

ISSN 2008 - 918X



نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

(علمی - پژوهشی)

شماره پیاپی ۱۷

سال ۲۹، شماره ۱

پاییز و زمستان، ۱۳۹۶

- ۱ بهبود کیفیت اپتیک ورق پلی متیل متاکریلات به کمک روش
شکل دهی با لاستیک
مجید رضایی - کورش حسن پور
- ۱۷ شبیه سازی عددی تأثیر نوسان جت بر خوردی سینوسی بر انتقال
حرارت از سطح مقعر استوانه ای
علی حاجی محمدی - مهران رجی زرگرآبادی
- ۳۱ بررسی اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپ بر روی دینامیک و ارتعاشات
یک جفت چرخ دنده دو مارپیچ سرعت بالا
محمد کریمی خوزانی - مهرداد پورسینا - علی پورکمالی انارکی
- ۴۹ طراحی و بررسی عددی جریان سنج جرمی حرارتی لوله موین
به عنوان کنتور گاز خانگی
سامان پرویزی - محمود فرزانه گرد - مجید هاشمیان - مهرباب عقیلی بهرامی
- ۶۳ مطالعه تولید آنتروپی و ارزیابی خواص آماری انتقال حرارت در
جریان مغشوش
فرهاد وحیدی نیا - محدثه میری - بهروز کشته گر
- ۸۱ اثر موقعیت آب بندی بر ارتفاع بالچ در هیدروفرمینگ لوله های
آلومینیومی
محمد مهدی کسائی - جواد شهبازی کرمی - بهنام عباس زاده
سیدجلال هاشمی - حسن مسلمی نائینی
- ۹۷ حل معادلات ضربه قوچ یک بعدی و دوبعدی با استفاده از شار موج
تغییر یافته و مدل آشفته بالدوین-لوماکس
حسین مهدیزاده
- ۱۱۱ تحلیل دوبعدی انتقال حرارت مزدوج پایا و آرام در یک محفظه
مربعی شکل حاوی بلوک متخلخل (یادداشت پژوهشی)
محسن نظری - هادی گریوانی - صادق تفکر
- ۱۲۳ طراحی اجکتور با کاربرد در صنعت بافت فرش (یادداشت پژوهشی)
مسعود حاجیان - اسماعیل لکزیان - علی فرهمند

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

علمی - پژوهشی



ISSN: 2008-918X

سر دبیر: دکتر محمدرضا مه پیکر

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیأت تحریریه:

دکتر محمد حسین ابوالبشری	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید احمدیان	استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مکانیک
دکتر اصغر برادران رحیمی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مسعود برومند	دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر محمود پسندیده فرد	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مهران تاج فر	دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر محمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر محمود سلیمی	استاد، دانشگاه اصفهان، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر علی عابدیان	دانشیار، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمدرضا مه پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستار علمی: دکتر محمد حسین ابوالبشری

مسئول دفتر نشریه: تکتیم هوشمند

ویراستار ادبی: الهام دهقان

ویرایش و صفحه آرایی: فائزه علی اکبری

نشانی: مشهد - دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - دفتر نشریه - صندوق پستی: ۹۱۷۷۵-۱۱۱۱

تلفن: ۰۵۱-۳۸۸۰۶۰۲۴ دورنگار: ۰۵۱-۳۸۷۶۳۳۰۱

پست الکترونیکی: ejour@um.ac.ir وب سایت: <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹ چاپ: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

نمایه شده در پایگاه های معتبر: EBSCO و Magiran, SID, ISC

فهرست مطالب

۱	مجید رضایی کوروش حسن پور	بهبود کیفیت اپتیکای ورق پلی متیل متاکریلات به کمک روش شکل دهی با لاستیک
۱۷	علی حاجی محمدی مهران رجبی زرگرآبادی	شبیه سازی عددی تأثیر نوسان جت بر خوردی سینوسی بر انتقال حرارت از سطح مقعر استوانه ای
۳۱	محمد کریمی خوزانی مهرداد پورسینا علی پورکمالی انارکی	بررسی اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپ بر روی دینامیک و ارتعاشات یک جفت چرخ دنده دو مارپیچ سرعت بالا
۴۹	سامان پرویزی محمود فرزانه-گرد مجید هاشمیان مهراب عقیلی بهرامی	طراحی و بررسی عددی جریان سنج جرمی حرارتی لوله موئین به عنوان کنتور گاز خانگی
۶۳	فرهاد وحیدی نیا محدثه میری بهروز کشته گر	مطالعه تولید آنتروپی و ارزیابی خواص آماری انتقال حرارت در جریان مغشوش
۸۱	محمد مهدی کسائی جواد شهبازی کرمی بهنام عباس زاده سید جلال هاشمی حسن مسلمی نائینی	اثر موقعیت آب بندی بر ارتفاع بالچ در هیدروفرمینگ لوله های آلومینیومی
۹۷	حسین مهدیزاده	حل معادلات ضربه قوچ یک بعدی و دوبعدی با استفاده از شار موج تغییر یافته و مدل آشفته بالدوین-لوماکس
۱۱۱	محسن نظری هادی گریوانی صادق تفکر	تحلیل دوبعدی انتقال حرارت مزدوج پایا و آرام در یک محفظه مربعی شکل حاوی بلوک متخلخل (یادداشت پژوهشی)
۱۲۳	مسعود حاجیان اسماعیل لکزیان علی فرهمند	طراحی اجکتور با کاربرد در صنعت بافت فرش (یادداشت پژوهشی)

بهبود کیفیت اپتیکی ورق پلی متیل متاکریلات به کمک روش شکل دهی با لاستیک*

مجید رضایی^(۱)کوروش حسن پور^(۲)

چکیده پلی متیل متاکریلات (پی.ام.ام.آ) یکی از پلیمرهای شفاف است که عموماً به روش شکل دهی حرارتی، شکل داده می شود. یکی از نکات مهم در تولید این محصول کیفیت اپتیکی آن است. به این منظور، استفاده از شبیه سازی فرایند در نرم افزار اجزای محدود، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله فرایند شکل دهی پی.ام.ام.آ به کمک رفتار الاستیک-پلاستیک ماده شبیه سازی و پس از مقایسه نتایج حاصل با نتایج تجربی حاصل از آزمایش های عملی، صحت شبیه سازی با مدل الاستیک-پلاستیک بررسی می گردد. سپس با استفاده از شکل دهی به کمک لاستیک، روند توزیع ضخامت و کرنش برشی نهایی قطعه در اختیار قرار می گیرد و محصولی با ویژگی ها و کیفیت مطلوب به دست می آید. با انتخاب لاستیکی با خواص نزدیک به ورق، می توان از اثر گذاشتن آن بر روی ورق در حین فرایند شکل دهی جلوگیری نمود.

واژه های کلیدی پلی متیل متاکریلات؛ شکل دهی گرم؛ شبیه سازی؛ خصوصیات اپتیکی؛ لاستیک.

Improving Optical Quality of Poly methyl methacrylate Sheet by Forming with Rubber

M. Rezaei

K. Hasanpour

Abstract Poly methyl methacrylate (PMMA) is one of the transparent polymers prevalently formed through thermoforming process. One of the important factors in this production is its optical quality. Using finite element simulation is very important to this aim. In this paper, PMMA thermoforming process is simulated using elastic-plastic model and accuracy of the results is verified by comparison with that of experimental data obtained from tests. Then, thickness distribution and final shear strain are controlled by forming with rubber and a product with appropriate properties and quality is obtained. By choosing rubber with properties similar to the sheet, the rubber effects on sheet can be prevented.

Key Words Poly Methyl Meth Acrylate; Thermoforming; Simulation; Optical properties; Rubber.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۱۲/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۱۲/۳ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.54157

(۱) نویسنده مسئول: دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان. maj.rezaei@eng.ui.ac.ir

(۲) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان.

مقدمه

پلیمرها درحین تغییر شکل بسته به ویژگی‌ها و خواص خود، رفتارهای متفاوتی نشان می‌دهند. این رفتارها علاوه بر شکل نهایی قطعه، بروند شکل‌دهی و نیز میزان هزینه و زمان صرف شده برای شکل‌دهی مؤثر است. از طرفی، در فرایندهای شکل‌دهی پلیمرهای شفاف، ویژگی‌های اپتیکی محصول نهایی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ به گونه‌ای که شاید بتوان تأیید نهایی کیفیت قطعه را، تا حد زیادی وابسته به خصوصیات اپتیکی آن دانست. شرایط اپتیکی محصول و به عبارت صحیح‌تر، میزان اعوجاج در ورق و شکست نور در قسمت‌های مختلف آن، باید در حد مطلوب باشد. لذا انجام فرایند شکل‌دهی به نحوی که قطعه نهایی کیفیت اپتیکی قابل قبولی داشته باشد، از نکات اصلی در تولید پلیمرهای شفاف است. با شبیه‌سازی صحیح فرایند، امکان شناسایی عوامل مؤثر بر کیفیت اپتیکی محصول و تلاش در جهت بهبود این کیفیت فراهم می‌گردد. به کمک روش اجزای محدود می‌توان باتوجه به شرایط فرایند شکل‌دهی و خصوصیات ماده اولیه، ویژگی‌های محصول نهایی را پیش‌بینی نمود و فرایند شکل‌دهی را به گونه‌ای طراحی کرد که قطعه نهایی، ویژگی‌های موردنظر را داشته باشد [1].

در این مقاله سعی شده تا با کمک گرفتن از نرم‌افزار اجزای محدود، رفتار پلیمر پلی متیل متاکریلات (Poly Methyl Methacrylate) در حین فرایند شکل‌دهی و خصوصیات نهایی محصول پیش‌بینی شود و با استفاده از روش پیشنهادی شکل‌دهی به کمک لاستیک، محصولی با خصوصیات اپتیکی مطلوب به دست آید.

شکل‌دهی حرارتی آزاد. شکل‌دهی حرارتی، فناوری شکل‌دهی محصولات مختلف با استفاده از حرارت

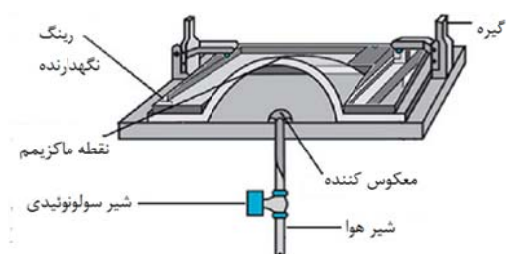
است. در کلیه عملیات شکل‌دهی حرارتی، ماده اولیه ورق می‌باشد. ورق مسطح تا دمای نرمی (Softening Temperature) حرارت داده می‌شود و سپس با اعمال فشار هوا یا ایجاد خلأ و همچنین در صورت نیاز، با کمک سنبه به سمت دیواره قالب هدایت می‌شود و پس از سرد شدن از قالب خارج می‌شود. این شکل‌دهی، افزایش طول و کاهش ضخامت ورق را در پی دارد. برای انجام این فرایند لازم است که ماده پلیمری در حالت لاستیکی خود قرار گیرد تا ماده از استحکام مناسب و قابلیت افزایش طول کافی برخوردار باشد و دچار پارگی نشود.

بسیاری از فلزات، پلیمرها و پلاستیک‌ها به کمک این روش شکل داده می‌شوند. به دلیل وجود برخی ویژگی‌ها از قبیل سادگی، ارزان بودن تجهیزات و قابلیت ادغام روش‌های مختلف، فرایند شکل‌دهی حرارتی به یکی از پرکاربردترین روش‌های شکل‌دهی تبدیل شده است که قابلیت تولید بسیاری از محصولات را دارد. در فرایند شکل‌دهی حرارتی، تماس بین قالب و ورق نرم‌شده می‌تواند روی محصول خروجی، به ویژه بر روی خصوصیات نوری و اپتیکی آن اثرات نامطلوبی بگذارد. لذا روش‌هایی که در آنها تماس بین قالب و ورق وجود ندارد می‌تواند محصول بهتری از جهت خواص اپتیکی ارائه دهد.

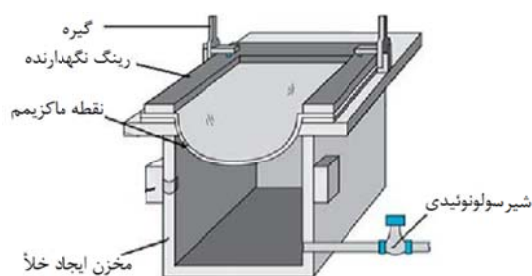
شکل‌دهی آزاد گونه‌ای از انواع روش‌های شکل‌دهی حرارتی است که برای شکل دادن ورق‌های مسطح و با استفاده از نیروی فشار هوا یا ایجاد خلأ انجام می‌شود. در این فرایند یک ورق مسطح که اطراف آن به وسیله گیره مهار شده است، به یک شکل سه‌بعدی تبدیل می‌شود [2]. دمای قطعه در فرایند شکل‌دهی آزاد از دمای نقطه نرمی آن فراتر می‌رود. بدین ترتیب ورق در حالت خمیری قرار می‌گیرد و به راحتی شکل می‌پذیرد [3].

عموماً در روش شکل‌دهی آزاد، فشار هوا و یا کشش ناشی از ایجاد خلأ به بالا یا پایین ورق اعمال

ضخامت قطعه در طول شکل دهی را در اختیار گرفت، می توان به محصولی با ویژگی های بهتر دست یافت.



شکل ۱ ساز و کار روش شکل دهی آزاد با فشار هوا [7]



شکل ۲ ساز و کار روش شکل دهی آزاد به کمک ایجاد خلأ [7]

پلی متیل متاکریلات (پی.ام.ام.آ). پلی متیل متاکریلات یا پی.ام.ام.آ یکی از انواع پلیمرهای شفاف است که طی فرایند پلیمریزاسیون از ماده متیل کریلات به دست می آید. از ویژگی های این ماده می توان به سختی، مقاومت در برابر تغییرات شرایط جوی، شفافیت بالا، خواص اپتیکی قابل قبول، چگالی کم، انعطاف پذیری و قابلیت شکل پذیری خوب اشاره کرد [4]. مصارف عمده پی.ام.ام.آ که به شیشه آکرلیک نیز معروف است، به دلیل توانایی عبور درصد بالای نور از خود می باشد. از کاربردهای آن می توان به استفاده در صنایع هوانوردی، صنعت حمل و نقل و اتومبیل سازی و ساخت تجهیزات شفاف و مقاوم اشاره کرد.

پی.ام.ام.آ نسبت به سایر پلیمرها برتری هایی دارد. مثلاً مقاومت آن در برابر ضربه و قابلیت شکل پذیری آن نسبت به شیشه های معمولی بیش تر است [7].

می شود و ورق شروع به باد شدن می کند (شکل های ۲۱). پس از آن ورق سرد می شود و فشار اعمالی قطع می شود و محصول نهایی به دست می آید. به دلیل وجود برخی ویژگی ها از قبیل سادگی، ارزان بودن تجهیزات و قابلیت ادغام روش های مختلف، این روش به یکی از پرکاربردترین روش های شکل دهی تبدیل شده است که قابلیت تولید بسیاری از محصولات را دارد. روش شکل دهی آزاد معایبی نیز دارد؛ مثلاً در این روش، ماده اولیه حتماً باید به صورت ورق باشد؛ امکان تولید قطعات سوراخ دار وجود ندارد و کنترل دقیقی روی ضخامت نهایی قطعه صورت نمی گیرد [4].

در فرایند شکل دهی آزاد، به دلیل آنکه تماس بین قالب و ورق وجود ندارد می توان محصول بهتری از جهت خواص اپتیکی به دست آورد. از مزایای این روش آن است که ورق و قالب جز در کناره ها، هیچ تماسی با یکدیگر ندارند و بدین ترتیب اثری از قالب بر روی محصول نهایی باقی نمی ماند. این امر باعث شده است تا محصولات به دست آمده با این روش از خصوصیات اپتیکی مطلوبی برخوردار باشند [5, 6]. از دیگر مزایای این روش می توان به سرد شدن یکنواخت و تدریجی ورق پس از شکل دهی اشاره نمود. زیرا دو طرف ورق در معرض هوا قرار دارند. باید در نظر داشت که در این نوع شکل دهی ضخامت وسط ورق که پس از شکل دهی بیش ترین ارتفاع را پیدا می کند، از ضخامت سایر نقاط کم تر می شود. لذا شرایط شکل دهی و میزان بار اعمالی باید به گونه ای باشد که ضخامت این ناحیه از یک حد قابل قبول کمتر نشود. از مسایل مهم در این روش، بهینه سازی توزیع ضخامت در محصول نهایی است.

کیفیت محصول نهایی تا حد زیادی وابسته به جریان ماده در حین فرایند و توزیع ضخامت نهایی قطعه است، به گونه ای که اگر بتوان به نحوی توزیع

پی.ام.آ. یکی از سخت‌ترین گرمانرم‌ها (Thermoplastic) است که مقاومت بالایی در برابر خراشیدگی نیز دارد. جدول (۱) برخی از ویژگی‌های مکانیکی پی.ام.آ. را نشان می‌دهد. البته این ماده معایبی نیز دارد که از جمله آنها می‌توان به مقاومت کم در برابر حلال، به‌ویژه کتون‌ها، استرها، کلروکربن‌ها، هیدروکربن‌های آروماتیک و فریون و نیز قابلیت احتراق اشاره کرد. پایداری گرمایی پی.ام.آ. معمولاً تا زیر 70°C است. ولی تحت شرایط خاصی مانند فشار بالا می‌توان این دما را تا 100°C افزایش داد [8]. برخی از ویژگی‌های گرمایی این ماده در جدول (۲) آمده است.

خواص نوری پی.ام.آ. از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این ماده نور خیلی کمی را جذب می‌کند (4%)، و برای نور عمودی، حدود 4% بازتاب در سطح مشترکی از بسپار- هوا اتفاق می‌افتد. بدین ترتیب میزان عبور نور عمودی از یک ورق پی.ام.آ. عاری از لکه حدود 92% می‌باشد [4].

برای شکل‌دهی ورق پی.ام.آ. از روش‌های مختلفی از جمله شکل‌دهی آزاد استفاده می‌شود [7]. در تمام این روش‌ها دمای شکل‌دهی نزدیک به دمای نقطه نرمی پی.ام.آ.، یعنی بین 130°C تا 140°C است. در چنین شرایطی، پی.ام.آ. در حالت خمیری قرار می‌گیرد و به راحتی شکل می‌پذیرد.

جدول ۱ ویژگی‌های مکانیکی پی.ام.آ. [10]

ویژگی مکانیکی	مقدار
چگالی	$1.5 - 1.19(\text{g/cm}^3)$
مدول یانگ	$20(\text{MPa})$
قابلیت جذب آب	$0.2 - 3(\%)$
سختی (راکول M)	$63 - 97$
استحکام کششی نهایی	$47 - 79(\text{MPa})$
طول‌شدگی (Elongation) در نقطه شکست	$1 - 30(\%)$
مدول کششی	$2.2 - 3.8(\text{GPa})$

محققان زیادی در مورد رفتار و ویژگی‌های پی.ام.آ. تحقیق کرده‌اند. به‌طور مثال مولیکن و بویس (۲۰۰۶) یک دسته معادلات ساختاری هایپرالاستیک برای پی.ام.آ. در نرخ کرنش‌های پایین پیشنهاد کردند [9]. باتوجه به اینکه در نرخ کرنش‌های بالا، کار پلاستیک برای پلیمرهای شیشه‌ای تبدیل به گرما می‌شود، نتایج حاصل از معادلات پیشنهادی مولیکن و بویس در نرخ کرنش‌های بالا تفاوت عمده‌ای با نتایج عددی داشت. وارگس و باترا در روابط پیشنهادی مولیکن و بویس دو اصلاح ایجاد کردند و نتایج حاصل را کمی بهبود بخشیدند [9].

جدول ۲ ویژگی‌های حرارتی پی.ام.آ. [10]

ویژگی گرمایی	مقدار
ظرفیت گرمایی ویژه	$1.46 - 1.47(\text{J/g} \cdot ^{\circ}\text{C})$
رسانندگی گرمایی	$0.19 - 0.24(\text{W/m} \cdot \text{K})$
دمای نقطه ذوب	$170(^{\circ}\text{C})$
دمای نرمی	$130 - 140(^{\circ}\text{C})$
انبساط حرارتی	$50 - 90 \cdot 10^{-6}(1/\text{k})$

دانگ و همکاران [3] فرایند شکل‌دهی ورق‌های ساخته‌شده از جنس پلیمرهای شیشه‌ای (اکریلیک) را به کمک مدل صریح (Explicit) شبیه‌سازی کردند. آنها از مدل هایپرالاستیک برای توصیف رفتار مکانیکی ماده استفاده کردند. این مدل فرایند شکل‌دهی را شبیه‌سازی می‌کند، اما امکان شبیه‌سازی مراحل باربرداری و سرد شدن را ندارد. زیرا با سرد شدن ماده و حذف بار، ورق به حالت اولیه خود برمی‌گردد و تمام کرنش ایجادشده را از دست می‌دهد. ریچتون و همکاران [11] پی.ام.آ. را به صورت یک ماده ویسکوالاستیک در نظر گرفتند و نشان دادند که اثرات ویسکوز در فاز الاستیک برای این ماده ناچیز است. کانر و همکاران [12] از تست کشش دومحوره برای به دست آوردن خواص ماده پی.ام.آ. استفاده کردند و در نتیجه مدل هایپرالاستیک را برای

شبیه سازی فرایند شکل دهی فشاری با سنبه کمکی در نرم افزار آباکوس به کار بردند. آنها سنبه و قالب را به صورت صلب فرض کردند و ضخامت قطعه نهایی را در سی موقعیت متفاوت در امتداد پروفیل آن ها اندازه گیری و با نتایج واقعی مقایسه کردند و به این نتیجه دست یافتند که مدل های پیرالاستیک برای پیش بینی توزیع ضخامت این پلیمر چندان مناسب نمی باشد. شیر و همکاران [13] نشان دادند که برای پلیمرها در نرخ کرنش پایین، اثرات ویسکوپلاستیک قابل صرف نظر کردن است. آزدست و همکاران [14] نیز فرایند شکل دهی ترکیبی را برای پی.ام.آ پیشنهاد نمودند و از مدل های پیرالاستیک (مونی-ریولین) برای شبیه سازی فرایند استفاده کردند.

ملاحظه می شود که تعدادی از پژوهشگران از مدل های های پیرالاستیک و ویسکوالاستیک برای شبیه سازی فرایند شکل دهی ورق پی.ام.آ استفاده کرده اند. این مدل ها فرایند بارگذاری را شبیه سازی می کنند، اما برای شبیه سازی مراحل سرد شدن قطعه و باربرداری نمی توان از آنها استفاده نمود. زیرا با سرد شدن ماده و حذف بار، ورق به حالت اولیه خود برمی گردد و تمام کرنش ایجاد شده را از دست می دهد. این در صورتی است که در آزمایش های واقعی، با سرد شدن و حذف بار از روی ورق شکل گرفته، تنها مقدار کمی از ارتفاع آن از دست می رود. می توان این گونه نتیجه گیری کرد که در حین فرایند شکل دهی، ماده پی.ام.آ وارد فاز پلاستیک می شود و بخش عمده شکل دهی در این فاز انجام می شود. این در حالی است که مدل های مذکور چنین ویژگی ندارند. برگشت ارتفاع ناشی از سرد شدن و باربرداری می تواند بر روی پروفیل نهایی، ضخامت و کیفیت اپتیک آن اثر گذارد. بنابراین برای توصیف رفتار مکانیکی این ماده باید از مدل مناسب تری استفاده کرد. در این مقاله، مدل الاستیک-پلاستیک برای شبیه سازی فرایند شکل دهی گرم پی.ام.آ مورد استفاده

قرار گرفته و نتایج حاصل از شبیه سازی با نتایج آزمایش های عملی مقایسه شده است. همچنین میزان برگشت ارتفاع ورق پس از سرد شدن هم با این مدل توصیف می گردد.

در به کارگیری رفتار الاستیک-پلاستیک از یک مدل الاستیک خطی همسان گرد طبق رابطه (۱) برای بیان فاز الاستیک استفاده شده است:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e \quad (1)$$

نمو کل کرنش، طبق رابطه (۲) به صورت تجزیه جمعی نمو کرنش الاستیک و نمو کرنش پلاستیک در نظر گرفته شده است:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (2)$$

سطح تسلیم فون مایز با کارسختی همسان گرد و قانون جریان همراه فرض گردید.

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} : S_{ij}} - \sigma_Y = 0 \quad (3)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

در رابطه (۳)، S_{ij} مؤلفه های تانسور تنش انحرافی و σ_Y تنش تسلیم است که به میزان کرنش و کرنش پلاستیک معادل در هر نقطه وابسته است. با نوشتن معادله (۱) به شکل دیفرانسیلی و جایگزینی از روابط (۲ و ۴) می توان نوشت [15]:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}}) \quad (5)$$

با استفاده از رابطه (۳) و طی مراحل ریاضی نتیجه می شود:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \quad (6)$$

که در آن C_{ijkl}^{ep} عبارت است از:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl} - C_{ijmn} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}} C_{rskl}}{A} \quad (7)$$

در رابطه (۷)

$$A = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}} \right) C_{abuv} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}} \right) - \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right) \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

و

$$dp = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon_{kl}^p d\varepsilon_{kl}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

مقادیر کارسختی باتوجه به آزمایش‌های انجام‌شده بر روی نمونه‌های پی.ام.آ در دماهای مختلف به‌دست آمده و در شبیه‌سازی اعمال گردید.

فرایند شکل‌دهی

در این فرایند یک ورق از جنس پی.ام.آ توسط فشار هوا به‌شکل یک حباب در می‌آید. ورق پی.ام.آ به‌صورت دایره به‌قطر ۲۸۰ میلی‌متر و ضخامت ۳ میلی‌متر می‌باشد که به‌منظور پیچ شدن در قالب داری دوازده سوراخ در اطراف آن می‌باشد. در آزمایش موردنظر تجهیزات شکل‌دهی عبارتند از یک قالب کاسه‌ای شکل از جنس آلومینیوم که به‌عنوان قالب پایینی به‌کار می‌رود و شیلنگ فشار هوا به آن متصل می‌شود. یک حلقه آلومینیومی به‌ضخامت ۴ میلی‌متر که به‌عنوان قالب بالایی استفاده می‌شود و یک لایه حلقه‌ای از جنس سیلیکون که برای آب‌بندی بین ورق و قالب مورد استفاده قرار می‌گیرد. این تجهیزات در شکل (۳) قابل مشاهده هستند. نیرویی که ورق را در حین فرایند بین قالب‌ها نگه می‌دارد از طریق پیچ‌ها اعمال می‌شود. این پیچ‌ها در شکل (۳) نشان داده شده‌اند.

پس از بسته شدن ورق پی.ام.آ بین دو قالب، مجموعه درون یک اجاق قرار می‌گیرد و تا دمای $135^{\circ}C$ گرم می‌شود. برای اطمینان از یکنواختی دمای تمام نقاط ورق، بعد از رسیدن به دمای $135^{\circ}C$ مجموعه به مدت چهل و پنج دقیقه در این دما باقی می‌ماند. سپس فشار هوای 0.4 (bar) به‌صورت خطی و به‌مدت یک دقیقه از سمت پایین ورق اعمال می‌شود و ورق شروع به باد شدن می‌کند. بعد از آن درهای اجاق باز می‌شود و با تماس مجموعه با هوای محیط، مجموعه شروع به سرد شدن می‌کند. لازم به ذکر است که در این حالت فشار هوا همچنان با مقدار ثابت 0.4 (bar) به ورق اعمال می‌شود. با گذشت حدود چهل و پنج دقیقه، دمای تمامی نقاط ورق به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد و دمای آن به دمای محیط می‌رسد. اکنون فشار هوا از روی ورق برداشته می‌شود. باید توجه داشت که با سرد شدن مجموعه، ورق مقداری از ارتفاع خود را از دست می‌دهد و به‌عبارتی، برگشت ارتفاع ورق در این مرحله رخ می‌دهد. اگر ابتدا فشار هوا از روی ورق برداشته شود و سپس ورق سرد شود، میزان برگشت ارتفاع ورق زیاد خواهد بود و این برگشت ارتفاع زیاد، باعث ایجاد اعوجاج در ورق می‌شود که در نتیجه آن عیوب اپتیکی در محصول به‌وجود می‌آید. همچنین توزیع ضخامت در چنین محصولی غیریکنواخت می‌باشد.

پس از باربرداری پیچ‌های قالب باز می‌شوند و محصول نهایی به‌دست می‌آید. برای اندازه‌گیری ارتفاع و ضخامت محصول، این قطعه به دو قسمت مساوی بریده می‌شود و سپس ضخامت در نقاط مشخصی از مقطع و به‌صورت تابعی از فاصله تالیه ورق اندازه‌گیری شد. برای این کار از ماشین اندازه‌گیری مختصات (CMM) استفاده شده است. مقطع نهایی در شکل (۴) نشان داده شده است. توزیع ضخامت و شکل پروفیل نهایی به‌دست آمده از این آزمایش، با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مقایسه شده است.

شبیه سازی به روش ضمنی (Implicit) انجام گرفت. برای اطمینان از بررسی صحیح اثرات تنش، کرنش و خمش، تعداد پنج المان در راستای ضخامت در نظر گرفته شد و در مجموع، از ۱۰۰۰ المان چهاروجهی برای تحلیل شکل دهی ورق استفاده گردید.

یک ورق دوبعدی مطابق با ابعاد ورق پی.ام.آ مدل شد و از المان های پوسته ای دوبعدی و متقارن محوری برای تحلیل آن استفاده گردید. مراحل شبیه سازی را می توان به این صورت خلاصه کرد:

۱- در ابتدا قالب پایینی ثابت می شود و مجموعه در دمای شکل دهی، یعنی 135°C قرار می گیرد.

۲- برای مدل سازی نیروی پیچ ها، یک نیروی متمرکز به قالب بالایی اعمال می شود.

۳- در مرحله سوم فشار هوا به صورت خطی به سطح زیرین ورق اعمال و ورق به صورت یک حباب باد می شود.

۴- پس از اعمال فشار در یک بازه زمانی، با کاهش دمای مجموعه، ورق به طور یکنواخت شروع به سرد شدن می کند.

۵- در این مرحله، دمای مجموعه به دمای اتاق می رسد. لذا فشار هوا از روی ورق حذف می شود.

۶- در مرحله آخر، نیرو از روی قالب بالایی حذف و قالب بلند می شود. به این ترتیب، باز شدن پیچ ها و برداشته شدن قالب بالایی از روی ورق شبیه سازی می شود.

آزمایش های کشش ساده نمونه پی.ام.آ در دماهای مختلف (25°C - 100°C - 110°C - 120°C - 130°C - 140°C) انجام شد. نمونه مورد استفاده برای آزمایش کشش طبق استاندارد ASTM-D638 آماده گردید. شکل های (۶ و ۷) به ترتیب نمونه تست و دستگاه کشش را نشان می دهند. در شکل (۸) نتایج تنش-کرنش حاصل از تست کشش در دماهای مختلف برای ماده پی.ام.آ قابل مشاهده است. از آنجا که نرخ کرنش در فرایند شکل دهی



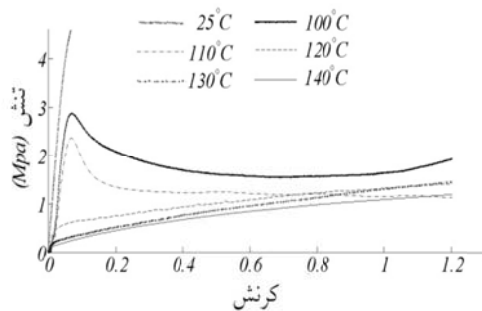
شکل ۳ اجزای قالب



شکل ۴ مقطع بریده شده محصول نهایی

شبیه سازی به کمک اجزای محدود

برای شبیه سازی فرایند شکل دهی در نرم افزار اجزای محدود با مدل الاستیک-پلاستیک، آزمایش های کشش تک محوره و واریدگی انجام شد. نمودار شکل (۵) که از انجام آزمایش واریدگی (Relaxation test) برای نمونه پی.ام.آ به دست آمد، نشان می دهد که در اثر واریدگی نمونه، تنها $6/8$ نیوتن از نیروی اعمالی به قطعه کاهش می یابد که در مقابل نیروی لازم برای کشش نمونه (حدود ۷۰۰۰ نیوتن) ناچیز و از مرتبه یک هزارم است. لذا اثرات ویسکوز برای این ماده ناچیز و قابل صرف نظر کردن است. شبیه سازی در شش مرحله انجام گرفت و هر کدام از این مراحل به صورت زوج دما-جابجایی (Coupled Temperature-Displacement) در نظر گرفته شد. از آنجا که هندسه و شرایط بارگذاری مسئله، همگی به صورت متقارن محوری هستند، از مدل دوبعدی متقارن محوری به جای مدل سه بعدی استفاده شد و نیز



شکل ۸ نمودار تنش- کرنش مهندسی پی.ام.آ در دماهای مختلف

جدول ۳ مدول یانگ پی.ام.آ در دماهای مختلف به دست آمده از تست های تجربی

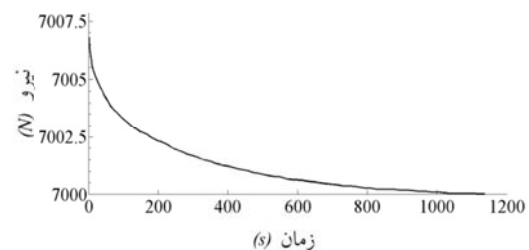
شماره	مدول یانگ پی.ام.آ (MPa)	دما (C)
1	1600	25
2	205	100
3	120	110
4	28	120
5	18	130
6	15	140

نتایج شبیه سازی

برخی از نتایج به دست آمده از شبیه سازی فرایند شکل دهی در شکل های (۹ و ۱۰) به نمایش درآمده است. شکل (۹) مربوط به پایان مرحله بارگذاری (قبل از سرد شدن) و شکل (۱۰) مربوط به محصول نهایی است. ملاحظه می شود که با سرد شدن ورق و باربرداری از روی آن مقداری از ارتفاع ورق کاهش می یابد که مدل الاستیک-پلاستیک این مسئله را به خوبی نشان داده است. این کاهش ارتفاع بر روی پروفیل نهایی قطعه و توزیع ضخامت در نقاط مختلف آن تأثیر می گذارد. بنابراین اگر نتوان این مرحله را مدل سازی نمود، نمی توان به پروفیل صحیح قطعه پس از شکل دهی دست یافت. بنابراین توزیع ضخامت به دست آمده از نرم افزار صحیح نیست و اعوجاج ایجاد شده در جسم قابل شناسایی نخواهد بود.

واقعی، $0.01 (1/s)$ است، نمونه ها نیز در این نرخ کرنش مورد آزمایش قرار گرفتند.

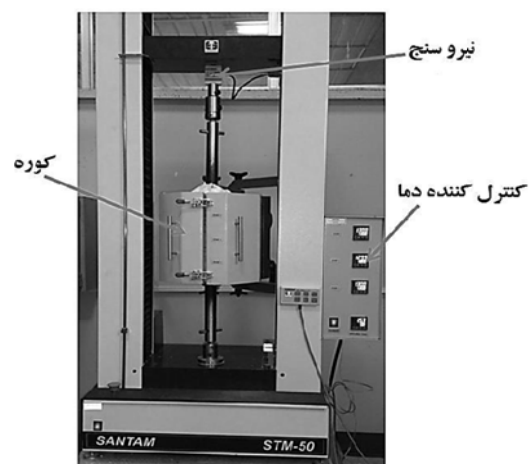
برای مدل سازی رفتار مکانیکی پی.ام.آ در نرم افزار از نتایج حاصل از تست کشش ساده استفاده شد. جدول (۳) مدول یانگ به دست آمده از آزمایش های کشش برای ورق پی.ام.آ را در دماهای مختلف نشان می دهد. سایر مشخصات نمونه از قبیل چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب هدایت گرمایی، ضریب پواسون و... نیز مطابق با مشخصات ارائه شده توسط شرکت سازنده، در نرم افزار وارد شد.



شکل ۵ نمودار تست وارهیدگی پی.ام.آ در دمای شکل دهی



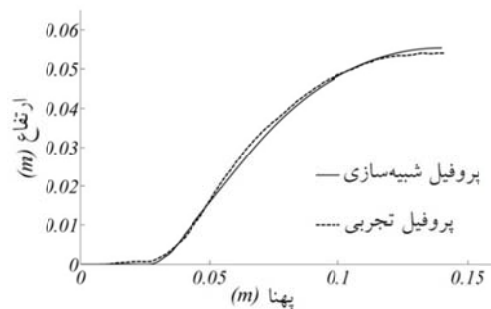
شکل ۶ نمونه تست کشش پی.ام.آ



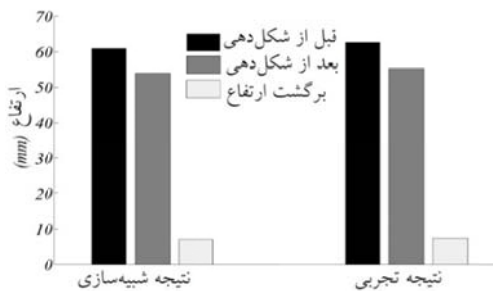
شکل ۷ دستگاه تست کشش

مربوط به لبه‌های ورق (یعنی جایی که بین دو قالب قرار می‌گیرد) است.

برای اطمینان از نتایج حاصل، پنج آزمایش دیگر با ورق پی.ام.آ به ضخامت ۲/۵ میلی‌متر و همان ابعاد قبلی انجام گرفت، به گونه‌ای که در هر آزمایش مقدار فشار هوای اعمال شده متفاوت از آزمایش‌های دیگر بود. نتایج حاصل از این آزمایش‌ها در شکل‌های (۱۴ و ۱۵) به نمایش درآمده است. شکل (۱۴) مقدار ارتفاع نقطه CTP و شکل (۱۵) مقدار ضخامت در این نقطه را به ازای فشارهای مختلف نشان می‌دهد. باتوجه به شکل‌ها می‌توان تطبیق نتایج را مشاهده و از صحت به کارگیری مدل الاستیک-پلاستیک اطمینان حاصل نمود. باتوجه به نتایج به دست آمده از این آزمایش‌ها می‌توان از شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی گرم ورق پی.ام.آ با مدل الاستیک-پلاستیک برای تشخیص اثرات دما، فشار و ضخامت بر روی پروفیل نهایی و به کارگیری این نتایج در یک شبکه عصبی استفاده نمود.

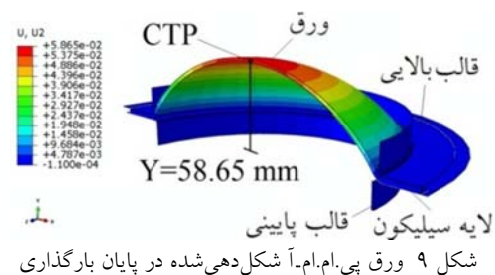


شکل ۱۱ مقایسه بین پروفیل‌های تجربی و شبیه‌سازی شده

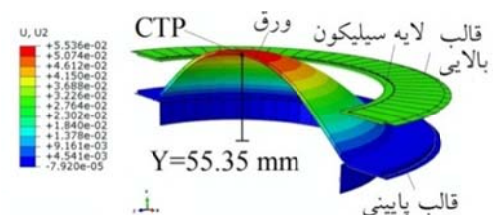


شکل ۱۲ ارتفاع CTP قبل و بعد از باربرداری و مقدار برگشت ارتفاع

پروفیل و ضخامت نهایی به دست آمده از شبیه‌سازی با نتایج تجربی مقایسه شده است. در شکل (۱۱) نیمی از پروفیل‌های مقطع برای نمونه‌های تجربی و شبیه‌سازی شده رسم و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود تطبیق نتایج خوب و قابل قبول است. ارتفاع بیشینه مربوط به نقطه میانی ورق می‌باشد که در این مقاله CTP نامیده می‌شود. این نقطه در دو شکل (۹ و ۱۰) مشخص شده است. شکل (۱۲) میزان ارتفاع نقطه CTP، قبل و بعد از باربرداری و همچنین مقدار برگشت ارتفاع این نقطه را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مقدار برگشت ارتفاع پیش‌بینی شده توسط نرم‌افزار تطبیق خوبی با برگشت ارتفاع واقعی دارد.



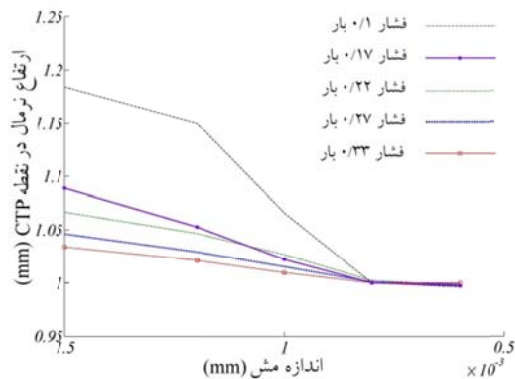
شکل ۹ ورق پی.ام.آ شکل‌دهی شده در پایان بارگذاری



شکل ۱۰ ورق پی.ام.آ شکل‌دهی شده در پایان فرایند

در شکل (۱۳) نمودار توزیع ضخامت حاصل از مدل شبیه‌سازی شده با توزیع ضخامت مقطع قطعه پس از شکل‌دهی مقایسه شده است. از این نمودار نیز می‌توان تطبیق نتایج حاصل از شبیه‌سازی ورق پی.ام.آ با مدل الاستیک-پلاستیک را با نتایج تجربی مشاهده نمود. همان‌طور که انتظار می‌رود کمترین ضخامت مربوط به نقطه CTP و بیشترین ضخامت

۰/۰۰۰۸ میلی متر برای مش ها، نتایج هم گرا شده است و کاهش بیشتر این اندازه تغییر چندانی در نتایج خروجی ایجاد نخواهد کرد.



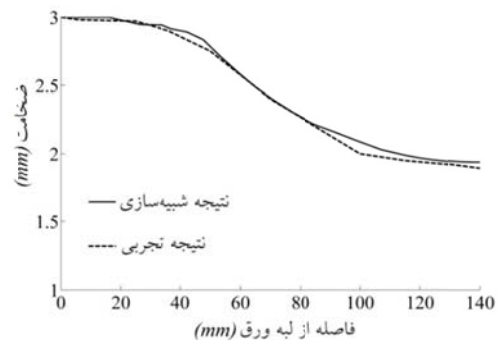
شکل ۱۶ اندازه مش برحسب ارتفاع نرمال نسبت به ریزترین مش در نقطه CTP برای فشارهای مختلف

بهبود کیفیت اپتیکی قطعه به کمک روش

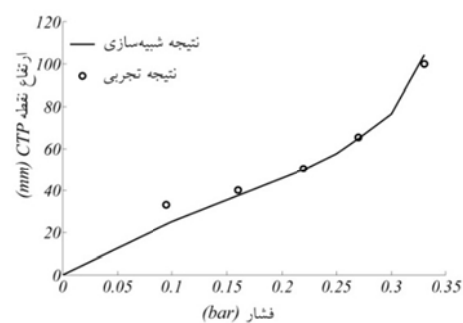
شکل دهی با لاستیک

یکی از مواردی که در کیفیت محصولات شفاف پلیمری اثر می گذارد، هموار بودن سطح قطعه و نبود اعوجاج است. البته اکثر محصولات پلیمری که با روش شکل دهی حرارتی شکل داده می شوند، اندکی اعوجاج دارند. اما مقدار اعوجاج موجود در سطح محصول نباید به گونه ای باشد که در تصویر اجسام پشت آن تأثیر بگذارد.

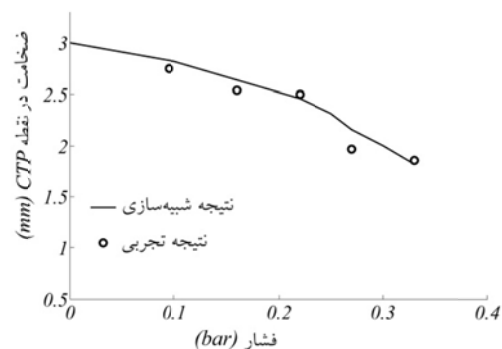
از جمله عواملی که می تواند بر هموار بودن سطح قطعه و میزان اعوجاج ایجاد شده در آن اثر بگذارد، توزیع ضخامت قطعه است. هرچه توزیع ضخامت در قطعه یکنواخت تر باشد، سطح قطعه و در نتیجه تصویر اجسامی که از پشت آن دیده می شوند، هموارتر خواهد بود [13]. معمولاً در قطعاتی که با روش شکل دهی آزاد تولید می شوند، قسمت مرکزی کمترین ضخامت را دارد و لبه های قطعه که بین دو قالب قرار می گیرند، پس از شکل دهی دارای بیشترین ضخامت هستند. هرچه اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ضخامت،



شکل ۱۳ مقایسه ضخامت واقعی و نتایج شبیه سازی



شکل ۱۴ ارتفاع نقطه CTP در فشارهای مختلف برای نتایج واقعی و شبیه سازی



شکل ۱۵ ضخامت نقطه CTP در فشارهای مختلف برای نتایج واقعی و نتایج شبیه سازی

برای بررسی حساسیت جواب ها به اندازه مش، در شبیه سازی های مختلف با المان پوسته، اندازه های مختلف مش به کار گرفته شد. در شکل (۱۶) نمودار اندازه مش برحسب ارتفاع نرمال نسبت به ریزترین مش در نقطه CTP برای پنج فشار مختلف به نمایش درآمده است. نتایج نشان می دهد که با انتخاب اندازه

بیشتر باشد، شیب نمودار توزیع ضخامت قطعه بیشتر خواهد شد. از طرف دیگر وجود ناهموازی در نمودار و به عبارت ساده تر موج دار بودن نمودار نیز در کیفیت نامطلوب قطعه اثر خواهد گذاشت [13]. لذا در طراحی فرایند شکل دهی، تلاش باید در جهتی باشد که توزیع ضخامت یکنواخت تر و به تبع آن، کیفیت مطلوب تری به دست آید.

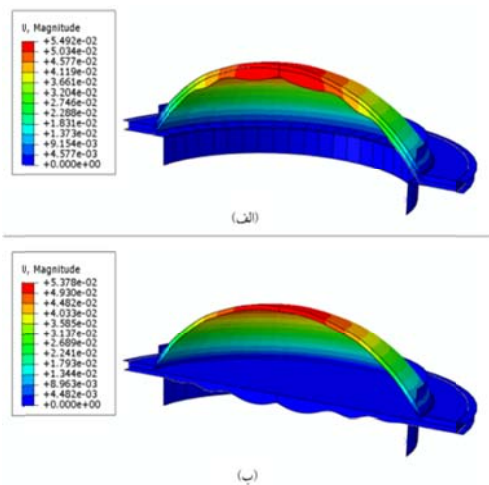
از دیگر عواملی که می تواند بر روی کیفیت اپتیکي محصول اثر بگذارد، توزیع کرنش برشی در قطعه است [13]. کرنش برشی به نوعی بیانگر حرکت لایه های ورق روی یکدیگر در حین فرایند شکل دهی است. هرچه حرکت این لایه ها روی یکدیگر کمتر باشد، مقدار شکست و یا انحراف نور و در نتیجه انحراف تصویر اجسام در پشت قطعه کمتر خواهد بود [13]. بنابراین هرچه نمودار کرنش برشی در یک قطعه دارای مقدار کمتری باشد، کیفیت محصول از نظر اپتیکي بهتر خواهد بود. به همین دلیل اگر بتوان توزیع ضخامت نهایی و کرنش برشی قطعه را تا حدودی در اختیار گرفت، می توان به محصولی با کیفیت اپتیکي مطلوب تر دست یافت.

ایده ای که در این پژوهش برای کنترل توزیع ضخامت و کرنش در ورق مطرح می شود، شکل دهی به کمک لاستیک است. در این روش لاستیک با خصوصیات نزدیک به ورق و با اندازه ای مشابه، در زیر آن قرار می گیرد و در هنگام شکل دهی، فشار هوا به جای ورق به لاستیک وارد می شود. با اعمال فشار، ورق و لاستیک شروع به باد شدن می کنند و بسته به مقدار فشار اعمالی و نیز شکل لاستیک، تا ارتفاع مشخصی بالا می روند. با سرد شدن مجموعه و قطع فشار هوا، لاستیک شکل خود را از دست می دهد و به شکل اولیه باز می گردد. اما ورق که وارد فاز پلاستیک می شود، شکل نهایی خود را حفظ می کند و محصول مورد نظر به دست می آید. این روش به نوعی یادآور روش شکل دهی با سنبه است؛ اما تفاوت هایی بین این

دو روش وجود دارد که باعث برتری روش شکل دهی با لاستیک نسبت به روش شکل دهی به کمک سنبه می شود. نخست آنکه جنس لاستیک بسیار متفاوت از سنبه است و با انتخاب لاستیک با خصوصیات نزدیک به ورق، اثرات سوئی که شکل دهی با سنبه بر روی ورق دارد، برطرف خواهد شد. تفاوت دیگر این است که در شکل دهی به کمک سنبه، در لحظه تماس، ابتدا قسمتی از سنبه با ورق برخورد می کند و با گذشت زمان، در حین فرایند بارگذاری، تماس بین سنبه و ورق کامل می شود. این عامل سبب توزیع غیر یکنواخت ضخامت در قسمت های مختلف ورق می شود. اما در استفاده از لاستیک برای شکل دهی، ورق و لاستیک از ابتدا و به صورت تمام سطح با یکدیگر در تماس هستند و شکل دهی به طور یکنواخت انجام می شود. آزمایش های عملی نیز نشان می دهند که لاستیک اثر قابل توجهی بر سطح ورق نمی گذارد.

در روش مورد نظر، سطح بالایی لاستیک به صورت کاملاً صاف و صیقلی است و در تماس مستقیم با ورق قرار می گیرد. اما سطح پایینی را می توان به صورت دل خواه و با ضخامت متغیر در نقاط مختلف طراحی کرد. به نظر می رسد برای کاهش و یا افزایش ضخامت ورق در یک نقطه، می توان از تغییر ضخامت لاستیک در همان نقطه استفاده نمود. برای بررسی این اثر و نتیجه حاصل از شکل دهی به کمک لاستیک، از شبیه سازی استفاده شد.

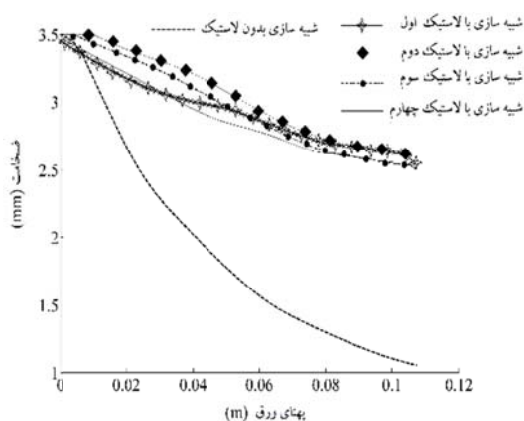
روند شبیه سازی. برای توصیف ویژگی های لاستیک در نرم افزار شبیه سازی فرایند، از ویژگی های لاستیک پلی کربنات (Poly Carbonate (PC) Rubber که خصوصیات نزدیک به پی.ام.آ دارد، استفاده شد [9]. لاستیک به صورت یک ماده هایپرلاستیک در نظر گرفته شد و از مدل مونی-ریولین برای آن استفاده گردید [9]. با جای گذاری لاستیک در زیر ورق، فرایند مانند قبل شبیه سازی شد و در شبیه سازی های مختلف، فشار



شکل ۱۷ نتیجه شبیه سازی فرایند شکل دهی به کمک لاستیک

جدول ۴ شکل لاستیک در چهار شبیه سازی مختلف

شماره شبیه سازی	شکل لاستیک
۱	
۲	
۳	
۴	

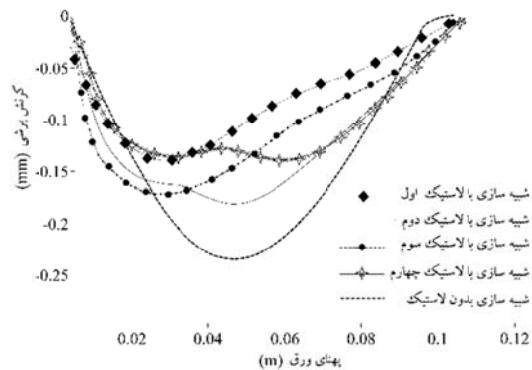


شکل ۱۸ توزیع ضخامت پی.ام.آ در شکل دهی به کمک لاستیک

اعمالی، شرایط مرزی و سایر ویژگی های فرایند یکسان در نظر گرفته شد، تنها شکل لاستیک، متفاوت از یک دیگر انتخاب گردید. در شکل (۱۷) نتایج مربوط به یکی از شبیه سازی ها نشان داده شده است. پس از انجام شبیه سازی های مختلف، نتایج توزیع ضخامت و کرنش برشی محصولات نهایی، با یکدیگر و با نتایج مربوط به شبیه سازی بدون لاستیک مقایسه گردید. در جدول (۴) شکل لاستیک در چهار مورد از شبیه سازی ها معرفی شده و در شکل (۱۸) نمودارهای توزیع ضخامت مربوط به این شبیه سازی ها نشان داده شده است. همان گونه که ملاحظه می شود، نتایج بسیار بهتر از حالتی است که فرایند بدون استفاده از لاستیک انجام می شد. در این شکل، نمودارهای توزیع ضخامت روند هموارتری را نسبت به حالتی که لاستیک وجود نداشت، طی می کنند و میزان کاهش ضخامت در این نمودارها بسیار کمتر از قبل است. به نظر می رسد که وجود لاستیک، نقیصه کاهش زیاد ضخامت را تا حدودی برطرف می کند و در قسمت های بالایی ورق که میزان تغییر شکل زیاد است، لاستیک با تغییر شکل برگشت پذیر خود، از تغییر شکل بیش از اندازه ورق پی.ام.آ جلوگیری کرده است. البته مقداری ناهموازی و به عبارت دیگر اعوجاج در نمودارهای توزیع ضخامت دیده می شود که به نظر می رسد با شکل لاستیک ارتباط دارد. این امر در نمودارهای مربوط به کرنش برشی قطعات نهایی حاصل از شبیه سازی نیز به چشم می خورد. در شکل (۱۹) نمودارهای کرنش برشی ورق پی.ام.آ مربوط به چند شبیه سازی نشان داده شده است. باتوجه به این نمودارها، مقدار کرنش برشی نیز با وجود لاستیک بسیار کمتر از حالت بدون لاستیک می باشد. لذا می توان این نتیجه را گرفت که اعوجاج ایجاد شده در نمودارهای توزیع ضخامت و کرنش برشی، با شکل لاستیک ارتباط دارد. لذا با تغییر شکل لاستیک و به دست آوردن شکل مناسب برای آن، می توان اعوجاج مذکور را نیز بهبود بخشید.

