H_{b,nom}) + 0.6387 \qquad (۱۵)$$

$$COP_{nom,a} = 10^{-8} \times C_{om,a}{}^2 + 7\times10^{-5} \times C_{nom,a} + 0.6493 \qquad (۱٦)$$

$$COP_{nom,e} = 1.5243 \times C_{nom,e}{}^{0.1012} \qquad (۱۷)$$

که $H_{b,nom}$، $C_{nom,e}$ و $C_{nom,a}$ به‌ترتیب ظرفیت نامی بویلر پشتیبان، چیلر الکتریکی و چیلر جذبی است.

در تحلیل اقتصادی این پژوهش از تکنیک یکنواخت سالیانه استفاده شده‌است که کلیهٔ معیارهای اقتصادی نظیر ارزش زمانی پول، هزینه‌ها و درآمدها و نیز عمر سیستم را درنظر می‌گیرد. برای این منظور هزینهٔ سرمایه‌گذاری اولیهٔ تجهیزات سیستم تولید هم‌زمان، هزینه‌های عملکردی، اسقاطی و تعمیرات نگه‌داری در جدول (۳) ارائه شده‌است.

آنالیز زیست‌محیطی انجام‌گرفته براساس مقدار Co_2, Co و No_x تولیدشدهٔ ناشی از احتراق سوخت گازی در محفظه‌های احتراق می‌باشد که اثر این آلودگی به‌صورت یک جریمه به هزینهٔ کل سیستم اضافه خواهد شد.

جدول ۳ هزینه‌های اولیهٔ تجهیزات، نسبت‌به ظرفیت نامی، به‌همراه هزینه‌های تعمیر و نگه‌داری [17]

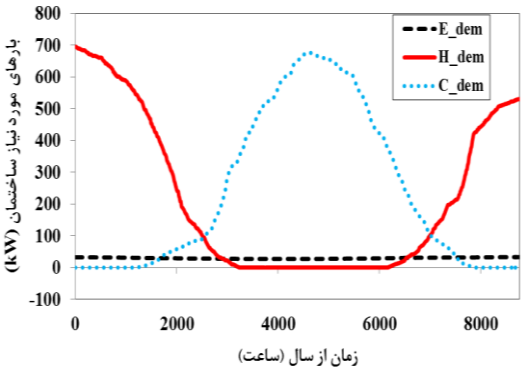
تجهیزات	معادلات هزینهٔ اولیه و تعمیر و نگه‌داری و اسقاطی
موتور گازسوز	$Co = 1.1(1.881\times10^{21}\times E_{nom}^{-10.33} + 1.062\times10^{7}),\quad 50< E_{nom} < 500kW$ $Co = -138.7Ln(E_{nom}) + 1727.1,$ $500kW < E_{nom} < 5000kW$ $M = \frac{0.40458+324890/E_{nom}}{12260}$ SV=0.2×Co
بویلر	$Co = 205H_B^{-0.13}$ $, M = 0.0027\$/kWh$ SV=0.2×Co
چیلر جذبی	$Co = 540(C_{nom,ab})^{-0.128}$ $,M=0.003\$/kWh$ SV=0.12×Co
چیلر الکتریکی	$Co = 482(C_{nom,com})^{-0.07273} - 159.7$ $,M=0.003\$/kWh$ SV=0.12×Co

در این پژوهش، به‌منظور جلوگیری از تشکیل محصولات مضر، یک محدودیت دمایی برای اگزوز تجهیزات حرارتی (با فرض بازیافت گرما برای موتور گازسوز) درنظر گرفته شده‌است. نکتهٔ حائز اهمیت دمای نقطهٔ شبنم محصولات می‌باشد. دمای نقطهٔ شبنم محصولات احتراق نیز وابسته به عواملی چون میزان هوای اضافه، رطوبت، دی اکسید کربن محصولات احتراق و عوامل دیگر است و مطابق با استانداردهای طراحی تجهیزات حرارتی، دمای خروجی اگزوز باید ۵۰ درجهٔ سانتی‌گراد از دمای نقطهٔ شبنم محصولات خروجی بالاتر باشد؛ لذا با ضریب اطمینان مناسب، فرض می‌شود، دمای گاز خروجی برای محرک‌های اوّلیه از مقدار ۱۴۸/۸ درجهٔ سلسیوس و برای بویلرها از ۱۲۱ درجهٔ سلسیوس نباید کمتر شود [16, 20].

مطالعهٔ موردی. مطالعهٔ موردی درنظر گرفته‌شده در این پژوهش، یک مجتمع مسکونی در تهران می‌باشد. این ساختمان شامل ۸ طبقه و هر طبقه شامل ٤ واحد به مساحت ۱۲۰m^2 می‌باشد که مشخصات آن در جدول (٤) آورده شده‌است. منحنی برق، حرارت و برودت ماهانه ساختمان در کل سال، در شکل (۵) نشان داده شده‌است.

جدول ٤ مشخصات ساختمان مدل‌سازی‌شده در نرم‌افزار کریر [25]

نوع و مقدار	پارامتر
۲/۷m	میانگین ارتفاع سقف
٤۸٦/۷ kg/m2	جرم واحد سطح ساختمان
۱/۵۳ W/(m2 K)	ضریب انتقال حرارت کلی دیوارها
۰/۵۸٦W/(m2 K) ۲/۸۳۹W/(m2 K)	ضریب انتقال حرارت کلی کف‌ها برای فضاهای غیرقابل تهویه و قابل تهویه
دارای ٦ میلی‌متر گپ آرگون و دارای مساحت ٤ متر مربع	تعداد ٦ پنجره برای هر طبقه
۳	تعداد افراد هر طبقه
٤۳W/m2	روشنایی



شکل ۵ منحنی برق، حرارت و برودت ماهانه ساختمان در کل سال

بهینه‌سازی

در این پژوهش فرایند بهینه‌سازی پارامترهای طراحی

توسط الگوریتم ژنتیک در نرم‌افزار متلب در دو حالت مختلف انجام شده‌است. در حالت اول تعداد محرک اولیه به‌عنوان پارامترهای طراحی درنظر گرفته می‌شود؛ اما در حالت دیگر، تعداد محرک اولیه از پارامترهای طراحی حذف می‌شود و قید انتخاب دو محرک اولیه با ظرفیت‌های متفاوت به فرایند بهینه‌سازی اضافه می‌شود. دلیل این امر، بهره‌برداری بهتر از سیستم در زمانی است که یکی از محرک‌ها نیاز به تعمیر دارد.

جدول (۵) محدودهٔ تغییرات پارامترهای طراحی و جدول (٦) قیود بهینه‌سازی را برای این حالات نشان می‌دهند.

جدول ۵ متغیرهای تصمیم‌گیری الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی سیستم

متغیرهای تصمیم‌گیری و قیود	از	تا
تعداد محرک اولیه	۱	۳
تغییرات ظرفیت نامی محرک اولیه (کیلووات)	$Min(E_{MRMi})$	$Max(E_{MRMi})$
تغییرات ظرفیت گرمایشی بویلر (کیلووات)	۰	۱۰۰۰
تغییرات ظرفیت سرمایشی چیلر تراکمی (کیلووات)	۰	۱۰۰۰
تغییرات ظرفیت سرمایشی چیلر جذبی (کیلووات)	۰	۱۰۰۰

جدول ٦ قیود بهینه‌سازی در الگوریتم ژنتیک

پارامترها	مقادیر	علت محدودیت
تعداد جمعیت	۹٤	شرط هم‌گرایی
نحوهٔ انتخاب	یکنواخت	شرط هم‌گرایی
تناسب مقیاس	رندم	شرط هم‌گرایی
احتمال ترکیب ژنی	۰/۸۵	شرط هم‌گرایی
نوع جهش	–	وابسته به محدودیت
مینیمم نرخ جهش	۰/۰۰۰۵	محدودیت نوع جهش
نرخ جهش اولیه	۰/۰۰۵	محدودیت نوع جهش
معیار توقف	٦-۱۰	شرط هم‌گرایی

جدول ۷ نتایج حاصل از پیاده‌سازی روش MRM & REUAB با فرض انتخاب تعداد محرک اولیه به‌عنوان پارامتر طراحی

پارامتر	روش MRM_e و REUAB		روش MRM_h و REUAB	
پارامتر ظرفیت نامی محرک اولیه	$E_{nom,1}$	$E_{nom,2}$	$E_{nom,1}$	$E_{nom,}$
ظرفیت نامی محرک اولیه (کیلووات)	۳٤	۸۷	۲۲	۳۰۳
ظرفیت بویلر (کیلووات)	٤٦۳/۳		۱۹۹/۲	
ظرفیت چیلر الکتریکی (کیلووات)	۵۳۷/۵		۳۵۲/۷	
ظرفیت چیلرجذبی (کیلووات)	۱۱۳/۵		۲۹۸/۳	
ماکزیمم سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی $\times ۱۰^{۳}$ ($/year)	۹٤/۹		۸۸/۱	

جدول ۸ نتایج حاصل از پیاده‌سازی روش MRM & REUAB با قید انتخاب یک محرک اولیه

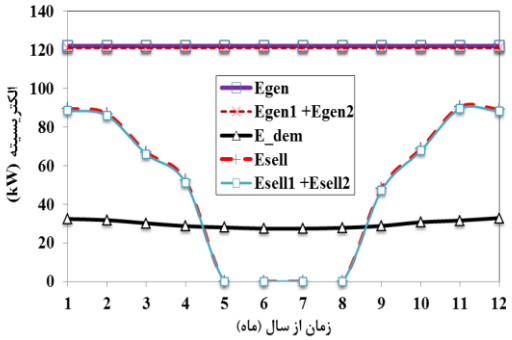
پارامتر	روش MRMe و REUAB	روش MRMh و REUAB
پارامتر ظرفیت نامی محرک اولیه	E_{nom}	E_{nom}
ظرفیت نامی محرک اولیه (کیلووات)	۱۲۲	۳۲۳
ظرفیت بویلر (کیلووات)	٤٦۲/۸	۲۰۳/۵
ظرفیت چیلر الکتریکی (کیلووات)	۵۳۷/۲	۳۵۵/۷
ظرفیت چیلرجذبی (کیلووات)	۱۱۳/۸	۲۹۵/۳
ماکزیمم سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی ۱۰۳× ($/year)	۳۲۷/۵	۳۱۸/۵

بحث و نتایج

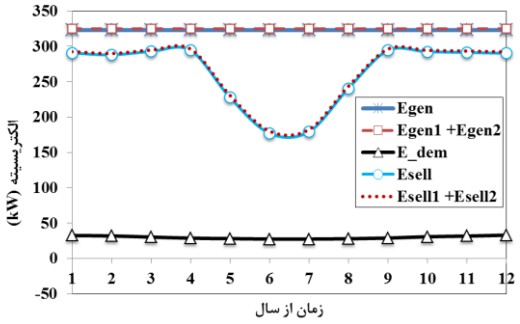
روند پیاده‌سازی روش ماکزیمم مستطیل برای دو حالت عملکرد الکتریکی و حرارتی در شکل‌های (۱ و ۲) ارائه شده‌است. این منحنی‌های تجمعی از منحنی بار حرارتی، سرمایشی و الکتریسیتهٔ مطالعهٔ موردی در شکل (۵) به‌دست آمده‌است و محدودهٔ ظرفیت پیشنهادشده برای محرک اولیه توسط روش

ماکزیمم مستطیل، به‌عنوان محدودهٔ تغییرات پارامتر طراحی ظرفیت موتور گازسوز در جدول (۵) استفاده شده‌است. جدول (۷ و ۸) نتایج حاصل از روش ترکیبی MRM & REUAB را به‌همراه مقدار تابع هدف در دو فرایند بهینه‌سازی مختلف (برای چهار حالت) نشان می‌دهد. در جدول (۷) که مربوط به حالتی است که تعداد محرک اولیه به‌عنوان پارامترهای طراحی درنظر گرفته‌شده و فرایند بهینه‌سازی این قابلیت را دارد تا تعداد مختلف و چیدمان‌های متفاوتی از ظرفیت محرک‌های اولیه را بررسی نماید. حالت دوم که در جدول (۸) ارائه شده، مربوط به حالتی است که با اعمال یک قید، فرایند بهینه‌سازی، تنها به انتخاب یک عدد محرک اولیه، محدود می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود در همهٔ حالت‌ها سود سالیانه یکنواخت نسبی مثبت به‌دست آمده‌است که این نشان‌دهندهٔ نقش مؤثر سیستم CCHP در کاهش هزینه‌های تأمین گرمایش، سرمایش و الکتریسیتهٔ مجتمع مورد نظر نسبت به سیستم سنتی (مطابق با رابطهٔ ۵) می‌باشد. با مقایسهٔ دقیق‌تر مشاهده می‌شود که در حالت عملکرد الکتریکی، سود سالیانه بیشتری نسبت به حالت عملکرد حرارتی به‌دست می‌آید و بیشترین سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی مربوط به حالت انتخاب یک محرک اولیه با ظرفیت E_{nom} =۱۲۲ kW می‌باشد این درحالی است که تعداد محرک اولیه به‌عنوان پارامتر طراحی برای این حالت درنظر گرفته شده‌است. درادامه برای ارزیابی بهتر این روش در دو حالت، به بررسی پوشش‌دهی بارهای مورد نیاز ساختمان پرداخته می‌شود.

شکل‌های (۶ و ۷) الکتریسیتهٔ سالانهٔ تولیدشده به‌همراه الکتریسیتهٔ فروخته‌شده را در دو حالت انتخاب برای محرک اولیه و در دو حالت عملکردی روش ماکزیمم مستطیل با تابع هدف REUAB، نشان می‌دهند به‌طوری‌که میزان الکتریسیتهٔ تولیدشده متناسب با ظرفیت انتخابی در هر روش و در شرایط ایده‌آل (دما و ارتفاع سطح دریا) به‌دست آمده‌است.



شکل ۶ الکتریسیتهٔ سالانهٔ تولیدشده و الکتریسیتهٔ سالانهٔ مورد نیاز به‌همراه الکتریسیتهٔ فروخته شده، $REUAB \& MRM_e$



شکل ۷ الکتریسیتهٔ سالانهٔ تولیدشده و الکتریسیتهٔ سالانهٔ مورد نیاز به‌همراه الکتریسیتهٔ فروخته شده، $REUAB \& MRM_h$

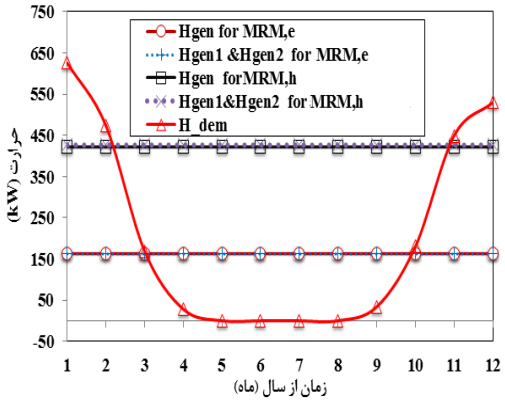
نتایج نشان می‌دهد که با وجود عملکرد محرک‌ها در بار نامی و تولید توان الکتریکی ثابت توسط سیستم CCHP، میزان الکتریسیتهٔ فروخته‌شده ثابت نیست. علت این امر، پوشش‌دهی بخشی از الکتریسیتهٔ تولیدی به‌منظور تأمین سرمایش الکتریکی می‌باشد به‌طوری‌که در ماه‌های گرم سال این نیاز به بیشترین مقدار خود می‌رسد. به‌همین علت فروش الکتریسیته در این ماه‌ها کاهش می‌یابد.

همچنین نتایج نشان می‌دهد که میزان الکتریسیتهٔ تولیدشده در دو حالت انتخابی برای محرک اولیه و نیز دو حالت عملکرد الکتریکی و حرارتی، تقریباً برابر می‌باشد که این نشان‌دهندهٔ نقش مؤثر تابع هدف در

انتخاب تعداد محرک اولیه برای الکتریسیتهٔ تولیدی معین است زیرا در این تابع کلیهٔ هزینه‌ها نظیر هزینه‌های اولیه، تعمیر و نگه‌داری و عملکرد به‌همراه هزینه‌های اسقاطی درنظر گرفته شده‌است. به‌طوری‌که می‌توان گفت برای پوشش‌دهی منحنی‌ها شرط انتخاب ماکزیمم سود این شرایط را به وجود آورده‌است.

از مقایسهٔ دو حالت عملکرد الکتریکی و گرمایی روش ماکزیمم مستطیل مشاهده می‌شود باوجودی‌که روش MRM_h با تابع هدف RUEAB میزان الکتریسیتهٔ بیشتری برای فروش دارد ولی مطابق با جدول‌های (۷ و ۸) سود سالیانهٔ بالاتری را به‌همراه ندارد. به‌عنوان مثال باوجودی‌که در حالت دو انتخاب برای محرک اولیه بیشترین امکان فروش الکتریسیته وجود دارد اما کمترین میزان سود سالیانه را به‌همراه دارد. علت این موضوع مربوط به هزینهٔ اولیهٔ تجهیزات به‌خصوص محرک اولیه می‌باشد چون با افزایش ظرفیت محرک اولیه درست است که امکان فروش برق بالا می‌رود اما درمقابل هزینه‌های اولیهٔ آن نیز افزایش می‌یابد.

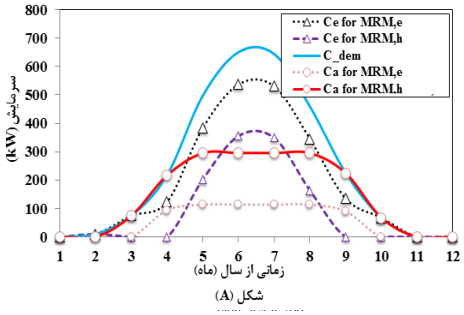
شکل (۸) میزان گرمای دریافتی از محرک‌های اولیه را در دو حالت عملکردی روش ماکزیمم مستطیل و نیز دو حالت انتخابی برای محرک اولیه نشان می‌دهد.



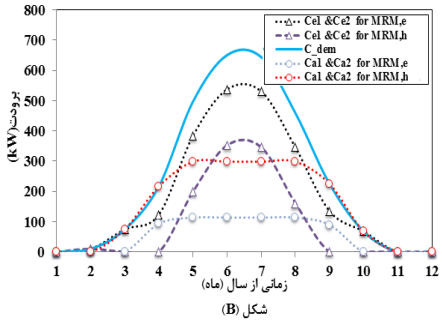
شکل ۸ میزان گرمای سالانهٔ مورد نیاز به‌همراه گرمای دریافتی از محرک‌ها، با روش MRM & REUAB

به‌طور کلی افزایش ظرفیت محرک اولیه، افزایش گرمای دریافتی را به‌همراه خواهد داشت که این در نتایج هم مشهود است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در تمام حالات مربوط، میزان حرارت دریافتی از محرک‌ها ثابت است که علت آن عملکرد محرک‌ها در بار نامی است اما همان‌طور که مشاهده می‌شود میزان گرمای تولیدشده در حالت MRM_h در هر دو حالت انتخابی بیشتر از MRM_e می‌باشد که این باعث کاهش در ظرفیت بویلر خواهد شد؛ زیرا ماکزیمم اختلاف میزان حرارت دریافتی از حرارت مورد تقاضای ساختمان تعیین‌کنندهٔ ظرفیت بویلر پشتیبان خواهد بود که این سیستم باید آن را جبران نماید. از طرفی، اگر گرمای دریافتی بیشتر از گرمای مورد تقاضا باشد، این مقادیر اضافی برای تأمین سرمایش توسط چیلر جذبی به مصرف می‌رسد. به‌طوری‌که ماکزیمم این مقادیر تعیین‌کنندهٔ ظرفیت چیلر جذبی خواهد بود.

همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد ظرفیت چیلر جذبی را ماکزیمم حرارت اتلافی در ماه‌های گرم سال تعیین خواهد کرد که در شکل (۹) میزان این سرمایش مهیاشده توسط چیلر جذبی به‌همراه سرمایش مهیاشده توسط چیلر الکتریکی نشان داده شده‌است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که در روش MRM_h&REUAB (شکل B) در هر یک از حالات، سرمایش مهیاشده توسط چیلر جذبی بالاتر از MRM_e&REUAB (شکل A) می‌باشد که علت آن ظرفیت‌های انتخاب‌شده برای محرک اولیه و درنتیجه میزان حرارت خروجی از آنها است. این روند برای چیلر الکتریکی فرایند معکوسی دارد چون مابقی سرمایش را چیلر الکتریکی باید مهیا کند؛ به‌طوری‌که ماکزیمم مقدار کمبود سرمایش مهیاشده توسط چیلر جذبی، تعیین‌کنندهٔ ظرفیت چیلر الکتریکی است.



شکل (A)



شکل (B)

شکل ۹ میزان سرمایش سالانهٔ مورد نیاز به‌همراه سرمای مهیاشده توسط چیلر جذبی Ca و الکتریکی Ce، با روش MRM & REUAB

بهینه‌سازی سیستم در شرایط واقعی با تأثیر دما و ارتفاع محیط. از آن‌جا که مکش هوا برای محرک اولیهٔ موتور گازسوز امری ضروری است، بنابراین خصوصیات هوا ازجمله دما و فشار، تأثیر به‌سزایی برروی عملکرد واقعی سیستم خواهد داشت. به‌عنوان نمونه، بالا بودن بیش از حد دمای محیط، به مرور زمان موجب ذوب شدن تاج پیستون می‌گردد. بنابراین در حالت مطلوب دمای محیط نباید از ۵۵ درجهٔ سانتی‌گراد تجاوز کند و درصورت افزایش دمای محیط عملکرد موتور کاهش می‌یابد [27].

در این پژوهش به‌منظور نزدیک تر شدن به شرایط واقعی اثر این دو پارامتر در نتایج بهینه‌سازی بررسی شده‌است. در واقع فرض شده‌است که بازده و توان موتورهای گازسوز به‌ازای هر ۵/۵ درجه افزایش در دمای هوای محیط، به میزان ۱٪ کاهش پیدا می‌کنند. این تغییرات می‌تواند توسط رابطهٔ زیر تخمین زده می‌شود [8, 26, 27].

جدول ۹ درصد تغییرات پارامترهای طراحی و مقدار تابع هدف با پیاده‌سازی روش MRM & REUAB در شرایط واقعی

پارامتر	درصد تغییرات حاصل از اعمال روش REUAB & MRMe
محرک اولیه(درصد) ظرفیت	+۱۰/۷
ظرفیت بویلر (درصد)	−۱۱/۷۳
ظرفیت چیلر الکتریکی (درصد)	−۱۰
ظرفیت چیلرجذبی (درصد)	+۹/۶
REUAB (درصد)	−۰/۷۹

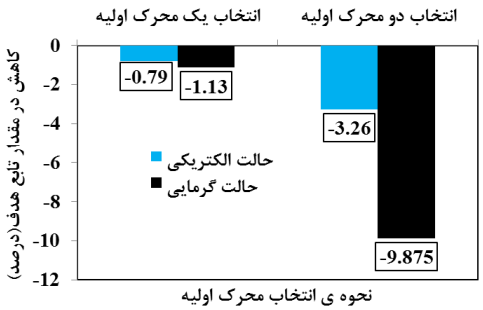
$$\frac{f(T)}{f_{nom}} = (1 - 0.01\frac{T-25}{5.5}) \qquad (۱۷)$$

همچنین، افزایش ارتفاع، به‌ازای هر ۳۰۳ متر (۱۰۰۰فوت)، ۰/۰۳ بازده را کاهش می‌دهد [8, 27, 28].

جدول (۹) نتایج مربوط به درصد تغییرات پارامترهای طراحی را تحت اعمال شرایط واقعی در فرایند بهینه‌سازی برای حالت عملکردی الکتریکی نشان می‌دهد.

با مقایسهٔ نتایج حاصل از حالت واقعی و حالت ایده‌آل مشاهده می‌شود که مقدار ظرفیت نامی موتور گازسوز به‌میزان ۱۰/۷ درصد نسبت به حالت ایده‌آل افزایش یافته‌است. درواقع به‌منظور بهینه بودن شرایط، فرایند بهینه‌سازی ظرفیت ۱۳۵ کیلوواتی برای موتور گازسوز پیشنهاد می‌شود؛ زیرا با تأثیر دما و ارتفاع که باعث کاهش بازده محرک اولیه می‌شوند، میزان الکتریسیته و گرمای دریافتی از محرک اولیه تغییر می‌یابد و این تغییر در ظرفیت دیگر تجهیزات مؤثر خواهد بود. با مقایسهٔ مقادیر تابع هدف (REUAB) در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود که اعمال شرایط واقعی تابع هدف را کاهش می‌دهد؛ زیرا، دما و ارتفاع محیط نصب‌شدهٔ سیستم CCHP باعث کاهش بازده محرک اولیه می‌شود، درنتیجه الکتریسیته و گرمای دریافتی از

محرک را کاهش خواهد داد؛ بنابراین به‌منظور پوشش‌دهی منحنی‌های بار مورد نیاز ساختمان، خرید الکتریسیته از شبکه و سوخت، به‌منظور تولید حرارت توسط بویلر مورد نیاز خواهد بود.



شکل ۱۰ میزان تغییرات درصدی مقدار تابع هدف با اعمال شرایط واقعی در حالت‌های مختلف

هرچند علت دیگر آن را می‌توان هزینهٔ اولیهٔ واحد تولید توان دانست؛ زیرا عمدهٔ هزینهٔ سیستم CCHP نسبت به سیستم سنتی، هزینهٔ واحد تولید توان می‌باشد و چون در حالت واقعی ظرفیت انتخابی برای محرک اولیه افزایش می‌یابد، درنتیجه طبق روابط (۵ و ٦) از سود حاصل کاسته خواهد شد.

بهینه‌سازی سیستم با تغییر در قیمت حامل‌های انرژی. در این بخش نتایج بهینه‌سازی با افزایش ۱۰ درصد قیمت حامل‌های انرژی نسبت به قیمت پایه در روش MRM_e & REUAB ارائه شده‌است. علت انتخاب این روند، مقایسهٔ نتایج این روش با روش REUAC می‌باشد.

نتایج بهینه‌سازی، نشان می‌دهد که افزایش ۱۰ درصدی قیمت حامل‌های انرژی مقدار تابع هدف را ۸ درصد، ظرفیت موتور گازسوز را ۲۲ درصد و ظرفیت چیلر جذبی را تا ۳۳ درصد افزایش می‌دهد. درحالی‌که ظرفیت بویلر ۸ درصد و ظرفیت چیلر الکتریکی ۱۷ درصد نسبت نتایج بهینهٔ روش MRM_e&REUAB کاهش خواهد یافت. درواقع روند افزایشی (برای ظرفیت موتور گازسوز، چیلر جذبی و مقدار تابع هدف) و کاهشی (برای چیلر الکتریکی و بویلر) در دیگر مراجع [16] ارائه شده‌است؛ اما نکتهٔ قابل‌توجه میزان افزایش ظرفیت نامی موتور گازسوز و تابع هدف می‌باشد؛ زیرا این مقادیر در مراجع دیگر تا ۳۳/۳ درصد برای موتور گازسوز و ۸ درصد برای تابع هدف، در ۱۰ درصد افزایش قیمت حامل‌های انرژی نیز گزارش شده‌است. این بدین معنی است که با افزایش ۱۰ درصدی قیمت حامل‌های انرژی، به‌منظور دست‌یابی به بیشترین مقدار تابع هدف، باید ظرفیت محرک اولیه ۳۳/۳ درصد بیشتر از ظرفیت محرک اولیهٔ موجود انتخاب شود. اما با روش ارائه‌شده در این پژوهش این مقدار به ۲۰ درصد کاهش می‌یابد درحالی‌که میزان افزایش سود حاصل (۸ درصد) ثابت می‌ماند. این نتیجه نشان می‌دهد که روش ارائه‌شده در پیش‌بینی افزایش قیمت حامل‌های انرژی موفق‌تر از دیگر روش‌ها می‌باشد به‌طوری‌که این افزایش قیمت، مستلزم هزینهٔ اضافی نخواهد شد.

نتیجه‌گیری

دست‌یابی به سیستم‌های تولید هم‌زمان با تراز انرژی بالا می‌تواند در بعضی موارد هزینه‌های اقتصادی بالایی را در پی داشته باشد که ممکن است نسبت به هزینهٔ تولید سنتی انرژی، صرفهٔ اقتصادی مناسبی نداشته باشد؛ لذا استفاده از روش‌هایی که بتواند بین تولید بالای انرژی و هزینه‌های معادل، توازن و تعادل منطقی برقرار کند، امری ضروری است. ازاین‌رو در این پژوهش به معرفی سه روش ماکزیمم بار (MLM)، ماکزیمم مستطیل (گرمایی $MRM_{,h}$ و الکتریکی $MRM_{,e}$) و سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی (REUAB) در تعیین ظرفیت تجهیزات سیستم‌های تولید هم‌زمان برق حرارت و برودت پرداخته شد. درحقیقت روش چندمعیارهٔ سود سالیانهٔ نسبی، هزینه‌های سیستم تولید

هم‌زمان را نسبت به سیستم سنتی (که با روش ماکزیمم بار تعیین ظرفیت می‌شود) می‌سنجد و روش ماکزیمم مستطیل تعادل منطقی به‌منظور تأمین نیاز ساختمان برقرار می‌کند. به‌منظور بهینه‌سازی سیستم CCHP، برای یک مجتمع مسکونی با محرک اولیهٔ موتور گازسوز از هر سه روش استفاده شد و روش جدیدی تحت نام MRM_i&REUAB ارائه شد. نتایج نشان داد که با اعمال این روش نه‌تنها محدودیت‌های روش‌های گذشته اعمال می‌شود بلکه فرایند بهینه‌سازی با تغییر قیمت حامل‌های انرژی در هر ماه کارایی دارد و نیازی به ثابت فرض نمودن قیمت حامل‌ها در کل سال نیست؛ به‌طوری‌که سیستم طراحی‌شده قادر است کلیهٔ نیازهای ساختمان را پوشش دهد و دارای سود سالیانهٔ مثبت باشد.

با مقایسهٔ حالت‌های بهینه‌سازی، مشاهده می‌شود که ماکزیمم سود سالیانه در همهٔ حالات مربوط به انتخاب یک محرک اولیه برای سیستم CCHP به‌دست می‌آید و عملکرد سیستم در حالت الکتریکی سود بیشتری را نسبت به حالت حرارتی متناظر خود کسب می‌کند؛ درصورتی‌که پوشش‌دهی حالات مربوط به حرارتی بیشتر از حالات مربوط به الکتریکی می‌باشد. درنهایت نتایج بهینه با اعمال شرایط واقعی برای موتور گازسوز نشان داد که طراحی سیستم CCHP بدون درنظر گرفتن شرایط واقعی عملکرد واحد تولید توان (دما و ارتفاع محیط) می‌تواند گمراه‌کننده باشد به‌طوری‌که بهینه‌سازی پارامترهای طراحی، نزدیک به ۱۰ درصد خطا خواهند داشت و نیز سود حاصل بیشتر از حالت واقعی گزارش می‌شود.

از طرفی نتایج بهینه‌سازی سیستم با تغییر در قیمت حامل‌های انرژی نشان داد که روش ارائه‌شده، پیش‌بینی بهتری نسبت به روش REUAB در افزایش ده درصدی قیمت حامل‌های انرژی دارد.

نمادها

A	هزینهٔ سالانهٔ اسقاطی ($/year)
AED	الکتریسیتهٔ مورد نیاز تجمعی
ATD	حرارت مورد نیاز تجمعی
C	سرمایش، (kW)
CCHP	سیستم تولید هم‌زمان برق، حرارت و برودت
COP	ضریب عملکرد، (%)
CRF	ضریب سالیانه‌کننده
E	الکتریسیته، (kW)
EUAB	کل هزینه و درآمد سالیانهٔ یکنواخت، ($/year)
F	انرژی سوخت، (kW)
H	گرمایش، (kW)
I	نرخ بهره، (%)
J	شمارندهٔ ماه
K	عمر تجهیزات، (year)
LHV	ارزش حرارتی سوخت، (kJ/kg)
m	جرم،(Kg)
M	هزینهٔ تعمیر و نگه‌داری، ($/kWh)
MLM	روش ماکزیمم بار
MRM	روش ماکزیمم مستطیل
n	تعداد محرک اولیه
NC	ظرفیت نامی، (kW)
R	هزینهٔ اولیهٔ سالیانه‌شده، ($/year)
REUAB	سود سالیانهٔ یکنواخت نسبی، ($/year)
SV	هزینهٔ اسقاطی در سال جاری، ($/kWh)
Trad	سیستم متداول (سنتی)

علائم یونانی

ε	جریمهٔ انتشار آلاینده‌ها، ($/kg)
η	بازده، (%)
ρ	هزینهٔ حامل‌های انرژی، ($/kWh)
τ	بازهٔ زمانی، ساعت

زیرنویس

a	جذبی	E	الکتریکی
B	بویلر	F	سوخت
Buy	خرید	Gen	تولیدشده
C	سرمایش مربوط به چیلر (تراکمی یا جذبی)	H	گرمایی
CCHP	سیستم تولید هم‌زمان برق حرارت و برودت	J	تعداد تجهیزات
Dem	مورد نیاز	K	نوع آلاینده/ شمارندهٔ تجهیزات
		Nom	اسمی، نامی
		Sell	فروش
		Trad	سیستم متداول (سنتی)

مراجع

1. Sanaye, S., Ghafurian, M.M. and Dastjerd, F.T., "Applying Relative Net Present or Relative Net Future Worth Benefit and exergy efficiency for optimum selection of a natural gas engine based CCHP system for a hotel building", *J. Nat. Gas Sci. Eng*, Vol. 34, pp. 305–317, (2016).
2. Mostafaeipour, A., Bardel, B., Mohammadi, K., Sedaghat, A. and Dinpashoh, Y., "Economic Evaluation for Cooling and Ventilation of Medicine Storage Warehouses Utilizing Wind Catchers", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 38, pp.12-19, (2014).
3. Tavakoli Dastjerd, F., Tavakoli Dastjerd, M. and Farahat, S., "Investigated of the Performance of CCHP System in Reducing Pollutants Emission NO_x, CO_2 and CO", *23rd Annual International Mechanical Engineering Conference*, Tehran, IRAN,12-14 May, (2015)
4. Sonar, D., Soni, S.L. and Sharma, D., "Micro-trigeneration for Energy Sustainability: Technologies, Tools and Trends", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 71, pp. 790-796, (2014).
5. Boyce, M.P., *"Handbook for Cogeneration and Combined Cycle Power Plants"*, ASME PRESS, (2002).
6. Ghafurian, M.M., Shakib, S.E. and Tavakoli Dastjerd, F., "Modeling and Optimizing of a Combined CHP System, Compression Chiller and Reverse Osmosis Plant (CHP + C + W) in Two Strategies of Connections with Grid", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 37, pp. 1751-1763, (2015).
7. Ebrahimi, M. and Keshavarz, A., "Sizing the Prime Mover of a Residential Micro-combined Cooling Heating and Power (CCHP) System by Multi-criteria Sizing Method for Different Climates", *Energy*, Vol. 54, pp. 291–301, (2013).
8. Sanaye, S., Meybodi Aghaei, M. and Shokrollahi, S., "Selecting the Prime Movers and Nominal Powers in Combined Heat and Power Systems", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 1177-1188, (2008).
9. Cardona, A. and Piacentino, A., "Methodology for Sizing a Trigeneration Plant in Mediterranean Areas", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 23, pp. 1665-1680, (2003).

10. Ghafurian, M.M., Tavakoli Dastjerd, F. and Shafiee Mayam, M.H., "Comparison Three Methods in Designing CCHP System for an Industrial of Case Study", *Second National Application Researches in Electrical, Mechanical and Mechatronic Conference*, Tehran, IRAN, 19 February, (2015).
11. Gu, Q., Renc, H., Gaob, W. and Rend, J., "Integrated Assessment of Combined Cooling Heating and Power Systems under Different Design and Management s for Residential Buildings in Shanghai", *Energy and Buildings*, Vol. 51, pp.143-152, (2012).
12. Gibson, C. A., Meybodi, M.A. and Behnia, M. "Optimization and Selection of a Steam Turbine for a Large Scale Industrial CHP (combined heat and power) System under Australia's Carbon Price", *Energy*, Vol. 34, pp. 1-17, (2013)
13. Maerefat, M. and Shafie, P., "Design of CCHP System for Office Buildings in Tehran and Thermodynamical, Environmental and Economical Evaluation in Comparison to Conventional System", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, pp. 124-134, (2014)
14. Wang, J.J., Zhang, C.F. and Jing, Y-Y., "Multi-criteria Analysis of Combined Cooling, Heating and Power Systems in Different Climate Zones in China", *Applied Energy*, Vol. 87, pp. 1247-1259, (2010).
15. Fumo, N., Mago, P.J. and Chamra, M., "Emission Operational Strategy for Combined Cooling, Heating, and Power Systems", *Applied Energy*, Vol. 86, pp. 2344–2350, (2009).
16. Sanaye, S. and Ghafurian, M.M., "Applying Relative Equivalent Uniform Annual Benefit for Optimum Selection of a Gas Engine Combined Cooling, Heating and Power System for Residential Buildings", *Energy and Building*, Vol. 128, pp. 809-818, (2016)
17. Tavakoli Dastjerd, F., Ghafurian, M.M. and Shakib, E., "Tech Economic Optimization of CCHP System with Rely the Time Value of Money, in Payback Period", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, pp. 254-260, (2015).

۱۸. دستورالعمل مدیریت بار پستها و فیدرهای فشار ضعیف در شبکه‌های توزیع نیروی برق، شماره سند ۲۳۲۳ / ۳٤۲: شرکت توزیع نیروی برق، (۱۳۹۵).

19. Ebrahimi, M. and Keshavarz, A. "Climate Impact on the Prime Mover Size and Design of a CCHP System for the Residential Building", *Energy and Buildings*, Vol. 54, pp. 283-289, (2012).
20. Darrow, K., Tidball, R., Wang, J. and Hampson, A., "Catalog of CHP Technologies", U.S. Environmental Protection Agency Combined Heat and Power Partnership, March (2015).
21. Oskoonejad, M.M., "*Engineering Economy*", Amirkabir University, Tehran, Iran, Amirkabir Publishing, 4th ed., (2007)
22. http://bahaye_bargh.tavanir.org.ir / Accessed in February, (2015).
23. http://www.nigc-mpgc.ir/ Accessed in February, (2015).
24. http://www.abfasb.ir/main.asp?id=778/ Accessed in February, (2015).
25. Hourly Analysis Program (HAP) 4.20.
26. Tavakoli Dastjerd, F., Ghafurian, M.M. and Shafiei Mayam, M.H., "Investigation of How to Choose Capacity of Gas Engine in Optimization CCHP Systems with GA; Case Study: Water Sports Complex", *AmirKabir Jounrnal of Science & Research Mechanical Engineering*, ASJR-ME, Vol. 48, pp.79-92, (2016)

27. Ghafurian, M.M. and Niazmand, H., "New Approach for Estimating the Cooling Capacity of the Absorption and Compression Chillers in a Trigeneration System", *International Journal of Refrigeration*, Vol. 86, pp. 89-106, (2018).

بهبود عملکرد آیرودینامیکی بالواره‌های نوسانی با حرکت فراز و فرود در اعداد رینولدز پایین بااستفاده از انتقال حرارت*

احمد سمیعی [۱] محمدحسن جوارشکیان[۲] مجتبی هنرمند[۳]

چکیده *در این تحقیق، اثر انتقال حرارت برروی ضرایب برآ و پسای دو بالوارهٔ متقارن و انحنادار با حرکت نوسانی فراز و فرود در جریان لایه‌ای، به‌روش عددی بررسی شده‌است. معادلات ناویراستوکس قابل‌تراکم توسط یک روش عددی برمبنای حجم محدود گسسته و با الگوریتم پیمپل حل شده‌اند. در این شبیه‌سازی لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی سیال متغیر در نظر گرفته شده است و از تکنیک شبکه‌های دینامیکی استفاده گردیده‌است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد، با کاهش دمای سطح بالواره‌ها نسبت‌به دمای جریان آزاد، نسبت برآ به پسا افزایش می‌یابد. همچنین اثر انتقال حرارت بر الگوی گردابه‌ها در لبهٔ انتهایی بالواره‌ها و درنتیجه تأثیر آن بر ضرایب آیرودینامیکی آنها بررسی شده‌است.*

واژه‌های کلیدی انتقال حرارت، حجم محدود، شبکهٔ دینامیکی، عدد رینولدز.

Improvement of Aerodynamic Performance of Oscillating Airfoils with Plunging Motion at Low Reynolds Numbers Using Heat Transfer

A. Samiee M.H. Djavareshkian M. Honarmand

Abstract *In this study, the effect of heat transfers on lift and drag coefficients of two symmetric and camber airfoils with plunging motion in laminar flow is numerically investigated. The compressible Navier–Stokes equations are discretized using a finite volume method and they are solved by PIMPLE algorithm. In this simulation, fluid dynamic viscosity and thermal conductivity are considered to be variable. Also dynamic mesh method is used for oscillating motion. The results show that, by reducing the airfoil surface temperature less than the free flow temperature, lift to drag ratio increases. Moreover, influence of heat transfer on vortexes pattern at airfoils trailing edge and therefore its impact on the aerodynamic coefficients are investigated.*

Key Words Heat Transfer; Finite Volume; Dynamic Mesh; Reynolds number.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۵/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/٤/۱٤ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.58136

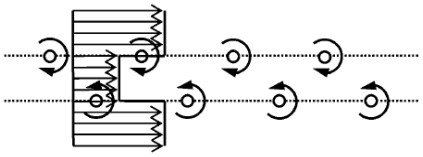
(۱) کارشناسی ارشد تبدیل انرژی، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه مهندسی مکانیک دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. javareshkian@um.ac.ir

(۳) کارشناسی ارشد تبدیل انرژی، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

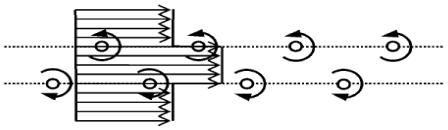
مقدمه

بالواره‌های نوسانی در تعدادی از وسایل مانند توربین‌های باد عمود محور، وسایل هوایی ریز پرنده (MAV) استفاده می‌شوند. ارتقای هر چه بیشتر این وسایل یکی از زمینه‌های تحقیقاتی روز می‌باشد. نوع نیروی تولیدشده به‌وسیلهٔ حرکت‌های نوسانی یک جسم بستگی به ساختار گردابه‌های پشت جسم دارد. وون‌کارمن و برگز [1] در سال ۱۹۳۵ اشاره می‌کنند که اگر گردابه‌های پشت جسم در ردیف بالا ساعتگرد و در ردیف پایین پادساعتگرد بچرخند، کمبود مومنتم (پروفیل سرعت متوسط در شکل (۱) نشان داده شده‌است) در دنباله (wake) درمقایسه با جریان بالادست منجر به تولید نیروی پسا می‌شود و در این حالت دنبالهٔ پشت جسم به دنبالهٔ تولیدکنندهٔ پسا معروف است.

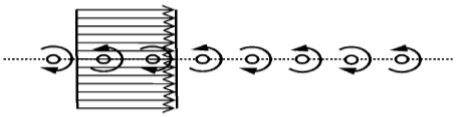


شکل ۱ ساختار گردابه‌های تولیدکنندهٔ نیروی پسا [2]

عکس آن، هنگامی است که گردابه‌ها در ردیف بالا پادساعتگرد و در ردیف پایین ساعتگرد بچرخند که در آن صورت پروفیل سرعت متوسط نشان داده‌شده در شکل (۲)، مشابه پروفیل جت، حاکی از آن است که مومنتم دنباله بیشتر از جریان بالادست است که منجر به تولید نیروی رانش می‌شود و ساختار دنبالهٔ پشت جسم به دنبالهٔ تولیدکنندهٔ نیروی رانش معروف است. آنها اشاره می‌کنند که قدرت این نیروها به فاصلهٔ عمودی و افقی بین ردیف‌های گردابه‌ها بستگی دارد. اگر فاصلهٔ عمودی بین ردیف‌ها افزایش یابد، ناحیهٔ سرعت متوسط کمتر (در حالت پسا) و یا ناحیهٔ سرعت متوسط بالاتر (در حالت رانش) افزایش می‌یابد که خود منجر به افزایش نیروی پسا و یا نیروی رانش می‌شود. کاهش این فاصلهٔ عمودی تا نزدیک صفر باعث می‌شود که دو ردیف گردابه‌ها در یک ردیف قرار بگیرند و این حالت منجر به تولید پسا و یا رانش صفر خواهد شد. دنبالهٔ پشت جسم در این حالت به دنبالهٔ خنثی (Neutral wake) معروف است [2]. پروفیل سرعت متوسط در شکل (۳) برای حالت فوق نشان داده شده‌است.



شکل ۲ ساختار گردابه‌های تولیدکنندهٔ نیروی رانش [2]



شکل ۳ ساختار گردابه‌های تولیدکنندهٔ نیروی رانش و یا پسا صفر [2]

لای و پلاتزر [3] در سال ۱۹۹۹ مشخصه‌های دنبالهٔ یک بالوارهٔ نوسانی را به‌عنوان تابعی از فرکانس، دامنه و سرعت جریان آزاد به‌صورت تجربی مطالعه نمودند. همچنین آنها الگوی خاصی از دنباله را به‌ازای دامنه و فرکانس‌های خاص مشاهده کردند. برای مثال شکل‌های (٤ و ٥) که نتایج کارهای آزمایشگاهی آنها است، به‌ترتیب گردابه‌های از نوع تولیدکنندهٔ نیروی رانش و خنثی می‌باشند.



شکل ٤ نتایج آزمایشگاهی لای و پلاتزر ، دنبالهٔ تولیدکنندهٔ رانش [3]



شکل ۵ نتایج آزمایشگاهی لای و پلاتزر، دنباله خنثی [3]

جونز، دورینگ و پلاتزر [4] در سال ۱۹۹۸ به‌طور آزمایشگاهی نشان دادند که گردابه‌های بالوارهٔ نوسانی با حرکت فراز و فرود بسته به فرکانس و دامنهٔ نوسان می‌تواند به هر سه شکل پسازا، رانشی و یا حتی خنثی در آید.

گوئررو [5] در سال ۲۰۰۹ اثر انحنا را روی عمکرد آیرودینامیکی یک بالوارهٔ نوسانی بررسی کرد و به این نتیجه رسید که انحنا تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای برروی ضریب برآ دارد ولی برروی ضریب رانش و بازده پیشرانش تأثیر کمی دارد. بر اساس این مشاهدات ادعا کرد که عمدتاً نیروی رانش وابسته به پارامترهای نوسانی است درحالی‌که برآ به پارامترهای هندسی وابسته است.

انگیزهٔ تلاش‌های تحقیق اخیر در آیرودینامیک اعداد رینولدز پایین به‌جهت اهمیت وسایل هوایی ریز پرنده می‌باشد. بالا بردن برآ، کاهش پسا و درنتیجه افزایش پوشش عملیاتی بالواره‌های این وسایل همواره مورد تحقیق پژوهشگران بوده‌است. روش‌های شناخته‌شدهٔ خوبی برای بهبود این مشخصات بالواره شامل بهینه‌سازی شکل بالواره، بالچه‌های لبهٔ حمله (Flaps) و فرار، وجود دارد. تأثیر پارامترهای مختلف مانند سینماتیک عملیاتی، بهینه‌سازی شکل بال و عدد رینولدز در تحقیق‌های متعددی موردمطالعه قرار گرفته‌است. ولی تاکنون توجه کمی به شرایط عملیاتی حرارتی خصوصاً برای حالت جریان ناپایا شده‌است. به هرحال، در تحقیق‌های پیشین اهمیت انتقال حرارت در جریان پایا بیان شده‌است. تعدادی از این بررسی‌ها روی پیش‌بینی مشخصات لایهٔ مرزی، پایداری و تأخیر گذار به‌وسیلهٔ گرمای سطح بالواره‌ها تحت شرایط حالت پایدار متمرکز شده‌اند. برای مثال نورتون [6] در سال ۱۹۷۳ یک بالوارهٔ گرم‌شدهٔ ناکا ۰۰۱۲ را در رینولدز 10^5 با توزیع یکنواخت دما روی سرتاسر بالواره درنظر گرفت و اثرات دمای سطح را برروی لایهٔ مرزی و نیروهای آیرودینامیکی بررسی کرد. او پی برد که دمای سطح بالاتر از دمای جریان آزاد تمایل به بی‌ثبات‌کردن لایهٔ مرزی دارد که منجر به یک گذار و جدایش زودتر جریان می‌شود. همچنین پی برده شد که پسا با شار حرارتی افزایش می‌یابد. در چند تحقیق دیگر نیز ایدهٔ اساسی، افزایش پوشش عملیاتی بالواره‌ها بوده‌است. برای مثال کیم و همکارانش [7] در سال ۲۰۰۳ و بکا و همکارانش [8] در سال ۲۰۰۹، امکان بهبود بازده آیرودینامیکی توسط انتقال حرارت را در بالواره‌های مقیاس‌کوچک بررسی کردند. کیم و همکاران نشان دادند انتقال حرارت مناسب برروی بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ می‌تواند باعث بیشتر شدن زاویهٔ واماندگی بالواره شود. بکا و همکاران نیز اثرات حرارتی را روی آیرودینامیک پایای یک ریزپرنده بااستفاده از مدل‌های مختلف آشفتگی بررسی کرد. او اشاره کرد که با وجود جریان غالباً آرام، معرفی مدل آشفتگی می‌تواند محاسبات عددی را پایدارتر و به مقادیر تجربی نزدیک‌تر کند.

آن‌چه در اینجا اهمیت دارد این است که این تحقیق‌ها اثر انتقال حرارت را برای بالواره‌ها در جریان پایا که درمورد بال‌های ثابت هستند، بحث کرده‌اند؛ اما آیرودینامیک بالواره‌ها، خصوصاً هنگام مطالعهٔ حرکت‌های نوسانی مهم به‌نظر می‌رسد. دنیس اف هینز و همکارانش [9] در سال ۲۰۱۳ از قضاوت نتایج برروی بالواره‌ها در حالت پایا نتیجه گرفتند که ممکن است اثرات حرارتی برروی آیرودینامیک بالواره‌های نوسانی در جریان رینولدز پایین نیز مهم باشد. آنها انتظار داشتند که گرمایش برروی لزجت و درنتیجه نیروهای اصطکاکی در لایهٔ مرزی آرام اثر بگذارد. آنها اثر انتقال حرارت را برروی عملکرد آیرودینامیکی حالت ایستا (Static) در رینولدز ۳۰۰۰، فراز و فرود در رینولدز ۲۰۰۰۰ و پیچ یک بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۳۰۰۰ بررسی کردند. در حالت ایستا با افزایش دما از ۳۰۰ به ٤۰۰ کلوین در سرتاسر بالواره نسبت‌به

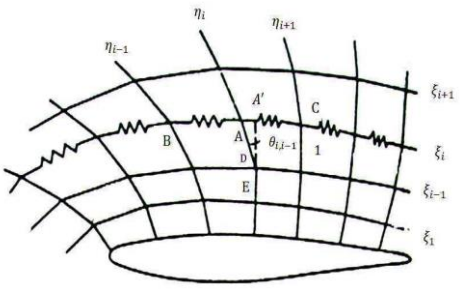
دمای جریان آزاد، ضریب پسای متوسط تا ٦/٧ درصد افزایش یافت. درمورد حرکت فراز و فرود، مقدار متوسط ضریب پسا با افزایش اختلاف دمای سطح و جریان آزاد میل به افزایش نشان داد. درمورد حرکت پیچ، مقدار متوسط و دامنهٔ ضریب پسا و برآ با افزایش اختلاف دمای سطح و جریان آزاد کاهش یافت؛ بنابراین درمورد بررسی آنها هیچ بهبودی در عملکرد آیرودینامیکی بالواره‌های مطرح‌شده، به‌وجود نیامد. قابل توجه است که درمورد حرکت پیچ بررسی‌شده توسط آنها ضریب پسا با افزایش دما کاهش یافت اما در همان زمان ضریب برآ کاهش بیشتری را نشان داد که منجر به کاهش نسبت برآ به پسا شد.

بررسی تحقیق‌های پیشین نشان می‌دهد تأثیر پدیدهٔ انتقال حرارت برروی عملکرد آیرودینامیکی بالواره‌های ساکن بسیار مهم بوده‌است. به‌نظر می‌رسد این پدیده برروی بالواره‌های نوسانی نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار باشد، با وجود این در تحقیق‌ها به این نکته کمتر پرداخته شده‌است. در تنها مقالهٔ ذکرشده توسط دنیس اف هینز و همکارانش [9] در سال ۲۰۱۳ اثر گرمایش سطح بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در حرکت‌های نوسانی مطرح شده‌است. هدف از تحقیق اخیر، بررسی اثر انتقال حرارت برروی عملکرد آیرودینامیکی بالواره‌های نوسانی با حرکت فراز و فرود در رژیم جریان اعداد رینولدز پایین با تکیهٔ خاص بر ضرایب برآ و پسای بالواره‌ها می‌باشد. در این تحقیق بالواره‌ها هم در حالت گرمایشی و هم در حالت سرمایشی مورد مطالعه قرار می‌گیرند تا بهبودی برای عملکرد آیرودینامیکی آنها حاصل شود. همچنین در مواردی گردابه‌های لبهٔ فرار در حالت‌های مختلف حرارتی تحلیل می‌شوند. اثر توأمان ضخامت و همچنین انحنا نیز در حضور انتقال حرارت موردبحث قرار می‌گیرد. معادلات ناویراستوکس نوسانی تراکم‌پذیر توسط یک روش عددی برمبنای حجم محدود و الگوریتم پیمپل تراکم‌پذیر با شبیه‌سازی عددی توسط شبکهٔ دینامیکی و استفاده از نرم‌افزار متن باز اپن فم (Open Foam) [10,11] حل می‌شوند. با درنظر گرفتن تغییر مشخصات سیال با دما، مقدار ویسکوزیتهٔ دینامیکی و ضریب نفوذ حرارتی به‌ترتیب با فرمول ساترلند (Sutherland) و اوکن (Eucken) ارزیابی می‌شوند.

شبکه‌های دینامیکی و معادلات حاکم

شبکه‌های دینامیکی در مسائلی که هندسه تغییر می‌کند و یا جسم حرکت می‌کند مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نوع شبکه‌بندی، شبکه در هر لحظه با حرکت بالواره اصلاح می‌شود. شبکه‌های دینامیکی علاوه‌بر کارایی و کارامدی در دقت روش‌های عددی، حافظهٔ کامپیوتر و زمان حل برنامه (نسبت‌به تولید مجدد شبکه) را نیز کاهش می‌دهند. در شبکه‌های دینامیکی به‌منظور مدل‌کردن تغییر حرکت‌ها در مرز از تکنیک فنرهای خطی کششی [12] و خمشی [13] استفاده می‌شود. دراین روش که متداول‌ترین روش حرکت دادن شبکه المانی می‌باشد، هر کدام از اضلاع بین دو گره در شبکه به‌صورت موهومی به فنری با سفتی متناسب با عکس فاصلهٔ بین هر گره تبدیل می‌شود، به‌طوری‌که خطوط با طول بیشتر، دارای سفتی کمتر و خطوط با طول کمتر، سفتی بیشتر خواهند داشت. در کار حاضر برای شبیه‌سازی حرکت نوسانی بالواره از این تکنیک استفاده شده‌است [14].

درادامه روابط مربوط به فنرهای خطی و شبکه‌های دینامیکی از مرجع [15] آورده شده‌است. در شکل (٦) نمونه‌ای از شبکهٔ فنری نشان داده شده‌است.



شکل ٦ نمونه‌ای از شبکهٔ محاسباتی با فنرهای خطی

در شکل (٦)، نحوهٔ فنرزنی و ایجاد شبکه بااستفاده از روش فنر خطی قابل‌مشاهده است. بردار $\overrightarrow{e_{ij}}$ که گره i را به گره j وصل می‌کند به‌وسیلهٔ رابطهٔ (١) بیان می‌شود:

$$\overrightarrow{e_{ij}} = x_j - x_i \quad (١)$$

که طول این بردار برابر است با:

$$L_{ij} = \sqrt{e_{ij}.e_{ij}} \quad (٢)$$

$$i_{ij} = \frac{e_{ij}}{L_{ij}} \quad (٣)$$

$$\Delta = (m_j - m_i).\overrightarrow{i_{ij}} \quad (٤)$$

که در معادلهٔ (٤)، Δ تغییر مکان گره‌های i و j (m_j و m_i) درراستای بردار اتصال دو نقطه را نشان می‌دهد. به‌علاوه می‌توان سفتی فنر خطی برای هر ضلع را از رابطهٔ (٥) به‌دست آورد. درنتیجه نیروی ایجادشده روی گره i ام درراستای بردار یکهٔ i_{ij} اعمال می‌شود که به‌صورت رابطهٔ (٦) می‌باشد. k_{ij} سفتی فنری است که بین دو گره i و j قرار دارد و متناسب با عکس بردار ضلع می‌باشد.

$$k_{ij} = \frac{1}{L_{ij}} \quad (٥)$$

$$f_{ij}^{edge} = k_{ij}(m_j - m_i)\overrightarrow{i_{ij}}.\overrightarrow{i_{ij}} = -f_{ji}^{edge} \quad (٦)$$

بااستفاده از این روش سودمند می توان تغییر شکل‌های محلی المان را کنترل کرد. اگر طول المانی زیاد شد، سفتی آن زیاد می‌شودکه منجر به اعمال نیروی بیشتری به این المان می‌گردد و باعث جمع‌شدن آن می‌شود. این امر کمک زیادی به تطبیق‌دادن شبکه می‌کند. دو عدد از اعداد بی‌بعد حاکم بر جریان، فرکانس کاهیده K و دامنهٔ نوسان بی‌بعد H می‌باشد که به‌ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$K = \frac{\pi * f * c}{U_\infty} = \frac{\omega * c}{U_\infty} \quad (٧)$$

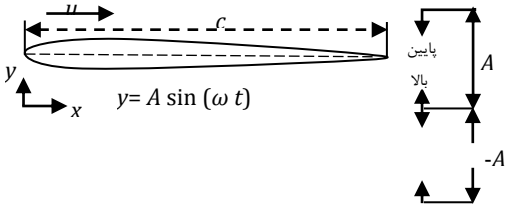
$$H = \frac{A}{c} \quad (٨)$$

با قرار دادن سرعت جریان آزاد در رابطهٔ (٧) و فرض معلوم بودن فرکانس کاهیده می‌توان سرعت زاویه‌ای نوسان ω را محاسبه نمود. با داشتن سرعت فوق و دامنهٔ نوسان و قرار دادن آنها در رابطهٔ (٩)، معادلهٔ حرکت به‌دست می‌آید که این معادله به بال و ناحیهٔ متحرک اطراف آن اعمال می‌شود.

$$y(t) = A\ \sin(\omega * t) \quad (٩)$$

$$Y(\tau) = H \sin(2k\tau) \quad (١٠)$$

رابطهٔ (١٠)، معادلهٔ حرکت بی‌بعد است که در آن زمان بی‌بعد $\tau = \frac{tU_\infty}{c}$ می‌باشد. شکل (٧)، شماتیک حرکت فراز و فرود خالص را نشان می‌دهد که در آن c طول وتر بالواره می‌باشد.



شکل ٧ شماتیک حرکت فراز و فرود خالص

با معلوم بودن معادلهٔ حرکت، به‌منظور شبیه‌سازی عددی باید معادلات حاکم بر جریان حل شوند. معادلات حاکم بر جریان بیان‌کنندهٔ قوانین بقای جرم، حرکت و انرژی می‌باشند. روش استخراج این معادلات در منابع گوناگون مطرح شده‌است [16,17]. برای تحقیق اخیر میدان جریان در اطراف بالواره توسط معادلهٔ پیوستگی، معادلات ناویراستوکس تراکم‌پذیر و معادلهٔ انرژی حل شده‌است. معادلات (١٣-١١)

به‌ترتیب بیان‌کنندهٔ معادلات فوق می‌باشند [9].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_{\mathrm{i}}) + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}(\rho u_j u_{\mathrm{i}}) = \frac{\partial \tau_{\mathrm{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_{\mathrm{i}}} \qquad (۱۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_{\mathrm{i}}) + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}(\rho u_j u_{\mathrm{i}}) = \frac{\partial \tau_{\mathrm{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_{\mathrm{i}}} \qquad (۱۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}(\rho u_{\mathrm{j}} h) = \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}\left(\frac{k_T}{C_p}\frac{\partial h}{\partial x_{\mathrm{j}}}\right) + \frac{Dp}{Dt} \qquad (۱۳)$$

که در آنها i=1,2 به‌ترتیب بیانگر مختصات x و y هستند و u_{i} سرعت در جهت i است. k_T و C_p به‌ترتیب ضریب هدایت حرارتی و گرمای مخصوص می‌باشند. انتالپی برابر $h = e + \frac{p}{\rho}$ [18] است که در آن e ، p و ρ به‌ترتیب بیان‌کنندهٔ انرژی درونی، فشار و چگالی است. $\frac{Dp}{Dt}$ در معادلهٔ انرژی مشتق کل(Total derivate) فشار است و کار انجام‌شده به‌وسیلهٔ فشار را محاسبه می‌کند. انرژی جنبشی تبدیل‌شده به حرارت توسط اتلاف لزج درمقایسه با ترم‌های دیگر در معادلهٔ انرژی کوچک است و از آن صرف‌نظر شده‌است. سیال نیوتنی فرض‌شده و بخش لزج تانسور تنش τ_{ij} برای یک سیال نیوتنی به‌صورت زیر تعریف می‌شود [9]:

$$\tau_{\mathrm{ij}} = \mu\,(\frac{\partial u_{\mathrm{i}}}{\partial x_{\mathrm{j}}} + \frac{\partial u_{\mathrm{i}}}{\partial x_{\mathrm{i}}} - \frac{2}{3}\delta_{\mathrm{ij}} div \quad u^{\rightarrow}) \qquad (۱۴)$$

که μ ویسکوزیتهٔ دینامیکی سیال و δ نماد کرونکر (Kronecker) است. جریان کاملاً آرام فرض شده و از نیروی گرانش چشم‌پوشی شده‌است. به‌هرحال با درنظر گرفتن اختلاف دما بین سطح و جریان آزاد، ممکن است نیروهای گرانش بر جریان اثرگذار باشد و منجر به انتقال حرارت به‌صورت جابه‌جایی طبیعی شوند که در آن صورت مدل بالا برای حل مسئلهٔ حاضر مناسب نخواهد بود. با فرض این‌که سیال گاز ایده‌آل باشد، انتالپی مخصوص با دما از طریق معادلهٔ حالت کالریک (۱۵) مرتبط خواهد شد [18]. متغیرهای حالت ترمودینامیکی p، ρ و T نیز از طریق معادلهٔ گاز ایده‌آل مرتبط شده‌اند [18].

$$h = c_p T \qquad (۱۵)$$

$$p = \rho R T \qquad (۱۶)$$

که R و T به‌ترتیب ثابت گاز و دما می‌باشند.

ویژگی‌های سیال

ویژگی‌های سیال عموماً با تغییر دما ثابت نیستند. مطالعهٔ مشخصات سیال در دماهای مختلف در مرجع‌های گوناگون ذکر شده‌است [18]. با فرض یک تغییر حالت هم‌فشار، چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد. عدد پرانتل $\mathrm{Pr} = \frac{\mu\, c_p}{K_T}$ [18] نیز کمی کاهش می‌یابد. گرمای مخصوص c_p تقریباً ثابت مانده و لزجت دینامیکی μ و ضریب هدایت حرارتی k_T افزایش می‌یابد.

لزجت سینماتیکی و دینامیکی از طریق رابطهٔ $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ [18] مرتبط می‌شوند. هنگامی‌که چگالی کاهش و لزجت دینامیکی افزایش می‌یابد، لزجت سینماتیکی نیز افزایش خواهد یافت. ارتباط بین ضریب هدایت حرارتی k_T و ضریب نفوذ حرارتی α_T نیز با رابطهٔ $\alpha_T = \frac{k_T}{\rho c_p}$ [18] بیان می‌شود که همان رفتار لزجت سینماتیکی سیال را نشان می‌دهد.

از ارزیابی مشخصات فیزیکی هوا نتیجه گرفته می‌شود که تغییر ویژگی‌های سیال در دماهای گوناگون ذاتی است و باید در محاسبات در مدل شبیه‌سازی به‌کار برده شود. در تحقیق اخیر، مدل‌های زیر برای بیان این تغییرات استفاده شده‌است [18–20]:

$$C_p = const = C_p(300K) = 1007\, J/kgK \qquad (۱۷)$$

$$\mu_T = \frac{A_s\sqrt{T}}{1+\frac{T_s}{T}} \quad (۱۸)$$

$$k_T(T) = \mu(T)C_{Eucken} \quad (۱۹)$$

گرمای مخصوص c_p با دما تغییر کوچکی نشان می‌دهد، بنابراین ثابت فرض شده‌است. لزجت دینامیکی با مدل ساترلند (Sutherland) در معادلهٔ (۱۸) [19]، با ضرایب A_s و T_s که به‌ترتیب برای هوا برابر $(\frac{kg}{ms\sqrt{K}})$ ۱۰ × ۱/٤٧٩٢ و ١١٦ کلوین می‌باشند، ارزیابی شده‌است. مدل ساترلند یک مدل تجربی است که طبق آن لزجت دینامیکی تابعی از دما می‌باشد. این مدل توافق خوبی را با مشخصات فهرست‌شدهٔ هوا در مراجع گوناگون مانند اینکروپرا و دوئیت [18] نشان می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی سیال با مدل اوکن (Eucken) [20] سنجیده شده‌است که ضریب هدایت حرارتی را توسط یک ثابت مشخص که ثابت اوکن نام دارد به لزجت دینامیکی ارتباط می‌دهد. C_{Eucken} برای مولکول‌ها و ترکیبات گازی با بیش از یک اتم، برای مثال هوا، از طریق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$C_{\text{Eucken}} = c_v\,(1.32+\frac{1.77\,R}{c_v}) \quad (۲۰)$$

که در آن c_v گرمای مخصوص در حجم ثابت است که از طریق رابطهٔ $c_p = c_v + R$ [18] با c_p و R مرتبط می‌شود.

گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان

معادلات اساسی که بقای جرم، مومنتم و انرژی را بیان می‌کند، در حالت برداری و مستقل از سیستم مختصات، به‌صورت زیر بیان می‌شوند [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \nabla.\left(\rho\varphi(U-U_g)\right) = \nabla.(\Gamma\nabla\varphi) + S_\varphi \quad (۲۱)$$

که در آن U_g سرعت شبکه می‌باشد و φ می‌تواند هر متغیر مانند u، v و یا h باشد. معادلهٔ (۲۱) توسط روش حجم محدود گسسته می‌شود و توسط الگوریتم فشار مبنا حل می‌شود.

جمله‌های نفوذ در این مطالعه براساس یک طرح تفاضل مرکزی مرتبه‌دوم و جمله‌های جابه‌جایی بااستفاده از یک روش تفاضل بالادست مرتبه‌دوم محدود گسسته‌سازی شده‌اند. همچنین از روش کاملاً ضمنی اولر (Euler) به‌منظور گسسته‌سازی جملهٔ زمانی استفاده شده‌است. انتگرال‌گیری زمانی از ترم‌های جابه‌جایی و پخش، می‌تواند به‌روش ضمنی و صریح انجام شود که طرح ضمنی به‌دلیل شرط پایداری نسبت‌به طرح صریح برتری دارد.

در این تحقیق معادلات گسسته‌شدهٔ جریان بااستفاده از الگوریتم پیمپل (PIMPL) تراکم‌پذیر حل می‌شوند. روش پیمپل مخفف روش ضمنی فشار مبنا برای معادلات وابسته به فشار است که ترکیبی از الگوریتم سیمپل (SIMPLE) و پیزو (PISO) می‌باشد. الگوریتم پیمپل از الگوریتم سیمپل به‌عنوان حلقهٔ خارجی جدید در الگوریتم پیزو استفاده می‌کند. در این تحقیق تعداد حلقه‌های خارجی، یک، و تعداد حلقه‌های داخلی، سه، درنظر گرفته شده‌است که درواقع الگوریتم حل به الگوریتم پیزو با سه مرتبه تصحیح تبدیل می‌شود. به‌این‌منظور در نرم‌افزار اپن فم از حلگر رو پیمپل دایم فویم (Rho Pimple Dym Foam) برای شبیه‌سازی‌های تحقیق پیش‌رو استفاده شده‌است. در این تحقیق ضرایب پسا و برآ به‌ترتیب از روابط (۲۲ و ۲۳) به‌دست می‌آیند [17]:

$$C_d = \frac{D}{1/2(A_{ref}\rho_\infty U_\infty^2)} \quad (۲۲)$$

$$C_L = \frac{L}{1/2(A_{ref}\rho_\infty U_\infty^2)} \quad (۲۳)$$

ضریب برآ و ضریب پسای متوسط نیز از روابط

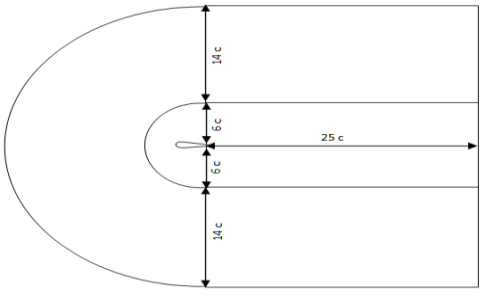
زیر محاسبه می‌شوند:

$$\overline{C_{\mathrm{L}}} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} C_{\mathrm{L}}\, dt \qquad (۲۴)$$

$$\overline{C_d} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} C_{\mathrm{d}}\, dt \qquad (۲۵)$$

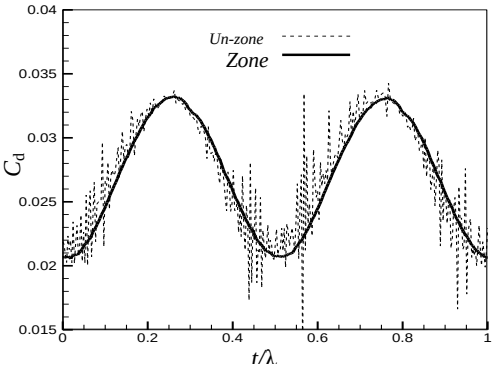
شبکهٔ محاسباتی و دینامیکی

در تحقیق حاضر یک شبکه از نوع C برای مدل کردن جریان اطراف بالواره به‌کار برده شده‌است. انتخاب شبکهٔ نوع C نسبت‌به انواع دیگر مانند H و O به‌دلیل ساختار هماهنگ شبکه با بالواره، به‌کارگیری شبکهٔ لایهٔ مرزی و تولید سلول‌های مناسب در پشت بالواره بوده‌است. زیرا دیگر انواع شبکه، هنگام حرکت شبکه از کیفیت آنها کاسته می‌شد و نتایج خوبی را ارائه نمی‌دادند. طرح کلی شبکهٔ نوع C استفاده‌شده در پژوهش حاضر در شکل (۸) نشان داده شده‌است. ناحیهٔ محاسباتی درراستای عمود بر بالوارهٔ ۲۰ برابر وتر بالواره و در پشت بالواره ۲۵ برابر وتر، انتخاب شده‌است، تا اثرات ناشی از نوسان بالواره به مرزها نرسد. همانطور که در شکل (۸) دیده می‌شود، ناحیهٔ محاسباتی درراستای عمود بر بالواره به دو قسمت تقسیم شده‌است که قسمت نزدیک بالواره به‌همراه بالواره (قسمت داخلی) در قسمت دیگر (قسمت خارجی) نوسان می‌کند.



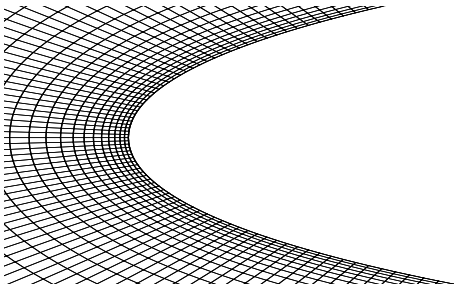
شکل ۸ شبکهٔ استفاده‌شده از نوع C در اطراف بالواره

علت این چیدمان شبکه، حفظ کیفیت شبکهٔ اطراف بالواره درحین حرکت نوسانی می‌باشد. به‌عبارت دیگر هنگامی‌که حرکت نوسانی به خود بالواره اعمال می‌شود، سلول‌های اطراف بالواره که بسیار ریز می‌باشند در حین نوسان در حالت نامناسبی قرار می‌گیرند و جواب‌های غیرقابل‌قبولی در روند حل مسئله ارائه می‌دهند و حتی امکان پاشش شبکه نیز وجود دارد. درصورتی‌که اگر بالواره خود به‌همراه یک ناحیهٔ مناسب (به‌اندازهٔ کافی دور از بالواره که سلول‌ها بزرگ شوند و درنتیجهٔ حرکت ناحیهٔ داخلی درون ناحیهٔ خارجی، شبکه با مشکلی روبه‌رو نشود) درون ناحیهٔ خارجی نوسان کند، سلول‌های اطراف بالواره هیچ تغییری نمی‌کنند و حل دچار خطا نخواهد شد. ضمن این‌که در این حالت امکان پاشش شبکه به کمترین مقدار خود خواهد رسید. خاطرنشان می‌شود که حفظ کیفیت شبکه و جلوگیری از پاشش شبکه، یکی از بزرگ‌ترین چالش‌ها در شبکه‌های دینامیکی می‌باشد. برای نیل بدین منظور در نرم‌افزار این فم از روش شبکهٔ حجم محدود متحرک جسم صلب (Solid Body Motion Fv Mesh) به‌همراه حرکت نوسانی خطی (Oscillating Linear Motion) استفاده شده‌است. برای بررسی دو روش شبکهٔ دینامیکی اشاره‌شده، شبیه‌سازی انجام شده‌است. شکل (۹) نمودار ضریب پسای بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰ و شرایط گرمایشی (دمای سطح بالواره ۴۰۰ و دمای جریان آزاد ۳۰۰ کلوین) را برای هنگامی‌که یک بار نوسان به بالواره و بار دیگر به ناحیهٔ اطراف آن، اعمال می‌گردد، نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هنگامی‌که نوسان به بالواره اعمال شده‌است نوسانات زیادی در ضریب پسا به‌وجود آمده‌است. در این شکل λ دورهٔ نوسان حرکت می‌باشد.

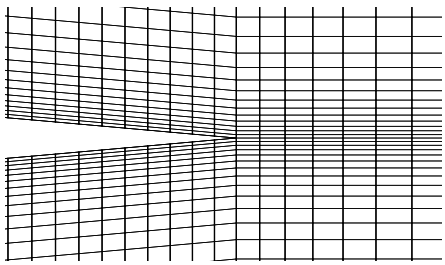


شکل ۹ ضریب پسای بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰ و دمای سطح بالوارهٔ ٤۰۰ کلوین

در شکل‌های (۱۰ و ۱۱) ساختار شبکه‌بندی اطراف بالواره نشان داده شده‌است. مناسب بودن شبکه‌های ریز اطراف بالواره به‌وضوح در این شکل‌ها دیده می‌شود.



شکل ۱۰ شبکه‌بندی در لبهٔ جلویی بالواره



شکل ۱۱ شبکه‌بندی در لبهٔ انتهایی بالواره

شرایط مرزی

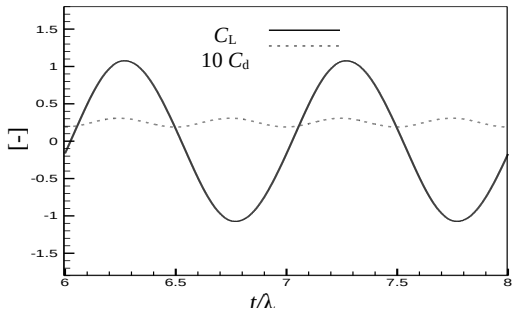
برروی بالواره شرط عدم لغزش (No Slip) از نوع سرعت دیوارهٔ متحرک (Moving wall velocity) برای سرعت، شرط گرادیان صفر برای فشار و شرط دما ثابت برای دما به‌کار برده شده‌است. در مرز ورودی سرعت جریان آزاد به‌عنوان شرط مرزی فیزیکی اعمال و فشار با گرادیان صفر محاسبه می‌شود، به‌عبارت دیگر فشار به‌عنوان شرط مرزی عددی از درون ناحیهٔ محاسباتی برون‌یابی می‌شود. در مرز خروجی، برای فشار از شرط مرزی فشار ثابت محیط و برای سرعت، گرادیان صفر انتخاب می‌شود که سرعت از درون ناحیهٔ محاسباتی برون‌یابی می‌شود. در مرزهای بالا و پایین از شرط مرزی لغزشی (Slip) استفاده شده‌است.

نتایج

در این قسمت، نتایج اثر انتقال حرارت برروی دو بالوارهٔ متقارن و انحنادار در حالت نوسانی با حرکت فراز و فرود در محدودهٔ اعداد رینولدز جریان لایه‌ای، برروی ضرایب برآ و پسای بالواره‌ها ارائه می‌شود.

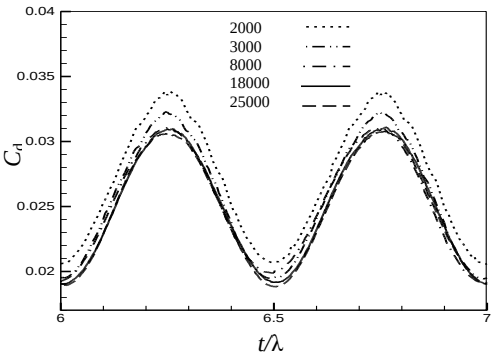
نکته‌ای که قبل از بررسی نتایج باید به آن توجه نمود این است که، از آنجا که شروع حل در این شبیه‌سازی از حالت سکون است، بنابراین در نوسانات ابتدایی نتایج به‌دست‌آمده برای ضرایب آیرودینامیکی به حالت شبه‌پایای خود نمی‌رسند و داده‌برداری بعد از گذشت چند دوره نوسان کامل باید صورت پذیرد. به‌منظور محاسبهٔ تعداد دورهٔ لازم برای رسیدن به یک حرکت نوسانی منظم (تکرارشونده)، ابتدا شرایط مسئلهٔ دنیس اف هینز و همکارانش [9] برای حرکت نوسانی فراز و فرود بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ یعنی عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، عدد ماخ تقریباً برابر با ۰/۰۰۱، فرکانس کاهیدهٔ ۳/۹۳، دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵ و دمای جریان آزاد برابر با ۳۰۰ کلوین درنظر گرفته می‌شود و برای حالت گرمایشی دمای سطح بالواره برابر با ۳۵۰ کلوین، مسئله شبیه‌سازی می‌شود. برای شرایط کاری فوق، در تحقیق اخیر از دورهٔ ٦ به بعد، حرکت نوسانی به حالت منظم خود می‌رسد. شکل (۱۳) تغییرات ضرایب برآ و پسای به‌دست‌آمده در این شرایط را در

دو دورهٔ (٦ و ٧) نشان می‌دهد.



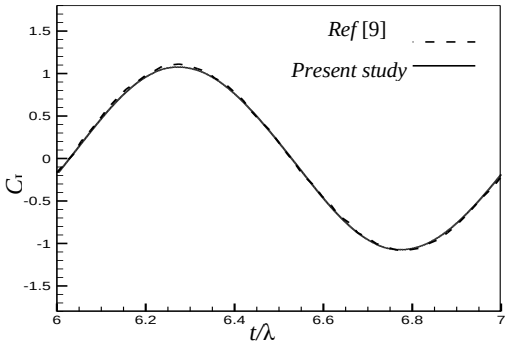
شکل ۱۲ هم‌گرایی دورهٔ نوسانی، بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳.۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰.۰۱۲۵، دمای جریان آزاد ۳۰۰ و دمای سطح بالواره ۳۵۰ کلوین

بررسی اثر ریزکردن شبکهٔ محاسباتی در روش حجم محدود برای بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ و همان شرایط قبل صورت پذیرفته‌است. شبکه‌هایی با تعداد سلول محاسباتی در حدود ۲۰۰۰، ۳۰۰۰، ۱۸۰۰۰، ۲۵۰۰۰ و ۳۷۰۰۰ مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. شکل (۱۳) تغییرات ضریب پسا را در همان شرایط شکل (۱۲) نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود با ریزتر شدن شبکه از ۲۵۰۰۰ تا ۳۷۰۰۰ با وجود افزایش زیاد هزینهٔ محاسبات، نتیجهٔ محاسبات تغییر چشم‌گیری ندارد. بنابراین به‌منظور بررسی نتایج از شبکه‌هایی با تعداد سلول ۲۵۰۰۰ استفاده شده‌است.

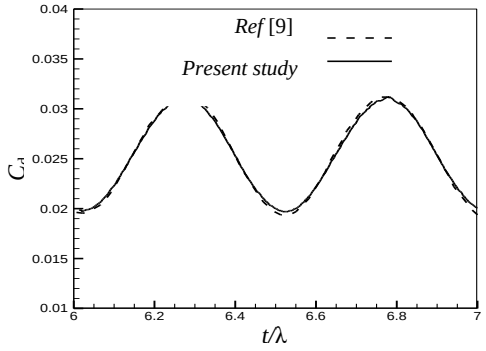


شکل ۱۳ استقلال از شبکه، بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵ دمای جریان آزاد ۳۰۰ و دمای سطح بالواره ۳۵۰ کلوین

برای بررسی صحت تحقیق اخیر در حالت نوسانی، نتایج شبیه‌سازی با نتایج دنیس اف هینز و همکارانش [9] مورد مقایسه قرار گرفته‌است که در آن بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در شرایط جریان آزاد با عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، عدد ماخ تقریباً ۰/۰۰۱، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵ قرار دارد و دمای جریان آزاد ۳۰۰ و دمای سطح بالواره ۳۵۰ کلوین می‌باشد. شکل‌های (١٤ و ١٥) به‌ترتیب ضرایب برآ و پسای کار آنها را درمقایسه با نتایج تحقیق اخیر نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها قابل‌مشاهده است، شبیه‌سازی اخیر دقت بسیار بالایی با نتایج کار دنیس اف هینز و همکارانش دارد که نشان‌دهندهٔ صحیح‌بودن تحقیق پیش‌رو است.



شکل ١٤ اعتبارسنجی منحنی ضریب برآ، بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵، دمای جریان آزاد ۳۰۰ و دمای سطح بالواره ۳۵۰ کلوین

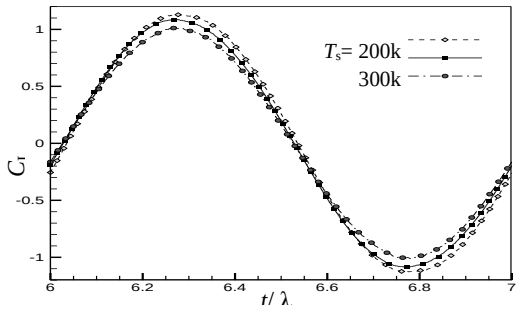


شکل ۱۵ اعتبارسنجی منحنی ضریب پسا، بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵، دمای جریان آزاد ۳۰۰ و دمای سطح بالواره ۳۵۰

در این تحقیق ابتدا اثر انتقال حرارت را برروی بالوارهٔ نوسانی با حرکت فراز و فرود هم در حالت گرمایشی و هم در حالت سرمایشی بررسی خواهیم کرد. برای این منظور بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در همان شرایط قبلی و برای دمای جریان آزاد برابر با ۳۰۰ کلوین و دماهای سطح ۲۰۰، ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰ و ٤۰۰ شبیه‌سازی شده‌است. شکل (١٦) ضرایب برآی لحظه‌ای را (به‌علت نزدیک‌بودن نمودارها و خوانابودن آن) فقط برای دماهای سطح ۲۰۰، ۳۰۰ و ٤۰۰ کلوین برای یک دورهٔ نوسان نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود سرمایش، ضریب برآی لحظه‌ای ماکزیمم را اندکی افزایش داده‌است، درحالی‌که گرمایش ضریب برآی ماکزیمم را اندکی کاهش داده‌است، که این نشان از اثر مثبت سرمایش دارد. همان‌طور که در جدول (۱) دیده می‌شود با افزایش دما تا ٤۰۰ کلوین ضریب برآی ماکزیمم، تقریباً ۷/۵ درصد کاهش و با کاهش دما به ۲۰۰ کلوین، ضریب برآی ماکزیمم تقریباً ۳/۸ درصد افزایش داشته‌است. ذکر این نکته مهم است که چون بالواره متقارن است ضریب برآی متوسط در تمام حالات صفر می‌باشد.

جدول ۱ مقادیر ضریب برآی بیشینه در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲

	Ts=200 (K)	Ts=250 (K)	Ts=300 (K)	Ts=350 (K)	Ts=400 (K)
CL.M	۱/۱۲۸٦	۱/۱۱۰٦	۱/۰۸۷۵	۱/۰۵٦۹	۱/۰۱۱۵



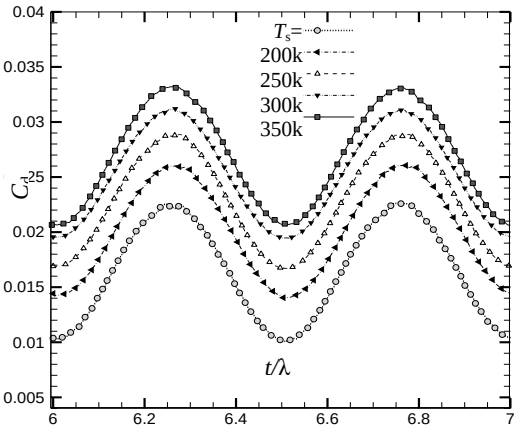
شکل ١٦ ضریب برآ در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

با نگاه در شکل (١٦) این نکته نیز دیده می‌شود که شکل سینوسی منحنی ضریب برآ بر اثر سرمایش و گرمایش اندکی تغییر کرده‌است.

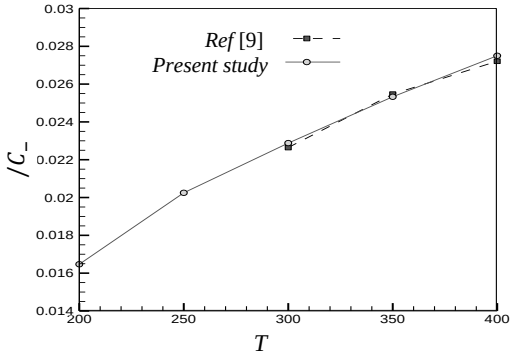
شکل‌های (۱۷ و ۱۸) به‌ترتیب ضرایب پسای لحظه‌ای و متوسط را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود، اثر انتقال حرارت برروی ضریب پسا بسیار بیشتر از ضریب برآ بوده‌است. شکل (۱۷) نشان می‌دهد که ضریب پسای لحظه‌ای با افزایش دما افزایش و با کاهش دما کاهش می‌یابد. شکل (۱۸) نیز گویای اثر قابل‌ملاحظهٔ انتقال حرارت برروی ضریب پسای متوسط در حالت نوسانی می‌باشد. با افزایش ۵۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد، ضریب پسای متوسط ۱۰/۷ درصد و با افزایش ۱۰۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره، ضریب پسای متوسط تقریباً ۲۰/۲ درصد افزایش یافته‌است، این درحالی است که کاهش ۵۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد، ضریب پسای متوسط را ۱۲/۹۸ درصد کاهش و کاهش ۱۰۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره ضریب پسای متوسط را ۳۸/۹۱ درصد کاهش داده‌است. شکل‌های ضریب پسا، نشان می‌دهد که سرمایش اثر بیشتری برروی ضریب پسا نسبت‌به گرمایش داشته‌است. روند افزایشی و کاهشی ضریب پسای ناشی از انتقال حرارت در حالت نوسانی می‌تواند هم به‌خاطر افزایش و کاهش لزجت دینامیکی باشد و هم به الگوی گردابه‌ها در لبهٔ انتهایی مربوط باشد. به‌طور کلی پسا شامل دو جزء شناخته‌شدهٔ پسای فشاری و پسای لزجی می‌باشد. افزایش پسای لزجی با بالا رفتن دمای سطح و با تغییر در ویژگی‌های سیال در لایهٔ مرزی لزج متناسب است. برای سیالات نیوتنی، تنش مماسی لزج، متناسب با گرادیان سرعت نرمال به دیواره و لزجت دینامیکی می‌باشد. رابطهٔ زیر بیان یک‌بعدی این ارتباط را نشان می‌دهد:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial n} \qquad (٢٦)$$

هنگامی‌که لزجت دینامیکی μ با افزایش دما زیاد می‌شود، بدیهی است که تنش مماسی و ضریب پسا باید افزایش یابد. افزایش دما از ۳۰۰ تا ٤۰۰ کلوین، لزجت دینامیکی μ را تقریباً ۲٤/٦ درصد افزایش می‌دهد. کاهش دما از ۳۰۰ به ۲۰۰ کلوین منجر به کاهش ۲۸/۲ درصدی لزجت دینامیکی می‌شود [18]، برای همین اثر، تغییرات ضریب پسا در حالت سرمایشی می‌تواند بیشتر از گرمایشی باشد. همچنین شکل‌های ضریب پسای لحظه‌ای و متوسط نیز نشان می‌دهد که با افزایش دمای سطح بالواره اثر انتقال حرارت برروی ضریب پسای لحظه‌ای و متوسط کاهش داشته‌است. این می‌تواند ناشی از این امر باشد که حالت گرمایشی لایهٔ مرزی را ناپایدار می‌کند [6] و چون بالواره در حالت نوسانی نیز می‌باشد، این ناپایداری افزایش می‌یابد و زمان ماند جریان برروی بالواره برای انتقال حرارت مناسب کاهش می‌یابد. درصورتی‌که در حالت سرمایشی، لایهٔ مرزی پایدارتر و انتقال حرارت به‌صورت مناسب‌تری صورت می‌گیرد.

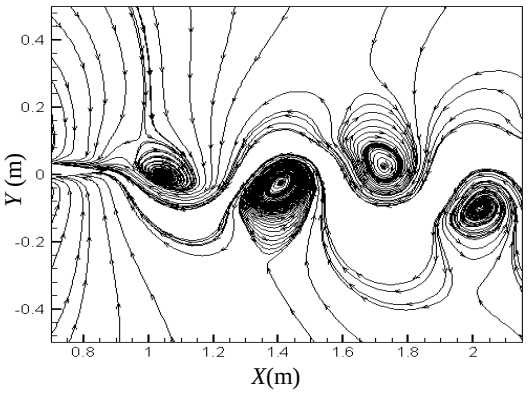


شکل ۱۷ ضریب پسا در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

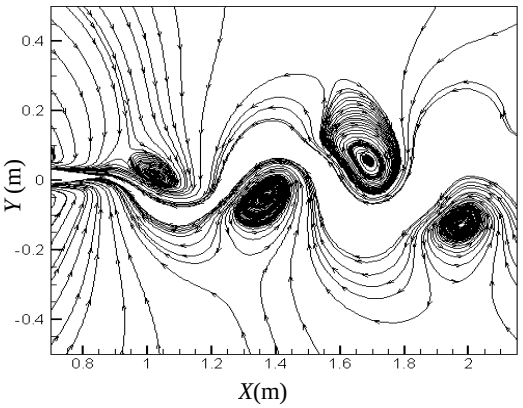


شکل ۱۸ مقادیر ضریب پسای متوسط در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

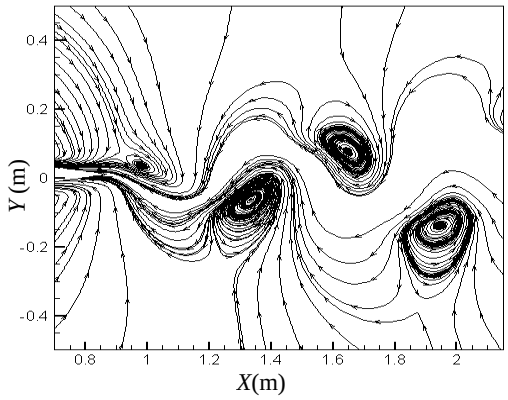
برای نمایش اثر انتقال حرارت بر الگوی گردابه‌ها در لبهٔ انتهایی، شکل‌های (۱۹، ۲۰ و ۲۱) الگوی گردابه‌ها را در یک زمان خاص (t/λ =6.25) نشان می‌دهند. همان‌طور که در این سه شکل دیده می‌شود، گردابه‌های رهاشدهٔ پادساعتگرد از لبهٔ پایینی در همهٔ حالت‌ها پایین‌تر از گردابه‌های رهاشدهٔ ساعتگرد از لبهٔ بالایی می‌باشند. همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، این حالت برروی بالواره نیروی پسا تولید می‌کند. همان‌طور که در شکل (۲۱) نیز دیده می‌شود، ضرایب پسای متوسط نیز در همهٔ حالت‌ها مثبت می‌باشد. همچنین فاصلهٔ عمودی بین مراکز گردابه‌ها با افزایش دمای سطح بالواره از ۲۰۰ به ٤۰۰ کلوین، بیشتر شده‌است که طبق گفتهٔ وون‌کارمن و برگز [1]، اگر فاصلهٔ عمودی بین ردیف‌ها افزایش یابد، ناحیهٔ سرعت متوسط کمتر (در حالت پسا) و یا ناحیهٔ سرعت متوسط بالاتر (در حالت رانش) افزایش می‌یابد که خود منجر به افزایش نیروی پسا می‌شود. همچنین با افزایش دمای سطح بالواره، جدایش گردابه از لبهٔ انتهایی بالواره به تأخیر افتاده‌است که وجود این گردابه برروی انتهای بالواره خود باعث تولید پسای بیشتر خواهد شد.