اندازه ضخامت در این نقاط بین سه تا بیست میلی متر انتخاب گردید. بنابراین پنج اندازه t_1 تا t_5 به عنوان ورودی های شبکه عصبی در نظر گرفته شد. مجموع مربعات اختلاف نقاط متناظر دو پروفیل (پروفیل شبیه سازی شده و پروفیل مبنا) نیز به عنوان خروجی به شبکه عصبی معرفی گردید. برای به کارگیری شبکه عصبی، از نرم افزار متلب استفاده گردید. شبکه عصبی ایجاد شده از نوع پس انتشار خطا بود و از طریق تشکیل ماتریس هسیان آموزش داده شد. در استفاده از شبکه عصبی توصیه می شود همیشه تعداد نورون های لایه اول از تعداد متغیرهای ورودی بیشتر باشد. به همین دلیل تعداد نورون ها ۸ تا انتخاب شد. توابع لایه های میانی در شبکه عصبی عموماً غیرخطی و از نوع توابع سیگموئیدی هستند. در شبکه مذکور، یک لایه میانی از نوع تانژانت سیگموئیدی (Tan.Sig.) انتخاب شد و لایه خروجی به صورت تک نورون و با تابع خطی در نظر گرفته شد. همچنین در ایجاد شبکه عصبی از برنامه ای موسوم به روش اعتبارسنجی K (K-fold cross Validation Method) استفاده شد. براساس این برنامه به جای یک بار آموزش شبکه و یک شبیه سازی با مقادیر ورودی و خروجی، شبکه به اندازه تعداد آزمایش های مسئله آموزش داده می شود [16]. لذا شبکه دقیق و دارای درصد خطای بسیار کمی (۳/۶٪) به دست آمد. مقدار مجموع مربعات باقی مانده (R-Square) نیز برای این شبکه برابر با ۰/۹۷۶ به دست آمد که یک مقدار مطلوب است. شبکه رابطه بین ضخامت نقاط مختلف لاستیک با میزان انطباق پروفیل خروجی بر پروفیل مبنا را به صورت رابطه (۱۰) ارائه نمود.

$$F(t_i) = M_2 \left[\tanh \left(M_1 * \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{Bmatrix} + B_1 \right) \right] + B_2 \quad (10)$$



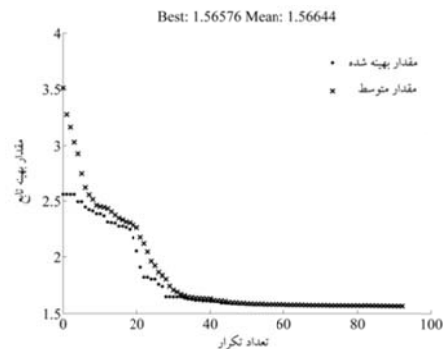
شکل ۱۹ توزیع کرنش برشی پی.ام.آ در شکل دهی به کمک لاستیک

استفاده از شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک در طراحی شکل مناسب لاستیک برای بهبود کیفیت اپتیکی ورق پی.ام.آ

برای به دست آوردن قطعه مورد نظر، با کیفیت مطلوب، یکی از پروفیل های تجربی به عنوان پروفیل مبنا در نظر گرفته شد و شکل مناسب لاستیک برای رسیدن به این پروفیل، به دست آمد. با این تفاوت که قطعه به دست آمده، این بار دارای کیفیت اپتیکی به مراتب بهتر از قطعه تجربی موجود خواهد بود. لذا با استفاده از شبکه عصبی، رابطه شکل های مختلف لاستیک برای رسیدن به پروفیل مبنا بررسی می شود و به کمک الگوریتم ژنتیک شکل مناسب انتخاب می گردد.

برای این منظور، در قسمت های مختلف لاستیک، پنج نقطه، هر کدام به فاصله بیست میلی متر از دیگری انتخاب شد؛ در هر شبیه سازی ضخامت لاستیک در این نقاط تغییر کرد و بهترین منحنی درجه سوم که از این نقاط می گذرد برای ایجاد شکل لاستیک در نظر گرفته شد. این پنج نقطه و ضخامت لاستیک در این نقاط در شکل (۲۰) مشخص شده اند. لازم به ذکر است که ضخامت لاستیک در قسمت بین قالب و ورق، ثابت و بدون تغییر باقی مانده است.

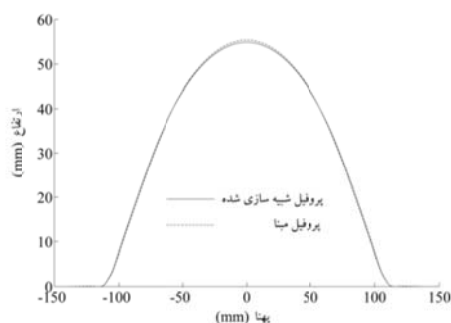
چندین شبیه سازی انجام شد و در هر مورد، اندازه های متفاوتی برای نقاط پنج گانه در نظر گرفته شد.



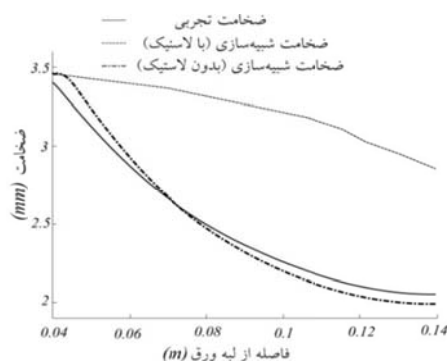
شکل ۲۱ روند کمینه کردن مقدار رابطه شکل لاستیک و پروفیل خروجی

جدول ۵ مقادیر ضخامت پیشنهادی نقاط مختلف لاستیک (میلی متر)

3.326	t_1
10.678	t_2
9.524	t_3
3.498	t_4
7.088	t_5



شکل ۲۲ مقایسه پروفیل های تجربی و شبیه سازی شده در شبیه سازی به کمک لاستیک

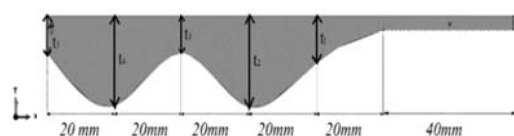


شکل ۲۳ مقایسه توزیع ضخامت قطعه تجربی و شبیه سازی شده در شکل دهی با لاستیک و بدون آن

در رابطه (۱۰)، M_1 ماتریس وزن های لایه اول با مرتبه (۸×۵) و B_1 ماتریس مقادیر اضافه (بایس) لایه اول با مرتبه (۸×۱) می باشد. M_2 و B_2 نیز مربوط به لایه دوم و به ترتیب (۱×۸) و (۱×۱) هستند. F تابع خروجی شبکه و بیانگر مجموع مربعات اختلاف نقاط پروفیل مورد نظر با پروفیل مینا، بر حسب میلی متر است.

رابطه مذکور توسط روش الگوریتم ژنتیک بهینه شد و کمترین مقدار آن به دست آمد. در شکل (۲۱) نمودار روند کمینه کردن تابع به نمایش درآمده است. باتوجه به این شکل، به ازای مقادیر مشخص شده در جدول (۵)، برای t_1 تا t_5 ، کمترین اختلاف بین پروفیل های مینا و شبیه سازی شده حاصل خواهد شد. مجموع مربعات اختلاف نقاط این دو پروفیل برابر است با: ۱/۵۶۵۷۶ میلی متر.

باتوجه به نتایج ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک، شکل لاستیک طراحی و یک شبیه سازی به کمک آن انجام گرفت. در شکل (۲۲) پروفیل حاصل از شبیه سازی با پروفیل مینا مقایسه شده است. همان گونه که ملاحظه می شود اختلاف دو پروفیل کم و قابل قبول است. در شکل (۲۳) نیز نمودار توزیع ضخامت نهایی قطعه تجربی، قطعه شبیه سازی شده به کمک لاستیک و بدون آن مقایسه شده اند. ملاحظه می شود که توزیع ضخامت قطعه شبیه سازی شده در فرایند شکل دهی با لاستیک، هموارتر و یکنواخت تر از توزیع ضخامت قطعه تجربی و شبیه سازی شده در فرایند بدون لاستیک است.



شکل ۲۰ انتخاب ۵ نقطه در لاستیک برای تغییر ضخامت و شکل لاستیک

بحث و نتیجه گیری

روش شکل دهی آزاد یکی از پرکاربردترین روش ها برای شکل دهی مواد است. بسیاری از پلیمرها از جمله پلی متیل متاکریلات (پی.ام.ام.آ) با این روش شکل داده می شوند. در چنین محصولاتی، ویژگی های اپتیکي قطعه نهایی دارای اهمیت زیادی است. لذا بررسی عوامل مؤثر در این کیفیت و تلاش در جهت بهبود آنها، می تواند به تولید محصولات با خواص مطلوب تر کمک کند.

در این مقاله فرایند شکل دهی ورق پی.ام.ام.آ توسط آزمایش های عملی انجام شد و نتایج آن با نتایج شبیه سازی فرایند در یک نرم افزار اجزای محدود و با به کارگیری مدل الاستیک- پلاستیک مقایسه گردید. براساس نتایج، مدل الاستیک- پلاستیک برخلاف مدل های هایپر الاستیک و ویسکوالاستیک قادر به شبیه سازی تمام مراحل فرایند می باشد و میزان برگشت ارتفاع، نتایج توزیع ضخامت و پروفیل نهایی را به خوبی پیش بینی می کند. بنابراین به نظر می رسد برای مدل سازی فرایند شکل دهی ورق های اکریلیک، به ویژه در نرخ کرنش های پایین نیازی به در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش و استفاده از مدل هایی مانند ویسکوالاستیک و ویسکوپلاستیک نیست؛ بلکه مدل ساده الاستیک- پلاستیک نیز می تواند برای شبیه سازی این ماده به کار

رود. همچنین در صورت کنترل کردن مقدار برگشت ارتفاع ورق در حین شکل دهی و کاهش این مقدار، می توان از ایجاد چروکیدگی و در نتیجه ایجاد یا تشدید عیوب اپتیکي در قطعه جلوگیری نمود.

دو عامل توزیع ضخامت و توزیع کرنش برشی در قطعه نهایی، می تواند بیانگر میزان اعوجاج ایجاد شده در قطعه و کیفیت اپتیکي آن باشد. با در اختیار گرفتن روند توزیع ضخامت و کرنش برشی نهایی در حین شکل دهی، می توان به ضخامت یکنواخت تر و کرنش برشی کمتر در محصول دست یافت. روش پیشنهادی در این پژوهش، استفاده از یک لاستیک در فرایند شکل دهی است که به کمک آن می توان توزیع ضخامت قطعه را تا حدودی در اختیار گرفت و ضخامت یکنواختی تولید نمود. برای اثر نگذاشتن لاستیک بر روی سطح ورق، بهتر است خصوصیات مکانیکی و حرارتی لاستیک، نزدیک به خصوصیات ورق باشد. با تغییر ضخامت لاستیک در نقاط مختلف، می توان ضخامت ها و کرنش برشی متفاوتی را در ورق به دست آورد. با طراحی شکل مناسب برای لاستیک، علاوه بر حصول قطعه با کیفیت اپتیکي بهتر، می توان شکل قطعه نهایی را نیز با دقت زیادی پیش بینی نمود و حتی اشکالی که با روش معمول شکل دهی آزاد نمی توان آنها را به دست آورد، با این روش تولید نمود.

مراجع

1. Carlone, P. and Palazzo, G.S., "Finite Element Analysis of the Thermoforming Manufacturing Process Using the Hyper elastic Mooney-Rivlin Model", *International Conference on Computational Science and Its Applications (ICCSA)*, Glasgow, UK, Vol. 3980, pp. 794-803, (2006).
2. Dong, Y., Lin, R.J.T. and Bhattacharyya, D., "Determination of critical material parameters for numerical simulation of acrylic sheet forming", *Journal of Material Science*, Vol. 40, pp. 399-410, (2005).
3. Dong, Y., Lin, R.J.T. and Bhattacharyya, D., "Finite element simulation of thermoforming acrylic sheets using dynamic explicit method", *Journal of Polymer and Composite*, Vol. 14, pp. 307-328, (2006).

4. Satarian, M., "Reconnaissance Behavior of poly methyl methacrylate in the Free forming Process Using Simulation and Practical test", MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Najaf Abad University, Isfahan, (2010).
5. Throne, J.L., "*Thermoforming*", First Edition, Hanser Publication, New York, (1987).
6. Senn, T., Waberski, Ch., Wolf, J., Esquivel, J.P., Sabaté, N. and Löchel, B., "3D structuring of polymer parts using thermoforming processes", *Journal of Microelectron Engineering*, Vol. 88, pp. 11–16, (2011).
7. Amiri, E., "A Finite Element Investigation on Thickness Distribution of PMMA Sheets in a Combination of Free Forming and Plug Assistance Forming", *17th Annual (International) Conference on Mechanical Engineering (ISME)*, University of Tehran, Iran, (2009).
8. R'egnier, G., Gilormini, P. and Chevalier, L., "Thermoforming poly (methyl methacrylate) transparencies", *Society of Plastics Engineers*, Vol. 40, pp. 376-388, (2010).
9. Varghese, A.G. and Batra, R.C., "Constitutive equations for thermo mechanical deformations of glassy polymers", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, pp. 4079–4094, (2009).
10. Krevelen, D.W. and Nijenhuis, K.T., "*Properties of Polymers*", Fourth Edition, Elsevier Publication, Netherland, (2009).
11. Richeton, J., Ahzi, S., Vecchio, K.S., Jiang, F.C. and Makradi, A., "Modeling and validation of the large deformation inelastic response of amorphous polymers over a wide range of temperatures and strain rates", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, pp. 7938–7954, (2007).
12. O'Connor, C.P.J., Menary, G., Martin, P.J. and McConville, E., "Finite element analysis of the thermoforming of Polypropylene", *International Journal of Material Forming*, Vol. 1, pp. 779-782, (2008).
13. Scheer, H.C., Bogdanski, N., Wissen, M., Konishi, T. and Hirai, Y., "Polymer time constants during low temperature Nano imprint lithography", *Journal of Vacuum Science and Technology*, Vol. 23, pp. 2963-2966, (2005).
14. Azdast, T., Doniavi, A., Ahmadi, S.R. and Amiri, E., "Numerical and experimental analysis of wall thickness variation of a hemispherical PMMA sheet in thermoforming process", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 64, pp. 113-122, (2013).
15. Dunne, F. and Petrinic, N., "*Introduction to Computational Plasticity*", Oxford University Press, United Kingdom, (2005).
16. McLachlan, J.G., Kim-Anh, D. and Ambroise, C., "*Analyzing Microarray Gene Expression Data*", First Edition, Wiley-Interscience, London, (2004).

شبیه‌سازی عددی تأثیر نوسان جت برخوردی سینوسی بر انتقال حرارت از سطح مقعر استوانه‌ای*

علی حاجی محمدی^(۱) مهران رجبی زرگرآبادی^(۲)

چکیده این مقاله درمورد تحلیل عددی جریان و انتقال حرارت آشفته در جت دایره‌ای برخوردی نوسانی به سطح مقعر استوانه‌ای بحث می‌کند. در این راستا معادلات متوسط‌گیری‌شده برای جریان تراکم‌ناپذیر آشفته در حالت غیردائم به‌همراه مدل آشفتنگی $RNG\ k-\epsilon$ در یک فضای محاسباتی سه‌بعدی حل شده است. تأثیر فرکانس نوسان، دامنه نوسان و عدد رینولدز بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت سطح، موردبررسی قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که درمقایسه با جت پایا، استفاده از جت نوسانی در محدوده فرکانس ۵۰ تا ۲۰۰ هرتز باعث افزایش میانگین انتقال حرارت از سطح می‌شود. همچنین با افزایش عدد رینولدز از ۱۰,۰۰۰ به ۴۰,۰۰۰ و افزایش دامنه نوسانات از ۰/۴ تا ۱، متوسط زمانی عدد ناسلت افزایش یافته است.

واژه‌های کلیدی جریان آشفته؛ جت برخوردی نوسانی؛ موج سینوسی؛ عدد ناسلت؛ سطح مقعر.

Numerical Simulation of the Effects of Sinusoidal Pulsed Impinging Jet on Heat Transfer from the Concave Cylindrical Surface

A. Hajimohammadi

M. Rajabi Zargarabadi

Abstract In this study, the numerical analysis of turbulent flow and heat transfer of oscillating impinging circular jet on concave cylindrical surface has been investigated. In this way, the averaged Navier-Stokes equations for turbulent incompressible flow in an unsteady state with $RNG\ k-\epsilon$ turbulent model and in 3D computational space were solved. The effects of oscillation frequency, amplitude of oscillation and Reynolds number on Time-averaged Nusselt number Distribution in concave surface were studied. The obtained results show that applying the pulsating jet in the range of 50 to 200 Hz can increase heat transfer from concave surface in comparison with the steady jet. Furthermore, increasing Re number from 10000 to 40000 and amplitude of oscillation from 0.4 to 1, leads to the increase of time-averaged Nusselt number.

Key Words Turbulent flow; Sinusoidal Waveform; Impinging Pulsated Jet; Nusselt number; Concave Surface

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۷/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱/۲۹ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.59499

(۱) کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان.

(۲) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان. rajabi@semnan.ac.ir

مقدمه

یکی از روش‌های نسبتاً جدید و مؤثر در صنعت امروز برای خنک‌کاری قطعات داغ، انتقال حرارت به‌روش برخوردی می‌باشد. جت‌های برخوردی به‌دلیل دارا بودن نرخ انتقال حرارت بالا موردتوجه بسیاری از محققان قرار گرفته‌اند. در این روش با اعمال مومنتوم قابل‌توجه به یک سیال خروجی از نازل و سپس با تشکیل یک لایه نازک هیدرودینامیکی و حرارتی بر سطح برخورد، بهبود قابل‌توجهی در افزایش میزان انتقال جرم، حرارت و مومنتوم حاصل خواهد شد. از جت‌های برخوردی در خنک‌کاری پره‌های توربین گازی، قطعات الکترونیکی، دیواره محفظه احتراق، در صنایع دارویی و غذایی، در فرایندهای برش و شکل‌دهی فلزات و خشک کردن کاغذ استفاده می‌شود. اصلی‌ترین کاربرد جت برخوردی به سطوح مقعر، مربوط به خنک‌کاری سطح داخلی لبه جلویی پره توربین گاز است. این بخش از پره توربین در برخورد با گازهای داغ به‌شدت تحت تأثیر قرار می‌گیرد و نیازمند خنک‌کاری می‌باشد.

بررسی‌های متعدد قبلی نشان می‌دهد که خنک‌کاری جت برخوردی در حالت پایا به عوامل مختلفی چون عرض جت، عدد رینولدز، فاصله جت تا سطح برخورد، انحنای نسبی سطح برخورد، زاویه جت برخوردی، تعداد جت و فاصله جت‌ها از هم بستگی دارد. در سال‌های اخیر، برای افزایش انتقال حرارت جت برخوردی از سطوح برخورد، از جت‌های نوسانی استفاده می‌شود. این نوسانات می‌توانند به‌شکل موج سینوسی در فرکانس‌های مختلفی باشند. مطالعات محدودی به‌صورت عددی و تجربی در این زمینه انجام شده است.

در سال ۱۹۶۹ چوپ و همکاران [1]، مطالعاتی را بر یک ردیف جت برخوردی پایا به صفحه مقعر انجام دادند. آنها افزایش عدد رینولدز را مهم‌ترین عامل در

افزایش ضریب انتقال حرارت گزارش کردند. در سال ۱۹۹۹ سیلر و همکاران [2]، اهمیت چرخه کار (یعنی نسبت زمان چرخه نوسان به زمان کل تناوب) را برای یک جت برخوردی نوسانی دوبعدی مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند سیکل کاری ۰/۲۵ اثر بهتری از سیکل کاری ۰/۳۳ یا ۰/۵ برای فرکانس تا حدود ۶۰ هرتز تولید می‌کند. در سال ۲۰۰۲ کمسی و هر [3]، جت برخوردی خودنوسان را در هندسه دوبعدی مطالعه کردند. آنها یک جت با فلپ دوره‌ای را در امتداد محور عمودی نازل بررسی کردند و مشاهده کردند که جابه‌جایی و پخش گرما به‌دلیل نوسانات افزایش یافته است.

در سال ۲۰۰۴ سوریس و همکاران [4]، به بررسی عددی جت خنک‌کننده برخوردی به یک نیم‌دایره مقعر پرداختند. آنها تغییرات رینولدز جت، فاصله بین نازل و جت را در نظر گرفتند. از دو مدل $K-\epsilon$ و RSM استفاده کردند که دقت مدل RSM بیشتر بود. همچنین مشاهده کردند بیشترین انتقال حرارت در بالاترین رینولدز رخ می‌دهد.

در سال ۲۰۰۵ فنوت و همکاران [5]، مطالعه تجربی را بر یک ردیف جت برخوردی پایا به صفحه تخت انجام دادند. آنها تأثیر عدد رینولدز، فاصله جت تا صفحه برخورد، فاصله بین جت‌ها و همچنین دمای ورودی به جت‌ها بر عدد ناسلت مورد بررسی قرار دادند. آنها مستقل بودن ناسلت از $(T_j - T_\infty)$ را گزارش کردند. در سال ۲۰۰۶ زولکیفلی و سوپیان [6]، به بررسی اثر فرکانس بر انتقال حرارت محلی و انتقال حرارت متوسط روی صفحه را به‌صورت دوبعدی پرداختند. آنها نتیجه گرفتند که متوسط عدد ناسلت جریان نوسانی بسیار بیشتر از عدد ناسلت در حالت جت پایا است. همچنین انتقال حرارت در نقطه سکون در جت نوسانی برای همان محدوده فرکانس‌ها نسبت به حالت جت پایا کمتر است.

در سال ۲۰۰۷ هافمن و همکارانش [7]، تأثیر ضربان‌دار بودن جریان جت برخوردی به صفحه را بر انتقال حرارت و ساختار جریان در هندسه‌ای دوبعدی بررسی کردند. تغییرات فرکانس و دامنه‌های گوناگون را به‌طور جداگانه بررسی کردند و نتیجه گرفتند در فرکانس‌های بالا برای فواصل کم برخورد، انتقال حرارت افزایش می‌یابد. آستانه فرکانس برای این حالت در عدد استروهال $St=0.2$ تعیین شده است.

در سال ۲۰۰۸ فنوت و همکاران [8]، مطالعه تجربی را روی یک ردیف جت پایای دایره‌ای در برخورد با صفحه مقعر انجام دادند. آنها در مطالعه خود، تأثیر عدد رینولدز، فاصله خروجی جت تا صفحه مقعر، فاصله بین جت‌ها، انحنا نسبی و دمای هوای ورودی جت‌ها را بر توزیع عدد ناسلت موردبررسی قرار دادند. آنها توزیع عدد ناسلت در دو راستای محوری، در دماهای متفاوت هوای ورودی به جت ارائه دادند. سال ۲۰۰۹ زولکیفلی و همکارانش [9]، مقایسه‌ای را بین عدد ناسلت جت پایا و جریان جت نوسانی برای هندسه دوبعدی انجام دادند. شار حرارتی را در موقعیت‌های شعاعی به مرکزیت نقطه سکون اندازه‌گیری کردند. آنها نتیجه گرفتند که جریان با جت نوسانی، انتقال حرارت محلی بیشتری را موجب می‌شود.

در سال ۲۰۱۱ بازیدیدی تهرانی و همکاران [۱۲]، به بررسی عددی جریان و انتقال حرارت جت برخوردی نوسانی مصنوعی بر هندسه متقارن با شار حرارتی ثابت پرداختند. آنها مشاهده کردند متوسط زمانی عدد ناسلت با افزایش فاصله نازل از صفحه برخورد، افزایش یافته است. همچنین با افزایش فرکانس نوسان انتقال حرارت افزایش یافته است.

محمدپور و همکاران [۱۱ و ۱۲]، به تحلیل عددی انتقال حرارت جت شیاری برخوردی نوسانی به سطح مقعر پرداختند. آنها اثرات رینولدز جت، فاصله جت تا سطح برخورد و دامنه سرعت نوسانی را بر انتقال

حرارت از سطح برخورد موردبررسی قرار دادند. نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که افزایش فرکانس جت نوسانی و افزایش عدد رینولدز جت منجر به افزایش میانگین انتقال حرارت از سطح می‌شود. همچنین درمقایسه با جت پایا، کاهش فاصله جت تا صفحه منجر به افزایش محسوس عدد ناسلت در ناحیه برخورد می‌شود.

در سال ۲۰۱۵ اسماعیل پور و همکاران [13]، به تحلیل عددی میدان جریان و انتقال حرارت جت برخوردی نوسانی به سطح پرداختند. آنها نشان دادند که نوسان جت برخوردی باعث کاهش انتقال حرارت در ناحیه برخورد جت و افزایش نرخ انتقال حرارت در ناحیه جت دیواره می‌شود. همچنین با افزایش فاصله از ناحیه برخورد، تأثیر نوسان جت بر انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

در سال ۲۰۱۴ محمدپور و همکاران [14]، تحلیل عددی جریان و انتقال حرارت آشفته در جت برخوردی نوسانی را به سطح مقعر انجام دادند. آنها اثر نوسان‌های مربعی و سینوسی را بر جریان و انتقال حرارت آشفته یک جت شیاری برخوردی به سطح مقعر بررسی کردند و نشان دادند که در جت نوسانی، افزایش فرکانس باعث افزایش متوسط زمانی عدد ناسلت درمقایسه با جت پایا می‌شود. افزایش قابل‌توجهی در نرخ انتقال حرارت برای موج مربعی شکل نسبت به موج سینوسی وجود دارد.

در سال ۲۰۱۶ طریقی و رجبی [۱۵] درمورد تأثیر جابه‌جایی افقی جت‌ها بر انتقال حرارت جابه‌جایی از سطح مقعر استوانه‌ای تحقیقاتی را ارائه کردند. آنها در یک فضای محاسباتی سه‌بعدی نشان دادند که اعمال تصحیح یاپ به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای منجر به اصلاح تخمین بیشینه عدد ناسلت در نقطه برخورد می‌شود.

در سال ۲۰۱۶ تقی‌نیا و همکاران [16]، به بررسی عددی انتقال حرارت و جریان جت هوای برخوردی به سطح مقعر پرداختند. آنها به بررسی اثر تغییرات

هندسی در شکل (۱) قابل مشاهده می‌باشد. همچنین شرایط مرزی استفاده شده در این پژوهش در شکل (۱) نمایش داده شده است.

شرایط در نظر گرفته شده در این تحلیل به گونه‌ای است که در ورودی جریان جت به میدان حل، شرط مرزی ورودی سرعت، که مقدار آن متناسب با عدد رینولدز در نظر گرفته شده است. سرعت در خروجی جت به صورت موج سینوسی فرض شده است. توزیع سرعت اعمال شده در خروجی جت (u_{jet}) برای حالت جت سینوسی به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$u_{jet} = u_{ave} + Au_{ave} \sin(2\pi ft) \quad (۱)$$

که u_{avg} سرعت میانگین تعریف شده است. در موج سینوسی، نیمه اول سیکل مربوط به زمانی است که $u_{jet} > u_{avg}$ و نیمه دوم مربوط به زمانی است که $u_{jet} < u_{avg}$. اجرای این الگوی سینوسی به طور مکرر، یک سیکل نامیده می‌شود [18]. دمای هوای ورودی به جت‌ها برابر دمای محیط، یعنی ۲۹۸/۱۵ کلوین در نظر گرفته شده است و شدت آشفته‌گی در ورودی جت‌ها برابر ۵ درصد لحاظ شده است. همچنین باتوجه به اینکه سطح مقطع جت‌ها دایره‌ای می‌باشد، قطر هیدرولیکی مورد نیاز برای محاسبه عدد رینولدز و عدد ناسلت، برابر قطر جت‌ها فرض شده است.

$$Re = \frac{\rho u_{ave} d_h}{\mu} \quad (۲)$$

$$Nu = \frac{q''}{T_w - T_j} \frac{d_j}{k_j} \quad (۳)$$

که ρ, μ, k_j به ترتیب ضریب هدایت گرمایی، ویسکوزیته و چگالی هوای ورودی به جت‌ها در دمای ۲۹۸/۱۵ کلوین ($T_{jet} = 298/15 K$) می‌باشند. همچنین d_h قطر هیدرولیکی است و از تعریف زیر حاصل شده است.

فاصله برخورد نازل تا سطح مقعر پرداختند. آنها نشان دادند که مدل LES بهتر از مدل SST-SAS رفتار و انتقال حرارت جت برخوردی از سطح مقعر را پیش‌بینی می‌کند.

در تحقیق حاضر تلاش جدیدی برای تحقیق و بررسی سه‌بعدی جریان و انتقال حرارت تک‌جت برخوردی دایروی نوسانی به صفحه مقعر استوانه‌ای انجام شده است. ابتدا نتایج شبیه‌سازی جریان پایا برای هندسه سه‌بعدی (هندسه مرجع) [8] با استفاده از نرم‌افزار انسیس فلونت ۱۶ [17] مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت نتایج عددی با نتایج تجربی موجود اعتبارسنجی شده است. به منظور اعمال شرط ورودی نوسانی برای سرعت ورودی جت، کد محاسباتی به زبان C نوشته شده و به نرم‌افزار اضافه شده است. در این مطالعه به ارزیابی و بررسی تأثیر عدد رینولدز، فرکانس نوسان و دامنه نوسان بر میزان توزیع عدد ناسلت مورد بررسی قرار گرفته است.

هندسه و شرایط مرزی

در شکل (۱)، نمایی از تک‌جت با سطح مقطع دایره‌ای و صفحه مقعر مورد مطالعه در این پژوهش نشان داده شده است. صفحه برخورد به شکل نیم‌استوانه است به قطر ۱۰۰ میلی‌متر و دارای طولی ۴ برابر قطر جت (d) می‌باشد که به وسیله دو صفحه تخت با ارتفاع ۵۰ و عرض ۳۵ میلی‌متر (دارای طولی برابر با صفحه برخورد) امتداد داده شده است. در مطالعه تجربی انجام شده توسط فنوت و همکاران [8]، صفحه نگهدارنده‌ای در خروجی جت‌ها قرار داده شده است. این صفحه از ارتعاش جت‌ها (به دلیل سرعت بالای سیال خروجی) و همچنین از برخورد جریان برگشتی به سمت دیواره جت‌ها جلوگیری می‌کند. مطابق مطالعه تجربی [8] طول و عرض این صفحه به ترتیب ۱۰۰ و ۳۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. جزئیات ابعاد

معادلات حاکم

شرایط حاکم بر جریان به صورت سه بعدی، آشفته، تک‌فاز و غیردائم در نظر گرفته شده است. سیال انتخابی نیز هوا با شرایط گاز ایده‌آل و تراکم‌ناپذیر می‌باشد.

معادلات پیوستگی و مومنتم و انرژی برای جریان آشفته با استفاده از متوسط‌گیری رینولدز بیان شده است که به شرح زیر است.

معادله بقای جرم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

معادله بقای مومنتوم:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \bar{u}_i' \bar{u}_j' \right] \quad (6)$$

که در رابطه فرضی بوزینسک برابر است با:

$$-\rho \bar{u}_i' \bar{u}_j' = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \quad (7)$$

معادله بقای انرژی:

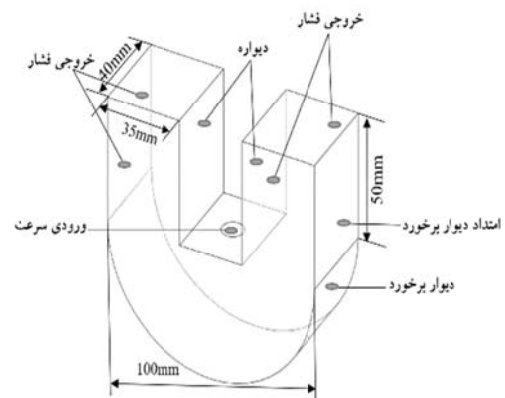
$$\frac{\partial(\rho C_p \bar{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho C_p \bar{u}_i \bar{T})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \rho C_p \bar{u}_i' \bar{T}' \right) \quad (8)$$

معادلات RANS عنوانی است که به معادلات فوق اطلاق می‌شود و در ضمن معادلاتی صریح هستند و هیچ فرضی در به دست آمدن آنها اعمال نشده است. مدل RNG k-ε توسط یاخته و اورژگ [19]، در سال ۱۹۹۱ ارائه شده است. از ویژگی‌های این مدل، ارائه جواب‌های واقعی‌تر در جریان‌های همراه با چرخش است. این مدل در مسائل گذرا نتایج بهتری نسبت به سایر مدل‌های k-ε ارائه می‌دهد [20-22]. با توجه به ویژگی ذکر شده، مدل RNG در محدوده

$$d_h = \frac{4A}{P} = d \quad (4)$$

شایان ذکر است به صفحه برخورد و امتداد آن شار حرارتی ثابت برابر با 5000 W/m^2 اعمال شده است. همچنین دیوارهای انتهایی و دیواره نگهدارنده جت‌ها آدیاباتیک در نظر گرفته شده‌اند. روی تمامی دیواره‌های محدوده محاسباتی از شرط عدم لغزش استفاده شده است.

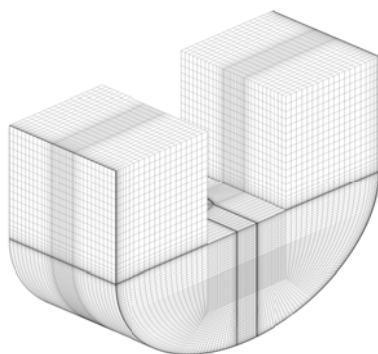
همچنین در خروجی جریان شرط مرزی خروجی فشار در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی اعمالی بر هندسه محاسباتی از جمله دمای ورودی جت‌ها و مقدار شار حرارتی اعمالی بر سطح برخورد با توجه به شرایط کار آزمایشگاهی فنوت و همکاران [8] و تحقیقات عددی مربوط به فیزیک مسئله [13-15] انتخاب شده است.



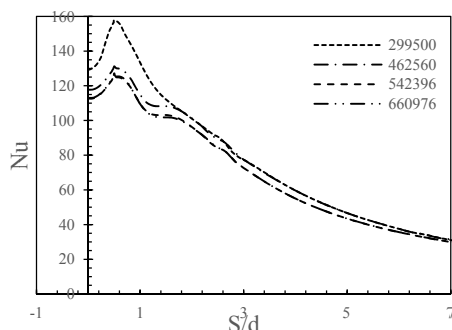
شکل ۱ هندسه میدان حل و شرایط مرزی

همچنین چسبندگی دینامیکی و گرمای ویژه هوا در فشار اتمسفر و دمای $298/15$ کلون در نظر گرفته شده است. برای محاسبه عدد رینولدز، چگالی در دمای ورودی تعریف شده است. برای تحلیل جت در حالت غیرپایا (نوسانی)، شرایط اولیه مورد نیاز است. شرایط در لحظه اولیه ($t=0$) مطابق زیر در نظر گرفته شده است: $u=v=w=0, p=p_\infty, T=T_\infty, k=\epsilon=0$.

نرم افزار انسیس فلوئنت ۱۶ استفاده شده است و شرایط مرزی نوسانی با نوشتن کد برنامه نویسی به زبان C و اضافه کردن به نرم افزار به ورودی جت ها اعمال شده است. همچنین باتوجه به استفاده از مدل RNG k-ε در این مسئله برای شبیه سازی دقیق رفتار جریان در نزدیکی دیواره از توابع دیواره بهبود یافته (ترکیب مدل مغشوش دولایه ای با توابع دیواره پیشرفته) استفاده شده است. در این صورت ضروری است که مقدار فاصله بدون بعد از صفحه برخورد، Y^+ در تمام طول دیواره مقعر کوچکتر از ۱ باشد [23-27]. مطابق شکل (۳)، به منظور دستیابی به حل مستقل از شبکه بندی، تعداد شبکه در سه مرحله افزایش یافته است. با مقایسه توزیع عدد ناسلت در حالت پایا، در نهایت شبکه با تعداد سلول های محاسباتی ۵۴۲,۳۹۶ انتخاب شده است.



شکل ۲ ساختار شبکه بندی محدوده جریان



شکل ۳ تأثیر تعداد شبکه بر توزیع عدد ناسلت
($Y/d=2$, $Re=23000$)

وسعی از جریان ها، نتایج مطمئن تر و دقیق تری را نسبت به مدل استاندارد ارائه می دهد. در این مدل، معادله انتقال نرخ اضمحلال (ϵ) اصلاح شده است. در این مدل، معادلات k و ϵ به شکل زیر است. معادله (k):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (9)$$

معادله (ϵ):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{K} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2}^* \rho \epsilon) \quad (10)$$

که در رابطه فوق:

$$C_{\epsilon 2}^* = C_{\epsilon 2} + \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \quad \eta = S \frac{K}{\epsilon} \quad \text{و} \quad S = (2S_{ij}S_{ij})^{\frac{1}{2}}$$

ضرایب موجود در معادلات ذکر شده برای مدل RNG k-ε مطابق جدول (۱) می باشند.

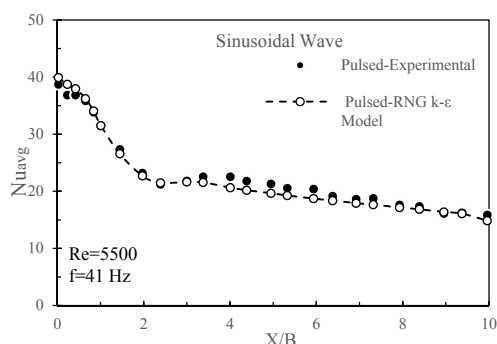
جدول ۱ ضرایب نیمه تجربی مدل k-ε

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ	η_0	β
۰/۰۸۴۵	۱/۴۲	۱/۶۸	۰/۷۱۹۴	۰/۷۱۹۴	۴/۳۸	۰/۰۱۲

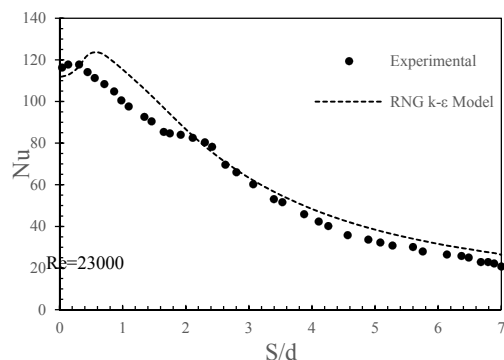
شبکه محاسباتی و روش حل عددی

در شکل (۲)، نمایی کلی از شبکه محاسباتی مورد استفاده در این تحقیق نشان داده شده است. همان طور که در شکل دیده می شود، محدوده جریان به شکل یک شبکه بندی غیریکنواخت و سازمان یافته در نظر گرفته شده است. به منظور مدل سازی مناسب جریان مجاور دیواره، سلول های شبکه در نزدیکی صفحه برخورد ریزتر شده و بر تراکم شبکه در این ناحیه افزوده شده است. همچنین باتوجه به پیچیدگی های موجود برای مدل سازی سه بعدی، از

توزیع عدد ناسلت به‌دست آمده در تحقیق حاضر با داده‌های تجربی فنوت [8] در حالت پایا مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. در شکل (۵)، مقایسه عدد ناسلت در عدد رینولدز ۲۳۰۰۰ و برای جت برخوردی پایا به سطح مقعر نشان داده شده است. مقایسه نتایج عددی با داده‌های تجربی نشان می‌دهد که پیش‌بینی متوسط زمانی عدد ناسلت محلی مطابقت قابل قبولی با نتایج به‌دست آمده از مطالعه فنوت [8] دارد.



شکل ۴ مقایسه متوسط عدد ناسلت محلی با نتایج تجربی صفحه تخت [28]



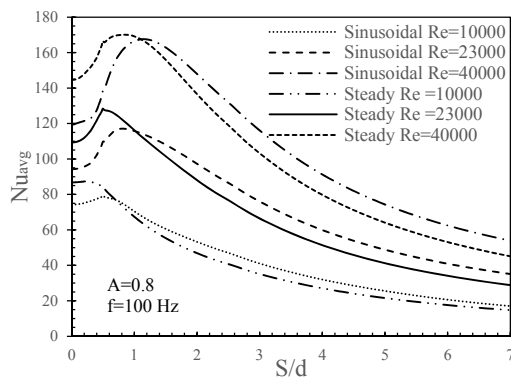
شکل ۵ مقایسه عدد ناسلت با نتایج تجربی پایا صفحه مقعر [8]

نتایج و تحلیل

تأثیر عدد رینولدز. همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده است افزایش عدد رینولدز جت از ۱۰,۰۰۰ به ۴۰,۰۰۰ سبب افزایش انتقال حرارت به‌میزان محسوس در نقطه برخورد و راستای محوری S شده

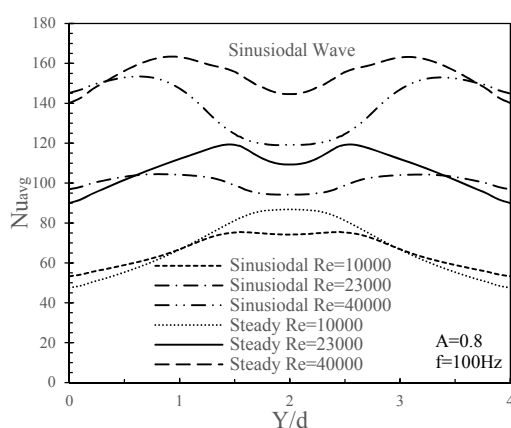
برای گسسته‌سازی معادله‌های مومنتوم، آشفتگی و انرژی از فرمول‌بندی تفکیکی و روش مجزاسازی مرتبه دوم استفاده شده و ارتباط میان فشار و سرعت از طریق الگوریتم سیمپل برقرار شده است. مبنای هم‌گرایی جواب‌ها میزان باقی‌مانده نسبی می‌باشد که در حالت پایا 10^{-6} و در حالت گذرا برای تمامی پارامترها (به‌جز انرژی که 10^{-6} است) 10^{-4} در نظر گرفته شده است. در این تحقیق برای بررسی استقلال نتایج از گام زمانی، هر سیکل نوسان به ۲۰، ۱۰ و ۳۰ گام زمانی تقسیم شد. به عبارت دیگر سه گام زمانی $\frac{1}{10f}$ ، $\frac{1}{20f}$ و $\frac{1}{30f}$ برای حالت نوسانی اعمال شده است. مقایسه نتایج تحقیق حاضر و تحقیقات دیگران [18] نشان می‌دهد که گام زمانی $\frac{1}{20f}$ (یک‌بیستم زمان هر سیکل)، دارای دقت حل و سرعت همگرایی مناسب است. شبیه‌سازی تا زمانی اجرا می‌شود که نوسان میدان‌های جریان و دما پایدار شود. یعنی در چرخه‌های متوالی به‌صورت یکسان تکرار شوند.

باتوجه به عدم وجود داده‌های تجربی و عددی در مورد جت نوسانی برخوردی به سطح مقعر، مطالعه حاضر با استفاده از نتایج تحلیل تک‌جت پایا برخوردی به سطح مقعر و جت برخوردی نوسانی به یک صفحه تخت اعتبارسنجی شده است. پیش‌بینی توزیع عدد ناسلت به‌دست آمده در تحقیق حاضر با داده‌های تجربی از ملادین و زومبرون [28] در حالت نوسانی مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است شرایط مرزی دامنه حل و حوزه حل در این زمینه مطابق با تحقیق ژو و همکاران [29] می‌باشد. شکل (۴)، متوسط زمانی عدد ناسلت محلی در فرکانس ۴۱ هرتز و رینولدز ۵۵۰۰ را برای جت نوسانی برخوردی به سطح تخت نشان می‌دهد. مقایسه نتایج عددی با داده‌های تجربی نشان می‌دهد که پیش‌بینی متوسط زمانی عدد ناسلت محلی مطابقت قابل قبولی با نتایج به‌دست آمده از مطالعه ملادین و زومبرون [28] دارد. پیش‌بینی



شکل ۶ اثر عدد رینولدز بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی راستای محوری S

شکل (۷) توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت در راستای محوری Y را نشان می‌دهد. همان‌گونه که دیده می‌شود با ایجاد نوسان در جریان، در رینولدزهای پایین در نواحی دور از نقطه برخورد و پایین دست جریان باعث افزایش جزئی در انتقال حرارت شده است. همچنین در نقطه برخورد و نواحی نزدیک نقطه برخورد ($1 < Y/d < 3$) کاهش در توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت و انتقال حرارت از سطح مشاهده می‌شود، به‌گونه‌ای که با افزایش رینولدز اختلاف بین حالت پایا و نوسانی بیشتر می‌شود.

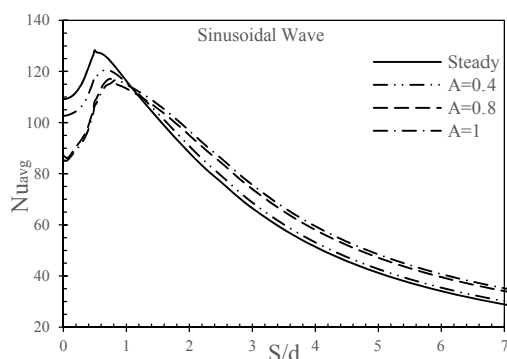


شکل ۷ اثر عدد رینولدز بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی راستای محوری Y

است. در مقایسه جت نوسانی با جت پایا مشاهده می‌شود که در نقطه برخورد (نقطه سکون) کاهش انتقال حرارت و عدد ناسلت مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز این اختلاف افزایش می‌یابد، به‌طوری که این کاهش برای رینولدز ۱۰,۰۰۰ برابر ۱۳٪ و برای رینولدز ۴۰,۰۰۰ در حدود ۲۱٪ می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود در پایین دست جریان افزایش عدد رینولدز باعث افزایش بیشتری در انتقال حرارت و متوسط زمانی عدد ناسلت می‌شود. دلیل این افزایش بالاتر بودن شدت آشفتگی جت نوسانی نسبت به جت پایا در این نواحی است. همچنین در حالتی که عدد رینولدز ۲۳,۰۰۰ و ۴۰,۰۰۰ باشد توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت برای جت نوسانی و همچنین توزیع عدد ناسلت جت پایا در راستای محوری دارای یک کمینه محلی می‌باشد. این در حالی است که با کاهش عدد رینولدز به ۱۰,۰۰۰، چنین کمینه‌ای در حالت پایا مشاهده نمی‌شود و در حالت نوسانی در مقایسه با رینولدزهای بالاتر کاهش تقریباً ناچیزی مشاهده شده است. فنوت و همکاران [۸] این حداقل نسبی در نقطه برخورد برای صفحه مقعر را به ناحیه سیال مرده ارتباط دادند. ناحیه سیال مرده توسط گیلارد و بریزی [30] در مطالعه تجربی آنها روی یک جت شیار در برخورد با صفحه مقعر مشاهده شده است. آنها سرعت متوسط سیال در این ناحیه را بسیار ناچیز گزارش کردند. درحقیقت انحنای صفحه مقعر، اجازه خروج کامل جریان را نمی‌دهد و سبب تشکیل ناحیه سیال مرده بر خط برخورد می‌شود. این ناحیه از برخورد مستقیم جریان جت به صفحه مقعر جلوگیری می‌کند و همین امر سبب کاهش عدد ناسلت در نقطه برخورد می‌شود. با کاهش عدد رینولدز به ۱۰,۰۰۰ از حجم ناحیه سیال مرده کاسته می‌شود و تأثیر قابل توجهی بر عدد ناسلت در نقطه برخورد ندارد.

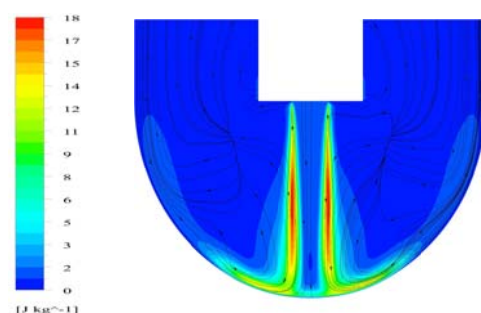
قوی‌تر است. همان‌گونه که در شکل (۸) مشاهده می‌شود برای رینولدز ۱۰,۰۰۰ گردابه‌ها مشاهده نشده است و با افزایش رینولدز گردابه‌ها تشکیل شده و نسبت به اعداد رینولدز پایین‌تر رشد چشم‌گیری داشته است.

تأثیر دامنه نوسان. شکل (۹) اثر دامنه نوسان (A) را بر متوسط زمانی عدد ناسلت محلی نشان می‌دهد. باتوجه به شکل (۹)، متوسط زمانی عدد ناسلت در ناحیه برخورد، با افزایش دامنه کاهش می‌یابد و در امتداد صفحه باتوجه به تشکیل گردابه قوی‌تر و بزرگ‌تر نرخ انتقال حرارت و در نتیجه متوسط عدد ناسلت افزایش می‌یابد. در نوسانات با دامنه بالاتر تفاوت چندانی بین انتقال حرارت از سطح و عدد ناسلت در ناحیه برخورد وجود ندارد. همان‌گونه که در شکل (۹) مشاهده می‌شود بین دو دامنه نوسان ۰/۸ و ۱ تفاوت چندانی در کمینه و رفتار ناسلت در S/d کوچک‌تر ۰/۸ دیده نمی‌شود. همچنین می‌توان گفت افزایش دامنه نوسان موجب بزرگ‌تر شدن گردابه‌های آشفتگی در جریان می‌شود و همین اختلاط و آشفتگی بیشتر تضعیف لایه مرزی را در پی دارد که این امر موجب افزایش انتقال حرارت می‌شود.

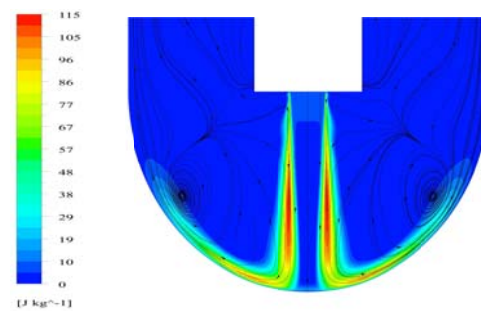


شکل ۹ اثر دامنه نوسان بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی راستای محوری S

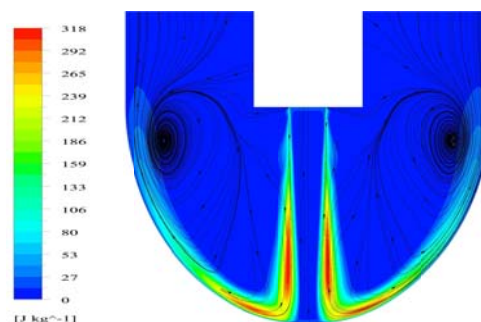
در شکل (۸) کانتورهای انرژی جنبشی آشفتگی به همراه خطوط جریان برای جت نوسانی سینوسی در فرکانس ۱۰۰ هرتز، دامنه نوسان ۰/۸ و رینولدزهای مختلف در زمان $t/\tau=0.5$ نمایش داده شده است. همان‌گونه که در شکل (۸) دیده می‌شود با افزایش رینولدز انرژی جنبشی رینولدز افزایش می‌یابد.



رینولدز ۱۰,۰۰۰، $t/\tau=0.5$



رینولدز ۲۳,۰۰۰، $t/\tau=0.5$

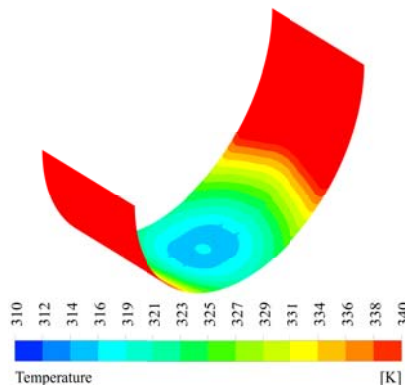


رینولدز ۴۰,۰۰۰، $t/\tau=0.5$

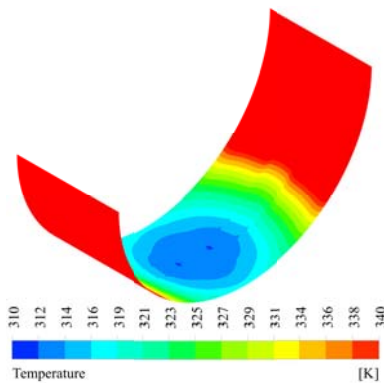
شکل ۸ کانتور خطوط جریان- انرژی جنبشی آشفتگی جت برخوردی نوسانی $t/\tau=0.5$ ، دامنه نوسان ۰/۸ و فرکانس ۱۰۰Hz

همچنین با افزایش رینولدز گردابه‌های تشکیل شده بر اثر برخورد جت نوسانی با سطح مقعر، بزرگ‌تر و

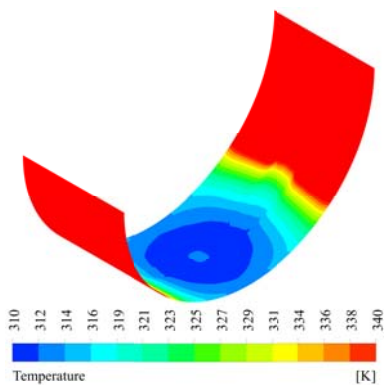
انتقال حرارت از سطح بیشتر شده و خنک‌کاری بهتری صورت گرفته است.



الف) جت پایا



ب) دامنه نوسان ۰/۴ در زمان $t/\tau=0.25$



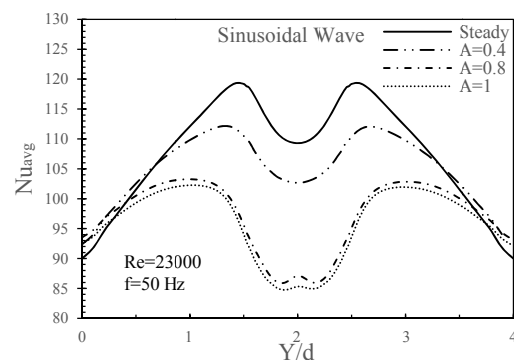
ج) دامنه نوسان ۰/۸ در زمان $t/\tau=0.25$

شکل ۱۱ کانتورهای دمای سطح برخورد در حالت پایا و جت

نوسانی در زمان $t/\tau=0.25$

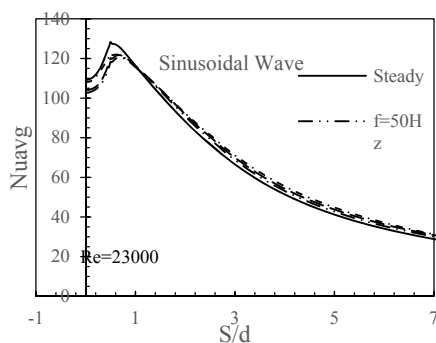
تأثیر فرکانس نوسان. شکل (۱۲) اثر تغییر فرکانس نوسان (f) بر متوسط زمانی عدد ناسلت در راستای S را نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که در

در شکل (۱۰) اثر دامنه نوسان بر توزیع متوسط عدد ناسلت در راستای محوری Y نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود با افزایش دامنه نوسان، عدد ناسلت در نقطه برخورد کاهش می‌یابد. سپس با فاصله گرفتن از نقطه برخورد ($1.4 < \frac{S}{d} < 2.6$) عدد ناسلت افزایش و با پیشروی بیشتر ($\frac{S}{d} < 1.4, \frac{S}{d} > 2.6$) مقدار ناسلت کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش دامنه از ۰/۴ تا ۱ مقدار عدد ناسلت محلی کاهش یافته است. این کاهش به صورت یک مینیمم نسبی ظاهر شده است و نتایج نشان داده است که افزایش دامنه نوسان در امتداد محوری باعث کاهش انتقال حرارت می‌شود. در مقایسه جت پایا و نوسانی مشاهده می‌شود که مقدار متوسط عدد ناسلت در جت نوسانی در بیشتر نواحی دامنه حل نسبت به جت پایا کاهش داشته و در محدوده کمی در پایین دست نقطه برخورد مقدار متوسط عدد ناسلت نسبت به حالت پایا افزایش جزئی دارد.