شکل ۱۹ گردابه‌های لبهٔ انتهایی بالواره در $t/\lambda = 6.25$ و $k=3.93$، دمای سطح بالواره برابر ۲۰۰ کلوین

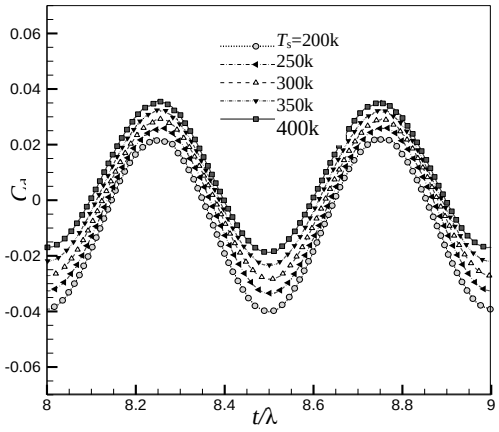


شکل ۲۰ گردابه‌های لبهٔ انتهایی بالواره در $t/\lambda=6.25$، دمای سطح بالواره برابر ۳۰۰ کلوین

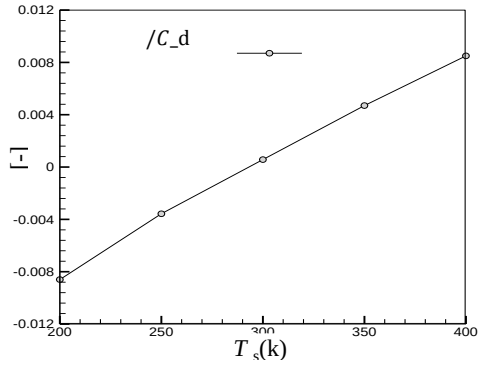


شکل ۲۱ گردابه‌های لبهٔ انتهایی بالواره در $t/\lambda = 6.25$، دمای سطح بالواره برابر ٤۰۰ کلوین

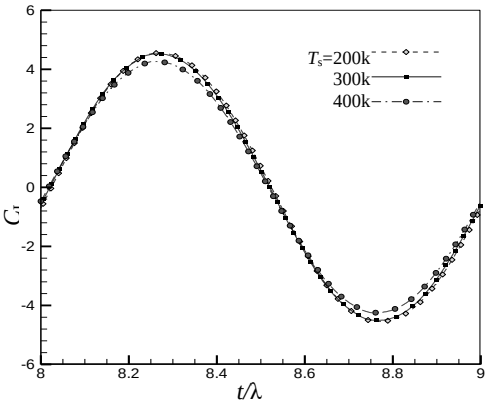
نکتهٔ دیگری که از اثر انتقال حرارت برروی ضریب پسا در حالت نوسانی می‌شود فهمید این است که اگر بالواره در فرکانس و دامنهٔ معینی در حالت بدون انتقال حرارت، تقریباً پسا یا رانش صفر تولید کند (حالت خنثای ذکرشده در مقدمه)، می‌توان با انتقال حرارت، آن را به حالت پسازا یا رانش‌زا تبدیل کرد. برای بیان این مطلب، همان شرایط قبلی را به بالواره اعمال می‌کنیم و فقط فرکانس کاهیده را به دو برابر ($K = 7.86$) افزایش می‌دهیم. شکل‌های (۲۲ و ۲۳) به‌ترتیب ضریب پسای لحظه‌ای و متوسط را برای دماهای مختلف در این حالت نشان می‌دهند. شکل (۲۳) نشان می‌دهد که در حالت بدون انتقال حرارت (حالتی که دمای سطح بالواره برابر با دمای جریان آزاد یعنی ۳۰۰ کلوین است.) ضریب پسا تقریباً برابر با صفر است که نشان‌دهندهٔ حالت تقریباً خنثای بالواره در این فرکانس از نوسان می‌باشد. همان‌طور که انتظار می‌رود، گرمایش باعث افزایش ضریب پسا می‌شود که منجر به تولید پسا می‌گردد و کاهش دما منجر به تولید پسای منفی یا به‌عبارتی تولید رانش می‌شود. البته چون فرکانس دو برابر شده طبق استدلال قبلی، زمان لازم برای انتقال حرارت مناسب بین بالواره و جریان اطراف به حداقل رسیده و اثر انتقال حرارت در هر دو حالت گرمایشی و سرمایشی تقریباً مشابه بوده و نمودار ضریب پسای متوسط تقریباً خطی شده‌است. تأثیر انتقال حرارت همان‌طور که از نمودارها برمی‌آید در فرکانس بالاتر نسبت‌به فرکانس پایین‌تر کمتر بوده‌است. شکل (٢٤) که نمودار ضریب برآی لحظه‌ای را نشان می‌دهد نیز با همین استدلال قابل بیان است. به‌عبارتی در فرکانس کاهیدهٔ پایین‌تر ($K = 3.93$)، ضریب برآی لحظه‌ای ماکزیمم از ۲۰۰ تا ٤۰۰ درجه تقریباً ۱۰/۵ درصد کاهش داشته‌است، حال آن‌که این کاهش برای فرکانس بالاتر ($K = 7.86$)، تقریباً ٦/٥ درصد بوده‌است.



شکل ۲۲ ضریب پسا در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰,۰۰۰، فرکانس کاهیده ۷/۸۶ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

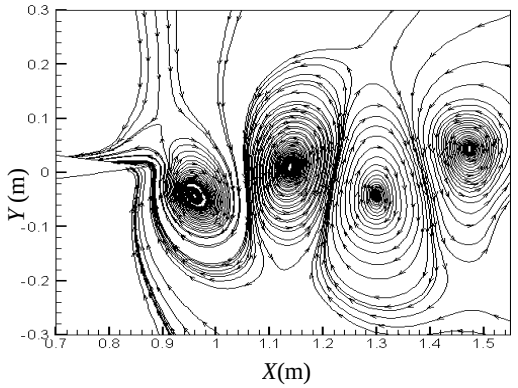


شکل ۲۳ مقادیر ضریب پسای متوسط در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰,۰۰۰، فرکانس کاهیده ۷/۸۶ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

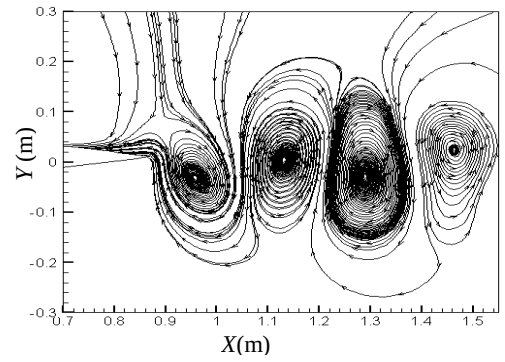


شکل ۲٤ ضریب برآ در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۷/۸۶ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

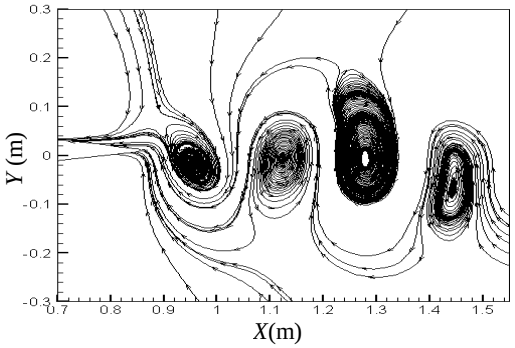
نکتهٔ دیگر این‌که همان‌طور که انتظار می‌رفت افزایش فرکانس ضریب برآ را به‌مقدار قابل‌توجهی افزایش داده‌است. همان‌طور که در شکل (۲۳) دیده می‌شود، ضریب پسای متوسط در حالت بدون انتقال حرارت، تقریباً صفر، در حالت‌های گرمایشی، مقدار ضریب پسا مثبت و در حالت‌های سرمایشی پسا منفی شده‌است. به‌عبارتی طبق نکات ذکرشده در مقدمه، درمورد گردابه‌ها توقع داریم که در حالت بدون انتقال حرارت گردابه‌ها تقریباً خنثی، در حالت گرمایشی از نوع پسازا و در حالت سرمایشی از نوع رانش‌زا باشند. البته چون مقادیر ضریب پسا بسیار کوچک است انتظار می‌رود که این تفاوت زیاد محسوس نباشد. برای بررسی این موضوع الگوی گردابه‌ها در لبهٔ انتهایی برای سه حالت ۲۰۰، ۳۰۰ و ٤۰۰ کلوین بررسی می‌شود. شکل‌های (۲۵، ۲٦ و۲۷) الگوی گردابه‌ها را برای این سه حالت در یک زمان خاص (مثلاً t/λ =6.25) نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود در دمای ۳۰۰ کلوین گردابه‌ها در یک راستا قرار دارند و از نوع خنثی می‌باشند. این درحالی است که در دمای ۲۰۰ درجه، گردابهٔ رهاشده از پایین که پادساعتگرد است، اندکی بالاتر از گردابهٔ ساعتگرد جداشده از لبهٔ بالایی قرار دارد که در این حالت گردابه از نوع رانش‌زا می‌باشد. در دمای ٤۰۰ درجه نیز گردابهٔ ساعتگرد جداشده از لبهٔ بالایی، اندکی بالاتر از گردابهٔ پادساعتگرد جداشده از لبهٔ پایینی می‌باشد، که طبق بحث‌های مطرح‌شده در مقدمه، این نوع آرایش برای گردابه‌ها از نوع پسازا می‌باشد. همان‌طور که ذکر شد به‌دلیل کوچکی ضرایب پسای متوسط این تفاوت‌ها اندک هستند ولی به هر حال قابل‌مشاهده می‌باشند.



شکل ۲۵ گردابه‌های لبهٔ انتهایی بالواره در t/λ=6.25 و k=7.86، دمای سطح بالواره برابر ۲۰۰ کلوین

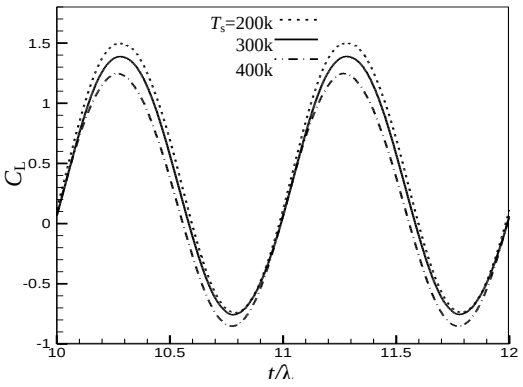


شکل ۲۶ گردابه‌های لبهٔ انتهایی بالواره در t/λ=6.25 و k=7.86، دمای سطح بالواره برابر ۳۰۰ کلوین

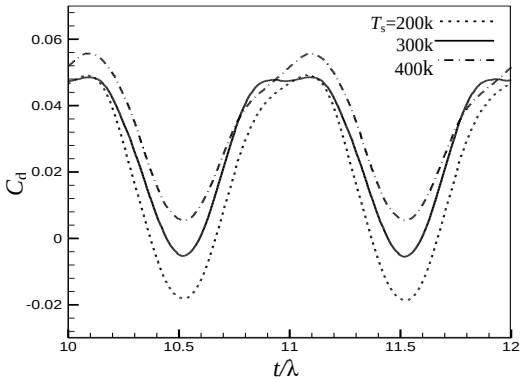


شکل ۲۷ گردابه‌های برروی بالواره در t/ λ=6.25 و k=7.86، دمای سطح بالواره برابر ۴۰۰ کلوین

برای مطالعهٔ اثر انتقال حرارت برروی ضریب برآ بهتر است بالوارهٔ انحناداری درنظر گرفته‌شود و در حالت سرمایشی و گرمایشی قرار داده شود. برای این کار در تحقیق اخیر از بالوارهٔ ناکا ۴۴۱۲ استفاده شده‌است. شکل‌های (۲۸ و ۲۹) ضرایب برآ و پسای لحظه‌ای را در دو دورهٔ متوالی (به‌علت نمایش هم‌گرایی این بالواره) نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود حالت سرمایشی اثر مثبتی بر عملکرد آیرودینامیکی بالواره داشته‌است به این معنی که ضریب برآی لحظه‌ای را افزایش و ضریب پسای لحظه‌ای را کاهش داده‌است، ولی گرمایش سطح بالواره با کاهش ضریب برآی لحظه‌ای و افزایش ضریب پسای لحظه‌ای، اثری منفی بر عملکرد بالواره داشته‌است. جدول (۲) این مطلب را به‌طور واضح نشان می‌دهد. به‌عبارتی با سرمایش سطح بالواره ضریب برآی متوسط افزایش قابل‌توجهی داشته و ضریب پسای متوسط نیز کاهش یافته‌است به‌گونه‌ای که نسبت ضریب برآی متوسط به ضریب پسای متوسط در حالت سرمایشی نسبت‌به حالت بدون انتقال حرارت ۸۷/۸ درصد افزایش یافته‌است، ولی گرمایش ضریب برآی متوسط را کاهش و ضریب پسای متوسط را افزایش داده‌است به‌طوری‌که نسبت ضریب برآی متوسط به ضریب پسای متوسط نسبت‌به حالت بدون انتقال حرارت ۹۱ درصد کاهش یافته‌است. این نشان‌دهندهٔ اثر مثبت سرمایش سطح بالواره و اثر منفی گرمایش سطح بالواره در عملکرد آیرودینامیکی بالوارهٔ انحنادار می‌باشد. نکتهٔ دیگر این‌که طبق گفتهٔ گوئرو [5]، انحنا اثر قابل‌ملاحظه‌ای بر ضریب برآ داشته ولی ضریب پسا را زیاد تغییر نداده‌است.



شکل ۲۸ ضریب برآ در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ انحنادار ناکا ۴۴۱۲ در رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵



شکل ۲۹ ضریب پسا در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ انحنادار ناکا ٤٤١٢ در رینولدز ۲۰۰۰۰، فرکانس کاهیده ۳/۹۳ و دامنهٔ نوسان بی‌بعد ۰/۰۱۲۵

جدول ۲ مقادیر ضریب برآ و پسای متوسط و نسبت آنها در دماهای سطح مختلف بالوارهٔ ناکا ٤٤١٢

$\overline{C_L}/\overline{C_d}$	$\overline{C_L}$	$\overline{C_d}$	
۲۲/٦۱	۰/٤۰۷	۰/۰۱۸	T_s=200K
۱۲/۰۳۷	۰/۳۲۵	۰/۰۲۷	T_s=300K
٦/۳	۰/۲۰۸	۰/۰۳۳	T_s=400K

نتیجه‌گیری

در این تحقیق اثر انتقال حرارت برروی عملکرد بالواره‌های نوسانی با حرکت فراز و فرود، توسط یک روش عددی برمبنای حجم محدود بررسی شده‌است. جریان آرام با عدد رینولدز ۲۰۰۰۰، لزج، قابل‌تراکم و ناپایا درنظر گرفته‌شده و با درنظرگرفتن تغییر مشخصات سیال با دما، مقدار لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی سیال به‌ترتیب با روابط ساترلند و اوکن ارزیابی شده‌است. نکات اصلی نتایج این تحقیق عبارتند از:

۱- درمورد بالوارهٔ متقارن ناکا ۰۰۱۲، دمای پایین‌تر بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد (حالت سرمایشی)، منجر به بهبود عملکرد بالواره شده‌است و دمای بالاتر سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد (حالت گرمایشی)، اثر منفی بر عملکرد بالواره داشته‌است. به‌عنوان مثال برای بالوارهٔ ناکا ۰۰۱۲ با افزایش ۵۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد، ضریب پسای متوسط ۱۰/۷ درصد و با افزایش ۱۰۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره، ضریب پسای متوسط تقریباً ۲۰/۲ درصد افزایش یافته‌است، این درحالی است که کاهش ۵۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد، ضریب پسای متوسط را ۱۲/۹۸ درصد کاهش داده و کاهش ۱۰۰ درجه‌ای دمای سطح بالواره ضریب پسای متوسط را ۳۸/۹۱ درصد کاهش داده‌است. روند افزایشی و کاهشی ضریب پسای ناشی از انتقال حرارت در حالت نوسانی می‌تواند هم به‌خاطر افزایش و کاهش لزجت دینامیکی باشد و هم به الگوی گردابه‌ها در لبهٔ انتهایی مربوط باشد. با کاهش دما لزجت دینامیکی کاهش می‌یابد که باعث کاهش پسای اصطکاکی می‌شود. همچنین کاهش دما فاصلهٔ عمودی بین گردابه‌های پشت بالواره را کاهش می‌دهد که این نیز از طریق کاهش پسای فشاری، پسای کل را کاهش داده‌است. عکس آن برای حالت گرمایشی صادق است. همچنین کاهش دمای سطح بالواره باعث اندکی اختلاف فاز در منحنی‌های ضریب برآ مخصوصاً در نقاط بیشینه و کمینه شده‌است.

۲- در فرکانس پایین (k=3.93)، الگوی گردابه‌ها در حالت‌های مختلف حرارتی از نوع پسازا می‌باشد و با افزایش فرکانس (k=7.86)، انتقال حرارت الگوی متفاوتی از گردابه‌ها را در پشت بالواره ایجاد کرده‌است، به‌گونه‌ای که در حالت بدون انتقال حرارت برای بالوارهٔ متقارن، گردابه‌ها تقریباً از نوع خنثی، در حالت سرمایشی بالواره، گردابه‌ها از نوع رانش‌زا و در حالت گرمایشی بالواره، گردابه‌ها از نوع پسازا بوده‌اند.

۳- درمورد بالوارهٔ انحنادار ناکا ٤٤١٢، انتقال حرارت برروی بالواره علاوه‌بر تأثیر بر ضرایب پسای لحظه‌ای و متوسط و ضرایب برآی لحظه‌ای، اثر قابل‌توجهی بر ضریب برآی متوسط گذاشته‌است به‌گونه‌ای که نسبت ضریب برآی متوسط به ضریب پسای متوسط در حالت

سرمایشی درمقایسه با حالت بدون انتقال حرارت ۸۷/۸ درصد افزایش و نسبت ضریب برآی متوسط به ضریب پسای متوسط در حالت گرمایشی نیز درمقایسه با حالت بدون انتقال حرارت، ۹۱ درصد کاهش یافته‌است.

٤- در این تحقیق دمای پایین‌تر سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد (حالت سرمایشی)، باعث بهبود عملکرد بالواره‌ها و دمای بالاتر سطح بالواره نسبت‌به دمای جریان آزاد (حالت گرمایشی)، اثری منفی در عملکرد آیرودینامیکی آنها داشته‌است.

مراجع

1. Von Karman, T., Burgers J. and General, M., "*Aerodynamic Theory, A General Review of Progress*", edited by *W.F.* Durand, Vol. 2, Springer, Berlin, (1935).
2. Young, J., "Numerical Simulation of the Unsteady Aerodynamics of Flapping Airfoils", Ph.D Thesis, The University of New South Wales Australian Defence Force Academy, (2005).
3. Lai, J.C.S. and Platzer, M.F., "Jet Characteristics of a Plunging Airfoil", *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 12, pp. 1529-1537, (1999).
4. Jones, K.D., Dohring, C.M. and Platzer M.F., "Experimental and ComputationalInvestigation of the Knoller-Betz Effect", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 7, pp. 1240-1246, (1998).
5. Guerrero, J.E., "Effect of Cambering on the Aerodynamic Performance of Heaving Airfoils", *Journal of Bionic Engineering*, Vol. 6, No. 4, pp. 398–407, (2009).
6. Norton, D.J., Macha J.M. and Young J.C., "Surface Temperature Effect on Subsonic Stall", *Journal of Spacecraft and Rockets* 10, pp. 581-587, (1973).
7. Kim, J., Rusak, Z. and Koratkar, N., "Small-scale Airfoil Aerodynamic Efficiency Improvement by Surface Temperature and Heat Transfer", *AIAA Journal* 41, pp. 2105-2113, (2003).
8. Bekka N., Bessaı R. and Sellam h, M., "Numerical Study of Heat Transfer around the Small Scale Airfoil Using Various Turbulence Models", *Numerical Heat Transfer Part A: Applications* 56, pp. 946-969, (2009).
9. Hinz, D.F., Alighanbarin, H. and Breitsamter, C., "Influence of Heat Transfer on the Aerodynamic Performance of a Plunging and Pitching NACA0012 Airfoil at Low Reynolds Numbers", *Journal of Fluids and Structures* 37, pp. 88-99, (2013).
10. Open CFD Limited, 2008a. Open FOAM—The Open Source CFD Toolbox User Guide, version 2.3.
11. Open CFD Limited, 2008b. Open FOAM—The Open Source CFD Toolbox Programmer's Guide, version 2.3.
12. Gnoffo, P. and Vectorized, A, "Finite-volume, Adaptive Grid Algorithm Applied to Planetary Entry Problems", *AIAA journal*, Vol. 21, No. 9 ,pp. 1249-1254, (1983).
13. Nakahashi, K. and Deiwert, G.S., "Three-dimensional Adaptive Grid Method", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 6, pp. 948–954, (1986).
14. Baghri A., Djavareshkian M. H., Esmaieli A. and Zamanifard A.M., "Aerodynamic Investigation and Optimization of Airfoil Geometry and Oscillation Parameters in the Plunging Motion Using RSM", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No 16, pp. 101-111, (2012)
15. Zamanifard, A.M., "Plunging Motionsimulation of an Oscilating Airfoils with Dynamic Mesh", MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, (2012).
16. Ferziger, J.H. and Peric M., "Computational Method for Fluid Dynamics", Springer London, (2002).

17. Versteeg, H.K., "*An Introduction to Computational Fluid Dynamics the Finite Valume Method*", 2/E: Pearson, February 16, (2007).
18. Incropera, F.P. and DeWitt, D.P., *"Introduction to Heat Transfer"*, Fourth Edittion, New York: Wiley, (2001).
19. Sutherland, W., "The Viscosity of Gases and Molecular Force", *Philosophical Magazine 5*, Vol. 13, pp. 507-531, (1893).
20. Eucken, A., "*Allgemeine Gesetzmäßigkeiten für das Wärmeleitvermögen verschiedener Stoffarten und Aggregatzustände*", Fourth Edittion, New York: Wiley, (1940).

تحلیل دینامیکی حالت گذرای دوبعدی شبه‌کریستال‌های با ساختار ده‌وجهی تحت بارگذاری به‌صورت شوک بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته*

سیدمحمود حسینی(۱)

چکیده *در این مقاله، تحلیل دینامیکی حالت گذرا بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته (The meshless generalized finite difference method) در شبه‌کریستال‌های با ساختار ده‌وجهی (Decagonal quasicrystals) انجام شده‌است. مطالعه برروی تغییرات حالت گذرای تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در این نوع از شبه‌کریستال‌ها که تحت تأثیر بارگذاری به‌صورت شوک مکانیکی می‌باشند، ازجمله اهداف این پژوهش می‌باشد. همچنین توسعهٔ کاربرد روش بدون مش بیان‌شده برای حل دینامیکی مواد شبه‌کریستال را با درنظر گرفتن کوپلینگ بین میدان‌های تغییرمکان‌های فنونی (Phonon displacement) و فیزنی (Phason displacement) از دیگر اهداف این مقاله می‌توان برشمرد. در معادلات حاکم بر مسئلهٔ ارائه‌شده در این مقاله، برهمکنش بین تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی با درنظر گرفتن کوپلینگ بین این تغییرمکان‌ها با اعمال ضریب کوپلینگ لحاظ شده‌است، که این مورد باعث به‌دست آمدن معادلات تعادل دینامیکی به‌صورت دسته معادلات دیفرانسیل جزئی کوپل، شده‌است. برای به‌دست آوردن رفتار حالت گذرای تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی، ناحیه‌ای مستطیلی و دوبعدی از جنس شبه‌کریستال با ساختار ده‌وجهی (AL-Ni-Co) درنظر گرفته شده‌است، به‌طوری‌که یکی از وجوه آن تحت تأثیر بارگذاری شوک اعمال‌شده بر میدان تغییرمکان‌های فنونی می‌باشد. باتوجه به وجود کوپلینگ بین میدان‌های تغییرمکان، تحریک ایجادشده در میدان تغییرمکان فنونی باعث بروز آشفتگی و تغییرات در میدان تغییرمکان فیزنی نیز می‌شود. برای حل معادلات حاکم بر مسئله کلیهٔ روابط استخراج‌شده بااستفاده از تبدیل لاپلاس به محیط لاپلاس منتقل شده و پس از حل معادلات بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته، کلیهٔ پاسخ‌های استخراج‌شده بااستفاده از روش معکوس لاپلاس به حوزهٔ زمان انتقال داده شده‌اند. میزان اثرگذاری هر یک از میدان‌های تغییرمکان بر یکدیگر، تأثیر پارامتر کوپلینگ و نیز ضریب میرایی میدان تغییرمکان فیزنی بر رفتارهای دینامیکی حالت گذرای تغییرمکان‌ها مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.*

واژه‌های کلیدی تحلیل دینامیکی حالت گذرا، روش بدون مش، روش اختلاف محدود تعمیم‌یافته، مواد شبه‌کریستال، تغییرمکان فنونی، تغییرمکان فیزنی.

Two-dimensional Transient Dynamic Analysis of Decagonal Quasicrystals subjected to Shock Loading using Meshless Generalized Finite Difference (GFD) Method

S.M. Hosseini

Abstract *In this article, the transient dynamic analysis of decagonal quasicrystal (QC) is carried out using the meshless generalized finite difference (GFD) method. The transient behaviors of phonon and phason displacements in these types of QCs, when they are subjected to mechanical shock loading are studied. Also, the meshless GFD method is developed to solve the dynamic problems of QCs, considering coupling between phonon and phason displacements. The governing equations of the problem are obtained in the coupled system of PDEs by applying the coupling coefficient in the governing equations to simulate the interaction between phonon and phason displacements. A 2D rectangular domain made from decagonal (Al-Ni-Co) QCs is assumed for the problem to show the transient behaviors of phonon and phason displacements, when one side of 2D domain is excited by phonon displacement shock loading. Based on the coupling between phonon and phason displacements, any disturbance in phonon field causes some variations in phason field. To study the dynamic behaviors of phonon and phason fields, the coupled governing equations are transferred to Laplace domain. After analysis the problem by GFD method, the obtained results in Laplace domain are transferred to time domain using the Laplace inversion technique. The interactions between phonon and phason fields are studied in details. Also, the effects of coupling parameter and the phason friction coefficient on the dynamic and transient behaviors of phonon and phason displacement fields are obtained and discussed in details.*

Key Words Transient dynamic analysis; Meshless method; Generalized finite difference (GFD) method; Quasicrystals; Phonon displacement; Phason displacement.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۸/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱۲/۱۲ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.68345

(۱) استاد، گروه مهندسی صنایع، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. sm_hosseini@um.ac.ir

مقدمه

در سال ۱۹۸٤ میلادی، شختمن (شکتمن) و همکاران [1] نوع جدیدی از مواد کریستالی را کشف نمودند که چون خواص آن با کریستال‌های شناخته‌شده متفاوت بود، این مواد را شبه‌کریستال نامیدند. مواد شبه‌کریستال درمقایسه با مواد کریستال متفاوت هستند و علاوه‌بر وجود تفاوت در خواص، ساختار آنها نیز متفاوت می‌باشد. در شبه‌کریستال‌ها دو میدان تغییرمکان مجزا وجود دارد که به آنها میدان تغییرمکان فنونی و فیزنی اطلاق می‌گردد. این دو میدان تغییرمکان دارای برهم‌کنش هستند به‌طوری‌که ایجاد تغییرات یا آشفتگی در یکی از این میدان‌ها باعث بروز تغییر در میدان دیگر می‌شود. به‌عبارت دیگر تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی به یکدیگر کوپل هستند و همین موضوع باعث می‌شود تا معادلات حاکم و روابط ساختاری تحت تأثیر قرار بگیرند؛ لذا معادلات دینامیکی ماکروسکوپی حاکم بر این شبه‌کریستال‌ها می‌بایست با درنظر گرفتن کوپلینگ بین تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی استخراج شود که این مورد با اعمال ضرایب کوپلینگ بین این میدان‌ها حاصل می‌شود. تئوری‌ها و مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی رفتار دینامیکی شبه‌کریستال‌ها با درنظر گرفتن خواص این مواد و وجود دو میدان تغییرمکان فنونی و فیزنی تاکنون ارائه شده‌است که درادامه به برخی از آنها اشاره خواهد شد.

فان و می [2]، شی [3] و فان [4] مدلی براساس معادلهٔ حرکت موج برای تحلیل‌های الاستودینامیک مواد شبه‌کریستال ارائه نمودند. همچنین مدل دیگری وجود دارد که براساس روابط و اصول الاستوهیدرودینامیک استخراج شده‌است [5, 6]. در تحلیل‌های دینامیکی مواد شبه‌کریستال از مدل‌های مذکور (مدل مبتنی بر حرکت موج و مدل مبتنی بر روابط الاستوهیدرودینامیک) استفادهٔ زیادی شده‌است که درادامه برخی از مهم‌ترین پژوهش‌های صورت‌گرفته مورد بررسی قرار می‌گیرند. راچل و لرمن [7] راه‌حلی تحلیلی به‌منظور تحلیل گسترش موج در مواد شبه‌کریستالی با ساختار بیست‌وجهی ارائه نمودند. آنها همچنین در پژوهشی دیگر [8] مدلی برای تحلیل‌های الاستودینامیک مواد شبه‌کریستالی ارائه نمودند که ترکیبی از دو مدل مبتنی بر حرکت موج و الاستوهیدرودینامیک بود. بااستفاده از مدل ارائه‌شده توسط راچل و لرمن، کازینکینا و همکاران [9] توانستند تحلیل دینامیکی شبه‌کریستال‌های با ساختار بیست‌وجهی را با درنظر گرفتن اثرات مختلف آسیب سطحی توسعه دهند. استفاده از مدلی که در آن گسترش موج و پدیدهٔ نفوذ درنظر گرفته شده‌است، گسترش و رشد ترک در یک تیر یک سر گیردار دوبل ساخته‌شده از شبه‌کریستالی با ساختار ده‌وجهی (Al-Ni-Co) توسط وانگ و فان [10] مورد بررسی قرار گرفته‌است. در سال ۲۰۱٤ میلادی، مدل دیگری برای شبیه‌سازی رفتار دینامیکی مواد شبه‌کریستال توسط آگیاسوفیتو و لازار [11] ارائه شد که به مدل موجی- تلگرافی شهرت دارد. در شبیه‌سازی رفتار دینامیکی میدان تغییرمکان فیزن فرض شده‌است که در معادلات تعادل دینامیکی هم شتاب و هم سرعت (منظور کردن میرایی) وجود دارد و برای بیان رفتار دینامیکی تغییرمکان فیزن معادلهٔ دیفرانسیل جزئی به سبک معادلهٔ تلگراف می‌بایست استفاده شود. باتوجه به استفاده از معادلهٔ موج برای بیان رفتار تغییرمکان‌های فنونی و معادلهٔ تلگراف برای بیان رفتار دینامیکی تغییرمکان‌های فیزنی، به این مدل موجی- تلگرافی اطلاق می‌شود. پس به‌طور کلی درخصوص مدل‌های ارائه‌شده برای تحلیل‌های دینامیکی مواد شبه‌کریستال، سه مدل اصلی وجود دارد که عبارتند از: الف) مدل موجی (هارمونیک)، ب) مدل الاستوهیدرودینامیک و ج) مدل موجی- تلگرافی. در مدل موجی معادلات حرکت میدان‌های فنونی و فیزنی هر دو به‌شکل معادلهٔ موج است و به‌عبارت دیگر دارای ترم شتاب در

معادلات می‌باشند. در مدل الاستوهیدرودینامیک، معادلهٔ حرکت میدان فنونی به‌صورت معادلهٔ موج دارای ترم شتاب است ولی معادلهٔ حرکت میدان فیزنی فقط دارای ترم سرعت (میرایی) می‌باشد. در مدل موجی- تلگرافی معادلهٔ حرکت میدان فنونی به‌صورت معادلهٔ موج است ولی معادلهٔ حرکت میدان فیزنی علاوه‌بر ترم شتاب دارای ترم سرعت نیز میباشد. در همهٔ مدل‌های ذکرشده در فوق، معادلات حرکت به‌صورت دسته‌ای از معادلات دیفرانسیل جزئی کوپل‌شده است. دستگاه معادلات دیفرانسیل کوپل را می‌توان بااستفاده از روش‌های تحلیلی و یا عددی حل نمود. بدیهی است که باتوجه به وجود برهم‌کنش بین تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی، ارائهٔ راه‌حل‌های تحلیلی برای مسائل دینامیکی و به‌خصوص بارگذاری‌های به‌صورت شوک از پیچیدگی برخوردار است و بیشتر برای مسائل یک‌بعدی و یا با فرضیات ساده‌کننده ارائه شده‌است. از این دست راه‌حل‌های تحلیلی می‌توان به راه‌حل ارائه‌شده توسط وانگ و همکاران [12] اشاره نمود که برای تحلیل شبه‌کریستال‌های یک‌بعدی با ساختار شش‌وجهی و دوبعدی با ساختار هشت‌وجهی و با درنظر گرفتن آسیب در ماده ارائه شده‌است. همچنین لی و فان [13] راه‌حل تحلیلی دیگری برای تحلیل شبه‌کریستال‌های دارای ترک و نیز بحث تمرکز تنش در نوک ترک را ارائه نموده‌اند.

همان‌طور که ذکر شد، در اکثر پژوهش‌های صورت گرفته برروی تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی مواد شبه‌کریستال، از روش‌های عددی بهره گرفته شده‌است که برخی از این پژوهش‌ها در مراجع [14-18] قابل مشاهده می‌باشد. روش‌های عددی استفاده‌شده در اکثر پژوهش‌ها مبتنی بر روش المان محدود و یا روش‌های بدون مش ازقبیل روش بدون مش محلی پتروف- گلرکین بوده‌است. به‌عنوان نمونه نویسندهٔ مقالهٔ پیش‌رو به‌همراه همکاران [19] تجربهٔ موفقی در به‌کارگیری روش بدون مش محلی پتروف- گلرکین برای تحلیل دینامیکی استوانهٔ تو خالی از جنس مواد شبه‌کریستالی با ساختار ده‌وجهی داشته‌اند. در پژوهش ارائه‌شده توسط ایشان، سطح داخلی استوانهٔ تحت تأثیر بارگذاری شوک قرار گرفته و گسترش موج در میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی مورد بررسی قرار گرفته‌است.

در میان روش‌های عددی موجود برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی در مسائل مهندسی و نیز علوم که برپایهٔ روش‌های بدون مش و المان می‌باشند، روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته اخیراً مورد توجه محققان قرار گرفته‌است. درزمینهٔ کاربرد این روش تاکنون مقالات زیادی ارائه شده‌است که برخی از این پژوهش‌ها درادامه بیان می‌گردند. اصول اولیه و روابط ریاضی روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته توسط بنیتو و همکاران [20] ارائه شده‌است. این روش برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم که طیف وسیعی از پدیده‌های فیزیکی را می‌توان با این نوع معادلات شبیه‌سازی نمود، مورد استفاده قرار گرفته و توسط بنیتو و همکاران [21] توسعه یافته‌است. لازم به ذکر است که چون در روش اختلاف محدود تعمیم‌یافته نیازی به ایجاد مش و المان نیست، لذا این روش دارای قابلیت‌های مناسبی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی کوپل‌شده می‌باشد. گویت و همکاران [22] این روش را با روش بدون المان گلرکین مقایسه نموده و مواردی را برای بهبود این روش در حل معادلات دیفرانسیل جزئی ارائه نموده‌اند. همچنین بنیتو و همکاران [23] کاربرد این روش را برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی در فرم‌های هایپربولیک و پارابولیک که در تحلیل‌های یک، دو و سه‌بعدی با آنها برخورد می‌گردد، توسعه داده‌اند. آنها در پژوهش خود تحلیل خطا و تأثیر تعداد گره‌ها روی خطا را بررسی نموده‌اند. همچنین روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته برای حل سایر مسائل مهندسی از قبیل تحلیل دوبعدی گسترش موج زلزله [24]، تحلیل

دینامیکی ورق‌ها و تیرها [25] و نیز تحلیل دینامیکی استوانه از جنس نانوکامپوزیت تقویت‌شده با نانو لوله‌های کربنی [26] و اخیراً برای تحلیل انتقال حرارت [27] استفاده شده‌است. در پژوهش‌هایی دیگر، نویسندهٔ مقالهٔ حاضر کابرد روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته را برای حل مسائل کوپل ترموالاستیسیته براساس تئوری گرین- نقدی [28] و نیز برای تحلیل کوپل الاستیسیته- نفوذ غیر فیکی [29] تحت بارگذاری به‌صورت شوک را توسعه داده‌است.

در این مقاله، کاربرد روش کارامد بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته برای تحلیل دینامیکی حالت گذرای دوبعدی مواد شبه‌کریستال با ساختار ده‌وجهی که تحت بارگذاری به‌صورت شوک قرار دارند، توسعه داده شده‌است. از روش فوق برای گسسته‌سازی دسته معادلات دیفرانسیل جزئی کوپل که از معادلات حرکت میدان‌های فنونی و فیزنی براساس مدل الاستوهیدرودینامیک استخراج شده‌اند، بهره گرفته شده‌است. تئوری مفروض برای به‌دست آوردن روابط دینامیکی حاکم، بر این اصل استوار است که تغییرمکان‌های فنونی از معادلهٔ موج بدون میرایی و تغییرمکان‌های فیزنی از معادلهٔ تعادل بدون شتاب ولی با میرایی تبعیت کنند. کوپلینگ بین تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در معادلات حرکت و نیز روابط ساختاری لحاظ شده‌است. ناحیه‌ای دوبعدی از جنس مادهٔ شبه‌کریستال (Al-Ni-Co) به‌شکل مستطیل درنظر گرفته شده‌است به‌طوری‌که یکی از اضلاع آن تحت تأثیر بارگذاری به‌صورت شوک قرار دارد. رفتار دینامیکی حالت گذرای میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی به‌دست آمده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین اثرات پارامترهایی از قبیل پارامتر کوپلینگ و نیز ضریب میرایی میدان تغییرمکان فیزنی برروی رفتارهای دینامیکی، مورد ارزیابی قرار گرفته‌است.

روابط حاکم بر مسئله

در تئوری الاستیسیتهٔ کلاسیک، تغییرشکل‌ها در مواد کریستالی بااستفاده از تغییرمکان‌های فنونی و نیز کرنش‌های حاصل از آنها، قابل تشریح می‌باشند. همچنین کرنش‌های فنونی را نیز می‌توان با تنش‌های فنونی مرتبط دانست و آنها را نیز محاسبه نمود. ولی در مواد شبه‌کریستال علاوه‌بر تغییرمکان‌های فنونی، تغییرمکان‌های دیگری نیز وجود دارند که به آنها تغییرمکان‌های فیزنی اطلاق می‌شود. این تغییرمکان‌های فیزنی براساس باز آرایش ساختار اتمی مواد شبه‌کریستال ایجاد می‌شوند و قابل توجیه هستند. مشاهده شده‌است که بین میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی برهم‌کنش وجود دارد، به‌طوری‌که هر گونه تغییر و یا اغتشاش در یک میدان باعث بروز تغییرات در میدان دیگر می‌شود. برای فهم بیشتر از ماهیت میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی، مطالعهٔ مرجع [1] توصیه می‌شود.

بر این اساس معادلات حرکت حاکم بر مسئله مبتنی بر مدل الاستوهیدرودینامیک که برای فرضیات حاکم بر مسئلهٔ ارائه‌شده مناسب است، به‌صورت زیر ارائه می‌شود [10]:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \ddot{u}_i \qquad (۱)$$

$$H_{ij,j} + g_i = D_{ij} \dot{w}_j \qquad (۲)$$

که f_i و g_i نیروهای خارجی اعمال‌شده بر میدان‌های فنونی و فیزنی می‌باشند. همچنین ضریب میرایی میدان فیزنی با D_{ij} نمایش داده شده‌است که با فرض همگن و همسانگرد بودن ماده می‌توان نوشت:

$$D_{ij} = D\delta_{ij} \ , \ D > 0 \qquad (۳)$$

روابط تنش- کرنش براساس الاستیسیتهٔ دوبعدی برای مواد شبه‌کریستال به‌صورت زیر ارائه شده‌است [5]:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} + R_{ijkl}\omega_{kl} \qquad (٤)$$

$$H_{ij} = R_{klij}\varepsilon_{kl} + K_{ijkl}\omega_{kl} \qquad (٥)$$

که در روابط فوق σ_{ij} و H_{ij} تنش‌های فنونی و فیزنی هستند و نیز ε_{kl} و ω_{kl} کرنش‌های فنونی و فیزنی می‌باشند که از تغییرات تغییرمکان‌های فنونی $u_i(\mathbf{x},t)$ و فیزنی $w_i(\mathbf{x},t)$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}\left[u_{i,j}(\mathbf{x},t) + u_{j,i}(\mathbf{x},t)\right] \qquad (٦)$$

$$\omega_{ij}(\mathbf{x},t) = w_{i,j}(\mathbf{x},t) \qquad (٧)$$

لازم به ذکر است که کرنش‌های فیزنی ω_{ij} متقارن نیستند ولی کرنش‌های فنونی ε_{ij} متقارن می‌باشند. تانسور ضرایب مواد و نیز ضرایب کوپلینگ (برهم‌کنش بین میدان‌های فنونی و فیزنی) به‌صورت زیر تعریف می‌شوند[5]:

$$\begin{aligned} &c_{ijkl} = c_{12}\delta_{ij}\delta_{kl} + c_{66}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}),\\ &c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2\\ &K_{ijkl} = K_1\delta_{ik}\delta_{jl} + K_2\left(\delta_{ij}\delta_{kl} - \delta_{il}\delta_{jk}\right)\\ &R_{ijkl} = R\Big[\left(\delta_{i1}\delta_{j2} + \delta_{i2}\delta_{j1}\right)\varepsilon_{3lk}\\ &\qquad + \left(\delta_{i1}\delta_{j1} - \delta_{i2}\delta_{j2}\right)\delta_{kl}\Big] \end{aligned}, \qquad (٨)$$

که در روابط فوق c_{11}، c_{12}، K_1، K_2 و R ضرایب مرتبط با خواص مکانیکی مواد شبه‌کریستال بود و ε_{3lk} نماد جایگشتی می‌باشد که به‌صورت $\varepsilon_{123} = 1$ تعریف می‌گردد. روابط زیر بر تانسور ضرایب مواد و خواص مکانیکی مواد شبه‌کریستال حاکم است:

$$\begin{aligned} &c_{ijkl} = c_{klij} = c_{jikl} = c_{ijlk}\ ,\\ &K_{ijkl} = K_{klij}\ ,\quad R_{ijkl} = R_{jikl}\ . \end{aligned} \qquad (٩)$$

روابط مبتنی بر قانون هوک به‌صورت تعمیم‌یافته برای مواد شبه‌کریستال با ساختار دوجهی به‌صورت زیر قابل نمایش می‌باشند [14]:

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\\ \sigma_{yx}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 & 0\\ c_{12} & c_{22} & 0 & 0\\ 0 & 0 & c_{66} & 0\\ 0 & 0 & c_{66} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ 2\varepsilon_{xy}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R & R & 0 & 0\\ -R & -R & 0 & 0\\ 0 & 0 & -R & R\\ 0 & 0 & -R & R\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\omega_{xx}\\ \omega_{yy}\\ \omega_{xy}\\ \omega_{yx}\end{pmatrix} \qquad (١٠)$$

$$\begin{pmatrix}H_{xx}\\ H_{yy}\\ H_{xy}\\ H_{yx}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & -R & 0\\ R & -R & 0\\ 0 & 0 & -R\\ 0 & 0 & R\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ 2\varepsilon_{xy}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_1 & K_2 & 0 & 0\\ K_2 & K_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & K_1 & -K_2\\ 0 & 0 & -K_2 & K_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\omega_{xx}\\ \omega_{yy}\\ \omega_{xy}\\ \omega_{yx}\end{pmatrix} \qquad (١١)$$

برای حل معادلات حرکت میدان‌های فنونی و فیزنی (۱ و ۲) با درنظر گرفتن روابط ارائه‌شده در (۱۰ و ۱۱)، ابتدا معادلات حرکت بااستفاده از تبدیل لاپلاس به محیط لاپلاس انتقال داده می‌شوند و پس از انتقال بااستفاده از روش اختلاف محدود تعمیم‌یافته،

معادلات دیفرانسیل جزئی گسسته می‌شوند. بر این اساس معادلات حرکت را می‌توان در محیط لاپلاس با فرض شرایط اولیهٔ همگن (فرض مقدار و سرعت اولیهٔ صفر برای متغیرها) به‌صورت زیر نوشت:

$$\bar{\sigma}_{ij,j} + \bar{f}_i = \rho s^2 \bar{u}_i \qquad (۱۲)$$

$$\bar{H}_{ij,j} + \bar{g}_i = D_{ij}\, s\, \bar{w}_j \qquad (۱۳)$$

روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته. قبل از گسسته‌سازی معادلات حرکت (۱۲ و ۱۳) در محیط لاپلاس، لازم است تا کلیات روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته تشریح گردد. در این روش مشتقات متغیرهای مسئله پیرامون نقاطی در محیط فرض‌شده برای مسئله، بااستفاده از بسط تیلور به‌صورت خطی بسط داده می‌شوند. اطراف هر یک از گره‌هایی که بسط تیلور پیرامون آنها اعمال شده‌است، گره‌هایی درنظر گرفته می‌شوند که در بسط تیلور از آنها برای تقریب استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که گره‌ها می‌توانند به‌صورت منظم و یا نامنظم در داخل ناحیهٔ مفروض برای مسئله توزیع شوند. به‌عنوان مثال برای متغیرهای اصلی مشتق‌پذیر در مسئلهٔ مفروض در این مقاله در هر نقطه‌ای مانند $\left(x_i, y_i, s\right)$ شامل $\bar{u}_x^i = \bar{u}_x\left(x_i, y_i, s\right)$، $\bar{w}_x^i = \bar{w}_x\left(x_i, y_i, s\right)$ و $\bar{w}_y^i = \bar{w}_y\left(x_i, y_i, s\right)$، حول نقطهٔ دل‌خواه $\left(x_0, y_0, s\right)$ می‌توان بسط تیلور را به‌صورت معادلات (۱۷-۱٤) نوشت.

$$\bar{u}_x^i = \bar{u}_x^0 + h_i \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x} + k_i \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y} + \frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2} + \frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2} + h_i k_i \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y \partial x} + o\left({r_i}^3\right) \qquad (۱٤)$$

$$\bar{u}_y^i = \bar{u}_y^0 + h_i \frac{\partial \bar{u}_y^0}{\partial x} + k_i \frac{\partial \bar{u}_y^0}{\partial y} + \frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}_y^0}{\partial x^2} + \frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}_y^0}{\partial y^2} + h_i k_i \frac{\partial^2 \bar{u}_y^0}{\partial y \partial x} + o\left({r_i}^3\right) \qquad (۱۵)$$

$$\bar{w}_x^i = \bar{w}_x^0 + h_i \frac{\partial \bar{w}_x^0}{\partial x} + k_i \frac{\partial \bar{w}_x^0}{\partial y} + \frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{w}_x^0}{\partial x^2} + \frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{w}_x^0}{\partial y^2} + h_i k_i \frac{\partial^2 \bar{w}_x^0}{\partial y \partial x} + o\left({r_i}^3\right) \qquad (۱٦)$$

$$\bar{w}_y^i = \bar{w}_y^0 + h_i \frac{\partial \bar{w}_y^0}{\partial x} + k_i \frac{\partial \bar{w}_y^0}{\partial y} + \frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{w}_y^0}{\partial x^2} + \frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{w}_y^0}{\partial y^2} + h_i k_i \frac{\partial^2 \bar{w}_y^0}{\partial y \partial x} + o\left({r_i}^3\right) \qquad (۱۷)$$

که در روابط فوق $h_i = x_i - x_0$، $k_i = y_i - y_0$ و $r_i = \sqrt{{h_i}^2 + {k_i}^2}$ می‌باشند. بسط‌های ارائه‌شده در روابط (۱۷-۱٤) شامل مشتقات مرتبه اول و دوم می‌باشند، چرا که نیاز مسئله به بسط تا مشتقات مرتبه دوم می‌باشد. لازم به ذکر است که امکان بسط تا مشتقات مراتب بالاتر وجود دارد که این مورد بستگی به حداکثر مرتبهٔ مشتقات موجود در معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر مسئله دارد. درادامه توابع نورم B_x^u، B_y^u، B_x^w و B_y^w به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$B_x^u = \sum_{i=1}^{N} \left[\left[\bar{u}_x^0 - \bar{u}_x^i + h_i \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x} + k_i \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y} + \frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2} + \frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2} + h_i k_i \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y \partial x} \right] W_i\left(h_i, k_i\right) \right]^2 \qquad (۱۸)$$

$$B_y^u=\sum_{i=1}^{N}\left[\left[\bar{u}_y^0-\bar{u}_y^i+h_i\frac{\partial\bar{u}_y^0}{\partial x}+k_i\frac{\partial\bar{u}_y^0}{\partial y}+\frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2\bar{u}_y^0}{\partial x^2}+\frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2\bar{u}_y^0}{\partial y^2}+h_i k_i\frac{\partial^2\bar{u}_y^0}{\partial y\partial x}\right]W_i\left(h_i,k_i\right)\right]^2 \quad (۱۹)$$

$$B_x^w=\sum_{i=1}^{N}\left[\left[\bar{w}_x^0-\bar{w}_x^i+h_i\frac{\partial\bar{w}_x^0}{\partial x}+k_i\frac{\partial\bar{w}_x^0}{\partial y}+\frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2\bar{w}_x^0}{\partial x^2}+\frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2\bar{w}_x^0}{\partial y^2}+h_i k_i\frac{\partial^2\bar{w}_x^0}{\partial y\partial x}\right]W_i\left(h_i,k_i\right)\right]^2 \quad (۲۰)$$

$$B_y^w=\sum_{i=1}^{N}\left[\left[\bar{w}_y^0-\bar{w}_y^i+h_i\frac{\partial\bar{w}_y^0}{\partial x}+k_i\frac{\partial\bar{w}_y^0}{\partial y}+\frac{{h_i}^2}{2}\frac{\partial^2\bar{w}_y^0}{\partial x^2}+\frac{{k_i}^2}{2}\frac{\partial^2\bar{w}_y^0}{\partial y^2}+h_i k_i\frac{\partial^2\bar{w}_y^0}{\partial y\partial x}\right]W_i\left(h_i,k_i\right)\right]^2 \quad (۲۱)$$

که $w(h_i)$ تابع وزن بوده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_i\left(r_i\right)=\frac{1}{r_i^3}=\frac{1}{\left(\sqrt{{h_i}^2+{k_i}^2}\right)^3}=\left({h_i}^2+{k_i}^2\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (۲۲)$$

با کمینه کردن توابع نورم توابع نورم B_x^u، B_y^u، B_x^w و B_y^w نسبت به مشتق‌های متغیرهای اصلی، روابطی خطی حاصل می‌شود که درادامه برای یکی از متغیرها استخراج خواهند شد. روابط استخراج‌شده برای سایر متغیرها از روشی مشابه، به‌دست می‌آیند؛ لذا روش به‌دست آوردن روابط خطی برای بیان مشتقات جزئی $\bar{u}_x^0$ درادامه ارائه می‌گردد:

$$\frac{\partial B_x^u}{\partial\left\{D\,\bar{u}_x^0\right\}}=0 \quad (۲۳)$$

$$\{D\bar{u}\}^T=\left\{\frac{\partial\bar{u}_x^0}{\partial x},\frac{\partial\bar{u}_x^0}{\partial y},\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial x^2},\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial y^2},\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial y\partial x}\right\}^T \quad (۲۴)$$

برای هر نقطهٔ دل‌خواه پنج معادله و پنج مجهول به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\bar{u}_x^0}{\partial x}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2{h_i}^2+\frac{\partial\bar{u}_x^0}{\partial y}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2h_i k_i\\&+\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial x^2}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2\frac{{h_i}^3}{2}+\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial y^2}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2\frac{h_i{k_i}^2}{2}+\\&+\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial y\partial x}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2{h_i}^2k_i+\bar{u}_x^0\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2h_i\\&-\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2h_i\bar{u}_x^i=0\end{aligned} \quad (۲۵)$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\bar{u}_x^0}{\partial x}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2h_i k_i+\frac{\partial\bar{u}_x^0}{\partial y}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2{k_i}^2\\&+\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial x^2}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2\frac{{h_i}^2k_i}{2}+\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial y^2}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2\frac{{k_i}^3}{2}+\\&+\frac{\partial^2\bar{u}_x^0}{\partial y\partial x}\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2h_i{k_i}^2+\bar{u}_x^0\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2k_i\\&-\sum_{i=1}^{N}{w_i}^2k_i\bar{u}_x^i=0\end{aligned} \quad (۲۶)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3}{2} + \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2 k_i}{2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^4}{4} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2 h_i{}^2}{4} + + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y \partial x}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3 k_i}{2} + \bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2}{2} - \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2}{2}\bar{u}_x^i = 0 \qquad (۲۷)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^2}{2} + \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^3}{2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2 k_i{}^2}{4} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^4}{4} + + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y \partial x}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^3}{2} + \bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2}{2} - \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2}{2}\bar{u}_x^i = 0 \qquad (۲۸)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i{}^2 k_i + \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i{}^2 + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3 k_i}{2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^3}{2} + + \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y \partial x}\sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i{}^2 k_i{}^2 + \bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i - \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i \bar{u}_x^i = 0 \qquad (۲۹)$$

روابط فوق به‌شکل ماتریسی زیر قابل ارائه می‌باشد:

$$\mathbf{A}^* \mathbf{D}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{u}} = \mathbf{F}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{u}} \qquad (۳۰)$$

که:

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i{}^2 & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^2}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i{}^2 k_i \\ \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 k_i{}^2 & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2 k_i}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^3}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i{}^2 \\ \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2 k_i}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^4}{4} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2 h_i{}^2}{4} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3 k_i}{2} \\ \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^2}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^3}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2 k_i{}^2}{4} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{k_i{}^4}{4} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^3}{2} \\ \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i{}^2 k_i & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i k_i{}^2 & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i{}^3 k_i}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 \frac{h_i k_i{}^3}{2} & \sum_{i=1}^{N} w_i{}^2 h_i{}^2 k_i{}^2 \end{bmatrix} \qquad (۳۱)$$

$$\mathbf{D}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{u}\ \mathbf{T}} = \left\{ \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x}, \frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y}, \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y\, \partial x} \right\}^T \qquad (۳۲)$$

$$\mathbf{F_x^u} = \begin{bmatrix} -\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i \bar{u}_x^i \\ -\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} k_i + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} k_i \bar{u}_x^i \\ -\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{h_i^{\,2}}{2} + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{h_i^{\,2}}{2} \bar{u}_x^i \\ -\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{k_i^{\,2}}{2} + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{k_i^{\,2}}{2} \bar{u}_x^i \\ -\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i k_i + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i k_i \bar{u}_x^i \end{bmatrix} \qquad (۳۳)$$

رابطهٔ (۳۰) به‌صورت زیر قابل حل می‌باشد:

$$\mathbf{D_u} = \left[\mathbf{A}^*\right]^{-1} \mathbf{F_u} = \mathbf{B}\mathbf{F_u} \qquad (۳٤)$$

بااستفاده از رابطهٔ (۳٤)، مشتقات $\bar{u}_x^0$ به‌صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشند:

$$\frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x} = B_{11}\left(-\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i \bar{u}_x^i\right) + B_{12}\left(-\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} k_i + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} k_i \bar{u}_x^i\right) + B_{13}\left(-\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{h_i^{\,2}}{2} + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{h_i^{\,2}}{2} \bar{u}_x^i\right) + B_{14}\left(-\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{k_i^{\,2}}{2} + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} \frac{k_i^{\,2}}{2} \bar{u}_x^i\right) + B_{15}\left(-\bar{u}_x^0 \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i k_i + \sum_{i=1}^{N} w_i^{\,2} h_i k_i \bar{u}_x^i\right) \qquad (۳۵)$$

و یا:

$$\frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial x} = \bar{u}_x^0 \eta_0 + \sum_{i=1}^{N} \eta_i \bar{u}_x^i \qquad (۳٦)$$

که در رابطهٔ فوق ضرایب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\eta_i = B_{11} w_i^{\,2} h_i + B_{12} w_i^{\,2} k_i + B_{13} w_i^{\,2} \frac{h_i^{\,2}}{2} + B_{14} w_i^{\,2} \frac{k_i^{\,2}}{2} + B_{15} w_i^{\,2} h_i k_i \qquad (۳۷)$$

$$\eta_0 + \sum_{i=1}^{N} \eta_i = 0 \qquad (۳۸)$$

سایر مشتقات $\bar{u}_x^0$ بااستفاده از روشی مشابه به‌دست می‌آیند:

$$\frac{\partial \bar{u}_x^0}{\partial y} = \bar{u}_x^0 \lambda_0 + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \bar{u}_x^i \qquad (۳۹)$$

$$\lambda_i = B_{21} w_i^{\,2} h_i + B_{22} w_i^{\,2} k_i + B_{23} w_i^{\,2} \frac{h_i^{\,2}}{2} + B_{24} w_i^{\,2} \frac{k_i^{\,2}}{2} + B_{25} w_i^{\,2} h_i k_i \qquad (٤۰)$$

$$\lambda_0 + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 0 \qquad (٤۱)$$

و:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial x^2} = \bar{u}_x^0 \tau_0 + \sum_{i=1}^{N} \tau_i \bar{u}_x^i \quad (۴۲)$$

$$\tau_i = B_{31} w_i{}^2 h_i + B_{32} w_i{}^2 k_i + B_{33} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2}{2} + B_{34} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2}{2} + B_{35} w_i{}^2 h_i k_i \quad (۴۳)$$

$$\tau_0 + \sum_{i=1}^{N} \tau_i = 0 \quad (۴۴)$$

و نیز:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y^2} = \bar{u}_x^0 \psi_0 + \sum_{i=1}^{N} \psi_i \bar{u}_x^i \quad (۴۵)$$

$$\psi_i = B_{41} w_i{}^2 h_i + B_{42} w_i{}^2 k_i + B_{43} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2}{2} + B_{44} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2}{2} + B_{45} w_i{}^2 h_i k_i \quad (۴۶)$$

$$\psi_0 + \sum_{i=1}^{N} \psi_i = 0 \quad (۴۷)$$

و درنهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_x^0}{\partial y \, \partial x} = \bar{u}_x^0 \varphi_0 + \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \bar{u}_x^i \quad (۴۸)$$

$$\varphi_i = B_{51} w_i{}^2 h_i + B_{52} w_i{}^2 k_i + B_{53} w_i{}^2 \frac{h_i{}^2}{2} + B_{54} w_i{}^2 \frac{k_i{}^2}{2} + B_{55} w_i{}^2 h_i k_i \quad (۴۹)$$

$$\varphi_0 + \sum_{i=1}^{N} \varphi_i = 0 \quad (۵۰)$$

ضرایب B_{ij} مؤلفه‌های ماتریس $\mathbf{B}$ می‌باشند. بااستفاده از روند ارائه‌شدهٔ فوق، مشتق‌های $\bar{u}_y^0$، $\bar{w}_x^0$ و $\bar{w}_y^0$ می‌توانند محاسبه شوند که به‌صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\frac{\partial}{\partial x}\begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} = \eta_0 \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{N} \eta_i \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^i \\ \bar{w}_x^i \\ \bar{w}_y^i \end{Bmatrix} \quad (۵۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} = \lambda_0 \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^i \\ \bar{w}_x^i \\ \bar{w}_y^i \end{Bmatrix} \quad (۵۲)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} = \tau_0 \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{N} \tau_i \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^i \\ \bar{w}_x^i \\ \bar{w}_y^i \end{Bmatrix} \quad (۵۳)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} = \psi_0 \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{N} \psi_i \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^i \\ \bar{w}_x^i \\ \bar{w}_y^i \end{Bmatrix} \quad (۵۴)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x \, \partial y}\begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} = \varphi_0 \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^0 \\ \bar{w}_x^0 \\ \bar{w}_y^0 \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \begin{Bmatrix} \bar{u}_y^i \\ \bar{w}_x^i \\ \bar{w}_y^i \end{Bmatrix} \quad (۵۵)$$

معادلات حرکت میدان‌های فنونی و فیزنی به‌شکل گسسته. بااستفاده از روابط ارائه‌شده در بخش قبل برای مشتقات جزئی متغیرهای اصلی مسئله و جایگزینی این روابط در روابط (۱۲ و ۱۳)، معادلات دوبعدی حرکت به‌شکل گسسته در نقطه‌ای دل‌خواه (x_0, y_0, s) در محیط لاپلاس برای مواد شبه‌کریستال با ساختار ده‌وجهی به‌دست می‌آیند. معادلات حرکت با فرض شرایط اولیهٔ همگن برای متغیرهای اصلی مسئله و نیز فرض صفر بودن نیروهای

خارجی در مختصات کارتزین به‌صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$c_{11}\left(\tau_0\,\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{u}_x^i\right)+c_{66}\left(\psi_0\,\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{u}_x^i\right)$$
$$+\left(c_{12}+c_{66}\right)\left(\varphi_0\,\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\varphi_i\,\bar{u}_y^i\right)+$$
$$+R\left(\tau_0\,\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{w}_x^i\right)-R\left(\psi_0\,\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{w}_x^i\right)$$
$$+2R\left(\varphi_0\,\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\varphi_i\,\bar{w}_y^i\right)=\rho s^2\,\bar{u}_x^0 \qquad (۵۶)$$

$$c_{66}\left(\tau_0\,\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{u}_y^i\right)+c_{22}\left(\psi_0\,\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{u}_y^i\right)$$
$$+\left(c_{12}+c_{66}\right)\left(\varphi_0\,\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\varphi_i\,\bar{u}_x^i\right)+$$
$$+R\left(\tau_0\,\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{w}_y^i\right)-R\left(\psi_0\,\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{w}_y^i\right)$$
$$-2R\left(\varphi_0\,\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\varphi_i\,\bar{w}_x^i\right)=\rho s^2\,\bar{u}_y^0 \qquad (۵۷)$$

$$K_1\left(\tau_0\,\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{w}_x^i\right)+K_1\left(\psi_0\,\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{w}_x^i\right)$$
$$+R\left(\tau_0\,\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{u}_x^i\right)--R\left(\psi_0\,\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{u}_x^i\right)$$
$$-2R\left(\varphi_0\,\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\varphi_i\,\bar{u}_y^i\right)=Ds\,\bar{w}_x^0 \qquad (۵۸)$$

$$K_1\left(\tau_0\,\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{w}_y^i\right)+K_1\left(\psi_0\,\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{w}_y^i\right)$$
$$+R\left(\tau_0\,\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\tau_i\,\bar{u}_y^i\right)--R\left(\psi_0\,\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\psi_i\,\bar{u}_y^i\right)$$
$$+2R\left(\varphi_0\,\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\varphi_i\,\bar{u}_x^i\right)=Ds\,\bar{w}_y^0 \qquad (۵۹)$$

معادلات فوق را می‌توان به‌شکل زیر نیز نمایش داد:

$$\left(\tau_0\,c_{11}+\psi_0\,c_{66}-\rho s^2\right)\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\left(\tau_i\,c_{11}+\psi_i\,c_{66}\right)\bar{u}_x^i$$
$$+\left(c_{12}\,\varphi_0+c_{66}\,\varphi_0\right)\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\left(c_{12}\,\varphi_i+c_{66}\,\varphi_i\right)\bar{u}_y^i+$$
$$+\left(R\,\tau_0-R\psi_0\right)\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\left(R\,\tau_i-R\psi_i\right)\bar{w}_x^i$$
$$+\left(2R\varphi_0\right)\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\left(2R\varphi_i\right)\bar{w}_y^i=0 \qquad (۶۰)$$

$$\left(c_{12}\,\varphi_0+c_{66}\,\varphi_0\right)\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\left(c_{12}\,\varphi_i+c_{66}\,\varphi_i\right)\bar{u}_x^i$$
$$+\left(c_{66}\,\tau_0+c_{22}\psi_0-\rho s^2\right)\bar{u}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\left(c_{66}\,\tau_i+c_{22}\,\psi_i\right)\bar{u}_y^i+$$
$$+\left(2R\varphi_0\right)\bar{w}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\left(2R\varphi_i\right)\bar{w}_x^i$$
$$+\left(R\tau_0-R\psi_0\right)\bar{w}_y^0+\sum_{i=1}^{N}\left(R\tau_i-R\psi_i\right)\bar{w}_y^i=0 \qquad (۶۱)$$

$$\left(K_1\tau_0+K_1\psi_0-Ds\right)\bar{w}_x^0$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\left(K_1\tau_i+K_1\psi_i\right)\bar{w}_x^i+R\left(\tau_0-\psi_0\right)\bar{u}_x^0+$$
$$+\sum_{i=1}^{N}R\left(\tau_i-\psi_i\right)\bar{u}_x^i$$
$$-\left(2R\varphi_0\right)\bar{u}_y^0-\sum_{i=1}^{N}\left(2R\varphi_i\right)\bar{u}_y^i=0 \qquad (۶۲)$$

$$\left(K_1\tau_0+K_1\psi_0-Ds\right)\bar{w}_y^0$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\left(K_1\tau_i+K_1\psi_i\right)\bar{w}_y^i+\left(R\,\tau_0-R\psi_0\right)\bar{u}_y^0+$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\left(R\,\tau_i-R\psi_i\right)\bar{u}_y^i$$
$$+\left(2R\varphi_0\right)\bar{u}_x^0+\sum_{i=1}^{N}\left(2R\varphi_i\right)\bar{u}_x^i=0 \qquad (۶۳)$$

دستگاه معادلات خطی زیر برای مقادیر متغیرهای اصلی مسئله در گره‌های مختلف توزیع‌شده در ناحیهٔ مفروض مسئله، به‌صورت زیر قابل نمایش می‌باشد:

$$[K]_{(N+1)*(N+1)}\{\phi\}_{(N+1)*1}=[f]_{(N+1)*1} \qquad (٦٤)$$

که:

$$\{\phi\}^T=\{\bar{u}_x^0 \quad \bar{u}_y^0 \quad \bar{w}_x^0 \quad \bar{w}_y^0 \quad \bar{u}_x^1 \quad \bar{u}_y^1 \quad \bar{w}_x^1 \quad \bar{w}_y^1 \quad ..... \quad \bar{u}_x^N \quad \bar{u}_y^N \quad \bar{w}_x^N \quad \bar{w}_y^N\}^T \qquad (٦٥)$$

مقدار مؤلفه‌های ماتریس $[f]_{(N+1)*1}$ از شرایط مرزی مسئله قابل محاسبه می‌باشند. با حل دستگاه معادلات خطی (٦٤) در محیط لاپلاس مقادیر نامعلوم تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در گره‌های مختلف محاسبه می‌شوند. برای به‌دست آوردن مقادیر تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در حوزهٔ زمان، می‌توان از روش‌های تبدیل لاپلاس معکوس استفاده نمود. در این مقاله از الگوریتم ارائه‌شده در روش تالبوت [30] استفاده شده‌است. تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در حوزهٔ زمان بااستفاده از روابط زیر محاسبه شده‌اند:

$$\bar{u}_x^i(x,y,t)=\frac{2}{5t}\sum_{k=0}^{M-1}\mathrm{Re}(\gamma_k\bar{u}_x^i(x,y,s_k))$$
$$\bar{u}_y^i(x,y,t)=\frac{2}{5t}\sum_{k=0}^{M-1}\mathrm{Re}(\gamma_k\bar{u}_y^i(x,y,s_k))$$
$$\bar{w}_x^i(x,y,t)=\frac{2}{5t}\sum_{k=0}^{M-1}\mathrm{Re}(\gamma_k\bar{w}_x^i(x,y,s_k))$$
$$\bar{w}_y^i(x,y,t)=\frac{2}{5t}\sum_{k=0}^{M-1}\mathrm{Re}(\gamma_k\bar{w}_y^i(x,y,s_k)) \qquad (٦٦)$$

که در روابط فوق:

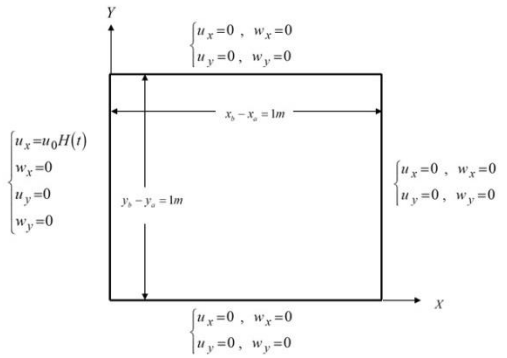
$$s_k=\frac{\delta_k}{t}\ ,\ \delta_0=\frac{2M}{5},\ \gamma_0=0.5e^{\delta_0}$$
$$\delta_k=\frac{2k\pi}{5}\left(\cot\left(\frac{k\pi}{M}\right)+i\right)\ ,$$
$$\gamma_k=\left[1+i\left(\frac{k\pi}{M}\right)\left(1+\left[\cot\left(\frac{k\pi}{M}\right)\right]^2\right)-i\cot\left(\frac{k\pi}{M}\right)\right]e^{\delta_k}$$
$$0<k<M \qquad (٦٧)$$

در این روش، برای انتقال یک نمودار از حوزهٔ لاپلاس به حوزهٔ زمان ابتدا تعداد M نقطه برروی نمودار در حوزهٔ لاپلاس انتخاب می‌شود و متناظر این نقاط در حوزهٔ زمان محاسبه می‌شوند که برای این منظور از روابط فوق بهره گرفته می‌شود. با اتصال نقاط حاصل‌شده در حوزهٔ زمان نمودار معادل در حوزهٔ زمان حاصل می‌شود. هرچه تعداد نقاط انتخاب‌شده در نمودار بیشتر باشد، دقت بیشتری در انتقال حاصل می‌گردد.

مثال عددی و ارائهٔ نتایج

ناحیه‌ای دوبعدی به‌شکل مستطیل به‌طول (x_b-x_a) و عرض (y_b-y_a) از جنس مواد شبه‌کریستال فرض می‌شود به‌طوری‌که خواص مکانیکی شبه‌کریستال (Al-Ni-Co) برای آن درنظر گرفته می‌شود (شکل ۱). خواص مکانیکی ناحیهٔ دوبعدی مستطیل‌شکل به‌صورت زیر می‌باشد [15]:

$$c_{11}=234.3\ GPa\ ,\ c_{11}=c_{22},$$
$$c_{12}=57.4\ GPa\ ,\ K_1=122\ GPa,$$
$$K_2=24\ GPa\ ,\ \rho=4180\ kg/m^3,$$
$$c_{66}=\left(c_{11}-c_{12}\right)*0.5,\ R=R^*c_{66},$$
$$D=10^{+10}\ Kg/m^3\,s. \qquad (٦٨)$$



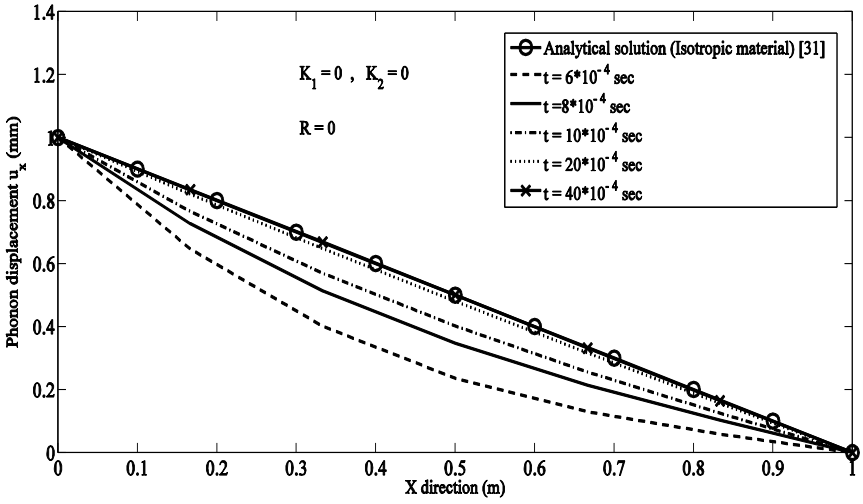
شکل ۱ ناحیهٔ دوبعدی مفروض به‌همراه شرایط مرزی

قبل از ارائهٔ نتایج حاصل از تحلیل برروی مواد شبه‌کریستال با ساختار ده‌وجهی، لازم است تا روش ارائه‌شده در این پژوهش صحه‌گذاری شود. باتوجه به این‌که پژوهش حاضر اولین تحلیل‌های صورت‌گرفته در این حوزه می‌باشد، برای صحه‌گذاری عرض ناحیهٔ مستطیلی دوبعدی مفروض بسیار بزرگ‌تر از طول ناحیه درنظر گرفته می‌شود $(y_b >> y_a)$ و پارامترهای زیر نیز صفر فرض می‌شود:

$$K_1=K_2=0\,,\ R=0 \qquad (٦٩)$$

درنتیجه ناحیهٔ دوبعدی تبدیل به یک باریکه از جنس مواد همگن و همسانگرد می‌شود. توزیع تغییرمکان در باریکه از جنس مواد همگن و همسانگرد در حالت استاتیکی حل تحلیلی دارد [31] و انتظار می‌رود که پاسخ‌های به‌دست‌آمده از پژوهش حاضر با فرضیات فوق در زمان‌های بزرگ به حل تحلیلی موجود میل کند. به‌عبارت دیگر در زمان‌های بزرگ و پس از طی‌شدن زمان تغییرات حالت گذرا در میدان تغییرمکان فنونی، توزیع تغییرمکان فنونی در راستای X می‌بایست با توزیع تغییرمکان در باریکه در حالت استاتیکی برابر باشند. در شکل (۲) مقایسه‌ای بین پاسخ‌های به‌دست‌آمده و حل تحلیلی موجود ارائه شده‌است و به‌وضوح مشاهده می‌گردد که با بزرگ‌تر شدن زمان نمودار توزیع تغییرمکان فنونی u_x به نتایج حاصل از حل تحلیلی میل می‌کند.

اکنون مسئله با فرض خواص مکانیکی ارائه‌شده در روابط (٦٨) تحلیل می‌شود. به‌منظور به‌دست آوردن تأثیر پارامتر کوپل بین میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی R بر پاسخ‌های دینامیکی حالت گذار، مقادیر مختلفی برای R^* درنظر گرفته شده‌است که عبارتند از: ۰/٤ و ۰/۸ و ۱/۲ شرایط مرزی فرض‌شده برای مسئله در شکل (۱) به‌وضوح نمایش داده شده‌اند.



شکل ۲ مقایسهٔ نتایج حاصل از پژوهش ارائه‌شده و حل تحلیلی موجود [31] برای باریکه از جنس مواد همگن همسانگرد

همان‌طور که در شکل نیز مشاهده می‌شود، تغییرمکان فنونی یکی از اضلاع ناحیهٔ مستطیلی شکل به‌صورت ناگهانی افزایش می‌یابد که این افزایش ناگهانی به‌صورت بارگذاری شوک قابل نمایش می‌باشد؛ لذا برای بیان این افزایش ناگهانی از تابع پلهٔ واحد استفاده شده‌است که با $\mathrm{H(t)}$ نمایش داده می‌شود. شرایط مرزی مفروض برای مسئله به‌صورت معادلات (۷۲-۶۹) قابل نمایش می‌باشند:

$$u_x(x_a,y,t)=u_0*H(t)\quad,\quad u_y(x_a,y,t)=0$$
$$,\quad w_x(x_a,y,t)=0\quad,\quad w_y(x_a,y,t)=0 \tag{۷۰}$$

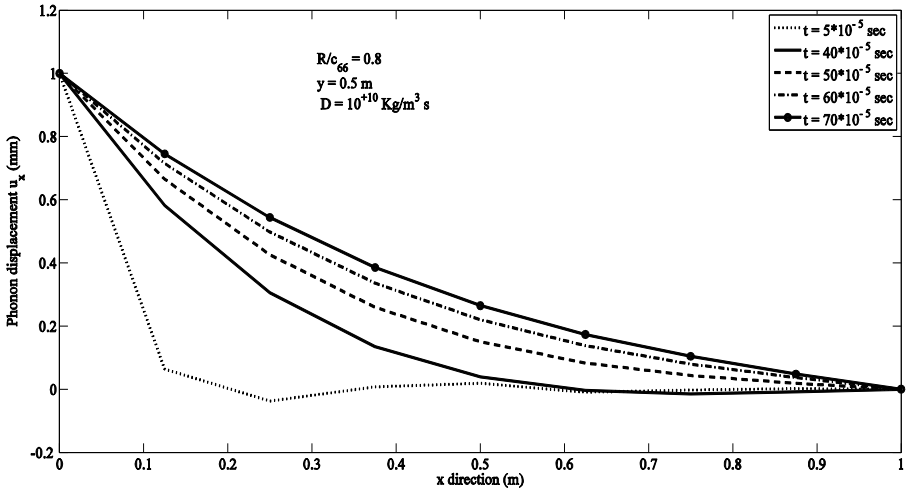
$$u_x(x_b,y,t)=0\quad,\quad u_y(x_b,y,t)=0$$
$$,w_x(x_b,y,t)=0\quad,\quad w_y(x_b,y,t)=0 \tag{۷۱}$$

$$u_x(x,y_a,t)=0\quad,\quad u_y(x,y_a,t)=0$$
$$,w_x(x,y_a,t)=0\quad,\quad w_y(x,y_a,t)=0 \tag{۷۲}$$

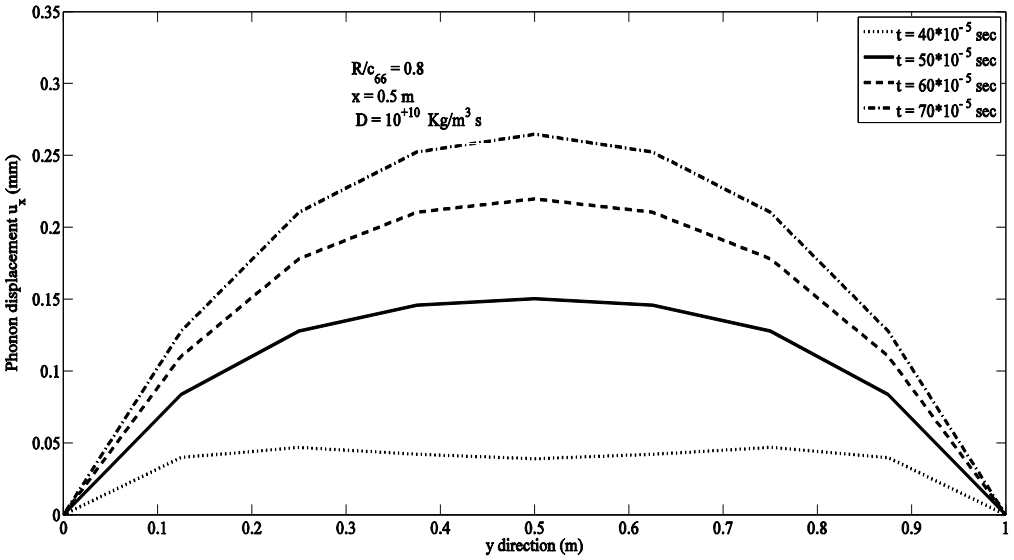
$$u_x(x,y_b,t)=0\quad,\quad u_y(x,y_b,t)=0$$
$$,w_x(x,y_b,t)=0\quad,\quad w_y(x,y_b,t)=0 \tag{۷۳}$$

که در این روابط فرض بر این است که $u_0=1mm$ باشد. درادامه پاسخ‌های دینامیکی حالت گذرای هریک از تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی مورد بررسی و مطالعه قرار خواهد گرفت.

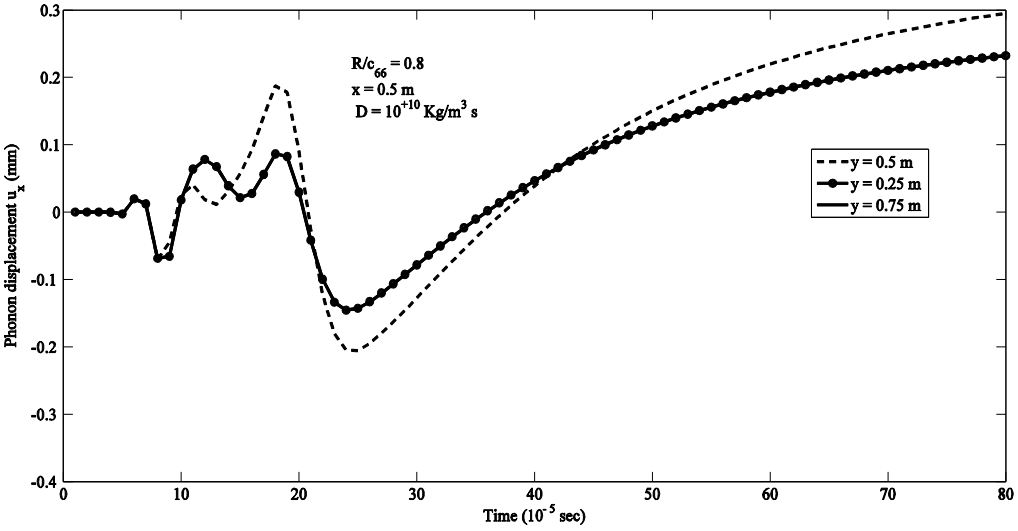
توزیع تغییرمکان فنونی u_x درراستای x در زمان‌های مختلف در شکل (۳) نمایش داده شده‌است. همان‌طور که در شکل مشخص است پیشانی موج تغییرمکان فنونی u_x در زمان‌های مختلف قابل رصد می‌باشد. این بدان معناست که موج تغییرمکان فنونی با سرعتی محدود در ماده گسترش می‌یابد و روش ارائه‌شده در این مقاله توانایی رصد این موج را دارا می‌باشد. در شکل (٤) اثر افزایش زمان بر توزیع تغییرمکان فنونی u_x درراستای y نمایش داده شده‌است. از شکل (٤) و نمودارهای ارائه‌شده در آن مشخص است که با افزایش زمان نمودارهای توزیع به یکدیگر نزدیک می‌شود و چنین برمی‌آید که به مقادیر ثابتی و یا به‌عبارت دیگر به یک نمودار میل کنند. برای این‌که صحت این پدیده ثابت شود تغییرات u_x نسبت به زمان در شکل (۵) نمایش داده شده‌است.



شکل ۳ توزیع تغییرمکان فنونی u_x درراستای x در زمان‌های مختلف



شکل ٤ توزیع تغییرمکان فنونی u_x درراستای y در زمان‌های مختلف



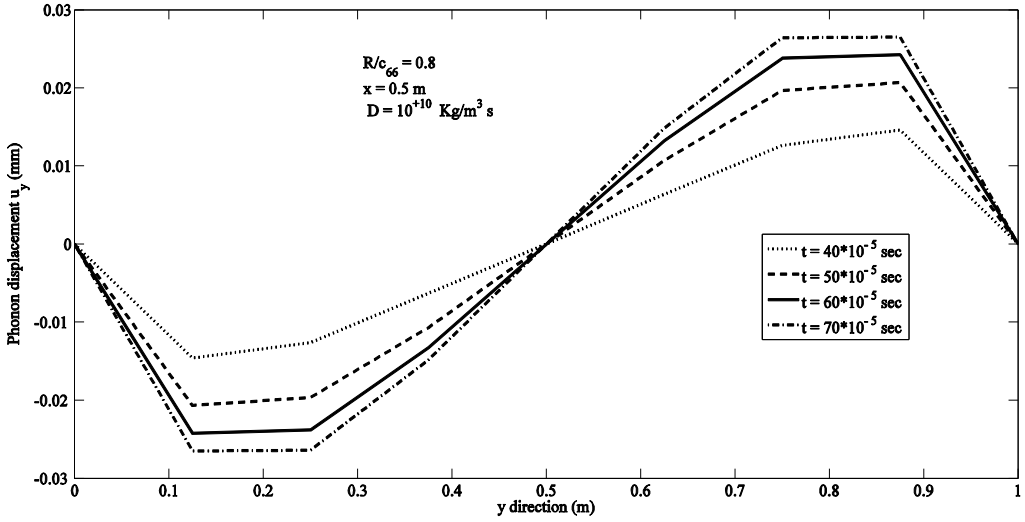
شکل ٥ تغییرات u_x نسبت به زمان در نقاط مختلفی برروی ناحیهٔ مفروض

همان‌طور که در شکل (٥) به‌وضوح مشاهده می‌شود، در زمان‌های بزرگ مقادیر تغییرمکان‌های فنونی u_x به مقادیر ثابتی میل می‌کنند. این بدان معناست که پس از اعمال بارگذاری به‌صورت شوک ابتدا رفتار حالت گذرای تغییرمکان فنونی u_xمشاهده می‌شود و با گذشت زمان این رفتار حالت گذرا از بین می‌رود و پاسخ‌های دینامیکی به پاسخ‌های ناشی از بار استاتیکی میل می‌کنند. نمودارهای ارائه‌شده در شکل (٥) برای نقاط مختلفی روی ناحیهٔ دوبعدی مسئله رسم شده‌اند. همچنین در این شکل کاملاً مشخص است که رفتار حالت گذرای تغییرمکان فنونی u_xدر زمان‌های کمتر از $25\times10^{-5}\,\text{sec}$ اتفاق می‌افتد ($t \le 25\times10^{-5}\,\text{sec}$).

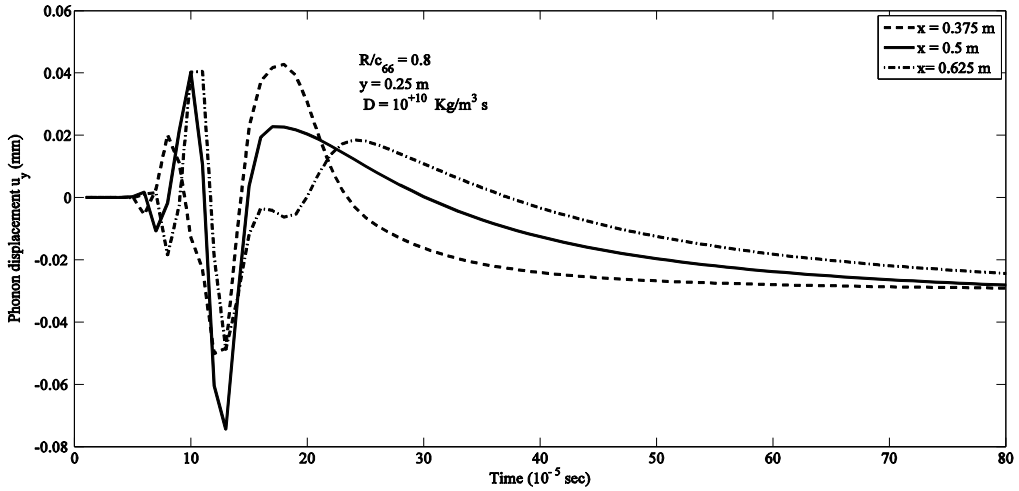
در شکل‌های (٦ و ٧) به‌ترتیب توزیع تغییرمکان فنونی u_y درراستای y در زمان‌های مختلف و نیز تغییرات u_y نسبت به زمان برای نقاط مختلفی روی ناحیهٔ دوبعدی ترسیم شده‌اند.

همان‌طور که در هر دو شکل به‌وضوح مشاهده می‌شود، در زمان‌های کمتر از $25\times10^{-5}\,\mathrm{sec}$ رفتار حالت گذرا مشاهده می‌شود و پس از این زمان تغییرمکان‌های فنونی u_y به‌سمت مقادیری ثابت میل می کنند. باتوجه به این موضوع می‌توان نتیجه گرفت که رفتاری مشابه برای تغییرمکان‌های فنونی می‌توان مشاهده نمود و رفتار حالت گذرای تغییرمکان‌های فنونی تحت تأثیر بارگذاری به‌صورت شوک در زمان‌های کمتر از $25\times10^{-5}\,\mathrm{sec}$ اتفاق می‌افتد.

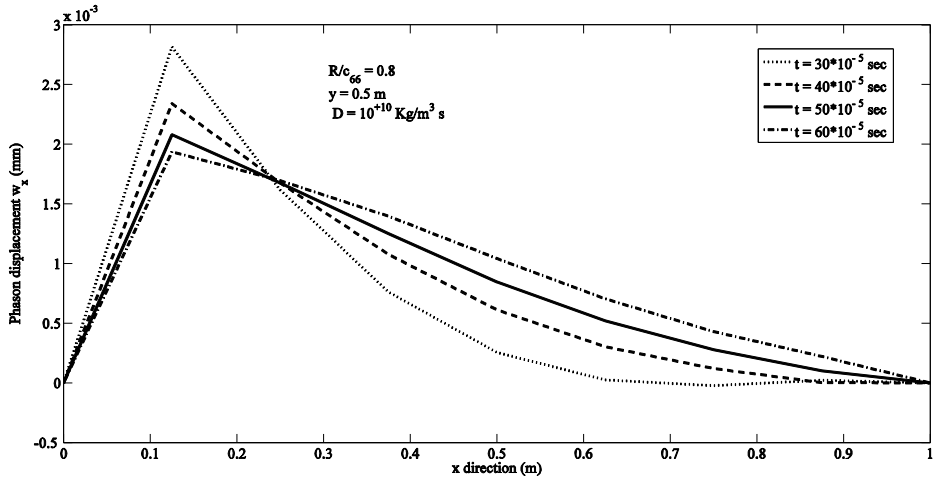
همان‌طور که در بخش‌های قبلی ذکر شد، میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی با یکدیگر کوپل هستند و یا به‌عبارت دیگر دارای برهم‌کنش می‌باشند. هرگونه تغییر در یکی از این میدان‌ها باعث ایجاد تغییرات در میدان دیگر می‌شود. شکل (٨) نشان می‌دهد که میدان تغییرمکان w_x تحت تأثیر بارگذاری شوک اعمال شده به میدان تغییرمکان فنونی قرار دارد. توزیع تغییرمکان فیزنی w_x درراستای x در زمان‌های مختلف در شکل (٨) نشان داده شده و در شکل (٩) توزیع w_x درراستای y نمایش داده شده‌است. در هر دو شکل (٨ و ٩) کاملاً مشخص است که میدان تغییرمکان فیزنی w_x تحت تأثیر تغییرات در میدان تغییرمکان فنونی قرار دارد. رفتار دینامیکی تغییرمکان‌های فیزنی نیز به‌صورت گذرا است و برای این‌که ناحیهٔ حالت گذرا مشخص شود لازم است تا تغییرات w_x نسبت به زمان رسم شود. بر این اساس تغییرات w_x نسبت به زمان در نقاط مختلفی برروی ناحیهٔ مستطیلی به‌دست آمده‌اند که در شکل (١٠) رسم شده‌اند. در این نمودار نیز کاملاً مشخص است که ناحیهٔ تغییرات حالت گذرا در زمان‌های کمتر از $25\times10^{-5}\,\mathrm{sec}$ اتفاق می‌افتد. در زمان‌های بزرگ‌تر، مقادیر تغییرمکان‌های فیزنی w_x به مقادیر ثابتی میل می‌کنند. رفتار مشابهی برای تغییرمکان فیزنی w_y مشاهده می‌گردد که در شکل‌های (١١ و ١٢) به‌وضوح قابل مشاهده می‌باشد. در این دو شکل به‌ترتیب تغییرات تغییرمکان فیزنی w_y درراستای y و تغییرات این تغییرمکان نسبت به زمان برای نقاط مختلفی روی ناحیهٔ مستطیلی، نشان داده شده‌اند.