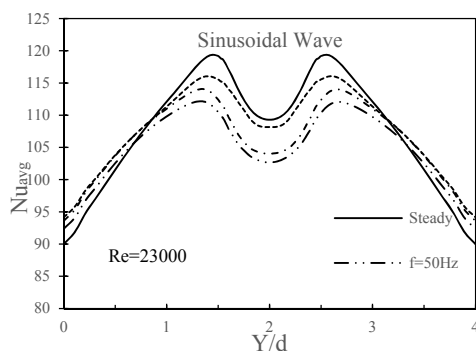


شکل ۱۰ اثر دامنه نوسان بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی راستای محوری Y

شکل (۱۱) اثر تغییر دامنه نوسان به وسیله کانتورهای دمای سطح برخورد، برای حالت جت پایا و سینوسی با دامنه ۰/۴ و ۰/۸ نشان داده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود با افزایش دامنه نوسان



شکل ۱۲ اثر فرکانس نوسان بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی راستای محوری S



شکل ۱۳ اثر فرکانس نوسان بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی راستای محوری Y

شکل (۱۳) تأثیر فرکانس نوسان بر توزیع عدد ناسلت محلی در امتداد Y نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود توزیع متوسط عدد ناسلت در این راستا در نقطه برخورد کاهش می‌یابد؛ سپس با فاصله گرفتن از نقطه برخورد $(1.4 < \frac{S}{d} < 2.6)$ عدد ناسلت افزایش می‌یابد و با دور شدن بیشتر از نقطه برخورد $(\frac{S}{d} < 1.4, \frac{S}{d} > 2.6)$ مقدار ناسلت کاهش می‌یابد. در امتداد محور تغییر فرکانس در دوردست از نقطه برخورد تأثیر چندانی بر توزیع عدد ناسلت ندارد و تفاوتی بین فرکانس‌های مختلف بر مقدار متوسط زمانی عدد ناسلت دیده نشده است. علت این امر می‌تواند از بین رفتن آشفتگی ایجاد شده توسط تغییر فرکانس در این نواحی باشد که باعث عدم تفاوت در متوسط زمانی عدد ناسلت محلی در این قسمت‌ها شده

فرکانس‌های پایین تغییر چندانی در متوسط عدد ناسلت دیده نمی‌شود، اما با افزایش فرکانس میزان متوسط عدد ناسلت محلی و در نتیجه انتقال حرارت افزایش می‌یابد. با افزایش فرکانس، نوسان‌ها در یک بازه زمانی افزایش می‌یابد و همین امر موجب افزایش اختلاط و آشفتگی بیشتر جریان می‌شود. میزان آشفتگی ارتباط مستقیمی با انتقال حرارت دارد و با افزایش آن انتقال حرارت افزایش می‌یابد و دلیل اصلی این ارتباط مستقیم تأثیر آشفتگی جریان بر لایه‌های مرزی تشکیل شده روی سطح مقعر می‌باشد. لایه مرزی روی صفحه به شکل نوعی از عایق عمل می‌کند و مقاومتی را در برابر انتقال حرارت ایجاد می‌کند. هرچه این لایه مرزی کوچک‌تر و نامنظم‌تر باشد، می‌توان انتقال حرارت بهتری را شاهد بود. افزایش فرکانس هم با از بین بردن لایه‌های مرزی و آشفتگی کردن جریان میزان انتقال حرارت را تا حدودی افزایش می‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که تأثیر فرکانس نوسان بر توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت برای موج سینوسی در مقایسه با تأثیر تغییر دامنه سیال نامحسوس‌تر می‌باشد.

در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود با نوسانی کردن جریان و افزایش فرکانس متوسط عدد ناسلت در نقطه برخورد نسبت به حالت جت پایا با کاهش مواجه می‌شود، در صورتی که با پیش‌روی فاصله گرفتن از محل برخورد باعث افزایش متوسط عدد ناسلت در نواحی دوردست می‌شود. زولکیفلی و همکاران [31] در تحقیقات خود، کاهش عدد ناسلت در نقطه برخورد با نوسانی شدن جریان و افزایش عدد ناسلت در دوردست جریان نسبت به جت پایا را مشاهده کردند. این کاهش در نقطه برخورد برای فرکانس ۲۰۰ هرتز برابر با ۶٪ می‌باشد در صورتی که در پایین دست جریان باعث افزایش ۱۱٪ متوسط زمانی عدد ناسلت می‌شود.

است. همچنین با افزایش فرکانس مقدار عدد ناسلت به‌ویژه در نقطه برخورد افزایش پیدا می‌کند.

است که با فاصله گرفتن از نقطه برخورد و پیش‌روی در جهت امتداد محوری مقدار عدد ناسلت نسبت به جت پایا افزایشی در حدود ۱۵٪ را نشان می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در مطالعه پیش‌رو، شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت آشفته جریان برخوردی نوسانی به یک سطح مقعر مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی از جت برخوردی نوسانی سینوسی با دمای ۲۹۸/۱۵ کلوین استفاده شده است. به سطح برخورد شار حرارتی ثابتی اعمال شده و باقی دیوارها آدیاباتیک در نظر گرفته شده است. در این مطالعه بررسی‌ها برای اعداد رینولدز ۱۰,۰۰۰ تا ۴۰,۰۰۰، دامنه نوسان ۱ تا ۰/۴ و فرکانس ۵۰ تا ۲۰۰ هرتز برای موج سینوسی صورت گرفته است. استفاده از جت‌های نوسانی باعث افزایش مقدار متوسط عدد ناسلت بر سطح مقعر در مقایسه با جت پایا می‌شود. افزایش عدد رینولدز خروجی جت باعث افزایش قابل ملاحظه آشفته‌گی جریان و همچنین ایجاد گردان شدید سرعت در ناحیه نزدیک دیواره می‌گردد. بنابراین میزان انرژی آشفته‌گی در امتداد سطح برخورد به شکل قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.

با افزایش فرکانس، نوسان‌ها در یک بازه زمانی افزایش می‌یابد و همین امر موجب افزایش اختلاط و آشفته‌گی بیشتر جریان می‌شود و در نتیجه متوسط نرخ انتقال حرارت از سطح برخورد افزایش می‌یابد.

با افزایش دامنه نوسان، متوسط زمانی عدد ناسلت محلی، به علت ایجاد گردابه‌های بزرگ‌تر افزایش می‌یابد. با توجه به نمودارها مشخص شده است که تغییرات در نواحی با فاصله از نقطه برخورد، افزایشی در حدود ۱۷٪ را شامل می‌شود ولی در نقطه برخورد با کاهش مقدار انتقال حرارت و متوسط زمانی عدد ناسلت به میزان تقریبی ۷٪ روبه‌رو می‌شود.

توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت در جهت امتداد محوری برخلاف جهت امتداد سطح برخورد توزیع یکنواخت‌تری دارد. در نقطه برخورد برای جت برخوردی نوسانی مقدار ناسلت نسبت به جت پایا کمتر

فهرست علائم

A	دامنه نوسان
B	عرض ورودی جت برخوردی نوسانی
f	فرکانس نوسان، 1/s
q''	شار حرارتی، w/m ²
D	قطر صفحه برخورد، mm
L	طول صفحه برخورد، mm
d	قطر دهانه جت، mm
T	دمای، K
T _∞	دمای محیط، K
T _{jet}	دمای جت، K
T _w	دمای دیواره، K
p	فشار استاتیک، Pa
p _∞	فشار استاتیک محیط، Pa
p	محیط، mm
s	مسافت روی سطح مقعر، mm
y	امتداد محوری
t	زمان، s
U	سرعت، m/s
u _{jet}	سرعت خروجی جت، m/s
u _{avg}	سرعت متوسط، m/s
d _h	قطر هیدرولیکی، mm
C _p	گرمای ویژه در فشار ثابت، N.m/kg.k
k	ضریب هدایت گرمایی، w/m.k
St	عدد استروهل
Re	عدد رینولدز
Nu	عدد ناسلت
Nu _{avg}	متوسط نوسانی عدد ناسلت

γ^+	فاصله بی بعد از دیواره	S_{ij}	تانسور نرخ کرنش
τ	زمان یک سیکل کامل، S	$\rho \overline{u'_i u'_j}$	تنش‌های رینولدز
ρ	چگالی، kg/m^3	P_k	تولید انرژی جنبشی آشفتگی
ε	نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی	X_i	جهات مختصات ($=s, y, z$)
	m^2/s^3	u_i	متغیر سرعت متوسط (m/s)
K	انرژی جنبشی آشفتگی، m^2/s^3	u'_i, u'_j	مؤلفه‌های نوسانی سرعت (m/s)
μ	ویسکوزیته دینامیکی، kg/m.s		
μ_t	ویسکوزیته آشفتگی، kg/m.s		

مراجع

1. Chupp, R.E., Helms, H.E., McFadden, P.W. and Brown, T.R., "Evaluation of Internal Heat-Transfer Coefficients for Impingement Cooled Turbine Airfoils", *J. Aircraft*, Vol. 6, No. 3, pp. 203-208, (1969).
2. Sailor, D.J., Rohli, D.J. and Qianli, F., "Effect of Variable Duty Cycle Flow Pulsations on Heat Transfer Enhancement for an Impinging air jet", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, pp. 574-580, (1999).
3. Camci, C. and Herr, F., "Forced Convection Heat Transfer Enhancement using a Self-Oscillating Impinging Planar Jet", *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 124, pp. 770-782, (2002).
4. Souris, N., Liakos, H. and Founti, M., "Impinging jet cooling on concave surfaces", *AIChE J*, Vol. 50, No. 8, pp. 1672-1683, (2004).
5. Fenot, M., Vullierme, J.J. and Dorignac, E., "Local Heat Transfer Due to Several Configurations of Circular Air Jets Impinging on a Flat Plate with and without Semi-confinement", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 44, No. 4, pp. 665-675, (2005).
6. Rajabi Zargarabadi, M., Rezaei, E. and Yousefi-Lafouraki, B., "Numerical analysis of turbulent flow and heat transfer of sinusoidal pulsed jet impinging on an asymmetrical concave surface", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 128, No. 1, pp. 578-585, (2018).
7. Hofmann, H.M., Movileanu, D.L., Kind, M. and Martin, H., "Influence of a Pulsation on Heat Transfer and Flow Structure in Submerged Impinging Jets", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3638-3648, (2007).
8. Fenot, M., Vullierme, J.-J. and Dorignac, E., "An Experimental Study on Hot Round Jets Impinging on Concave Surface", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 4, pp. 945-956, (2008).
9. Zulkifli, R., Sopian, K., Abdullah, S. and Takriff, M.S., "Comparison of Local Nusselt Number between Steady and Pulsating Jet at Different Jet Reynolds Number", *WSEAS Transactions on Environment and Development*, Vol. 5, No. 5, pp. 384-393, (2009).
10. Bazdidi-Tehrani, F., Karami, M. and Jahromi, M., "Unsteady flow and heat transfer analysis of an impinging synthetic jet", *Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 4, Issue 11, pp. 1363-1373, (2011).
11. Mohammadpour, J., Rajabi-Zargarabadi, M. and Mujumdar, A.S., "Effect of intermittent and sinusoidal pulsed flows on impingement heat transfer from a concave surface", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 76, pp. 118-127, (2014).
۱۲. محمدپور، جواد، رجبی زرگرآبادی، مهران، احمدی، هادی، «تحلیل عددی جریان و انتقال حرارت آشفته در جت نوسانی بر خوردگی به سطح مقعر»، مهندسی مکانیک مدرس، ش ۱۳، صص ۱۲۹-۱۳۷، (۲۰۱۳).
13. Esmailpour, K., Hosseinalipour, M., Bozorgmehr, B. and Mujumdar, A. "A Numerical Study of Heat

- Transfer in a Turbulent Pulsating Impinging Jet", *the Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 93, pp. 959-96, (2015).
14. Mohammadpour, J., Zolfagharian, M.M., Mujumdar, A.S. and Rajabi-Zargarabadi, M., "Heat Transfer under Composite Arrangement of Pulsed and Steady Turbulent Submerged Multiple Jets Impinging on a Flat Surface", *International Journal of Thermal Science*, Vol. 86, pp. 139-147, (2014).
 ۱۵. طریقی، رضا و رجبی زرگرآبادی، مهران، «شبیه سازی عددی تأثیر مکان استقرار جت های برخوردی بر انتقال حرارت جابه جایی از سطح مقعر استوانه ای»، علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، ش ۲۷ (۲)، صص ۷۱-۸۶، (۲۰۱۶).
 16. Taghinia, J., Rahman, M.D. and Timo Siikonen, M., "CFD study of turbulent jet impingement on curved surface", *Chinese Journal of Chemical Engineering*, Vol. 24, Issue 5, pp. 588-596, (2016).
 17. ANSYS Fluent16.0, User Guide, Ansys Inc., (2016).
 18. Behera, R.C., Dutta, P. and Srinivasan, K., "Numerical study of interrupted impinging jets for cooling of electronics", *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, Vol. 30, pp. 275-284, (2007).
 19. Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B. and Speziale, C.G., "Development of Turbulence Models for Shear Flows by Double Expansion Technique", *Journal Phys Fluid*, Vol. 4, No. 7, pp. 1510-1520, (1992).
 20. Sharif, M.A.R. and Mothe, K.K., "Parametric Study of turbulent Slot-Jet Impingement Heat Transfer from Concave Cylindrical Surfaces", *International Journal of Thermal Science*, Vol. 49. No. 2, pp. 428-442, (2010).
 21. Parham, K.E., Esmaeilzadeh, U., Atikol, L.B. and Aldabagh, Y.A. "Numerical Study of Turbulent Opposed Impinging Jets Issuing from Triangular Nozzles with Different Geometries", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 427-437, (2011).
 22. Liakos, H.H., Keramida, E.P., Founti, M.A. and Markatos, N.C., "Heat and Mass Transfer Study of Impinging Turbulent Premixed Flames", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 4-5, pp. 425-432, (2002).
 23. Martin, E.L., Wright, L.M. and Crites, D.C., "Computational investigation of jet impingement on Turbine blade leading edge cooling with engine-like temperatures", *International Conference Gas Turbine Institute*, Denmark, June 11-15, (2012).
 24. Elebiary, K. and Taslim, M.E., "Experimental/ Numerical crossover jet impingement in an airfoil Leading edge cooling channel", *Journal of Turbo machinery*, Vol. 135, No. 3, pp. 1-10, (2013).
 25. Yang, Y.T., Wei, T.C. and Wang, Y.H., "Numerical study of turbulent slot jet impingement cooling on a semi-circular concave surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 482-489, (2011).
 26. Xie, Y., Li, P., LAN, J. and Zhang, D., "Flow and heat transfer characteristics of single jet impinging on dimpled surface", *Journal Heat Transfer*, Vol. 135, pp. 356-361, (2013).
 27. Yang, L., Ren, J., Jiang, H. and Ligrani, P., "Experimental and numerical investigation of unsteady Impingement cooling within a blade leading edge passage", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 71, pp. 57-68, (2014).
 28. Mladin, E.C. and Zumbrun, D.A., "Local Convective Heat Transfer to Submerged Pulsating Jets". *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 3305-3321, (1997).
 29. Xu, P., Mujumdar, A.S., Poh, H.L. and Yu, B., "Heat Transfer under a Pulsed Slot Turbulent Impinging Jet at Large Temperature Differences", *Thermal Science*, Vol. 14, No. 1, pp. 271-281, (2010).
 30. Gilrd, V. and Brizzi, L.-E., "Slot jet impinging on a concave curved wall", *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 127, pp. 595-603, (2005).
 31. Zulkifli, R., Sopian, K.S., Abdullah, S. and Sobri Takriff, M., "Comparison of Local Nusselt Number for Steady and Pulsating Circular Jet at Reynolds Number of 16000", *European Journal of Scientific Research*, Vol. 29, No. 3, pp. 369-378, (2009).

بررسی اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپی بر روی دینامیک و ارتعاشات یک جفت چرخ دنده

دوماریچ سرعت بالا*

محمد کریمی خوزانی^(۱) مهرداد پورسینا^(۲) علی پورکمالی انارکی^(۳)

چکیده در این تحقیق با ارائه یک مدل جرم گسسته خطی مستقل از زمان در فضای سه بعدی برای یک جفت چرخ دنده دوماریچ به بررسی اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپی بر روی دینامیک و ارتعاشات این سیستم پرداخته می شود. در این مدل، هر چرخ دنده دارای شش درجه آزادی است و علاوه بر سفتی درگیری، سفتی ناشی از اثرات یاتاقان ها نیز در نظر گرفته می شود. پاسخ دینامیکی سیستم نسبت به تحریک ناشی از خطای انتقال با استفاده از روش جمع مودال استخراج می گردد. نتایج این پژوهش نشان می دهد که ممان ژيروسکوپی باعث کاهش اکثر فرکانس های طبیعی سیستم می شود. علاوه بر این، نتایج این تحقیق نشان می دهد که ممان ژيروسکوپی نقش بسیار مهمی بر روی پاسخ دینامیکی یک جفت چرخ دنده دوماریچ در سرعت های بالا دارد. به منظور صحت سنجی معادلات و روش حل، پاسخ دینامیکی استخراج شده با نتایج تجربی حاصل از پژوهش های دیگر مقایسه می گردد.

واژه های کلیدی چرخ دنده دوماریچ؛ ممان ژيروسکوپی؛ سرعت بالا؛ مدل دینامیکی؛ ارتعاشات.

Effects of Gyroscopic Moment on the Dynamics and Vibrations of a High- Speed Double- Helical Gear Pair

M. Karimi Khoozani M. Poursina A. Pourkamali Anaraki

Abstract In this research a linear time- invariant lumped mass model, LTI, in three-dimensional space for a double- helical gear pair is developed and effects of gyroscopic moment on the dynamics and vibrations are studied. In this model, each member has six degrees of freedom and both of the mesh stiffness and bearing stiffness are undertaken. The dynamic response due to transmission errors excitations is calculated by using the modal summation technique. The results of this research show that by taking the gyroscopic effects in double- helical gear pair, most of the natural frequencies are reduced. In addition, the gyroscopic moment have an important role on the dynamic response of high- speed double- helical gear pairs. In order to verify the equations and solution methodology, the obtained dynamic response from a pair of double- helical gear pair is compared with the empirical results of other researches.

Key Words Double- helical gear; Gyroscopic moment; High- speed; Dynamic model; Vibration.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۱/۱۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱/۱۴ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.54911

(۱) دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان. Poursina@eng.ui.ac.ir

(۳) دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

مقدمه

چرخ‌دنده‌ها، از پرمصرف‌ترین قطعات در سیستم‌های انتقال قدرت و حرکت هستند. چرخ‌دنده‌ها برحسب موقعیت مکانی محورها نسبت به یکدیگر در شکل‌های گوناگونی طراحی و ساخته می‌شوند و حرکت چرخشی یک محور را به محور دیگر از طریق اتصال دندانه‌ها منتقل می‌کنند. چرخ‌دنده‌های ساده دارای دامنه ارتعاشاتی بزرگ‌تری نسبت به چرخ‌دنده‌های مارپیچ هستند و رفتار غیرخطی شدیدتری دارند [1-6]. چرخ‌دنده‌های مارپیچ نیز علی‌رغم کوچک‌تر بودن دامنه ارتعاشاتی نسبت به چرخ‌دنده‌های ساده، مشکل ایجاد نیروی محوری را که در اثر زاویه مارپیچ حاصل می‌شود، دارند. از این رو نیروی محوری یک جفت چرخ‌دنده مارپیچ، بایستی از یاتاقان‌هایی برای مهار این نیروی محوری استفاده شود. علاوه بر این بدنه چرخ‌دنده‌ها و محورهاى نگهدارنده بایستی به قدری مستحکم باشند تا بتوانند در مقابل این نیروی محوری مقاومت کنند [7-12]. در این بین، چرخ‌دنده‌های دوماپیچ که بیشتر در توربوفا، هلی‌کوپترها و دیگر وسایل استفاده می‌شوند، مشکل ایجاد نیروی محوری را که در چرخ‌دنده‌های مارپیچی موجود می‌باشد، ندارند و نیروی محوری سمت چپ و راست این چرخ‌دنده‌ها همدیگر را خنثی می‌کنند. به علاوه چرخ‌دنده‌های دوماپیچ امکان انتقال بار بیشتری را نسبت به چرخ‌دنده‌های ساده و مارپیچ دارند. بنابراین استفاده از چرخ‌دنده‌های دوماپیچ با وجود هزینه‌های ساخت و همچنین سختی‌های تولید در حال افزایش است [13, 14].

منابع موجود در زمینه دینامیک چرخ‌دنده‌های دوماپیچ بسیار محدود می‌باشد که در ادامه به معرفی آنها پرداخته می‌شود. در بین منابع موجود، گروهی از آنها بر روی مشخصه‌های توزیع بار شبه‌استاتیک بر روی سطوح تماس در یک جفت چرخ‌دنده دوماپیچ

متمرکز است [15, 16]. از جمله نتایج این تحقیق‌ها استخراج یک مدل نیمه‌تحلیلی است که نشان می‌دهد بار انتقالی توسط دو نیمه یک چرخ‌دنده دوماپیچ به دقت ساخت دندانه‌ها و همچنین زاویه بین دندانه‌های سمت چپ و راست حساس می‌باشند.

از میان پژوهش‌های بسیار محدود انجام‌شده در زمینه دینامیک چرخ‌دنده‌های دوماپیچ، ژنگ [17] با توسعه یک مدل المان محدود در فضای سه‌بعدی، به بهینه‌سازی صدای منتشرشده از یک جعبه‌دنده دوماپیچ با محورهای موازی پرداخت. البته او در این تحقیق به بررسی تأثیر ضخامت پوسته جعبه‌دنده بر روی میزان کاهش صدای منتشرشده از آن پرداخته بود. ونگ و های تایو [18] نیز در تحقیقی بر روی بهینه‌سازی پروفیل دندانه‌های یک جفت چرخ‌دنده دوماپیچ برای کاهش دادن خطای انتقال و متناسب با آن صدای منتشرشده از جعبه‌دنده تمرکز کرده بود.

کارهای تجربی انجام‌شده در زمینه دینامیک چرخ‌دنده‌های دوماپیچ بسیار محدود می‌باشد. در همین راستا، کنگ و کهرمان [13] در پژوهش خود رفتار دینامیکی یک جفت چرخ‌دنده دوماپیچ را به صورت تحلیلی و تجربی مورد بررسی قرار دادند. آنها در روش تحلیلی خود با ارائه یک مدل جرم گسسته مستقل از زمان در فضای سه‌بعدی بدون در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپی پاسخ دینامیکی یک جفت چرخ‌دنده دوماپیچ را به تحریک ناشی از خطای انتقال با نتایج تجربی مقایسه کردند و مدل خود را مورد ارزیابی قرار دادند.

برخی از تحقیق‌ها در زمینه دینامیک چرخ‌دنده‌های دوماپیچ، در مورد سیستم‌های سیاره‌ای صورت گرفته است که در این قسمت به برخی از آنها نیز اشاره می‌شود. مدل جرم‌های گسسته یک سیستم سیاره‌ای دوماپیچ با بازوی ثابت توسط پرشند و کهرمان [14] استخراج شد. آنها در این تحقیق یک مدل دینامیکی خطی مستقل از زمان را برای یک مجموعه چرخ‌دنده

مدل دینامیکی

برای استخراج مدل در فضای سه بعدی، برای هر عضو شش درجه آزادی که شامل سه درجه آزادی انتقالی و سه درجه آزادی دورانی، می باشد، در نظر گرفته می شود. همچنین از فرضیه های زیر استفاده می گردد:

- (۱) بدنه تمامی چرخ دنده های درگیر به صورت جسم صلب فرض می شوند.
 - (۲) انعطاف پذیری درگیری چرخ دنده ها توسط فنرهای خطی مدل می شوند که بر روی صفحه عمل عمود بر سطح دندانه های چرخ دنده اثر می کنند (با شیبی برابر با زاویه مارپیچ β).
 - (۳) از متغیر با زمان بودن سفتی درگیری به واسطه تغییر در تعداد جفت دندانه های درگیر صرف نظر می شود [21, 22].
 - (۴) فرض می شود دندانه های چرخ دنده در ناحیه درگیری همیشه با یکدیگر تماس دارند و هیچ گونه جدایشی رخ نمی دهد.
 - (۵) نیروی اصطکاکی که به واسطه لغزش دندانه ها بر روی یکدیگر به وجود می آید ناچیز فرض می شود [۲۳].
 - (۶) سمت چپ و راست چرخ دنده های دومارپیچ به جز جهت دندانه ها که عکس یکدیگر می باشند، یکسان فرض می شود. زاویه بین دندانه ها در تمام طول چرخ دنده یکسان فرض می شود و از خطاهای ساخت که ممکن است در این زمینه رخ بدهد صرف نظر شده است.
 - (۷) در استخراج معادلات از میرایی سیستم صرف نظر می شود.
- معادلات اساسی نیرو و گشتاور در فضای سه بعدی برای استخراج معادلات جفت چرخ دنده درگیر به صورت زیر خواهند بود:

$$\sum F_y = ma_y \quad (1)$$

سیاره ای دومارپیچ ارائه کردند. رابطه های ارائه شده در این مقاله به گونه ای است که اجازه تحلیل یک مجموعه چرخ دنده سیاره ای را با هر تعداد سیاره، هر تنظیم فاصله و هرگونه شرایط تکیه گاهی می دهد.

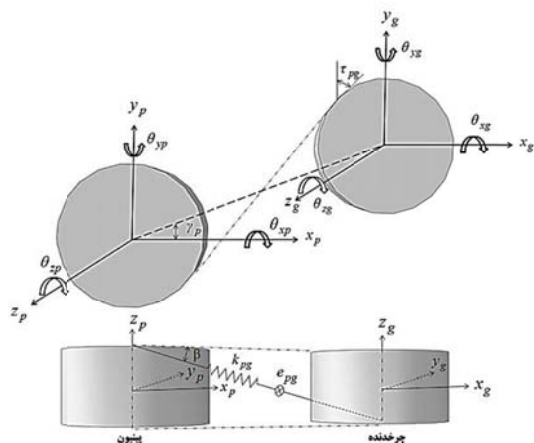
ونگ و همکاران [9] در پژوهش خود به تحلیل ضرایب توزیع بار دینامیکی در یک مجموعه چرخ دنده سیاره ای دومارپیچ پرداختند. مدل استفاده شده در این تحقیق یک مدل جرم گسسته پیچشی خالص می باشد. در واقع در این مقاله بار دینامیکی بین دندانه های درگیر با حل معادله حرکت با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه ۴ به دست آمده است.

شنگ [20] به تحلیل مودال یک سیستم چرخ دنده ای سیاره ای دومارپیچ با بازوی ثابت با استفاده از مدل جرم های گسسته پرداخت. در مدل ارائه شده در این تحقیق برای هر یک از اجزای سیستم سه درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی پیچشی در نظر گرفته شده بود.

با بررسی منابع و مراجع موجود در زمینه دینامیک چرخ دنده های دومارپیچ، مشاهده می شود که جامع ترین مدل دینامیکی ارائه شده در مورد یک جفت چرخ دنده دومارپیچ، مدل موجود در مرجع [13] می باشد. البته در این مرجع معادله ها برای حالتی استخراج شده است که اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي که در سرعت های بالا اهمیت دارد، در نظر گرفته نشده است. از این رو در تحقیق حاضر با ارائه یک مدل جرم گسسته خطی مستقل از زمان در فضای سه بعدی برای یک جفت چرخ دنده دومارپیچ به بررسی اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي بر روی دینامیک و ارتعاشات این سیستم پرداخته می شود. به همین منظور این مدل در دو سطح مورد بررسی قرار می گیرد. در سطح اول از اثرات ژيروسکوپي صرف نظر می گردد و در سطح دوم، اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي در نظر گرفته می شود. در این مدل ها علاوه بر سفتی درگیری، سفتی ناشی از اثرات یاتاقان ها نیز در نظر گرفته می شود.

$$\mathbf{M}_\zeta = \dot{\mathbf{H}}_\zeta + \boldsymbol{\omega}_\zeta \times \mathbf{H}_\zeta \Rightarrow \mathbf{M}_\zeta = J_\zeta \Omega_\zeta \dot{\theta}_{y\zeta} \mathbf{i} - J_\zeta \Omega_\zeta \dot{\theta}_{x\zeta} \mathbf{j} \quad (\zeta = Pinion, Gear) \quad (9)$$

حال با قرار دادن روابط (۷-۹) در معادلات (۱-۶) و بسط دادن آنها، معادلات دینامیکی برای یک سمت از جفت چرخ دنده درگیر دومارپیچ استخراج می‌گردد. شکل (۱) نشان‌دهنده یک سمت از جفت چرخ دنده دومارپیچ درگیر می‌باشد که نسبت به هم در موقعیت زاویه‌ای γ_p قرار گرفته‌اند.



شکل ۱ مدل دینامیکی یک سمت از جفت چرخ دنده دومارپیچ درگیر

همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، صفحه عمل بین دو چرخ دنده با محور y زاویه τ_{pg} می‌سازد که می‌توان آن را از رابطه زیر محاسبه کرد [14]:

$$\tau_{pg} = \begin{cases} \Phi_{pg} - \gamma_p, T_p : CCW \\ -\Phi_{pg} - \gamma_p, T_p : CW \end{cases} \quad (10)$$

در رابطه بالا Φ_{pg} زاویه فشار عرضی و T_p گشتاور خارجی اعمال شده بر چرخ دنده پینیون می‌باشد. معادلات حرکت برای جفت چرخ دنده درگیر در حالت بدون میرایی و با در نظر گرفتن اثرات

$$\sum F_x = ma_x \quad (2)$$

$$\sum F_z = ma_z \quad (3)$$

$$\sum M_y = I_y \ddot{\theta}_y \quad (4)$$

$$\sum M_x = I_x \ddot{\theta}_x \quad (5)$$

$$\sum M_z = J_z \ddot{\theta}_z \quad (6)$$

در روابط (۱-۶)، m جرم، $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ به ترتیب مؤلفه‌های نیرو، مؤلفه‌های گشتاور، مؤلفه‌های شتاب خطی ناشی از ارتعاشات خطی، مؤلفه‌های شتاب زاویه‌ای ناشی از ارتعاشات زاویه‌ای و مؤلفه‌های ممان اینرسی در جهات x, y و z می‌باشند.

اثرات ناشی از همان ژيروسکوپي نیز بایستی توسط روابط زیر در معادلات مربوط به یک جفت چرخ دنده دومارپیچ درگیر وارد شوند. تکانه زاویه‌ای یک جسم دوار $(\zeta = Pinion, Gear)$ که با سرعت زاویه‌ای ثابت $\Omega_\zeta \mathbf{k}$ حول محور z در حال چرخش می‌باشد، بدون در نظر گرفتن حرکات انحرافی (یعنی چرخش فقط در صفحه دوران باشد) برابر است با:

$$\mathbf{H}_\zeta = J_\zeta \Omega_\zeta \mathbf{k} \quad (\zeta = Pinion, Gear) \quad (7)$$

بردار سرعت زاویه‌ای برای یک جسم مشابه را به واسطه حرکات دورانی و انحرافی می‌توان مطابق رابطه زیر به دست آورد:

$$\boldsymbol{\omega}_\zeta = \dot{\theta}_{x\zeta} \mathbf{i} + \dot{\theta}_{y\zeta} \mathbf{j} + (\dot{\theta}_{z\zeta} + \Omega_\zeta) \mathbf{k} \quad (\zeta = Pinion, Gear) \quad (8)$$

در رابطه بالا $\dot{\theta}_{x\zeta}, \dot{\theta}_{y\zeta}$ و $\dot{\theta}_{z\zeta}$ به ترتیب سرعت‌های ارتعاشی در جهت محورهای x, y و z می‌باشند. براساس اصل پایستگی تکانه زاویه‌ای، نرخ تغییرات در تکانه زاویه‌ای به واسطه حرکات انحرافی منجر به ایجاد گشتاور $\mathbf{M}_\zeta$ می‌شود که برابر است با:

زیرنویس g نشان‌دهنده چرخ‌دنده، β زاویه مارپیچ، شعاع مبنای چرخ‌دنده، k_{pg} سفتی درگیری میانگین بین جفت چرخ‌دنده درگیر، k_x ، k_y ، k_z ، k_{θ_x} ، k_{θ_y} و k_{θ_z} به‌ترتیب سفتی یاتاقان در جهات x ، y ، z ، θ_x ، θ_y و θ_z و $P_{pg}(t)$ جابه‌جایی نسبی بین دو چرخ‌دنده است که از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} P_{pg}(t) = & [(y_p - y_g) \cos \tau_{pg} + (x_p - x_g) \sin \tau_{pg} + (r_p \theta_{zp} + r_g \theta_{zg})] \cos \beta + \\ & [(r_p \theta_{yp} + r_g \theta_{yg}) \cos \tau_{pg} + (r_p \theta_{xp} + r_g \theta_{xg}) \sin \tau_{pg} + (-z_p + z_g)] \sin \beta - e_{pg}(t) \end{aligned} \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)، $e_{pg}(t)$ تحریک ناشی از خطای انتقال استاتیکی می‌باشد. بازنویسی معادلات (۱۱-۲۳) در فرم ماتریسی، رابطه زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & M_g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_p(t) \\ \ddot{q}_g(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G_p & 0 \\ 0 & G_g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_p(t) \\ \dot{q}_g(t) \end{Bmatrix} + \\ & \left(\begin{bmatrix} k_{bp} & 0 \\ 0 & k_{bg} \end{bmatrix} + k_{pg} \begin{bmatrix} K_{pg}^{11} & K_{pg}^{12} \\ \text{sym.} & K_{pg}^{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q_p(t) \\ q_g(t) \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} f_{pm} + f_p(t) \\ f_{gm} + f_g(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

ترکیب معادلات سمت چپ و راست

معادلاتی که در قسمت قبلی برای جفت چرخ‌دنده درگیر ارائه شدند، معادلات مربوط به یک سمت از چرخ‌دنده‌های درگیر می‌باشند. حال از آنجایی که سمت چپ و راست این چرخ‌دنده‌ها طبق فرضیه شماره شش، با یکدیگر مشابه‌اند، می‌توان معادلات استخراج‌شده برای یک طرف را به طرف مقابل نیز تعمیم داد. سپس بایستی معادلات دو طرف را با یکدیگر ترکیب کرد تا معادلات کلی سیستم به‌دست آید. به‌همین‌منظور، با استفاده از روش المان محدود و به‌کمک المان‌های تیر اویلر مشابه با روشی که قبلاً اجمی و ولکس [24] در تحقیق خود انجام داده بودند،

ژيروسکوپي و همچنین اثرات سفتی ناشی از یاتاقان‌ها، و با استفاده از معادلات ارائه‌شده در مرجع [14] به‌دست خواهد آمد. معادلات حرکت برای پینون به‌صورت زیر می‌باشد:

$$m_p \ddot{y}_p(t) + k_{yp} y_p(t) + k_{pg} P_{pg}(t) \cos \beta \cos \tau_{pg} = 0 \quad (11)$$

$$m_p \ddot{x}_p(t) + k_{xp} x_p(t) + k_{pg} P_{pg}(t) \cos \beta \sin \tau_{pg} = 0 \quad (12)$$

$$m_p \ddot{z}_p(t) + k_{zp} z_p(t) - k_{pg} P_{pg}(t) \sin \beta = 0 \quad (13)$$

$$I_{yp} \ddot{\theta}_{yp}(t) + J_p \Omega_p \dot{\theta}_{xp}(t) + k_{\theta yp} \theta_{yp}(t) + k_{pg} P_{pg}(t) r_p \sin \beta \cos \tau_{pg} = 0 \quad (14)$$

$$I_{xp} \ddot{\theta}_{xp}(t) - J_p \Omega_p \dot{\theta}_{yp}(t) + k_{\theta xp} \theta_{xp}(t) + k_{pg} P_{pg}(t) r_p \sin \beta \sin \tau_{pg} = 0 \quad (15)$$

$$J_p \ddot{\theta}_{zp}(t) + k_{pg} P_{pg}(t) r_p \cos \beta = \frac{T_p}{2} \quad (16)$$

به‌طریق مشابه معادلات حرکت برای چرخ‌دنده به‌صورت زیر خواهد شد:

$$m_g \ddot{y}_g(t) + k_{yg} y_g(t) - k_{pg} P_{pg}(t) \cos \beta \cos \tau_{pg} = 0 \quad (17)$$

$$m_g \ddot{x}_g(t) + k_{xg} x_g(t) - k_{pg} P_{pg}(t) \cos \beta \sin \tau_{pg} = 0 \quad (18)$$

$$m_g \ddot{z}_g(t) + k_{zg} z_g(t) + k_{pg} P_{pg}(t) \sin \beta = 0 \quad (19)$$

$$I_{yg} \ddot{\theta}_{yg}(t) - J_g \Omega_g \dot{\theta}_{xg}(t) + k_{\theta yg} \theta_{yg}(t) + k_{pg} P_{pg}(t) r_g \sin \beta \cos \tau_{pg} = 0 \quad (20)$$

$$I_{xg} \ddot{\theta}_{xg}(t) + J_g \Omega_g \dot{\theta}_{yg}(t) + k_{\theta xg} \theta_{xg}(t) + k_{pg} P_{pg}(t) r_g \sin \beta \sin \tau_{pg} = 0 \quad (21)$$

$$J_g \ddot{\theta}_{zg}(t) + k_{pg} P_{pg}(t) r_g \cos \beta = \frac{T_g}{2} \quad (22)$$

در روابط بالا زیرنویس p نشان‌دهنده پینون،

$$q_{\zeta} = \begin{Bmatrix} (q_{\zeta})_L \\ (q_{\zeta})_M \\ (q_{\zeta})_R \end{Bmatrix} \quad (27)$$

در رابطه (۲۷) زیرنویس‌های L ، M و R به ترتیب نشان‌دهنده نقطه سمت چپ، نقطه میانی و نقطه سمت راست هر عضو می‌باشد.

معادلات کلی سیستم

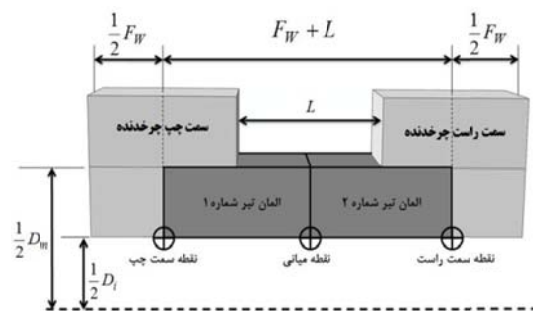
در این مرحله بایستی مجموعه معادلات رابطه (۲۴) را با استفاده از معادلات (۲۵ و ۲۶) برای سمت چپ و راست چرخ‌دنده‌های درگیر با یکدیگر ترکیب کرد تا معادلات کلی سیستم استخراج گردد. با انجام این کار مجموعه معادلات کلی سیستم با در نظر گرفتن ۳۶ درجه آزادی در قالب ماتریسی به فرم زیر خواهد آمد:

$$M\ddot{q}(t) + G\dot{q}(t) + (K_m + K_b)q(t) = F(t) \quad (28)$$

در رابطه بالا، M ماتریس جرم، G ماتریس ژيروسکوپ، K_m ماتریس سفتی درگیری، K_b ماتریس سفتی ناشی از یاتاقان‌ها، $F(t)$ بردار تحریک ناشی از گشتاورهای خارجی و تحریک ناشی از خطای انتقال استاتیکی و $q(t)$ بردار جابه‌جایی می‌باشند و از روابط زیر محاسبه می‌گردند:

$$M = \begin{bmatrix} M_{pe1}^{11} + (M_p)_L & M_{pe1}^{12} & 0 \\ M_{pe1}^{22} + M_{pe2}^{11} & M_{pe2}^{12} & M_{pe2}^{12} \\ M_{pe2}^{22} + (M_p)_R & & \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_{ge1}^{11} + (M_g)_L & M_{ge1}^{12} & 0 \\ M_{ge1}^{22} + M_{ge2}^{11} & M_{ge2}^{12} & \\ \text{Sym} & & M_{ge2}^{22} + (M_g)_R \end{bmatrix} \quad (29)$$

ماتریس ضرایب با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا ماتریس‌های کلی سیستم استخراج گردد. همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، یک چرخ‌دنده دوماریچ شامل سه قسمت اصلی می‌باشد: ۱- یک چرخ‌دنده ماریچ در سمت چپ با قطر داخلی D_i . ۲- یک چرخ‌دنده ماریچ در سمت راست با قطر داخلی D_i . ۳- قسمت رابط با قطر خارجی D_m که متصل‌کننده چرخ‌دنده‌های ماریچ سمت چپ و راست می‌باشد.



شکل ۲ مدل المان محدود یک چرخ‌دنده دوماریچ برای ترکیب معادلات سمت چپ و راست

در شکل (۲) تقسیم‌بندی چرخ‌دنده به سه قسمت به‌گونه‌ای صورت گرفته است که جرم و ممان اینرسی هر قسمت برابر با مجموع جرم و ممان اینرسی سمت چپ، سمت راست و قسمت رابط چرخ‌دنده دوماریچ می‌باشد. بدین ترتیب ماتریس‌های کلی جرم و سفتی برای المان‌های نشان داده شده در شکل (۲) از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$K_{\zeta} = \begin{Bmatrix} K_{\zeta e1}^{11} & K_{\zeta e1}^{12} & 0 \\ & K_{\zeta e1}^{22} + K_{\zeta e2}^{11} & K_{\zeta e2}^{12} \\ \text{Sym.} & & K_{\zeta e2}^{22} \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$M_{\zeta} = \begin{Bmatrix} M_{\zeta e1}^{11} & M_{\zeta e1}^{12} & 0 \\ & M_{\zeta e1}^{22} + M_{\zeta e2}^{11} & M_{\zeta e2}^{12} \\ \text{Sym.} & & M_{\zeta e2}^{22} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

در روابط (۲۵ و ۲۶)، $\zeta = \text{Pinion, Gear}$ می‌باشد. بردار جابه‌جایی متناظر با ماتریس‌های جرم و سفتی ارائه شده در روابط بالا، به صورت زیر می‌باشد:

$$f_{pm} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_p}{2} \end{Bmatrix}, f_{gm} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_g}{2} \end{Bmatrix},$$

$$f_p(t) = k_{pg} e_{pg}(t) \begin{Bmatrix} \cos\beta \cos\tau_{pg} \\ \cos\beta \cos\tau_{pg} \\ \sin\beta \\ r_p \sin\beta \cos\tau_{pg} \\ r_p \sin\beta \sin\tau_{pg} \\ r_p \cos\beta \end{Bmatrix}, \quad (35)$$

$$f_g(t) = k_{pg} e_{pg}(t) \begin{Bmatrix} -\cos\beta \cos\tau_{pg} \\ -\cos\beta \sin\tau_{pg} \\ \sin\beta \\ r_g \sin\beta \cos\tau_{pg} \\ r_g \sin\beta \sin\tau_{pg} \\ r_g \cos\beta \end{Bmatrix}$$

در معادله (۳۵)، بردار نیروی $f(t)$ شامل تحریک ناشی از خطای انتقال است که به عنوان بخشی از جابه جایی نسبی در معادله (۲۳) داده شده است. برای محاسبه تحریک ناشی از خطای انتقال، درگیری سمت چپ چرخ دنده های درگیر را به عنوان درگیری مرجع در نظر بگیرید. در این صورت تحریک ناشی از خطای انتقال در این درگیری در قالب سری فوریه به شکل زیر درخواهد آمد [14]:

$$e_{pg}^{(L)}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{e}_{pgl}^{(L)} \cos(lf_m t + \sigma_{pgl}^{(L)}) \quad (36)$$

در رابطه (۳۶)، $\hat{e}_{pgl}$ و σ_{pgl} به ترتیب اندازه بزرگی و زاویه فاز هارمونیک l ام این تحریک خواهند بود که با استفاده از نرم افزار LDP محاسبه می شوند [25]. f_m فرکانس درگیری چرخ دنده ها است و بالانویس L نیز نشان دهنده سمت چپ چرخ دنده های درگیر می باشد.

با تعریف زاویه فاز متناوب (γ_{stg}) بین سمت

$$G = \begin{bmatrix} G_{pe1}^{11} + (G_p)_L & G_{pe1}^{12} & 0 \\ & G_{pe1}^{22} + G_{pe2}^{11} & G_{pe2}^{12} \\ & & G_{pe2}^{22} + (G_p)_R \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ G_{ge1}^{11} + (G_g)_L & G_{ge1}^{12} & 0 \\ & G_{ge1}^{22} + G_{ge2}^{11} & G_{ge2}^{12} \\ \text{SkewSym} & & G_{ge2}^{22} + (G_g)_R \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$K_m = \begin{bmatrix} K_{pe1}^{11} + (K_{pg}^{11})_L & K_{pe1}^{12} & 0 \\ & K_{pe1}^{22} + K_{pe2}^{11} & K_{pe2}^{12} \\ & & K_{pe2}^{22} + (K_{pg}^{11})_R \\ (K_{pg}^{12})_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (K_{pg}^{12})_L \\ K_{ge1}^{11} + (K_{pg}^{11})_L & K_{ge1}^{12} & 0 \\ & K_{ge1}^{22} + K_{ge2}^{11} & K_{ge2}^{12} \\ \text{Sym} & & K_{ge2}^{22} + (K_{pg}^{11})_R \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$K_b = \text{Diag}[0 \quad K_{bp} \quad 0 \quad 0 \quad K_{bg} \quad 0] \quad (32)$$

$$K_{b\zeta} = \text{Diag}[K_{y\zeta} \quad K_{x\zeta} \quad K_{z\zeta} \quad K_{\theta y\zeta} \quad K_{\theta x\zeta} \quad K_{\theta z\zeta}] (\zeta = \text{Pinion, Gear}) \quad (33)$$

$$q_\zeta(t) = \begin{Bmatrix} y_\zeta(t) \\ x_\zeta(t) \\ z_\zeta(t) \\ \theta_{y\zeta}(t) \\ \theta_{x\zeta}(t) \\ \theta_{z\zeta}(t) \end{Bmatrix} \quad (\zeta = \text{Pinion, Gear}) \quad (34)$$

می‌باشد، مقادیر ویژه ω_λ و بردارهای ویژه نرمال Q_λ سیستم محاسبه می‌شوند. پاسخ سیستم به تحریک‌های ناشی از خطای انتقال را می‌توان با استفاده از روش جمع مودال به دست آورد. براین اساس اگر نیروی وارد بر سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شود (هر نیرو در اثر تحریک ناشی از درگیری یک سمت چرخ‌دنده‌ها به وجود آمده است) [13]:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_L(t) + \mathbf{F}_R(t) = \tilde{\mathbf{F}}_L k_{pg} e_{pg}^{(L)}(t) + \tilde{\mathbf{F}}_R k_{pg} e_{pg}^{(R)}(t) \quad (39)$$

پاسخ سیستم به هر نیروی $\mathbf{F}_L(t)$ و $\mathbf{F}_R(t)$ از روش جمع مودال به صورت زیر به دست می‌آید [26]:

$$\mathbf{q}_L(t) = \tilde{\mathbf{F}}_L k_{pg} \sum_{l=1}^L \sum_{\lambda=1}^{N_{dof}} \Theta_{\lambda l}(j f_m) \hat{e}_{pgl}^{(L)} \cos(j f_m t + \sigma_{pgl}^{(L)}), \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (40)$$

$$\mathbf{q}_R(t) = \tilde{\mathbf{F}}_R k_{pg} \sum_{l=1}^L \sum_{\lambda=1}^{N_{dof}} \Theta_{\lambda l}(j f_m) \hat{e}_{pgl}^{(R)} \cos(j f_m t + \sigma_{pgl}^{(R)} + l \gamma_{stg}), \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (41)$$

در روابط بالا $\tilde{\mathbf{F}}_L$ و $\tilde{\mathbf{F}}_R$ به ترتیب اندازه بزرگی نیروی سمت چپ و راست و $\Theta_{\lambda l}(j f_m)$ نیز از رابطه (۴۲) محاسبه می‌شود:

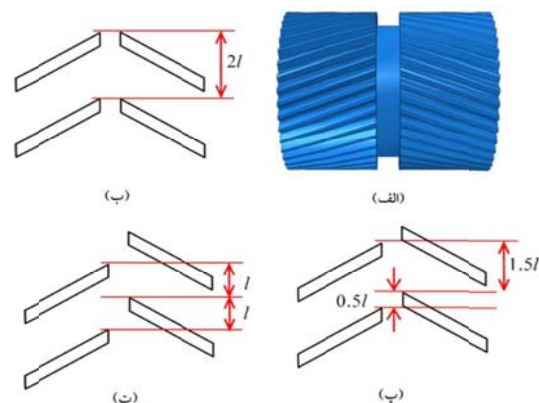
$$\Theta_{\lambda l}(j f_m) = \frac{\mathbf{Q}_\lambda \mathbf{Q}_\lambda^T}{(\omega_\lambda^2 - l^2 f_m^2)} \quad (42)$$

جابه‌جایی کلی نیز به دلیل خطی بودن سیستم، از جمع جابه‌جایی‌های حاصل شده از هر تحریک در حالت پایا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_L(t) + \mathbf{q}_R(t) \quad (43)$$

چپ و راست چرخ‌دنده‌های درگیر مطابق شکل (۳)، تحریک ناشی از خطای انتقال برای درگیری سمت راست چرخ‌دنده‌های درگیر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_{pg}^{(R)}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{e}_{pgl}^{(R)} \cos(l f_m t + \sigma_{pgl}^{(R)} + l \gamma_{stg}) \quad (37)$$



شکل ۳ الف) نمای کلی یک چرخ‌دنده دو مارپیچ، (ب) زاویه فاز

متناوب $\gamma_{stg} = 0$ ، (پ) زاویه فاز متناوب $\gamma_{stg} = \frac{\pi}{2}$ ،

(ت) زاویه فاز متناوب $\gamma_{stg} = \pi$

روش حل معادلات

در این قسمت روش حل معادلات برای دو حالت زیر شرح داده می‌شود:

حالت اول: از اثرات ژيروسکوپی در معادلات صرف نظر شده است. در این حالت، ابتدا با قرار دادن $F(t) = 0$ در معادله (۲۸) و با صرف نظر کردن از ماتریس G که ناشی از اثرات ژيروسکوپی می‌باشد، معادله کلی سیستم به صورت زیر درمی‌آید:

$$M \ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b) \mathbf{q}(t) = 0 \quad (38)$$

با حل مسأله مقدار ویژه متناظر با معادله (۳۸)، که به شکل $\mathbf{K} \mathbf{Q} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{Q}$ ، که در آن $\mathbf{K} = \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b$

$$\omega_\lambda = |\text{imag}[\Lambda_\lambda(j\Omega)]| = |\text{imag}[\bar{\Lambda}_\lambda(j\Omega)]| \quad (49)$$

مقادیر ویژه و بردارهای ویژه در این سیستم وابسته به سرعت می باشد.

مشابه حالت قبلی، پاسخ سیستم به تحریک های ناشی از خطای انتقال را می توان با استفاده از روش جمع مودال به دست آورد. مجموع نیروهای وارد بر سیستم نیز با استفاده از رابطه (39) محاسبه می شود. پاسخ سیستم به هر نیروی $\mathbf{F}_L(t)$ و $\mathbf{F}_R(t)$ از روش جمع مودال به صورت زیر به دست می آید [26]:

$$\mathbf{r}_L(t) = \tilde{\mathbf{F}}_L k_{pg} \sum_{l=1}^L \sum_{\lambda=1}^{2N_{dof}} \hat{\Theta}_{\lambda l}(j f_m) \hat{e}_{pgl}^{(L)} \quad (50)$$

$$\cos(l f_m t + \sigma_{pgl}^{(L)}), \quad (j = \sqrt{-1})$$

$$\mathbf{r}_R(t) = \tilde{\mathbf{F}}_R k_{pg} \sum_{l=1}^L \sum_{\lambda=1}^{2N_{dof}} \hat{\Theta}_{\lambda l}(j f_m) \hat{e}_{pgl}^{(R)} \quad (51)$$

$$\cos(l f_m t + \sigma_{pgl}^{(R)} + l \gamma_{stg}), \quad (j = \sqrt{-1})$$

در روابط بالا، $\hat{\Theta}_{\lambda l}(j f_m)$ از معادله زیر به دست می آید:

$$\hat{\Theta}_{\lambda l}(j f_m) = \frac{\mathbf{L}_\lambda^T \mathbf{B} \mathbf{R}_\lambda}{j l f_m - \Lambda_\lambda} \quad (52)$$

جابه جایی کلی نیز به دلیل خطی بودن سیستم، از جمع جابه جایی های حاصل شده از هر تحریک در حالت پایا به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_L(t) + \mathbf{r}_R(t) \quad (53)$$

صحت سنجی معادلات و روش حل آنها. در این بخش به منظور صحت سنجی، معادلات استخراج شده برای یک جفت چرخ دنده دومارپیچ حل می شوند و نتایج با نتایج تجربی داده شده در مرجع [13] مقایسه می گردند. اطلاعات اساسی مربوط به جفت چرخ دنده

حالت دوم: اثرات ژيروسکوپ نیز در معادلات در نظر گرفته شده است. برای حل معادلات در این حالت، ابتدا بایستی معادله (28) را مطابق رابطه زیر در فضای حالت بیان کرد:

$$\dot{\mathbf{i}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{r}(t) + \mathbf{B} \mathbf{F}(t) \quad (44)$$

در رابطه (44)، $\mathbf{r}(t)$ بردار حالت و ماتریس های $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\mathbf{r}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (47)$$

در رابطه (46)، ماتریس $\mathbf{I}$ ماتریس همانی با ابعادی برابر با تعداد درجه آزادی سیستم می باشد. حال با قرار دادن مقدار بردار $\mathbf{F}(t) = \mathbf{0}$ در معادله (44)، مسئله مقدار ویژه سیستم مورد نظر به صورت زیر در می آید:

$$\mathbf{A} \mathbf{R} = \Lambda \mathbf{R} \quad \text{or} \quad \mathbf{L}^T \mathbf{A} = \Lambda \mathbf{L}^T \quad (48)$$

در رابطه (48)، Λ ماتریس مقادیر ویژه، $\mathbf{R}$ و $\mathbf{L}$ به ترتیب بردار ویژه های سمت راست و چپ می باشند. ماتریس های مودال $\mathbf{R}$ و $\mathbf{L}$ بر یکدیگر متعامدند به گونه ای که روابط $\mathbf{L}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$ و $\mathbf{L}^T \mathbf{A} \mathbf{R} = \Lambda$ بین آنها برقرار است. مقادیر ویژه در این گونه مسایل به صورت جفت های مزدوج مختلط می باشند. بنابراین $\lambda_{\text{amin}}(j\Omega)$ مقدار ویژه $\Lambda_\lambda(j\Omega)$ (یا $\lambda_{\text{amin}}(j\Omega)$ مقدار ویژه مزدوج مختلط $\bar{\Lambda}_\lambda(j\Omega)$) که از معادله (48) حاصل می شود، مورد استفاده قرار می گیرد تا λ_{amin} فرکانس طبیعی سیستم از رابطه (49) به دست آید:

دوماریچ درگیر، در جدول (۱) بیان شده است. جدول (۲) نیز ضرایب استفاده شده در بسط سری فوریه تحریک ناشی از خطای انتقال را نشان می دهد.