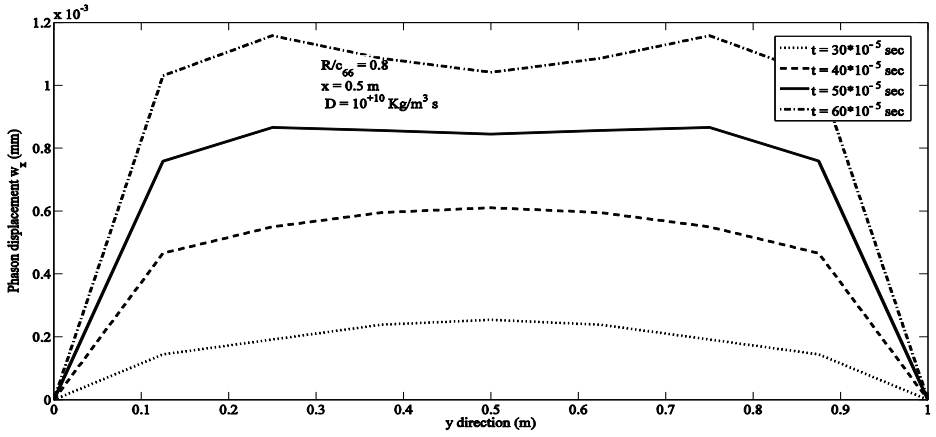
شکل ٦ توزیع تغییرمکان فنونی u_y درراستای y در زمان‌های مختلف



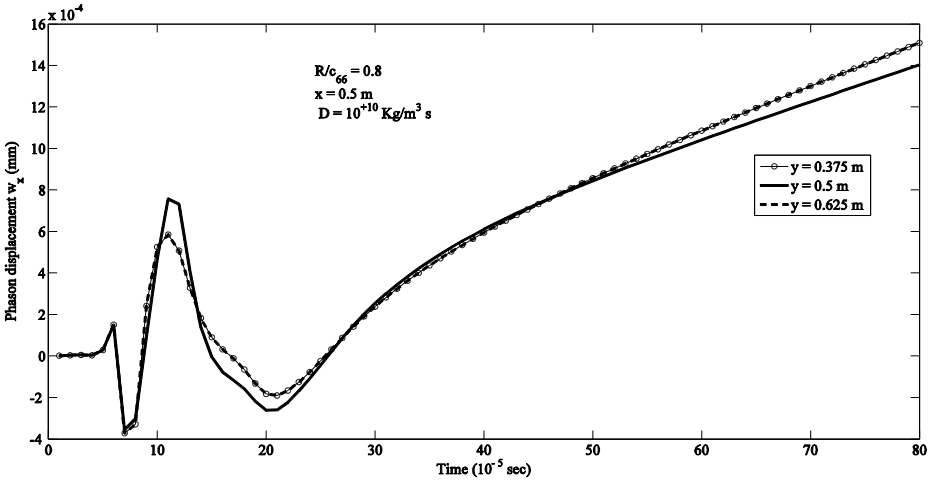
شکل ۷ تغییرات u_y نسبت به زمان در نقاط مختلفی برروی ناحیهٔ مفروض



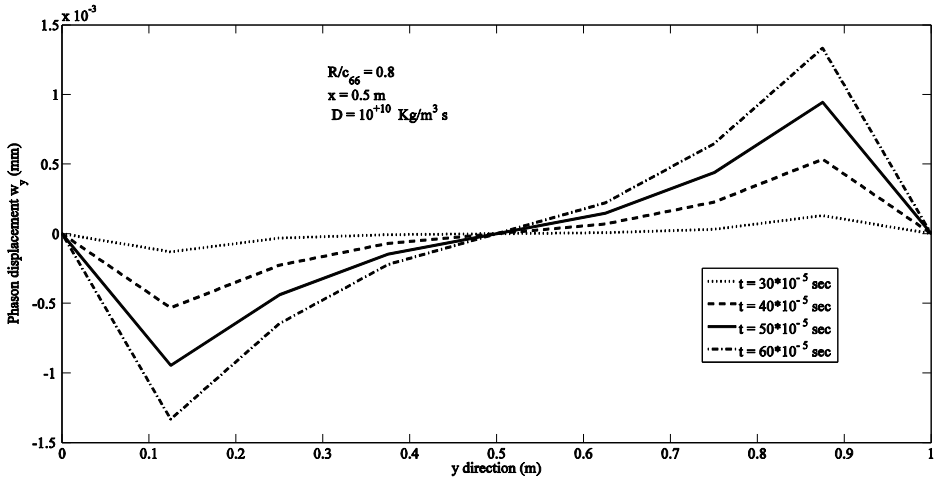
شکل ۸ توزیع تغییرمکان فنونی W_x درراستای X در زمان‌های مختلف



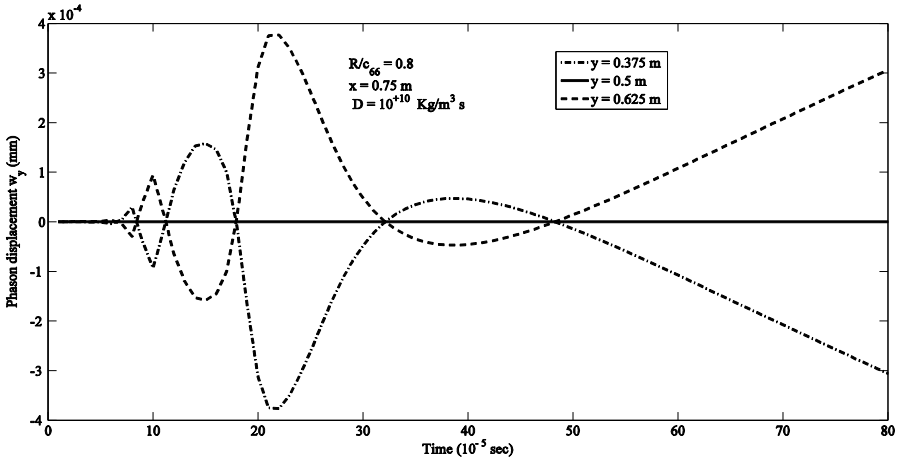
شکل ۹ توزیع تغییرمکان فنونی W_x درراستای y در زمان‌های مختلف



شکل ۱۰ تغییرات w_x نسبت به زمان در نقاط مختلفی برروی ناحیهٔ مفروض



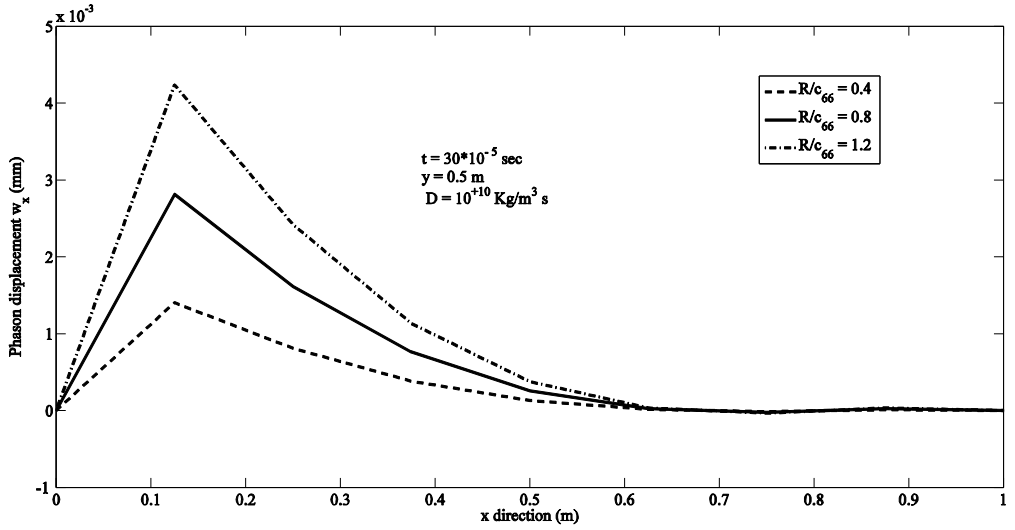
شکل ۱۱ توزیع تغییرمکان فنونی w_y درراستای y در زمان‌های مختلف



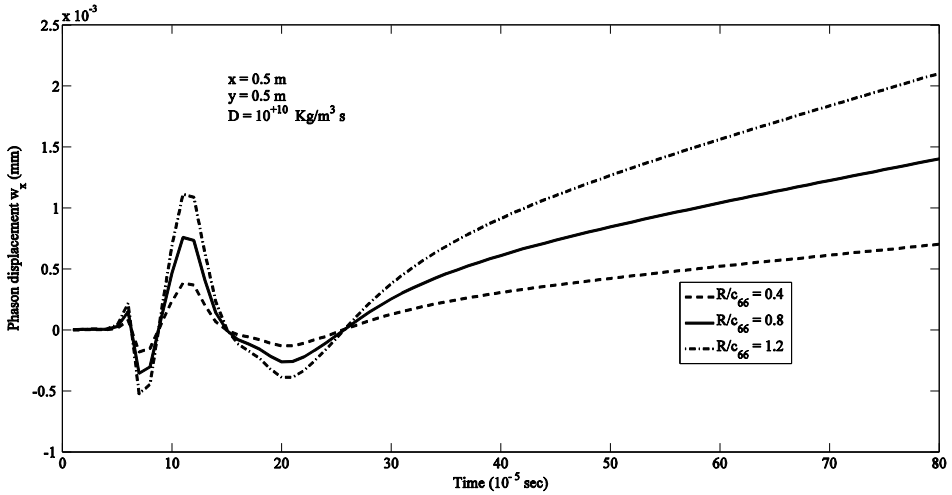
شکل ۱۲ تغییرات w_y نسبت به زمان در نقاط مختلفی برروی ناحیهٔ مفروض

یکی از پارامترهای بسیار اثرگذار بر رفتار دینامیکی حالت گذرای تغییرمکان‌های فیزنی، پارامتر R/c_{66} می‌باشد که به آن پارامتر کوپلینگ اطلاق می‌گردد. برای بررسی اثر این پارامتر برروی تغییرات و رفتار دینامیکی تغییرمکان فیزنی w_x، تغییرات این تغییرمکان درراستای x به‌ازای مقادیر مختلف R/c_{66} در شکل (۱۳) رسم شده‌است. همان‌گونه که در شکل (۱۳) مشخص است، میزان اثرپذیری w_x با افزایش مقدار پارامتر R/c_{66}، افزایش می‌یابد. به‌عبارت دیگر با افزایش مقدار R/c_{66}، مقادیر تغییرمکان فیزنی w_x نیز افزایش می‌یابند. این پدیده در شکل (۱٤) که تغییرات w_x نسبت به زمان را نشان می‌دهد، نیز مشاهده می‌شود. رفتار مشابهی برای تغییرمکان فیزنی w_y نیز مشاهده می‌گردد که به‌منظور جلوگیری از افزایش حجم مقاله از ارائهٔ نمودارهای آن صرف‌نظر می‌گردد. به‌طور کلی، با افزایش R/c_{66} تغییرمکان فیزنی افزایش می‌یابد که بیانگر میزان تأثیر این پارامتر برروی رفتار دینامیکی تغییرمکان‌های فیزنی است.

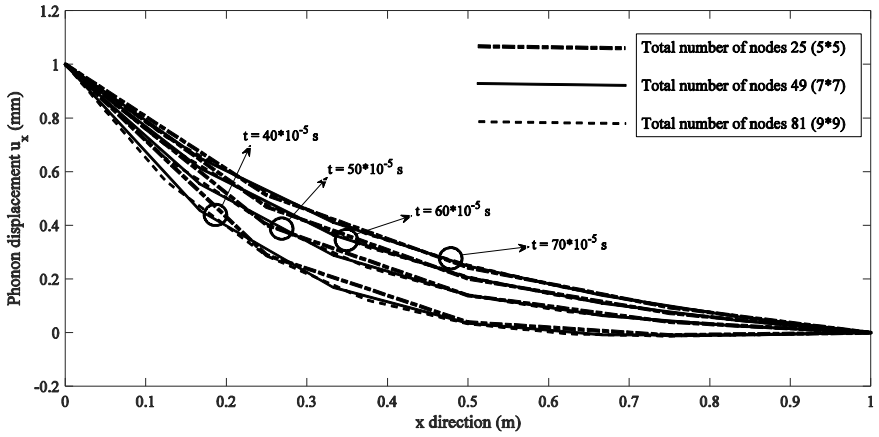
لازم به ذکر است که در کلیهٔ تحلیل‌های انجام‌شده، تعداد گره‌ها درراستای x و y با یکدیگر برابر هستند و تعداد آنها برابر ۹ در هر راستا می‌باشد و نیز به‌صورت منظم در هر دو راستا توزیع شده‌اند. با انتخاب تعداد گره‌های بیشتر از ۹ در هر راستا تغییر محسوسی در جواب‌های به‌دست‌آمده مشاهده نمی‌شود. در شکل (۱۵) نمودار توزیع تغییرمکان فنونی u_x درراستای x در زمان‌های مختلف و با تعداد گره‌های مختلف نشان داده شده‌است. با مشاهدهٔ شکل درمی‌یابیم که با افزایش تعداد گره‌ها تغییرات محسوسی حاصل نشده‌است به‌عنوان مثال بین نمودارهای با تعداد گره ۷ و ۹ در هر دو راستای x و y تفاوت زیادی وجود ندارد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که تعداد گره ۹ در هر راستا برای مسئله مناسب می‌باشد.



شکل ۱۳ توزیع تغییرمکان فنونی w_x درراستای x به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر کوپلینگ



شکل ۱۴ تغییرات W_x نسبت به زمان به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر کوپلینگ



شکل ۱۵ توزیع تغییرمکان فنونی u_x درراستای X در زمان‌های مختلف و به‌ازای مقادیر مختلف تعداد گره‌ها

نتیجه‌گیری

در این مقاله، تحلیل دینامیکی حالت گذرای دوبعدی مواد شبه‌کریستال با ساختار ده‌وجهی تحت بارگذاری به‌صورت شوک بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته انجام شده‌است. معادلات حرکت حاکم بر مسئله براساس مدل الاستوهیدرودینامیک که برای مواد شبه‌کریستال ارائه شده‌است، انتخاب گردیده و حل شده‌اند. برای این منظور کلیهٔ روابط بااستفاده از تبدیل لاپلاس به محیط لاپلاس منتقل شده و پس‌از حل معادلات و به‌دست آوردن پاسخ‌ها بااستفاده از روش تالبوت، پاسخ‌های دینامیکی در حوزهٔ زمان به‌دست آمده‌اند. رفتار دینامیکی حالت گذرای تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در حالات مختلف بااستفاده از روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته حاصل شده‌است و در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌است. همچنین تأثیر پارامترهایی از قبیل پارامتر کوپلینگ روی رفتار دینامیکی حالت گذرای تغییرمکان‌های فیزنی به‌دست آمده‌است. با بررسی نتایج به‌دست‌آمده در این پژوهش، مشخص می‌شود که روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته

روشی کارامد برای حل مسائل کوپل به‌خصوص حل معادلات حرکت حاکم بر مواد شبه‌کریستال به‌خصوص با ساختار ده‌وجهی می‌باشد. باتوجه به موارد مطرح‌شده در فوق، مهم‌ترین نتایج حاصل از این پژوهش را می‌توان به‌صورت زیر دسته‌بندی نمود:

- توسعهٔ کاربرد روش بدون مش اختلاف محدود تعمیم‌یافته برای حل مسائل دینامیکی حالت گذرا برای مواد شبه‌کریستال و استخراج معادلات حرکت کوپل شده به‌شکل گسسته براساس روش بدون مش مذکور.
- به‌دست آوردن پاسخ دینامیکی میدان‌های تغییرمکان فنونی و فیزنی تحت اثر بارگذاری به‌صورت شوک که بر میدان تغییرمکان فنونی اعمال شده‌است.
- بررسی اثر برهم‌کنش (کوپل) بین تغییرمکان‌های فنونی و فیزنی در تحلیل‌های دینامیکی حالت گذرا برای مواد شبه‌کریستال.
- به‌دست آوردن گسترش تغییرمکان فنونی در ماده بر اثر شوک مکانیکی اعمال‌شده که با سرعت محدود حرکت می‌کند.
- به‌دست آوردن طول مدت‌زمان ناحیهٔ حالت گذرا با استخراج تغییرات هر دو تغییرمکان فنونی و فیزنی نسبت به زمان.

مراجع

1. Shechtman, D., Blech, I., Gratias, D. and Cahn, J.W., "Metallic Phase with Long-range Orientational Order and No Translational Symmetry", *Phys. Rev. Lett.*, 53(20), pp. 1951-1953, (1984).
2. Fan, T.Y. and Mai, Y.W., "Elasticity Theory, Fracture Mechanics, and some Relevant Thermal Properties of Quasi – Crystalline Materials", *Appl. Mech. Rev.*, 57(5), pp. 325-343, (2004).
3. Shi, W., "Conservation Laws of a Decagonal Quasicrystal in Elastodynamics", *Eur. J. Mech. A Solids*, 24, pp. 217-226, (2005).
4. Fan, T.Y., "*Mathematical Theory of Elasticity of Quasicrystals and its Applications*", Science Press, Beijing and Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg.
5. Fan, T.Y., Wang, X.F., Li, W. and Zhu, A.Y., "Elasto-hydrodynamics of Quasicrystals", *Philos. Mag.*, 89(6), pp. 501-512, (2009).
6. Bak, P., "Phenomenological Theory of Icosahedral Incommensurate (Quasiperiodic) Order in Mn-Al alloys", *Phys. Rev. Lett.*, 54, pp. 1517-1519, (1985).
7. Rochal, S.B. and Lorman, V.L., "Anisotropy of Acoustic-phonon Properties of an Icosahedral Quasicrystal at High Temperature due to Phonon-phason Coupling", *Phy. Rev. B*, 62 (2), pp. 874-879, (2000).
8. Rochal, S.B. and Lorman, V.L., "Minimal Model of the Phonon-phason Dynamics in Icosahedral Quasicrystals and its Application to the Problem of Internal Friction in the J-AlPdMn alloy", *Phy. Rev. B*, 66, pp. 1442041-1442049, (2002).
9. Kozinkina, Y.A., Lorman, V.L. and Rochal, S.B., "Anisotropy of the Phonon-phason Dynamics and the Pinning Effect in Icosahedral AlPdMn Quasicrystals", *Phy. Solid State*, 45(7), pp. 1315-1321, (2003).
10. Wang, X.F. and Fan, T.Y., "Study on the Dynamics of the Double Cantilever-beam Specimen of Decagonal Al–Ni–Co Quasicrystals", *Appl. Math. Comput.*, 211(2), pp. 336–346, (2009).
11. Agiasofitou, E. and Lazar, M., "The Elastodynamic Model of Wave– Telegraph Type for Quasicrystals", *Int. J. Solids Struc.*, 51, pp. 923-929, (2014).

12. Wang, X. and Pan, E., "Analytical Solutions for some Defect Problems in 1D Hexagonal and 2D Octagonal Quasicrystals", *Pranama-J. Phy.*, 70, pp. 911-933, (2008).
13. Li, W. and Fan, T., "Exact Solutions of the Generalized Dugdale Model of Two-dimensional Decagonal Quasicrystals", *Appl. Math. Comput.*, 218(7), pp. 3068–3071, (2011).
14. Sladek, J., Sladek, V. and Pan, E., "Bending aAnalyses of 1D Orthorhombic Quasicrystal Plates", *Int. J. Solid. Struct.*, 50, pp. 3975-3983, (2013).
15. Sladek, J., Sladek, V., Krahulec, S., Zhang, Ch. and Wunsche, M., "Crack Analysis in Decagonal Quasicrystals by the MLPG", *Int. J. Fract.*, 181, pp. 115-126, (2013).
16. Li, L.H., "Complex Potential Theory for the Plane Elasticity Problem of Decagonal Quasicrystals and its Application", *Appl. Math. Comput.*, 219 (19), pp. 10105–10111, (2013).
17. Guo, J.-H., Yu, J. and Si, R., "A Semi-inverse Method of a Griffith Crack in One-dimensional Hexagonal Quasicrystals", *Appl. Math. Comput.*, 219(14), pp. 7445-7449, (2013).
18. Çerdik Yaslan, H., "Equations of Anisotropic Elastodynamics in 3D Quasicrystals as a Symmetric Hyperbolic System: Deriving the Time-dependent Fundamental Solutions", *Appl. Math. Model.*, 37(18-19), pp. 8409-8418, (2013).
19. Hosseini, S.M., Sladek, J. and Sladek, V., "Elastodynamic Analysis of a Hollow Cylinder with Decagonal Quasicrystal Properties: Meshless Implementation of Local Integral Equations", *Crystals*, 6 (2016), Paper no. 94.
20. Benito, J.J., Urena, F. and Gavete, L., "Influence of Several Factors in the Generalized Finite Difference Method", *Appl. Math. Model.* , 25, pp. 1039–1053, (2001).
21. Benito, J.J., Urena, F., Gavete, L. and Alvarez, R., "An H-adaptive Method in the Generalized Finite Differences", *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 192, pp. 735–759, (2003).
22. Gavete, L., Gavete, M.L. and Benito, J.J., "Improvements of Generalized Finite Difference Method and Comparison with Other Meshless Method", *Appl. Math. Model.*, 27, pp. 831–847, (2003).
23. Benito, J.J., Urena, F. and Gavete, L., "Solving Parabolic and Hyperbolic Equations by the Generalized Finite Difference Method", *J. Comput. Appl. Math.*, 209, pp. 208–233, (2007).
24. Benito, J.J., Urena, F., Gavete, L., Salete, E. and Muelas, A., "A GFDM with PML for Seismic Wave Equations in Heterogeneous Media", *J. Comput. Appl. Math.*, 252, pp. 40–51, (2013).
25. Gavete, L., Urena, F., Benito, J.J. and Salete, E., "A Note on the Dynamic Analysis Using the Generalized Finite Difference Method", *J. Comput. Appl. Math.*, 252, pp. 132–147, (2013).
26. Hosseini, S.M., "Elastic Wave Propagation and Time History Analysis in Functionally Graded Nanocomposite Cylinders Reinforced by Carbon Nanotubes Using a Hybrid Mesh-free Method", *Eng. Comput* , 31(7), pp. 1261–1282, (2014).
27. Gu, Y., Wang, L., Chen, W., Zhang, C. and He, X., "Application of the Meshless Generalized Finite Difference Method to Inverse Heat Source Problems", *Eng. Anal. Bound. Elem. Method.*, 108, pp. 721-729, (2017).
28. Hosseini, S.M., "Application of a Hybrid Mesh-free Method for Shock-induced Thermoelastic Wave Propagation Analysis in a Layered Functionally Graded Thick Hollow Cylinder with Nonlinear Grading Patterns", *Eng. Anal. Bound. Elem. Method.*, 43, pp. 56–66, (2014).
29. Hosseini, S.M., "Shock-induced Two-dimensional Coupled Non-Fickian Diffusion-elasticity Analysis Using Meshless Generalized Finite Difference (GFD) Method", *Eng. Anal. Bound. Elem. Method*, 61, pp. 232-240, (2015).
30. Cohen, A.M., "*Numerical Methods for Laplace Transform Inversion*", Springer-Verlag US, USA, (2007).
31. Bedford, A. and Drumheller, D.S., "Introduction to Elastic Wave Propagation", *John Wiley & Sons Ltd.*, Chichester, England (1994).

عیب‌یابی ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای براساس انحنای شکل مودها*

(یادداشت پژوهشی)

نیما جعفرزاده اقدم[۱] محمد زهساز[۲] مرتضی صادقی[۳]

چکیده *در حال حاضر مطالعات اندکی به عیب‌یابی لوله‌ها و پوسته‌های استوانه‌ای جدارنازک اختصاص یافته‌است. در سال‌های اخیر انحنای شکل مودها به‌علت حساسیت بالا به عیب، موردتوجه محققان قرار گرفته‌است ولی این روش‌ها نیازمند داده‌برداری متراکم و اسکن ارتعاشی کل سطح می‌باشند که این موضوع استفادهٔ صنعتی از این روش‌ها را بسیار محدود کرده‌است. در این پژوهش روش جدیدی برای عیب‌یابی پوسته‌های استوانه‌ای معرفی گردیده‌است که نیازمند داده سازه سالم نمی‌باشد و داده‌برداری صرفاً در سه راستای طولی پوسته انجام می‌شود. با انتقال اطلاعات آنالیز ارتعاشی سازه به شبکهٔ عصبی، خروجی شبکه مکان دقیق عیب در سطح سازه خواهد بود و به تکنسین ماهر برای تفسیر داده‌ها نیاز ندارد. عملکرد روش پیشنهادی بااستفاده از ورودی‌های جدید و غیر آشنا برای شبکه، صحت سنجی گردید و میزان رگرسیون ۰/۹۷ به‌دست آمد.*

واژه‌های کلیدی پوستهٔ استوانه‌ای، انحنای شکل مود، تحلیل المان محدود، شاخص عیب، شبکهٔ عصبی مصنوعی.

Damage Identification of Cylindrical Shells Based on Mode Shapes Curvature

N. Jafarzadeh Aghdam M. Zehsaz M. Sadeghi

Abstract *Currently there are just a few papers about fault detection of tubes and cylindrical shells. Recently, methods based on modal curvatures have gained great attention due to their sensitivity to defects. But the methods require dense number of data extraction points which limits their industrial application. In this research a new method for damage identification of cylindrical shells has been introduced. The method does not need intact structure's data and in contrast to other methods requires a few data extraction points. By transferring the modal information of the structure to the ANN, output of the network is exact position of the defect on the structure and the method does not need skilled technician to interpret the data. Performance of the network is validated by unfamiliar data for the network and 0.97 regression is obtained.*

Key Words Cylindrical Shell; Mode Shape Curvature; Finite Element Analysis; Damage Index; Artificial Neural Network

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۵/۱۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱۱/۸ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.58045

(۱) دانشجوی دوره دکتری، مهندسی مکانیک، RWTH-Aachen University، آلمان. nima.aghdam@sla.rwth-aachen.de

(۲) استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز.

(۳) استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز.

مقدمه

بسیاری از سازه‌های موجود در صنایع را می‌توان به‌عنوان پوسته‌استوانه‌ای قلمداد نمود ازجمله محفظه‌های فضایی، مخازن تحت فشار، بویلرها و غیره. باوجود کاربرد وسیع پوسته‌های استوانه‌ای مطالعات اندکی برروی عیب‌یابی این سازه‌ها انجام شده‌است. شکست ناگهانی این سازه‌ها منجر به فجایع و ضررهای مالی و جانی جبران‌ناپذیری می‌شود. جلوگیری از شکست ناگهانی این سازه‌ها، نیازمند شناسایی عیوب سازه‌ای ازجمله ترک‌ها، خوردگی و غیره در مراحل ابتدایی ایجاد آنها می‌باشد. روش‌های غیرمخرب بسیاری ازجمله روش‌های فراصوت و اشعهٔ ایکس برای سازه‌های ساده، توسعه یافته‌اند و مورداستفاده در صنایع می‌باشند. در اغلب موارد برای استفاده از این روش‌ها باید مکان تقریبی عیب مشخص باشد و همچنین این روش‌ها زمان‌بر هستند و مهم‌تر از همه نیازمند تکنسین‌های ماهر برای تفسیر داده‌های اخذشده می‌باشند [1].

روش‌های دینامیکی از روش‌های کم‌هزینه به‌حساب می‌آیند و به‌علت قابلیت حمل تجهیزات آنها، در بحث عیب‌یابی به‌هنگام همواره از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده‌اند. در مبحث عیب‌یابی توسط مشخصات ارتعاشی سازه، استفاده از فرکانس‌های طبیعی با مشکلاتی مواجه است، زیرا در اثر بروز عیب میزان تغییرات فرکانس طبیعی کم است و همچنین تعیین مکان عیب توسط آن نیازمند استفاده از تکنیک‌های پیچیده می‌باشد. علاوه‌بر آن شرایط محیطی برروی فرکانس‌های طبیعی سازه بسیار تأثیرگذار است [2]. ترابی و همکاران [3] روشی برای عیب‌یابی تیرهای کامپوزیتی بااستفاده از فرکانس طبیعی اول تیر و به‌کارگیری یک تکیه‌گاه متحرک معرفی کرده‌اند. با جابه‌جا کردن تکیه‌گاه در طول تیر در هر مرحله مقدار فرکانس طبیعی اول سازه استخراج می‌گردد. با رسیدن تکیه‌گاه متحرک به محل عیب نوسان شدیدی در مقدار فرکانس طبیعی اول دیده می‌شود. علی‌رغم دقت بالای روش در یافتن عیوب کوچک استفاده از این روش برای سازه‌های پیچیده‌تر مانند پوسته‌های استوانه‌ای با دشواری همراه است و روش برای عیب‌یابی در محل مناسب نمی‌باشد. روش دیگری برپایهٔ تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای عیب‌یابی تیرهای کامپوزیتی توسط ترابی و همکاران [4] معرفی شده‌است. در این تحقیق نتایجی درمورد تأثیر عیب برروی شکل مودها ارائه شده‌است. اما در بسیاری از موارد عیوب تغییرات شدیدی برروی شکل مودها ایجاد نمی‌کنند و حتی با اندازه‌گیری تراکم بالا، شکل مودها حساسیت زیادی به عیوب نشان نمی‌دهند [5].

بسیاری از روش‌های عیب‌یابی دینامیکی نیازمند اطلاعات مربوط به سازهٔ سالم برای تشخیص عیب هستند. اغلب دسترسی به اطلاعات سازهٔ سالم امکان‌پذیر نمی‌باشد و این موضوع سبب عدم امکان استفاده از این روش‌ها در بسیاری از موارد شده‌است.

یکی دیگر از اشکالات مرتبط با روش‌های عیب‌یابی دینامیکی حساسیت کم نسبت به عیوب کوچک است [6]. با ابداع روش‌های عیب‌یابی مبتنی بر انحنای شکل مودها، حساسیت بالای این روش‌ها نسبت به عیوب توجه محققان را جلب نموده‌است. فن و کیائو [2] مرور جامعی از روش‌های عیب‌یابی براساس مشخصات ارتعاشی سازه ارائه کردند. در این پژوهش روش استفاده از انحنای شکل مودها روشی کارا در عیب‌یابی ارزیابی گردیده‌است. کیائو و همکاران [7] از سه روش مختلف مبتنی بر انحنای شکل مودها برای عیب‌یابی تیرها استفاده نموده‌اند. هی و همکاران [8] روشی مبتنی بر انحنای شکل مودها برای عیب‌یابی تیرهای کامپوزیتی معرفی کرده‌اند که باوجود محدودیت‌هایی قابلیت تشخیص عیوب متعدد و شدت آنها را دارد. کیائو و همکاران [1] در تحقیق دیگری از سه روش مختلف مبتنی بر انحنای شکل مودها برای عیب‌یابی صفحات کامپوزیتی استفاده

کردند. نویسندگان حساسیت بالای انحنای شکل مودها نسبت به بروز عیب را گزارش نموده‌اند. ژو و همکاران [9] روش جدیدی براساس انحنای شکل مود اصلی، میانگین و گاوسین برای عیب‌یابی ورق‌ها معرفی کرده‌اند که عملکرد خوبی درمقابل نویز دارد. این روش نیازمند اسکنر ارتعاشی کل سطح ورق می‌باشد.

ژیانگ و همکاران [10] از روش ترکیبی انحنای شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی برای مکان‌یابی و تخمین شدت عیب برروی پوسته‌های مخروطی استفاده کردند. کاربرد روش مذکور برروی پوسته‌های استوانه‌ای نیز بررسی شده‌است. در این روش از تبدیل موجک (Transform Wavelet) برای مکان‌یابی عیب استفاده شده‌است. علی‌رغم دقت بالای روش مذکور در مکان‌یابی عیب در طول پوسته، مکان‌یابی عیب برروی محیط پوسته توسط این روش امکان‌پذیر نمی‌باشد.

در مقاله‌ای دسی و کامرلنگو [5] مرور جامعی بر روش‌های مبتنی بر انحنای شکل مودها داشتند و روش‌های مختلف را مقایسه کردند و معایب و مزایا هریک را بیان نمودند.

با بررسی ادبیات فن، یکی از مهم‌ترین نواقص موجود در روش‌های عیب‌یابی مبتنی بر انحنای شکل مودها، نیاز به اسکن و داده‌برداری از تمامی نقاط سطح سازه می‌باشد که این موضوع منجر به زمان‌بربودن و درنتیجه نامناسب‌بودن روش‌های فوق برای مصارف صنعتی شده‌است. اندکی کاهش در تعداد نقاط موردنیاز داده‌برداری سبب ارجحیت‌یافتن یک روش نسبت به سایر روش‌ها می‌گردد. در این تحقیق روش جدیدی برای عیب‌یابی پوسته‌های استوانه‌ای بااستفاده از تجهیزات قابل حمل و با تعداد اندکی داده‌برداری معرفی گردیده‌است.

در پژوهش حاضر ابتدا پوستهٔ استوانه‌ای در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی می‌شود، سپس با ایجاد عیب در قسمت‌های مختلف سازه مقادیر انحنای شکل مودها در سه راستا در طول سازه استخراج می‌گردد و پس‌از اعمال الگوریتم عیب‌یابی برای آموزش شبکهٔ عصبی مورداستفاده قرارمی‌گیرد. باتوجه به ویژگی یادگیری و تعمیم شبکه‌های عصبی، پس از آموزش شبکه، با داشتن اطلاعات آنالیز ارتعاشی مربوط به سه امتداد سازهٔ واقعی، مکان‌یابی سریع عیب در تمام نقاط محیط پوستهٔ استوانه‌ای امکان‌پذیر خواهد بود.

جدول ۱ مشخصات مکانیکی لولهٔ مورداستفاده برای شبیه‌سازی [11]

مدول‌لاستیک (GPa)	چگالی (kg/m^3)	ضریب پواسون
210	7850	0.3

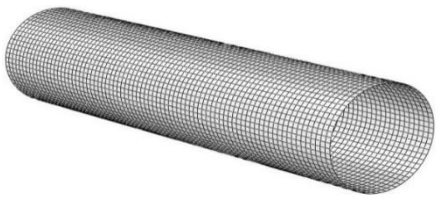
جدول ۲ ابعاد لولهٔ مورداستفاده برای شبیه‌سازی

اندازه (in) اسمی لوله	طول لوله(m)	قطر بیرونی(mm)	ضخامت(mm)
8	0.8	219.08	7.04

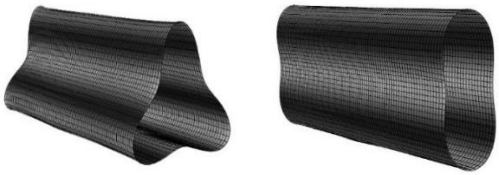
شبیه‌سازی پوستهٔ استوانه‌ای

با رجوع به استاندارد ای‌اس‌تی‌ام مربوط به ساخت لوله-های بدون درز و باتوجه به کاربرد وسیع این لوله‌ها در صنایع پتروشیمی برای شبیه‌سازی از لولهٔ فولادی) گرید ب استفاده شد. این لوله‌ها در شرایط A106(کاری تحت فشار و دمای بالایی قرار می‌گیرند. مشخصات مکانیکی لوله در جدول (۱) و ابعاد لولهٔ شده در جدول (۲) ذکر شده‌است. شرایط سازی‌شبیه آزاد برای مدل اعمال شده‌است. سردو تکیه‌گاهی بااستفاده از ۵۲۰۰ المان پوسته ٤ نقطه‌ای دو انحنا، با زنی می‌شود. حداکثر طول المان ۱۰ میلی‌متر، مدل مش شدهٔ سازه نمایش داده زنی‌در شکل (۱) مدل مش شده‌است. برای استخراج فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها از روش لانکسوز استفاده می‌شود و ۱۳ شکل مود طبیعی اول سازه استخراج می‌گردد. (به‌علت اعمال شرایط مرزی دوسرآزاد، سازه دارای ٦ مود صلب می‌باشد). انتخاب شکل مود برای انجام آزمون

عیب‌یابی، در میزان حساسیت روش تأثیر به‌سزایی دارد. درصورت قرارگیری عیب برروی نقاط اکسترمم شکل مود، امکان شناسایی عیب بیشتر است. به‌منظور افزایش حساسیت روش عیب‌یابی از مجموع داده‌های انحنای شکل مود مربوط به دو مود هفتم (۱۳۰۸ Hz)، برای (۴۶۱/۹ Hz) و سیزدهم (۴۶۱/۹ Hz) عیب‌یابی استفاده می‌شود (شکل ۲).



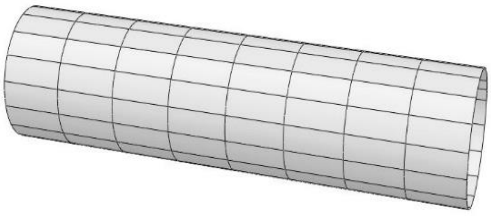
شکل ۱ مدل مش‌زنی‌شدهٔ پوستهٔ استوانه‌ای



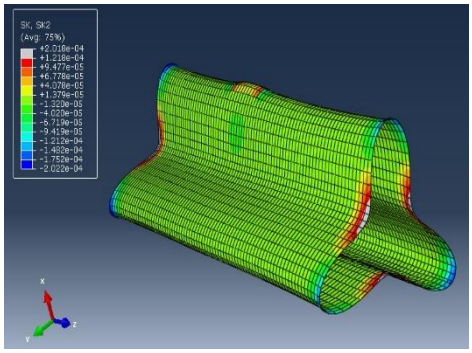
الف ب

شکل ۲ الف) شکل مود ارتعاشی هفتم پوستهٔ استوانه‌ای
ب) شکل مود ارتعاشی سیزدهم پوستهٔ استوانه‌ای

شبیه‌سازی عیب. خوردگی یکی از متداول‌ترین نوع عیوب مربوط به لوله‌ها و مخازن است. برای شبیه‌سازی عیب، طول لولهٔ شبیه‌سازی‌شده، به ۸ حلقهٔ برابر و محیط آن بااستفاده از خطوط طولی به ۱۶ قسمت تقسیم‌بندی می‌شود؛ به‌این‌ترتیب درمجموع سطح لوله به ۱۰۸ قسمت تقسیم می‌شود (شکل ۳). مقدار ضخامت پوسته ۷/۰۴ میلی‌متر اعمال می‌گردد. برای شبیه‌سازی عیب خوردگی، مقدار ضخامت یکی از ۱۰۸ قسمت سطح به‌اندازهٔ ۲ میلی‌متر کاهش داده می‌شود. با این روش شبیه‌سازی عیب، نیاز به مش‌زنی مجدد سازه نمی‌باشد که این امر در بحث مقایسهٔ نتایج حاصل‌شده بسیار حائز اهمیت است زیرا ایجاد هرگونه تغییر در مش‌ها باعث تغییر نتایج تحلیل المان‌محدود خواهد شد. باتوجه به قابلیت‌های نرم‌افزار آباکوس، انحنای شکل مود طبیعی سازه به‌طور مستقیم قابل استخراج است. درصورت عدم دسترسی به داده‌های انحنای شکل مود، نیاز به استفاده از روش تقریب میانی بر داده‌های جابه‌جایی مودال برای استخراج داده‌های انحنا پیش می‌آید که این روش در مقالهٔ [12] به‌طور کامل توضیح داده شده‌است. در شکل (۴) نمونه‌ای از مقادیر انحنای شکل مود برروی سازهٔ معیوب نشان داده شده‌است. تغییرات انحنا در اطراف منطقهٔ معیوب قابل‌توجه است.



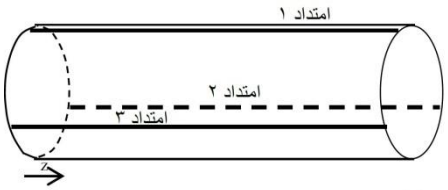
شکل ۳ مدل تقسیم‌بندی‌شدهٔ پوستهٔ استوانه‌ای (طول مدل به ۸ حلقه و محیط پوسته به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم‌بندی شده‌است)



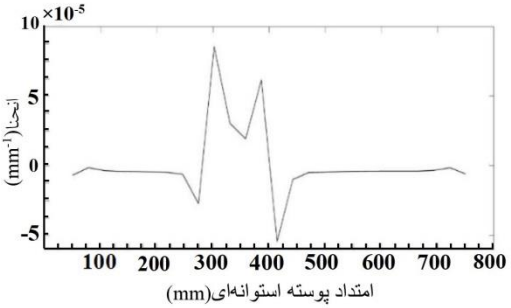
شکل ۴ کانتور میزان انحنای حاصل از تحلیل المان محدود (تغییرات انحنا در مکان عیب (حد فاصل ۳۰۰ الی ۴۰۰ میلی‌متری طول پوسته) مشهود است)

استخراج نتایج شبیه سازی المان‌محدود. طبق روش پیشنهادی در این پژوهش؛ برای کاهش تعداد نقاط مورد نیاز داده‌برداری، صرفاً در نقاط واقع برراستای سه امتداد و به‌فاصلهٔ ۱۲۰ درجه از یکدیگر مقادیر انحنای شکل مودها استخراج می‌گردد (شکل ۵). به‌منظور

نزدیک کردن روش المان‌محدود به روش داده‌برداری تجربی، در هر یک از سه امتداد، صرفاً در ۲۶ نقطه (به فاصلهٔ ۲۸ میلی‌متر) داده‌ها استخراج می‌شود. نقطهٔ آغازین و انتهایی داده‌برداری (نقطهٔ ۱ و ۲۶) در فاصلهٔ ۵۰ میلی‌متری از دو انتهای لوله واقع شده‌اند. نمونه‌ای از نمودار انحنای شکل مود سازهٔ معیوب در شکل (۶) نشان داده شده‌است.



شکل ۵ امتداد سه مسیر داده‌برداری در طول پوستهٔ استوانه‌ای



شکل ۶ نمودار تغییرات انحنای حاصل از تحلیل المان محدود (مکان عیب در مسیر امتداد دوم داده‌برداری و برروی حلقهٔ چهارم، حد فاصل ۳۰۰ الی ۴۰۰ میلی‌متری در طول پوسته)

استفاده از الگوریتم عیب‌یابی

در دههٔ اخیر تعداد زیادی از محققان توجه خویش را به ابداع الگوریتم‌های عیب‌یابی برپایهٔ انحنای شکل مودها معطوف داشته‌اند. تقریباً در تمام مقالات بااستفاده از روش‌های تجربی و عددی کارایی روش پیشنهادشده صحت‌سنجی شده‌است. کیائو و همکاران مقایسه‌ای بین سه روش معروف مبتنی بر انحنای شکل مود؛ ابعاد انکساری تعمیم‌یافته (Generalized Fractal Dimension)، روش انرژی کرنشی و روش صافی سطح شکاف‌دار (Gapped Smoothing Method) برروی تیرها انجام داده‌اند [7]، نویسندگان اعلام کرده‌اند که روش انرژی کرنشی و روش صافی سطح شکاف‌دار نتایج بهتری داشته‌است. به‌خصوص درطی آزمایش تجربی عملکرد بهتر روش‌های مذکور مشهود است. در پژوهش حاضر نیز با انتقال داده‌های انحنای شکل مود به محیط نرم‌افزار متلب از روش صافی سطح شکاف‌دار برای عیب‌یابی استفاده شده‌است. در این روش با برازش موضعی منحنی چندجمله‌ای درجه سه به مقادیر انحنای نقاط هم‌جوار هر نقطه و محاسبهٔ اختلاف آن با انحنای همان نقطه، شاخص عیب محاسبه می‌گردد. مفهوم انحنا، معکوس شعاع انحنا می‌باشد. برای مثال مقدار انحنا مربوط به المان iام؛ Ci، در مکان xi در طول سازه بااستفاده از برازش منحنی از رابطهٔ (۱) به‌دست می‌آید:

$$C_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 \qquad (۱)$$

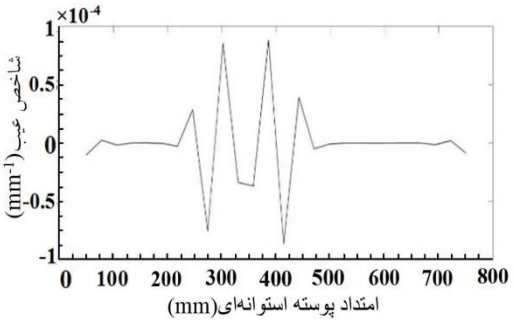
که در این رابطه مقادیر ضرایب؛ a_0, a_1, a_2 و a_3 با برازش منحنی درجه سه برروی مقادیر انحنای شکل مود مربوط به دو نقطهٔ قبل و بعد از نقطهٔ iام؛ (C_{i-2}، C_{i-1}، C_{i+1} و C_{i+2}) محاسبه می‌گردد. برای نقطه اول از داده‌های C_2, C_3, C_4, C_5 و برای نقطهٔ دوم از داده‌های نقاط C_1, C_3, C_4, C_5 استفاده می‌شود. روال مشابه برای محاسبهٔ انحنا در دو نقطهٔ آخر اتخاذ می‌گردد. شاخص عیب هر نقطه، تفاضل مقدار محاسبه‌شده ازطریق برازش منحنی و مقدار واقعی انحنای نقطهٔ موردنظر می‌باشد. مقدار شاخص عیب هر نقطه از رابطهٔ (۲) محاسبه می‌گردد:

$$\delta_i = (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3) - C_i \qquad (۲)$$

برای هر یک از نقاط واقع بر سه امتداد داده‌برداری، مقدار شاخص عیب محاسبه می‌گردد و نمودار مقادیر شاخص عیب در سه امتداد طول سازه

به‌دست می‌آید.

نمونه‌ای از نمودار شاخص عیب؛ محاسبه‌شده به‌روش صافی سطح شکاف‌دار، در شکل (۷) نشان داده شده است. باتوجه به مکان بروز عیب و فاصلهٔ هر یک از امتدادهای داده‌برداری از مکان عیب، میزان شاخص عیب در طول سه امتداد داده‌برداری متفاوت می‌باشد. درادامه از این موضوع برای آموزش شبکهٔ عصبی به‌منظور تشخیص مکان عیب در تمام نقاط محیط پوسته استفاده می‌شود.



شکل ۷ نمودار شاخص عیب به‌طول پوستهٔ استوانه‌ای- مکان عیب در مسیر امتداد دوم داده‌برداری و برروی حلقهٔ ٤ام (حد فاصل ۳۰۰ الی ٤۰۰ میلی‌متری پوسته)

شبکهٔ عصبی

شبکه‌های عصبی به‌عنوان مدل‌های ساده‌سازی‌شده برپایهٔ نحوهٔ یادگیری بیولوژیکی مغز انسان توسعه یافته‌اند. یک شبکهٔ عصبی مصنوعی شامل تعدادی نورون‌های پردازنده می‌باشد که به یکدیگر متصل‌اند و در یک لایه از شبکه جمع شده‌اند. باوجود روش‌های معدود محاسباتی، تعداد لایه‌های مخفی و تعداد نورون‌های هر لایهٔ مخفی اغلب بااستفاده از روش آزمون‌وخطا تعیین می‌گردد [13]. شبکه‌های عصبی توانمندی بالایی در برازش منحنی برروی داده‌ها دارند. شبکه‌های چند لایه با داشتن تعداد نورون کافی، قابلیت برازش منحنی برروی هر مجموعهٔ داده‌ای را دارند [14]. در این پژوهش از شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه؛ که یک شبکهٔ پیشخور محسوب می‌شود استفاده شده‌است. این شبکه برای برازش منحنی بسیار متداول است. در شبکه‌های عصبی مورداستفاده در پژوهش حاضر تابع تبدیل لایه‌های مخفی تانژانت هیپوربولیک می‌باشد. الگوریتم آموزش پس‌انتشار برای شبکه‌های چندلایه، برپایهٔ الگوریتم مینیمم خطای مربعات می‌باشد و روش آموزش، نظارتی به‌حساب می‌آید که در آن آموزش از طریق مجموعه‌ای از داده‌های آموزشی انجام می‌گیرد. روش پس‌انتشار مشابه با روش مینیمم خطای مربعات از شاخص عملکرد میانگین مربع خطا استفاده می‌کند [14]. برای آموزش سریع شبکه‌های عصبی، الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی مورداستفاده قرار می‌گیرند. در این پژوهش از الگوریتم بهینه‌سازی لونبرگ مارکوارد (Levenberg Marquardt optimization) استفاده شده‌است.

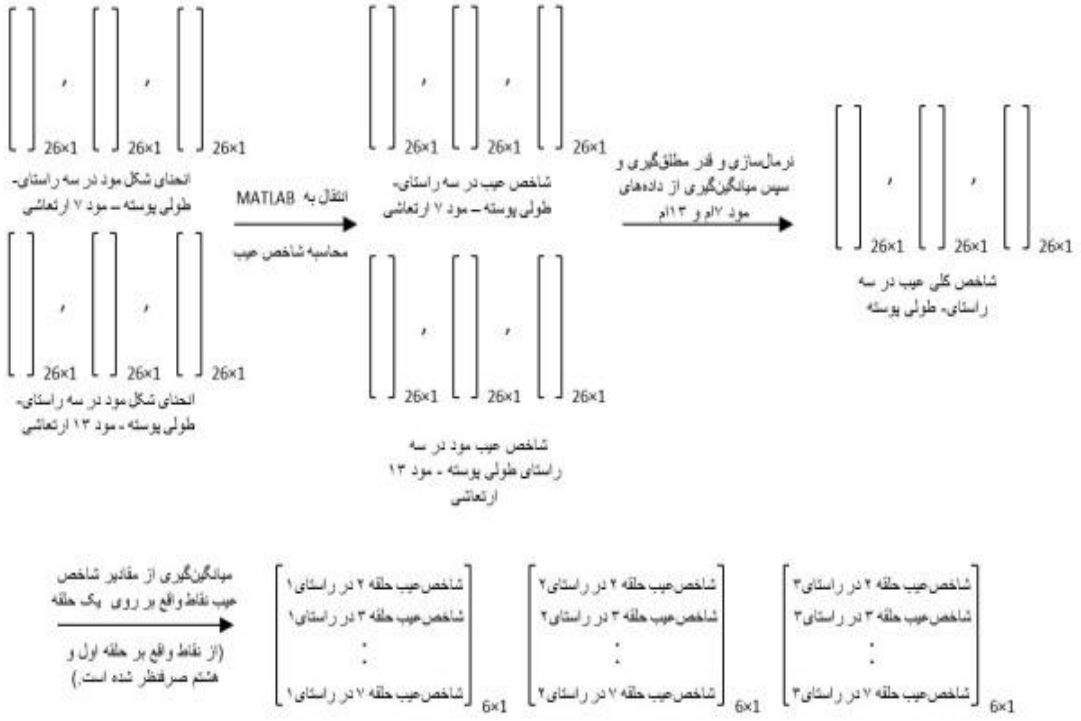
دسته‌بندی داده‌های ورودی به شبکهٔ عصبی از اهمیت بالایی برخوردار است زیرا که به‌طور مستقیم بر میزان انطباق و رگرسیون شبکه تأثیرگذار است.

به‌منظور به‌دست‌آوردن داده‌های لازم برای آموزش شبکهٔ عصبی، ضخامت یکی از قسمت‌های روی پوستهٔ استوانه‌ای ۲ میلی‌متر کاهش داده می‌شود. در این پژوهش پوستهٔ شبیه‌سازی‌شده، مشتمل بر ۸ حلقه به‌ارتفاع ۱۰۰ میلی‌متر است که حلقهٔ ابتدایی و انتهایی به‌جهت نزدیکی به شرایط مرزی مدنظر عیب‌یابی نمی‌باشند (شکل ۳). مکان عیب برروی قسمت‌های واقع بر حلقهٔ دوم تا حلقهٔ هفتم (فاصلهٔ ۱۰۰ تا ۷۰۰ میلی‌متری طول پوسته) جابه‌جا می‌شود و در ۹٦ مکان مختلف عیب، مقادیر انحنای شکل مود نقاط در مودهای ارتعاشی هفتم و سیزدهم استخراج می‌گردد. در هر امتداد، داده‌برداری از ۲٦ نقطه در طول پوسته انجام شده‌است. که درمجموع برای یک مکان مشخص عیب، برای هر یک از مودهای ارتعاشی، ۳ ماتریس ۲٦ در ۱ استخراج گردیده‌است. تمامی داده‌های مربوط به انحنا به نرم‌افزار متلب منتقل می‌شود و پس‌از به‌دست آوردن شاخص‌های عیب، هر یک از ماتریس‌ها، نرمال‌سازی می‌شود و قدر مطلق آنها ثبت

می‌گردد. سپس مقادیر شاخص‌های عیب مرتبط با مود هفتم و سیزدهم میانگین‌گیری می‌شود که درنتیجه برای هر حالت بروز عیب ۳ ماتریس ۲۶ در ۱ شاخص عیب، مرتبط با سه امتداد داده‌برداری محاسبه می‌گردد. با صرف‌نظر کردن از حلقه‌های شمارهٔ ۱ و ۸ پوسته، هر یک از امتدادهای داده‌برداری از ۶ حلقهٔ محیطی پوسته عبور می‌کند. درمورد هر یک از امتدادهای داده‌برداری، از مقادیر شاخص عیب ۲۶ نقطهٔ داده‌برداری، مقادیر شاخص عیب نقاطی که برروی یک حلقه واقع شده‌اند میانگین‌گیری می‌شود و برای هر امتداد یک مقدار مشخص شاخص عیب مرتبط با هر حلقه (ماتریس ۶ در ۱) به‌دست می‌آید. و درنهایت برای هر مکان عیب ۳ ماتریس ۶ در ۱ شاخص عیب حاصل می‌گردد. مراحل محاسبهٔ داده‌ها برای آموزش شبکهٔ عصبی در شکل (۸) نیز ارائه شده‌است.

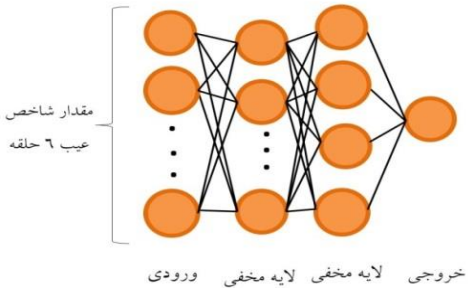
کاهش تعداد مشخصه‌های ورودی به شبکهٔ عصبی، به‌علت کاهش پیچیدگی شبکه، سبب افزایش میزان انطباق شبکه می‌شود. بدین منظور از دو شبکهٔ عصبی مجزا برای مکان‌یابی دقیق عیب در طول و محیط پوسته استفاده می‌گردد.

آموزش شبکهٔ عصبی برای مکان‌یابی عیب در طول پوستهٔ استوانه‌ای. برای هر حالت بروز عیب، مقادیر شاخص عیب (سه ماتریس ۶ در ۱) مرتبط با هر امتداد با یکدیگر جمع ماتریسی می‌شود. نتیجهٔ یک ماتریس ۶ در ۱ است که هر یک از اعضای ماتریس مقدار شاخص عیب کلی مرتبط با هر حلقه می‌باشد. از این ماتریس به‌عنوان ورودی شبکه استفاده می‌شود. این شبکه دارای یک خروجی مرتبط با مکان طولی عیب می‌باشد. با نزدیک‌شدن مکان عیب به یک حلقه، عدم صافی سطح برروی نودهای واقع بر این حلقه محسوس‌تر می‌شود و شاخص عیب این حلقه بیشتر از حلقه‌های جانبی خواهد بود. شبکهٔ عصبی با یادگیری رفتار و تغییرات مقادیر شاخص عیب‌ها الگویی از نحوهٔ تغییرات ایجاد می‌کند و قابلیت مکان‌یابی عیب در کل طول پوستهٔ استوانه‌ای را خواهد داشت.

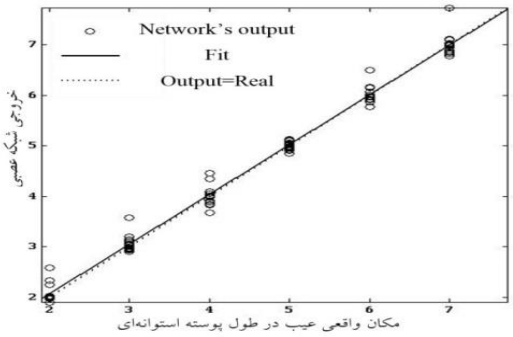


شکل ۸ مراحل آماده‌سازی داده‌های تحلیل المان‌محدود برای آموزش شبکهٔ عصبی

از ۹۶ دادهٔ موجود ٦٦ داده برای آموزش شبکه و ۱۵ داده برای صحت‌سنجی و ۱۵ داده برای آزمودن شبکه به‌طور اتفاقی انتخاب شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با روش آزمون‌وخطا تعداد بهینهٔ لایه‌ها و نورون‌های لایه‌های مخفی به‌دست می‌آید. برای هر پیکربندی مشخص شبکه ٤٠ شبکهٔ عصبی آموزش داده می‌شود و با میانگین‌گیری از عملکرد شبکه‌ها و مقایسهٔ نتایج، بهترین پیکربندی شبکه استخراج می‌گردد. شبکهٔ عصبی سه لایه با ۵ نورون در لایهٔ اول و ٤ نورون در لایهٔ دوم بهترین عملکرد را نشان می‌دهد. برای پیکربندی ذکرشده، میزان رگرسیون برای داده‌های آموزشی۰/۹۹۷، داده‌های صحت‌سنجی ۰/۹۹۲ و داده‌های آزمون ۰/۹۹ است و رگرسیون برای مجموع کل داده‌ها ۰/۹۹۵ می‌باشد. در شکل (۹) تصویر پیکربندی شبکه و در شکل (۱۰) نمودار رگرسیون شبکه برای داده‌های آزمون آمده‌است.



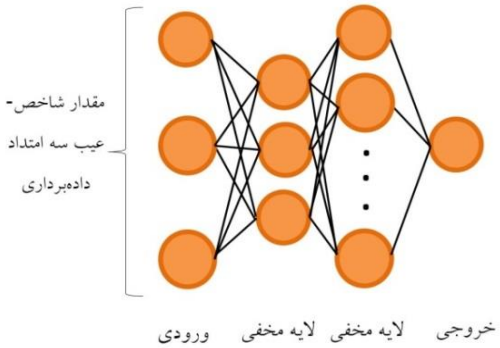
شکل ۹ پیکربندی شبکهٔ عصبی برای مکان‌یابی عیب در طول پوستهٔ استوانه‌ای



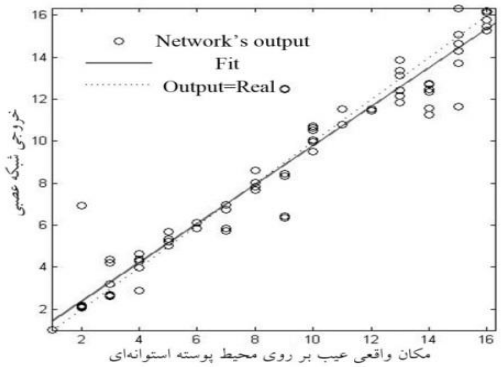
شکل ۱۰ نمودار رگرسیون برای کل داده‌های ورودی به‌جهت تعیین عیب در طول پوسته (مقدار خطای داده‌های آزمون برابر با ۰/۹۹ است)

آموزش شبکهٔ عصبی برای مکان‌یابی عیب در محیط پوستهٔ استوانه‌ای. برای این شبکه، یک مقدار (عدد) به‌عنوان شاخص عیب برای هر یک از سه امتداد داده‌برداری مرتبط می‌گردد. برای هر حالت بروز عیب، اعضای ماتریس ٦ در ۱ مرتبط با یک امتداد (مقادیر شاخص عیب) با یکدیگر جمع جبری می‌شوند و مقدار شاخص عیب کلی مربوط به آن امتداد به‌دست می‌آید. مقادیر شاخص عیب سه امتداد درنهایت به‌صورت یک ماتریس ۳ در ۱ ثبت می‌گردند. از ماتریس مذکور به‌عنوان ورودی شبکهٔ دوم استفاده می‌شود. شبکه دارای یک خروجی مرتبط با مکان قرارگیری عیب در محیط حلقهٔ معیوب می‌باشد. درصورت قرارگرفتن عیب بین دو امتداد، مقادیر شاخص عیب مرتبط به این دو امتداد بیش از امتداد سوم (امتداد دورتر) به‌دست می‌آید. با نزدیک‌شدن مکان عیب به هر یک از امتدادهای داده‌برداری، عدم صافی سطح ناشی از حضور عیب برروی نودهای این امتداد محسوس‌تر خواهد بود و مقدار شاخص عیب مرتبط با این امتداد بیشتر است. شبکهٔ عصبی با یادگیری رفتار و تغییرات مقادیر شاخص عیب‌ها الگویی از نحوهٔ تغییرات ایجاد می‌کند و پس‌از آموزش همانند جعبهٔ سیاهی عمل می‌کند و با دریافت ماتریس عیب امتدادها، مکان عیب را در کل محیط پوستهٔ استوانه‌ای تشخیص می‌دهد. باتوجه به قدرت برازش شبکهٔ عصبی، شبکه قدرت تشخیص مکان عیوب غیرآشنا برای شبکه را نیز دارا است. طبق روال شبکهٔ عصبی پیشین تعداد داده‌های موجود به‌طور اتفاقی به سه دستهٔ آموزش، صحت‌سنجی و آزمون تقسیم می‌شود. با روش آزمون و خطا تعداد بهینهٔ لایه‌ها و نورون‌های لایه‌های مخفی به‌دست می‌آید. برای هر پیکربندی مشخص شبکه ٤٠ شبکهٔ عصبی آموزش داده می‌شود و با بررسی میانگین عملکرد شبکه‌ها شبکهٔ

عصبی سه‌لایه، با ۳ نورون در لایهٔ اول و ۵ نورون در لایهٔ دوم بهترین عملکرد را نشان می‌دهد. میزان رگرسیون برای داده‌های آموزشی ۰/۹۶۹، داده‌های صحت‌سنجی ۰/۹۷۸ و داده‌های آزمون ۰/۹۷۸ است و میزان رگرسیون برای مجموع کل داده‌ها ۰/۹۷ می‌باشد. در شکل (۱۱) تصویر پیکربندی شبکه و در شکل (۱۲) نمودار رگرسیون شبکه برای داده‌های آزمون آمده‌است.



شکل ۱۱ پیکربندی شبکهٔ عصبی برای مکان‌یابی عیب در محیط پوستهٔ استوانه‌ای



شکل ۱۲ نمودار رگرسیون برای کل داده‌های ورودی به‌جهت تعیین عیب در محیط پوسته (مقدار خطا کل داده‌های آزمون برابر با ۰/۹۷۸ است)

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر روش جدیدی براساس انحنای شکل مودها برای عیب‌یابی پوسته‌های جدارنازک معرفی شده‌است. تعداد بالای نقاط موردنیاز برای داده‌برداری و نیاز به اسکنر ارتعاشی از معایب عمده روش‌های عیب‌یابی برپایهٔ انحنای شکل مودها می‌باشد. روش معرفی‌شده با هدف کاهش تعداد نقاط داده‌برداری و افزایش سرعت عیب‌یابی برای کاربردی کردن روش عیب‌یابی درجهت مصارف صنعتی طراحی گردیده‌است.

در این پژوهش با شبیه‌سازی پوستهٔ جدارنازک توسط نرم‌افزار آباکوس و ایجاد عیب برروی مدل، داده‌های مربوط به انحنای شکل مود در سه راستای طولی لوله استخراج گردید. عیب برروی سطح سازه جابه‌جا شد و داده‌های مربوط به انحنا در هر مرحله استخراج شدند. با تحلیل داده‌ها بااستفاده از روش عیب‌یابی صافی سطح‌شکاف‌دار، مقادیر شاخص عیب برای هر راستا محاسبه گردید. از مقادیر شاخص عیب جهت آموزش شبکهٔ عصبی استفاده شد. به‌منظور کاهش پیچیدگی شبکه و درنتیجه افزایش قدرت شبکه در برازش منحنی، از دو شبکهٔ عصبی مستقل که به‌طور موازی با هم عمل می‌کنند جهت مکان‌یابی عیب استفاده گردید. با برازش منحنی بر داده‌ها، میزان انطباق بالایی مشاهده شد. مقدار رگرسیون شبکه‌های عصبی برای داده‌های غیرآشنای شبکه (داده‌های آزمون) به‌جهت مکان‌یابی عیب در طول و محیط پوستهٔ استوانه‌ای به‌ترتیب ۰/۹۹ و ۰/۹۷۸ به‌دست آمد. بااستفاده از روش پیشنهادی این پژوهش و باتوجه به قدرت یادگیری و تعمیم شبکه‌های عصبی، با داشتن داده‌های مربوط به انحنای شکل مود در سه راستای طولی پوستهٔ استوانه‌ای، امکان تشخیص و مکان‌یابی سریع عیب در کل نقاط سازه مقدور می‌شود. استفادهٔ هم‌زمان از دو شکل مود میزان دقت روش عیب‌یابی را افزایش داده‌است.

پس از یک مرتبه آموزش شبکهٔ عصبی برای یک سازهٔ مشخص، عیب‌یابی در طول عمر سازه به‌سرعت انجام می‌شود. خروجی شبکه مکان دقیق عیب است و نیاز به تکنسین ماهر برای تفسیر داده‌ها نمی‌باشد. درمورد سازه‌های فضایی به‌علت ظرفیت بسیار محدود

انرژی برای پردازش و همچنین ظرفیت محدود ذخیره‌سازی اطلاعات با بهره‌گیری از نتایج تحقیق حاضر و باتوجه به سرعت بالای پردازش در شبکه‌های عصبی، دیگر نیاز به ذخیره‌سازی و ارسال داده‌ها به زمین برای تحلیل نمی‌باشد. ازطرفی عدم نیاز به داده‌های سازهٔ سالم برای مقایسه، به‌خصوص برای سازه‌های فضایی که تغییرات درجهٔ حرارت بالایی را تجربه می‌کنند از اهمیت بالایی برخوردار است. در روش پیشنهادی مقاله، در لحظهٔ عیب‌یابی، سازه صرفاً با خود مقایسه می‌شود و شاخص عیب نقاط محاسبه می‌گردد و شرایط محیطی برروی روش کاملاً بی‌تأثیر است. در پژوهش‌های آتی نویسندگان به بررسی تجربی این روش خواهند پرداخت.

مراجع

1. Qiao, P., Lu, K., Lestariand, W. and Wang, J. "Curvature Mode Shape-based Damage Detection in Composite Laminated Plates", *Composite Structures*, Vol. 80, No. 3, pp. 409-428, (2007).
2. Fan, W. and Qiao, P., "Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study", *Structural Health Monitoring*, Vol. 10, No. 1, pp. 83-111, (2011).
3. Torabi, K., Shariati-Nia, M. and Heidari-Rarani, M., "Moving Support Technique for Delaminatoin Detection in Laminated Composite Beams Using the First Natural Frequency", J*ournal of Reinforced Plastics and Composites*, pp. 1116-1128, 0731684417703489, (2017).
4. Torabi, K., Shariati-Nia, M. and Heidari-Rarani, M., "Experimental and Theoretical Investigation on Transverse Vibration of Delaminated Cross-ply Composite Beams", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 115, pp. 1-11, (2016).
5. Dessi, D. and Camerlengo, G., "Damage Identification Techniques Via Modal Curvature Analysis: Overview and Comparison", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 52, pp. 181-205, (2015).
6. Giurgiutiu, V., "Structural Health Monitoring (SHM) of Aerospace Composites", *Polymer Composites in the Aerospace Industry*, pp. 449–507, (2015).
7. Qiao, P., Lestari, W., Shah, M.G. and Wang, J. "Dynamics-based Damage Detection of Composite Laminated Beams Using Contact and Noncontact Measurement Systems", *Journal of Composite Materials*, Vol. 41, No. 10, pp. 1217-1252, (2007).
8. He, M., Yang, T. and Du, Y.,"Nondestructive Identification of Composite Beams Damage Based on the Curvature Mode Difference", *Composite Structures*, Vol. 176, pp. 178-186, (2017).
9. Xu, Y., Zhu, W. and Smith, S., "Non-model-based Damage Identification of Plates Using Principal, Mean and Gaussian Curvature Mode Shapes", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 400, pp. 626-659, (2017).
10. Xiang, J., Matsumoto, T., Wang, Y. and Jiang, Z., "Detect Damages in Conical Shells Using Curvature Mode Shape and Wavelet Finite Element Method", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 66, pp. 83-93, (2013).
11. ASTM A106 / A106M, Standard Specification for Seamless Carbon Steel Pipe for High-Temperature Service, ASTM International, West Conshohocken, PA, (2010), www.astm.org
12. Ratcliffe, C.P., "A Frequency and Curvature Based Experimental Method for Locating Damage in Structures", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 122, No. 3, pp. 324-329, (2000).
13. Paya, B., Esat, I. and Badi, M., "Artificial Neural Network Based Fault Diagnostics of Rotating Machinery Using Wavelet Transforms as a Preprocessor", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 11, No. 5, pp. 751-765, (1997).
14. Hagan, M.T., Demuth, H.B. and Beale, M.H., "*Neural Network Design*", Pws Pub. Boston, (1996).

بررسی تأثیر فیلم در جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای مقیاس کوچک سوپرآلیاژ Hastelloy X*

(یادداشت پژوهشی)

مهدی آتش‌پروا[۱] محسن حامدی[۲]

چکیده *در این مقاله ابتدا یک رابطهٔ جدید برای محاسبهٔ مقاومت الکتریکی ناشی از فشردگی جریان و حضور فیلم‌های سطحی برروی ورق‌ها در جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای مقیاس کوچک ارائه شده‌است. سپس شبیه‌سازی بااستفاده از مدل جدید انجام شده و اعتبار آن مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. برای تصدیق نتایج حاصل از شبیه‌سازی پس از ساخت Set-up، آزمایش‌های عملی برروی ورق‌هایی از جنس Hastelloy X انجام پذیرفت و مشخص گردید که قطر دکمهٔ جوش حاصل از آزمایش‌ها دارای سازگاری خوبی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی می‌باشد. بیشترین میانگین قطر جوش درصورت وجود لایهٔ نازک فیلم به‌وجود می‌آید. همچنین وجود فیلم استحکام کششی را بهبود می‌دهد. ارتفاع دکمهٔ جوش درصورت وجود فیلم ضخیم بیشینه می‌باشد که به‌دلیل رخداد بیرون‌زدگی است.*

واژه‌های کلیدی جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای مقیاس کوچک، مقاومت فیلم، مقاومت تماسی، Hastelloy X.

Investigating the Effect of Film in SSRSW of Hastelloy X Superalloy

M. Atashparva M. Hamedi

Abstract *At this paper, a new equation has been presented to calculate the electrical resistance caused by constriction and presence of surface films on the sheets in small scale resistance spot welding. Then, the simulations have been conducted using the new model and its validity has been evaluated. Experimental verification was carried out on sheets made of Hastelloy X and it was found that the experimental nugget diameters have a good agreement with the results of the simulation. The maximum nugget diameter was created in the case of thin film. Also, existence of film layer improves tensile strength. At the presence of thick film the height of the weld is maximum that can be due to expulsion.*

Key Words Small Scale Resistance Spot Welding; Film resistance; Contact resistance; Hastelloy X.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۱۲/۲۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۱/۱۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.63369

(۱) نویسندهٔ مسئول: دکترای تخصصی، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران. m_atashparva@ut.ac.ir

(۲) استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران.

مقدمه

جوشکاری مقاومتی یکی از قدیمی‌ترین فرایندهای الکتریکی است که در صنایع استفاده می‌شود. جوش، توسط ترکیب حرارت، فشار و زمان ایجاد می‌گردد. قطعه‌کارها توسط دو الکترود فشرده می‌شوند تا با اعمال نیرو، فیلم یا اکسیدهای روی سطوح تماس شکسته شود و یک اتصال مناسب تولید گردد. علاوه‌بر کاربردهای جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای در مقیاس بزرگ، علاقه به جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای مقیاس کوچک نیز به‌دلیل نیاز به کوچک‌سازی در صنایع شدت گرفته‌است. کاربرد این نوع از جوشکاری در وسایل الکترونیکی خودرو، اجزای ارتباط از راه دور و محصولات پزشکی می‌باشد. در این فرایند، حرارت لازم به‌خاطر مقاومت الکتریکی دربرابر عبور جریان ایجاد می‌شود. مطابق با قانون ژول این حرارت (q) از رابطهٔ (۱) به‌دست می‌آید [1]:

$$q = R_t I^2 t \qquad (۱)$$

که I شدت جریان، R_t مقاومت الکتریکی کل و t زمان عبور جریان است. مقاومت از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$R_t = R_b + R_c \qquad (۲)$$

که در آن R_b مقاومت جسمی مواد و R_c مقاومت تماسی می‌باشند. مقاومت جسمی از رابطهٔ معروف $\rho l/A$ قابل‌محاسبه است؛ ولی مقاومت تماسی نیاز به بحث و بررسی بیشتری دارد. ازآنجاکه سطوح کاملاً صاف نیست و دارای زبری‌های بسیار کوچک می‌باشد، تماس مستقیم واقعی بین سطوح فقط در تعداد محدودی از نقاط اتفاق می‌افتد. همچنین همهٔ فلزات دارای اکسیدهایی با هدایت حرارتی پایین هستند و سطوح کاملاً تمیز در واقعیت وجود ندارند. عبور جریان از چنین سطحی توسط هدایت از طریق فیلم‌ها و نقاط تماس مستقیم فلز با فلز انجام می‌شود و درنتیجه یک مقاومت درمقابل عبور جریان وجود خواهد داشت، بنابراین می‌توان گفت مقاومت تماسی خود از دو جزء تشکیل شده‌است: مقاومت انقباضی (R_s) ناشی از فشردگی جریان در زیر نواحی تماسی و مقاومتی که به‌واسطهٔ فیلم‌های سطحی با رسانایی کمتر ایجاد می‌شود (R_f).

$$R_c = R_s + R_f \qquad (۳)$$

درزمینهٔ مقاومت انقباضی مدل‌های گوناگونی ارائه شده‌است که توضیحات و مقایسهٔ آنها توسط حامدی و آتش پروا [2] انجام پذیرفته‌است، اما درمورد مقاومت فیلم تحقیقات چندانی انجام نشده‌است. در میان حدود پانزده مدلی که تاکنون برای محاسبهٔ مقاومت تماسی ارائه شده‌اند، فقط سه مدل وجود دارند که علاوه‌بر مقاومت انقباضی، مقاومت فیلم را نیز مدل‌سازی نموده‌اند که به بیان آنها می‌پردازیم.

برای لایه‌های نازک گازها یا روغن با ضخامت تقریبی یک مولکول (حدود ۳۰ آنگستروم یا کمتر)، مقاومت فیلم می‌تواند توسط رابطهٔ زیر محاسبه شود [3]:

$$R_f = \gamma / A_a \qquad (٤)$$

که A_a سطح تماس و γ مقاومت فیلم به‌ازای واحد سطح است که بستگی به ضخامت فیلم و انرژی خروج الکترون مادهٔ موردنظر دارد. برای فیلم‌های ضخیم که توسط تغییرشکل پلاستیک تحت بار واردشده تخریب می‌شوند، مقاومت فیلم بستگی به کل زیر نواحی به‌جای کل ناحیهٔ تماسی خواهد داشت [3].

در تئوری کلاسیک هنگامی‌که یک فیلم عایق روی سطح فلزی وجود دارد، الکترون‌ها قادر نیستند از فیلم

عبور کنند، اما مطابق با فیزیک کوانتوم هنگامی‌که ضخامت فیلم با مسیر آزاد متوسط الکترون فلزات در دمای اتاق قابل‌مقایسه باشد؛ یعنی در محدودهٔ Å ۵۰۰۰-۵۰، الکترون‌ها ممکن است بتوانند توسط اثر تونلی از فیلم عبور کنند [4]. در این موارد مقاومت فیلم می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود [3, 4]:

$$R_f = \rho_t \xi H/F \qquad (۵)$$

که ρ_t مقاومت فیلم به‌ازای سطح واحد است و مقاومت ویژهٔ تونلی نامیده می‌شود [4]. همچنین H سختی، F نیروی فشاری و ξ ضریب فشار هستند که مقدار ضریب فشار اغلب ۰/۷ درنظر گرفته می‌شود.

همچنین مقاومت فیلم در سطح تداخل می‌تواند توسط رابطهٔ (٦) بیان گردد که در آن ρ_f مقاومت ویژهٔ لایهٔ فیلم، a شعاع مؤثر نقطهٔ تماس، H_v سختی ورق، n تعداد نقاط تماسی و F بار می‌باشد [5].

$$R_f = \rho_f S/\pi a^2 \quad , \quad a = \sqrt{F/\pi n H_V} \qquad (٦)$$

در مطالعهٔ نا و پارک [6] مقاومت تماسی به‌عنوان یک المان یک‌بعدی توسط این فرض که فیلم آلودگی در ناحیهٔ تماسی به تعداد قطعه‌هایی با فواصل مساوی خواهد شکست، مدل‌سازی گردید. آنها تأثیر نیروی تماسی روی شکل‌گیری دکمهٔ جوش را مورد بررسی قرار دادند. اندازه‌گیری مقاومت تماسی در ورق آلیاژ آلومینیم توسط کرینن و اِوانس [7] انجام شد. در این کار تأثیر زبری سطح و ضخامت فیلم بررسی گردید. نتایج در قالب تئوری مقاومت انقباضی هالم برای نقاط تماس فلزبه‌فلز که با حضور فیلم‌های اکسید پوشیده شده بودند، تفسیر گردید. در یک مطالعهٔ دیگر تأثیرات مقاومت تماسی موضعی روی متغیرهای فرایند، نرخ خنک‌شدن، توزیع محلول جامد و شکل دکمهٔ جوش بعد از انجماد توسط وِی و وو بررسی شد [8]. این کار تأثیر مقاومت‌های فیلم و انقباضی را روی جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای در مراحل گرم‌شدن، ذوب‌شدن، خنک‌شدن و فشردگی بررسی کرده‌است.

لی و همکاران [9] عنوان کردند که مقادیر مقاومت استاتیک اندازه‌گیری‌شده اکثراً تأثیر فیلم را نشان می‌دهد که ممکن است اندازهٔ آن بزرگ‌تر از مقاومت انقباضی باشد و به شرایط سطحی، فشار و دما حساس باشد. جریان جوشکاری در چند سیکل اول فیلم‌های سطحی را می‌شکند و مقاومت فیلم درمقایسه با مقاومت انقباضی ناچیز می‌شود.

وان و همکاران [10] مطالعه‌ای با هدف توسعهٔ یک سیستم کنترل کیفیت مؤثر در جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای مقیاس کوچک براساس مقاومت دینامیک انجام دادند و متوجه شدند که تغییرات مقاومت دینامیک با فرایند شکل‌گیری دکمهٔ جوش مرتبط است.

تحلیل تئوری

چنان‌چه تعداد نقاط تماسی زیاد باشد، می‌توان مقاومت انقباضی را بااستفاده از رابطهٔ زیر به‌دست آورد [3]:

$$R_s = \rho/2\tau \qquad (۷)$$

که ρ مقاومت ویژهٔ الکتریکی است و شعاع هالم (τ) می‌تواند بااستفاده از سطحی که بار را تحمل می‌کند (A_b) به‌دست آید:

$$\tau = \sqrt{A_b/\pi} \qquad (۸)$$

این فرض صحیح است، زیرا هنگامی‌که بار تا حد نهایی خود افزایش می‌یابد، تعداد نقاط تماسی زیاد خواهند شد تا این که سرانجام به یکدیگر پیوسته می‌شوند و یک ناحیهٔ واحد را تشکیل می‌دهند. همچنین در این حالت در برجستگی‌های تماسی تسلیم رخ خواهد داد. ناحیهٔ تحمل‌کنندهٔ بار توسط رابطهٔ زیر

به‌مقدار بار اعمالی و تنش تسلیم ماده (σ_y) مرتبط خواهد شد:

$$A_b = F/\sigma_y \quad (۹)$$

با ترکیب رابطه‌های (۹-۷) می‌توان مقاومت انقباضی را به‌صورت زیر بیان نمود:

$$R_s = \rho\sqrt{\pi\sigma_y/4F} \quad (۱۰)$$

بدیهی است که F مقدار حداکثر بار است؛ زیرا مقاومت انقباضی زمانی به‌وجود می‌آید که جریان از قطعه‌ها عبور کند، که در این زمان مقدار نیروی اعمالی از سوی الکترودها به حداکثر مقدار خود رسیده‌است. البته در این رابطه تنش تسلیم می‌تواند به‌صورت تابعی از دما بیان گردد.

برای یک سطح واقعی یک ترم مقاومت دیگر نیز لازم است که ناشی از حضور فیلم سطحی می‌باشد (رابطهٔ ۳). برای سادگی فرض می‌شود تأثیر فشار روی مقاومت فیلم همانند تأثیر آن بر مقاومت انقباضی است. پس می‌توان فرض کرد:

$$R_f = \frac{\rho_f}{2}\sqrt{\frac{\pi\sigma_y}{F}} \quad (۱۱)$$

در عمل تنش تسلیم با افزایش دما کاهش می‌یابد و مقاومت فیلم نیز چنین رفتاری دارد. بنابراین در این مدل رابطهٔ بین مقاومت فیلم و دما به‌صورت کیفی صحیح است. در مدل مقاومت تماسی در شبیه‌سازی با هدف کاربردهای عملی مطلوب است که تعداد پارامترهای ورودی را درصورتی‌که بتوان دقت را در حد معقولی حفظ نمود حتی‌الامکان کم کرد. این یکی از دلایلی است که در هر دو جزء مقاومت تماسی تأثیر فشار نرمال به‌صورت یکسان درنظر گرفته شده‌است، اگرچه این عمل نیاز به اعتبارسنجی تجربی دارد.

شبیه‌سازی کامپیوتری

در شبیه‌سازی کار حاضر فرض شده‌است که الکترودها خصوصیات حرکتی کامل دارند به‌نحوی‌که یک نیروی الکترود گستردهٔ ثابت و یکنواخت می‌تواند به‌عنوان شرایط مرزی مکانیکی استفاده شود. همچنین در تحلیل مکانیکی مواد همسانگرد درنظر گرفته شده‌اند. تغییر فاز از حالت جامد به مایع فقط برای ورق‌ها درنظر گرفته شده‌است که این پدیده درصورتی‌که هر نقطه از ورق به دمای ۱۶۱۸ K، که دمای ذوب Hastelloy X است، برسد در همان محل رخ خواهد داد. مقدار دمای نهان ذوب نیز ۳۱۰ kJ/kg درنظر گرفته شده‌است. نوع جریان الکتریکی اعمال‌شده جریان مستقیم (DC) می‌باشد.

شبیه‌سازی بااستفاده از یک مدل سه‌بعدی در نرم‌افزار COMSOL Multiphysics انجام شده‌است. کلیهٔ معادلات موجود در مدل شبیه‌سازی را می‌توان به دو گروه تقسیم کرد. گروه اول معادلاتی هستند که به‌عنوان ورودی به شبیه‌سازی داده خواهند شد. برای مثال می‌توان به معادلات به‌دست‌آمده توسط مؤلفان اشاره کرد که برای محاسبهٔ مقاومت تماسی و کلیهٔ ویژگی‌های مواد برای ورق‌ها و الکترودها، به‌صورت معادلات وابسته به دما در شبیه‌سازی لحاظ می‌شوند. تمامی این گروه از معادلات به‌صورت توابع تحلیلی به شبیه‌سازی اعمال می‌شوند، اما گروه دوم معادلات دیفرانسیلی هستند که درحین شبیه‌سازی و مابین ماژول‌های مختلف شبیه‌سازی وجود دارند. برای مثال می‌توان به معادلهٔ میدان الکتریکی برحسب پتانسیل الکتریکی، توزیع میدان حرارت گذرا و کلیهٔ معادلات انتقال حرارت (رسانش و جابه‌جایی) اشاره کرد. این گروه از معادلات در برنامهٔ COMSOL بااستفاده از روش تکرارشوندهٔ نوع نیوتونی حل می‌شوند. گام زمانی درنظر گرفته‌شده در مطالعهٔ حاضر ۲ ms است و نتیجهٔ حل معادلات هر ماژول پس از به‌روزرسانی در

هر گام زمانی به ماژول بعدی انتقال می‌یابد. ماژول‌های اصلی شامل مکانیکی، الکتریکی و انتقال حرارت می‌باشند که هر یک دارای زیربخش‌های گوناگون هستند. در کل باید گفت که مدل مقاومت تماسی جدیدی که در این مطالعه ارائه شده‌است یک مدل تحلیلی است. سپس این مدل تحلیلی توسط شبیه‌سازی عددی اعتبارسنجی می‌شود و درپایان نتایج آن با روش تجربی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

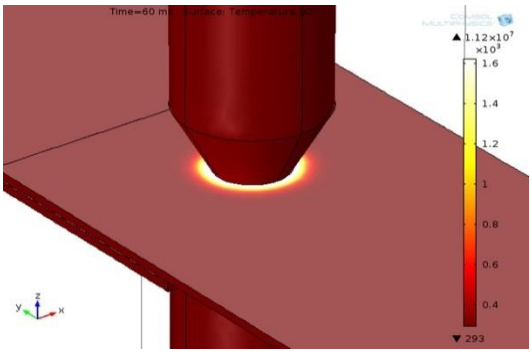
المان‌های انتخاب‌شده برای مش‌بندی مدل ترکیبی از دو نوع چهارضلعی و مثلثی می‌باشند و تعداد آنها ۳۹۲۷۱ عدد از نوع چهارضلعی و ۲۱۰۳۵ عدد از نوع سه‌گوش می‌باشد. همچنین مدل از ۱۱۱۵ عدد المان لبه‌ای یا ضلعی و ٤٨ عدد المان از نوع رأس یا نقطه‌ای برای مش‌بندی استفاده کرده‌است.

ابعاد ورق‌ها ۱۵×۳۸ mm است و دارای ضخامت ۰/٤mm می‌باشند. همچنین از الکترودهای نوک‌مخروطی با قطر قسمت استوانه‌ای ٦ mm، قطر نوک الکترود ۳ mm و طول ۲۸ mm استفاده شده‌است. جنس الکترودها از آلیاژ مس مطابق با استاندارد RWMA Class 2 می‌باشد.

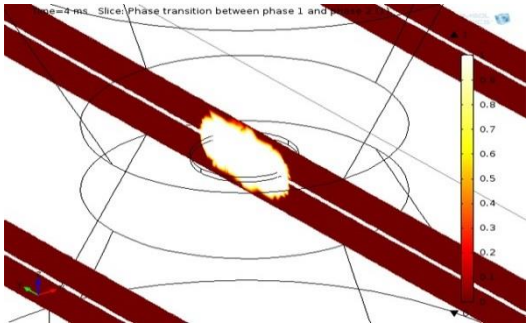
فرایند شبیه‌سازی حاضر تمامی پارامترهای مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و همچنین اثرات متقابل آنها ازجمله انبساط حرارتی، گرمایش الکترومغناطیسی و اثرات ترموالکتریک را درنظر می‌گیرد. همچنین لایهٔ فیلم روی ورق‌ها نیز مدل‌سازی شده‌است. برخلاف LSRSW به‌علت ابعاد کوچک الکترود در SSRSW از آب برای خنک‌کردن الکترودها استفاده نمی‌شود. مقدار نیروی اعمالی به الکترود فوقانی در سه مقدار ۱۵/٤۱، ۲۳/۱۱ و ۳۰/۸۲ نیوتن روبه‌پایین قابل‌تنظیم است و شدت جریان می‌تواند ۲۸۲، ۳۲۷ و یا ۳۷۲ آمپر باشد که این مقادیر بااستفاده از انجام آزمایش‌های عملی به‌دست آمده‌اند. مقاومت تماسی بین دو ورق بااستفاده از رابطهٔ به‌دست‌آمده در بخش تحلیل تئوری اعمال شده‌است (مجموع روابط ۱۰ و ۱۱) که ρ ، ρ_f و σ_y هر یک به‌صورت تابعی از دما به مدل داده خواهند شد.

درابتدا سیکل فشردگی توسط تحلیل مکانیکی مدل می‌شود. فشار توزیعی یکنواخت مطابق با نیروی الکترود مشخص‌شده محاسبه می‌شود و برروی الکترود بالایی اعمال می‌گردد، درحالی‌که کف الکترود پایینی از حرکت درجهت عمودی منع شده‌است. خروجی تحلیل این بلوک که شامل تغییرشکل، فشار تماسی، شعاع تماس، مقدار نفوذ و غیره می‌باشد به تحلیل الکتریکی- حرارتی داده می‌شود که در آن جریان جوشکاری اعمال می‌گردد. پتانسیل الکتریکی صفر به کف الکترود پایینی اعمال می‌شود و توزیع چگالی جریان از مقدار جریان ورودی اعمال‌شده به بالای الکترود فوقانی محاسبه می‌شود. همهٔ سطوح آزاد الکترود و ورق که در این بازهٔ زمانی در تماس نیستند، دارای انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد با هوای اطراف می‌باشند. پس از اعمال شرایط مرزی الکتریکی، توزیع حرارت که از تحلیل الکتریکی- حرارتی فوق برای یک گام زمانی مشخص محاسبه شده‌است به‌عنوان شرایط بارگذاری حرارتی برای بخش تحلیل حرارتی- مکانیکی بعدی اعمال می‌شود. تغییرشکل الکترود و ورق‌ها و تغییر وضعیت تماس در پایان هر تحلیل حرارتی- مکانیکی افزایشی به‌عنوان ورودی به مرحلهٔ بعدی تحلیل الکتریکی- حرارتی داده می‌شود. این روش به‌روزرسانی برای یک بازهٔ زمانی مشخص تکرار می‌شود تا این‌که کل سیکل جوشکاری تکمیل شود.

در شکل (۱) توزیع حرارت ناحیهٔ جوش در زمان ٦۰ ms بااستفاده از نیروی ۱۵ N و جریان ۳۷۲ A دیده می‌شود. شکل (۲) نیز مقطع برش‌خوردهٔ بین دو ورق را در وسط الکترودها نشان می‌دهد که نحوهٔ رشد منطقهٔ مذاب در آن مشخص می‌باشد.