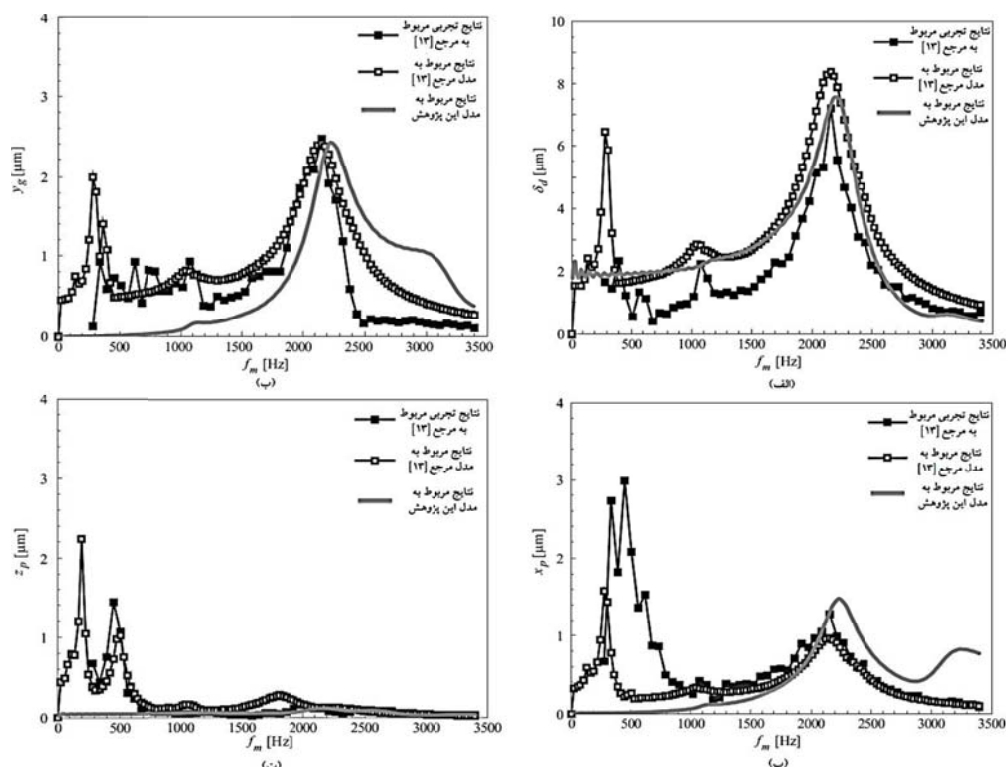
معادلات مربوط به یک جفت چرخ دنده دوماریچ درگیر با استفاده از روش جمع مودال حل می شوند. شکل (۴) مقایسه نتایج به دست آمده از حل معادلات را با نتایج ارائه شده در مرجع [13] نشان می دهد.

جدول ۱. پارامترهای اساسی مربوط به جفت چرخ دنده دوماریچ درگیر [13]

پارامتر	پینیون	چرخ دنده
جرم (kg)	۲/۳۱	۳/۰۴
تعداد دندانه ها	۳۱	۳۴
مدول نرمال (mm)	۳/۹۱۵	
زاویه فشار نرمال (deg)	۲۲/۵	
فاصله مرکز تا مرکز چرخ دنده ها (mm)	۱۵۰	
زاویه ماریچ (deg)	±۳۵	±۳۵
قطر پایه (mm)	۱۴۵/۰۳	۱۳۲/۲۳
قطر بزرگ (mm)	۱۶۶/۵۲	۱۵۲/۶۸
سفتی درگیری (N/m)	۲/۲۱۰ ^۸	
سفتی یاتاقان درجهت x و y (N/m)	۶۱۰ ^۷	۶۱۰ ^۷
سفتی یاتاقان درجهت z (N/m)	۲/۵۱۰ ^۷	۲/۵۱۰ ^۷
سفتی یاتاقان درجهت θ_x و θ_y (N.m/rad)	۶۱۰ ^۵	۶۱۰ ^۵
سفتی یاتاقان درجهت θ_z (N.m/rad)	۰	۰

جدول ۲. ضرایب بسط سری فوریه تحریک ناشی از خطای انتقال [13]

مقدار	ضرایب
۲/۴۶	$\hat{e}_{pg1}^{(L)} (\mu m)$
-۴۵/۷۷	$\sigma_{pg1}^{(L)} (deg)$
۰/۴۴	$\hat{e}_{pg2}^{(L)} (\mu m)$
۸۲/۷	$\sigma_{pg2}^{(L)} (deg)$
۲/۴۸	$\hat{e}_{pg1}^{(R)} (\mu m)$
-۵۸/۵۸	$\sigma_{pg1}^{(R)} (deg)$
۰/۳۸	$\hat{e}_{pg2}^{(R)} (\mu m)$
۶۴/۱۵	$\sigma_{pg2}^{(R)} (deg)$
۰	$\gamma_{stg} (deg)$



شکل ۴ مقایسه نتایج حاصل از حل معادلات دینامیکی با نتایج ارائه شده در مرجع [13] برای یک جفت چرخ دنده دوماریچ درگیر در مقابل فرکانس درگیری (الف) خطای انتقال دینامیکی، (ب) جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات چرخ دنده در جهت y ، (پ) جذر میانگین مربعات دامنه پینیون ارتعاشات در جهت x ، (ت) جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات پینیون در جهت z

نتایج

در جدول (۲) فرکانس های طبیعی یک جفت چرخ دنده دوماریچ که مشخصات اساسی آن در بخش قبلی بیان شد، در دو حالت مختلف ارائه شده است.

مقایسه فرکانس های طبیعی ارائه شده در جدول (۳) نشان می دهد که با در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي، سیستم دارای مود صلب خواهد شد. زیرا یکی از فرکانس های طبیعی سیستم با در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي صفر می شود. به علاوه با در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي، بیشتر فرکانس های طبیعی سیستم کاهش می یابد. البته درصد کاهش در فرکانس های طبیعی اولیه سیستم بیشتر است و با افزایش مقدار فرکانس طبیعی، این درصد کمتر می شود. زیرا فرکانس های طبیعی اولیه سیستم از نظر اندازه

مقایسه نتایج ارائه شده در شکل (۴) و نزدیک بودن پاسخ های ارائه شده در این شکل، درستی معادلات و روش حل استفاده شده در این تحقیق را نشان می دهد. البته در بعضی از نقاط اختلافات محدودی وجود دارد که این امر نیز به دلیل مشخص نبودن برخی از پارامترها در مرجع [13] و فرض کردن آنها در این تحقیق می باشد. البته در مرجع [13] سفتی شافت نیز در نظر گرفته شده است. اما به دلیل مشخص نبودن پارامترهای مربوط به شافت در مرجع [13]، در این تحقیق از آن صرف نظر گردید و همین امر باعث شده است که در فرکانس های پایین اختلاف بین نتایج بیشتر شود. حال که صحت معادلات و روش حل استفاده شده مورد تأیید قرار گرفت، می توان این معادلات را با در نظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي نیز حل کرد و دینامیک و ارتعاشات آن را مورد بررسی قرار داد.

۱۶	۵۶۴۶/۶۷۸۹۹۲	۵۹۰۷/۷۶۸۹۲	%۴/۶۲
۱۷	۱۵۶۳۹/۱۱۴۷۳	۱۵۶۴۴/۳۱۵۴۶	%۰/۰۳
۱۸	۱۷۳۲۰/۱۵۹۳۲	۱۷۲۳۱/۲۷۵۸۴	%۰/۰۰۶
۱۹	۱۹۴۸۱/۸۰۹۳۲	۱۹۴۸۶/۷۲۱۷۸	%۰/۰۲۵
۲۰	۲۰۲۰۸/۶۶۹۶۸	۲۰۲۰۸/۷۰۹۹۷	%۰/۰۰۰۲
۲۱	۲۱۳۶۴/۹۵۳۶۲	۲۱۳۶۹/۲۸۰۶۱	%۰/۰۲
۲۲	۲۱۴۴۳/۴۷۷۴۳	۲۱۴۴۵/۴۲۴	%۰/۰۰۹
۲۳	۲۳۳۴۰/۱۹۱۰۶	۲۳۳۴۱/۸۹۵۲۶	%۰/۰۰۷
۲۴	۲۶۳۰۲/۶۴۸۰۸	۲۶۳۰۷/۳۷۶۷۶	%۰/۰۱۸
۲۵	۵۲۵۷۳/۱۸۹۷۸	۵۲۵۷۳/۱۹۲۹۶	%۰
۲۶	۵۶۱۱۳/۶۸۵۷۱	۵۶۱۱۰/۶۷۳۹۴	%۰/۰۰۵
۲۷	۵۶۱۲۴/۶۵۵۹۶	۵۶۱۲۷/۸۷۳۷۹	%۰/۰۰۶
۲۸	۶۰۲۵۳/۹۹۶۸۶	۶۰۲۵۳/۹۹۹۵۶	%۰
۲۹	۶۴۲۹۵/۱۰۵۸	۶۴۲۹۱/۷۹۱۳۹	%۰/۰۰۵
۳۰	۶۴۳۰۹/۳۸۱۶۵	۶۴۳۱۲/۹۱۹۲۹	%۰/۰۰۵
۳۱	۱۲۵۴۹۸/۳۳۶۴	۱۲۵۴۹۷/۵۳۳۴	%۰/۰۰۰۶
۳۲	۱۲۵۴۹۹/۳۷۰۹	۱۲۵۵۰۰/۱۹۱۱	%۰/۰۰۰۷
۳۳	۱۴۴۱۵۷/۵۶۱	۱۴۴۱۵۶/۶۱۳۴	%۰/۰۰۰۷
۳۴	۱۴۴۱۵۸/۷۸۱۷	۱۴۴۱۵۶/۷۴۷۴	%۰/۰۰۰۷
۳۵	۳۵۴۹۸۴/۰۴۸۶	۳۵۹۸۴/۰۴۸۶	۰
۳۶	۳۸۹۶۴۵/۲۸۹۶	۳۸۹۶۴۵/۲۸۹۶	۰

▪ درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي در بعضی از جهات تغییرات قابل توجهی را در پاسخ دینامیکی سیستم و همچنین در تعداد قله‌های ارتعاشات در محدوده فرکانس درگیری ایجاد می‌کند. زیرا در حالتی که اثرات ژيروسکوپي در سیستم درنظر گرفته می‌شود، ماتریس ژيروسکوپي که یک ماتریس وابسته به سرعت می‌باشد به سیستم افزوده می‌شود. این در حالی است که اگر اثرات ژيروسکوپي نادیده گرفته شوند، تمامی ماتریس‌های مربوط به معادله کلی سیستم مستقل از سرعت و ثابت می‌باشند.

▪ درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي میزان دامنه ارتعاشات در پاسخ دینامیکی را تغییر می‌دهد، به گونه‌ای که در سه جهت x ، y و θ_x درنظر

بزرگی بسیار کوچک‌تر از فرکانس‌های پایانی سیستم می‌باشند. درضمن در بعضی از فرکانس‌های خاص، با درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي افزایش بسیار اندکی در فرکانس طبیعی سیستم مشاهده می‌شود.

شکل‌های (۱۰-۵) مقادیر جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات در جهات مختلف را برای یک جفت چرخ‌دنده دوماریچ نشان می‌دهد. با مشاهده این نمودارها نتایج زیر استخراج می‌گردد:

- مقادیر ماکزیمم جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات در جهات مختلف، متناسب با فرکانس‌های طبیعی سیستم یا ضریبی از آنها می‌باشند که توسط هارمونیک لام نیرو، تحریک می‌گردند.

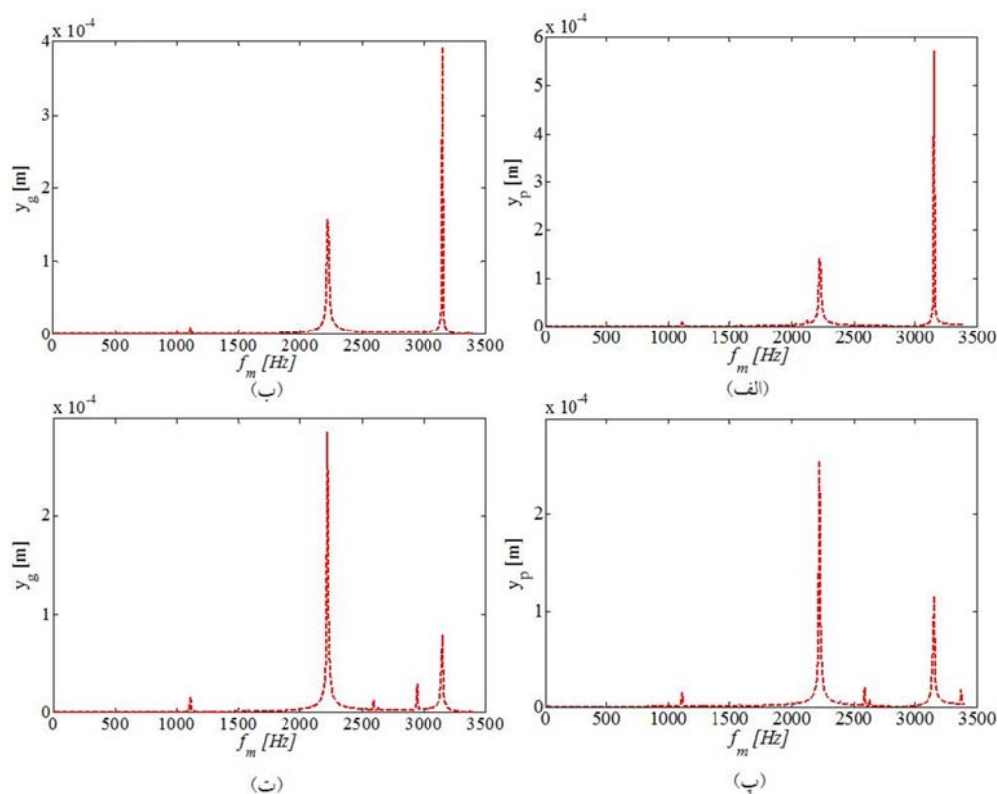
جدول ۳ مقایسه فرکانس‌های طبیعی سیستم در حالت‌های مختلف

شماره فرکانس طبیعی	فرکانس طبیعی (Hz)		
	بدون درنظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي	با درنظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي	درصد اختلاف دو حالت
۱	۰/۱۴۵۵۳۱۷۳	۰	-
۲	۲۰۱۱/۸۵۷۳۵۲۸	۲۰۱۱/۷۴۰۷۴	%۰/۰۰۶
۳	۲۲۲۴/۷۸۳۹۰۹	۲۲۲۲/۶۱۷۲۸۷	%۰/۱
۴	۲۲۷۳/۸۵۴۴۸۶	۲۲۷۳/۷۸۸۷۴۳	%۰/۰۰۳
۵	۲۶۳۳/۵۳۵۰۵۳	۲۶۳۰/۱۳۶۰۳۷	%۰/۱۳
۶	۲۹۴۱/۸۹۴۲۹۸	۲۹۳۸/۷۲۳۱۵۸	%۰/۱۱
۷	۳۱۴۹/۳۰۵۶۳۶	۳۱۴۶/۶۰۹۴۱۸	%۰/۰۹
۸	۳۳۵۸/۸۱۴۲۰۸	۳۱۶۳/۸۰۹۰۳۸	%۵/۸
۹	۳۳۷۰/۶۷۳۲۰۶	۳۳۶۹/۲۵۶۴۰۵	%۰/۰۴
۱۰	۳۵۸۳/۳۲۹۸۶۵	۳۶۸۹/۲۴۲۶۵	%۲/۹۶
۱۱	۴۰۵۸/۷۹۱۳۹۹	۳۹۵۵/۴۰۲۶۳۹	%۲/۵
۱۲	۴۲۴۳/۷۰۴۶۵۲	۴۰۸۵/۹۵۷۹۹۴	%۳/۷
۱۳	۴۲۹۹/۸۶۸۲۶	۴۵۵۲/۴۱۶۲۰۱	%۵/۹
۱۴	۴۶۸۳/۰۸۸۴۷۱	۴۷۷۵/۰۶۹۲۸۱	%۱/۹۶
۱۵	۵۳۰۴/۹۸۷۷۸۱	۵۱۷۹/۹۲۹۴۳۵	%۲/۳۶

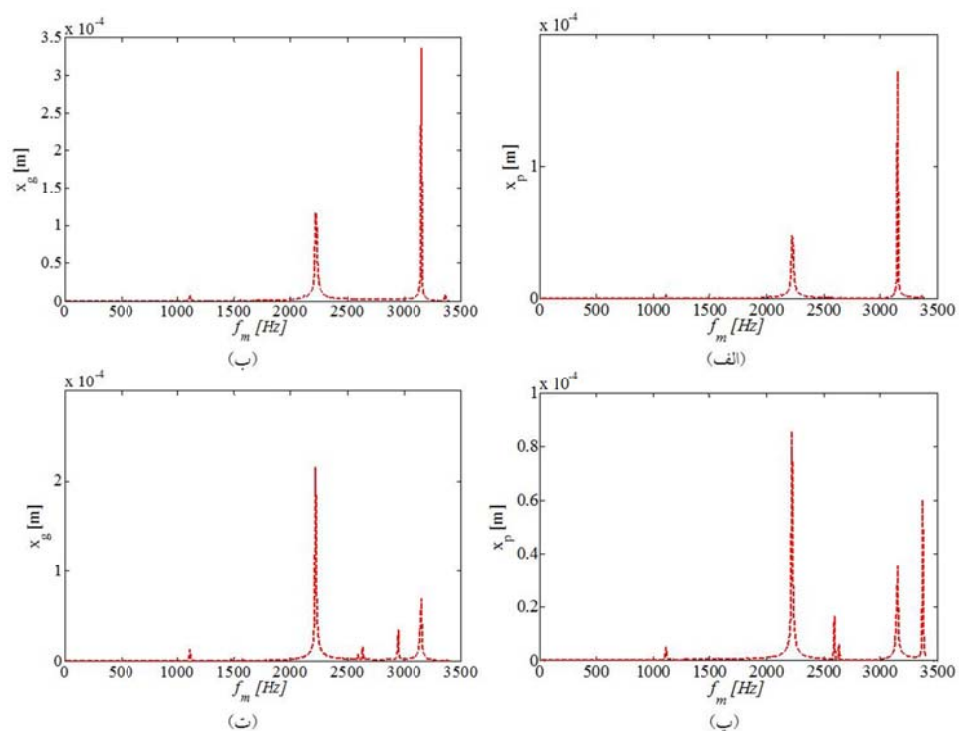
میراکننده عمل می‌کند؛ اما درجهت‌هایی که درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي باعث افزایش در دامنه پاسخ دینامیکی شده است، این ماتریس شبیه یک تحریک عمل کرده است.

نتایج بالا نشان می‌دهد که اثرات ژيروسکوپي در سرعت‌های بالا بر روی دینامیک یک جفت چرخ‌دنده دوماپیچ تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای داشته است و بایستی حتماً در سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای سرعت‌بالا درنظر گرفته شوند.

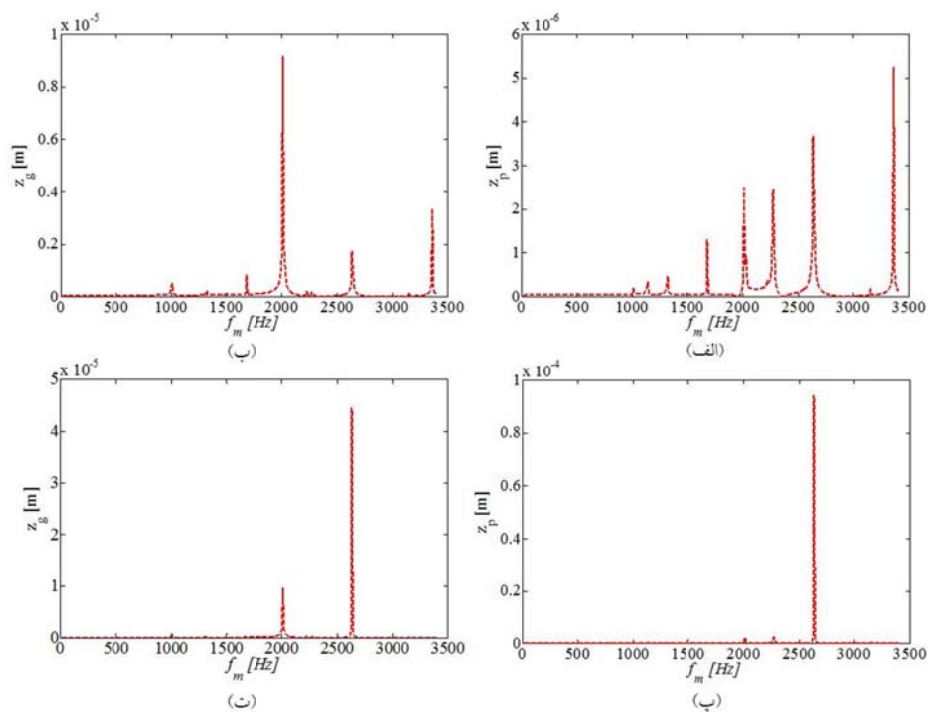
گرفتن اثرات ژيروسکوپي باعث کاهش دامنه پاسخ دینامیکی سیستم می‌شود. این در حالی است که در جهات دیگر درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي دامنه ارتعاشات را افزایش می‌دهد. از آنجایی که ماتریس ژيروسکوپي یک ماتریس پادمتقارن می‌باشد، می‌توان این موضوع را این‌گونه توجیه کرد که درجهت‌هایی که با درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي کاهش در دامنه پاسخ دینامیکی مشاهده می‌شود، این ماتریس شبیه یک



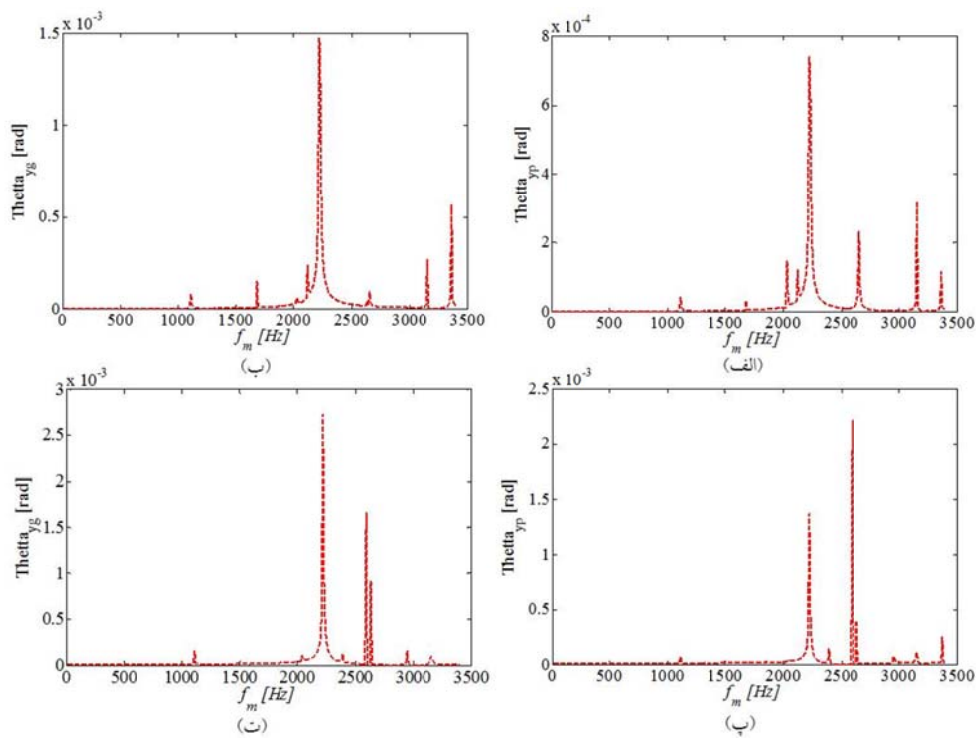
شکل ۵ جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات درجهت y درمقابل فرکانس درگیری برای جفت چرخ‌دنده دوماپیچ پینیون و چرخ‌دنده (الف و ب) بدون درنظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي؛ (پ و ت) با درنظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي



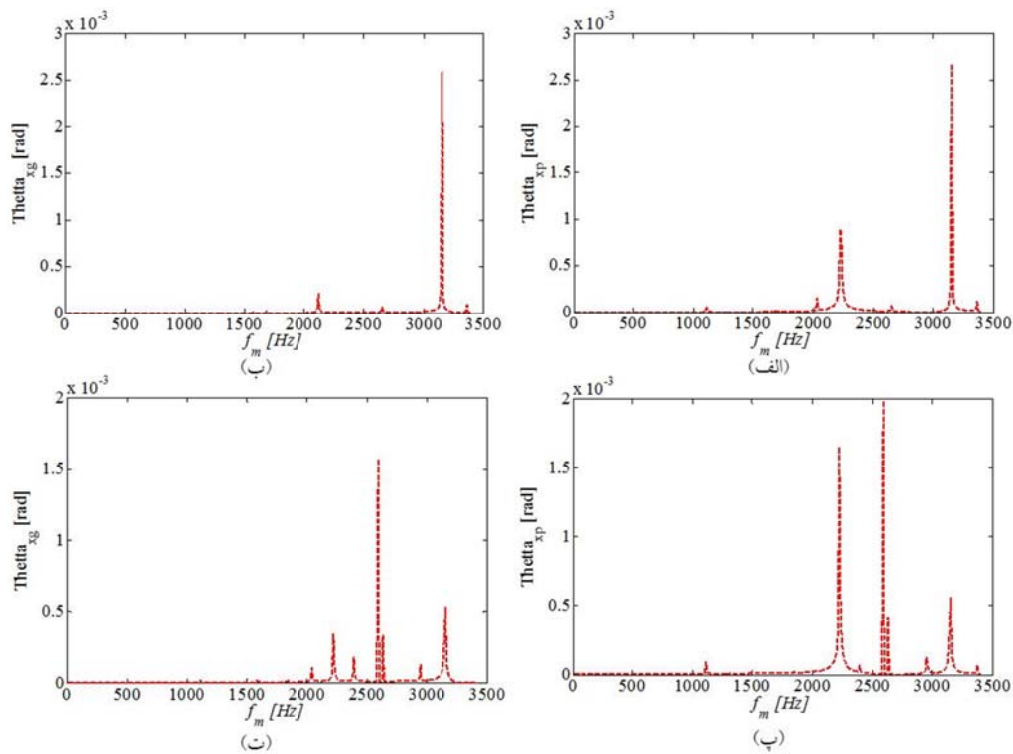
شکل ۶ جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات درجهت X درمقابل فرکانس درگیری برای جفت چرخ‌دنده دوماریچ پینیون و چرخ‌دنده (الف و ب) بدون در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپی (پ و ت) با در نظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپی



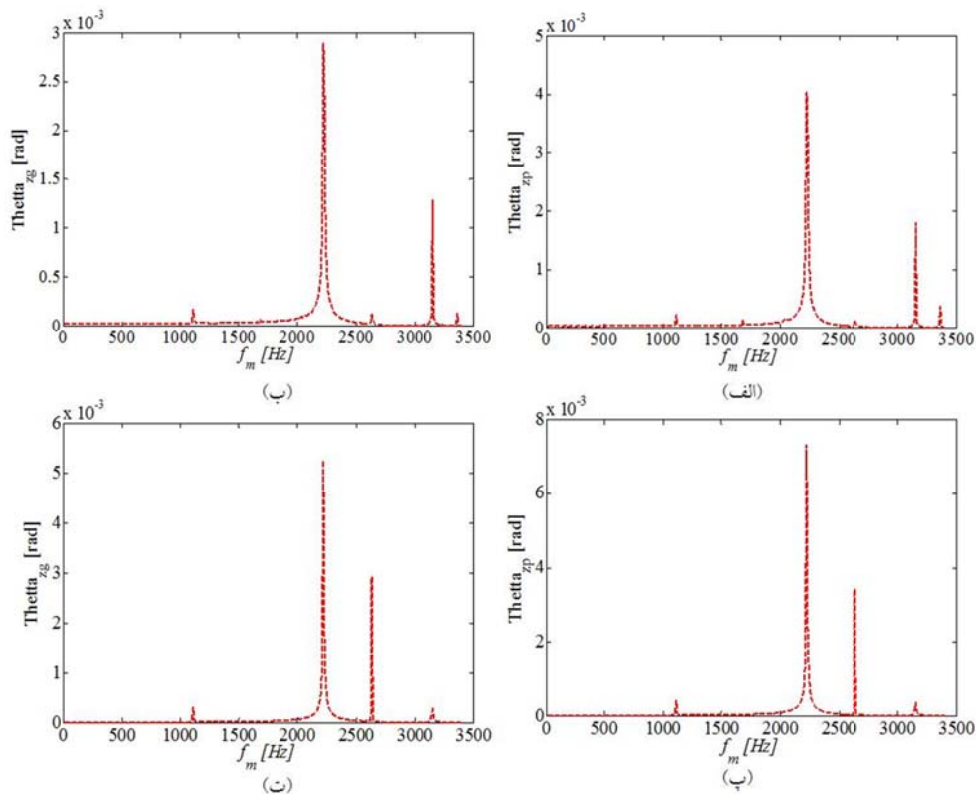
شکل ۷ جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات درجهت Z درمقابل فرکانس درگیری برای جفت چرخ‌دنده دوماریچ پینیون و چرخ‌دنده (الف و ب) بدون در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپی، (پ و ت) با در نظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپی



شکل ۸ جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات درجهت θ_y در مقابل فرکانس درگیری برای جفت چرخ دنده دومارپیچ پینیون و چرخ دنده (الف و ب) بدون در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي (پ و ت) با در نظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي



شکل ۹ جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات درجهت θ_x در مقابل فرکانس درگیری برای جفت چرخ دنده دومارپیچ پینیون و چرخ دنده (الف و ب) بدون در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي، (پ و ت) با در نظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپي



شکل ۱۰ جذر میانگین مربعات دامنه ارتعاشات در جهت θ_z در مقابل فرکانس درگیری برای جفت چرخ دنده دوماریچ پینیون و چرخ دنده (الف و ب) بدون در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپی (پ و ت) با در نظر گرفتن اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپی

نتیجه گیری

اندازه بزرگی بسیار کوچک تر از فرکانس های پایانی سیستم می باشند. در ضمن، در حالتی که اثرات ژيروسکوپی در نظر گرفته می شود، پاسخ دینامیکی سیستم به سرعت چرخ دنده های درگیر حساس می باشد. زیرا در این حالت ماتریس ژيروسکوپی وارد معادلات حرکت می شود و با تغییر سرعت چرخ دنده های درگیر تغییر خواهد کرد؛ اما در حالتی که از اثرات ژيروسکوپی صرف نظر می شود، با تغییر سرعت چرخ دنده های درگیر هیچ تغییری در ماتریس ها مشاهده نخواهد شد و ماتریس ها مستقل از سرعت چرخ دنده های درگیر می باشند.

در این تحقیق با ارائه یک مدل خطی مستقل از زمان در فضای سه بعدی به بررسی اثرات ناشی از ممان ژيروسکوپی بر روی دینامیک و ارتعاشات یک جفت چرخ دنده دوماریچ پرداخته شده است. نتایج این تحقیق نشان می دهد که با در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپی در یک جفت چرخ دنده دوماریچ، بیشتر فرکانس های طبیعی سیستم کاهش می یابد. البته درصد کاهش در فرکانس های طبیعی اولیه سیستم بیشتر است و با افزایش مقدار فرکانس طبیعی، این درصد کمتر می شود. زیرا فرکانس های طبیعی اولیه سیستم از نظر

مراجع

1. Kahraman, A. and Singh, R., "Non-linear dynamics of a spur gear pair", *Journal of sound and Vibration*, Vol. 142, No. 1, pp. 49-75, (1990):
2. Kahraman, A. and Blankenship, G.W., "Interactions between commensurate parametric and forcing excitations in a system with clearance", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 194, No. 3, pp. 317-336, (1996).
3. Blankenship, G.W. and Kahraman, A., "Steady state forced response of a mechanical oscillator with combined parametric excitation and clearance type non-linearity", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 185, No.5, pp. 743-765, (1995).
4. Kahraman, A. and Blankenship, G.W., "Experiments on nonlinear dynamic behavior of an oscillator with clearance and periodically time-varying parameters", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, No.1, pp. 217-226, (1997).
5. Kahraman, A. and Blankenship, G.W., "Effect of involute tip relief on dynamic response of spur gear pairs", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, No. 2, pp. 313-315, (1999).
6. Kahraman, A. and Blankenship, G.W., "Effect of involute contact ratio on spur gear dynamics", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, No. 1, pp. 112-118, (1999).
7. Neriya, S.V., Bhat, R.B. and Sankar., T.S., "On the dynamic response of a helical geared system subjected to a static transmission error in the form of deterministic and filtered white noise inputs", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, No. 4, pp. 501-506, (1988).
8. Kahraman, A., "Effect of axial vibrations on the dynamics of a helical gear pair", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 115, No. 1, pp. 33-39, (1993).
9. Kahraman, A., "Dynamic analysis of a multi-mesh helical gear train", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 116, No. 3, pp. 706-712, (1994).
10. Kahraman, A. "Planetary gear train dynamics", *Journal of Mechanical design*, Vol. 116, No. 3, pp. 713-720, (1994).
11. Umezawa, K., Houjoh, H., Matsumura, S., Wang, S. and Ohshima, S., "'Experimental Investigation on Modal Behavior of Helical Gear Units with Various Ratio", *Proc. 7th ASME Int. Power Trans. and Gearing Conference*, San Diego, pp. 509-518, 6- 9 October, (1996).
12. Kubur, M., Kahraman, A., Zini, D.M. and Kienzle, K., "Dynamic analysis of a multi-shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment", *Journal of vibration and acoustics*, Vol. 126, No. 3, pp. 398-406, (2004).
13. Kang, M.R. and Kahraman, A., "An experimental and theoretical study of the dynamic behavior of double-helical gear sets", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 350, pp. 11-29, (2015).
14. Prashant, S. and Kahraman, A. "A dynamic model of a double-helical planetary gear set", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 70, pp. 157-174, (2013).
15. Thomas, J., "A procedure for predicting the load distribution and transmission error characteristics of double helical gears", MSc Thesis, The Ohio State University, (1991).
16. Clapper, M. and Houser, D.R., "Prediction of fully reversed stresses at the base of the root in spur and double helical gears in a split torque helicopter transmission", *Proceedings of American Helicopter Society Rotor Wing Specialists Meeting*, Williamsburg, VA, pp. 26-28, (1993).
17. Zhang, T., "Noise optimization of a double helical parallel shaft gearbox", *Proceedings of the Int. Gearing Conf.*, University of Newcastle upon Tyne, pp. 93-98, (1994).

18. Wang, Ch. and Hai-tao, J., "Investigation of a design modification for double helical gears reducing vibration and noise", *Journal of Marine Science and Application*, Vol. 9, No. 1, pp. 81-86, (2010).
19. Wang, S., Zhang C. and Wang, F., "The analysis of dynamic load coefficients of double- helical planetary gear sets", *International gear conference*, France, pp. 888- 895, 26- 28 August, (2014).
20. Sheng, Zh., "Modal Analysis of Double-Helical Planetary Gears With Numerical and Analytical Approach", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 137, No. 4, pp. 1-17, (2015).
21. Seager, D.L. "Conditions for the Neutralization of Excitation by the Teeth in Epicyclic Gearing", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 17, No. 5, pp. 293-299, (1975).
22. Kubur, M., "Dynamic analysis of a multi-shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment", *Journal of vibration and acoustics*, Vol. 126, No. 3, pp. 398-406, (2004).
23. Kang, M.,R., and Kahraman, A., "Measurement of vibratory motions of gears supported by compliant shafts", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 29, pp. 391-403, (2012).
24. Ajmi, M. and Velez, P., "A model for simulating the quasi-static and dynamic behaviour of solid wide-faced spur and helical gears", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 40, No. 2, pp. 173-190, (2005).
25. LDP Gear Load Distribution Program, Gear and Power Transmission Research Laboratory, the Ohio State University, USA, (2011).
26. Meirovitch, L., "*Fundamentals of vibrations*", International Edition, McGraw-Hill, pp. 280-365, (2001).

طراحی و بررسی عددی جریان سنج جرمی حرارتی لوله موئین به عنوان کنتور گاز خانگی *

سامان پرویزی^(۱) محمود فرزانه گرد^(۲) علی جباری مقدم^(۳) مجید هاشمیان^(۴) مهرباب عقیلی بهرامی^(۵)

چکیده اندازه گیری دقیق شدت جریان جرمی گاز طبیعی همواره مسئله مهمی به ویژه در سطح مصارف خانگی بوده است. یکی از انواع جریان سنج های جرمی، جریان سنج جرمی حرارتی لوله موئین می باشد که برای اندازه گیری جریان های با دبی پایین استفاده می شود. در این مطالعه شناخت پارامترهای مهم و تأثیر هر یک از این پارامترها در طراحی جریان سنج حرارتی لوله موئین بررسی شده است. برای این کار مدل سه بعدی یک جریان سنج جرمی حرارتی لوله موئین شبیه سازی و انتقال حرارت در لوله حسگر آن به صورت عددی برای گاز متان به عنوان گاز طبیعی تحلیل شده است. برای اعتبارسنجی روش حل عددی، به دلیل عدم وجود داده های آزمایشگاهی برای متان، از نیتروژن استفاده شده است که تطابق قابل قبولی را نشان می دهد. نتایج عددی نشان می دهد که عدم قطعیت این جریان سنج ها حداکثر ۱/۲۴ درصد است که برای کنتورهای خانگی قابل قبول می باشد.

واژه های کلیدی اندازه گیری جریان، جریان سنج حرارتی، انتقال حرارت سه بعدی، جریان سنج لوله موئین، کنتور گاز خانگی.

Designing and Numerical Analysis of Capillary Tube Thermal Mass Flowmeter for Residential Natural Gas Meter

S. Parvizi M. Farzaneh-Gord A. Jabari Moghadam M. Hashemian M. Aghili Bahrami

Abstract Accurate natural gas measurement is an important issue especially in domestic usage level. Capillary tube thermal mass flow meter is one of the most common types of mass flow meters which are mostly used for low mass flow rates. In this work, a capillary tube flow meter was simulated numerically. A three-dimensional steady state heat transfer in its sensor tube was numerically analyzed and the sensitivity of this type of flow meter was investigated. In order to validate the simulation approach, the simulation was also accomplished for Nitrogen, for which experimental data was available in the literature, It is shown that the simulation result is reasonable. Considering all the possible effective parameters, the uncertainty of the flow meter was also calculated. Numerical results show that the maximum amount of uncertainty in measurement for this type of flow meter is less than 1.24% which is acceptable for residential customers.

Key Words Flow metering, Thermal massflowmeter, Three-Dimensional heat transfer, Capillary tube mass flow meter, Residential Natural Gas Meter

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۱۲/۱۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱/۱۹ می باشد.

(۱) نویسنده مسئول، کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه شاهرود، saman.parvizy@gmail.com

(۲) استاد، دانشکده مکانیک، دانشگاه شاهرود.

(۳) دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه شاهرود.

(۴) استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه شاهرود.

(۵) کارشناس ارشد، شرکت گاز استان گلستان.

مقدمه

در بسیاری از صنایع، اندازه‌گیری جریان گرمی بر اندازه‌گیری جریان حجمی برتری دارد. دو شیوه برای اندازه‌گیری جریان گرمی وجود دارد. در روش اول جریان حجمی اندازه‌گیری و نتیجه در چگالی ضرب می‌شود. جریان‌سنج‌هایی که با این روش کار می‌کنند ابزار اضافی مانند حسگر فشار و دما لازم دارند تا جریان گرمی را محاسبه نمایند. برخلاف این مدل، جریان‌سنج‌های نوع دوم جریان گرمی را مستقیماً اندازه‌گیری می‌کنند که تغییرات فشار و دمای ورودی تأثیر ناچیزی بر آن دارد. جریان‌سنج‌های گرمی حرارتی به این دسته تعلق دارند.

اندازه‌گیری دقیق جریان گاز طبیعی کار دشواری می‌باشد؛ دلیل اصلی آن تراکم‌پذیر بودن سیال است. روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری جریان حجمی واقعی وجود دارد اما جریان اندازه‌گیری شده با تغییرات دما و فشار تغییر می‌کند. به‌همین دلیل در تمام فرایندهای صنعتی تمایل به اندازه‌گیری جریان گرمی به‌جای جریان حجمی وجود دارد.

یکی از وسایل اندازه‌گیری مستقیم جریان گرمی جریان‌سنج‌های گرمی حرارتی می‌باشد [1]. جریان‌سنج‌های دیافراگمی که یکی از انواع جریان‌سنج‌های جابه‌جایی مثبت است رایج‌ترین نوع وسیله اندازه‌گیری در صنعت گاز به‌ویژه مصارف خانگی است. جریان‌سنج‌های دیافراگمی، جریان حجمی گاز طبیعی را با شمارش تعداد دفعات پر و خالی شدن حجم ثابتی اندازه‌گیری می‌کنند [2]. به‌رغم مزایای این جریان‌سنج‌ها همچون قیمت پایین، محدودیت‌هایی نظیر قطعات متحرک، این نوع جریان‌سنج‌ها را نیازمند تعمیرات دوره‌ای می‌کند. اما عیب اصلی جریان‌سنج‌های دیافراگمی این است که در جریان‌های پایین مانند مصارف خانگی خطای آن بسیار زیاد است. به‌علاوه اینکه این نوع جریان‌سنج‌ها جریان

حجمی را اندازه‌گیری نمی‌کنند. عدم دقت کنتورهای خانگی گاز طبیعی یکی از دلایل عمده گم شدن گاز طبیعی در شبکه توزیع گاز می‌باشد [4, 5]. مقدار گاز گم‌شده در شبکه توزیع گاز طبیعی ایران در سال ۲۰۱۳، حدود نه میلیارد مترمکعب تخمین زده شده است [5].

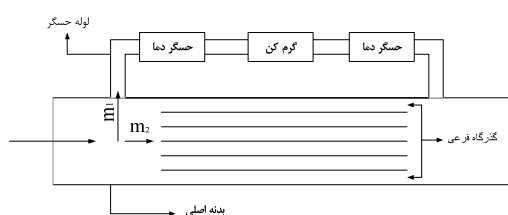
جریان‌سنج گرمی حرارتی با استفاده از انرژی گرمایی جریان گرمی را اندازه‌گیری می‌کند بدین‌صورت که گرما توسط یک گرم‌کن به جریان سیال داده می‌شود و با استفاده از مقدار گرمای داده‌شده و اختلاف دمای ایجادشده که به‌کمک دو حسگر دما محاسبه می‌شود جریان اندازه‌گیری می‌شود. این نوع جریان‌سنج برای گازها بهترین کارایی را دارد زیرا ایجاد اختلاف دمای زیاد در مایعات به دلیل ملاحظات مربوط به ظرفیت گرمایی بالا مشکل است [6]. بنابراین برای سنجش جریان مایعات، طراحی خاص همراه با هزینه بالا لازم است. علاوه بر این به دلیل آنکه سنجش به‌وسیله حسگرها به‌صورت نقطه‌ای انجام می‌گیرد این نوع جریان‌سنج‌ها اطلاعاتی درمورد جریان به ما نمی‌دهند. جریان‌سنج گرمی حرارتی به دو نوع جریان‌سنج گرمی حرارتی شناور و لوله‌مویین تقسیم می‌شود. اگرچه هر دو نوع از انرژی حرارتی برای اندازه‌گیری جریان استفاده می‌کنند اما اصول کارکرد آنها کاملاً متفاوت است. در مدل لوله‌مویین سطح گرم‌شده لوله موئینی است که انرژی را به حجم سیال منتقل می‌کند اما در جریان‌سنج‌های شناور سطح گرم‌شده سطح خارجی لوله استوانه‌ای است که انرژی حرارتی را به لایه مرزی لزج پیرامون استوانه منتقل می‌کند [7].

در بحث اندازه‌گیری جریان، روش‌های متعدد و بسیاری وجود دارد که بسته به فرایند، خصوصیات سیال مورد استفاده، فشار و به‌خصوص دقت مورد نیاز یکی از آنها را می‌توان برای اندازه‌گیری انتخاب کرد. فیکو [2] با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی وسیعی نشان می‌دهد که به دلیل مدت زمان استفاده، شرایط

جریان سنج حرارتی لوله موین

یکی دیگر از وسایل اندازه‌گیری که به‌صورت وسیعی در اندازه‌گیری جریان جرمی استفاده می‌شود جریان‌سنج جرمی حرارتی است. شکل (۱) یک طرح‌واره از این نوع جریان‌سنج‌ها را نشان می‌دهد. کومیا و همکاران [8] حل یک‌بعدی برای انتقال حرارت لولهٔ حسگر جریان‌سنج جرمی حرارتی لوله‌مویین ارائه کردند. در این مطالعه آنها از تغییرات دما در جهت شعاعی صرف‌نظر کردند و شرایط حرارتی سیال را ثابت فرض کردند. هینکل [9] از یک مدل دوبعدی برای شبیه‌سازی پدیدهٔ انتقال حرارت در لولهٔ حسگر استفاده کردند. آنها فرض کردند که جریان در لولهٔ حسگر از نظر حرارتی و هیدرودینامیکی کاملاً توسعه یافته است. کیم و جنگ [10] برهم‌کنش انتقال حرارت بین دیوار و سیال در لولهٔ حسگر را از نظر عددی و آزمایشگاهی مطالعه کردند. آنها همچنین انتقال حرارت پایا و گذرا را در لولهٔ حسگر و همچنین حساسیت جریان‌سنج را بررسی کردند [12-14]. ویزواناتان و همکاران [14] مدلی از جریان‌سنج‌های جرمی حرارتی را برای فشارهای بالا (۱۸bar) و (۱۹/۵bar) برای اندازه‌گیری جریان هوا طراحی کردند. ساژین [16] و بیکر و گیمسون [17] برای اندازهٔ جریان هوا در خودرو جریان‌سنج جرمی حرارتی را طراحی و حل تحلیلی حسگرها را به‌دست آوردند. بیکر و گیمسون [17] تأثیرات روش ساخت بر دقت جریان‌سنج‌های جرمی حرارتی، شناور را بررسی کردند.

همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است این نوع جریان سنج از سه قسمت بدنه اصلی، لوله حسگر و گذرگاه فرعی تشکیل شده است. براین اساس کل جریان جرمی در خط فرایند وارد بدنه اصلی جریان سنج می‌شود و سپس به دو مسیر جدا تقسیم می‌شود. قسمتی از جریان وارد لوله حسگر می‌شود ($\dot{m}_1$) و قسمتی از گذرگاه‌های فرعی عبور می‌کند ($\dot{m}_2$). گذرگاه فرعی آرام‌ساز جریان می‌باشد که علاوه بر این کار افت فشاری ایجاد می‌کند که باعث می‌شود مقداری از جریان از لوله حسگر عبور کند. معمولاً $\dot{m}_1$ خیلی کوچک‌تر از $\dot{m}_2$ است. کل جریان جرمی برابر جمع جریان‌های دو مسیر می‌باشد.



شکل ۱ شماتیک جریان سنج حرارتی لوله موئین

مستقل از تمام خواص گاز مقداری ثابت است و اندازه‌گیری مستقیم جریان عبوری از لوله حسگر، جریان کل عبوری در خط فرایند را بدون در نظر گرفتن تغییرات دما و فشار ورودی نتیجه می‌دهد.

اگر برای گذرگاه فرعی از یک عنصر اختلاف فشاری مانند روزنه، شیپوره یا وتوری استفاده کنیم در این مورد نسبت گذرگاه ثابت نیست و به لزجت گاز و جریان عبوری لوله حسگر وابسته می‌باشد. هر دوی این وابستگی‌ها منجر به خطای اندازه‌گیری می‌شود. مشخصات جریان در لوله حسگر:

- جریان باید کاملاً آرام و توزیع سرعت کاملاً توسعه یافته باشد.
- جریان تراکم‌ناپذیر باشد.

همچنین فرض می‌شود جریان در حالت پایا و خواص گاز و مواد لوله حسگر ثابت هستند. دمای لوله حسگر در عرض ضخامت لوله ثابت و دمای گاز، دمای میانگین در سطح مقطع لوله می‌باشد. این فرضیات برای لوله بلند با ضخامت کم لوله موئین با جریان آرام کاملاً توسعه یافته درست می‌باشد [22].

برای برقراری جریان آرام عدد رینولدز باید کمتر از ۲۰۰۰ باشد. در شبیه‌سازی بیشینه عدد رینولدز ۱۰۳/۴ می‌باشد که مربوط به لوله‌های موئین است. اصول کار جریان‌سنج حرارتی لوله‌موئین براساس قوانین اول ترمودینامیک و انتقال حرارت می‌باشد. جریان عبوری از لوله حسگر به وسیله دو حسگر دما که به طور متقارن نسبت به مرکز قرار گرفته‌اند و یک گرم‌کن که در مرکز قرار می‌گیرد اندازه‌گیری می‌شود. گرما به وسیله گرم‌کن به جریان عبوری از لوله حسگر داده می‌شود؛ همان‌گونه که در شکل (۲) نشان داده شده است در نبود جریان، حسگرها توزیع دمای متقارن را نشان می‌دهند. اما وقتی سیال در لوله حسگر جریان می‌یابد در بالادست جریان گرما از لوله حسگر به سیال و در پایین دست جریان از سیال به لوله حسگر منتقل می‌شود که باعث ایجاد اختلاف دما بین حسگرها خواهد شد [12].

$$\dot{m} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \quad (1)$$

$$\dot{m} = \dot{m}_1 \left(1 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \right) = c \dot{m}_1 \quad (2)$$

عبارت $(1 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1})$ را نسبت گذرگاه فرعی می‌نامند. در اینجا نشان داده می‌شود اگر جریان در گذرگاه فرعی کاملاً آرام باشد نسبت گذرگاه فرعی مقداری ثابت است. به همین دلیل گذرگاه فرعی باید نقش آرام‌ساز داشته باشد و نمی‌تواند روزنه‌ای یا اختلاف فشاری باشد.

افت فشار در طول لوله حسگر موئین از رابطه (۳) برای لوله استوانه‌ای با جریان آرام کاملاً توسعه یافته به دست می‌آید [21].

$$\Delta P_{\text{sensor}} = C_{\text{tube}} \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \dot{m}_1 \quad (3)$$

اگر گذرگاه فرعی از N لوله موئین با قطر داخلی و طول یکسان با لوله حسگر تشکیل شده باشد و شبیه لوله حسگر، جریان در آن آرام و کاملاً توسعه یافته باشد، افت فشار در طول این آرام‌ساز برابر است با:

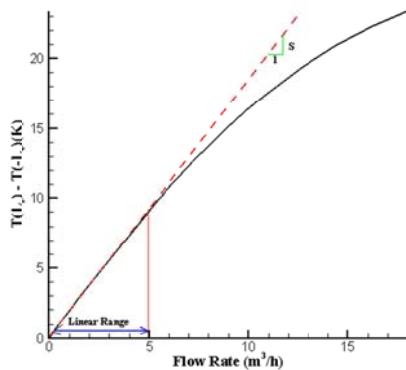
$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{sensor}} &= \Delta P_{\text{bypass}} \rightarrow C_{\text{tube}} \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \dot{m}_1 \\ &= \left(\frac{C_{\text{tube}}}{N} \right) \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \dot{m}_2 \\ \rightarrow \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} &= N \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{bypass ratio} &= N + 1 \\ &= \dot{m}_1 (1 + N) = \text{Constant} \cdot \dot{m}_1 \end{aligned} \quad (4)$$

این رابطه برای انواع گذرگاه فرعی، صرف‌نظر از هندسه، در صورت آرام و کاملاً توسعه یافته بودن توزیع سرعت در آن، صدق می‌کند. رابطه (۴) اصل اساسی در جریان‌سنج‌های جرمی حرارتی را بیان می‌کند زیرا نشان می‌دهد که نسبت گذرگاه فرعی

نمی تواند جریان عبوری را اندازه گیری کند. بنابراین هرچه حساسیت بالاتر باشد دقت اندازه گیری بهتر است.



شکل ۳ تعریف بازه خطی و حساسیت جریان سنج

حل عددی معادلات حاکم

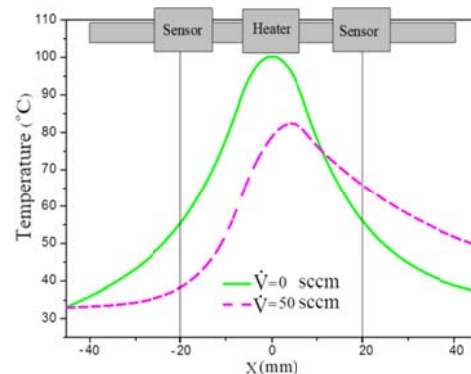
رابطه (۶) معادله سه بعدی پیوستگی را برای سیال عبوری از لوله حسگر بیان می کند که در آن u و v و w سرعت سیال به ترتیب در جهت های x و y و z را نشان می دهد [21].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

رابطه های (۷-۹) شکل سه بعدی معادله تکانه را برای حالت پایا در جهت های x و y و z نشان می دهد؛ ρ ، ν ، g به ترتیب فشار، لزجت سینماتیکی، چگالی و شتاب جاذبه می باشند [21].

$$u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$u \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + g \quad (8)$$



شکل ۲ طرحواره لوله حسگر و تعریف اختلاف دمای بین دو حسگر

این اختلاف دما در دامنه خاصی با افزایش جریان به صورت خطی افزایش می یابد، از این رو در این دامنه جریان عبوری از لوله حسگر رابطه مستقیمی با اختلاف دمای دو حسگر دارد که این نسبت برای هر جریان سنج باید محاسبه شود. شکل (۳) بازه خطی جریان سنج حرارتی را نشان می دهد.