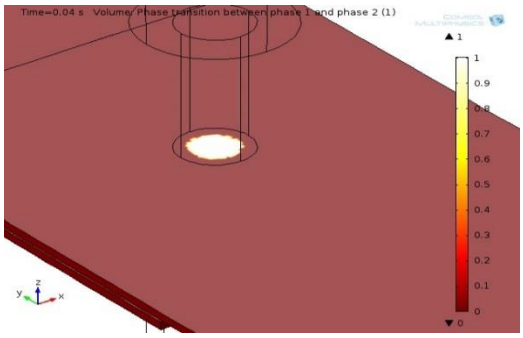
شکل ۱ توزیع حرارت ناحیهٔ جوش
(۶۰ ms، ۳۷۲ A و ۱۵ N)



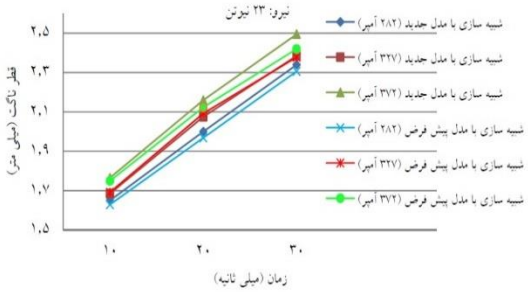
شکل ۲ مقطع برش‌خوردهٔ بین دو ورق در وسط الکترودها (۴ ms، ۳۷۲ A و ۱۵ N)

اعتبارسنجی مدل. پس از شبیه‌سازی با استفاده از رابطهٔ تماسی جدید، زمان آن فرا می‌رسد که مدل توسط یک منبع دیگر اعتبارسنجی شود. به‌این‌خاطر با استفاده از اطلاعات موجود در مرجع [11] مدل شبیه‌سازی می‌شود و کارایی مدل جدید مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در مرجع [11] از ورق‌هایی با جنس فولاد نرم با ضخامت ۰/۲ mm استفاده شده‌است. نوع الکترودها RWMA Class 2 پله‌ای سرتخت با قطر ۳/۲ mm و قطر نوک الکترود ۱/۵۸ mm می‌باشد. مقدار نیرو دارای سه سطح ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ نیوتن است و شدت جریان ۱۰۰۰ آمپر است. قطر جوش در حالت‌های مختلف ارزیابی گردیده‌است. نتایج حاصل از مدل جدید سازگاری خوبی با نتایج مرجع [11] دارد. همچنین زمان شروع ذوب در مرجع [11] برای نیروهای ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ نیوتن به‌ترتیب ۱۲، ۲۰ و ۴۲ میلی‌ثانیه است که با نتایج حاصل از مدل جدید تطابق دارد. شکل (۳) شبیه‌سازی مدل جدید را با نیروی ۱۰۰ N و در زمان ۴۰ ms به‌عنوان یک نمونه نشان می‌دهد. قطر جوش درحدود ۱/۱ mm است که دقیقاً با نتایج [11] هم‌خوانی دارد.

در مرحلهٔ بعد کل شبیه‌سازی‌ها بااستفاده از مدل پیش‌فرضِ برنامهٔ COMSOL برای مقاومت الکتریکی تماسی، تکرار می‌گردد. قطر دکمهٔ جوش از منطقهٔ تماسی بین دو ورق در هر دو حالت (مدل پیش‌فرض و مدل جدید ارائه‌شده در این تحقیق) برای تمامی مقادیر نیرو، جریان و زمان اندازه‌گیری می‌گردد که یک نمونه از نتایج آنها در نمودار شکل (۴) قابل‌مشاهده است.



شکل ۳ شبیه‌سازی مدل جدید، قطر دکمهٔ جوش ۱/۱ mm
(۴۰ ms، ۱۰۰۰ A و ۱۰۰ N)

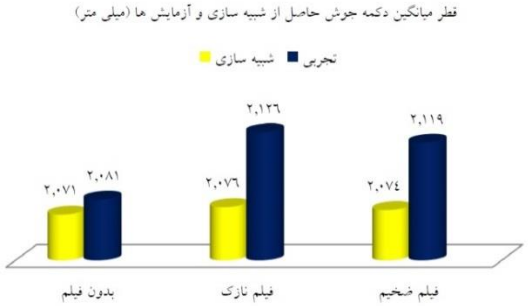


شکل ٤ مقایسهٔ قطر دکمهٔ جوش حاصل از شبیه‌سازی با مدل پیش‌فرض نرم‌افزار و مدل جدید برای سطوح مختلف نیرو، جریان و زمان جوشکاری

از این نمودارها مشخص است که روند تغییرات هر دو مدل تقریباً یکسان است و نتایج عددی به‌دست‌آمده برای قطر دکمهٔ جوش بسیار به‌هم نزدیک

است. نکتهٔ قابل ذکر این است که در اکثر موارد مدل جدید قطر دکمهٔ جوش را کمی بیشتر از مدل پیش‌فرض برنامه پیش‌بینی می‌کند. طبق نتایج شبیه‌سازی قطر دکمهٔ جوش با افزایش جریان و زمان جوشکاری افزایش پیدا می‌کند و با افزایش نیرو مقدار آن کاهش می‌یابد. سایر مقایسه‌ها و تحلیل نتایج پس از انجام آزمایش‌های تجربی ارائه خواهد شد.

بررسی تأثیر فیلم. تأثیر ضخامت لایهٔ فیلم برای سه حالت بدون فیلم، فیلم نازک با ضخامت 1 µm و فیلم ضخیم با ضخامت 10 µm شبیه‌سازی شده‌است. اندازه‌گیری قطر دکمهٔ جوش در سطح بین دو ورق و به‌صورت میانگین قطرهای افقی و عمودی برای هر جوش انجام پذیرفته‌است. نمودارهای بررسی تأثیر ضخامت فیلم بر نتایج شبیه‌سازی قطر دکمهٔ جوش برای سه سطح نیرو، سه سطح جریان و سه سطح زمان مشخص می‌کند که در حالت‌های گوناگون اثر ضخامت فیلم متفاوت است و در برخی از مواقع باعث افزایش قطر دکمهٔ جوش و در برخی دیگر از مواقع باعث کاهش قطر آن شده‌است؛ اما درمجموع نتایج بسیار به یکدیگر نزدیک هستند. به‌همین‌خاطر در شکل (۵) تأثیر ضخامت فیلم بر میانگین قطر دکمهٔ جوش ترسیم شده‌است که نشان‌دهندهٔ این واقعیت است که میانگین قطرهای حاصل از شبیه‌سازی بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند. اگرچه بیشترین میانگین قطر دکمهٔ جوش در حضور لایهٔ فیلم نازک به‌دست آمده‌است؛ اما به‌نظر می‌رسد بررسی تأثیر فیلم نیاز به مطالعات تجربی بیشتر دارد.



شکل ۵ تأثیر ضخامت فیلم بر میانگین قطر دکمهٔ جوش حاصل از شبیه‌سازی و آزمایش‌ها

آزمایش‌های تجربی

دستگاه‌های جوشکاری مقیاس کوچک در کشور ما وجود ندارند و خرید تجهیزات آنها بسیار گران‌قیمت است. از طرفی منبع تغذیه‌های جوشکاری صنعتی انعطاف‌پذیری لازم برای تحقیقات کنترل RSW را ندارند؛ لذا ساخت یک Set-up برای انجام آزمایش‌های تحقیق حاضر ضروری است. به‌منظور کاهش هزینه‌ها، تصمیم بر آن شد که به‌جای استفاده از رکتیفایر یا اینورتر برای یکسوسازی جریان، مستقیماً از یک باتری با جریان مستقیم استفاده گردد. هنگامی باید به این امر توجه شود که جریان جوشکاری از طریق الکترود به قطعه‌کارها جریان می‌یابد، منطقی است که اندازهٔ نوک الکترود، اندازهٔ جوش مقاومتی نقطه‌ای را کنترل نماید. قطر الکترود که در اینجا مورد بحث می‌باشد به قطر نوک الکترود در نقطهٔ تماس با ورق برمی‌گردد، نه به قطر اصلی کل نوک الکترود. رابطه‌ای که عموماً استفاده می‌شود به‌صورت زیر است [12]:

$$d_e = 5\sqrt{T} \qquad (۱۲)$$

که در آن T ضخامت ورق و d_e قطر نوک الکترود می‌باشد. بااستفاده از رابطهٔ (۱۲) مقدار ۳/۱٦ mm برای قطر نوک الکترود به‌دست می‌آید. الکترود فوقانی روی سر رزوه‌شدهٔ پیستون و الکترود تحتانی روی کفی نصب می‌شوند. پس‌از نصب تجهیزات مکانیکی، Set-up تراز شده و از هم‌راستایی الکترودها اطمینان حاصل شده‌است. تصویر Set-up نهایی در شکل (٦) قابل‌مشاهده است. برای کنترل زمان رفت‌وبرگشت پیستون از شیر برقی- پنوماتیک استفاده شده‌است. کنترل فشار (نیرو) توسط رگولاتوری که برروی خروجی کمپرسور نصب شده‌است، انجام می‌گیرد. مدار برقی مربوط به سیلندر پنوماتیک دارای بخش‌های منبع تغذیه، PLC، شیر برقی- پنوماتیک و شستی می‌باشد.



شکل ٦ Set-up ساخته شده و اجزای آن

بااستفاده از باتری خودرو موفق شدیم جوش با استحکام مناسب را ایجاد نماییم. برای رفع مشکل تخلیهٔ باتری و همچنین کاهش جریان آن و جلوگیری از عدم توانایی کنترل جریان، باتری به یک شارژر متصل می‌گردد که یک جریان DC پشت باتری ایجاد می‌کند و دارای ۳ سطح جریان گوناگون می‌باشد که با زدن کلیدهای آن می‌توان از جریان خود باتری، جریان متوسط و یا جریان بیشینه استفاده نمود. وظیفهٔ تبدیل جریان برق شهر به جریان DC برای تغذیهٔ باتری نیز به‌عهدهٔ همین دستگاه می‌باشد. فرکانس دستگاه ۵۰Hz است و ولتاژ خروجی آن ۱۲ V می‌باشد.

آلیاژ Hastelloy X که برای استفاده در آزمایش‌ها درنظرگرفته شده‌است یک آلیاژ نیکل- کروم است که دارای ترکیبی استثنائی از مقاومت در برابر اکسیداسیون، قابلیت ساخت و مقاومت در دمای بالا می‌باشد. این آلیاژ کاربرد وسیعی در موتورهای توربین گازی برای اجزای قسمت محفظهٔ احتراق دارد. برای مثال می‌توان به کانال‌های انتقال، قوطی محفظهٔ احتراق، میلهٔ اسپری و نگه‌دارنده‌های شعله اشاره کرد. همچنین در انژکتور سوخت در موتور توربین و لولهٔ خارج‌کنندهٔ دود شعله کاربرد دارد. این آلیاژ برای استفاده در کوره‌های صنعتی به‌دلیل مقاومت اکسیداسیون خارق‌العادهٔ آن در فشارهای کم و معمولی پیشنهاد می‌گردد. در جدول (۱) آنالیز شیمیایی Hastelloy X مشاهده می‌شود.

جدول ۱ ترکیب شیمیایی Hastelloy X (درصد وزنی)

Ni	Cr	Fe	Mo	Co	W	C	Mn	Si	B
٤٧	٢٢	١٨	٩	١/٥	٠/٦	٠/١	١*	١*	٠/٠٠٨*

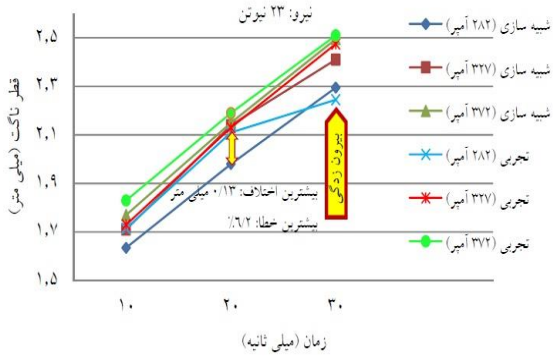
*حداکثر

به‌منظور اندازه‌گیری پارامترها از دو مولتی‌متر به‌صورت هم‌زمان برای اندازه‌گیری مقاومت تماسی و شدت جریان استفاده شده‌است. این دستگاه همچنین قادر است اختلاف پتانسیل بین دو نقطه را اندازه‌گیری نماید. یک خروجی دیگر (غیر از خروجی شیر پنوماتیک) در برنامه‌نویسی PLC تعریف می‌گردد که این خروجی توسط رله‌ای که در مسیر آن قرار می‌گیرد به یک استارتر خودرو فرمان می‌دهد و استارتر در زمان مشخص‌شده در برنامهٔ PLC جریان الکتریکی را قطع و وصل می‌کند. زمانی پس‌از قطع جریان عمل جدا شدن الکترود از ورق بالایی انجام می‌پذیرد که این زمان قابل تنظیم است.

برای بررسی تأثیر لایهٔ فیلم و اکسید برروی قطعه‌ها، نمونه‌ها به سه گروه تقسیم می‌شوند؛ نمونه‌های تمیز (بدون فیلم)، نمونه‌هایی با فیلم نازک و نمونه‌هایی با فیلم ضخیم که ایجاد لایهٔ فیلم توسط قرار دادن نمونه‌ها در آب جوش به‌مدت ۵ دقیقه برای فیلم نازک و ٤٠ دقیقه برای فیلم ضخیم صورت پذیرفته‌است. برای تحلیل نتایج قطر و ارتفاع دکمهٔ جوش اندازه‌گیری می‌شود. فرایند آزمایش کشش- برش برای دست‌یابی به حداکثر باری که قطعه‌ها می‌توانند تحمل نمایند نیز بااستفاده از دستگاه کشش Universal شرکت Gotech انجام می‌پذیرد. نمودار تنش- کرنش برای هر یک از نمونه‌ها ترسیم می‌شود و همچنین مقادیر تنش تسلیم، بیشترین بار، مقاومت کششی و افزایش طول در هر یک از حالت‌ها مشخص می‌گردد.

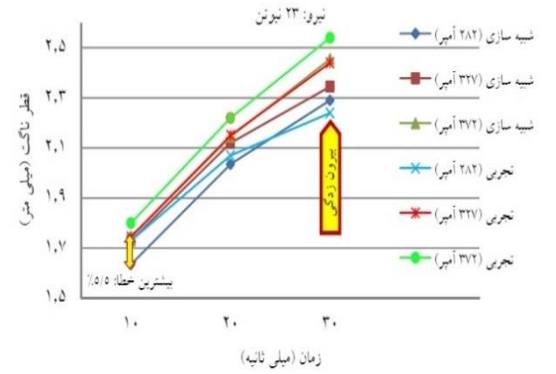
نتایج و بحث

شکل (۷) نتایج حاصل از شبیه‌سازی و آزمایش‌ها را با درنظر گرفتن لایهٔ فیلم به‌ضخامت 1 µm برای قطر دکمهٔ جوش در نیروی ۲۳ N مقایسه می‌کند. بررسی نمودارهای مشابه در سایر نیروها نشان می‌دهد که هرچند نتایج نزدیک هستند، اما مقدار اختلاف در قطر دکمهٔ جوش از حالت‌های مشابه برای نمونه‌های بدون فیلم بیشتر است. تأثیر کلی پارامترها همانند قبل است، یعنی افزایش زمان و جریان باعث افزایش قطر دکمهٔ جوش می‌شود و افزایش نیرو قطر دکمهٔ جوش را کاهش می‌دهد. در برخی موارد پدیدهٔ بیرون‌زدگی باعث تغییر روند نمودارهای مرتبط با آزمایش‌ها می‌شود. مقایسهٔ نتایج شبیه‌سازی و تجربی برای قطر دکمهٔ جوش با درنظر گرفتن لایهٔ نازک فیلم و در جریان‌های گوناگون مشخص می‌کند که نتایج بسیار نزدیک است و بیرون‌زدگی در جریان ۲۸۲ A و زمان ۳۰ ms برای نیروهای ۲۳ N و ۳۱ N رخ می‌دهد. همچنین تأثیر تغییرات جریان و نیرو برای زمان‌های ۱۰، ۲۰ و ۳۰ ms با وجود لایهٔ فیلم 1 µm بررسی می‌گردد. در کل بیشترین اختلاف در قطر دکمهٔ جوش پس از مقایسهٔ نتایج شبیه‌سازی و تجربی مربوط به نیروی ۲۳ N، جریان ۲۸۲ A و زمان ۲۰ ms می‌باشد که مقدار آن ۰/۱۳ mm است. بیشترین درصد خطا نیز مربوط به همین مورد و به مقدار ٦/٦٪ است که نشان می‌دهد مدل شبیه‌سازی جدید به‌خوبی قادر به پیش‌بینی قطر دکمهٔ جوش با وجود لایهٔ فیلم برروی نمونه‌ها می‌باشد. میانگین درصد خطا برای حالت فیلم نازک ۲/۷٪ است که نسبت به حالت بدون فیلم ۱/٦٪ افزایش را نشان می‌دهد. این افزایش خطا می‌تواند به‌دلیل تفاوت ترکیبات فیلم در شبیه‌سازی و آزمایش و همچنین عملکرد غیرقابل پیش‌بینی فیلم و عدم یکنواختی فیلم توزیع‌شده برروی نمونه‌ها باشد.



شکل ۷ قطر دکمهٔ جوش حاصل از شبیه‌سازی و آزمایش‌ها در نیروی ۲۳ نیوتن با لایهٔ فیلم به ضخامت 1 µm

شکل (۸) مربوط است به نتایج قطر دکمهٔ جوش که از شبیه‌سازی و آزمایش‌ها در نیروی ۲۳ N و با وجود لایهٔ فیلم با ضخامت 10 µm به‌دست آمده‌است. باتوجه به نمودارهای مشابه در سایر نیروها می‌توان گفت تأثیر پارامترها و روند نمودارها همانند موارد قبلی است. نمودارهای مشابه برای جریان‌ها و زمان‌های گوناگون بیانگر وقوع بیرون‌زدگی در جریان ۲۸۲ A و زمان ۳۰ ms در نیروهای ۲۳ N و ۳۱ N می‌باشد.

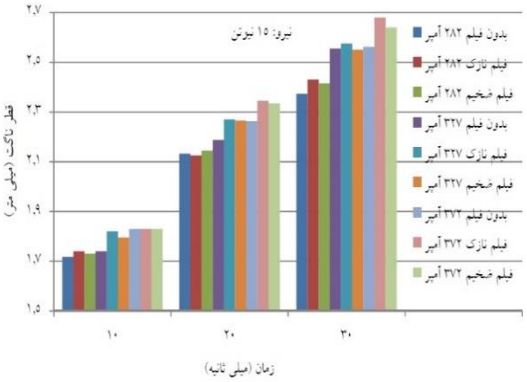


شکل ۸ قطر دکمهٔ جوش حاصل از شبیه‌سازی و آزمایش‌ها در نیروی ۲۳ نیوتن با لایهٔ فیلم به‌ضخامت 10 µm

درمجموع تفاوت بین نتایج شبیه‌سازی و تجربی در حالت وجود فیلم ضخیم نیز زیاد نیست و سازگاری خوبی قابل‌مشاهده است. به‌لحاظ آماری بیشترین تفاوت قطر دکمهٔ جوش بین شبیه‌سازی و آزمایش‌ها

۰/۱۲mm است که مربوط به به‌کارگیری نیروی N ۱۵، جریان A ۳۷۲ و زمان ms ۲۰ است. اما بیشترین درصد خطا به‌مقدار ۵/۸٪ مربوط به نیروی N ۲۳، جریان A ۲۸۲ و زمان ms ۱۰ می‌باشد. میانگین درصد خطای کل حالت‌ها برای لایهٔ فیلم ضخیم ۲/۵٪ می‌باشد که نسبت به لایهٔ فیلم نازک کمی کمتر است.

تغییرات قطر دکمهٔ جوش حاصل از آزمایش در نیروی ثابت N ۱۵ برای زمان‌ها و جریان‌های گوناگون برای هر سه حالت نمونه‌های بدون فیلم، با فیلم نازک و با فیلم ضخیم در شکل (۹) قابل‌مشاهده است.



شکل ۹ تغییرات قطر دکمهٔ جوش حاصل از آزمایش در نیروی ۱۵ نیوتن در زمان‌ها و جریان‌های گوناگون برای نمونه‌های بدون فیلم، با فیلم نازک و با فیلم ضخیم

نمودارهای مشابهی برای نیروهای N ۲۳ و N ۳۱، جریان‌های گوناگون و زمان‌های مختلف نیز ترسیم می‌گردد. در نیروی N ۱۵ برای یک جریان و زمان مشخص، بیشترین قطر دکمهٔ جوش با وجود لایهٔ نازک فیلم حاصل می‌شود. همچنین در حالت بدون فیلم کمترین قطر دکمهٔ جوش را خواهیم داشت. در نیروی N ۲۳ لزوماً اتفاق نیروی N ۱۵ تکرار نمی‌شود و در پنج مورد قطر حاصل از لایهٔ ضخیم بیشتر است، درحالی‌که در سه مورد نیز قطر حاصل از لایهٔ نازک بیشتر می‌باشد. سرانجام با دقت در نمودار F=31 N متوجه می‌شویم که باز هم در اغلب موارد (۷ مورد از ۹ مورد) قطر حاصل از لایهٔ فیلم نازک دارای بیشترین مقدار می‌باشد.

دلیل رفتار متفاوت لایه‌های فیلم را می‌توان به این صورت تفسیر نمود که در نیروی کم لایهٔ فیلم نازک باعث ایجاد گرمای بیشتری می‌شود. درحالی‌که لایهٔ ضخیم فیلم به‌دلیل خاصیت عایق‌بودن، در عبور جریان الکتریکی ممانعت به‌وجود می‌آورد؛ اما هنگامی که نیرو افزایش می‌یابد، فشار حاصل از افزایش نیرو باعث بیرون‌راندن لایهٔ فیلم ضخیم از منطقهٔ تماسی می‌شود و صرفاً لایهٔ نازکی از فیلم در ناحیهٔ ایجاد حرارت باقی خواهد ماند. درنتیجه لایهٔ فیلم ضخیم دکمه‌های جوش بزرگ‌تری ایجاد می‌کند. سرانجام با رسیدن نیرو به مقدار حداکثر خود نتایج هر سه حالت بسیار به یکدیگر نزدیک می‌شوند؛ ولی درمجموع لایهٔ نازک فیلم قطرهای دکمهٔ جوش بزرگ‌تری را ایجاد می‌کند.

تغییرات قطر دکمهٔ جوش برای هر سه حالت مورد بحث در جریان‌های ثابت بررسی می‌شود و مشاهده می‌گردد که در جریان A ۲۸۲ در اکثر موارد لایهٔ نازک فیلم بیشترین قطر دکمهٔ جوش را به‌دست می‌دهد. در جریان A ۳۲۷ نیز به‌غیر از دو مورد که قطر دکمهٔ جوش بیشینه در لایهٔ ضخیم فیلم به‌وجود می‌آید، در هفت مورد دیگر بیشترین قطر با وجود لایهٔ نازک فیلم به‌دست خواهد آمد؛ اما چنان‌چه حداکثر جریان مورداستفاده قرار گیرد، در نصف موارد بیشترین قطر با وجود لایهٔ نازک به‌وجود می‌آید و در نصف دیگر موارد با وجود لایهٔ ضخیم. احتمالاً جریان‌های کم و متوسط، قدرت و چگالی جریان لازم برای شکستن لایه‌های فیلم ضخیم را ندارد؛ ولی این اتفاق در جریان حداکثر رخ می‌دهد.

نمودار تغییرات قطر دکمهٔ جوش در زمان‌های ۱۰، ۲۰ و ms ۳۰ نیز مورد تحلیل قرار می‌گیرد. در زمان ms ۱۰ در نصف موارد فیلم نازک و در نصف دیگر موارد فیلم ضخیم قطر دکمهٔ جوش بیشتری به‌دست می‌دهد. در زمان ms ۲۰ در جریان‌های کم و متوسط،

فیلم نازک قطر دکمهٔ جوش بیشتری تولید می‌کند، ولی چنان‌چه جریان حداکثر باشد، فیلم‌های ضخیم قطر بیشتری به‌وجود می‌آورند. در زمان طولانی‌تر (۳۰ ms) در جریان کم رفتار نمونه‌ها متفاوت است؛ ولی در جریان‌های متوسط و بالا، حداکثر قطر برای لایهٔ نازک فیلم و حداقل قطر دکمهٔ جوش در نمونه‌های بدون فیلم ایجاد می‌شود.

نمودارهای تغییرات بیشترین بار تحمل‌شده در آزمایش کشش برای نمونه‌های بدون فیلم و با فیلم برای نیروهای ثابت، جریان‌های ثابت و زمان‌های مشخص تحلیل می‌گردد. در اکثر موارد برای نمونه‌های دارای فیلم، مقدار حداکثر بار بیشتر است. البته در برخی موارد استثناءهایی در زمان‌های طولانی وجود دارد. درمجموع مشخص می‌شود که اگرچه وجود فیلم در زمان‌های کم باعث افزایش استحکام جوش می‌شود؛ اما در زمان‌های طولانی چندان مطلوب نیست. تأثیر ضخامت فیلم بر ارتفاع دکمهٔ جوش با تغییر سایر پارامترها نیز بررسی می‌گردد. به‌نظر می‌رسد تأثیر فیلم بر ارتفاع دکمهٔ جوش بستگی به شرایط گوناگون دارد و رفتار خاصی قابل‌مشاهده و یا پیش‌بینی نیست. در برخی موارد افزایش‌های ناگهانی در ارتفاع دکمهٔ جوش دیده می‌شود که عموماً مربوط به حالت لایهٔ فیلم 10 μm است و به‌دلیل رخداد بیرون‌زدگی می‌باشد.

میانگین قطر دکمهٔ جوش به‌دست‌آمده از آزمایش‌ها در تمامی حالت‌ها (۳ سطح برای هر یک از پارامترهای نیرو، جریان و زمان) برای هر یک از سه حالت بدون فیلم، فیلم نازک و فیلم ضخیم در نمودار شکل (۵) ترسیم شده‌است. بیشترین قطر دکمهٔ جوش در هنگام استفاده از نمونه‌های دارای لایهٔ فیلم نازک به‌دست آمده‌است. قطر دکمهٔ جوش در حالت استفاده از نمونه‌های بدون فیلم کمینه است. دلیل این پدیده قطعاً به‌علت افزایش حرارت تولیدشدهٔ ناشی‌از حضور لایهٔ فیلم است که باعث ایجاد مقاومت فیلم می‌شود و درنتیجه مقاومت تماسی و درپی آن مقاومت الکتریکی کل را افزایش می‌دهد. با افزایش مقاومت، حرارت ایجادشده توسط قانون ژول افزایش می‌یابد و منطقهٔ مذاب و درنتیجه قطر دکمهٔ جوش ایجادشده بزرگ‌تر می‌شود؛ اما با افزایش ضخامت لایه به‌دلیل مقاومت بالای فیلم عبور جریان از منطقهٔ تماسی سخت‌تر می‌شود و درنتیجه چگالی جریان عبوری از ناحیهٔ تماسی کاهش می‌یابد و حرارت ایجادشده نسبت‌به حالت لایهٔ نازک کاهش می‌یابد. درواقع باید گفت برای ضخامت لایهٔ فیلم مقدار بهینه‌ای وجود دارد که در آن ضخامت حداکثر حرارت تولید خواهد شد.

تحلیل نتایج نشان می‌دهد که بیشترین بار تحمل‌شده در فرایند کشش در نمونه‌های دارای فیلم، بیشتر از نمونه‌های بدون فیلم است. دلیل این امر افزایش حرارت تولیدشده به‌سبب افزایش مقاومت الکتریکی در حضور فیلم می‌باشد که باعث امتزاج کامل فلز مذاب در ناحیهٔ تماسی بین دو ورق می‌شود. بیشترین ارتفاع دکمهٔ جوش در نمونه‌های دارای فیلم ضخیم مشاهده شده‌است. این پدیده می‌تواند به‌دلیل وقوع بیرون‌زدگی به‌جهت وجود مقاومت بسیار زیاد در هنگام عبور جریان به‌وجود آید. در حالتی که لایهٔ فیلم دارای ضخامت کمی است، حرارت ایجادشده به‌سبب مقاومت فیلم باعث ذوب سریع‌تر فلز می‌شود و اعمال نیرو ارتفاع دکمهٔ جوش را کاهش می‌دهد.

نتیجه‌گیری

پس از ارائهٔ یک مدل جدید برای محاسبهٔ مقاومت الکتریکی تماسی و انجام شبیه‌سازی‌ها، یک Set-up جدید ساخته شد و توسط آن جوش‌های بدون نقص برروی سوپرآلیاژ Hastelloy X ایجاد گردید. نتایج مشخص کرد که افزایش زمان و جریان باعث افزایش قطر دکمهٔ جوش می‌شود و افزایش نیرو قطر دکمهٔ جوش را کاهش می‌دهد. میانگین درصد خطا برای حالت‌های بدون فیلم، فیلم نازک و فیلم ضخیم

به‌ترتیب ۱/۱٪، ۲/۷٪ و ۲/۵٪ می‌باشد که نشان‌دهندهٔ سازگاری مناسب بین نتایج شبیه‌سازی و آزمایش‌ها است. اختلاف‌ها می‌تواند به‌دلیل تفاوت ترکیب فیلم در شبیه‌سازی و آزمایش و همچنین عملکرد غیرقابل پیش‌بینی فیلم و عدم یکنواختی فیلم توزیع‌شده باشد.

بیشترین قطر دکمهٔ جوش در هنگام استفاده از نمونه‌های دارای لایهٔ فیلم نازک به‌دست می‌آید. قطر دکمهٔ جوش در حالت استفاده از نمونه‌های بدون فیلم کمینه است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که برای ضخامت فیلم مقدار بهینه‌ای وجود دارد که در آن حداکثر حرارت تولید خواهد شد. در زمان‌های کم وجود فیلم باعث افزایش استحکام جوش می‌شود؛ اما وجود فیلم در زمان‌های طولانی چندان مطلوب نیست. بیشترین ارتفاع دکمهٔ جوش در نمونه‌های دارای لایهٔ فیلم ضخیم مشاهده شده‌است.

مراجع

1. Kraus, A.D. and Bar-Cohen, A., "*A Thermal Analysis and Control of Electronic Equipment*", McGraw-Hill, New York, (1983).
2. Hamedi, M. and Atashparva, M., "A Rview of Electrical Contact Resistance Modeling in Resistance Spot Welding", *Welding in the World*, Vol. 61(2), pp. 269-290, (2017).
3. Holm, R., "*Electric Contacts, Theory and Application*", Springer-Verlag, Berlin, 4th Edition, (1967).
4. Wagar, H.N., In: "Integrated Device and Connection Technology", Baker, D., et al. (Eds.), *Physical Design of Electronic System*, Vol. 3, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, pp. 439-499, (1971).
5. Greenwood, I.A., "Temperatures in Spot Welding", *British Welding Journal*, Vol. 8(6), pp. 316-322, (1961).
6. Na, S.J. and Park, S.W., "A Theoretical Study on Electrical and Thermal Response in Resistance Spot Welding", *Welding Journal*, pp. 233-241, (1996).
7. Crinon, E. and Evans, J.T., "The Effect of Surface Roughness, Oxide Film Thickness and Interfacial Sliding on the Electrical Contact Resistance of Aluminium", *Materials Science and Engineering A*, Vol. 242, pp. 121-128, (1998).
8. Wei, P.S. and Wu, T.H., "Electrical Contact Resistance Effect on Resistance Spot Welding", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 3316-3324, (2012).
9. Li, M.V., Dong, P. and Kimchi, M., "Modeling of Contact Resistance during Resistance Spot Welding", *Proceedings of the 7th International Conference on Computer Technology in Welding*, pp. 423-434, San Francisco, CA, NIST, (1997).
10. Wan, X., Wang, Y., Zhao, D., Huang, Y. and Yin, Z., "Weld Quality Monitoring Research in Small Scale Resistance Spot Welding by Dynamic Resistance and Neural Network", *Measurement*, Vol. 99, pp. 120-127, (2017).
11. Chang, B.H. and Zhou, Y., "Numerical Study on the Effect of Electrode Force in Small-scale Resistance Spot Welding", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 139, pp. 635-641, (2003).
12. Williams, N.T. and Parker, J.D., "Review of Resistance Spot Welding of Steel sheets. Part 1: Modelling and Control of Weld Nugget Formation", *International Materials Reviews*, Vol. 49(2), pp. 45-75, (2004).

instants. Additionally, the time evolution of phonon and phason fields at certain points of the analyzed domain are presented in the following discussions. Figure 1 shows the distribution of phonon displacement u_x along x direction at several time instants. The propagation of wave fronts in the field of phonon displacement u_x can be tracked in Fig. 1. It means that the phonon displacement wave front propagates with finite speed along x direction.

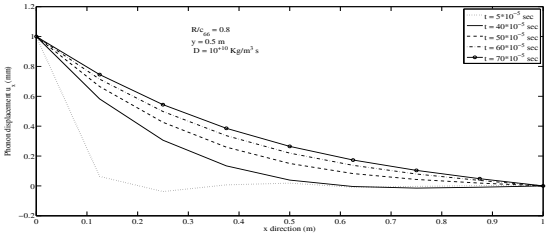


Fig.1. Variations of phonon displacement u_x along x direction at various time instants.

The transient behaviors of phonon and phason displacements can be found in Figs. 2.

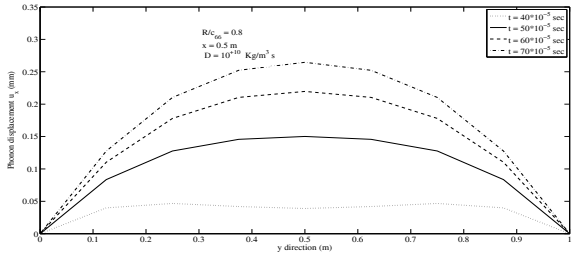


Fig. 2. Variations of phonon displacement u_x along y direction at various time instants.

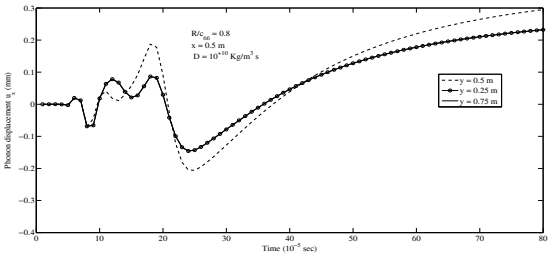


Fig. 3. Temporal variations of phonon displacement u_x at various positions.

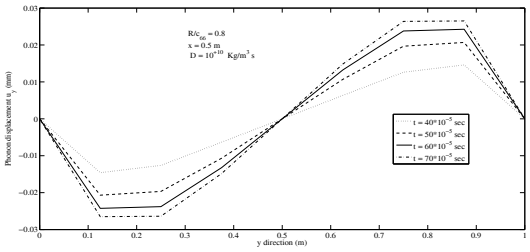


Fig. 4. Variations of phonon displacement u_y along y direction at various time instants.

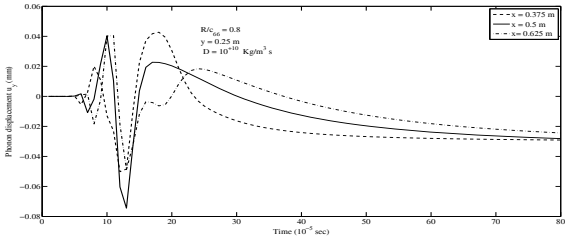


Fig. 5. Temporal variations of phonon displacement u_y at various positions.

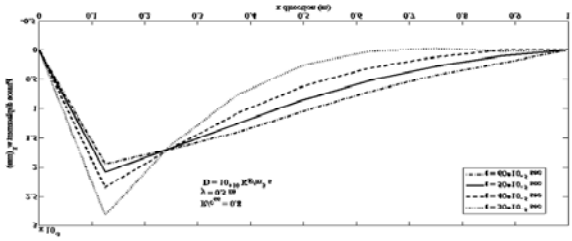


Fig. 6. Variations of phason displacement w_x along x direction at various time instants.

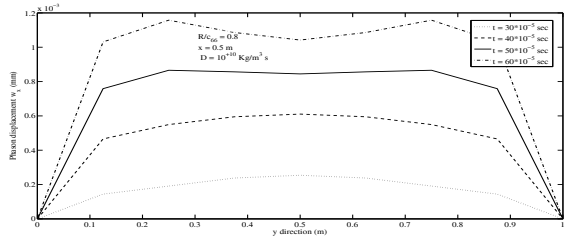


Fig. 7. Variations of phason displacement w_x along y direction at various time instants.

4.Conclusion

The elastodynamic analysis of two-dimensional decagonal Al-Ni-Co quasicrystals is carried out using meshless generalized finite difference (GFD) method in this article. The assumed two dimensional domains are excited by a shock loading applied on one side of the analyzed domain. The GFD method together with the Laplace transform technique with respect to time are employed for numerical solution of the present boundary value problem. To study on the dynamic behaviors of phonon and phason displacements fields, the phonon and phason field variables are transferred to time domain using the Laplace inversion technique based on the Talbot method. The wave propagations in both phonon and phason displacements fields are obtained and discussed in details. The effects of some parameters such as coupling parameter between phonon and phason fields on dynamic behaviors of fields' variables are studied. The wave fronts can be tracked at various times, which means that the wave fronts are propagated with finite speeds. The presented solution method, which is based on the GFD method has a high capability for the dynamic analysis of quasicrystals.

Two-dimensional transient dynamic analysis of decagonal quasicrystals subjected to shock loading using meshless generalized finite difference (GFD) method

S.M. Hosseini[1]

1. Introduction

In 1984, a new kind of crystals was discovered, which is called as quasicrystals. As compared with the usual crystals, the elastic behavior of QCs is different. In this kind of materials, there are two fields which are called phonon and phason fields. In quasicrystals, the phonon and phason fields are influenced on each other in static and dynamic loadings. So, the governing equations are in the coupled forms of PDEs in which the behaviors of both phonon and phason fields are related by a coupling parameter. To simulate the dynamic behaviors of QCs, the general dynamic theory for QCs should be used. To obtain the realistic dynamic behaviors of QCs, there are some theories for description of dynamic behaviors of QCs, which were presented in previous published papers. The elasto-/hydro-dynamic model for wave propagation and diffusion together with their interaction was employed for dynamic initiation of crack growth and crack fast propagation for the double cantilever-beam specimen (DCB) of two-dimensional decagonal Al–Ni–Co quasicrystals. Recently, an elastodynamic model of wave – telegraph type was proposed for the description of dynamic behaviors of QCs. The developed models for dynamic analysis of QCs such as elasto-hydrodynamics and wave type models give us the coupled set of PDEs. To solve the coupled PDEs, there are some analytical and computational (numerical) methods such as meshless methods and mesh based methods.

There is another numerical method based on the meshless approach called the generalized finite difference (GFD) method. The GFD method is a numerical method based on the meshless approach, which has a high capability for solving the coupled governing equations. In this paper, an effective meshless numerical method based on generalized finite difference (GFD) is employed for dynamic analysis of a two dimensional domain made of 2-D decagonal QCs, which is assumed to be under shock loading. The meshless approach is used for approximation of both the phonon and phason displacements and the stress tensors are approximated by using the constitutive relationships and derivatives of approximated displacements. The interaction between phonon and phason fields is studied in the presented dynamic analysis. Also, the effects of some parameters such as coupling parameter and the phason friction coefficient on dynamic behaviors of both phonon and phason fields are obtained for the problem.

[1] Professor, Industrial Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.
sm_hosseini@um.ac.ir

2. Governing Equations

The equations of motion in the theory of compatible elastodynamics of quasicrystals in terms of the momenta and stresses take the form

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho\,\ddot{u}_i \tag{1}$$

$$H_{ij,j} + g_i = D_{ij}\dot{w}_j \tag{2}$$

where f_i , g_i are the phonon body force and the phason body force, respectively, while D_{ij} is the phason coefficient of frictional force (dissipative force) vector. In isotropic case, $D_{ij} = D\delta_{ij}$ and $D > 0$. The generalized Hooke's law in two-dimensional elasticity for quasi-crystals are given as

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} + R_{ijkl}\omega_{kl} \tag{3}$$

$$H_{ij} = R_{klij}\varepsilon_{kl} + K_{ijkl}\omega_{kl} \tag{4}$$

where σ_{ij} and H_{ij} are the phonon and phason stresses, respectively, while the corresponding phonon strains ε_{kl} and phason strains ω_{kl} are defined in terms of gradients of the phonon displacements $u_i(\mathbf{x},t)$ and phason displacements $w_i(\mathbf{x},t)$ as

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}\left[u_{i,j}(\mathbf{x},t) + u_{j,i}(\mathbf{x},t)\right] \tag{5}$$

$$\omega_{ij}(\mathbf{x},t) = w_{i,j}(\mathbf{x},t) \tag{6}$$

It should be noted that ω_{kl} is not symmetric in contrast to ε_{kl}. The tensors of material coefficients and coupling coefficients are given as

$$\begin{aligned} c_{ijkl} &= c_{12}\delta_{ij}\delta_{kl} + c_{66}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \\ c_{66} &= (c_{11} - c_{12})/2 \\ K_{ijkl} &= K_1\delta_{ik}\delta_{jl} + K_2\left(\delta_{ij}\delta_{kl} - \delta_{il}\delta_{jk}\right) \\ R_{ijkl} &= R\left[\left(\delta_{i1}\delta_{j2} + \delta_{i2}\delta_{j1}\right)\varepsilon_{3lk}\right] \\ &\quad + R\left[\left(\delta_{i1}\delta_{j1} - \delta_{i2}\delta_{j2}\right)\delta_{kl}\right] \end{aligned} \tag{7}$$

3. Numerical example and discussions:

To show some numerical results of the problem, a two dimensional domain is assumed with the following mechanical properties of Al-Ni-Co QCs. It is noted that the phonon displacement on one side of the assumed 2D domain is excited as suddenly increasing of phonon displacement (shock loading) to find the dynamic behaviors of both phonon and phason displacement fields. The influences of the variations in the phonon filed on the phason field are studied in this section. The transient behaviors of the phonon displacement based on the applied shock loading on one side of the 2D domain is illustrated by the spatial distributions at several time

conditions is investigated on a NACA0012 airfoil with plunging motion. Surface temperatures of 200, 250, 300, 350 and 400 k are considered. Due to legibility, instantaneous lift coefficient for only surface temperatures of 200, 300 and 400 k is demonstrated in Fig. 4. According to this figure, cooling increases maximum instantaneous lift coefficient slightly while heating decreases this coefficient. As shown in Table 1, by enhancement of temperature to 400 k, maximum lift coefficient reduces almost 7.5%. However, this coefficient is increased about 3.8% by reduction of temperature to 200 k. It should be noted that due to symmetric geometry of airfoil, mean lift coefficient is zero in all conditions. Based on Fig. 4, sinusoidal form of lift coefficient diagram is slightly changed by cooling and heating. Instantaneous drag coefficient is shown in Fig. 5.

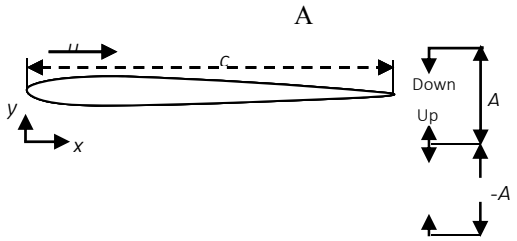


Fig. 1 schematic of plunging motion.

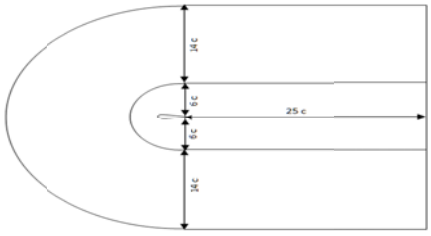


Fig. 2 C-type mesh around airfoil.

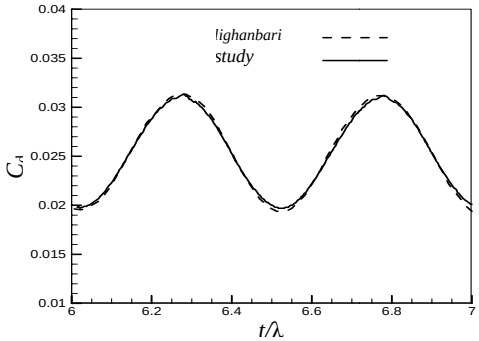


Fig. 3 Validation for drag coefficient of NACA0012 airfoil, $Re = 20000$, $K = 3.93$, $H = 0.0125$, $T_\infty = 300\ K$, $T_S = 350\ K$.

Table1 Maximum lift coefficient for various surface temperatures of NACA0012 airfoil

	$T_s = 200K$	T_s=250K	T_s=300K	T_s=350K	T_s=400K
$C_{l,max}$	1.1286	1.1106	1.0875	1.0569	1.0115

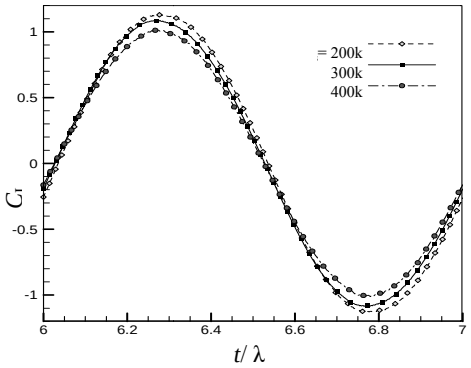


Fig. 4 Lift coefficient for various surface temperature of NACA0012 airfoil, Re = 20000, K = 3.93, H = 0.0125.

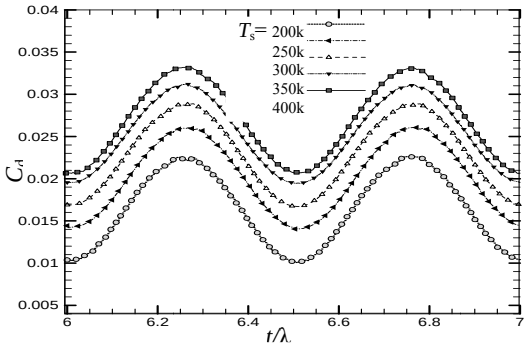


Fig. 5 Drag coefficient for various surface temperature of NACA0012 airfoil, $Re = 20000$, $K = 3.93$, $H = 0.0125$.