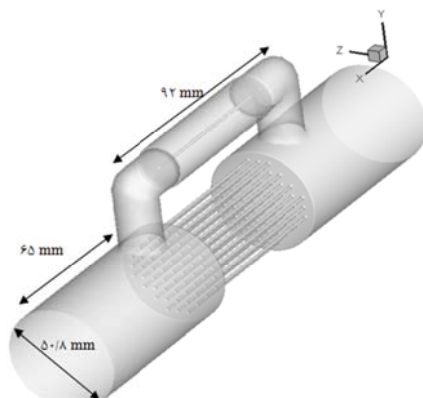
بنابراین، این دامنه خطی یکی از پارامترهای مهم در طراحی جریان سنج های جرمی حرارتی لوله موئین است زیرا افزایش دامنه خطی باعث امکان اندازه گیری جریان بیشتر می شود.

حساسیت

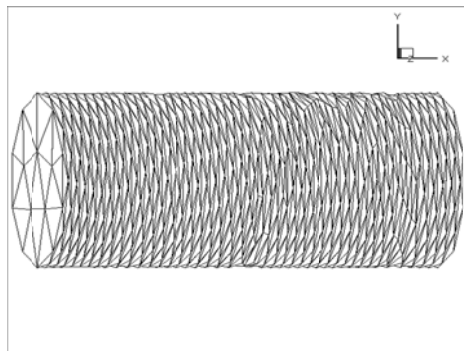
یکی دیگر از پارامترهای مهم در طراحی جریان سنج های حرارتی لوله موئین حساسیت جریان سنج می باشد. همان گونه که در شکل (۳) مشخص است حساسیت به صورت مشتق اختلاف دما نسبت به جریان در جریان صفر تعریف می شود [13]:

$$S = \frac{\partial (T_{\text{sensor tube}(L_s)} - T_{\text{sensor tube}(-L_s)})}{\partial \dot{m}} \quad (5)$$

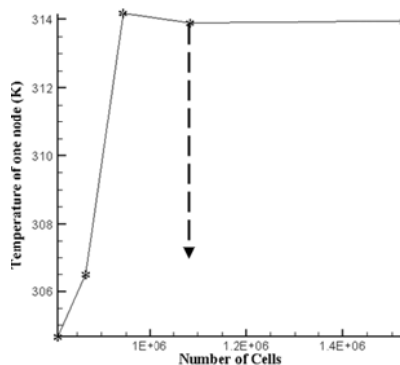
با کاهش حساسیت، نسبت اختلاف دما به جریان جرمی کاهش می یابد. اگر اختلاف دما از دقت اندازه گیری حسگر کوچکتر شود جریان سنج حرارتی



شکل ۴ مدل سه بعدی جریان سنج حرارتی لوله موین



شکل ۵ نمونه مش بندی سه بعدی لوله حسگر



شکل ۶ نمودار استقلال از شبکه برای مدل سه بعدی

انتخاب حلگر و مدل فیزیکی

بعد از اینکه شبکه و هندسه مسئله وارد نرم افزار فلوئنت شد باید شبکه از نظر ابعاد و مقیاس مناسب بررسی شود و حل کننده و مدل فیزیکی مناسب انتخاب شود. جدول (۱) نوع حلگر و مدل فیزیکی انتخاب شده در نرم افزار فلوئنت را نشان می دهد.

$$u \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + v \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (9)$$

معادله (۱۰) معادله انرژی را نشان می دهد.

$$u \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{k}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q}{\rho C_p} \quad (10)$$

در این معادله k و C_p به ترتیب هدایت حرارتی و ظرفیت گرمایی در فشار ثابت سیال، T دمای سیال و q شدت تولید حرارت در سیال است. گسسته سازی معادلات به روش حجم محدود انجام و معادلات با استفاده از نرم افزار فلوئنت ۶.۳.۲۶ حل شده است.

مدل سازی

باتوجه به اینکه هدف از انجام این تحقیق، طراحی یک جریان سنج برای استفاده در صنعت گاز به عنوان کنترلر گاز خانگی می باشد، قطر ورودی جریان سنج برابر قطر لوله ورودی کنتورهای شرکت گاز و برابر با ۲ اینچ (۵۰/۸ میلی متر) در نظر گرفته شده است. قطر لوله های موین استفاده شده در این مدل سازی براساس لوله های موجود طراحی شده است. در شکل (۴) مشخصات کلی مسئله نشان داده شده است.

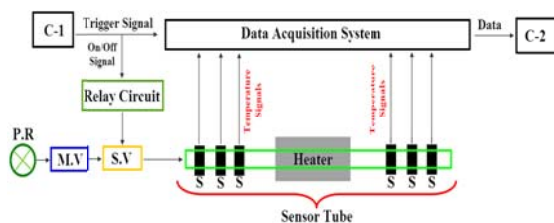
بررسی استقلال از شبکه

از آنجاکه در تحلیل میدان جریان، وابستگی حل به شبکه محاسباتی باید اوزیایی شود، شبکه های ریز و درشت مورد بررسی قرار گرفته اند و در شبیه سازی سه بعدی برای نمونه هندسه جریان سنج با قطر لوله حسگر ۱/۴۵ میلی متر از ۱,۰۴۴,۸۰۸ سلول تشکیل شده که در شکل (۶) نمودار استقلال از شبکه آورده شده است.

اعتبارسنجی

به دلیل نبود داده‌های آزمایشگاهی برای متان به عنوان سیال عامل، از داده‌های آزمایشگاهی نیتروژن که توسط کیم و همکاران [12] گزارش شده است برای اعتبارسنجی روش عددی استفاده شده است. با توجه به اینکه رفتار هر دو گاز متان و نیتروژن در فشارهای پایین شبیه رفتار گاز ایده آل است، این مقایسه می‌تواند قابل قبول باشد.

شکل (۷) مدل آزمایشگاهی ساخته شده توسط کیم و همکاران را نشان می‌دهد [12]. در این مدل از لوله موئینی از جنس فولاد ضدزنگ به طول ۹۱ میلی‌متر استفاده شده است.



شکل ۷ مدل آزمایشگاهی انجام شده توسط کیم و همکاران [12]

شیر اندازه‌گیری M.V، تنظیم کننده فشار: P.R، رایانه: C-1، حسگر دما: S، شیر: S.V

در مدل ارائه شده توسط کیم تمام جریان از لوله موئین عبور می‌کند. در جدول (۴) مشخصات هندسی لوله حسگر ساخته شده توسط کیم و همکاران آورده شده است.

جدول ۴ مشخصات هندسی مدل کیم و همکاران

طول لوله حسگر	91mm
قطر داخلی لوله حسگر	0.977mm
قطر خارجی لوله حسگر	1.257mm
طول گرمکن	14.8mm

شکل (۸) نتایج شبیه‌سازی عددی را در مقابل داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده توسط کیم و همکاران نشان می‌دهد. داده‌های آزمایشگاهی توزیع

جدول ۱ حل گر و مدل فیزیکی انتخاب شده

panel	Subtitle	Selected
Solver	Solver	Pressure based
	Formulation	Implicit
	Space	3D
	Time	Steady
Energy	Energy Equation	Active
Viscous	Model	Laminar

در بیشتر موارد بیش از ۹۰٪ کسر حجمی گاز طبیعی را متان تشکیل می‌دهد [23]. بنابراین متان نزدیکترین رفتار را به گاز طبیعی دارد؛ به همین دلیل ابتدا گاز متان به عنوان سیال مورد بررسی قرار گرفت. هم‌چنین جنس بدنه اصلی جریان‌سنج از فولاد و جنس عایق از پشم سنگ در نظر گرفته شده است. مشخصات فیزیکی این مواد در جدول (۲) آمده است. جدول (۳) شرایط مرزی مسئله را نشان می‌دهد. شار حرارتی برابر $1500 (W/m^2)$ در نظر گرفته شده است.

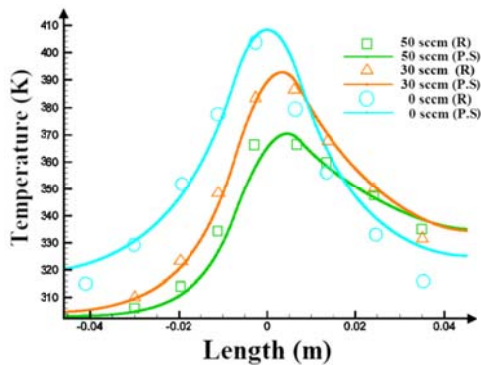
جدول ۲ مشخصات مواد استفاده شده در هندسه مدل شده

ماده	مشخصات			
	چگالی (kg/m^3)	ظرفیت گرمای ویژه در فشار ثابت ($J/kg.K$)	ضریب هدایت حرارتی ($W/m.K$)	ویسکوزیته $\times 10^{-5}$ ($kg/m.s$)
متان	۰/۶۵۳۶	۲۲۲۲	۰/۰۳۳۲	۱/۰۸۷
فولاد	۸۰۳۰	۵۰۲/۴۸	۱۶/۲۷	-----
پشم سنگ	۵۰	۸۴۰	۰/۰۹۲۷	-----

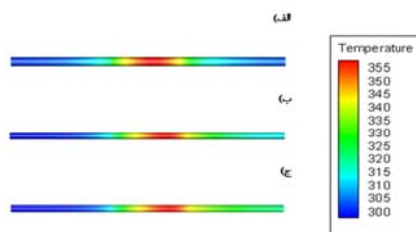
جدول ۳ شرایط مرزی اعمال شده بر مسئله

شرایط مرزی	مرز
سرعت ثابت	ورودی
فشار خروجی	خروجی
شار حرارتی ثابت انتقال حرارت جابه‌جایی عایق حرارتی	لوله حسگر

برای سه هندسه بررسی شده نشان می‌دهد.



شکل ۸ مقایسه توزیع دما در طول لوله حسگر برای داده‌های آزمایشگاهی (R) و حل عددی (P.S)

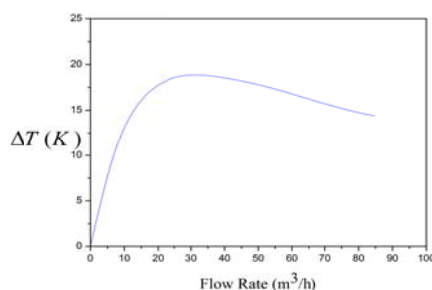


شکل ۹ توزیع دما در لوله حسگر با قطر ۱/۸ میلی‌متر برای

الف) جریان ۹۱/۶ سانتی‌متر مکعب بر ساعت

ب) جریان ۴۵۸ سانتی‌متر مکعب بر ساعت

ج) جریان ۹۱۶ سانتی‌متر مکعب بر ساعت



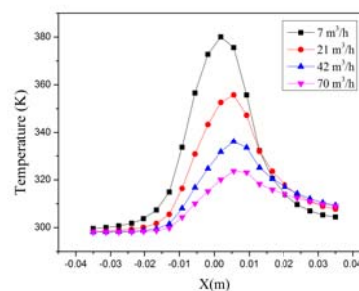
ب

شکل ۱۰ الف) توزیع دما در طول لوله حسگر ب) نمودار اختلاف دمای دو حسگر بر حسب جریان ورودی به جریان سنج (Din=1mm, Dout=1.2mm, L=37.5mm, Ls=20mm)

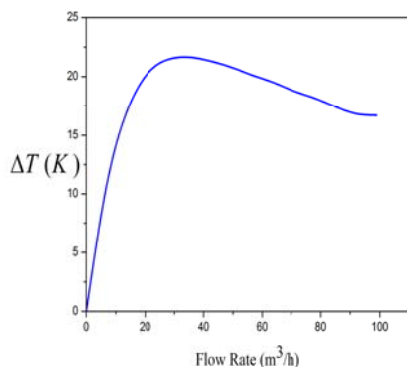
دما برای سه جریان مختلف ۰، ۳۰ و ۵۰ سانتی‌متر مکعب بر دقیقه را گزارش می‌کنند. براساس شکل (۸) نتایج شبیه‌سازی به دمای اندازه‌گیری شده بسیار نزدیک می‌باشد اگرچه در ابتدا و انتهای لوله حسگر تفاوت‌هایی دیده می‌شود. این تفاوت‌ها ناشی از تأثیر شرایط مرزی می‌باشد. در شبیه‌سازی، جریان ورودی به صورت یکنواخت و کاملاً توسعه‌یافته بررسی شده است، در صورتیکه در عمل در ابتدا و انتهای لوله حسگر چنین شرایطی برقرار نیست. البته این انحراف از مقدار واقعی نمی‌تواند بر دقت جریان‌سنج تأثیر بگذارد زیرا آنچه در اندازه‌گیری جریان توسط جریان‌سنج حرارتی لوله‌مویین اهمیت دارد اختلاف دمای اندازه‌گیری شده به وسیله دو حسگر می‌باشد که در مکان $L_s = \pm 7.5 \text{ mm}$ قرار دارد و همان‌گونه که در نمودار مشخص است اختلاف بین مقدار شبیه‌سازی و آزمایشگاهی در این نقطه ناچیز است.

نتایج

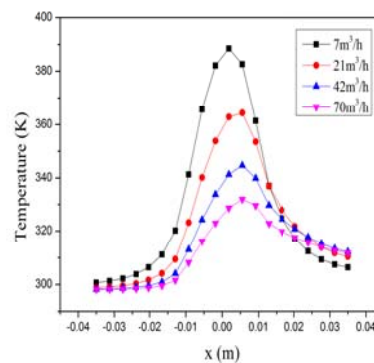
شکل (۹) توزیع دما برای سه جریان مختلف را نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش جریان حرارت از بالادست جریان به سمت پایین‌دست جریان منتقل می‌شود. در شکل‌های (۱۰-۱۲) قسمت (الف) توزیع دما در طول لوله حسگر و قسمت (ب) اختلاف دمای دو حسگر بر حسب جریان ورودی به جریان‌سنج را



الف

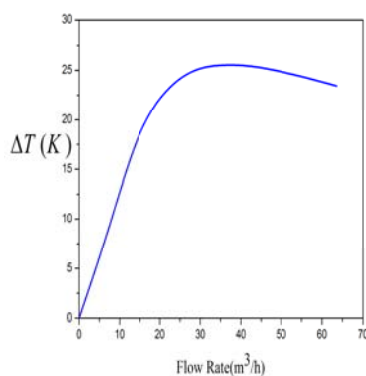


ب

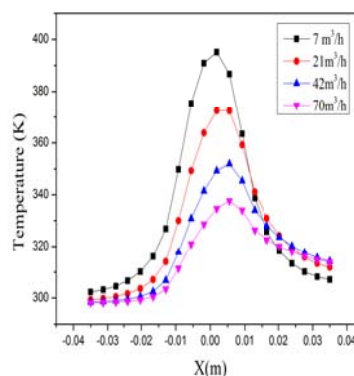


الف

شکل ۱۱ الف) توزیع دما در طول لوله حسگر ب) نمودار اختلاف دمای دو حسگر بر حسب جریان ورودی به جریان سنج
($D_{in}=1.4\text{mm}$, $D_{out}=1.6\text{mm}$, $L=37.5\text{mm}$, $L_s=20\text{mm}$)



ب



الف

شکل ۱۲ مشخصات لوله حسگر $D_{in} = 1.8\text{mm}$, $D_{out} = 2\text{mm}$, $L = 37.5\text{mm}$, $L_s = 20\text{mm}$

الف) توزیع دما در طول لوله حسگر ب) نمودار اختلاف دمای دو حسگر بر حسب جریان ورودی به جریان سنج

حساسیت ندارد. شکل (۱۵) تأثیر تفاوت مکان حسگر را نشان می‌دهد. باتوجه به این نمودار مکان حسگر بر دامنه کاری جریان سنج تأثیری ندارد، اما هرچه حسگر به مرکز لوله نزدیک‌تر باشد حساسیت جریان سنج افزایش می‌یابد. باتوجه به شکل (۱۳) تنها جریان سنج با قطر داخلی لوله حسگر ۱ میلی‌متر می‌تواند جایگزین کنتورهای خانگی G6 که در بازه کاری ۶/۱ تا ۱۰ متر مکعب بر ساعت کار می‌کند گردد و بازه خطی با قطرهای بیشتر، دامنه کاری این نوع کنتورها را پوشش

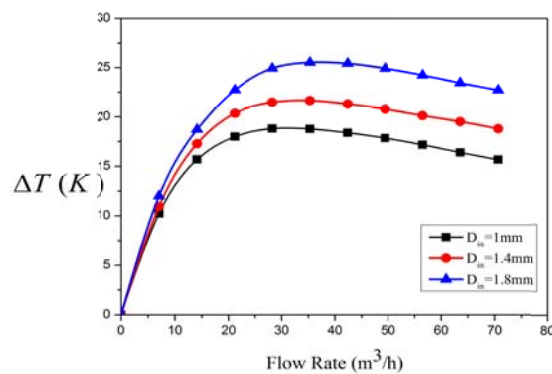
در این مطالعه تأثیر پارامترهای طراحی در حالت سه‌بعدی بررسی شده است. در شکل (۱۳) تأثیر قطر لوله حسگر بر اندازه‌گیری جریان نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود افزایش قطر لوله حسگر باعث کاهش دامنه کاری و افزایش حساسیت جریان سنج می‌شود. همچنین در شکل (۱۴) دامنه کاری جریان سنج و حساسیت جریان سنج برای سه طول لوله حسگر متفاوت بررسی شده است که نشان می‌دهد طول لوله حسگر تأثیر چندانی بر دامنه کاری و

شرایط ورودی، یعنی $P = 1 \text{ atm}, T = 298 \text{ K}$ ضرب شود.

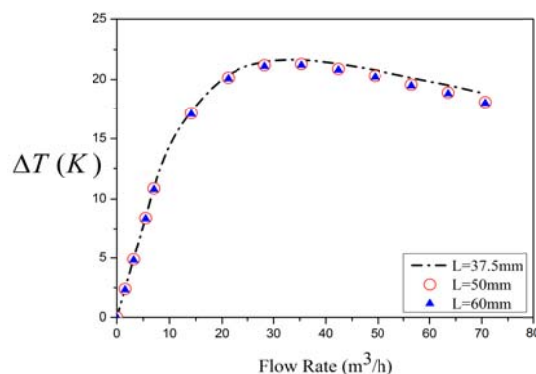
با بررسی شکل (۱۶) واضح است که خطایی به دلیل تخمین مقدار جریان جرمی با معادله خط به وجود می آید. شکل (۱۷) درصد این خطا را برحسب جریان جرمی نشان می دهد. واضح است که مقدار این خطا تا جریان حجمی ۱۰ مترمکعب بر ساعت ناچیز و حداکثر حدود ۰/۷٪ و خطای میانگین حدود ۰/۳٪ می باشد.

$$\dot{m} = 0.7692 \times 0.6536 \times \Delta T = 0.5027 \Delta T \quad (11)$$

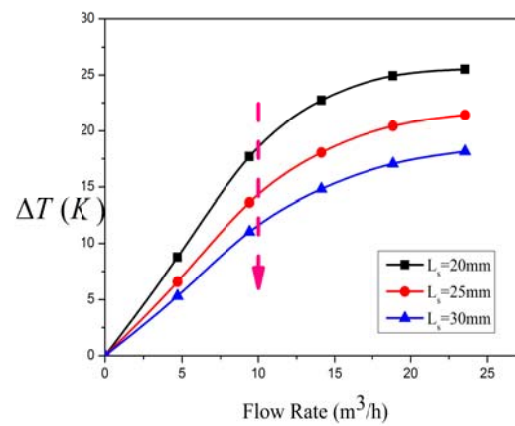
نمی دهد. شکل (۱۶) نمودار اختلاف دمای دو حسگر برحسب جریان ورودی به جریان سنج را نشان می دهد. همان طور که در شکل مشخص است در بازه ۰ تا ۱۰ مترمکعب بر ساعت رفتار نمودار را می توان با یک نمودار خطی تخمین زد. بنابراین در این بازه می توان از تابع خطی کالیبره شده برای محاسبه جریان برحسب اختلاف دما استفاده کرد. باتوجه به نمودار حداکثر اختلاف دما در جریان ۱۰ مترمکعب بر ساعت برابر ۱۳ کلوین می باشد. بنابراین ضریب معادله خطی جریان حجمی برحسب اختلاف دما برابر ۰/۷۶۹۲ به دست می آید. برای به دست آوردن رابطه جریان جرمی کفایت ضریب به دست آمده در چگالی متان در



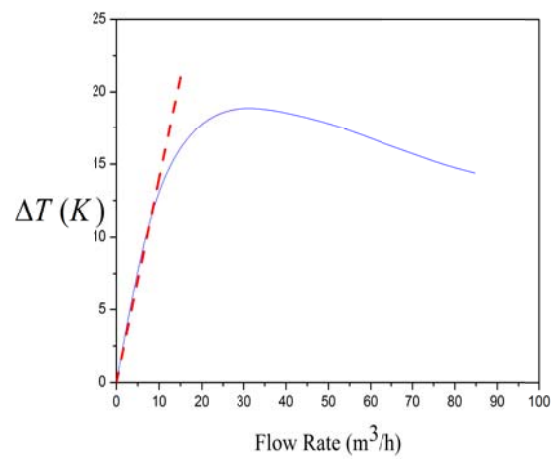
شکل ۱۳ مقایسه بازه خطی و حساسیت جریان سنج برای قطرهای متفاوت لوله حسگر ($L=37.5 \text{ mm}, L_s=20 \text{ mm}$)



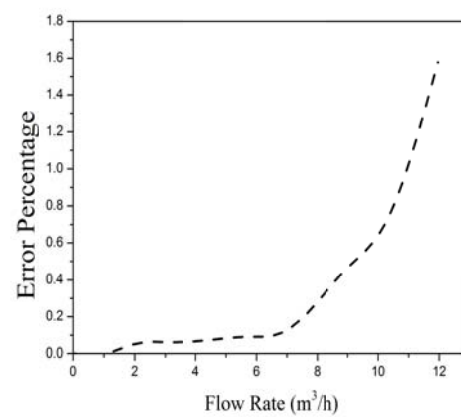
شکل ۱۴ مقایسه نمودار اختلاف دمای دو حسگر برحسب جریان برای طولهای مختلف لوله حسگر با قطر ۱ میلی متر



شکل ۱۵ مقایسه نمودار اختلاف دمای دو حسگر بر حسب جریان برای سه مکان حسگر متفاوت برای لوله حسگر با قطر ۱/۸ میلی متر



شکل ۱۶ بازه خطی برای هندسه انتخاب شده



شکل ۱۷ درصد خطای ایجاد شده به دلیل تخمین نمودار با معادله خط

$$\pm m = (2 \times (0.5027 \times 0.1)^2 + (0.01 \times 0.1)^2 + (13 \times 0.003)^2)^{\frac{1}{2}} = 0.0811 \text{ kg/h} \quad (14)$$

$$(0.0811/6.536) \times 100 = 1.24\% \quad (15)$$

مقدار عددی عدم قطعیت نشان می‌دهد که این نوع جریان‌سنج‌ها برای جریان‌های پایین در صنعت گاز می‌توانند با دقت بسیار خوبی مورد استفاده قرار گیرند.

نتیجه‌گیری

هدف اصلی از انجام این تحقیق، طراحی یک جریان‌سنج جرمی لوله‌مویین برای استفاده به عنوان کنتور گاز خانگی بوده است. همچنین در این مطالعه، شناخت پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر عملکرد جریان‌سنج جرمی لوله‌مویین مد نظر قرار گرفته است و تأثیر هر یک از این پارامترها در طراحی جریان‌سنج حرارتی لوله‌مویین بررسی شده است. برای این کار مدل سه‌بعدی یک جریان‌سنج جرمی حرارتی لوله‌مویین، شبیه‌سازی و انتقال حرارت در لوله حسگر آن به صورت عددی برای گاز متان به عنوان گاز طبیعی تحلیل شده است. با در نظر گرفتن پارامترهای تأثیرگذار، عدم قطعیت جریان‌سنج محاسبه شده است. برای اعتبارسنجی روش حل عددی به دلیل عدم وجود داده‌های آزمایشگاهی برای متان، از نیتروژن برای مقایسه استفاده شده است که تطابق قابل قبولی بین نتایج شبیه‌سازی و داده‌های آزمایشگاهی نشان داده شده است. با شبیه‌سازی و حل عددی جریان‌سنج حرارتی لوله‌مویین نتایج زیر حاصل شد:

- با افزایش قطر لوله حسگر، دامنه خطی جریان‌سنج کاهش و حساسیت آن افزایش می‌یابد.
- کاهش طول لوله حسگر در دامنه خطی و حساسیت جریان‌سنج تأثیر ناچیزی دارد.
- تغییر مکان حسگر بر دامنه کاری جریان‌سنج

عدم قطعیت در اندازه‌گیری

عدم قطعیت در اندازه‌گیری جریان در جریان‌سنج‌های جرمی حرارتی به دلیل دقت حسگرهای استفاده شده و اختلاف توان اسمی و واقعی گرم‌کن می‌باشد. در این مطالعه دقت اندازه‌گیری حسگرها برابر 0.1°C و اختلاف توان اسمی و واقعی گرم‌کن برابر 0.1 W فرض شده است. در این مطالعه از روش کلاین-مک‌کلینتوک [24] برای محاسبه عدم قطعیت استفاده شده است. براساس این روش مقدار عدم قطعیت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pm F = \left(\left(\frac{dF}{dx_1} \varepsilon_1 \right)^2 + \left(\frac{dF}{dx_2} \varepsilon_2 \right)^2 + \dots \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

که در این رابطه F کمیتی است که اندازه‌گیری می‌شود، x کمیت‌های تأثیرگذار در کمیت اندازه‌گیری شده و ε دامنه تغییرات مربوط به هر کمیت تأثیرگذار می‌باشد.

در رابطه (۱۳) p_h توان گرم‌کن می‌باشد. برای محاسبه $\frac{dm}{dp_h}$ مسئله برای 0.1 وات بالاتر و پایین‌تر از توان اسمی گرم‌کن حل شده است و سپس در یک دمای ثابت مقدار $\frac{dm}{dp_h}$ محاسبه شده است. همچنین مقدار $\frac{dm}{d(\Delta T)}$ از معادله خطی رابطه (۱۱) به دست آمده است.

$$\begin{cases} F = \dot{m} \rightarrow \frac{dm}{d(\Delta T)} = 0.5027 \\ x_1 = \Delta T \rightarrow \varepsilon_1 = 0.1^\circ\text{C} \\ F = \dot{m} \rightarrow \frac{dm}{dp_h} = 0.01 \\ x_2 = p_h \rightarrow \varepsilon_2 = 0.1 \text{ W} \\ F = \dot{m} \rightarrow \frac{dm}{dc} = 13 \\ x_3 = c \rightarrow \varepsilon_3 = 0.003 \end{cases} \quad (13)$$

بنابراین عدم قطعیت جریان جرمی و درصد آن برابر است با:

D_{in}	قطر داخلی لوله حسگر (m)	تأثیری ندارد اما کاهش فاصله حسگر از مرکز لوله باعث افزایش دقت می شود.
D_{out}	قطر خارجی لوله حسگر (m)	
F	ضریب عدم قطعیت	جریان سنج های حرارتی لوله مووین برای اندازه گیری جریان های پایین استفاده می شوند. این نوع جریان سنج ها به دلیل اندازه گیری جریان جرمی، بسیار دقیق تر از جریان سنج های حجمی هستند؛ از این رو به طور کلی می توان نتیجه گرفت که این جریان سنج ها با دقت خیلی خوبی در شبکه توزیع خانگی گاز طبیعی که در جریان های پایین کار می کنند قابل استفاده هستند.
g	شتاب جاذبه (m/s^2)	
K	ضریب هدایت حرارتی (kJ/m-K)	
L	نصف طول لوله حسگر (m)	
L_s	مکان حسگر بر روی لوله حسگر (m)	
$\dot{m}$	جریان جرمی (kg/h)	
N	تعداد لوله های آرام ساز جریان	
P	فشار (kPa)	
ΔP	افت فشار (kPa)	
q	شدت حرارت تولیدی (w/m^2)	
S	حساسیت جریان سنج (K.h/kg)	
ΔT	اختلاف دمای بین دو حسگر (K)	
T	دما (K)	

تشکر و قدردانی

این مطالعه از حمایت شرکت گاز استان گلستان بهره مند شده است.

علائم یونانی

μ	لزجت (Pa.s)
ρ	چگالی (kg/m^3)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2/s)

فهرست علائم

A	مساحت سطح مقطع لوله حسگر (m^2)
C	ضریب ثابت
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت (kJ/kg-K)

مراجع

- Hiismaeki, P., "Method and device for monitoring of a gas flow, in particular of a natural-gas flow", 08-Jul-1993, Internatinal Patent Number WO1993013414.
- Ficco, G., "Metrological performance of diaphragm gas meters in distribution networks", *Flow Meas. Instrum.*, Vol. 37, pp. 65–72, (2014).
- Chapman, N.R. and Etheridge, D.W., "A step change in domestic metering technology from leather diaphragms to ultrasonics", *Flow Meas. Instrum.*, Vol. 5, No. 2, pp. 141–142, (1994).
- Vasconcelos, C.D., Lourenço, S.R., Gracias, A.C. and Cassiano, D.A., "Network flows modeling applied to the natural gas pipeline in Brazil", *J. Nat. Gas Sci. Eng.*, Vol. 14, pp. 211–224, (2013).
- "http://www.irna.ir/fa/News/81845037", accessed 18/4/2017
- Cubukcu, A.S., Romero, D.F.R. and Urban, G.A., "A dynamic thermal flow sensor for simultaneous measurement of thermal conductivity and flow velocity of gases", *Sensors Actuators A Phys.*, Vol. 208, pp. 73–87, (2014).

7. McMahon, M., "Thermal Core Technology White Paper Series A Tale of Two Thermals□: Capillary & Immersible Introduction", webpage, <https://www.coursehero.com/file/27763356/A-Tale-of-Two-Thermalsdoc/> accessed 21/1/2017.
8. Komiya, K. Higuchi, F. and Ohtani, K., "Characteristics of a thermal gas flowmeter", *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 59, No. 3, pp. 477-479, (1988).
9. Hinkle, L.D., "Toward understanding the fundamental mechanisms and properties of the thermal mass flow controller", *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films* 9, 2043 (1991); <https://doi.org/10.1116/1.577452>
10. Kim, S.J. and Jang, S.P., "Experimental and numerical analysis of heat transfer phenomena in a sensor tube of a mass flow controller", Vol. 44, pp. 1711-1724, (2001).
11. Han, I.Y. Kim, D.-K. and Kim, S.J., "Study on the transient characteristics of the sensor tube of a thermal mass flow meter", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 48, No. 13, pp. 2583-2592, (2005).
12. Kim, D.-K. Han, I.Y. and Kim, S.J., "Study on the steady-state characteristics of the sensor tube of a thermal mass flow meter", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 50, No. 5-6, pp. 1206-1211, (2007).
13. Kim, T.H., Kim, D.-K. and Kim, S.J., "Study of the sensitivity of a thermal flow sensor", *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 52, No. 7-8, pp. 2140-2144, (2009).
14. Viswanathan, M., Rajesh, R. and Kandaswamy, A., "Design and development of thermal mass flowmeters for high pressure applications", *Flow Meas. Instrum.*, Vol. 13, No. 3, pp. 95-102, (2002).
15. Sazhin, O., "Novel mass air flow meter for automobile industry based on thermal flow microsensor. I. Analytical model and microsensor", *Flow Meas. Instrum.*, Vol. 30, pp. 60-65, (2013).
16. Sazhin, O., "Novel mass air flow meter for automobile industry based on thermal flow microsensor. II. Flow meter, test procedures and results", *Flow Meas. Instrum.*, Vol. 35, pp. 48-54, (2014).
17. Baker, R.C. and Gimson, C., "The effects of manufacturing methods on the precision of insertion and in-line thermal mass flowmeters", *Flow Meas. Instrum.*, Vol. 12, No. 2, pp. 113-121, (2001).
18. Bartos, F.J., "Tame flow disturbances with the thermal massflow meter", *Control Eng. Int.*, pp. 54-55, September (1995).
19. Viswanath, R.P., Viswanathan, B. and Sastri, M.V.C., "Kinetics of reduction of Fe₂O₃ to Fe₃O₄ by the constant temperature differential thermal analysis method", *Thermochim. Acta*, Vol. 16, No. 2, pp. 240-244, (1976).
20. Cappa, P. Del Prete, Z. and Marinozzi, F. "Experimental analysis of a new strain-gage signal conditioner based on a constant-current method", *Sensors Actuators A Phys.*, Vol. 55, No. 2-3, pp. 173-178, (1996).
21. Graebel, W., *Advanced Fluid Mechanics, 1st edition* |ISSN 978-0-12-370885-4 | Academic Press, (2007).
22. Olin, J.G., "Capillary Tube Thermal Mass Flow Meters & Controllers, A User ' s Guide", (2013).
23. Beronich, E.L., Abdi, M.A. and Hawboldt, K.A., "Prediction of natural gas behaviour in loading and unloading operations of marine CNG transportation systems", *J. Nat. Gas Sci. Eng.*, Vol. 1, No. 1-2, pp. 31-38, (2009).
24. Kline, S.J. and McClintock, F.A., "Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments", *Mech. Eng.*, Vol. 75, pp. 3-8, (1953).

مطالعه تولید آنتروپی و ارزیابی خواص آماری انتقال حرارت در جریان مغشوش*

فرهاد وحیدی‌نیا^(۱) محدثه میری^(۲) بهروز کشته‌گر^(۳)

چکیده در این مقاله، اثر قطر نانو ذرات در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش سیال نانوی آب/اکسید آلومینیوم درون یک لوله دایره‌ای شکل تحت شار حرارتی یکنواخت در دیواره با استفاده از مدل مخلوط دوفازی به صورت عددی بررسی و تحلیل آماری شده است. کسر حجمی نانو ذرات ۱، ۳ و ۵ درصد، عدد رینولدز 25×10^3 ، 5×10^4 و 75×10^3 و تغییرات قطر نانو ذرات نیز در محدوده ۲۰ تا ۱۰۰ نانومتر فرض شده است. در تحلیل آماری از توابع توزیع احتمال پیوسته نظیر: گاما، نرمال، لوگ نرمال، گامبل، وایبول و فسچر استفاده گردیده است. پس از بررسی نتایج مشخص شد که با افزایش قطر ذرات نانو عدد ناسلت کاهش یافته است و با توجه به تغییرات قطر نانو ذرات از تابع توزیع احتمال فسچر پیروی نموده است.

واژه‌های کلیدی نانو سیال؛ انتقال حرارت جابه‌جایی؛ قطر ذرات نانو؛ عدد ناسلت؛ تابع توزیع احتمال؛ خواص آماری.

Study of Entropy Generation and Evaluation of Statistical Heat Transfer Properties in Turbulent Flow

F. Vahidina M. Miri B. Keshtegar

Abstract In this paper, effect of the nanoparticles diameter on the forced convection heat transfer of turbulent flow of Al_2O_3 -water nanofluids in a circular tube under constant heat flux on the wall using two phase mixture model is numerically investigated and statistically analysed. The Volume fraction of nanoparticles are %1, %3 and %5, the Reynolds numbers are 25×10^3 , 5×10^4 and 75×10^3 and the variation of diameter of nanoparticles is assumed in the range of 20- 100nm. In the statistical analysis, from the continuous probability distribution functions such as Gamma, Normal, Lognormal, Gumbel, Weibull and Frechet are used. After reviewing the results, it was found that by increasing the diameter of nanoparticles, the Nusselt number is reduced and due to changes in the nanoparticles diameter has followed the Frechet probability distribution function.

Key Words Nanofluid; Convection heat transfer; nanoparticles diameter; Nusselt number; Probability density function; Statistical properties.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۷/۲۵ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱/۲۶ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.59586

(۱) مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه زابل.

(۲) مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه زابل.

(۳) نویسنده مسئول: استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه زابل. Bkeshtegar @uoz.ac.ir

مقدمه

استفاده از نانوسیال در سیستم‌های انتقال حرارت به جای سیالات رایج مثل آب و روغن هدف بزرگی است که بسیاری از دانشمندان این حوزه در پی تحقق آن هستند. اگر مشکل ته‌نشینی و کلوخه‌شدن نانوسیال مرتفع گردد و استفاده از آن به‌طور گسترده صورت گیرد، انقلابی در صنایع وابسته به انتقال حرارت رخ خواهد داد. دانشمندان زیادی در زمینه نانوسیال مطالعه کرده‌اند و اکثراً بر این باورند که استفاده از ذرات نانوی فلزی و نافلزی معلق در سیال پایه موجب بهبود پارامترهای ترموفیزیکی نانوسیال می‌شود و در نتیجه کارایی سیستم‌های انتقال حرارت افزایش می‌یابد. در اکثر این مطالعات استفاده از نانوذرات TiO_2 ، CuO ، SiO_2 و Al_2O_3 بیشتر به چشم می‌خورد [1, 2]. مطالعات انتقال حرارت با استفاده از نانوسیال در کانال‌ها با سطح مقطع‌های مختلف و شرایط مرزی متفاوت انجام شده است [3, 4]. در این مطالعات مشاهده می‌شود که اثر متغیرهای مختلف نانوسیال از قبیل کسر حجمی و قطر ذرات نانو بر روی پارامترهای حرارتی و هیدرودینامیکی جریان شامل عدد ناسلت، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، تنش برشی و ضریب اصطکاک سطحی بررسی می‌گردد. از طرفی در یک کسر حجمی ثابت یا قطر نانوذرات ثابتی اثر تغییرات عدد رینولدز یا تغییرات عدد گراشهف بر روی پارامترهای حرارتی و هیدرودینامیکی مطالعه شده است [5, 6]. یکی از مهم‌ترین پارامترهای مورد مطالعه در مبحث نانوسیال بررسی اثر قطر نانوذرات در انتقال حرارت جریان می‌باشد. باتوجه به این موضوع که هرچه قطر ذرات کوچک‌تر باشد میزان معلق بودن آنها در سیال پایه بیشتر است [7] مطالعه درمورد اثر این متغیر بر پارامترهای جریان در مقالات مختلف انجام شده است. میرمعصومی و بهزادمهر [8] اثر قطر متوسط نانوذرات را در انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی جریان

آرام کاملاً توسعه یافته با استفاده از مدل مخلوط دوفازی در یک لوله دایره‌ای شکل به صورت عددی بررسی نمودند. آنها دریافتند که با کاهش قطر نانوذرات، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. اما تغییرات ضریب اصطکاک سطحی قابل ملاحظه نیست. اکبری‌نیا و لاهور [9] اثر قطر متوسط نانوذرات را در انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی جریان آرام با استفاده از مدل مخلوط دوفازی در یک لوله منحنی شکل به صورت عددی بررسی نمودند. آنها نتیجه گرفتند که با افزایش قطر نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. آنوپ و همکاران [10] به طور تجربی به بررسی انتقال حرارت جریان آرام سیال نانو در ناحیه در حال توسعه در یک لوله با شار حرارتی ثابت در دیواره پرداختند. آنها مشاهده کردند که ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیال بزرگ‌تر از سیال پایه است و با افزایش قطر نانوذرات کاهش می‌یابد. فانی و همکاران [11] اثر اندازه نانوذرات را در یک کانال دوزنقه‌ای شکل بررسی کردند. آنها دریافتند که با افزایش قطر نانوذرات، انتقال حرارت کاهش می‌یابد. مختاری و همکاران [12] اثر قطر متوسط نانوذرات را در انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی جریان آرام با استفاده از مدل دوفازی مخلوط در یک حلقوی بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که با افزایش قطر نانوذرات، عدد ناسلت هم در دیواره بالایی و هم در دیواره پایینی کاهش می‌یابد.

انتقال حرارت جابه‌جایی با استفاده از نانوسیال از جمله مباحثی است که محققان روابط زیادی برای نتیجه تحقیقاتشان ارائه کرده‌اند که از جمله مهم‌ترین آنها رابطه عدد ناسلت است که بر حسب متغیرهایی نظیر عدد رینولدز، عدد پراتل و کسر حجمی نانوذرات استخراج شده است. شاید بتوان مهم‌ترین رابطه برای عدد ناسلت در نانو سیال را رابطه پاک و چو [13] نامید. عباسیان ارانی و امانی [14] انتقال حرارت

جابه‌جایی جریان مغشوش نانوسیال را در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای به صورت آزمایشگاهی بررسی کردند و دریافتند که عدد ناسلت نانوسیال از سیال پایه بیشتر است. سجادی و کاظمی [15] رابطه‌ای برای عدد ناسلت برحسب عدد رینولدز و عدد پرانتل در جریان مغشوش نانوسیال در یک لوله دایره‌ای شکل ارائه کردند. بهشتی و همکاران [16] انتقال حرارت جابه‌جایی جریان مغشوش دو نانوسیال آلومینا و تیتانیا را در یک کانال حلقوی بررسی کردند و رابطه‌ای برای عدد ناسلت به دست آوردند.

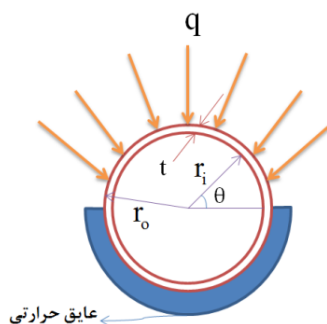
در این مقاله دو هدف مهم براساس تغییر قطر نانوذرات دنبال گردیده است. یکی از این اهداف بررسی تولید آنتروپی است و هدف مهم‌تر بررسی و تحلیل آماری عدد ناسلت می‌باشد. همان‌طور که از مطالعات فوق مشخص است در به دست آوردن روابط عدد ناسلت، موضوع آماری مطالعه نشده است. بحث آماری و استفاده از پارامترهای آماری در مبحث نانوسیال موضوعی است که کمتر به آن توجه شده است. وحیدی‌نیا و همکاران [17] اثر کسر حجمی نانوذرات را در انتقال حرارت جابه‌جایی جریان مغشوش به صورت آماری بررسی نمودند. آنها نتیجه گرفتند که با افزایش کسر حجمی ذرات نانو ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی افزایش می‌یابد و تابع توزیع احتمال آن برحسب متغیر کسر حجمی نانوذرات گمبل ماکزیمم می‌باشد. آنها اثر قطر نانوذرات را بر خواص آماری جریان مغشوش نانوسیال بررسی ننموده‌اند. بنابراین در مقاله حاضر، اثر قطر ذرات نانو در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش سیال نانو در یک لوله دایره‌ای شکل با استفاده از مدل مخلوط دوفازی به صورت عددی مطالعه و از دیدگاه آماری نیز تجزیه و تحلیل شده است. بر همین اساس تابع توزیع احتمال عدد ناسلت برحسب متغیر قطر ذرات نانو با ثابت ماندن دو متغیر عدد رینولدز و کسر حجمی

نانوذرات مشخص شده است.

در این مقاله، ابتدا جریان نانوسیال داخل یک لوله دایره‌ای شکل با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت (Fluent) شبیه‌سازی عددی شده و سپس داده‌های عدد ناسلت در نقاط مختلف لوله محاسبه گردیده است. در مرحله بعد بر روی داده‌های عدد ناسلت تحلیل آماری با استفاده از نرم‌افزار آماری ایزی فیت (Easy Fit) صورت گرفته است. به منظور تعیین پارامترهای تابع توزیع احتمال مانند گاما، نرمال، لوگ نرمال، گامبل، وایبول و فسچر از روش برازش حداکثر درست‌نمایی استفاده گردیده که بهترین تابع توزیع با استفاده از آماره مربع کای انتخاب شده است. پارامترهای هر تابع توزیع و خواص آماری داده‌ها مانند گشتاور اول (میانگین)، گشتاور دوم (انحراف معیار)، گشتاور سوم (چولگی) و گشتاور چهارم (برجستگی) در دو ناحیه توسعه‌یافته و در حال توسعه جریان مقایسه شده است.

نحوه مدل‌سازی جریان نانوسیال در داخل لوله

هندسه لوله مورد بررسی در شکل (۱) نشان داده شده که یک لوله با سطح مقطع دایره‌ای از جنس مس، به طول L (یک متر) و با شعاع داخلی r_i (۱۰ میلی‌متر)، شعاع خارجی r_o (۱۱ میلی‌متر) و ضخامت t (۱ میلی‌متر) می‌باشد.



شکل ۱ طرحواره هندسه لوله مورد بررسی

برشی مغشوش است که براساس روابط زیر قابل محاسبه هستند.

$$\tau = \mu_{eff} \nabla V_m \quad (۶)$$

$$\tau_t = \sum_{k=1}^n \phi_k \rho_k \overline{v_k v_k} \quad (۷)$$

سرعت نسبی (V_{pf})، سرعت نسبی فاز دوم (ذرات، p) به فاز اول (سیال پایه، f) تعریف می‌گردد [18]:

$$V_{pf} = V_p - V_f \quad (۸)$$

مطابق با روابط فوق می‌توان ارتباط بین سرعت سوق و سرعت نسبی را به صورت زیر محاسبه نمود [18]:

$$V_{dr,f} = V_f - \sum_{k=1}^n \frac{\phi_k \rho_k}{\rho_m} V_{fk} \quad (۹)$$

و همچنین می‌توان سرعت نسبی بین دو فاز را از رابطه ارائه شده توسط مانین (Manninen) محاسبه کرد [19].

$$V_{pf} = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_f f_{drag}} \frac{(\rho_p - \rho_m)}{\rho_p} a \quad (۱۰)$$

که در آن ρ_p دانسیته ذرات نانو، d_p قطر ذرات نانو و μ_f ویسکوزیته سیال پایه (آب) و f_{drag} به صورت رابطه زیر قابل محاسبه است [20]:

$$f_{drag} = \begin{cases} 1 + 0.15 Re_p^{0.687}, & Re_p \leq 1000 \\ 0.0183 Re_p, & Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (۱۱)$$

شتاب a در معادله (۱۰) و Re_p در معادله (۱۱) به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$a = g - (V_m \cdot \nabla) V_m \quad (۱۲)$$

نیمه بالایی لوله دارای شار حرارتی $q (10^4 \times 44)$ وات بر متر مربع و نیمه پایینی لوله عایق می‌باشد. جریان آشفته نانوسیال آب/اکسید آلومینیوم با کسر حجمی ۳ درصد ذرات نانو با دمای ورودی $T_0 (293 \text{ K})$ و سرعت ورودی V_0 وارد لوله می‌شود.

معادلات حاکم و خواص فیزیکی نانوسیال

معادله پیوستگی برای یک جریان چندفازی به صورت زیر بیان می‌گردد [18]:

$$\nabla \cdot (\rho_m V_m) = 0 \quad (۱)$$

که در آن V_m سرعت متوسط جرمی مخلوط و ρ_m دانسیته مخلوط است [9].

$$V_m = \sum_{k=1}^n \phi_k \rho_k V_k / \rho_m \quad (۲)$$

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \phi_k \rho_k \quad (۳)$$

معادله منتم جریان چندفازی در یک لوله به صورت زیر می‌باشد [18]:

$$\nabla \cdot (\rho_m V_m V_m) = -\nabla P_m + \nabla (\tau - \tau_t) + \nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \phi_k \rho_k V_{dr,k} V_{dr,k} \right) \quad (۴)$$

در معادله بالا n تعداد فازها و P فشار مخلوط است. $V_{dr,k}$ سرعت سوق است که برای فاز k ام به صورت زیر تعریف می‌شود [18]:

$$V_{dr,k} = V_k - V_m \quad (۵)$$

همچنین در رابطه (۲) تنش برشی و τ_t تنش

$$Re_p = V_m d_p / \nu_{nf} \quad (13)$$

معادله انرژی در حل جریان مغشوش برای یک جریان چند فازی به صورت زیر تعریف شده است [18]:

$$\nabla \cdot \sum_{k=1}^n \phi_k V_k (\rho_k H_k + P) = \nabla \cdot (\lambda_{eff} \nabla T - c_p \rho_m \overline{vt}) \quad (14)$$

جریان آشفته توسط مدل دو معادله‌ای $k-\epsilon$ یکی برای انرژی جنبشی آشفته و دیگری برای نرخ اتلافات مدل سازی شده است [21]. در جریان داخلی نانوسیال با شرایط مرزی شار ثابت دانشمندانی زیادی از جمله بایانکو و همکاران [18] از این مدل استفاده نموده‌اند. دانسیته مؤثر نانوسیال از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{eff} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (15)$$

ظرفیت گرمایی ویژه مؤثر نانوسیال براساس معادله (16) قابل محاسبه است [22]:

$$(c_p)_{eff} = \left[(1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \right] / \rho_m \quad (16)$$

که در آن $(C_p)_f$ و $(C_p)_p$ به ترتیب ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه (۴۱۸۲) و ذرات نانو (۸۸۰) برحسب (J/kgK) می‌باشد که از مرجع [12] اقتباس شده است.

ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال به صورت زیر پیشنهاد شده است [23].

$$\lambda_{eff} / \lambda_f = 1 + 64.7 \times \phi^{0.746} (d_f / d_p)^{0.369} \times (\lambda_p / \lambda_f)^{0.746} \times pr^{.9955} \times Re^{1.2321} \quad (17)$$

که در آن d_f و d_p به ترتیب قطر ذرات سیال پایه (۲۷۵nm) و قطر ذرات نانو (۱۰۰nm-۲۰nm) می‌باشد. همچنین λ_f و λ_p به ترتیب قابلیت هدایتی سیال پایه (۰/۶۰۲۸W/mK) و قابلیت هدایتی ذرات نانو (۳۵W/mK) می‌باشد که از مرجع [12] اقتباس شده است. پارامترهای بی بعد Pr (عدد پранتل) و Re (عدد رینولدز (Reynolds number)) در معادله (۱۷) به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$Pr = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f} \quad (18)$$

$$Re = \frac{\rho_f K_b T}{3\pi\mu^2 l_{bf}} \quad (19)$$

که l_{bf} طول مسیر آزاد نامیده می‌شود و مقدار آن برای آب در دمای آزمایشگاهی (۲۵°C) برابر (۰/۱۷nm) است. K_b ثابت بولتزمن است و برابر است با $(K_b = 1.3807 \times 10^{-23} \mu)$ ، لزجت سیال است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu = A \times 10^{\frac{B}{T-C}}, C=140, B=247, A=2.414e-5 \quad (20)$$

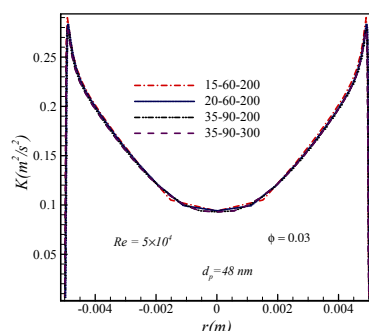
ویسکوزیته مؤثر سیال نانو به صورت زیر محاسبه می‌گردد [23]:

$$\mu_{eff} = \mu_f + \frac{\rho_p V_B d_p^2}{72C\delta} \quad (21)$$

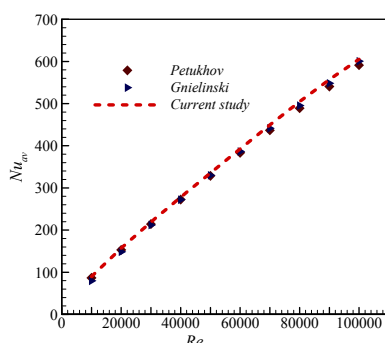
که در این رابطه V_B سرعت برونی و δ ضخامت لایه مرزی براساس روابط زیر به دست می‌آیند [23].

$$V_B = \frac{1}{d_p} \sqrt{\frac{18K_b T}{\pi \rho_p d_p}} \quad (22)$$

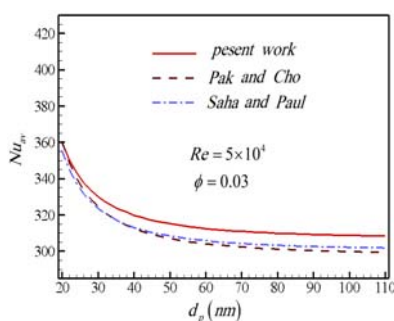
$$\delta = \sqrt[3]{\frac{\pi}{6\phi} d_p} \quad (23)$$



شکل ۲ پروفیل انرژی جنبشی آشفته‌گی در راستای شعاعی در انتهای لوله به منظور انتخاب بهترین شبکه



شکل ۳ تغییرات عدد ناسلت متوسط برای اعداد رینولدز مختلف در طول لوله و مقایسه آن با روابط گنیلینسکی [24] و پتوخوف [25]



شکل ۴ مقایسه عدد ناسلت متوسط کار حاضر در قطره‌های مختلف نانوسیال با روابط پاک و چو [13] و ساها و پائول [26]

همان‌طور که در این شکل مشهود است نمودار عدد ناسلت کار حاضر با نمودار پاک و چو [13] و همچنین نمودار ساها و پائول [26] هم‌خوانی دارد و خطای متوسط حاصل بین کار حاضر و رابطه پاک و

$$C = \mu_f^{-1} [(c_1 d_p + c_2) \phi + (c_3 d_p + c_4)] \quad (24)$$

که در آن: $C_2 = -0.000002721$, $C_1 = -0.000001133$

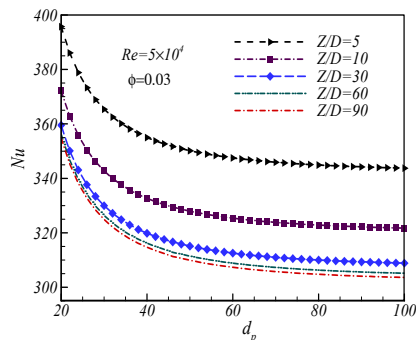
$C_4 = -0.000000393$ و $C_3 = -0.00000009$

حل عددی و اعتبارسنجی

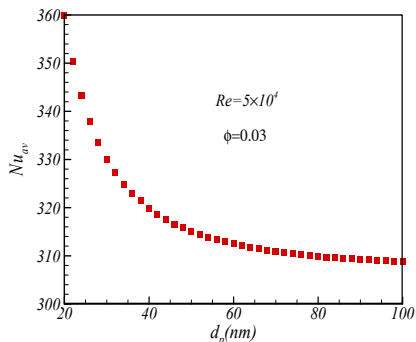
در این مطالعه برای گسسته‌سازی معادلات حاکم از روش حجم محدود و طرح اختلاف بالادست مرتبه دوم استفاده شده است. ارتباط بین فشار و سرعت با استفاده از الگوریتم SIMPLEC برقرار شده است. این الگوریتم برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر درون لوله، مناسب‌تر است [18]. قطر ذرات نانو جامد در محدوده ۲۰ تا ۱۰۰ نانومتر، کسر حجمی برابر ۱، ۲ و ۳ درصد و عدد رینولدز برابر با 5×10^4 ، 25×10^4 و 57×10^4 در نظر گرفته شده است. برای انتخاب بهترین شبکه‌بندی در سه جهت شعاعی، محیطی و طول لوله تست گره انجام شده که نتیجه آن در شکل (۲) آورده شده است. پس از قیاس شبکه‌های مختلف بهترین مش‌بندی برابر ۲۰۰-۹۰-۳۵ انتخاب شده است.

در شکل (۳) مقایسه عدد ناسلت متوسط مطالعه حاضر با کارهای گذشتگان به منظور اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی انجام گرفته است. در این شکل عدد ناسلت متوسط مطالعه حاضر با دو رابطه معروف گنیلینسکی [24] و پتوخوف [25] برای سیال پایه صورت گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود خطای حاصل بسیار ناچیز می‌باشد.