4- Conclusion

In this study, impacts of heat transfer on aerodynamic performance of plunging airfoils are analyzed. Hence, the fluid flow is assumed viscous, compressible and unsteady with Re of 20000. Navier-Stokes equations are discretized by FVM and are solved by PIMPLE algorithm. The main findings of the present study can be summarized as follows:

1. For the symmetric airfoil of NACA0012, by 50 k and 100 k reduction of surface temperature than free stream, mean drag coefficient decrease 12.98% and 38.91%, respectively. However this coefficient increases 10.7% and 20.2% by 50 k and 100 k enhancement of surface temperature.
2. In low reduced frequency, vortices pattern is being in drag generation style at all conditions of heat transfer. But by increase in reduced frequency, vortices pattern will be changing in order to produce thrust and drag in cooling and heating conditions, respectively.
3. For the non-symmetric airfoil of NACA4412, heat transfer not only affects the mean and instantaneous drag coefficient but also changes the mean and instantaneous lift coefficient. In addition, in cooling and heating conditions, mean lift to drag ratio increases and decreases 87.8% and 91%, respectively than the condition without heat transfer.

Improvement of Aerodynamic Performance of Oscillating Airfoils with Plunging Motion at Low Reynolds Numbers Using Heat Transfer

A. Samiee[1], M. H. Djavareshkian[2], M. Honarmand[3]

1-Introduction

Due to importance of Micro Aerial Vehicles (MAV), many studies have been done to develop this field of research. Motivation of recent attempts is to improve aerodynamic performances in Low Reynolds Number (LRN) flow. Therefore, many methods including optimization of airfoil shape, blowing and suction are used in these researches to modify these performances. On the other hand, theory of using heat transfer based on viscous boundary layer characteristics can also be utilized to improve the aerodynamic efficiencies. The main objective of this paper is to investigate effects of heat transfer on aerodynamic performance of symmetric and non-symmetric airfoils with plunging motion. Hence, the fluid flow is assumed viscous, compressible and unsteady with Re of 20000. Navier-Stokes equations are discretized by Finite Volume Method (FVM) and are solved by PIMPLE algorithm. Also the influence of heat transfer on vortices pattern of trailing edge and consequently on aerodynamic performance of airfoil is analyzed. Results indicated that cooling surface of NACA4412 airfoil can increase the mean lift to drag ratio up to 87.8% than the condition without heat transfer while heating decreases this ratio to 91%. Also in low reduced frequency, vortices pattern is being in drag generation style at all conditions of heat transfer. However, by increase in reduced frequency, vortices pattern will be changing in order to produce thrust in cooling condition.

2- Numerical Method

Flow properties are not generally constant with temperature alteration. With assumption of an isobar state changing, air density decreases by temperature enhancement while dynamic viscosity and thermal conductivity increase. Moreover, specific heat remains stable and Prandtl number decreases slightly. Evaluation of air physical properties indicates that these properties are changed inherently and should be exerted in computation. Thermal conductivity is obtained by Eucken relation. Dynamic viscosity is evaluated by Sutherland model.

Conservation laws of mass, momentum and energy are governing equations. Derivations of these equations are mentioned by different references. For current research, flow field around airfoil is solved by equations of continuity, compressible Navier-Stokes and energy which are shown as bellow, respectively:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{i}}}(\rho u_{\mathrm{i}}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_{\mathrm{i}}) + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}(\rho u_j u_{\mathrm{i}}) = \frac{\partial \tau_{\mathrm{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_{\mathrm{i}}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}(\rho u_{\mathrm{j}} h) = \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{j}}}\left(\frac{k_T}{C_p}\frac{\partial h}{\partial x_{\mathrm{j}}}\right) + \frac{Dp}{Dt} \tag{3}$$

where $i = 1, 2$ are x and y coordinates, respectively. u_i indicates velocity through i direction. Enthalpy is expressed by $h = e + {}^{p}/_{\rho}$. ${}^{Dp}/_{Dt}$ shows substantial derivative of pressure and computes accomplished work by pressure. Converted kinematic energy to heat by viscous loss is small in comparison with other terms and can be neglected. Flow is assumed Newtonian and fully laminar. Governing equations in vector condition and independent of coordinates can be shown as bellow:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \nabla.\left(\rho\varphi(U - U_{\mathrm{g}})\right) = \nabla.(\Gamma\nabla\varphi) + S_\varphi \tag{4}$$

where φ is variable and can be u, v and h and U_g is mesh velocity. In other words, dynamic mesh is used for changeable geometry. Equation 4 is discretized by FVM and is solved by pressure based algorithm. In the current study, diffusion and convection terms are discretized by second order central and upwind difference, respectively. Also fully implicit method of Euler is used to discretize temporal terms. Temporal integration on diffusion and convection terms can be accomplished by explicit or implicit method. However, due to stability condition, implicit scheme is better than explicit one. In this research, discretized equations are solved by PIMPLE algorithm. As known, this algorithm is combination of SIMPLE and PISO algorithms. SIMPLE algorithm is applied by PIMPLE one as a new outer loop in the PISO algorithm

3- Results and Discussion

Schematic of plunging motion is shown in Fig. 1. C-type mesh is used to model the flow around the airfoil in this paper. General scheme of C-type mesh is shown in Fig. 2. In order to validate performed simulations, results of present research are compared with those of Hinz, Alighanbari. Drag coefficient of present simulations are compared with those of mentioned research in Fig. 3. This figure shows high accuracy of present simulation in comparison with numerical data of Hinz, Alighanbari. At first, influence of heat transfer in cooling and heating

[1] M.Sc., Ferdowsi University of Mashhad.
[2] Corresponding Author: Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad. javareshkian@um.ac.ir
[3] M.Sc., Ferdowsi University of Mashhad.

(E_{nom}=122kW), the maximum value of REUAB was327×10^2(\$/year). Finally the sensitivity analysis of the effect of apply real conditions for prime mover showed, REUAB decreased -0.79%. Furthermore the gas engine nominal power increased 10.7%.

Table 1. Optimum values of decision variables as well as the value of objective function (REUAC) and MRM methods at the optimum point for grid on mode

Optimization procedure enforcing	Without any a constraint of selecting prime mover					
Parameters	MRM_e and REUAB		MRM_h and REUAB		MRM_e and REUAB	MRM_h and REUAB
Nominal	$E_{nom,1}$	$E_{nom,2}$	$E_{nom,1}$	$E_{nom,2}$	E_{nom}	E_{nom}
Gas engine nominal power (kW)	34	87	22	303	122	323
Boiler heating capacity (kW)	463.3		199.2		462.8	203.5
Electrical chiller capacity (kW)	537.5		352/7		537.2	355.7
Absorption chiller capacity (kW)	113.5		298.3		113.8	295.3
REUAC (\$/year)$\times10^2$	94.9		88.1		327.5	318.5

Table 2, Results of sensitivity analysis for change in optimum values of design parameters and objective function (REUAB)

Design Parameters	Change in optimum values
Gas engine nominal power (%)	+10.7
Boiler heating capacity (%)	-11.73
Electrical chiller capacity (%)	-10
Absorption chiller capacity (%)	+9.6
REUAB (%)	-0.79

Optimization of Combined Cooling Heating and Power System (CCHP) by a Novel Hybrid Method

M.M. Ghafurian[1] H. Niazmand[2]

1- Introduction

Combined cooling, heating and power (CCHP) systems (also called trigeneration systems) are a combination of combined heating and power (CHP) systems with absorption or electrical chillers. Combined heating and power (CHP) systems are highly efficient and produce power and heat by utilizing a single source of energy. This system prevents losses of distribution and transmission in global network, decrease fuel consumption, increasing competition in power generation and reducing air pollution. The numerous studies have been done on CCHP showing no complete modeling and optimization by two methods of REUAC and MRM has been not performed so far. In the present study, a novel method that considers energy, economy and emission aspects of the project is presented for sizing and selection of the trigeneration system. The relative equivalent uniform annual benefit method (REUAB), MRM methods are used as for optimum sizing of the system. The results of sizing are presented for grid on mode. Finally, sensitivity analysis is performed to examine the effects of 10 % increase in electricity and fuel costs on the objective functions and optimum values of design parameters.

2- Methodology

The present case study is a hotel building in Tehran, Iran.

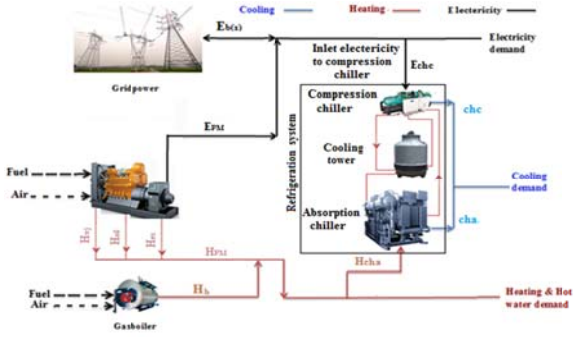


Fig. 1 The schematic of CCHP system with inter-connection to the grid.

The hotel contained 24 suits with the area of about 90 m^2. Figure1 shows the CCHP system with inter-connection to the grid.

In this research, the maximum rectangle method (heating MRM_h and electric MRM_e) and relative equivalent uniform annual benefit method (REUAB), is introduced to determinate the capacity of prime mover and other equipment of CCHP system. In fact, REUAB of all costs of traditional power system ($EUAB_{trad}$) and CCHP system ($EUAB_{CCHP}$) are found by the following equation:

$$REUAC = EUAB_{trad} - EUAB_{CCHP} \quad (1)$$

In this method, REUAC function is determined based on annual benefit, required annual load of building, driven capacity, element load, boiler and chiller capacity. The MRM is determined the limitation of prime mover nominal capacity for optimization because the equipment's nominal capacity are not from the maximum range of energy demands.

$$\begin{cases} \text{Max}\{REUAB\} = (n_j \times E_{nom})^{opt} \\ \text{Min}\{E_{MRM_i}\} < n_j \times E_{nom} < \text{Max}\{E_{MRM_i}\} \end{cases} \quad (2)$$

3- Results

Table 1 shows the optimum values of decision variables as well as the value of objective function (*REUAC*) at the optimum point for grid on modes and Table 2 shows the results of the optimization by applying the real conditions for prime mover on the objective functions and optimum values of design parameters. It was observed that REUAB for MRM_e &REUAB mode was higher than MRM_h & REUAB mode in the same constraint of selecting prime mover. Furthermore, if optimization procedure is not performed by applying real conditions for the prime mover, the optimum values of design parameters and objective function will be unreliable.

4-Conclusion

New approach was introduced for estimating capacity of combined cooling, heating and power system for grid on operating mode. The decision variables include cooling capacities of absorption and compression chillers, nominal capacity of prime mover, its part load and boiler heating capacity. single- objective optimization Genetic Algorithm are used for obtaining the final optimum point considering energy, economy and emission aspects with the help of REUAB and MRM methods. Results for our case study showed that by selecting one optimum selected gas engine

[1] Ph.D. student, Ferdowsi University of Mashhad.
[2] Corresponding Author: Professor, Ferdowsi University of Mashhad. niazmand@um.ac.ir

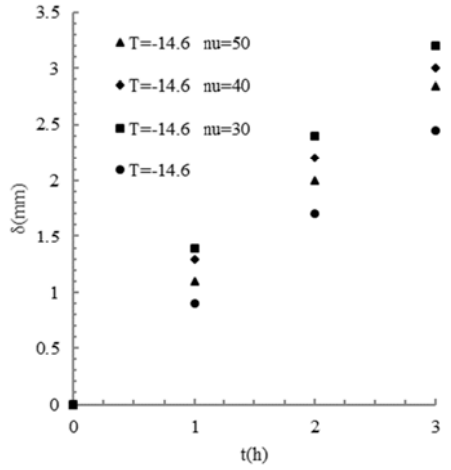


Fig. 4. Frost thickness in front of steel cylinder for different wall roughness.

Fig. 5 shows frost thickness for different wall roughness and thermal conductivity coefficient. Further increasing the wall roughness, the frost thickness increases and increasing the thermal conductivity coefficient of rough surface, raises the frost thickness too.

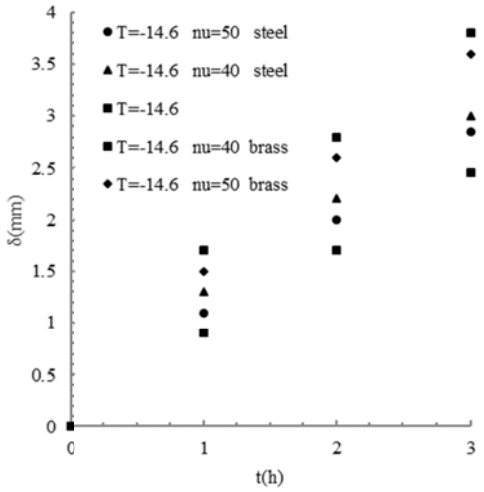


Fig. 5. Frost thickness in front of cylinder for different wall roughness and thermal conductivity coefficient.

4. Conclusion

In this study the wall roughness effect on frost formation over a cylinder frost on horizontal cylinder in force convection conditions was investigated experimentally. The effects of cold surface temperature, the number of meshes and different material on frost thickness were studied. The obtained results show:

- As wall roughness increases, frost thickness increases too.
- As the thermal conductivity coefficient of wall increases, the frost thickness also increases.
- In front of cylinder, the frost thickness is minimum and at the behind of cylinder it is maximum.

Experimental Study of Wall Roughness Effect on Frost Formation over a Cylinder

B. Behroozi[1], H. Basirat Tabrizi[2], E. Damangir[3]

1. Introduction

Frost formation is a common phenomenon in the industrial and household heat exchangers. The frost develops when a humid air comes into contact with a cooler surface then to its freezing point. This phenomenon improves the performance of heat exchangers due to the increase of surface of the heat transfer at the start of process. But with the lapse of time, the frost acts as insulation causing a drop in heat transfer and performance of the system. Frost action is a fundamental problem contributing to the instability of infrastructure embankments in regions of seasonal ground freezing, and often results in railway and highway engineering difficulties.

In this study, wall roughness effect on frost formation over a cylinder is investigated.

2. Experimental setup

Figures 1 and 2 illustrate the system designed in this experiment. It consists of a test section, a channel with a large cross section, a diffuser, a turn, and a channel with small cross section connecting to air chamber that includes: fan, heater, and humidifier.

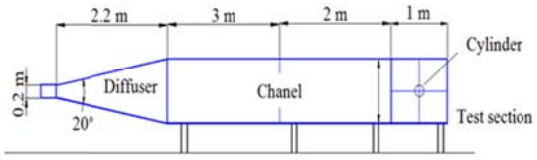


Fig. 1. Side view of the wind tunnel apparatus

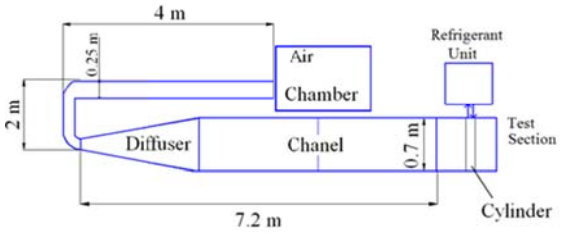


Fig. 2. Plan view of the wind tunnel apparatus.

Cooling system includes a ¾ hp compressor functioning with R502 coolant. Evaporator is a cylinder which measures 16 cm in outer diameter. The outer cylinder is Aluminum of thin plate which measures 0.2 mm in thickness and covers the evaporator channel. The evaporator channel is a 35 m copper tube that was coiled and fitted around a hollow aluminum cylinder. The inner surface of the hollow cylinder is fully insulated by yonolit.

3. Results and Discussion

Fig. 3 shows the frost thickness in front of steel cylinder for n=50. According to Fig. 3, as cylinder temperature decreases, frost thickness increaseses because mass and temperature potential increases.

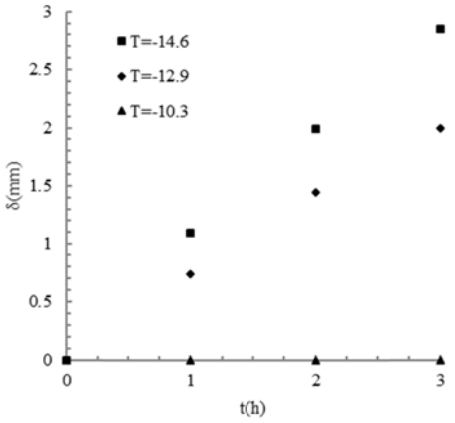


Fig. 3. Frost thickness in front of steel cylinder for n=50.

According to Fig. 4, as wall roughness increases, frost thickness increases.

[1] Corresponding Author: [1]Ph.D. Student of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran Email: bbehroozi@mail.kntu.ac.ir
[2] Professor of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
[3] Assistant Professor of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

transport (COT) with the constraint of zeroing state vector error between two successive steps. Vector of optimization parameters includes initial condition of single support phase and discretized values of torques of motors during gait. Fitness function of the numerical optimization is assumes as the sum of energy expenditure function and penalty functions of constraints. Value of this function undergoes a descendent trend and converges to an optimal value after successive stages of optimization each having almost 100 iterations. Torques of the motors and stick diagram of the resulted optimal gaits have been shown in figures 2 to 5.

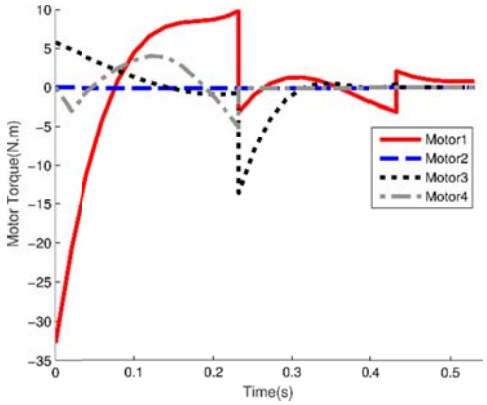


Fig. 2. Optimal motor torques of the telescopic springy leg robot.

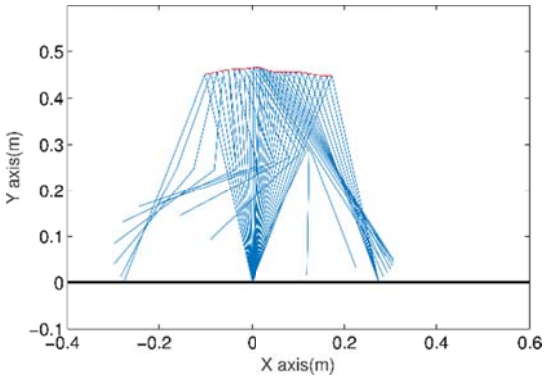


Fig. 3. Stick diagram of the optimal gait of the telescopic springy leg robot.

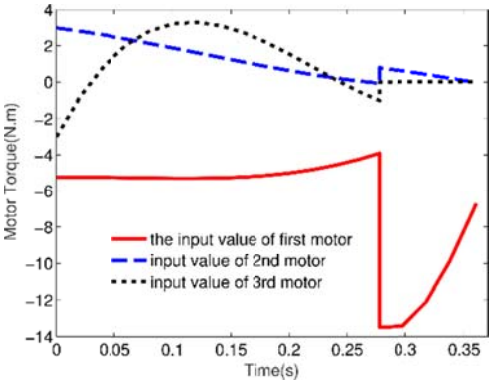


Fig. 4. Optimal motor torques of the kneed compass gait robot.

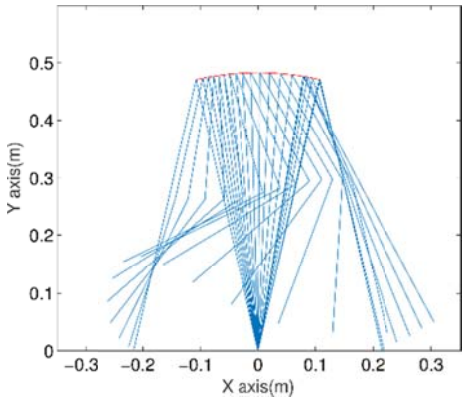


Fig. 5. Stick diagram of the optimal gait of the kneed compass gait robot.

5- Conclusion

In this research, two practical biped mechanisms based on well-known theoretical models (SLIP and compass gait) were considered for a real robot and optimal walking gaits compatible with real condition were planned for them. However, the kneed telescopic springy biped model can reduce energy expenditure of the motors in running gaits, unexpectedly had a bit lower efficiency than the model without springs. This is because springs generating disorder in motion and wasting motors energy increase cost of transport. Furthermore, considering knee for swing leg and its flexion and deflexion in real condition increases COT. In the other model, however, the kneed compass gait model, existence of the knee for swing leg increases its COT relative to the theoretical compass gait model modeled by the other researchers.

Dynamic Modeling and Optimal Walking Gait Planning of a Real Biped Robot Based on SLIP and Compass gait Models

B. Dadashzadeh[1], S.A. Mostafavi[2],
A. Allahverdizadeh[3]

1- Introduction

Biped robots with point feet demonstrate faster gaits and more natural dynamics while their gait planning is very difficult due to their underactuation. This research focuses on modelling, optimization and gait generation of two different real biped models including a telescopic springy biped model and compass gait biped with kneed swing leg. The main difference of these models with their corresponding theoretical models is that to give realization to the gait of these models the knee of their swing leg bends, clears the ground and straightens before touch-down. It increases degree of freedom and divides single support phase to two sub-phases. The main contribution of this research is to present real and practically implementable models for spring loaded inverted pendulum (SLIP) and compass gait theoretical models to compare their efficiency. To do so, the robot TARMER (fabricated in the University of Tabriz) is used for dynamic modeling and planning optimal gaits.

2- The robot model with telescopic springy leg

Walking dynamics of the telescopic springy biped model (Fig. 1) is based on SLIP model. The model has point feet, its torso angle is constrained and the robot moves in sagittal plane. Walking gait of this model includes single support sub-phases, touch-down event and double support phase that are modeled using Lagrange equations. Dynamic model of each continuous-time phase is derived as

$$[D(q)]_{n\times n}[\ddot{q}]_{n\times 1}+[C(q,\dot{q})]_{n\times 1}=[B]_{n\times m}[u]_{m\times 1} \qquad (1)$$

in which, n is degree of freedom (DOF) and m is the number of control inputs.

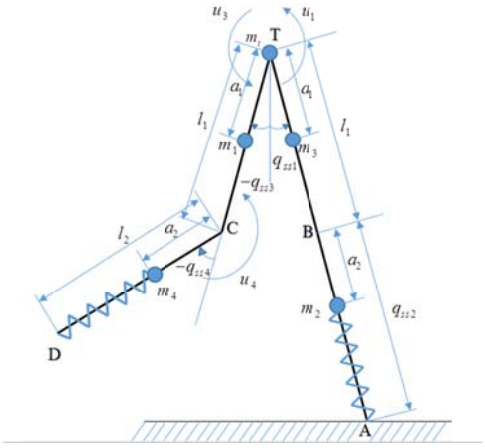


Fig. 1. Single support phase of telescopic springy leg robot with kneed swing leg.

In single support sub-phase with kneed swing leg $n=4$ and $m=3$, and the vector of control inputs including motors torques is $\boldsymbol{u}=[u_1,u_3,u_4]^T$. The dynamic equations of the successive phases are combined together to make dynamic model of a walking gait. In single support sub-phase with straightened swing leg, the swing knee is locked and robot has 3 DOF with two control inputs as $\boldsymbol{u}=[u_1,u_3]^{\boldsymbol{T}}$ and in the dynamic equations $n=3$ and $m=2$.

In double support phase, both the feet are pined to the ground, the robot has 2 DOF and there is only one motor torque between legs. So in its dynamic model $n=2$ and $m=1$. Also touch-down model is derived using Lagrange impulse equation and two constraint equations of post touch-down velocities.

3- The robot model with kneed compass leg

This model is similar to the previous model but its links are rigid without springs and its gait is based on compass gait model. The only difference is its kneed swing leg to clear the ground and straightened again before touch-down to be compatible with real condition. In single support sub-phase with kneed swing leg $n=3$ and $m=3$, and in single support sub-phase with straightened swing leg $n=2$ and $m=2$. Double support phase of this model takes place instantaneously within touch-down event.

4- Optimal walking gait planning

Optimal walking gait is derived by minimizing mechanical energy expenditure function named cost of

[1] Corresponding Author: Assistant Professor, Department of Mechatronics Engineering, School of Engineering-Emerging Technologies, University of Tabriz, Tabriz, Iran , b.dadashzadeh@tabrizu.ac.ir
[2] MSc Graduate, Department of Mechatronics Engineering, School of Engineering-Emerging Technologies, University of Tabriz, Tabriz, Iran.
[3] Assistant Professor, Department of Mechatronics Engineering, School of Engineering-Emerging Technologies, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

The solution of the differential equation (5) using the initial condition (9) is as follows:

$$\mathbf{X}_{n+1} = \exp(\mathbb{A}.\Delta t)\,\mathbf{X}_n \tag{10}$$

In solving problems through the proposed algorithm, the material status should be checked. In each step of the analysis, if the material becomes plastic, the step is commonly divided into two parts, i.e. fully-elastic and elasto-plastic parts. In the algorithm, this division is done using the parameter $0 \le \alpha \le 1$; α is applied for the elastic part and $(1-\alpha)$ for the elasto-plastic part.

5- Numerical Tests

In this paper, firstly, the verification of Quarter-step exponential map method is checked. After that, the accuracy of the proposed method and its convergence rate to the accurate response are investigated. The results are presented in different figures and tables.

In order to verify the Quarter-step exponential map method presented, two specified strain histories are considered. Subsequently, the relative stresses are updated for two different materials. Stresses are updated with very fine time step ($\Delta t = 1 \times 10^{-5}$sec) using the proposed method and the explicit exponential map technique. If the results obtained from the mentioned methods are equal, the validity of the proposed method is concluded.

In addition, a boundary value problem (rectangular plate under tension loading) is solved by the proposed algorithm. The obtained results are compared with the results from the FEAP software. The FEAP is a finite-element software based on Backward-Euler method. In the results presented, the validity of the Quarter-step method is observed clearly.

In order to assess the accuracy of the Quarter-step method, the stresses are computed for the aforementioned strain histories and materials. The stress relative error is calculated using the following relation:

$$E_n^{\sigma} = \frac{\|\sigma_n - \bar{\sigma}_n\|}{\|\bar{\sigma}_n\|} \tag{11}$$

where, $\bar{\sigma}_n$ is the accurate stress vector and σ_n is the updated stress vector at time $t{=}t_n$. The accuracy of the outcomes achieved from conventional semi-implicit method is more than those from the Quarter-step method. Moreover, the convergence rate to the accurate response is calculated using the average of the relative errors through whole path and is compared with the conventional semi-implicit method. The average is calculated as follows:

$$E_T^{\sigma} = \frac{1}{N}\sum \frac{\|\sigma_n - \bar{\sigma}_n\|}{\|\bar{\sigma}_n\|} \tag{12}$$

The tables presented in the paper indicate that the convergence rate of the Quarter-step method to the accurate response is first order while the convergence rate of the middle-step method is second order.

6- Conclusion

In this paper, an integration algorithm, called Quarter-step exponential map, is presented for von-Mises plasticity with linear isotropic and kinematic hardening. The main target of the present work is to investigate the semi-implicit exponential map method. The framework of the method is constructed so that the variables are taken from the first quarter of the plasticity step. Based on the results obtained from the numerical tests, the following can be concluded:

In the semi-implicit exponential map technique, in which the variables are picked up from the middle of the plasticity step, the accuracy is more than the state in which the variables are chosen at the first quarter of plasticity step. In addition, the convergence rate to the accurate response in the former is second order whereas the latter displays a first-order rate.

The accuracy of integration methods for the plasticity equations is significant. If the accuracy of the method increases, one can use larger time steps for the analysis. Moreover, the achievement of the required accuracy of a problem and reduction of the analysis time occur simultaneously.

Verification of Quarter-step Exponential Map Method for Integration of Von-Mises Plasticity

N. Haji Aghajanpour[1], M. Sharifian[2], M. Sharifian[3]

1- Introduction

Updating stress in a nonlinear finite element analysis is the most important part as the precision of the stress-updating algorithm greatly affects the accuracy of the final solutions; the most important part of the analysis is the stress-updating. There are two key factors that have an impact on the efficiency evaluation; i.e. the accuracy and time. Based on this point, the investigation of the accuracy of the integration methods becomes important. The methods used for integrating plasticity differential equations can be divided into three-major groups including explicit, implicit and accurate methods. It should be noted that, exponential map methods which are in the explicit group, the integration operates in an augmented stress space.

Due to lots of calculations in the nonlinear analysis, choosing the more accurate method can reduce the analysis time dramatically. It means one can reach the intended accuracy in less time.

The exponential map methods are more accurate than the other methods mentioned above. In addition, most of them are compatible with the yield surface. It is worth saying, the explicit nature of the exponential map methods causes the high efficiency of them. Due to the aforementioned features of the exponential map methods, the writers of this paper were persuaded to conduct this research.

As mentioned before, the accuracy of integration methods greatly influences their efficiency. Moreover, in the semi-implicit exponential map methods, the common approach is to pick up the variables from the middle of the plasticity step. In this study, the purpose is to evaluate the effects of choosing the variables at the first quarter of the plasticity step on the accuracy and the convergence rate to the accurate response. In order to reach this target, a von-Mises plasticity is taken into account with linear isotropic and kinematic hardening. The relationships of the exponential map method are constructed so that one can pick up the variables from the first quarter of the plasticity step. Finally, a number of numerical tests are performed to determine the accuracy and compare the methods.

[1] Department of Civil Eng., Quchan University of Technology, Quchan, Iran
[2] Corresponding Author: Department of Civil Eng., Quchan University of Technology, Quchan, Iran.
m.sharifian@qiet.ac.ir
[3] Department of Civil Eng., Quchan University of Technology, Quchan, Iran

2- Basic model

A von-Mises plasticity model with linear isotropic and kinematic hardening in small strain realm is considered. The most important equations related to this model are as follows:

$$F = \|\boldsymbol{\Sigma}\| - R = 0 \tag{1}$$
$$R = R_0 + H_{\text{iso}}\gamma \tag{2}$$
$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = H_{\text{kin}}\dot{\mathbf{e}}^{\text{p}} \tag{3}$$
$$\dot{\gamma} \geq 0 \ , \ F \leq 0 \ , \ \dot{\gamma}F = 0 \tag{4}$$

The above relations indicate the von-Mises yield surface, the isotropic linear hardening rule, the Prager's kinematic hardening rule and the Kuhn-Tucker loading-unloading conditions, respectively.

3- Augmented differential equations system

The constitutive equations related to the von-Mises plasticity model with linear mixed hardening can be converted into the following nonlinear differential equation system using the definition of non-dimensional shifted stress vector ($\bar{\boldsymbol{\Sigma}}$) and the integration factor X^0 as a function of γ:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbb{A}\mathbf{X} \tag{5}$$

where, $\mathbf{X}$ is the augmented stress vector with the dimension $n+1$:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} X^0\bar{\boldsymbol{\Sigma}} \\ X^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}^{\boldsymbol{s}} \\ X^0 \end{Bmatrix} \tag{6}$$

The $\mathbb{A}$ matrix for each elastic and plastic part has different definitions:

$$\mathbb{A}_{\mathbf{e}} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\mathbf{e}}_{9\times1} \\ \mathbf{0}_{1\times9} & 0 \end{bmatrix}_{10\times10} \tag{7}$$
$$\mathbb{A}_{\mathbf{p}} = \frac{2G}{R}\begin{bmatrix} \mathbb{O}_{9\times9} & \dot{\mathbf{e}}_{9\times1} \\ \dot{\mathbf{e}}^{T}{}_{1\times9} & 0 \end{bmatrix}_{10\times10} \tag{8}$$

4- Numerical algorithm for stress updating

In stress updating process, the variable values at time $t = t_n$ $(\gamma_n, \boldsymbol{\alpha}_n, \mathbf{e}_n, \mathbf{s}_n)$ and the strain vector at time $t = t_{n+1}$ $(\mathbf{e}_{n+1})$ are known. The proposed algorithm should solve the plasticity equations and update the stress and other variables at time $t = t_{n+1}$. Conventionally, the strain rate is considered constant ($\dot{\mathbf{e}} = \text{cte}$) in the selected strain paths for the accuracy investigations.

The following initial condition is used to obtain the solution of the differential equation (5):

$$\mathbf{X}(0) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_0^{\text{s}} \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\boldsymbol{\Sigma}_0}{R_0} \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{9}$$

aerodynamic forces reduced the jets length. It is well shown that elliptical and rectangular jets are affected by surrounding air sooner than the circular jets. This is due to larger perimeter of the non-circular jets.

At higher jet velocities, where jets are in the second wind-induced regime, the length of the circular jet is much shorter than other jets. However, the comparison between elliptical and rectangular jets reveal that the different between them is negligible as they both are governed by the presence of axis-switching phenomenon.

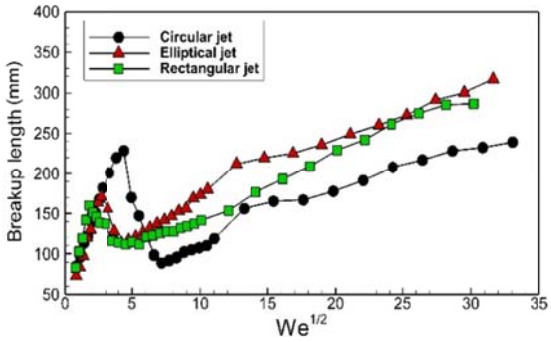


Fig. 2. Breakup length of rectangular, elliptical and circular jets.

For every elongated nozzle such as rectangles or ellipses, there is a minimum *We* at which liquid jet begins to display interfacial oscillations that are known as axis-switching. Prior to this minimum, *We* the liquid jet transforms into a circular column due to the work of capillary forces. The characteristics of axis-switching phenomenon which are wavelength and wave amplitude have been investigated for both of the rectangular and the elliptical jets. The variation of the axis-switching wavelength with square root of Weber number is illustrated in Fig. 3. This figure demonstrates that the axis-switching wavelength grows linearly for both rectangular and elliptical jets. It is seen that the wavelength of both jets are nearly the same.

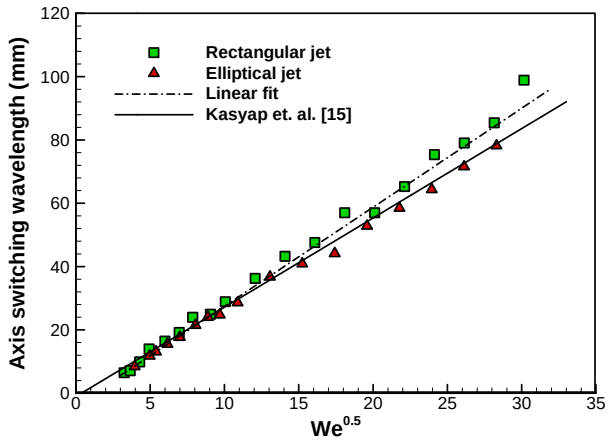


Fig. 3. Variation of axis-switching wavelength.

The measurements of axis-switching amplitude were performed for both elliptical and rectangular jets for a wide range of velocities. The variation of D_{max} with the square root of Weber number is shown in Fig. 4. According to this figure, two distinguish behaviors can be observed for the axis-switching amplitude. At the first stage, the amplitude of rectangular jets increases monotonically with $\sqrt{We}$. This stage is in coincidence with the strengthening of jet lateral inertia that happens due to the increase of jet velocity. After reaching a maximum point, the slope of D_{max} begins to decrease gradually.

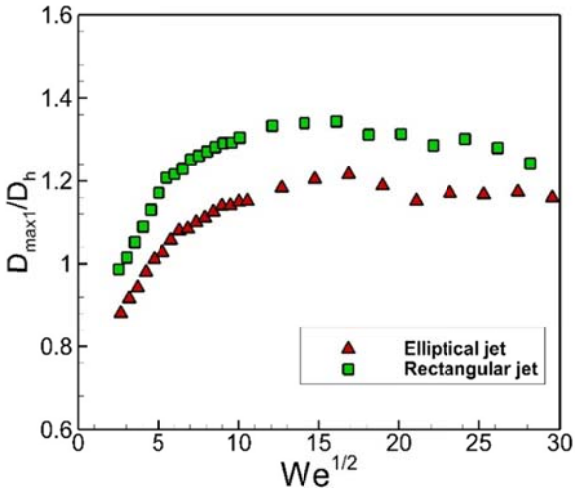


Fig. 4. Variation of axis-switching amplitude.

4- Conclusion

In this study, the flow characteristics of rectangular, elliptical and circular jets were experimentally investigated. Using shadowgraphy technique and high speed photography, the jets flow was captured at different flow conditions. Different parameters of the liquid flows were obtained and compared between different geometries. It was revealed that at high jet velocities the mean breakup length of elliptical and rectangular jets is nearly equal and longer than the circular jet. It was also shown that the non-circular jets enter the first wind-induced and second wind-induced regimes at lower velocities in comparison with circular jet. The variation of axis-switching wavelength were measured for both elliptical and rectangular jets and it was figured out that wavelength increases linearly with jet velocity. Further, the different between the wavelengths of elliptical and rectangular jets was negligible at lower velocities, while their difference increased at higher velocities. Based on this results, a semi-empirical relation was developed for describing the axis-switching wavelength of non-circular liquid jets.

Experimental Investigation of Breakup Characteristics of Elliptical, Rectangular and Circular Water Jets

A. Jaberi[1], M. Tadjfar[2], A. Sheidani[3]

1- Introduction

The injection of a liquid jet into quiescent air is a fundamental flow phenomenon that is relevant to many applications in everyday life. These applications range from agricultural irrigation systems, medical inhalers, firefighting, paint sprays and printers to name a few. Numerous theoretical and experimental studies have been performed to investigate the flow physics associated with the injection of a liquid jet into a stagnant gaseous medium. Different factors can affect the injection of a liquid jet however the geometry of nozzle is one of the most important ones that highly change the physics of the liquid jet injected into stagnant air.

Many investigations focused on the circular jets, however recently a great attention has been paid to non-circular jets as they can bring in new characteristics to the liquid jet flow. Indeed, non-circular liquid jets have a potential to be used as passive flow controllers in different industrial applications. Elliptical jets have been studied more than any other geometry. Several studies have revealed the formation of axis-switching phenomenon which the alteration of major and minor axes of the jets. The length characteristics of this phenomenon including wavelength and amplitude were reported in details. Moreover, it has been shown that rectangular jet manifests similar behavior, though in contrast to elliptical jets the quantitative results are scarce. In this study, we deal with the shape of nozzle by using a rectangular and elliptical nozzle in order to draw a comparison between the flow characteristics of both jets. Furthermore, a circular jet with equal cross sectional area is also implemented to be used as the reference geometry. The main flow characteristics of the jets flows including breakup length and axis-switching wavelength and amplitude are obtained and compared.

2- Experimental Setup

The experimental setup used in this investigation was the conventional setup widely employed in the experiments of liquid injection. A liquid storage tank was pressurized by a compressed nitrogen capsule. The liquid tank was fed with tap water before performing tests and a baffle avoided undesirable interactions between high pressure gas and resting liquid. In the whole experiments, steady liquid flow was produced with a constant pressure difference of 4 bar between the ambient air and liquid tank. The liquid volumetric flow rate was controlled and measured via rotameter-type flowmeters. Shadowgraph technique along with a high speed camera were employed for the purpose of flow visualization. Moreover, the flow rate of water was varied from 2 to 120 liters per hour that is correspondent to Weber numbers ranging from 0.5 to approximately 1100. Three injectors were manufactured from stainless steel with Electro Discharge Machining (EDM) technique that is known to provide the best quality among other methods. The schematic of the nozzle assembly and photos of the constructed geometries are provided in Fig. 1.

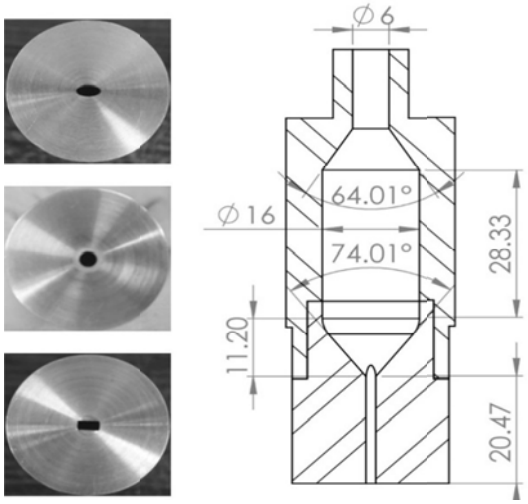


Fig. 1. Details of the injectors geometry.

3- Results and Discussion

The breakup characteristics of a liquid jet discharged into quiescent air vary in accordance with several factors. Variation of these factors determines the dominance of main governing forces of the liquid jet dynamics which are capillarity, aerodynamics and inertia forces. This diagram which is known as stability curve clearly distinguish between different regimes of jet breakup. Based on stability curve, jet breakup regimes are divided into three groups including Rayleigh regime, first wind-induced regime and second wind-induced regime. The breakup length of rectangular, elliptical and circular jets at the Weber numbers corresponding to the Rayleigh, first wind-induced and second wind-induced regimes is illustrated against the squared root of Weber number in Fig. 2. As seen, in low Weber numbers corresponding to Rayleigh regime, the breakup length of all jets increase linearly with Weber numbers until reaching a maximum. After that, the jets enter the first wind-induced regime at which the

[1] Corresponding Author: PhD. Student, Amirkabir University of Technology. ajaberi@aut.ac.ir
[2] Associate Professor, Amirkabir University of Technology.
[3] M.Sc., Amirkabir University of Technology.

CONTENTS

Experimental Investigation of Breakup Characteristics of Elliptical, Rectangular and Circular Water Jets	A .Jaberi M. Tadjfar A. Sheidani	1
Verification of Quarter-step Exponential Map Method for Integration of Von-Mises Plasticity	N. Haji Aghajanpour M. Sharifian M. Sharifian	17
Dynamic Modeling and Optimal Walking Gait Planning of a Real Biped Robot Based on SLIP and Compass Gait Models	B. Dadashzadeh S.A. Mostafavi A. Allahverdizadeh	31
Experimental Study of Wall Roughness Effects on the Frost Formation over a Cylinder	B. Behroozi H. Basirat Tabrizi E. Damangir	51
Optimization of Combined Cooling Heating and Power System (CCHP) by a Novel Hybrid Method	M.M. Ghafurian H. Niazmand	61
Improvement of Aerodynamic Performance of Oscillating Airfoils with Plunging Motion at Low Reynolds Numbers Using Heat Transfer	A. Samiee M.H. Djavareshkian M. Honarmand	79
Two-dimensional Transient Dynamic Analysis of Decagonal Quasicrystals subjected to Shock Loading Using Meshless Generalized Finite Difference (GFD) Method	S.M .Hosseini	97
Damage Identification of Cylindrical Shells Based on Mode Shapes Curvature (Research Note)	N. Jafarzadeh Aghdam M. Zehsaz M. Sadeghi	119
Investigating the Effect of Film in SSRSW of Hastelloy X Superalloy (Research Note)	M. Atashparva M. Hamedi	129

JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. Mehran Kadkhodayan
General Director: Dr. Hamid Niazmand
Concessionaire: Ferdowsi University of Mashhad

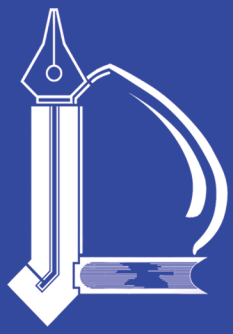
Editorial Board:

Dr. Akbar Afaghi Khatibi	Associate Professor	RMIT University, Australia
Dr. Kazem Abhary	Associate Professor	University of South Australia, Australia
Dr. Aliakbar Akbarzadeh	Professor	RMIT University, Australia
Dr. Masoud Boroomand	Associate Professor	Amirkabir University of Technology
Dr. S.Mohammad Reza Khalili	Professor	K.N. Toosi University of Technology
Dr. Ehsan Roohi	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mahmoud Shariati	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Ebrahim Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
Dr. Masoud Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Mehran Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Moeenfard	Associate Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Behdad Moghtaderi	Professor	University of Newcastle, Australia
Dr. Mohammad Reza Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
Dr. Hamid Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. M.H. Abolbashari and E. Dehghan
Typesetting: F. Aliakbari
Administrative Director: T. Hooshmand

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN
Tel: +98 51 38806024 Fax: +98 51 38763301
Email: ejour@um.ac.ir Web site: http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir
Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO

ISSN 2008 - 918X



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

IExperimental Investigation of Breakup Characteristics of Elliptical, Rectangular and Circular Water Jets 1
A. Jaberi- M. Tadjfar- A. Sheidani

Verification of Quarter-step Exponential Map Method for Integration of Von-Mises Plasticity 17
N. Haji Aghajanpour -M. Sharifian- M. Sharifian

Dynamic Modeling and Optimal Walking Gait Planning of a Real Biped Robot Based on SLIP and Compass Gait Models 31
B. Dadashzadeh -S.A. Mostafavi- A. Allahverdizadeh

Experimental Study of Wall Roughness Effects on the Frost Formation over a Cylinder 51
B. Behroozi- H. Basirat Tabrizi -E. Damangir

Optimization of Combined Cooling Heating and Power System (CCHP) by a Novel Hybrid Method 61
M.M. Ghafurian- H. Niazmand

Improvement of Aerodynamic Performance of Oscillating Airfoils with Plunging Motion at Low Reynolds Numbers Using Heat Transfer 79
A. Samiee -M.H. Djavareshkian- M. Honarmand

Two-dimensional Transient Dynamic Analysis of Decagonal Quasicrystals subjected to Shock Loading Using Meshless Generalized Finite Difference (GFD) Method 97
S.M. Hosseini

Damage Identification of Cylindrical Shells Based on Mode Shapes Curvature (Research Note) 119
N. Jafarzadeh Aghdam -M. Zehsaz- M. Sadeghi

Investigating the Effect of Film in SSRSW of Hastelloy X Superalloy (Research Note) 129
M. Atashparva -M. Hamedi

Serial No. 19

Vol. 30, No.1,
Autumn & Winter, 2019