از طرفی دیگر مقایسه نتایج کار حاضر با دو رابطه ارائه‌شده توسط پاک و چو [13] و ساها و پائول [26] برای نانوسیال در شکل (۴) ارائه شده است. در شکل (۴) تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب قطر ذرات نانو رسم شده است.

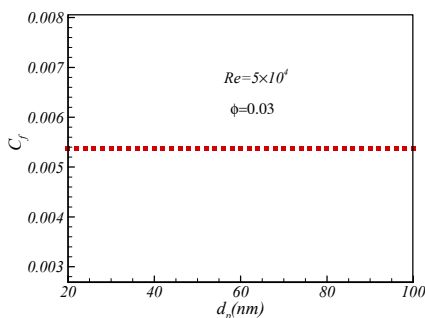


شکل ۵ تغییرات عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله برحسب قطر ذرات نانو



شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب قطر ذرات نانو

پارامتر بعدی مورد بررسی در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری مغشوش نانوسیال، ضریب اصطکاک سطحی دیواره می‌باشد. در شکل (۷) این پارامتر برحسب قطرهای مختلف ذرات نانو ترسیم شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌گردد با افزایش قطر ذرات نانو ضریب اصطکاک سطحی تغییر زیادی ندارد و تقریباً ثابت می‌ماند.



شکل ۷ ضریب اصطکاک سطحی دیواره برحسب قطر ذرات نانو

چون برابر ۲/۵۱ درصد و رابطه ساها و پائول برابر ۲/۱۱ درصد می‌باشد.

نتایج و بحث‌ها

در این مطالعه، انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش سیال نانوی آب/اکسید آلومینیوم درون یک لوله دایره‌ای شکل با استفاده از روش دوفازی مخلوط به صورت عددی بررسی و سپس مهم‌ترین پارامتر انتقال حرارت یعنی عدد ناسلت تحلیل آماری شده است. به منظور تولید داده برای بررسی خواص آماری پارامترهای انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش نانوسیال از ۴۱ نمونه استفاده گردیده که داده‌های تولیدشده برای قطر ذرات نانو در محدوده ۲۰ تا ۱۰۰ نانومتر انتخاب گردیده است. نتایج حاصل از تغییر عدد ناسلت در طول لوله نسبت به افزایش قطر ذرات نانو در شکل (۵) نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص می‌شود عدد ناسلت برای تمامی نمونه‌ها در ابتدای لوله در بخش ورودی زیاد است و سپس کاهش می‌یابد. همان‌طور که مشاهده می‌شود عدد ناسلت به ازای قطرهای بزرگ نانوذرات تقریباً ثابت می‌ماند که آن به دلیل توسعه یافتگی جریان می‌باشد. از طرفی دیگر با افزایش قطر نانوذرات عدد ناسلت در تمامی مقاطع کاهش می‌یابد. بنابراین هر چه ذرات ریزتر باشند هم انتقال حرارت بهتری حاصل می‌گردد و هم میزان ته‌نشینی آنها کمتر خواهد بود. همچنین در شکل (۶) تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب قطر ذرات نانو ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل (۶) مشاهده می‌گردد تغییرات عدد ناسلت متوسط در قطرهای کمتر نانوذرات زیاد است و با افزایش قطر نانوذرات این تغییرات اندک و ناچیز می‌گردد.

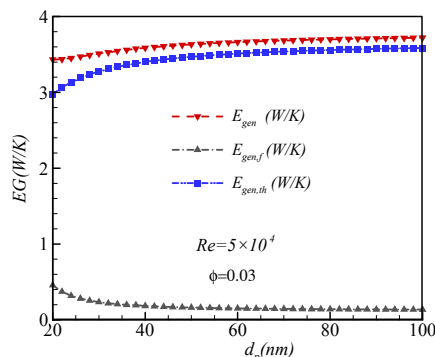
رابطه فوق بیانگر آنتروپی کل می باشد که از دو ترم آنتروپی حرارتی ($E_{gen,th}$) و آنتروپی اصطکاکی ($E_{gen,f}$) تشکیل شده است. از طرفی دیگر هر کدام از این عبارات به شرح زیر تعریف می شوند:

$$E_{gen,th} = \pi D_h^2 L q_w^2 / k_{nf} Nu_{av} T_b \quad (26)$$

$$E_{gen,f} = 32 \dot{m}^3 f L / \rho_{nf}^2 \pi^2 D_h^5 T_b \quad (27)$$

در روابط فوق (D_h) بیانگر قطر هیدرولیکی برحسب متر، L ، طول لوله برحسب متر و (q_w) شار حرارتی وارد بر دیواره لوله برحسب (W/m^2) می باشد. همچنین (k_{nf}) و (ρ_{nf}) به ترتیب قابلیت هدایتی و جرم حجمی نانوسیال و (Nu_{av})، (T_b) و (f) به ترتیب عدد ناسلت متوسط، دمای بالک و ضریب اصطکاک داری می باشند.

در شکل (۸) تولید آنتروپی حرارتی، اصطکاکی و تولید آنتروپی کل برحسب قطر ذرات نانو ترسیم گردیده است. همان طور که در شکل (۸) مشاهده می شود با افزایش قطر ذرات نانو تولید آنتروپی حرارتی افزایش می یابد. دلیل این افزایش می تواند به دلیل کاهش زیاد عدد ناسلت باتوجه به افزایش قطر نانوذرات توجیه گردد.



شکل ۸ تولید آنتروپی حرارتی، اصطکاکی و کل برحسب قطر نانوذرات

بنابراین افزایش قطر نانوذرات باتوجه به ثابت ماندن عدد رینولدز و کسر حجمی ذرات نانو اثر قابل ملاحظه ای بر ضریب اصطکاک سطحی ندارد و این پارامتر به عنوان یک پارامتر خنثی در شرایط مسئله حاضر وجود دارد.

به منظور بررسی کارایی نانوسیال باید به تجزیه و تحلیل تولید آنتروپی پرداخته شود. براساس مطالعات انجام شده تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت و افت فشار خواهد بود. بیجان [27] و مقدمی و همکاران [28] به بررسی موضوعات فوق پرداخته اند. همچنین بایانکو و همکاران [29] انتقال حرارت جابه جایی جریان مغشوش را در یک لوله دایره ای شکل با دیواره دماتاب به صورت عددی مطالعه نمودند. آنها دریافتند اگرچه با افزایش کسر حجمی ذرات نانو عدد ناسلت افزایش می یابد اما تولید آنتروپی و توان پمپاژ نیز افزایش خواهد یافت. ساها و پائول [26] نیز انتقال حرارت و تولید آنتروپی را در یک لوله حرارتی با استفاده از نانوسیالات مختلف به صورت عددی بررسی نمودند. آنها نتیجه گرفتند که با افزایش قطر نانوذرات تولید آنتروپی افزایش می یابد. ابراهیمی و همکاران [30] انتقال حرارت و تولید آنتروپی را در یک میکروکانال با استفاده از دو نانوسیال آب/اکسید آلومینیوم و آب/اکسید مس به صورت عددی مطالعه کردند. آنها مشاهده کردند که تولید آنتروپی کل در بازه پارامترهای مورد مطالعه اندک است.

تولید آنتروپی در مباحث انتقال حرارت و سیال شامل دو ترم تولید آنتروپی حرارتی و تولید آنتروپی اصطکاکی است که به ترتیب ناشی از انتقال حرارت و افت فشار می باشند. رابطه تولید آنتروپی به صورت زیر بیان می گردد:

$$E_{gen} = E_{gen,th} + E_{gen,f} \quad (25)$$

احتمال، با استفاده از روش حداکثر درست نمایی؛
 (۲) انتخاب بهترین تابع توزیع احتمال که از آزمون
 تست مربع کا (Chi-square test) استفاده شده است.
 فرض بر این است که متغیر تصادفی وابسته X
 (نظیر Nu) دارای تابع چگالی احتمال پیوسته
 (Continuous probability density function)
 $f_x(x)$ باشد. این تابع توزیع احتمال شامل تعدادی
 پارامترهای مجهول می‌باشد. هدف محاسبه پارامترهای
 تابع توزیع متغیر X است که از روش حداکثر
 درست‌نمایی (Maximum likelihood method)
 استفاده شده است [31]. در چنین حالتی تابع توزیع
 چگالی احتمال $f_x(x)$ داده‌های انتقال حرارت
 به صورت زیر برای n مشاهده براساس رویه حداکثر
 درست‌نمایی تعریف می‌گردد. [32, 33]:

$$L(\theta) = f_X(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f_x(x_i; \theta) \quad (28)$$

که در آن $L(\theta)$ را تابع درست‌نمایی و θ پارامترهای
 تابع توزیع احتمال است که براساس حداکثرسازی
 معادله فوق قابل محاسبه است. بنابراین مشخص است
 که به ازای هر پارامتر تابع توزیع احتمال یک معادله
 نوشته شده است که حل آن منجر به محاسبه پارامترهای
 مجهول تابع توزیع چگالی احتمال می‌گردد [51] و آن
 معادله به صورت زیر خواهد بود.

$$\left[\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_2} = 0, \dots, \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_n} = 0 \right]^T \quad (29)$$

بهترین تابع توزیع احتمال که پارامترهای آن در
 مرحله قبل محاسبه شده است، با استفاده از آماره مربع
 کای (χ^2 Chi-square test) انتخاب می‌گردد.
 از این رو، ابتدا داده‌های آماری را به تعداد K دسته
 تقسیم می‌گردد [31].

همان‌طور که در شکل (۸) مشهود است تغییرات
 تولید آنتروپی در قطرهای زیاد نانوذرات کمتر است که
 آن نیز به دلیل تغییرات اندک عدد ناسلت در قطرهای
 زیاد نانوذرات می‌باشد. همچنین در شکل (۸) تولید
 آنتروپی اصطکاکی برحسب قطر ذرات نانو ترسیم
 گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد اگرچه
 تغییر تولید آنتروپی اصطکاکی در قطرهای کم اندکی به
 چشم می‌خورد، ولی در قطرهای زیاد این تغییر
 نامحسوس است. دلیل این موضوع می‌تواند با توجه به
 ثابت ماندن ضریب اصطکاک و تغییرات اندک دمای
 بالک در اثر افزایش قطر نانوذرات توجیه گردد.
 در نهایت به بحث تولید آنتروپی کل پرداخته می‌شود که
 مجموع تولید آنتروپی حرارتی و اصطکاکی می‌باشد.
 در شکل (۸) تولید آنتروپی کل برحسب قطرهای
 مختلف ذرات نانو ترسیم گردیده است. همان‌طور که
 قابل پیش‌بینی بود با عنایت به اینکه تولید آنتروپی
 حرارتی با افزایش قطر نانوذرات افزایش یافته است و
 تولید آنتروپی اصطکاکی تقریباً ثابت است، در نتیجه
 تولید آنتروپی کل نیز با افزایش قطر ذرات نانو افزایش
 می‌یابد.

هدف بعدی در این مقاله این است که
 خصوصیات آماری از جمله نوع تابع توزیع احتمال و
 پارامترهای آن برای متغیر عدد ناسلت در انتقال
 حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش نسبت به
 تغییرات قطر نانوذرات در محدوده ۲۰ تا ۱۰۰ نانومتر
 به نحوی مناسب تعیین گردد. در این بخش به منظور
 مقایسه پارامترهای آماری در داده‌های بیشتر، از ۳ عدد
 رینولدز 25×10^3 ، 5×10^4 و 75×10^3 و همچنین ۳
 کسر حجمی ذرات ۱، ۲ و ۳ درصد استفاده شده است.
 انتخاب خواص آماری متغیرهای انتقال حرارت شامل
 دو مرحله است: (۱) برآورد پارامترهای تابع توزیع

$$K = 1 + \log_2 N \quad (30)$$

که در آن N تعداد داده‌ها و K تعداد دسته‌ها می‌باشد. مقدار آماره مربع کا به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (31)$$

در این رابطه O_i مقدار واقعی دسته i ام و E_i به صورت $F(x_2) - F(x_1)$ تعریف می‌شود که F تابع توزیع تجمعی احتمال (Cumulative probability density function) به ازای حد پایین دسته x_1 و حد بالای دسته x_2 می‌باشد. هرچه مقدار این آماره کمتر باشد داده‌ها تطابق بیشتری با تابع توزیع احتمال برآورده دارند.

براساس ۴۱ داده تولیدشده از خواص انتقال حرارت در لوله مورد بررسی خصوصیات آماری پارامتر عدد ناسلت ارزیابی گردیده است. همچنین در نقاط مختلف طول لوله که در محدوده جریان در حال توسعه و جریان توسعه یافته واقع گردیده است پارامترهای چندین تابع توزیع احتمال مقایسه گردیده است.

مطابق با نتایج حاصل در مقاطع مختلف از طول

لوله خصوصیات آماری پارامترهای انتقال حرارت برآورد گردیده است. این خصوصیات آماری شامل میانگین، انحراف معیار، ضریب تغییرات، برجستگی و چولگی می‌باشند. برجستگی، میزان تیزی تابع توزیع احتمال داده‌های مورد بررسی را نسبت به تابع توزیع احتمال نرمال بیان می‌کند. اگر مقدار برجستگی برابر صفر گردد تابع توزیع احتمال داده‌ها مطابق با تابع توزیع احتمال نرمال می‌باشد و در صورت منفی بودن نسبت به تابع توزیع احتمال نرمال هموارتر و در صورت مثبت بودن، تابع توزیع احتمال داده‌ها نسبت به تابع نرمال تیزتر است. چولگی، میزان انحراف تابع توزیع احتمال داده‌ها را به سمت راست یا چپ نسبت به تابع نرمال مشخص می‌کند. اگر مقدار چولگی برابر ۳ گردد در چنین حالتی داده‌ها از تابع نرمال پیروی می‌کند و در صورتی که بزرگ‌تر از ۳ باشد، توزیع احتمال داده‌ها به سمت چپ متمایل است یا چولگی چپ دارد و در صورت کوچک‌تر از ۳، تابع توزیع احتمال داده‌ها به سمت راست متمایل است یا چولگی راست دارد. مطابق با آماره‌های فوق، خواص آماری داده‌های پارامتر عدد ناسلت برای مقاطع مختلف لوله در عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو برابر ۳ درصد در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱ خواص آماری عدد ناسلت در مقاطع مختلف در طول لوله برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو ۳ درصد

موقعیت (متر)	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
میانگین	۳۵۱/۷۷	۳۲۹/۵	۳۱۶/۶۸	۳۱۳	۳۱۱/۵
انحراف معیار	۱۱/۹۰۸	۱۱/۵۵۹	۱۱/۶۰۲	۱۱/۶۹۳	۱۱/۷۲۴
ضریب تغییرات	۰/۰۳۳۸۵	۰/۰۳۵۰۸	۰/۰۳۶۶۴	۰/۰۳۷۳۶	۰/۰۳۷۶۴
برجستگی	۴/۵۰۱	۴/۴۹۸۶	۴/۵۰۱	۴/۵۰۶۶	۴/۵۰۶
چولگی	۲/۱۴۷۲	۲/۱۴۶۶	۲/۱۴۶۹	۲/۱۴۸۴	۲/۱۴۸۳

جدول ۲ خواص آماری عدد ناسلت در مقاطع مختلف در طول لوله برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو ۱ درصد

موقعیت (متر)	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
میانگین	۳۵۷/۱۸	۳۳۴/۷۲	۳۲۱/۹۳	۳۱۸/۱	۳۱۶/۵۷
انحراف معیار	۵/۳۷۲	۵/۲۱۴	۵/۲۳۳	۵/۲۸۵۹	۵/۳۰۱۸
ضریب تغییرات	۰/۰۱۵۰۴	۰/۰۱۵۵۸	۰/۰۱۶۲۶	۰/۰۱۶۶۲	۰/۰۱۶۷۵
برجستگی	۳/۳۵۰۸	۳/۳۴۶۵	۳/۳۳۱۸	۳/۴۰۱۴	۳/۴۰۹۵
چولگی	۱/۹۱۳۲	۱/۹۱۲۲	۱/۹۱	۱/۹۱۸۴	۱/۹۱۸۷

جدول ۳ خواص آماری عدد ناسلت در مقاطع مختلف در طول لوله برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو ۵ درصد

موقعیت (متر)	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
میانگین	۳۶۵/۶۸	۳۴۳/۰۶	۳۳۰/۳۶	۳۲۶/۶۸	۳۲۵/۱۴
انحراف معیار	۴۲/۵۹۱	۴۱/۴۹۳	۴۱/۸۰۹	۴۲/۰۵۸	۴۱/۹۹۳
ضریب تغییرات	۰/۱۱۶۴۷	۰/۱۲۰۹۵	۰/۱۲۶۵۶	۰/۱۲۸۷۴	۰/۱۲۹۱۵
برجستگی	۶/۷۵۴۸	۶/۸۴۱۱	۶/۸۸۴۶	۶/۹۲۰۳	۶/۸۸۲۸
چولگی	۲/۵۱۶۹	۲/۵۲۹۴	۲/۵۳۶۸	۲/۵۳۹۵	۲/۵۳۲۱

مطابق با نتایج ارائه شده در جدول (۱) مشخص است که ضریب تغییرات داده‌ها تا مقطع ۳۰ سانتی متری از طول لوله تغییرات زیادی دارد سپس تا ۶۰ سانتی متری این تغییرات کمتر می‌شود و در نهایت از ۶۰ سانتی متری تا ۹۰ سانتی متری این تغییرات بسیار ناچیز است و یا به عبارت دیگر جریان در داخل لوله در محدوده ۳۰ تا ۶۰ سانتی متری در حال توسعه و از ۶۰ سانتی متری به بعد توسعه یافته شده است. این موضوع با شکل (۵) نیز هم خوانی دارد. براساس داده‌های جدول (۱) مشاهده می‌شود که مقدار کشیدگی مثبت است و براساس توضیحات ذکر شده، تابع توزیع احتمال داده‌های عدد ناسلت نسبت به تابع نرمال تیزتر است. همین‌طور در جدول (۱) مشاهده می‌گردد مقدار چولگی کوچک‌تر از عدد ۳ می‌باشد و بر این اساس تابع توزیع احتمال داده‌های عدد ناسلت متوسط به سمت راست متمایل یا چولگی راست دارد. برای مقایسه دقیق‌تر مباحث فوق، خواص آماری عدد

ناسلت در عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو ۱ و ۵ درصد به ترتیب در جدول (۲) و (۳) ارائه شده است با بررسی نتایج جدول (۲) و (۳) نیز مشاهده می‌گردد که مقدار کشیدگی مثبت است و در نتیجه تابع توزیع احتمال داده‌های عدد ناسلت نسبت به تابع نرمال تیزتر است.

همچنین مشاهده می‌گردد که مقدار چولگی کوچک‌تر از عدد ۳ است. بنابراین تابع توزیع احتمال داده‌های عدد ناسلت چولگی راست دارد. تعیین تابع توزیع احتمال برای پارامتر عدد ناسلت در انتقال حرارت جریان نانو سیال با استفاده از تست مربع کای صورت پذیرفته است. برای گزینش بهترین تابع توزیع احتمال از توابع شناخته شده از جمله: نرمال، لوگ نرمال، گاما، گامبل، وایبول و فسچر استفاده شده است. این توابع توزیع احتمال دو پارامتری به شرح ذیل تعریف شده‌اند.

تابع توزیع احتمال وایبول:

$$f(Nu) = (Nu)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{Nu}{\beta}\right)^{\alpha}\right] / \beta^{\alpha} \Gamma(\alpha) \quad (35)$$

تابع توزیع احتمال فسچر:

$$f(Nu) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{Nu}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{Nu}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \quad (32)$$

تابع توزیع احتمال نرمال:

$$f(Nu) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{Nu}\right)^{\alpha+1} \exp\left[-\left(\frac{\beta}{Nu}\right)^{\alpha}\right] \quad (36)$$

در رابطه فوق Nu مقدار عدد ناسلت و σ و μ μ به ترتیب پارامتر بزرگ‌نمایی، ضریب شکل، ضریب

مکان و پارامتر مقیاس توابع توزیع احتمال فوق

می‌باشد. براساس توابع توزیع احتمال فوق تحلیل

آماري در عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات

نانو ۱، ۳ و ۵ درصد انجام گردیده و به‌ترتیب در

جدول‌های (۶-۴) آورده شده است.

$$f(Nu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Nu-\mu}{\sigma}\right)^2\right] / Nu\sigma\sqrt{2\pi} \quad (33)$$

تابع توزیع احتمال لوگ نرمال:

$$f(Nu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(Nu)-\mu}{\sigma}\right)^2\right] / Nu\sigma\sqrt{2\pi} \quad (34)$$

تابع توزیع احتمال گاما:

جدول ۴ مقادیر تست مربع کای برای توابع توزیع احتمال مختلف پارامتر عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله دایره‌ای شکل

برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو برابر ۱ درصد

تابع توزیع احتمال	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
فسچر	۲/۴۴۷۵	۲/۴۵۳۴	۲/۴۸۲۸	۲/۳۳۵۶	۲/۳۳۱۸
گاما	۷/۲۳۳۲	۷/۲۴	۷/۶۷۲۸	۶/۴۸۳۶	۶/۴۷۱۲
گمبل ماکزیمم	۲/۹۷۸۹	۲/۹۸۵۶	۳/۰۳۵۱	۴/۰۳۲	۴/۰۲۴۱
گمبل مینیمم	۱۳/۳۷۴	۱۳/۳۸۴	۱۳/۴۵۴	۱۴/۷۸۲	۱۴/۷۶۲
لوگ نرمال	۷/۹۴۹	۷/۹۶۲۳	۸/۰۳۰۹	۷/۱۴۴۴	۷/۱۳۲۶
نرمال	۷/۲۶۹۵	۷/۲۷۷۶	۷/۷۱۱۷	۶/۵۱۷۶	۶/۵۰۵۶

جدول ۵ مقادیر تست مربع کای برای توابع توزیع احتمال مختلف پارامتر عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله دایره‌ای شکل

برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو برابر ۳ درصد

تابع توزیع احتمال	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
فسچر	۳/۷۴۱۶	۳/۷۵۱۵	۳/۷۶۰۵	۳/۷۵۸۳	۳/۷۵۹۲
گاما	۸/۶۱۰۵	۸/۶۱۲۴	۸/۶۰۸۱	۸/۵۹۷	۸/۵۹۵۶
گمبل ماکزیمم	۴/۴۹۳۵	۴/۴۹۸۸	۴/۴۹۹۸	۴/۴۹۲۷	۴/۴۹۲۴
گمبل مینیمم	۱۸/۳۷۴	۱۸/۳۸۱	۱۸/۳۸۲	۱۸/۳۷۳	۱۸/۳۷۲
لوگ نرمال	۹/۲۶۶	۹/۲۸۵۶	۹/۳۰۳۴	۹/۳۰۱۹	۹/۳۰۴۴
نرمال	۸/۷۳۴۵	۸/۷۴۰۸	۸/۷۴۲۱	۸/۷۳۳۷	۸/۷۰۲۳

جدول ۶ مقادیر تست مربع کای برای توابع توزیع احتمال مختلف پارامتر عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله دایره‌ای شکل برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو برابر ۵ درصد

تابع توزیع احتمال	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
فسچر	۲/۶۳۱۵	۲/۶۳۹۳	۲/۶۴۴۱	۲/۶۴۰۸	۲/۶۴۱۷
گاما	۸/۴۴۲۵	۸/۳۹۷۷	۸/۳۴۸۱	۸/۳۰۴۸	۸/۳۰۵
گمبل ماکزیمم	۴/۶۶۸۶	۴/۶۴۷۶	۴/۶۲۶۸	۴/۶۰۱۹	۴/۶۰۳۱
گمبل مینیمم	۱۷/۳۳۵	۱۷/۳۰۱	۱۷/۲۶۶	۱۷/۲۲۳	۱۷/۲۲۵
لوگ نرمال	۸/۲۷۹۷	۸/۲۹۰۳	۸/۳۰۵۹	۸/۲۸۲۲	۸/۲۸۱۸
نرمال	۸/۸۷۸	۸/۸۴۹۹	۸/۸۲۱۱	۸/۷۸۶۳	۸/۷۸۷۹

هرچه مقدار آماره مربع کای برای یک تابع توزیع احتمال کمتر باشد، داده‌ها تطابق بیشتری با تابع توزیع احتمال برآورد شده خواهند داشت. بر این اساس داده‌های به دست آمده حرارتی برای پارامتر عدد ناسلت در جریان مغشوش سیال نانو مطابق با جدول‌های (۶-۴) تطابق بیشتری با تابع توزیع احتمال فسچر دارند. همچنین مطابق این جدول‌های همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع گمبل ماکزیمم در مرتبه بعدی قرار دارد.

مطابق با تست مربع کای براساس داده‌های جداول (۶-۴) بهترین تابع توزیع احتمال برای عدد ناسلت در اکثر نقاط مورد بررسی لوله، تابع توزیع احتمال فسچر نتیجه شده است.

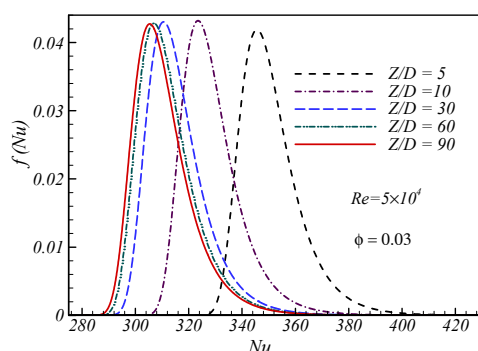
به منظور مقایسه کمی نتایج تحلیل آماری از جدول (۵) استفاده می‌گردد. مقادیر تست مربع کای برای توابع توزیع احتمال مختلف ابتدا در ناحیه ابتدای لوله در فاصله ۵ سانتی متری از ورودی جریان نانوسیال در لوله یعنی در بخش در حال توسعه جریان انجام گردیده است. بر این اساس تابع توزیع احتمال فسچر در ابتدای لوله با تابع توزیع احتمال گمبل ماکزیمم کمترین اختلاف و برابر 0.7519 و با تابع توزیع احتمال گمبل مینیمم بیشترین اختلاف و برابر

14.6324 دارد. همچنین با توابع گاما، لوگ نرمال، نرمال و وایبول نیز به ترتیب اختلافی برابر با 4.8688 ، 5.5244 ، 4.9929 و 7.5604 دارد. از طرفی دیگر در بخش انتهای لوله در فاصله ۹۰ سانتی متری از ورودی نیز نتایج مشابهی مشاهده می‌گردد. در این راستا اختلاف بین تابع فسچر با گمبل ماکزیمم و مینیمم برابر 0.7332 و 14.6128 و همچنین با توابع گاما، لوگ نرمال، نرمال و وایبول نیز به ترتیب اختلافی برابر با 4.8364 ، 5.5452 ، 4.9431 و 7.5748 دارد.

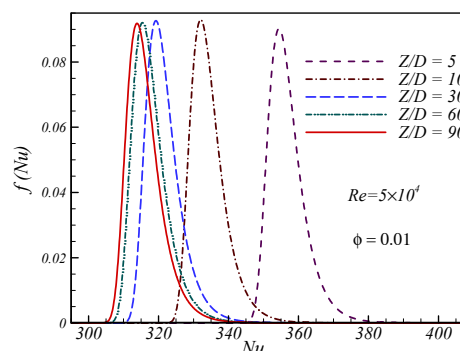
مقادیر محاسبه شده برای پارامترهای α و β در نقاط مختلف لوله در ناحیه توسعه یافته و در حال توسعه جریان در جدول (۷) درج شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییرات پارامترهای تابع توزیع فسچر از ابتدای لوله تا فاصله ۳۰ سانتی متری زیاد است و سپس تا فاصله ۶۰ سانتی متری کمتر می‌شود این بدان مفهوم است که جریان نانوسیال در داخل لوله در شرایط مسئله حاضر بعد از فاصله ۶۰ سانتی متری به توسعه یافتگی نزدیک می‌شود. با بررسی جدول (۷) همچنین مشخص است که تغییرات در محدوده 0.6 تا 0.9 طول لوله، بسیار اندک است یعنی جریان تقریباً توسعه یافته شده است.

جدول ۷ پارامترهای تابع توزیع احتمال عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله برای عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی‌های مختلف ذرات نانو برابر ۱، ۳ و ۵ درصد

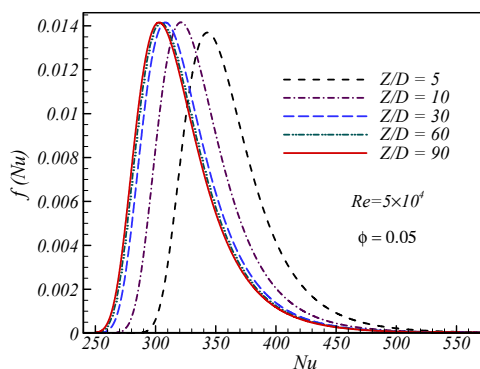
کسر حجمی ذرات نانو	موقعیت (متر)	۰/۰۵	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۰/۹
$\square = 0.01$	پارامتر α	۸۶/۸۹۸	۸۳/۹۲۹	۸۰/۴۲۱	۷۸/۹۳۲	۷۸/۳۶۷
	پارامتر β	۳۵۴/۴۷	۳۳۲/۰۹	۳۱۹/۲۹	۳۱۵/۴۴	۳۱۳/۹
$\square = 0.03$	پارامتر α	۳۹/۳۴۳	۳۸/۰۰۲	۳۶/۳۴۳	۳۵/۷۴۸	۳۵/۴۸۹
	پارامتر β	۳۴۵/۸۲	۳۲۳/۷۲	۳۱۰/۸۱	۳۰۷/۱۷	۳۰۵/۶۵
$\square = 0.05$	پارامتر α	۱۲/۸۱	۱۲/۳۹۶	۱۱/۸۹۵	۱۱/۷۳۱	۱۱/۶۹۳
	پارامتر β	۳۴۵/۱۳	۳۲۳/۰۸	۳۱۰/۲۵	۳۰۶/۴۹	۳۰۴/۹۷



(ب)



(الف)



(پ)

شکل ۹ مقایسه تابع توزیع احتمال فسچر برای عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله در عدد رینولدز ثابت 5×10^4 و در کسر حجمی‌های: (الف) ۱ درصد، (ب) ۲ درصد و (پ) ۳ درصد

به سمت راست دارند. این بدان مفهوم است که تمرکز داده‌ها بیشتر در سمت راست هر نمودار یعنی در قطرهای بزرگ نانوذرات می‌باشد و یا در بیانی دیگر در قطرهای بزرگ نانوذرات تغییرات عدد ناسلت کم می‌باشد. از طرفی دیگر همان‌طور که در شکل (۹) نیز

مطابق با پارامترهای تابع توزیع احتمال عدد ناسلت، تابع توزیع احتمال فسچر برای عدد رینولدز ثابت 5×10^4 و کسرهای حجمی ذرات نانو ۱، ۲ و ۳ درصد در شکل (۹) ترسیم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این نمودارها در تمامی مقاطع چولگی

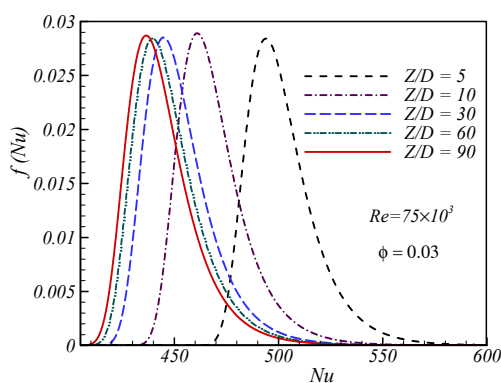
در پایان نیز به بررسی تابع توزیع احتمال رابطه پاک و چو [13] و رابطه ساها و پائول [26] می‌پردازیم و براساس نمودارهای به‌دست آمده، آنها را تحلیل خواهیم کرد. این نمودارها با ثابت فرض کردن عدد رینولدز و کسر حجمی ذرات نانو و تغییر قطر نانوذرات ترسیم گردیده است.

حال اگر تابع توزیع احتمال عدد ناسلت متوسط کار حاضر با دو رابطه فوق مقایسه گردد، مشاهده می‌شود که برای عدد ناسلت متوسط در هر سه حالت تابع توزیع احتمال فسچر نتیجه خواهد شد. این موضوع در شکل (۱۱) بیان و ترسیم گردیده است. بنابراین براساس تست مربع کای بهترین تابع توزیع احتمال عدد ناسلت، تابع چگالی احتمال فسچر نتیجه شده است که این تابع می‌تواند در جهت تحلیل‌های قابلیت اعتماد یا طرح بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان برای توسعه یک مدل احتمالاتی انتقال حرارت در آینده مورد استفاده قرار گیرد.

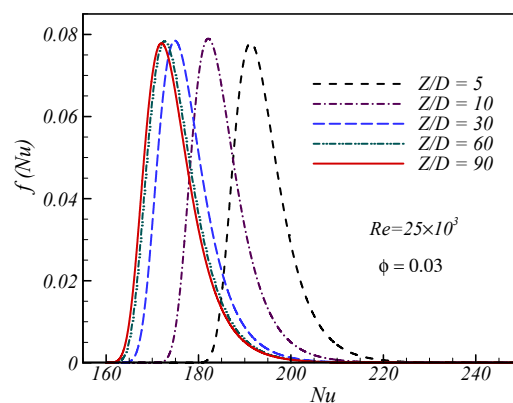
مشهود است با افزایش طول لوله نمودارها به یکدیگر نزدیک می‌شود. نزدیک شدن نمودارها به مفهوم تغییرات اندک عدد ناسلت در انتهای لوله و یا توسعه یافتگی جریان می‌باشد.

با تغییر عدد رینولدز، تابع توزیع احتمال عدد ناسلت همانند نتایج بخش‌های قبل، تابع توزیع احتمال فسچر نتیجه شده است. بدین منظور از دو عدد رینولدز 25×10^3 و 75×10^3 و کسر حجمی ۳ درصد استفاده شده است. در شکل (۱۰) تابع توزیع احتمال فسچر در نقاط مختلف لوله برای اعداد رینولدز مذکور و کسر حجمی ۳ درصد ترسیم گردیده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود این نمودارها نیز در تمامی مقاطع چولگی به سمت راست دارند و همچنین با افزایش طول لوله نمودارها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و در واقع در انتهای لوله جریان توسعه یافته شده است. از طرفی دیگر همان‌طور که در شکل (۱۶) نیز مشهود است در عدد رینولدز کمتر نمودارها در انتهای لوله به یکدیگر نزدیک‌تر بوده و در واقع جریان زودتر به توسعه یافتگی رسیده است.



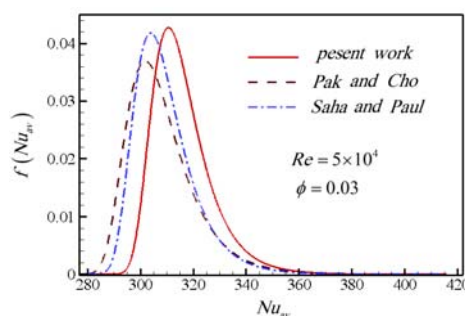
(ب)



(الف)

شکل ۱۰ مقایسه تابع توزیع احتمال فسچر برای عدد ناسلت در مقاطع مختلف لوله در کسر حجمی ۳ درصد و در اعداد رینولدز: (الف) 25×10^3 و (ب) 75×10^3

جمله: نرمال، لوگ نرمال، گاما، گامبل، وایبول و فسچر استفاده شده است. پس از تحلیل داده‌های آماری مشاهده گردید که بهترین تابع توزیع احتمال برای عدد ناسلت هم در ناحیه ورودی یا در حال توسعه جریان و هم در انتهای لوله در بخش توسعه یافته جریان، تابع توزیع احتمال فسچر می‌باشد. به منظور تحلیل کمی اختلاف توابع مورد بررسی نسبت به تابع فسچر از یک عدد رینولدز و کسر حجمی ثابت استفاده می‌گردد. اختلاف تابع توزیع احتمال فسچر در عدد رینولدز 5×10^4 و کسر حجمی ذرات نانو ۳ درصد با توابع توزیع احتمال گمبل ماکزیمم، گمبل مینیمم، گاما، لوگ نرمال، نرمال و وایبول در طول ۰/۰۵ متری لوله به ترتیب برابر با ۰/۷۵۱۹، ۱۴/۶۳۲۴، ۴/۸۶۸۸، ۵/۵۲۴۴، ۴/۹۹۲۹ و ۷/۵۶۰۴ و در طول ۰/۹ متری لوله به ترتیب برابر با ۰/۷۳۳۲، ۱۴/۶۱۲۸، ۴/۸۳۶۴، ۵/۵۴۵۲، ۴/۹۴۳۱ و ۷/۵۷۴۸ می‌باشد. از طرفی دیگر با تغییر عدد رینولدز نیز مشاهده گردید که در تمامی مقاطع لوله تابع توزیع احتمال عدد ناسلت تابع فسچر می‌باشد. همچنین قیاس تحلیل آماری مطالعه حاضر با روابط و کارهای دیگران نیز نشان داد که بهترین تابع توزیع احتمال برای عدد ناسلت متوسط با توجه به تغییرات قطر نانوذرات و ثابت ماندن دو متغیر عدد رینولدز و کسر حجمی ذرات نانو، تابع توزیع احتمال فسچر می‌باشد.



شکل ۱۱ مقایسه تابع توزیع احتمال فسچر عدد ناسلت کار حاضر با روابط پاک و چو [13] و ساه و پائول [26]

خلاصه و نتیجه گیری

در این مقاله اثر قطر نانوذرات در انتقال حرارت جابه جایی اجباری جریان مغشوش سیال نانوی آب-اکسید آلومینیوم درون یک لوله دایره ای شکل تحت شار حرارتی یکنواخت در بخش بالایی و عایق در بخش پائینی لوله به صورت عددی بررسی و تحلیل آماری گردیده است. جریان در لوله مورد بررسی با توجه به قطر نانوذرات مختلف ارزیابی گردیده است. پس از بررسی نتایج مشاهده گردید که عدد ناسلت با افزایش قطر ذرات نانو کاهش می‌یابد و ضریب اصطکاک سطحی ثابت می‌ماند. از طرفی دیگر تولید آنتروپی کل با افزایش قطر نانوذرات افزایش یافته است. در تحلیل آماری به منظور تعیین تابع توزیع احتمال برای پارامتر عدد ناسلت در انتقال حرارت جریان مغشوش نانوسیال با استفاده از تست مربع کای از توابع شناخته شده از

مراجع

1. Azmi, W.H., Sharma, K.V., Sarma, P.K., Mamat, R., Anuar, Sh. and Sundar, L.S., "Numerical validation of experimental heat transfer coefficient with SiO₂ nanofluid flowing in a tube with twisted tape inserts", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 73, pp. 296-306, (2014).
2. Eiamsa-ard, S. and Kiatkittipong, K., "Heat transfer enhancement by multiple twisted tape inserts and TiO₂/water nanofluid", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 70, pp. 896-924, (2014).
3. Dawood, H. K., Mohammed, H.A., Che Sidik, N.A., Munisamy, K.M. and Wahid, M.A., "Forced natural and mixed-convection heat transfer and fluid flow in annulus: A review", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 62, pp. 45-57, (2015).

4. Sabaghan, A., Edalatpour, M., Charjouei Moghadam, M., Roohi, E. and Niazmand, H., "Nanofluid flow and heat transfer in a microchannel with longitudinal vortex generators: Two-phase numerical simulation", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 100, pp. 179-189, (2016).
5. Shariat, M., Mokhtari Moghari, R., Akbarinia, A., Rafee, R. and Sajjadi, S.M., "Impact of nanoparticle mean diameter and the buoyancy force on laminar mixed convection nanofluid flow in an elliptic duct employing two phase mixture model", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 15-24, (2014).
6. Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M. and Galanis, N., "Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 211-219, (2007).
7. Nalwa, H.S., "Chemical Synthesis of Nanoparticles, Encyclopedia of nanoscience and nanotechnology", Vol. 6, pp. 757-759, (2004).
8. Mirmasoumi, S. and Behzadmehr, A., "Effect of nanoparticles mean diameter on mixed convection heat transfer of a nanofluid in a horizontal tube", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 6, pp. 706-714, (2009).
9. Akbarinia, A. and Laur, R., "Investigating the diameter of solid particles effects on a laminar nanofluid flow in a curved tube using a two phase approach", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 57, No.1, pp. 2739-2754, (1998).
10. Anoop, K.B., Sundararajan, T. and Das, S.K., "Effect of particle size on the convective heat transfer in nanofluid in the developing region", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 2189-2195, (2009).
11. Fani, B., Abbassi, A. and Kalteh, M., "Effect of nanoparticles size on thermal performance of nanofluid in a trapezoidal microchannel-heat-sink", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 155-161, (2013).
12. Mokhtari Moghari, R., Mujumdar, A.S., Shariat, M., Talebi, F., Sajjadi, S.M. and Akbarinia, A., "Investigation effect of nanoparticle mean diameter on mixed convection Al₂O₃-water nanofluid flow in an annulus by two phase mixture model", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 25-35, (2013).
13. Pak, B.C. and Cho, Y.I., "Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles", *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, pp. 151-170, (1998).
14. Abbasian Arani, A.A. and Amani, J., "Experimental study on the effect of TiO₂-water nanofluid on heat transfer and pressure drop", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 42, pp. 107-115, (2012).
15. Sajadi, A.R. and Kazemi, M.H., "Investigation of turbulent convective heat transfer and pressure drop of TiO₂/water nanofluid in circular tube", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 1474-1478, (2011).
16. Beheshti, A., Keshavarz Moraveji, M. and Hejajian, M., "Comparative Numerical Study of Nanofluid Heat Transfer through an Annular Channel", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 67, No.1, pp. 100-117, (2015).
17. Vahidinia, F., Keshtegar, B. and Miri, M., "Statistical analysis of the effect of nanoparticles volume fraction on turbulent forced convective heat transfer coefficient of nanofluid in a circular tube", *Ciência e Natura, Santa Maria*, Vol. 37, pp. 141-152, (2015).
18. Bianco, V., Manca, O. and Nardini, S., "Numerical investigation on nanofluids turbulent convection heat transfer inside a circular tube", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 341-349, (2011).

19. Manninen, M., Taivassalo, V. and Kallio, S., "On the mixture model for multiphase flow", *Technical Research Center of Finland, VTT Publications*, Vol. 288, pp. 9–18, (1996).
20. Schiller, L. and Naumann, A., "A drag coefficient correlation", *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, Vol. 77, pp. 318–320, (1935).
21. Launder B.E. and Spalding, D.B., "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", *Academic Press, London, England*, (1972).
22. Chon, C.H., Kihm, K.D., Lee, S.P. and Choi, S.U.S., "Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al_2O_3) thermal conductivity enhancement", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 87, pp. 1–3, (2005).
23. Masoumi, N., Sohrabi, N. and Behzadmehr, A., "A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 42, pp. 1–6, (2009).
24. Gnielinski, V., "New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow", *International Chemical Engineering*, Vol. 16, pp. 359–368, (1976).
25. Petukhov, B.S., "Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties", *Academic Press, New York*, Vol. 6, (1970).
26. Saha, G. and Paul, M.C., "Heat transfer and entropy generation of turbulent forced convection flow of nanofluids in a heated pipe", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 61, pp. 26–36, (2015).
27. Bejan, A., "Entropy generation minimization", *Boca Raton: CRC Press*, (1996).
28. Moghaddami, M., Mohammadzade, A. and Alem Varzane Esfehiani S., "Second law analysis of nanofluid flow", *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, pp. 1397–1405, (2011).
29. Bianco, V., Manca, O. and Nardini, S., "Performance analysis of turbulent convection heat transfer of Al_2O_3 water-nanofluid in circular tubes at constant wall temperature", *Energy*, Vol. 77, pp. 403–413, (2014).
30. Ebrahimi, A., Rikhtegar, F., Sabaghan, A. and Roohi, E., "Heat transfer and entropy generation in a microchannel with longitudinal vortex generators using nanofluids", *Energy*, Vol. 101, pp. 190–201, (2016).
31. Gulikers, J. and Raupach, M., "Preface. Modelling of reinforcement corrosion in concrete", *Materials and Corrosion*, Vol. 57, No. 8, pp. 603–604, (2006).
32. Gupta, S.P., "Statistical Method", *New Dehli*, (1997).
33. Rohatgi, V.K. and Ehsanes, S.A.K., "Introduction to probability and statistics", *Macmillan published Company, New York*, (2001).

اثر موقعیت آب‌بندی بر ارتفاع بالج در هیدروفرمینگ لوله‌های آلومینیومی*

محمد مهدی کسائی^(۱) جواد شهبازی کرمی^(۲) بهنام عباس‌زاده^(۳) سیدجلال هاشمی^(۴) حسن مسلمی نائینی^(۵)

چکیده در این مقاله روش آب‌بندی جدیدی برای فرایند هیدروفرمینگ لوله به‌کار گرفته شده است که هدف از آن حذف نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب است. این روش آب‌بندی در بالج آزاد لوله‌های آلومینیومی از جنس AA6063 به‌صورت تجربی مورد آزمایش قرار گرفت و کرنش‌های حد گلوئی شدن، توزیع ضخامت و ارتفاع بالج نمونه‌ها اندازه‌گیری شد. نتایج نشان داد با استفاده از روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول، جریان مواد به ناحیه تغییر شکل تسهیل می‌گردد و در نتیجه ارتفاع بالج لوله‌های آلومینیومی افزایش می‌یابد. فرایند بالج آزاد لوله تحت شرایط فرایندی مختلف در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شد. در این شبیه‌سازی‌ها برای پیش‌بینی گلوئی شدن، از منحنی حد شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمایش‌های تجربی استفاده شد. نتایج نشان داد با افزایش ضریب اصطکاک، تغذیه محوری و طول لوله، ارتفاع بالج لوله‌های آلومینیومی در روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی هیدروفرمینگ لوله؛ آب‌بندی؛ اصطکاک؛ ارتفاع بالج؛ ضخامت.

Effect of Sealing Position on Bulge Height in Hydroforming of Aluminum Tubes

M.M. Kasaei J. Shahbazi Karami B. Abbaszadeh S.J. Hashemi H. Moslemi Naeini

Abstract In this paper, a new sealing method has been applied in tube hydroforming process to eliminate the friction force between the tube and the die. The new sealing method was experimentally examined in the free bulge test of AA6063 aluminum tubes and necking limit strains, thickness and bulge height of specimens were measured. The results showed that the new sealing method compared to the conventional sealing method improves the material flow to the deformation zone and, therefore, increases the bulge height of aluminum tubes. Finite element simulations of the free bulge test were performed in ABAQUS software under the different process parameters. In these simulations, forming limit curve obtained from the experimental tests was utilized to predict the necking. The results showed that the increase of the friction coefficient, the axial feed and the initial length of tub increase the bulge height of aluminum tubs in the new sealing method compared to the conventional sealing method.

Key Words Tube Hydroforming; Sealing; Friction; Bulge height; Thickness.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۱۱/۵ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۵/۲۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.62078

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران.

kasaei@qiau.ac.ir

(۲) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

(۳) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

(۴) استادیار، بخش مهندسی مکانیک، مؤسسه آموزش عالی کار، قزوین.

(۵) استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

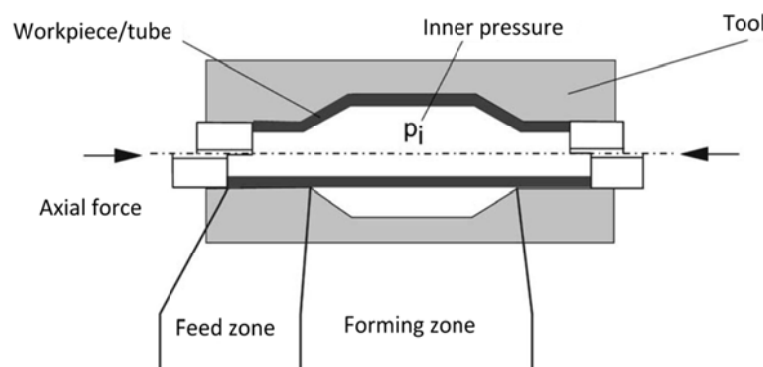
مقدمه

(Feed zone) و ناحیه تغییرشکل (Forming zone)

وجود دارد که در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. در ناحیه تغذیه، لوله از ابتدا تا انتهای فرایند در تماس با قالب می‌باشد و تغییر سطح مقطع در آن روی نمی‌دهد. لوله در این ناحیه در اثر نیروی محوری اعمالی توسط سنبه‌ها در حین انجام فرایند به سمت ناحیه تغییرشکل حرکت داده می‌شود تا بدین ترتیب جریان مواد به سمت ناحیه تغییرشکل تسهیل گردد و مقدار تغییرشکل لوله افزایش یابد. در ناحیه تغییرشکل، برخلاف ناحیه تغذیه، لوله در ابتدا در تماس با قالب نمی‌باشد ولی با اعمال فشار داخلی و آغاز تغییرشکل، لوله بالج می‌شود و به تدریج در تماس با قالب قرار می‌گیرد. در فرایند هیدروفرمینگ لوله شرایط ایده‌آل تغییرشکل زمانی به دست خواهد آمد که در انتهای فرایند حفره قالب به طور کامل پر شود یا به عبارت دیگر لوله تغییرشکل یافته به طور کامل در تماس با قالب قرار بگیرد. با توجه به شرایط تماسی در ناحیه تغذیه و ناحیه تغییرشکل می‌توان نتیجه گرفت که اصطکاک در فرایند هیدروفرمینگ لوله از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. به نحوی که بسیاری از عیوب ایجادشده در محصولات تولیدشده در این فرایند در ارتباط با آن می‌باشند.

هیدروفرمینگ لوله، یکی از فرایندهای شکل‌دهی فلزات در حال گسترش می‌باشد که برای ساخت قطعات پیچیده از لوله مورد استفاده قرار می‌گیرد [1]. در این فرایند با اعمال فشار سیال، لوله تغییرشکل می‌یابد و شکل قالبی را که در داخل آن قرار گرفته است به خود می‌گیرد (شکل ۱). این فرایند به‌ویژه در صنایع خودروسازی به علت مزیت‌های آن نسبت به فرایند استمپینگ از جمله کاهش وزن، کیفیت بالاتر، عملیات اضافی کمتر، بهبود استحکام ساختاری و افزایش سفتی کاربرد ویژه‌ای پیدا کرده است [2].

در فرایند هیدروفرمینگ ابتدا قطعه‌کار که به صورت لوله است در فضای بین قالب‌ها قرار می‌گیرد. سپس سنبه‌ها به سمت لوله حرکت و دو انتهای لوله را به طور کامل آب‌بند می‌کنند. در ادامه روغن وارد فضای داخلی لوله می‌گردد و با پر شدن آن، سطح داخلی لوله تحت فشار قرار می‌گیرد. با ادامه ورود روغن و افزایش بیشتر فشار، لوله دچار تغییرشکل می‌شود و شکل قالب‌ها را به خود می‌گیرد. به منظور بهبود شرایط تغییرشکل معمولاً سنبه‌ها به هنگام اعمال فشار به سمت لوله حرکت می‌کنند. در قالب، دو ناحیه اصلی به نام ناحیه تغذیه



شکل ۱ طرح‌واره‌ای از فرایند هیدروفرمینگ لوله [3]

پژوهش‌های مختلفی درباره اصطکاک در فرایند هیدروفرمینگ لوله انجام شده است که می‌توان آنها را در دو دسته مورد بررسی قرار داد. دسته اول پژوهش‌هایی هستند که هدف از آنها پیش‌بینی ضریب اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب است. از جمله پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه طراحی آزمونی برای پیش‌بینی ضریب اصطکاک در ناحیه تغذیه فرایند هیدروفرمینگ لوله است [2, 4, 5]. در این آزمون یک لوله که تحت فشار داخلی قرار دارد در قالب استوانه‌ای حرکت داده می‌شود و با استفاده از نیروسنج، نیروی تماسی و نیروی اصطکاک اندازه‌گیری می‌شود و براساس قانون کولمب (Coulomb's law)، ضریب اصطکاک محاسبه می‌گردد. ولرتسن و پلانک [3] روشی را برای اندازه‌گیری اصطکاک در ناحیه تغییر شکل ارائه دادند که در آن از آزمون آبتینگ لوله استفاده می‌شد. آن‌ها با انجام آزمایش‌های متعدد نشان دادند رابطه خطی بین شیب کرنش ضخامت و ضریب اصطکاک وقتی به صورت لگاریتمی رسم می‌شوند، وجود دارد. پلانک و همکارانش [1] در ادامه پژوهش‌های خود، بر مبنای آزمون تجربی طراحی‌شده در مرجع [3]، مدل تحلیلی برای به دست آوردن ضریب اصطکاک در ناحیه تغییر شکل ارائه کردند. در این آزمون آنها سه رابطه مختلف را برای محاسبه فشار تماسی به کار بردند.

وای و همکارانش [6] با انجام آزمون‌های شبیه‌سازی‌کننده شرایط اصطکاکی در ناحیه تغذیه، نشان دادند با افزایش فشار داخلی، ویسکوزیته روانکار و استحکام لوله و همچنین کاهش قطر لوله ضریب اصطکاک در ناحیه تغذیه کاهش پیدا می‌کند. آنها برای اندازه‌گیری ضریب اصطکاک در ناحیه تغییر شکل آزمون پر شدن گوشه (Corner-filled test) را توسعه دادند. نتایج آنها نشان داد ضریب اصطکاک در ناحیه تغییر شکل با افزایش استحکام ماده افزایش می‌یابد. فیورنتینو و همکارانش [7] آزمون جدیدی را برای

اندازه‌گیری اصطکاک در ناحیه تغذیه ارائه کردند که اساس آن بر مبنای اثرگذاری اصطکاک بر توزیع ضخامت دیواره لوله بود. یان و همکارانش [8] آزمونی را برای تعیین ضریب اصطکاک در فرایند هیدروفرمینگ پالسی ارائه کردند. ابدلکفی و همکارانش [9] از مدل ابرن-هو [10] برای پیش‌بینی ضریب اصطکاک در فرایند هیدروفرمینگ لوله با قالبی با مقطع مربعی استفاده کردند.

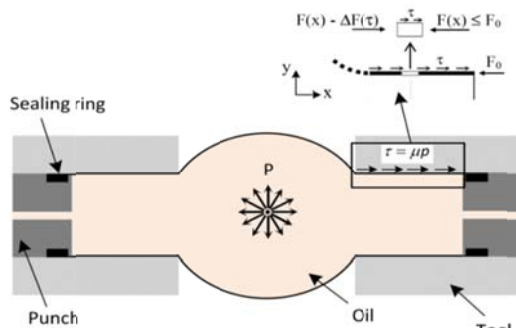
در دسته دوم پژوهش‌هایی که در زمینه اصطکاک در فرایند هیدروفرمینگ لوله انجام شده است، اثر ضریب اصطکاک و روانکارهای مختلف بر تغییر شکل لوله در این فرایند مورد بررسی قرار گرفته است. اربن و هو [10] مدل تحلیلی برای تغییر شکل لوله در داخل قالبی با مقطع عرضی مربعی ارائه کردند. نتایج آنها نشان داد افزایش ضریب اصطکاک سبب افزایش تغییرات ضخامت در مقطع عرضی و افزایش نازک‌شدگی گوشه‌ها می‌گردد. ژو و همکارانش [11] به بررسی فرایند هیدروفرمینگ مقطع دوزنقه‌ای با زاویه ۹۰ درجه پرداختند. نتایج آنها نشان داد با افزایش ضریب اصطکاک، فشار ترکیدگی کاهش پیدا می‌کند.

نیکخاره و همکارانش [12] به مقایسه فرایند هیدروفرمینگ لوله فشار بالا و فشار پایین برای فولاد TRIP پرداختند. آنها فرایند هیدروفرمینگ با قالب مربعی را شبیه‌سازی کردند و نشان دادند که در نظر گرفتن اصطکاک در شرایط فشار بالا بر روی توزیع تنش معادل در مقطع عرضی و توزیع ضخامت اثر قابل توجهی می‌گذارد درحالی‌که در فرایند هیدروفرمینگ فشار پایین این چنین نیست. فیورنتینو و همکارانش [13] با ایجاد شرایط نامتقارن در ناحیه تغذیه فرایند هیدروفرمینگ لوله توانستند یک قطعه Y شکل را به صورت شبه‌ازاد شکل دهند. آن‌ها برای ایجاد شرایط نامتقارن در فرایند هیدروفرمینگ لوله، طول لوله در ناحیه تغذیه یک طرف قالب را از طرف دیگر متفاوت در نظر گرفتند تا با اثرگذاری بر شرایط

پیاده‌سازی شد و نتایج آن با نتایج روش آب‌بندی متداول مقایسه گردید. در این پژوهش از شبیه‌سازی اجزای محدود برای بررسی دقیق‌تر چگونگی اثرگذاری روش آب‌بندی بر شکل‌پذیری لوله در فرایند بالج آزاد استفاده شد و مکانیک تغییرشکل مورد تحلیل قرار گرفت. در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود برای پیش‌بینی گلوپی شدن از منحنی حد شکل‌دهی استفاده شد که با استفاده از آزمون‌های تجربی انجام شده در این پژوهش به دست آمده بود.

اصول روش‌های آب‌بندی متداول و جدید

در فرایند هیدروفرمینگ لوله به‌صورت متداول آب‌بندی از دو انتهای لوله انجام می‌شود. این روش آب‌بندی که از این پس در این مقاله «روش آب‌بندی متداول» نامیده می‌شود در شکل (۲) به‌صورت شماتیک برای بالج آزاد لوله، نشان داده شده است.



شکل ۲ طرح‌واره‌ای از آزمون بالج آزاد لوله با روش آب‌بندی متداول

در روش آب‌بندی متداول، ناحیه تغذیه لوله تحت فشار بالای روغن قرار دارد. بنابراین نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب، قابل توجه است. با حرکت از انتهای لوله به سمت ناحیه تغییرشکل با افزایش سطح تماس لوله و قالب، نیروی اصطکاک به‌صورت پیوسته افزایش می‌یابد و در نتیجه اثر نیروی اعمال شده توسط سنبه‌ها برای تغذیه محوری لوله، کاهش می‌یابد (شکل ۲). از آنجایی که کاهش تدریجی

تماسی، بتوانند میزان تغذیه متفاوتی را ایجاد کنند. ابدل‌کفی و همکارانش [14] فرایند هیدروفرمینگ لوله را بدون تغذیه محوری و با قالب‌های با سطح مقطع مربعی، مستطیلی، دوزنقه‌ای متقارن و دوزنقه‌ای با زاویه 90 درجه انجام دادند. نتایج آنها نشان داد که استفاده از تفلن در سطح تماس لوله و قالب به‌عنوان روانکار، اثر قابل‌توجهی برروی توزیع ضخامت در قطعه می‌گذارد به‌طوری‌که توزیع ضخامت یکنواختی در مقایسه با شرایط بدون روانکار به دست می‌آید.

فیورنتینو و همکارانش [15] به بررسی اثر روانکارهای مختلف (خشک، روغن، تفلن، تفلن با روغن، اسپری تفلن و روغن گرافیتی) بر فرایند هیدروفرمینگ لوله پرداختند. نتایج آنها نشان داد بهترین عملکرد از لحاظ ارتفاع بالج و یکنواختی توزیع ضخامت به هنگام روانکاری با تفلن به دست می‌آید که کمترین ضریب اصطکاک را در فرایند ایجاد می‌کند. این در حالی است که بهترین نتایج از لحاظ کیفیت سطح در حالت بدون روانکار به دست آمد.

در حال حاضر در صنایع خودروسازی تقاضای بالایی برای کاهش وزن و افزایش مقاومت به خوردگی قطعات وجود دارد. آلیاژهای آلومینیوم با نسبت استحکام به وزن بالا و مقاومت به خوردگی مناسب می‌توانند به‌صورت گسترده برای برآورده کردن این نیازها به‌کار روند. یکی از فرایندهایی که قابلیت ساخت قطعات مورد نیاز این صنایع را دارد، فرایند هیدروفرمینگ لوله است. از آنجایی که شکل‌پذیری آلیاژهای آلومینیوم در دمای محیط کم است [16] هر روشی که بتواند به افزایش شکل‌پذیری این آلیاژها کمک کند می‌تواند دامنه کاربرد این آلیاژها را افزایش دهد.

باتوجه به این توضیحات، در این پژوهش روش آب‌بندی جدیدی مورد استفاده قرار گرفته است که هدف از آن حذف نیروی اصطکاک در ناحیه تغذیه لوله می‌باشد. این روش آب‌بندی در آزمون بالج آزاد

پیاده‌سازی روش آب‌بندی جدید

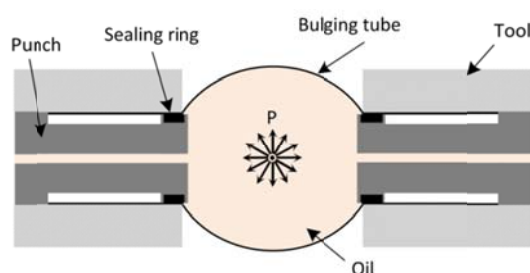
به منظور پیاده‌سازی روش آب‌بندی جدید مطابق شکل (۴)، افزونه‌های ویژه‌ای طراحی شد که این افزونه‌ها به صورت پیچی به سنبه‌های روش آب‌بندی متداول متصل می‌شوند.

طول این افزونه‌ها متناسب با طول ناحیه تغذیه می‌باشد. این شیوه طراحی اجازه می‌دهد که بتوان لوله‌هایی با طول ناحیه تغذیه مختلف را تنها با تغییر افزونه‌ها بالچ کرد. در این طرح، افزونه‌ای که در سمت چپ قرار گرفته است دارای یک سوراخ سرتاسری می‌باشد تا امکان ورود روغن به داخل لوله فراهم شود. عرض و اشتر بر روی افزونه‌ها، تعیین‌کننده حداکثر میزان تغذیه محوری در هر سمت لوله است.

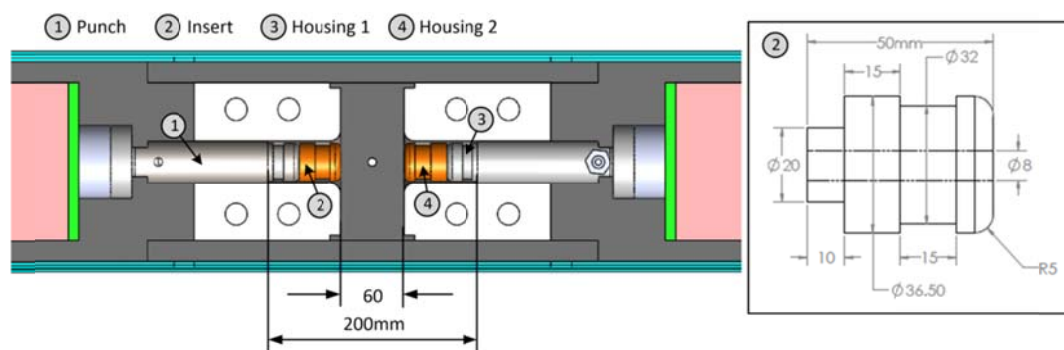
آزمایش‌های تجربی

لوله مورد استفاده در آزمایش‌های تجربی از آلیاژهای آلومینیوم با شماره استاندارد AA6063 می‌باشد که دارای قطر خارجی ۴۰ میلی‌متر و ضخامت اولیه ۱/۵ میلی‌متر است. لوله بدون درز بوده و با فرایند اکستروژن تولید شده است. در ادامه به تشریح آزمایش‌های تجربی انجام‌شده در این مقاله پرداخته می‌شود.

اثر نیروی اعمال‌شده توسط سنبه‌ها منجر به کاهش جریان مواد از ناحیه تغذیه به ناحیه تغییر شکل می‌شود. در این پژوهش روش آب‌بندی جدیدی به کار گرفته شد. در این روش، آب‌بندی از ابتدای ناحیه تغییر شکل اعمال می‌گردد تا فشار داخلی در ناحیه تغذیه لوله اعمال نشود و در پی آن نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب حذف گردد. این روش آب‌بندی که در شکل (۳) به صورت طرح‌واره نشان داده شده است از این پس «روش آب‌بندی جدید» نامیده می‌شود. در این روش آب‌بندی، بخشی از سنبه که دارای قطری کوچک‌تر از قطر لوله است به داخل لوله می‌رود و آب‌بندی از ابتدای ناحیه تغییر شکل انجام می‌گیرد. در این روش حداکثر میزان جابه‌جایی سنبه در هر طرف برابر با عرض و اشتر آب‌بندی می‌باشد زیرا در صورتی که میزان جابه‌جایی بیش از عرض و اشتر باشد، و اشتر از ناحیه تغذیه خارج و آب‌بندی از بین می‌رود.



شکل ۳ طرح‌واره‌ای از آزمون بالچ آزاد لوله با روش آب‌بندی جدید



شکل ۴ آزمون بالچ آزاد لوله همراه با افزونه طراحی شده برای روش آب‌بندی جدید

خواص مکانیکی. برای به دست آوردن خواص مکانیکی لوله، نمونه‌های آزمون کشش تک‌محوری مطابق استاندارد ASTM-E8M در راستای طولی لوله به وسیله برش کاری سیمی بریده شدند. نمونه‌های آماده شده بر روی دستگاه کشش یونیورسال تحت کشش قرار گرفتند که نتایج آن در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱ خلاصه خواص مکانیکی لوله‌ای آلومینیومی از جنس

AA6063 با ضخامت 1.5 mm

مدول الاستیک	استحکام تسلیم	استحکام کششی نهایی	افزایش طول قبل از شکست
E (GPa)	σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	A (%)
70	91.76	169.89	16.03

آزمون بالچ آزاد لوله. به منظور مقایسه عملکرد روش آب‌بندی جدید با روش آب‌بندی متداول از آزمون بالچ آزاد لوله استفاده شد. در این آزمون در ناحیه تغییر شکل، تماسی بین لوله و قالب وجود ندارد بنابراین به خوبی می‌توان اثرات استفاده از روش آب‌بندی جدید را بر تغییر شکل لوله مورد بررسی قرار داد بدون آنکه شرایط تماسی در ناحیه تغییر شکل بر آن اثرگذار باشد.

به منظور انجام بالچ آزاد لوله‌های آلومینیومی تحت منحنی‌های بارگذاری مختلف از دستگاه هیدروفورمینگ دانشگاه تربیت مدرس که دارای قابلیت کنترل فشار داخلی و تغذیه محوری است استفاده شد. شکل (۵) نمایی از این دستگاه را نشان می‌دهد. در این شکل قالب‌هایی که در دو طرف برای نگهداری دو انتهای لوله مورد استفاده قرار می‌گیرند، جک‌های اعمال تغذیه محوری و سنبه‌ها و نازل ورود روغن مشخص هستند.

در این دستگاه برای اعمال فشار داخلی و همچنین تأمین فشار لازم برای حرکت جک‌های اعمال تغذیه محوری از دو پمپ هیدرولیکی استفاده می‌شود. فشار

داخلی توسط فشارسنج دیجیتالی و تغذیه محوری به وسیله یک LVDT اندازه‌گیری می‌شود و باتوجه به مسیر بارگذاری مورد نظر میزان باز یا بسته شدن شیر تناسبی که در مسیر هر دو پمپ هیدرولیک قرار دارند توسط کامپیوتر کنترل می‌شود.

شکل (۶) سنبه‌های به کار رفته در روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است تفاوت سنبه روش آب‌بندی جدید با روش آب‌بندی قدیم، افزونه‌ای است که به صورت پیچی به آن متصل می‌گردد.



شکل ۵ دستگاه بالچ آزاد لوله

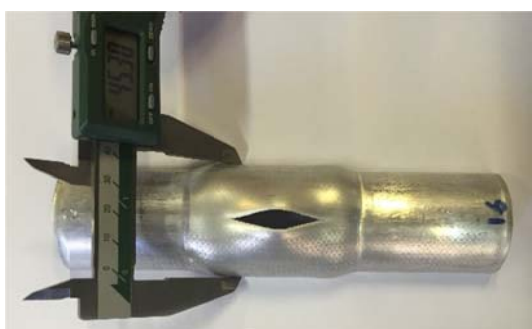


شکل ۶ سنبه (الف) روش آب‌بندی متداول، (ب) روش آب‌بندی جدید

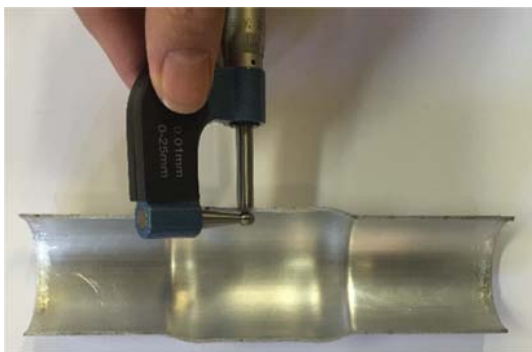
عرض و اثر افزونه برابر با ۱۵ میلی‌متر می‌باشد که اجازه جابه‌جایی حداکثر سنبه را در هر طرف به همین میزان می‌دهد. به منظور افزایش ایمنی، آب‌بندی در

(۸) آمده است.

برای اندازه‌گیری ضخامت لوله پس از تغییر شکل، لوله در راستای طولی در صفحه‌ای عمود بر صفحه گذرنده از محل پارگی وایرکات شد. سپس با استفاده از یک میکرومتر مخصوص با دقت 0.01 میلی‌متر ضخامت در لبه‌های بریده‌شده اندازه‌گیری شد. شکل (۹) نحوه اندازه‌گیری ضخامت را بر روی مقطع لوله نشان می‌دهد.



شکل ۸ روش اندازه‌گیری ارتفاع بالچ



شکل ۹ روش اندازه‌گیری ضخامت

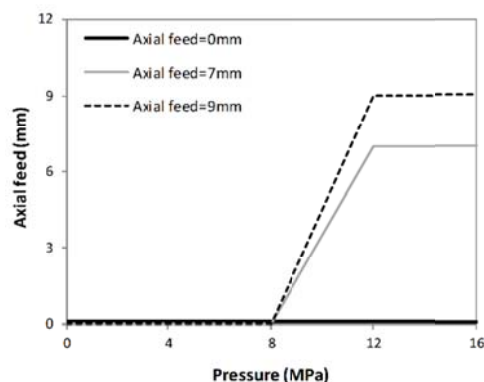
منحنی حد شکل‌دهی. منحنی حد شکل‌دهی مرزی است بین ترکیبات کرنشی که در آنها واماندگی از نوع گلوبی شدن رخ می‌دهد و ترکیبات کرنشی که در شکل‌دهی ورق فلزات قابل قبول هستند. برای به‌دست آوردن منحنی حد شکل‌دهی، مسیرهای بارگذاری کرنشی مختلفی برای ورق ایجاد می‌شود تا کرنش‌های بحرانی تحت حالت‌های مختلف تغییر شکل به‌دست

انتهای لوله نیز انجام می‌گیرد. برای جلوگیری از خروج روغن از فضای بین سنبه و افزونه، وایر نازکی هم در این ناحیه مورد استفاده قرار گرفت که قطر کوچک‌تری نسبت به قطر داخلی لوله دارد.

مشخصات آزمایش‌های تجربی در جدول (۲) آمده است. در این آزمایش‌ها تنها مقدار تغذیه محوری متغیر است. این آزمایش‌ها با هر دو روش آب‌بندی متداول و جدید انجام شده است و مسیر بارگذاری مطابق شکل (۷) است.

جدول ۲ مشخصات آزمایش‌های تجربی

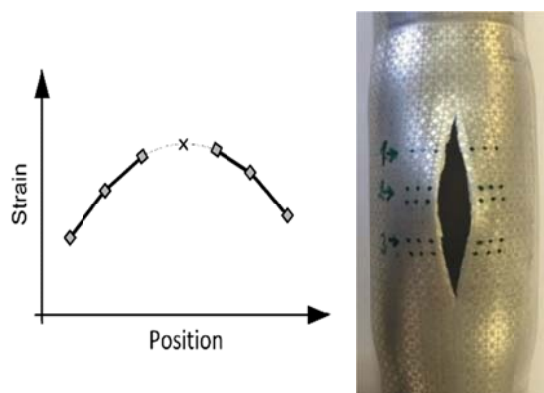
مقدار			پارامتر	
40			D_{out} (mm)	قطر خارجی لوله
1.5			t (mm)	ضخامت لوله
200			L (mm)	طول لوله
60			L_b (mm)	طول بالچ
9	7	0	F (mm)	تغذیه محوری



شکل ۷ مسیر بارگذاری به‌کار رفته در آزمایش‌های تجربی

اندازه‌گیری هندسه لوله تغییر شکل یافته. برای بررسی هندسه لوله تغییر شکل یافته، قطر و ضخامت آن مورد اندازه‌گیری قرار گرفت. برای اندازه‌گیری قطر لوله، از کولیس دیجیتال با دقت 0.01 میلی‌متر استفاده شد. اندازه‌گیری بر روی مسیری در راستای طولی لوله و بر روی صفحه‌ای عمود بر صفحه گذرنده از محل پارگی انجام گرفت که نحوه انجام اندازه‌گیری در شکل

می شود. در ادامه باتوجه به کرنش های به دست آمده، برای هر یک از کرنش های اصلی بزرگ تر و کوچک تر درونیابی انجام می شود و جفت کرنش صفحه ای ایجاد شده در لحظه گلوپی شدن به دست می آید. برای هر ترک حداقل سه مسیر به این شکل در نظر گرفته می شود و اندازه گیری انجام می گردد. میانگین کرنش های بحرانی به دست آمده برای این مسیرها برای منحنی حد شکل دهی استفاده می شود.



شکل ۱۰ روند تعیین کرنش های صفحه ای در آغاز گلوپی شدن

شکل (۱۱) منحنی حد شکل دهی به دست آمده را برای لوله ای از جنس AA6063 با قطر خارجی 40 میلی متر و ضخامت 1.5 میلی متر نشان می دهد. نتایج نشان داد که به علت بالج شدن لوله، کرنش در راستای محیطی همواره کششی و مقداری مثبت دارد در حالی که کرنش در راستای طولی لوله، از مقداری نزدیک به صفر (عدم اعمال تغذیه محوری) تا مقداری منفی (اعمال تغذیه محوری) تغییر می کند. بنابراین کرنش محیطی همواره کرنش اصلی بزرگ تر و کرنش طولی، کرنش اصلی کوچک تر می باشد. باتوجه به فشاری بودن کرنش های طولی، نقاط بحرانی گلوپی شدن همواره در سمت چپ فضای کرنش های اصلی ظاهر می شوند که با استفاده از این نقاط می توان منحنی حد شکل دهی را برای فرایند هیدروفرمینگ لوله به دست آورد.

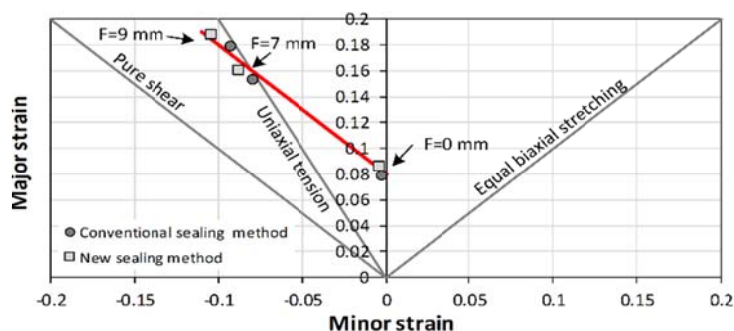
آید و از اتصال آنها به هم منحنی حد شکل دهی در فضای کرنش های اصلی ایجاد گردد. به منظور به دست آوردن منحنی حد شکل دهی در این پژوهش، از نتایج آزمون بالج آزاد لوله که مشخصات آن در جدول (۲) آمده است، استفاده شد. در این آزمایش ها، برای ایجاد حالت های کرنشی مختلف، میزان تغذیه محوری متفاوتی اعمال شد. در این آزمایش ها، اندازه گیری کرنش با استفاده از روش تحلیل گرید دایره ای انجام گرفت که اولین بار توسط توسط کلر و گودمن [17,18] ارائه شد. در این روش ابتدا بر روی سطح ورق دایره هایی با قطر مشخص (d) ایجاد می گردد و پس از آن فرایند شکل دهی انجام می گیرد. پس از پایان فرایند، به علت تغییر شکل پلاستیک، گرید دایره ای به بیضی تغییر شکل می یابد. حال با اندازه گیری قطر بزرگ (a) و قطر کوچک بیضی (b) و استفاده از رابطه (۲) می توان کرنش پلاستیک متناظر با هر گرید را محاسبه کرد.

$$\varepsilon_{major} = \ln\left(\frac{a}{d}\right) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{minor} = \ln\left(\frac{b}{d}\right) \quad (2)$$

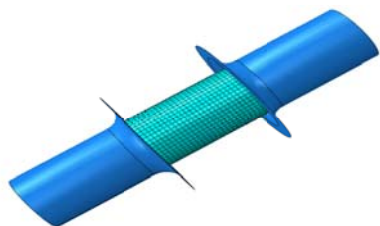
در این پژوهش برای ایجاد گریدهای دایره ای با قطر 2.5 میلی متر بر روی سطح خارجی لوله از روش حک الکتروشیمیایی استفاده شد. همچنین پس از انجام فرایند، خط کش انعطاف پذیر مایلر برای اندازه گیری قطر گریدهای تغییر شکل یافته به کار رفت.

برای اندازه گیری جفت کرنش صفحه ای در لحظه آغاز گلوپی شدن در این پروژه از روش راسورد [19] استفاده شد. در این روش مطابق با شکل (۱۰) مسیری عمود بر ترک در نظر گرفته می شود به نحوی که در هر طرف ترک سه گرید قرار بگیرد. سپس اندازه گیری کرنش بر روی این گریدها در دو طرف ترک انجام



شکل ۱۱ منحنی حد شکل‌دهی برای لوله آلومینیومی از جنس AA6063 با ضخامت 1.5 میلی‌متر

شد و ضریب اصطکاک در شبیه‌سازی‌های مشابه آزمایش‌های تجربی 0.2 تعریف شد. پس از بررسی حساسیت نتایج به‌اندازه‌المان، ابعاد $2.5\text{mm} \times 2.5\text{mm}$ برای المان‌ها انتخاب شد که در این حالت لوله از 4032 المان تشکیل شده بود. شکل (۱۲) نمایی از مدل ایجادشده را در نرم‌افزار آباکوس نشان می‌دهد. در این مقاله دو دسته شبیه‌سازی انجام شد. دسته اول، شبیه‌سازی‌هایی هستند که دقیقاً مطابق با آزمایش‌های تجربی انجام شده‌اند و هدف از آنها، بررسی اعتبار نتایج شبیه‌سازی‌ها می‌باشد. دسته دوم، شبیه‌سازی‌هایی هستند که با هدف ارزیابی عملکرد روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول تحت شرایط فرایندی مختلف انجام شده‌اند. مشخصات شبیه‌سازی‌های دسته دوم در جدول (۳) آمده است. در این شبیه‌سازی‌ها مقدار تغذیه لوله، ضریب اصطکاک و تغذیه محوری متغیر هستند و هر یک در سه سطح در نظر گرفته شده‌اند. منحنی بارگذاری (تغییرات تغذیه محوری نسبت به فشار داخلی) به‌صورت خطی است.



شکل ۱۲ مدل اجزای محدود آزمون بالچ آزاد لوله

مدل‌سازی اجزای محدود

شبیه‌سازی عددی بالچ آزاد لوله در نرم‌افزار تجاری اجزای محدود آباکوس 6/10/1 انجام گرفت. در این شبیه‌سازی‌ها از حلگر دینامیکی صریح استفاده شد. لوله به‌صورت الاستیک-پلاستیک مدل شد و معادلات ساختاری وابسته به معیار تسلیم ون‌میزز به‌کار گرفته شد. برای تعریف رفتار الاستیک ماده، مدول الاستیک و مدول یانگ و برای تعریف رفتار پلاستیک آن منحنی تنش برحسب کرنش پلاستیک در نرم‌افزار وارد شد. همچنین رفتار سخت‌شوندگی ماده به‌صورت همسان‌گرد در نظر گرفته شد. برای پیش‌بینی گلوئی شدن در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود، از معیار FLD CRT استفاده شد. این معیار گلوئی شدن را بر مبنای منحنی حد شکل‌دهی پیش‌بینی می‌کند. بنابراین منحنی حد شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمایش‌های تجربی در نرم‌افزار وارد شد.

باتوجه به تغییر شکل ناچیز قالب‌ها، آنها به‌صورت صلب تحلیلی مدل شدند. برای لوله از المان پوسته (المان S4R در آباکوس) استفاده شد. این المان دارای چهار گره می‌باشد و از روش انتگرال‌گیری کاهش‌یافته استفاده می‌کند. انتگرال‌گیری در جهت ضخامت به‌کمک روش سیمپسون و با پتج نقطه انتگرال‌گیری انجام شد. برای مدل‌سازی شرایط تماسی با اصطکاک، از روش پنالتی استفاده شد. قانون اصطکاک کولمب به‌کار گرفته

جدول ۳ مشخصات شبیه‌سازی‌های اجزای محدود

پارامتر				مقدار
قطر خارجی لوله		$D_{out} (mm)$		40
ضخامت لوله		$t (mm)$		1.5
طول لوله		$L (mm)$		150 200 250
طول بالج		$L_b (mm)$		60
ضریب اصطکاک		μ		0 0.2 0.4
تغذیه محوری		$F (mm)$		0 6 9 12

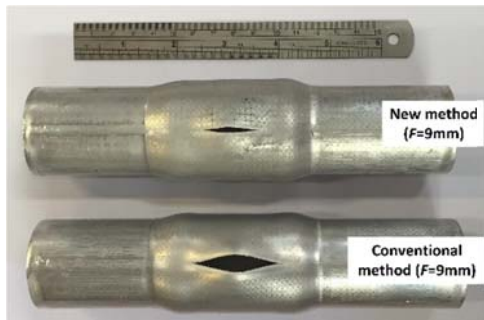
نتایج و بحث

صحت‌سنجی مدل اجزای محدود. به‌منظور صحت‌سنجی مدل اجزای محدود، از آزمایش‌های تجربی با مقدار تغذیه محوری ۹ میلی‌متر استفاده شد که شکل (۱۳) نمایشی از لوله‌های بالج‌شده در این آزمایش‌ها را نشان می‌دهد.

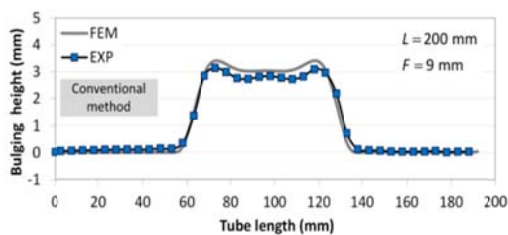
پس از انجام آزمایش‌های تجربی، قطر لوله بالج‌شده اندازه‌گیری شد و با دانستن قطر اولیه آن، میزان افزایش شعاع لوله یا به عبارت دیگر ارتفاع بالج لوله محاسبه گردید. مقایسه بین ارتفاع بالج به‌دست آمده از آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های اجزای محدود برای روش آب‌بندی متداول و جدید به‌ترتیب در شکل (۱۴-الف و ب) آمده است. به‌طور کلی انطباق خوبی بین نتایج شبیه‌سازی و تجربی مشاهده می‌شود. بیشترین تفاوت بین نتایج شبیه‌سازی و تجربی برای گوشه سمت راست ناحیه تغییرشکل در روش آب‌بندی جدید است. نتایج مشخص می‌کند که با استفاده از روش آب‌بندی جدید ارتفاع بالج در ناحیه تغییرشکل چه در شبیه‌سازی اجزای محدود و چه در آزمایش‌های تجربی افزایش یافته است.

شکل (۱۵-الف و ب) به‌ترتیب مقایسه بین ضخامت به‌دست آمده از آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های اجزای محدود را برای روش آب‌بندی متداول و جدید نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد انطباق بین نتایج شبیه‌سازی و تجربی مطلوب است و بیشترین تفاوت مانند ارتفاع بالج در گوشه سمت راست ناحیه تغییرشکل در روش آب‌بندی جدید ایجاد

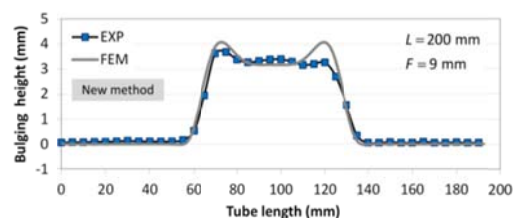
شده است. این تفاوت احتمالاً ناشی از شرایط نامتقارن در دو طرف لوله می‌باشد که در اثر لقی‌های موجود در دستگاه هیدروفورمینگ لوله ایجاد شده است. در روش آب‌بندی جدید برخلاف روش آب‌بندی متداول، ضخامت در ناحیه تغذیه افزایش بسیار کمی یافته است. افزایش ضخامت در ناحیه تغذیه ناشی از مقاومتی است که در برابر جریان فلز در سطح تماس بین لوله و قالب‌ها در اثر نیروی اصطکاک ایجاد می‌شود. این مقاومت در برابر جریان مواد در روش آب‌بندی متداول، دلیل ارتفاع بالج کوچک‌تر به‌دست آمده در این روش در مقایسه با روش آب‌بندی جدید نیز می‌باشد.



شکل ۱۳ لوله‌های بالج‌شده در آزمون بالج آزاد با روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید



(الف)



(ب)

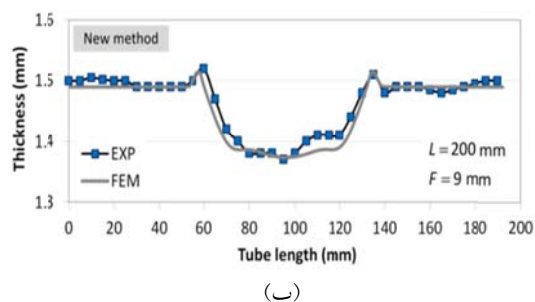
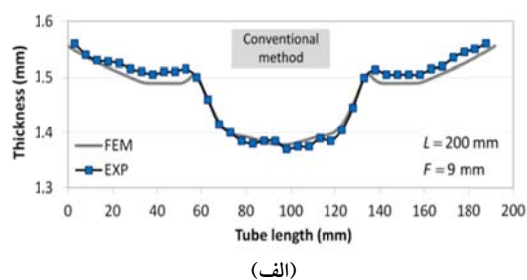
شکل ۱۴ مقایسه ارتفاع بالج پیش‌بینی‌شده در شبیه‌سازی اجزای محدود و اندازه‌گیری‌شده در آزمایش‌های تجربی: (الف) روش آب‌بندی متداول، (ب) روش آب‌بندی جدید

اعمال نمی‌گردد، جریان مواد از ناحیه تغذیه به سمت ناحیه تغییر شکل ناچیز است. بنابراین نیروی اصطکاک به عنوان نیروی مخالف در برابر جریان طولی مواد بر میزان بالچ لوله اثر نمی‌گذارد. این در حالی است که با اعمال تغذیه محوری و افزایش جریان مواد، اثر نیروی اصطکاک بر میزان بالچ لوله افزایش می‌یابد. این نتایج را همچنین می‌توان با استفاده از شکل (۹) که در آن کرنش‌های گلوبی شدن برای هر آزمایش مشخص شده است، توجیه کرد. مطابق شکل (۹)، هنگامی که تغذیه محوری اعمال نمی‌شود به علت ناچیز بودن جریان طولی، گلوبی شدن در دو روش آب‌بندی در کرنش‌های تقریباً برابر و نزدیک به حالت کرنش صفحه‌ای ($\epsilon_1 = -\epsilon_3, \epsilon_2 = 0$) روی می‌دهد در حالی که با اعمال تغذیه محوری و افزایش مقدار آن، به علت برقراری جریان طولی مواد، حالت تغییر شکل از کرنش صفحه‌ای به سمت حالت کشش تک‌محوری ($\epsilon_1 = -2\epsilon_2 = -2\epsilon_3$) پیش می‌رود که منجر به افزایش مقدار جفت کرنش بحرانی در هر دو روش آب‌بندی می‌شود. به همین دلیل ارتفاع بالچ با افزایش تغذیه محوری در هر دو روش افزایش می‌یابد.

از آنجایی که به ازای یک میزان تغذیه محوری مشخص، در روش آب‌بندی جدید جریان طولی مواد بیشتری در مقایسه با روش آب‌بندی متداول ایجاد می‌شود، گلوبی شدن در روش آب‌بندی جدید در کرنش‌های بحرانی بالاتری روی می‌دهد و به همین علت ارتفاع بالچ بزرگ‌تری در این روش آب‌بندی در مقایسه با روش آب‌بندی متداول شکل می‌گیرد.

اثر ضریب اصطکاک بر عملکرد روش آب‌بندی

جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول. شکل (۱۶) توزیع ارتفاع بالچ در راستای طولی لوله را در لحظه گلوبی شدن به ازای ضرایب اصطکاک مختلف نشان می‌دهد. مطابق شکل (۱۶)، با افزایش ضریب اصطکاک در روش آب‌بندی متداول، ارتفاع بالچ کاهش می‌یابد در حالی که در روش آب‌بندی جدید، ارتفاع بالچ ثابت باقی می‌ماند. این روند به نحوی است که در



شکل ۱۵ مقایسه ضخامت پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای محدود و اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های تجربی: (الف) روش آب‌بندی متداول، (ب) روش آب‌بندی جدید

اثر روش آب‌بندی بر ارتفاع بالچ در آزمایش‌های تجربی. در آزمایش‌های تجربی مقدار ارتفاع بالچ در وسط لوله در صفحه‌ای عمود بر صفحه عبورکننده از محل پارگی اندازه‌گیری شد. نتایج به دست آمده از این اندازه‌گیری‌ها در جدول (۴) آمده است.

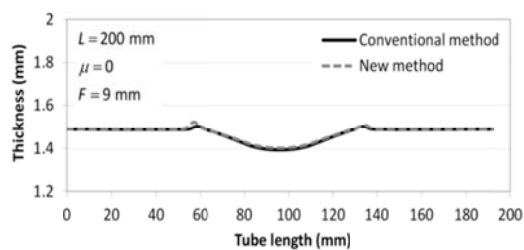
جدول ۴ مقایسه بین ارتفاع بالچ به دست آمده از آزمایش‌های تجربی با استفاده از روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید

مقدار تغذیه F (mm)	ارتفاع بالچ در وسط لوله (mm)		افزایش ارتفاع بالچ (%)
	آب‌بندی جدید	آب‌بندی متداول	
0	1.12	1.11	0.9
7	2.32	2.1	10.48
9	3.39	2.85	18.95

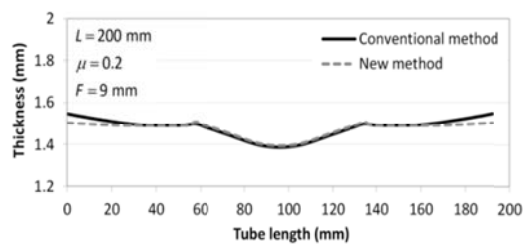
نتایج نشان می‌دهد هنگامی که تغذیه محوری اعمال نمی‌شود افزایش ارتفاع بالچ لوله در روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول بسیار کوچک است اما با اعمال تغذیه محوری مقدار آن افزایش می‌یابد. زیرا هنگامی که تغذیه محوری

ناحیه تغذیه، به‌ویژه در دو انتهای لوله، می‌گردد. به‌همین دلیل، همان‌طور که در شکل (۱۶) نشان داده شد، در این روش آب‌بندی با افزایش ضریب اصطکاک ارتفاع بالج کاهش می‌یابد.

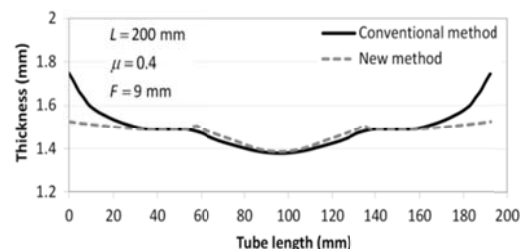
در روش آب‌بندی جدید، به‌علت حذف فشار داخلی در ناحیه تغذیه، نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب حذف می‌گردد، بنابراین جریان طولی مواد تحت تأثیر اصطکاک قرار نمی‌گیرد و ضخامت در ناحیه تغذیه تقریباً بدون تغییر باقی می‌ماند. بر همین دلیل در روش آب‌بندی جدید ارتفاع بالج با افزایش ضریب اصطکاک ثابت باقی می‌ماند و با توجه به کاهش ارتفاع بالج در روش آب‌بندی متداول، اختلاف ارتفاع بالج بین دو روش افزایش می‌یابد.



(الف)



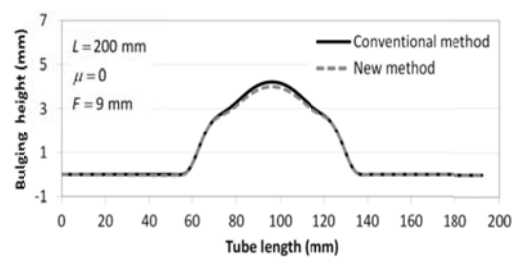
(ب)



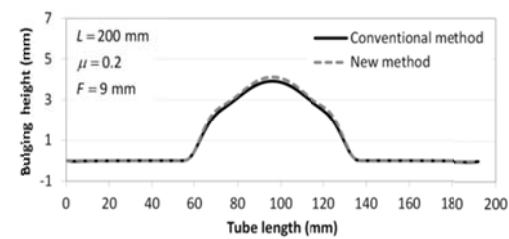
(پ)

شکل ۱۷ مقایسه بین ضخامت پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای محدود برای روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید: (الف) $\mu = 0$ (ب) $\mu = 0.2$ (پ) $\mu = 0.4$

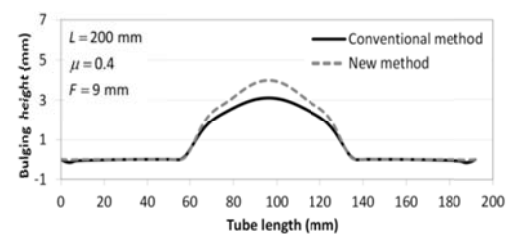
ضریب اصطکاک ۰.۴ ارتفاع بالج وسط لوله در روش آب‌بندی جدید به میزان ۲۸.۱۳٪ بیشتر از روش آب‌بندی متداول است. لازم به ذکر است که زمانی که ضریب اصطکاک برابر با صفر است، ارتفاع بالج وسط لوله در روش آب‌بندی جدید به میزان ۵.۱۳٪ کوچک‌تر از روش آب‌بندی متداول است.



(الف)



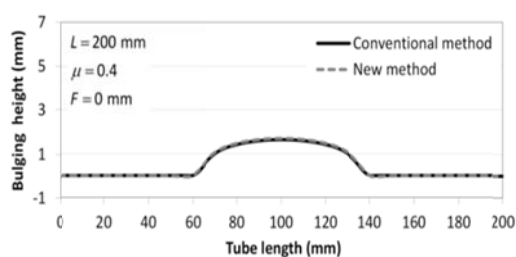
(ب)



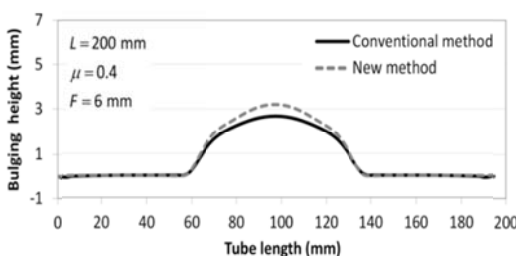
(پ)

شکل ۱۶ مقایسه بین ارتفاع بالج پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای محدود برای روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید (الف) $\mu = 0$ (ب) $\mu = 0.2$ (پ) $\mu = 0.4$

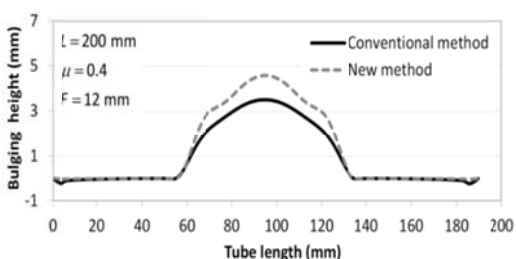
شکل (۱۷) توزیع ضخامت در راستای طولی لوله را در لحظه گلوپی شدن به‌ازای ضرایب اصطکاک مختلف نشان می‌دهد. در روش آب‌بندی متداول با افزایش ضریب اصطکاک، به‌علت افزایش نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله با قالب، جریان مواد از ناحیه تغذیه به ناحیه تغییرشکل دشوارتر می‌شود به‌طوری که تغذیه محوری سبب افزایش ضخامت در



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۱۸ مقایسه بین ارتفاع بالچ پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای محدود برای روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی

جدید: (الف) $F = 0 \text{ mm}$, (ب) $F = 6 \text{ mm}$

(پ) $F = 12 \text{ mm}$

با اعمال تغذیه محوری و افزایش مقدار آن، در روش آب‌بندی متداول ضخامت ناحیه تغذیه افزایش می‌یابد درحالی‌که در روش آب‌بندی جدید ضخامت ناحیه تغذیه تقریباً ثابت باقی می‌ماند. علت این امر آن است با اعمال تغذیه محوری، در روش آب‌بندی متداول به علت مقاومت نیروی اصطکاک در برابر جریان طولی مواد، مواد ناگزیر در راستای ضخامت جریان می‌یابند که منجر به افزایش ضخامت در ناحیه تغذیه روش آب‌بندی متداول می‌گردد. در روش آب‌بندی متداول، هر چه میزان تغذیه محوری بیشتر شود ضخامت در ناحیه تغذیه افزایش بیشتری می‌یابد

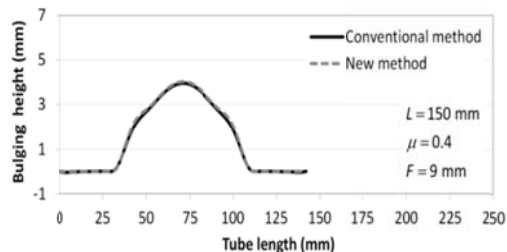
در شرایطی که اصطکاک برابر با صفر است، همان‌گونه که در شکل (۱۷-الف) مشاهده می‌شود، توزیع ضخامت در هر دو روش آب‌بندی تقریباً یکسان است و دیگر افزایش ضخامت در روش آب‌بندی متداول روی نمی‌دهد. تحت این شرایط، میزان تغییر شکل لوله در روش متداول بیشتر از روش جدید است. زیرا در روش آب‌بندی متداول اعمال فشار محیطی در ناحیه تغذیه سبب می‌شود که جریان طولی مواد در راستای طولی لوله در مقایسه با روش آب‌بندی جدید تسهیل گردد. به همین علت زمانی که ضریب اصطکاک برابر با صفر است، ارتفاع بالچ در روش آب‌بندی متداول کمی بیشتر از ارتفاع بالچ در روش آب‌بندی جدید است.

اثر تغذیه محوری بر عملکرد روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول. شکل (۱۸)

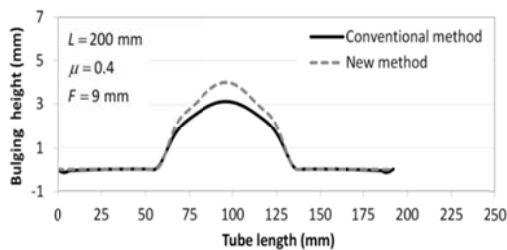
توزیع ارتفاع بالچ در راستای طولی لوله را در لحظه گلوپی شدن به‌ازای تغذیه محوری‌های مختلف نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد هنگامی که تغذیه محوری اعمال نمی‌گردد، ارتفاع بالچ در هر دو روش یکسان هستند اما با اعمال تغذیه محوری و افزایش مقدار آن، ارتفاع بالچ در هر دو روش آب‌بندی افزایش می‌یابد ولی مقدار افزایش ارتفاع بالچ در روش آب‌بندی جدید بیشتر از روش آب‌بندی متداول است. این روند به‌نحوی است که در تغذیه محوری ۱۲ میلی‌متر اختلاف ارتفاع بالچ وسط لوله دو روش به ۳۰.۲۴٪ می‌رسد.

توزیع ضخامت در راستای طولی لوله در لحظه گلوپی شدن به‌ازای تغذیه محوری‌های مختلف در شکل (۱۹) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد هنگامی که تغذیه محوری اعمال نمی‌گردد، توزیع ضخامت در هر دو روش آب‌بندی یکسان است. زیرا نیرویی از طرف سنبه‌ها اعمال نمی‌شود که منجر به ایجاد جریان طولی مواد در ناحیه تغذیه گردد. بنابراین وجود یا عدم وجود نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب بر جریان مواد بی‌تأثیر است.

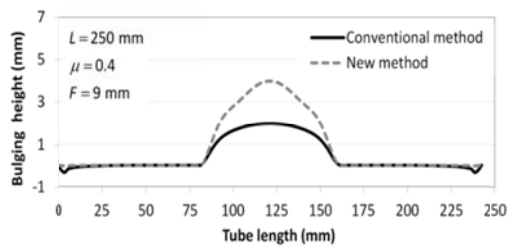
روش آب‌بندی تقریباً برابر است اما در طول لوله 250 میلی‌متر اختلاف ارتفاع بالج وسط لوله به 102.37% می‌رسد.



(الف)



(ب)

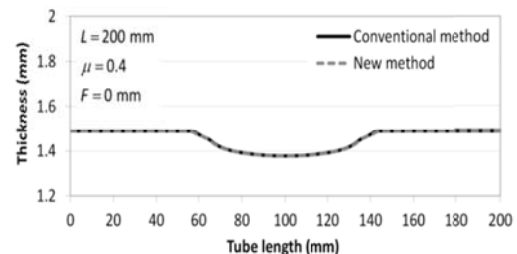


(پ)

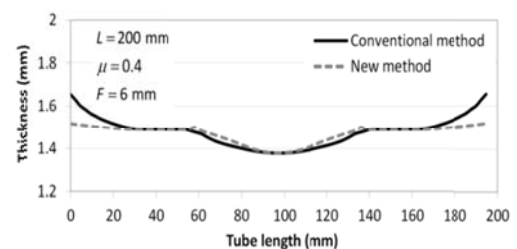
شکل ۲۰ مقایسه بین ارتفاع بالج پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای محدود برای روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید: (الف) $L = 150 \text{ mm}$, (ب) $L = 200 \text{ mm}$, (پ) $L = 250 \text{ mm}$

شکل (۲۱) توزیع ضخامت در راستای طولی لوله را در لحظه گلوپی شدن به‌ازای طول‌های مختلف لوله نشان می‌دهد. در روش آب‌بندی متداول، با افزایش طول لوله، ضخامت لوله در ناحیه تغذیه و به‌ویژه در دو انتهای لوله افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش طول ناحیه تغذیه، به‌علت افزایش سطح تماس لوله و قالب، نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب افزایش می‌یابد، بنابراین مقاومت در برابر جریان طولی مواد نیز

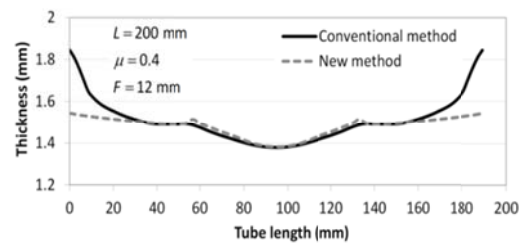
و در نتیجه ارتفاع بالج آن در مقایسه با روش آب‌بندی جدید کاهش می‌یابد.



(الف)



(ب)



(پ)

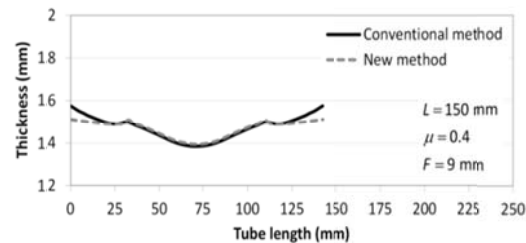
شکل ۱۹ مقایسه بین ضخامت پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای برای روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید (الف) $F = 0 \text{ mm}$, (ب) $F = 6 \text{ mm}$, (پ) $F = 12 \text{ mm}$

اثر طول لوله بر عملکرد روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول. شکل (۲۰) توزیع ارتفاع بالج در راستای طولی لوله را در لحظه گلوپی شدن به‌ازای طول‌های مختلف لوله نشان می‌دهد. در این شبیه‌سازی‌ها طول بالج ثابت است. بنابراین با افزایش طول لوله، طول ناحیه تغذیه افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد با افزایش طول لوله در روش آب‌بندی متداول، ارتفاع بالج کاهش می‌یابد در حالی که در روش آب‌بندی جدید، ارتفاع بالج ثابت باقی می‌ماند. ارتفاع بالج در طول لوله 150 میلی‌متر در دو

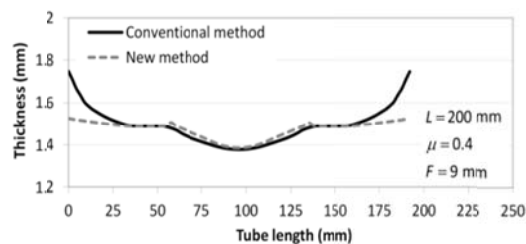
نتیجه‌گیری

در این مقاله روش آب‌بندی جدیدی برای فرایند هیدروفرمینگ لوله به‌کار گرفته شد. در این روش، آب‌بندی از ابتدای ناحیه تغییر شکل صورت گرفت تا فشار داخلی در ناحیه تغذیه اعمال نشود و بدین ترتیب نیروی اصطکاک در سطح تماس لوله و قالب حذف گردد. این روش آب‌بندی با استفاده از افزونه‌های ویژه‌ای که به سنبه‌های متداول فرایند هیدروفرمینگ لوله افزوده می‌شود، پیاده‌سازی شد. نتایج آزمون بالچ آزاد لوله نشان داد هنگامی که تغذیه محوری اعمال می‌گردد، به علت جریان طولی راحت‌تر مواد در روش آب‌بندی جدید، گلوپی شدن در کرنش‌های بزرگ‌تری در مقایسه با روش آب‌بندی متداول روی می‌دهد و به همین دلیل در روش آب‌بندی جدید ارتفاع بالچ بزرگ‌تری شکل می‌گیرد. با استفاده از جفت کرنش‌های بحرانی اندازه‌گیری شده، منحنی حد شکل‌دهی به‌دست آمد که از آن برای پیش‌بینی گلوپی شدن در شبیه‌سازی اجزای محدود استفاده شد. صحت شبیه‌سازی اجزای محدود نیز از طریق مقایسه توزیع ضخامت و ارتفاع بالچ با نتایج آزمایش‌های تجربی تأیید شد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد با افزایش ضریب اصطکاک، تغذیه محوری و طول لوله، ارتفاع بالچ در روش آب‌بندی جدید در مقایسه با روش آب‌بندی متداول افزایش می‌یابد به‌طوری‌که ارتفاع بالچ به بیش از دو برابر ارتفاع بالچ روش آب‌بندی متداول می‌رسد. زیرا با افزایش این پارامترها جریان طولی مواد در روش آب‌بندی متداول در مقایسه با روش آب‌بندی جدید، دشوارتر می‌گردد که افزایش ضخامت در ناحیه تغذیه روش آب‌بندی متداول را نیز در پی دارد. بنابراین باتوجه به نتایج به‌دست آمده این روش آب‌بندی برای فرایند هیدروفرمینگ لوله توصیه می‌گردد.

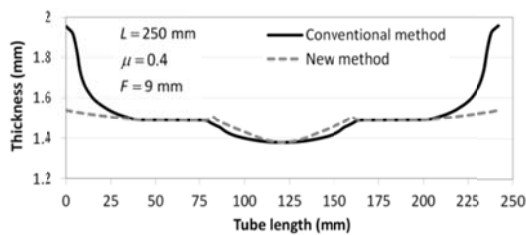
بیشتر می‌شود که نتیجه آن افزایش ضخامت در ناحیه تغذیه لوله و کاهش ارتفاع بالچ لوله است.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۲۱ مقایسه بین ضخامت پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی اجزای محدود برای روش آب‌بندی متداول و روش آب‌بندی جدید، (الف) $L = 150 \text{ mm}$ ، (ب) $L = 200 \text{ mm}$ ، (پ) $L = 250 \text{ mm}$

در روش آب‌بندی جدید، از آنجایی که فشار داخلی در ناحیه تغذیه اعمال نمی‌گردد، افزایش طول ناحیه تغذیه بر نیروی اصطکاک اثر نمی‌گذارد. بنابراین جریان طولی و به تبع آن توزیع ضخامت و ارتفاع بالچ تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد.

مراجع

- Plancak, M., Vollertsen, F. and Woitschig, J., "Analysis, finite element simulation and experimental investigation of friction in tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 170, pp. 220-228, (2005).
- Ngaile, G. and Yang, C., "Analytical model for the characterization of the guiding zone tribotest for

- tube hydroforming", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 131, pp. 591-600, (2009).
3. Vollertsen, F. and Plancak, M., "On possibilities for the determination of the coefficient of friction in hydroforming of tubes", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 125, pp. 412-420, (2002).
 4. Koc, M., "Tribological Issues in the Tube Hydroforming Process—Selection of a Lubricant for Robust Process Conditions for an Automotive Structural Frame Part", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 125, pp. 484-492, (2003).
 5. Prier, M. and Schmoeckel, D., "Tribology of internal high pressure forming", MAT-INFO Werksstoff-Informationsgesellschaft mbH, Humburger Allee, Vol. 26, pp. 379-390, (1999).
 6. Yi, H.K., Yim, H.S., Lee, G.Y., Lee, S.M., Chung and G.S. and Moon, Y.H., "Experimental investigation of friction coefficient in tube hydroforming", *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 21, pp. 194-198, (2011).
 7. Fiorentino, A., Ceretti, E. and Giardini, C., "Tube hydroforming compression test for friction estimation—numerical inverse method, application, and analysis", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 64, pp. 695-705, (2013).
 8. Yang, L., Wu, C. and He, Y., "Dynamic frictional characteristics for the pulsating hydroforming of tubes", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 86, pp. 347-357, (2015).
 9. Abdelkefi, A., Malécot, P., Boudeau, N., Guermazi, N. and Haddar, N., "Evaluation of the friction coefficient in tube hydroforming with the "corner filling test" in a square section die", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 88, pp. 2265-2273, (2017).
 10. Orban, H. and Hu, S.J., "Analytical modeling of wall thinning during corner filling in structural tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 194, pp. 7-14, (2007).
 11. Xu, X., Zhang, W., Li, S. and Lin, Z., "Study of tube hydroforming in a trapezoid-sectional die", *Thin-Walled Structures*, Vol. 47, pp. 1397-1403, (2009).
 12. Nikhare, C., Weiss, M. and Hodgson, P.D., "FEA comparison of high and low pressure tube hydroforming of TRIP steel", *Computational Materials Science*, Vol. 47, pp. 146-152, (2009).
 13. Fiorentino, A., Ceretti, E., Braga, D. and Marzi, R., "Friction in asymmetric feeding tube hydroforming", *International Journal of Material Forming*, Vol. 3, pp. 275-278, (2010).
 14. Abdelkefi, A., Guermazi, N., Boudeau, N., Malécot, P. and Haddar, N., "Effect of the lubrication between the tube and the die on the corner filling when hydroforming of different cross-sectional shapes", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 87, pp. 1169-1181, (2016).
 15. Fiorentino, A., Ceretti, E., Attanasio, A., Braga, D. and Giardini, C., "Experimental study of lubrication influence in the production of hydroformed T-joint tubes", *Key Engineering Materials*, Vol. 410, pp. 15-24, (2009).
 16. Hashemi, S. J., Moslemi Naeini, H., Liaghat, G. H. and Azizi Tafti, R., "Prediction of bulge height in warm hydroforming of aluminum tubes using ductile fracture criteria", *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol. 15(1), pp. 19-29, (2015).
 17. Keeler, S.P., "Circular grid system—a valuable aid for evaluating sheet metal formability", *SAE Technical Paper*, (1968).
 18. Goodwin, G.M., "Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop", *SAE Technical Paper*, No. 680093, (1968).
 19. Kasaei, M.M., Moslemi Naeini, H., Liaghat, G.H., Silva, C.M.A., Silva, M.B. and Martins, P.A.F., "Revisiting the wrinkling limits in flexible roll forming", *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 50, pp. 528-54, (2015).

حل معادلات ضربه قوچ یک بعدی و دوبعدی با استفاده از شار موج تغییر یافته و مدل آشفته بالدوین-لوماکس *حسین مهدیزاده^(۱)

چکیده در این مقاله معادلات جریان ناپایایی لزج در لوله های کشسان در حالت یک و دوبعدی، توسط یک روش بخش موج گودونوف مدل سازی می گردند. مدل عددی ارائه شده در اینجا قادر است با استفاده از یک روش شار موج تغییر یافته جملات اصطکاک را در داخل تفاوت شارها در دو سلول مجاور روش حجم محدود قرار دهد و شار موج های مرتبط با آن را محاسبه نماید. برای لحاظ کردن عبارات اصطکاک در اینجا از مدل آشفته بالدوین-لوماکس استفاده می گردد. در ابتدا روش عددی برای حل معادلات ضربه قوچ برای یک لوله متصل به مخزن استفاده می شود و نتایج عددی حاصل با حل دقیق و همچنین روش خطوط مشخصات در دو حالت بدون اصطکاک و همچنین با در نظر گرفتن ترم های اصطکاک پایا مقایسه می گردد. سپس الگوریتم عددی مورد نظر برای مدل نمودن جریان در دو لوله با عده های رینولدز مختلف ($Re=15800$, $Re=5800$) که مرتبط با قطر لوله و سرعت متوسط می باشند، با در نظر گرفتن عبارات اصطکاک ناپایدار به کار رفته و نتایج عددی به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می گردد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که مدل عددی معرفی شده در حالت یک بعدی کاملاً بر حل دقیق منطبق است. همچنین در حالت دوبعدی و با لحاظ نمودن عبارات اصطکاک آشفته تطابق بسیار خوبی را با نتایج آزمایشگاهی برای هر دو محدوده عدد رینولدز، حتی برای اعداد کورانت نزدیک به یک دارا می باشد.

واژه های کلیدی ضربه قوچ؛ الگوریتم پخش موج؛ روش شار موج؛ الگوی بالدوین لوماکس.

Numerical Solution of the One- and Two-Dimensional Water Hammer Problems based on a Modified Flux-wave Approach and Baldwin-Lomax Turbulence Model

H. Mahdizadeh

Abstract In this paper the two-dimensional unsteady flow within the elastic pipes is modelled based on a Godunov-type wave propagation algorithm. The numerical solver applied herein employs a modified flux-wave approach which mainly treats the friction source term within the flux-differencing of the finite volume neighboring cells to calculate the relevant flux-waves. In order to include the unsteady friction term the Baldwin-Lomax turbulence model is utilized. First, the method is examined to model the water hammer problem for a pipe connected to reservoir and the obtained numerical results are compared with either the exact solution or method of characteristic with both frictionless and steady friction terms. Then, the proposed scheme is employed to simulate the flow within two pipes with different Reynolds number ($Re=15800$, $Re=5800$) and the numerical simulations are validated with the available experimental data. It will be shown that for one-dimensional water hammer problem the defined numerical scheme gives the exact solutions. Additionally for the two-dimensional water hammer test cases and for the both given Reynolds number the numerical model containing turbulent friction terms provides very good agreement with existing experimental data even for the Courant number close to one.

Key Words Water hammer problem, Wave propagation algorithm, Flux wave approach, Baldwin-Lomax method

مقدمه

حل مسائل جریان گذار در لوله‌ها از مسایل بسیار مهم در مهندسی عمران و مکانیک می‌باشد. یکی از متداول‌ترین انواع جریان‌ها گذار پدیده ضربه‌قوچ است که می‌تواند باعث تغییرات سریع فشار و ایجاد موج‌های ایستا در درون لوله گردد. حرکت موج‌های مذکور می‌تواند نهایتاً منجر به تغییر شکل ناگهانی لوله و تخریب اتصالات شیرها و پمپ‌های موجود در سیستم گردد. در سال‌های اخیر روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی جریان لوله‌ها در حالت گذار در حالت یک‌بعدی و دوبعدی ارائه گردیده است که این روش‌ها به‌صورت جامع توسط گیدوا و همکاران [1] بررسی و مرور گردیده‌اند. به‌طور کلی معادلات ضربه‌قوچ را در حالت یک‌بعدی می‌توان با روش خطوط مشخصات، روش تفاضل محدود، و همچنین روش المان محدود حل نمود. روش خطوط مشخصات یک روش سریع و دقیق می‌باشد که به‌طور گسترده‌ای برای حل معادلات ضربه‌قوچ در حالت یک‌بعدی استفاده می‌گردد. از مزایای اصلی این روش سادگی در برنامه‌نویسی و سرعت بالای آن می‌باشد. سامانی و خیاط‌زاده [2] معادله ضربه‌قوچ را با وجود جملات اصطکاک پایدار با استفاده از روش خطوط مشخصات حل نموده‌اند. از معایب اصلی روش خطوط مشخصات عدم دقت آن در صورت وجود سرعت بالای موج به‌خصوص در نقاط منقطع می‌باشد. چادوری و حسینی [3] معادلات ضربه‌قوچ را با روش تفاضل‌های محدود حل کردند. آنها دریافتند که روش تفاضل محدود مرتبه‌دوم نتایج بهتری نسبت به روش خطوط مشخصات مرتبه اول می‌دهد. در سال‌های اخیر توجه نسبتاً خوبی به حل معادلات ضربه‌قوچ با استفاده از روش‌های حجم محدود گودونوف (Godunov) [4] شده است. روش‌های گودونوف یک راه حل صریح برای حل سیستم معادلات هذلولی می‌باشند که می‌توانند در حالت‌های بقایی و غیربقایی به‌خصوص برای حل معادلات اولر و آب‌های کم‌عمق استفاده گردند. این روش‌ها که به

روش‌های تسخیر موج ایستا نیز (Shock Capturing Methods) معروف هستند به‌صورت نسبتاً کامل توسط لوک [5] و تورو [7، 6] مرور گردیده‌اند. ژائو و گیدوا [8] روش‌های مرتبه اول و دوم حجم محدود صریح گودونوف را برای مسائل ضربه‌قوچ فرمول‌بندی و تحلیل کردند. آنها دریافتند که این روش به نتایج نسبتاً بهتری نسبت به خطوط مشخصات منجر می‌گردد. در دیگر کار ونگ و چانگ [9] یک روش مرتبه‌دوم یک‌بعدی را برای حل معادلات جریان ناپایا در لوله‌ها توسعه داده‌اند. برای صحت‌سنجی نتایج مدل آن را با حل دقیق و روش خطوط مشخصات مقایسه نموده‌اند. اخیراً برخی از روش‌های عددی برای مدل نمودن جریان گذار در لوله‌ها با استفاده از عبارات اصطکاک ناپایدار با استفاده از روش‌های حجم محدود و رانگ کوتای مرتبه‌بالا ارائه گردیده است. به‌عنوان مثال ژائو و گیدوا [8] مدل $k - \varepsilon$ را برای مدل‌سازی جریان گذار در لوله‌ها در حالت دوبعدی برای روش حجم محدود ارائه کرده‌اند. ریسی و همکاران [10] یک مدل درجه چهارم رانگ کوتا را برای حل معادله‌های ضربه‌قوچ در حالت دوبعدی معرفی نموده‌اند. برای لحاظ نمودن ترم‌های اصطکاک ناپایدار در حالت دوبعدی در روش آنها از مدل جریان آشفته $k - \omega$ استفاده شده است. در دیگر کار واهبا [11] به ارائه یک روش عددی براساس الگوی رانگ کوتای مرتبه‌دوم مرکزی برای حل معادلات ضربه‌قوچ پرداخته است. برای در نظر گرفتن عبارت‌های جریان آشفته از مدل بالدوین-لوماکس استفاده گردیده است. در جهت بررسی نتایج در این کار روش عددی معرفی‌شده با حل آزمایشگاهی و دقیق مقایسه گردیده است.

هدف اصلی در مقاله حاضر معرفی یک روش دقیق حجم محدود براساس الگوریتم بخش موج برای حل معادلات ضربه‌قوچ در حالت‌های یک‌بعدی و دوبعدی می‌باشد. برای محاسبه جملات راست‌رونده و چپ‌رونده در الگوریتم بخش موج معرفی‌شده از روش شار موج استفاده می‌گردد. مدل شار موج موردنظر در واقع توسعه روش شار موج تغییر یافته برای معادلات

چگالی (kg/m^3)، g شتاب گرانش (m/s^2) و نهایتاً تنش برشی (N/m^2) می باشد که توسط معادله زیر محاسبه می گردد:

$$\tau_{rx} = \rho(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (2)$$

که در اینجا v ، لزجت دینامیک سیال (m^2/s) و v_t لزجت گردابه ای (m^2/s) (Eddy Viscosity) می باشد که در حالت جریان آرام برابر صفر در نظر گرفته می شود و در حالت جریان آشفته از یک مدل مناسب جریان آشفته قابل محاسبه است. برای بیان معادلات ضربه قوچ در حالت یک بعدی با جملات اصطکاک پایدار تنها لازم است که در معادله (۱) عبارت سرعت در هر مقطع از لوله u با سرعت متوسط V جایگزین گردد و به جای ترم $\frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r}$ عبارت زیر در رابطه اندازه حرکت قرار گیرد [13]:

$$\frac{-fV|V|}{2D} \quad (3)$$

در رابطه بالا D قطر لوله (m) و f ضریب اصطکاک مودی در حالت پایدار می باشد و توسط رابطه سوامی-جین قابل بیان است [14].

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (4)$$

در رابطه فوق ε زبری لوله و Re عدد رینولدز است که عبارت فوق تنها در محدوده $4000 < Re \leq 3 \times 10^8$ برای لوله های زیر قابل محاسبه است. همان طور که قبلاً نیز بیان گردید معادلات ضربه قوچ یک سیستم معادلات هذلولی می باشند و در معادله (۱) به صورت غیربقا بیان گردیده اند. با حذف

جریان ناپایا در لوله ها می باشد که در ابتدا برای حل معادلات آب های کم عمق در حالت یک بعدی و دوبعدی توسط مهدیزاده و همکاران [12, 13] معرفی گردیده است. مدل مورد نظر یک مدل کاملاً خوش توازن (Well-Balanced) است که اثر عبارت های چشمه مانند اصطکاک را در داخل تفاضل دو سلول حجم محدود لحاظ می نماید. از طرف دیگر در مدل مذکور احتیاج به محاسبه ماتریس ژاکوبی در هر گام زمانی نمی باشد و تنها از این ماتریس برای محاسبه مقدار ویژه و بردارهای ویژه استفاده می گردد و به همین علت از سرعت بالاتری نسبت به مدل های عددی دیگر برخوردار می باشد. برای در نظر گرفتن ترم های اصطکاک ناپایدار در این مقاله از مدل جریان آشفته بالادین-لوماکس بهره گرفته می شود. ادامه این مقاله بدین صورت می باشد که در ابتدا به معرفی معادلات ضربه قوچ پرداخته می شود سپس به توسعه الگوی پخش موج و روش شار موج تغییر یافته، با در نظر گرفتن عبارت های اصطکاک برای معادلات ضربه قوچ پرداخته می شود. در ادامه الگوی آشفته بالادین لوماکس بیان می شود و نهایتاً الگوی عددی معرفی شده برای چند مسئله جریان گذار در لوله ها به کار می رود و نتایج عددی به دست آمده با حل تحلیلی و آزمایشگاهی مقایسه می گردد.

معادلات ضربه قوچ در حالت دوبعدی. معادلات ضربه قوچ در حالت دوبعدی به صورت کلی زیر قابل بیان می باشد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (۱) H هد فشار (m)، a سرعت موج (m/s)، u سرعت جریان در هر مقطع از لوله (m/s)، V سرعت متوسط r فاصله از مرکز لوله (m/s)، ρ

الگوریتم پخش موج برای حل سیستم معادلات هذلولی

روش پخش موج گودونوف برای اولین بار توسط لوک [5, 15] بیان گردید که به صورت کلی زیر قابل بیان می باشد.

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (A^+ \Delta U_{i-1/2} + A^- \Delta U_{i+1/2}) - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{F}_{i+1/2}^n - \tilde{F}_{i-1/2}^n), \quad (9)$$

که در آن بردار مجهولات در گام زمانی $n+1$ ، و $A^+ \Delta U_{i-1/2}$ و $A^- \Delta U_{i+1/2}$ به ترتیب موج های راست رونده و چپ رونده می باشند که به صورت رابطه (۱۰) قابل محاسبه هستند.

$$A^- \Delta U_{i-1/2} = \sum_{k: s_{i-1/2} < 0} \xi_{k,i-1/2}, \\ A^+ \Delta U_{i-1/2} = \sum_{k: s_{i-1/2} > 0} \xi_{k,i-1/2}, \quad (10)$$

در رابطه بالا عبارت $\xi_{k,i-1/2}$ ، شار موج k ام در سطح مشترک $i-1/2$ می باشد که با سرعت موج $s_{i-1/2}$ منتشر می گردد و از ضرب یک ضریب مانند $\beta_{k,i-1/2}$ در مقدار بردار ویژه $r_{k,i-1/2}$ برای هر سطح مشترک سلول حجم محدود قابل محاسبه است.

$$\xi_{k,i-1/2} = \beta_{k,i-1/2} r_{k,i-1/2}, \quad (11)$$

لازم به ذکر است که مقدار سرعت موج $s_{i-1/2}$ برابر با مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبی ترم شار در معادله (۷) می باشد که برای سیستم مورد نظر $\pm a$ به دست خواهد آمد. عبارات $\tilde{F}_{i\pm 1/2}^n$ در رابطه فوق مرتبط با دقت مرتبه دوم هستند و می توانند به شکل زیر تعریف گردند.

$$\tilde{F}_{i-1/2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{M_w} \left(I - \frac{\Delta t}{\Delta x} |s_{k,i-1/2}| \right) \xi_{k,i-1/2} \quad (12)$$

عبارت $V \frac{\partial H}{\partial x}$ و $u \frac{\partial u}{\partial x}$ که از لحاظ مقداری بسیار ناچیز می باشند می توان سیستم معادلات (۱) را در شکل بقای و به صورت شکل زیر بیان نمود.

$$U_t + F(U)_x = S \quad (5)$$

که در اینجا،

$$U = \begin{bmatrix} H \\ u \end{bmatrix}, F(U) = \begin{bmatrix} \frac{a^2}{g} V \\ gH \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

می باشد. در معادلات فوق U بردار مجهولات $F(U)$ بردار شار و نهایتاً S بردار جملات چشمه می باشد. ماتریس ژاکوبی و بردارهای ویژه مرتبط با بردار شار، برای سیستم فوق به صورت زیر قابل بیان است.

$$F'(U) = \begin{bmatrix} 0 & a^2/g \\ g & 0 \end{bmatrix}, \\ r_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -g/a \end{bmatrix}, \quad r_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ g/a \end{bmatrix}. \quad (7)$$

در رابطه بالا $F'(U)$ ماتریس ژاکوبی و بردارهای r_1 و r_2 بردارهای ویژه برای ماتریس مذکور می باشند. شایان ذکر است که برای حالت دوبعدی معادلات ضربه قوچ، سرعت متوسط در هر گام زمانی می تواند توسط عبارت زیر محاسبه گردد.

$$V = \frac{\int_0^R u 2\pi r dr}{\pi R^2}. \quad (8)$$

همان طور که قبلاً نیز بیان گردید برای حل سیستم معادلات ضربه قوچ در این مقاله از الگوریتم پخش موج و روش شار موج استفاده خواهد گردید که در ادامه به صورت کلی به بیان این روش ها پرداخته می گردد.

$$\left[\begin{array}{c} 0 \\ a^2 / g(u_i - u_{i-1}) \\ g(H_i - H_{i-1}) \end{array} \right] - \Delta x \left[\begin{array}{c} 1 \\ \frac{\partial(r_i \tau_{rx})}{\partial r_i} \end{array} \right] \quad (14)$$

$$= \beta_{1,i-1/2} \left[\begin{array}{c} 1 \\ -g/a \end{array} \right] + \beta_{2,i-1/2} \left[\begin{array}{c} 1 \\ g/a \end{array} \right],$$

که از رابطه مذکور ضرایب $\beta_{2,i-1/2}$ و $\beta_{1,i-1/2}$ می توانند به شکل زیر محاسبه گردند.

$$\beta_{1,i-1/2} = \frac{c\Gamma_2 - \Gamma_1}{2c}, \quad (15)$$

$$\beta_{2,i-1/2} = \frac{\Gamma_1 + c\Gamma_2}{2c}.$$

که در اینجا،

$$\Gamma_1 = a^2 / g(u_i - u_{i-1}),$$

$$\Gamma_2 = g(H_i - H_{i-1}) - \Delta x \frac{1}{\rho r_i} \frac{\partial(r_i \tau_{rx})}{\partial r_i}. \quad (16)$$

و مقدار $c = g/a$ می باشد.

با محاسبه مقدارهای $\beta_{2,i-1/2}$ و $\beta_{1,i-1/2}$ از طریق حل سیستم (۱۵) می توان موج های شار $\xi_{k,i-1/2}$ را محاسبه نمود که نهایتاً موج های راست رونده و چپ رونده $A^\pm \Delta U_{i-1/2}$ که برای محاسبه بردار مجهولات برای زمان بعدی در روش پخش موج گودونوف مورد نیاز هستند به دست خواهند آمد.

روش بالدوین - لوماکس برای محاسبه لزجت

گردابه ای

مدل بالدوین - لوماکس [17] یک مدل آشفته دولایه ای می باشد که در آن لزجت گردابه ای باید در هر لایه به طور مجزا محاسبه گردد. مقدار V_i در هر لایه به ترتیب V_{ti} و V_{to} می باشد که در اینجا V_{ti} لزجت گردابه ای در لایه داخلی و V_{to} لزجت گردابه ای در لایه

که در این رابطه $\xi_{k,i-1/2}$ شار موج با اعمال محدودکننده می باشد. برای روش پخش موج می توان از محدودکننده های مختلفی نظیر van-Leer و superbee و MC استفاده نمود که جزئیات نوع محدودکننده در [5, 15] شرح داده شده است. اگر در معادله بالا مقدار $\tilde{F}_{i\pm 1/2}^n = 0$ باشد الگوریتم پخش موج مرتبه اول گودونوف به دست می آید.

روش شار موج برای حل معادلات ضربه قوچ در

شکل بقایی

روش شار موج در ابتدا برای حل معادلات دینامیک گازها توسط بیل و همکاران [16] معرفی گردید. این روش بعدها توسط مهدیزاده و همکاران [12, 13] برای حل معادلات آب های کم عمق با قابلیت پخش بر روی سطح خشک تغییر داده شد [12, 13] که در این مقاله از این روش برای حل معادلات ضربه قوچ استفاده خواهد گردید. در حالت کلی از روش شار برای محاسبه موج های راست رونده و چپ رونده در الگوریتم پخش موج مطابق معادله (۱۰) می توان استفاده نمود. روش شار موج می تواند در حالت کلی به صورت زیر بیان گردد.

$$F(U_i) - F(U_{i-1}) - S_{i-1/2} \Delta x = \sum_{k=1}^{M_w} \xi_{k,i-1/2}, \quad (13)$$

در رابطه فوق $F(U_i)$ و $F(U_{i-1})$ بردارهای شار در سمت چپ و راست سطح مشترک $i-1/2$ برای دو سلول مجاور می باشند و M_w نشان دهنده تعداد موج ها برای روش شار موج است که این تعداد برای معادلات ضربه قوچ برابر با ۲ است. روش شار موج برای معادلات ضربه قوچ در شکل بقایی می تواند به صورت زیر توسعه پیدا کند.

خارجی می‌باشد که اساس انتخاب آن به شرایط زیر بستگی دارد.

$$v_t = \begin{cases} v_{ti} & y \leq y_m \\ v_{to} & y > y_m \end{cases} \quad (۱۷)$$

در معادله فوق $y_m(m)$ کوچک‌ترین ارتفاع $y(m)$ یعنی ارتفاع از جدار لوله تا مرکز است که در آن ارتفاع $v_{ti} = v_{to}$ می‌باشد. مقدارهای v_{ti} و v_{to} می‌تواند براساس روابط ذکر شده در ذیل محاسبه گردد.

$$\begin{aligned} v_{ti} &= l_{mix}^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \\ l_{mix} &= ky \left| 1 - e^{-y^+ / 26} \right| \\ v_{to} &= \beta C_{cp} F_{wake} F_{Kleb} (y; y_{max} / C_{Kleb}) \\ F_{wake} &= \min(y_{max} F_{max}; C_{cw} y_{max} U_{dif}^2 / F_{max}) \\ F_{max} &= \frac{1}{k} \left[\max_y \left(l_{mix} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \right] \end{aligned} \quad (۱۸)$$

که در معادله بالا $y_{max}(m)$ مقداری از ارتفاع y می‌باشد که در آن ارتفاع عبارت $l_{mix} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$ بیشترین مقدار خود را دارا است. U_{dif} بیانگر بیشترین مقدار پروفایل سرعت و F_{Kleb} تابع کلبانوف (Klebanoff) می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$F_{Kleb}(y; \delta) = \left[1 + 5.5 \left(\frac{C_{Kleb} y}{y_{max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (۱۹)$$

و مقادیر $\beta = 0.0168$ ، $C_{cp} = 1.6$ ، $k = 0.4$ و $C_{wk} = 1.0$ و $C_{Kleb} = 0.3$ به عنوان ضرایب ثابت در روش بالدوین-لوماکس استفاده می‌گردند. برای محاسبه لزجت گردابه‌ای در حالت آشفته برای معادلات ضربه‌قوچ لازم است که پروفایل سرعت جریان آشفته در حالت پایدار به عنوان شرط اولیه برای

محاسبات ضربه‌قوچ اعمال گردد که برای این کار می‌توان از معادله زیر که از حل تحلیلی جریان آشفته در لوله‌ها به دست می‌آید، استفاده نمود.

$$(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial r} = u_\tau^2 \left(1 - \frac{y}{R} \right) \quad (۲۰)$$

که در رابطه بالا $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ سرعت اصطکاکی (m/s) می‌باشد. معادله (۲۰) را می‌توان با انتگرال‌گیری یا با روش تفاضل محدود به سهولت حل نمود و مقدار سرعت آشفته در حالت پایدار را به دست آورد. لازم به ذکر است که در روش بالدوین-لوماکس باید از یک حدس اولیه برای u_τ استفاده گردد که این مقدار می‌تواند از رابطه پرنتل (Prandtl) برای لوله‌های صاف محاسبه شود.

$$u_\tau = \sqrt{f V^2 / 8} \quad (۲۱)$$

که برای محاسبه ضریب اصطکاک در اینجا می‌توان از رابطه کلبروک-وایت برای لوله‌های صاف به شکل زیر استفاده نمود.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8 \quad (۲۲)$$

نکته دیگری که در مورد محاسبه پروفایل جریان آشفته در حالت پایدار باید به آن اشاره نمود این است که مقدار y_{max} در ابتدا یک مقدار نامشخص است که به کل بردار سرعت بستگی دارد. لذا در روش بالدوین-لوماکس در ابتدا از یک حدس اولیه برای بردار سرعت استفاده می‌شود که این حدس اولیه در قالب یک فرایند تکراری در داخل روش مذکور مادامی که شرط زیر برقرار گردد تصحیح می‌گردد.

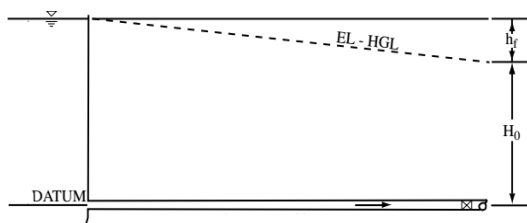
$$\|u^{n+1} - u^n\|_2 \leq 10^{-6} \quad (۲۳)$$

عبارات اصطکاک آشفته بالدوین - لوماکس برای یک لوله با اعداد رینولدز مختلف ۵۶۰۰ و ۱۵۸۰۰ اجرا می شود و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می گردد. لازم به ذکر است که برای به دست آوردن دقت مرتبه دوم مکانی در تمامی مسائل حل شده از محدودکننده MC استفاده گردیده است. تعداد گره و عدد کورانت برای هر مسئله به نوبه خود ذکر می گردد.

حل عددی مسئله ضربه قوچ برای لوله متصل به

مخزن در حالت یک بعدی بدون اصطکاک

در اولین مثال حل شده در اینجا مدل عددی معرفی شده برای مدل سازی پدیده ضربه قوچ برای یک لوله متصل به مخزن که به صورت شکل (۱) می باشد در حالت یک بعدی و بدون اصطکاک به کار می رود.



شکل ۱ لوله متصل به مخزن برای مدل سازی پدیده ضربه قوچ در حالت یک بعدی [10]

همان طور که در شکل نیز مشاهده می گردد لوله مورد نظر به طول ۲۴۴ متر و قطر ۰/۶ متر است که به یک مخزن به ارتفاع هد ۶۰۹ متر متصل می باشد که آب با سرعت متوسط ۰/۶ (m/s) در آن در جریان می باشد [8]. همچنین این لوله شامل یک شیر در انتها است که در زمان صفر بسته می شود و باعث ایجاد سرعت موج $a = 1219 \text{ m/s}$ در آن می گردد. مقادیر لزجت سینماتیکی و زبری لوله برای مسئله در نظر گرفته شده به ترتیب $\nu = 1.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ و $\varepsilon = 0.0005 \text{ m}$ می باشند. شکل (۲) نوسانات

که در رابطه فوق $\| \cdot \|_2$ نرم اقلیدسی و u^n و u^{n+1} به ترتیب بردارهای سرعت در تکرارهای n و $n+1$ می باشند.

پایداری مدل و شرایط مرزی برای معادلات

ضربه قوچ در حالت دوبعدی

برای ایجاد پدیده ضربه قوچ به عنوان شرایط مرزی لازم است که یک هد ثابت در تمام زمان ها در مرز بالادست برای محاسبه فشار داده شود. این در حالی است که در مدل دوبعدی جریان گذار در لوله ها سرعت از معادله اندازه حرکت در هر مقطع از لوله به دست می آید. در مرز پایین دست درست قبل از شیر سرعت در تمامی مقاطع باید در مقدار صفر نگه داشته شود. شایان ذکر است که برای ایجاد پایداری برای الگوریتم پخش موج معرفی شده لازم است هر گام زمانی مطابق شرط زیر تعیین گردد.

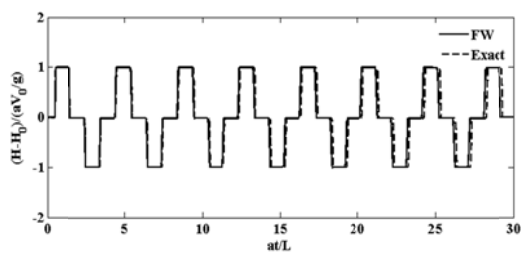
$$Cr = |a \Delta t / \Delta s| \leq 1 \quad (24)$$

در رابطه بالا Cr عدد کورانت می باشد که در این مقاله برای مسائل حل شده از اعداد کورانت نزدیک به یک استفاده گردیده است. در واقع اعمال اعداد کورانت نسبتاً نزدیک به ۱ در اینجا از مزایای اصلی روش پخش موج معرفی شده نسبت به مدل های مشابه دوبعدی است که زمان پردازش را برای مسائل گذار بسیار تسریع می نماید.

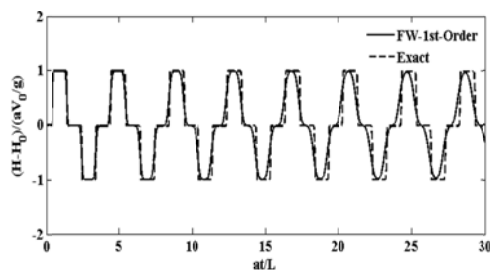
نتایج عددی

برای بررسی قابلیت روش دوبعدی معرفی شده برای مدل سازی مسائل ضربه قوچ در این قسمت به بیان چند مثال عددی پرداخته می شود. در ابتدا روش مورد نظر برای یک لوله متصل به مخزن در حالت یک بعدی حل می شود و نتایج حاصل با حل دقیق در حالت بدون اصطکاک مقایسه می گردد. در ادامه مدل دوبعدی با

بیشتری را نسبت به نتایج برروی شیر از خود نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که برای کلیه نتایج ارائه شده در اینجا تعداد سلول‌های محاسباتی برابر با صد عدد و مقدار عدد کورانت $Cr = 0.8$ می‌باشد.



شکل ۴ مقایسه منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم و در حالت بدون اصطکاک با حل دقیق

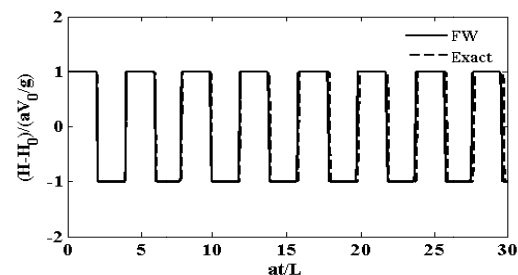


شکل ۵ منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه اول و در حالت بدون اصطکاک با حل دقیق

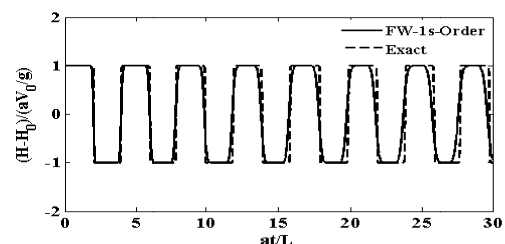
مدل‌سازی جریان ضربه قوچ در حالت دوبعدی و مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی

در این قسمت به مقایسه مدل عددی معرفی شده با داده‌های آزمایشگاهی و لحاظ کردن ترم‌های اصطکاک ناپایدار پرداخته می‌گردد. برای این منظور در اینجا از داده‌های آزمایشگاهی به دست آمده در مراجع [18, 19] استفاده گردیده است که خلاصه شرایط اولیه آن در جدول (۱) آورده شده است.

به دست آمده برای هد فشار را با استفاده از روش شار موج معرفی شده با دقت مرتبه دوم و در محل شیر برای زمان ۶۰ ثانیه نشان می‌دهد. همان‌طور که در اینجا دیده می‌شود مدل حجم محدود معرفی شده در حالت بدون اصطکاک کاملاً بر حل تحلیلی منطبق می‌باشد که حاکی از دقت بالای این مدل است. در شکل (۳) نتایج عددی حل مدل با دقت مرتبه اول با حل دقیق مقایسه می‌گردد که نشان از پخش شدگی جواب‌ها نسبت به روش مرتبه دوم به خصوص در بالای موج‌های ایستا (shock waves) است.



شکل ۲ مقایسه منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم و در حالت بدون اصطکاک با حل دقیق



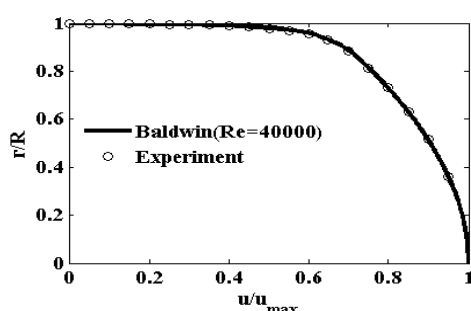
شکل ۳ مقایسه منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه اول و در حالت بدون اصطکاک با حل دقیق

شکل‌های (۴ و ۵) نتایج حاصل از حل مدل یک‌بعدی را برای مثال فوق به ترتیب با دقت مرتبه اول و دوم برای هد فشار در مرکز لوله نشان می‌دهد. همان‌طور که در اینجا نیز مشاهده می‌گردد شبیه‌سازی عددی با دقت مرتبه دوم دوباره بر حل دقیق منطبق می‌گردد در حالی که مرتبه اول حالت پخش شدگی

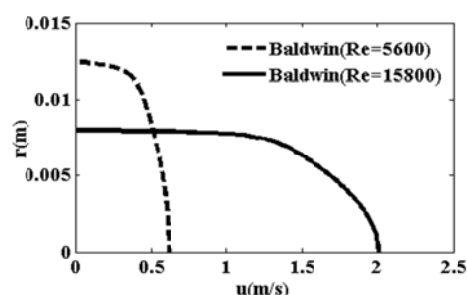
جدول ۱. پارامترهای مختلف برای آزمایش‌های ضربه قوچ

عدد رینولدز	لزجت سینماتیکی m^2/s	سرعت m/s	سرعت موج	طول لوله m	قطر لوله mm	نوع آزمایش
5600	1.184×10^{-6}	0.3032	1319	37/2	22.1	الف
15800	9.5×10^{-7}	0.9411	1297	37/2	16	ب

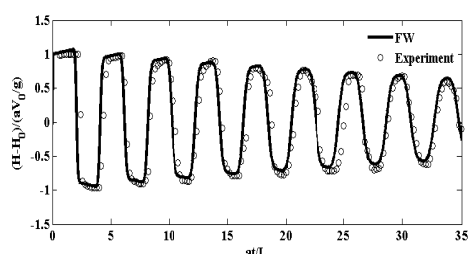
مدل دوبعدی و همچنین محاسبه نسبتاً واقعی ترم‌های اصطکاکی توسط روش بالدوین-لوماکس می‌باشد.



شکل ۶. مقایسه نتایج مدل بالدوین-لوماکس و داده‌های آزمایشگاهی برای عدد $Re = 40000$



شکل ۷. پروفایل‌های سرعت اولیه برای اعداد رینولدز نشان داده شده در جدول ۱ که توسط روش بالدوین-لوماکس به دست آمده‌اند.

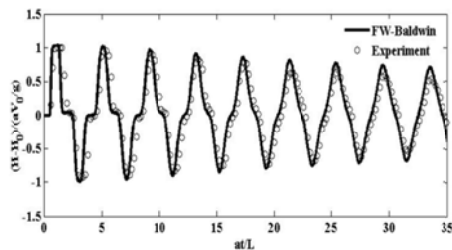


شکل ۸. مقایسه منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۵۶۰۰ با حل دقیق

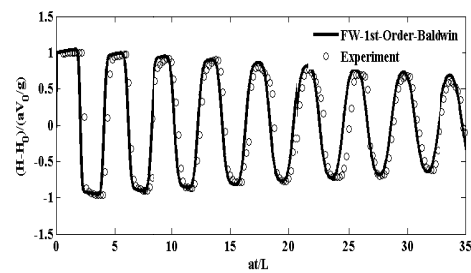
همان‌گونه که قبلاً ذکر گردید برای مدل‌سازی دوبعدی جریان گذار در لوله‌ها باید سرعت اولیه در حالت پایدار توسط مدل آشفته بالدوین-لوماکس ایجاد گردد. برای بررسی صحت مدل بالدوین-لوماکس ارائه شده مقادیر سرعت در حالت پایدار در ابتدا با مقادیر آزمایشگاهی که در مرجع [20] برای عدد رینولدز $Re=40000$ محاسبه شده است در شکل (۶) مقایسه می‌گردد.

همان‌طور که در این شکل نمایان است مدل بالدوین-لوماکس مطابقت بسیار خوبی را با داده‌های آزمایشگاهی برای اعداد رینولدز بالا نشان می‌دهد. در شکل (۷) پروفایل‌های سرعت‌های اولیه که توسط روش بالدوین-لوماکس به دست آمده‌اند برای دو عدد رینولدز ۵۶۰۰ و ۱۵۸۰۰ برای تعداد گره ۸۰ عدد در جهت عمود بر محور لوله و ۲۰۰ سلول در جهت افقی نشان داده شده است. به‌طوری‌که قبلاً نیز بیان گردید این سرعت‌ها باید در زمان صفر به عنوان شرایط اولیه برای روش شار موج استفاده گردند.

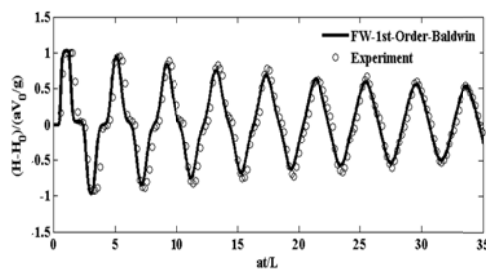
پس از محاسبه سرعت اولیه مدل عددی شار موج معرفی شده برای یک شبکه 80×200 با عدد کورانت $Cr = 0.9$ اجرا می‌گردد که در اینجا ۲۰۰ تعداد سلول‌ها در جهت محور لوله و ۸۰ تعداد گره در جهت عمود بر محور می‌باشند. شکل (۸) نتایج حاصل مدل عددی با دقت مرتبه دوم را که از حل دوبعدی روش شار موج با ترم‌های اصطکاکی حاصل از روش بالدوین-لوماکس به دست آمده است، برای آزمایش الف و نوسانات فشار در محل شیر نشان می‌دهد. مقایسه روش عددی و داده‌های آزمایشگاهی بیانگر این مطلب است که مدل عددی تطابق بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که نشان‌دهنده دقت



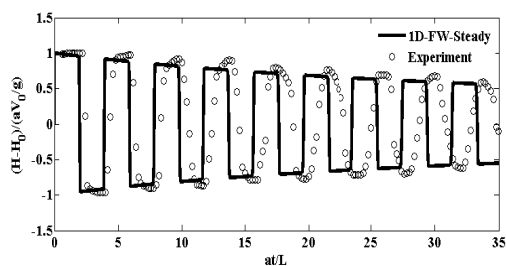
شکل ۱۰ منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۵۶۰۰ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی



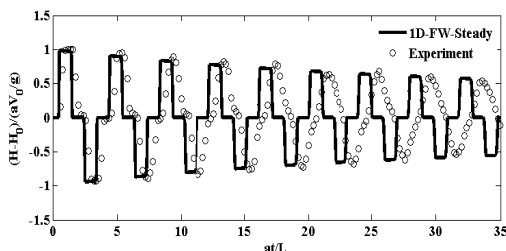
شکل ۹ مقایسه منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه اول و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۶۰۰ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی



شکل ۱۱ منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه اول و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۵۶۰۰ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

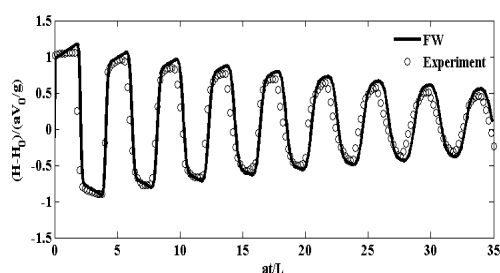


شکل ۱۲ منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم در حالت یک‌بعدی و ترم‌های اصطکاک پایدار برای عدد رینولدز ۵۶۰۰ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

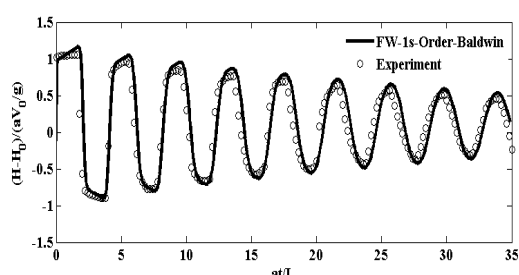


شکل ۱۳ منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم در حالت یک‌بعدی و ترم‌های اصطکاک پایدار برای عدد رینولدز ۵۶۰۰ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

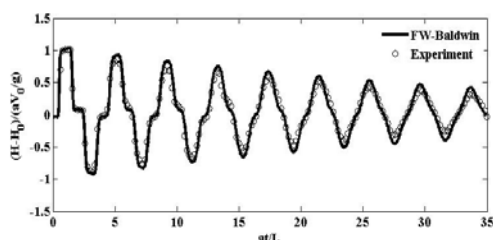
در شکل (۹) نتایج حاصل از حل مدل دوبعدی در حالت مرتبه اول با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است و همان‌طور که انتظار می‌رود دارای پخش‌شدگی بیشتری نسبت به مدل مرتبه دوم می‌باشد. شکل‌های (۱۰ و ۱۱) نتایج عددی مدل شار موج دوبعدی را به ترتیب با دقت‌های مرتبه دوم و اول برای نوسانات فشار در مرکز لوله و برای آزمایش الف (جدول ۱) نمایش می‌دهند. همان‌طور که در اینجا نیز دیده می‌شود مدل عددی شار موج با عبارات آشفته بالدوین-لوماکس بر نتایج آزمایشگاهی منطبق می‌باشد. در شکل‌های (۱۲ و ۱۳) مقایسه نتایج عددی مدل معرفی شده با ترم‌های اصطکاک پایدار در حالت یک‌بعدی با نتایج آزمایشگاهی برای آزمایش الف به ترتیب برای نوسانات فشار بر روی شیر و در مرکز لوله با دقت مرتبه دوم نمایش داده شده است. نتایج به دست آمده بیانگر این واقعیت می‌باشند که مدل یک‌بعدی شامل ترم‌های اصطکاک پایدار به هیچ وجه قادر به تخمین موج‌های ایستا برای جریان آشفته نمی‌باشد و جواب‌های غیرفیزیکی را از خود بروز می‌دهد.



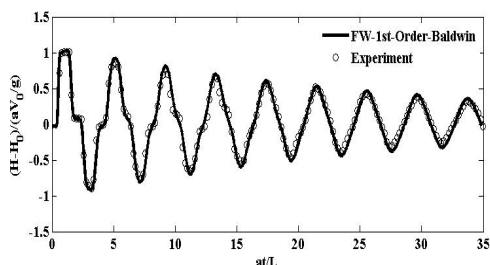
شکل ۱۴ منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۱۵۸۰۰



شکل ۱۵ منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه اول و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۱۵۸۰۰



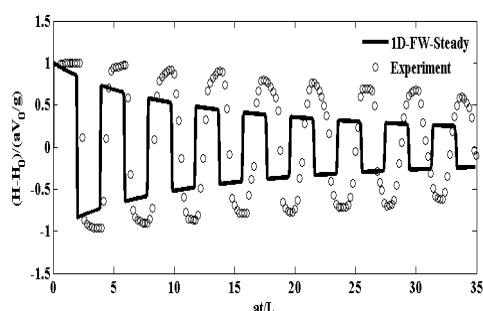
شکل ۱۶ منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۱۵۸۰۰



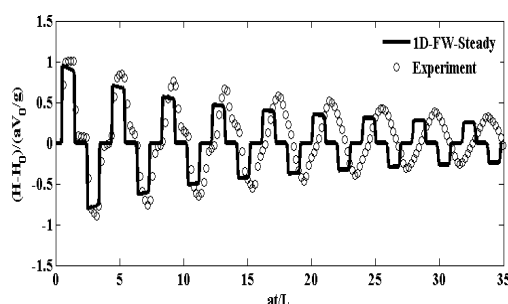
شکل ۱۷ منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه اول و مدل بالدوین-لوماکس برای عدد رینولدز ۱۵۸۰۰

شکل‌های (۱۴ و ۱۵) نتایج مدل دوبعدی را با عبارات اصطکاک آشفته بالدوین-لوماکس برای آزمایش ب که شامل عدد رینولدز بالا ($Re=15800$) می‌باشد برای نوسانات هد فشار بر روی شیر نمایش می‌دهند. همان‌طور که در اینجا نیز دیده می‌شود عبارات آشفته بالدوین-لوماکس پخش شدگی‌های بیشتری را به‌خصوص برای زمان‌های پایانی برای عبارات فشار نسبت به اعداد رینولدز پایین‌تر ایجاد می‌نمایند که مطابقت بسیار خوبی را نیز با داده‌های آزمایشگاهی دارا می‌باشند. علاوه بر این تفاوت مشاهده شده بین مدل مرتبه اول با دوم حذف عبارات مرتبه دوم ذکر شده در رابطه (۱۲) از مدل پخش موج می‌باشد. لازم به ذکر است اکثر مدل‌های ارائه شده دوبعدی که برای حل معادلات ضربه قوچ به کار گرفته شده‌اند قادر به مدل‌سازی اعداد رینولدز بالا با اعداد کورانت نزدیک به یک نمی‌باشند [21] درحالی‌که الگوی عددی معرفی شده در اینجا قابلیت اجرای مسایل دوبعدی با مدل آشفته بالدوین-لوماکس را حتی برای عدد کورانت $Cr=0.95$ بدون هیچ‌گونه ناپایداری عددی دارا می‌باشد. در شکل‌های (۱۶ و ۱۷) مقایسه روش عددی معرفی شده با نتایج آزمایشگاهی ب مندرج در جدول (۱) برای نوسانات فشار و به ترتیب برای دقت‌های مرتبه دوم و اول در مرکز لوله ارائه گردیده است. دوباره در اینجا موج‌های ایستا در زمان‌های پایانی، پخش شدگی بسیار بیشتری را نسبت به اعداد رینولدز پایین‌تر در زمان‌های مشابه نشان می‌دهند (شکل‌های ۱۰ و ۱۱) که حاکی از تأثیر بیشتر عبارات آشفته بالدوین-لوماکس می‌باشد.

مزایای روش شار موج معرفی شده به کارگیری اعداد کورانت نزدیک به یک می باشد که سرعت روش فوق را از لحاظ سرعت پردازنده نسبت به روش های دوبعدی بسیار افزایش می دهد.



شکل ۱۸ منحنی تغییرات فشار در محل شیر با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم در حالت یک بعدی و ترم های اصطکاک پایدار برای عدد رینولدز ۱۵۸۰۰



شکل ۱۹ منحنی تغییرات فشار در مرکز لوله با استفاده از روش شار موج مرتبه دوم در حالت یک بعدی و ترم های اصطکاک پایدار برای عدد رینولدز ۱۵۸۰۰

در شکل های (۱۸ و ۱۹) نتایج روش شار موج یک بعدی با عبارات اصطکاک پایدار که از معادله سوامی و جین (۳) به دست آمده، آورده شده است که دوباره حاکی از جواب های غیر صحیح مدل یک بعدی با ترم های اصطکاک پایدار برای مسایل جریان گذار در لوله ها به خصوص برای اعداد رینولدز بالا می باشد.

نتیجه گیری

در این تحقیق یک روش حجم محدود برای حل معادلات ضربه قوچ در حالت بقایی معرفی شده است. روش شار موج معرفی شده کاملاً متوازن شده است و قادر می باشد ترم های منبع را در داخل تفاوت شارها از دو سلول مجاور حجم محدود قرار دهد. برای اعمال عبارات جریان آشفته در اینجا برای مسائل دوبعدی از روش بالدوین-لوماکس استفاده گردیده است. نهایتاً روش عددی معرفی شده با عبارات جریان آشفته برای دو عدد رینولدز مختلف $Re=15800$ و $Re=5600$ برای جریان در درون لوله با دو قطر و زبری مختلف اعمال شده و جواب های آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده است. نتایج عددی نشان می دهد که روش شار موج با عبارات جریان آشفته تطابق بسیار خوبی را با نتایج آزمایشگاهی به خصوص برای اعداد رینولدز بالا دارا می باشد. علاوه بر این اضافه شدن دقت مرتبه دوم به الگوی بخش موج باعث مطابقت نسبتاً بهتری با حل تحلیلی و همچنین نتایج آزمایشگاهی می گردد. از دیگر

مراجع

1. Ghidaoui, M.S., Zhao, M., McInnis, D.A. and Axworthy, D.H., "A Review of Water Hammer Theory and Practice", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 58(1), pp. 49-76, (2005).
2. Samani, H.M.V. and Khayatadeh, A., "Transient flow in pipe networks", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 40(5), pp. 637-644, (2002).
3. Chaudhry, M.H. and Hussaini, M.Y., "Second-Order Accurate Explicit Finite-Difference Schemes for Waterhammer Analysis", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 107(4), pp. 523-529, (1985)

4. Godunov, S.K., "A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics", *Matematicheskii Sbornik*, Vol. 47, pp. 271-306, (1959).
5. LeVeque, R.J., "Finite volume methods for hyperbolic problems", Cambridge University Press, (2002).
6. Toro, E.F., "Shock capturing methods for free surface shallow flows", United Kingdom: John Wiley & Sons, (2001).
7. Toro, E.F., "Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics", Tokyo: Springer, (1997).
8. Hwang, Y.-H. and Chung, N.-M., "A fast Godunov method for the water-hammer problem", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 40(6), pp. 799-819, (2002).
9. Zhao, M. and Ghidaoui, M.S., "Investigation of turbulence behavior in pipe transient using a $k-\epsilon$ model", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 44(5), pp. 682-692, (2006).
10. Riasi, A., Nourbakhsh, A. and Raisee, M., "Unsteady turbulent pipe flow due to water hammer using $k-\theta$ turbulence model", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 47(4), pp. 429-437, (2009).
11. Wahba, E.M., "Runge-Kutta time-stepping schemes with TVD central differencing for the water hammer equations", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 52(5), pp. 571-590, (2006).
12. Mahdizadeh, H., Stansby, P.K. and Rogers, B.D., "On the approximation of local efflux/influx bed discharge in the shallow water equations based on a wave propagation algorithm", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, pp. 1295-1314, (2011).
13. Mahdizadeh, H., Stansby, P. and Rogers, B., "Flood Wave Modeling Based on a Two-Dimensional Modified Wave Propagation Algorithm Coupled to a Full-Pipe Network Solver", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 138(3), pp. 247-259, (2011).
14. Swamee, P.K. and Jain, A.K., "Explicit equations for pipe-flow problems", *J. Hydraul. Div.*, Vol. 102(5), pp. 657-664, (1976).
15. LeVeque, R.J., "Balancing source terms and flux gradients in high-resolution Godunov methods: The quasi-steady wave-propagation algorithm", *Journal of Computational Physics*, Vol. 146(1), pp. 346-365, (1998).
16. Bale, D.S., Leveque, R.J., Mitran, S. and Rossmanith, J.A., "A wave propagation method for conservation laws and balance laws with spatially varying flux functions", *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 24(3), pp. 955-978, (2002).
17. Baldwin, B. and Lomax, H., "Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows", *AIAA paper*, pp. 78-257, (1978).
18. Bergant, A., Vitkovsky, J., Simpson, A. and Lambert, M., "Valve induced transients influenced by unsteady pipe flow friction", in *Proc of the 10th int meeting of the work group on the behaviour of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions*, (2001).
19. Marcinkiewicz, J., Adamowski, A. and Lewandowski, M., "Experimental evaluation of ability of Relap5, Draco®, Flowmaster2™ and program using unsteady wall friction model to calculate water hammer loadings on pipelines", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 238(8), pp. 2084-2093, (2008).
20. "Some Recent Measurements in a Two-Dimensional Turbulent Channel", *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 17(5), pp. 277-287, (1950).

21. Wahba, E.M., "Turbulence modeling for two-dimensional water hammer simulations in the low Reynolds number range", *Computers & Fluids*, Vol. 38(9), pp. 1763-1770, (2009).

تحلیل دوبعدی انتقال حرارت مزدوج پایا و آرام در یک محفظه مربعی حاوی بلوک متخلخل *

(یادداشت پژوهشی)

محسن نظری^(۱) هادی گریوانی^(۲) صادق تفکر^(۳)

چکیده در این مقاله به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد مزدوج در داخل یک محفظه بسته حاوی بلوک متخلخل با چیدمان دل‌خواه موانع مربعی با ضریب هدایت حرارتی مشخص پرداخته می‌شود. انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در محفظه با تغییرات عدد رایلی، تعداد موانع مربعی، تغییر چیدمان موانع و همچنین نسبت تخلخل بلوک متخلخل مورد مطالعه قرار می‌گیرد و پارامترهای مؤثر بر انتقال حرارت بررسی می‌شوند. عدد ناسلت به عنوان معیار انتقال حرارت نیز روی دیواره‌های محفظه به دست آمده و اعتبارسنجی مناسب ارائه شده است. در این مقاله چگونگی بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه حاوی بلوک‌های رسانا تحت اثر تغییرات عدد رایلی، نسبت تخلخل، ابعاد و تعداد بلوک‌ها بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که تغییر تعداد موانع داخل بلوک متخلخل، نسبت تخلخل و همچنین چیدمان آنها در داخل بلوک متخلخل اثر کمتری در مقایسه با تغییرات عدد رایلی در محفظه متخلخل دارند. با این وجود، با افزایش تعداد موانع هادی در داخل محفظه بسته، عدد ناسلت کاهش یافته است.

واژه‌های کلیدی نسبت تخلخل، انتقال حرارت مزدوج، محفظه متخلخل.

Two Dimensional Analysis of Steady, Laminar Conjugate Heat Transfer in Squared Cavity Containing Porous Blocks

M. Nazari H Gerivani S. Tafakkor

Abstract In this paper, free convection heat transfer is completely analyzed in a closed cavity containing internal conducting blocks with arbitrary arrangement. Free convection heat transfer in the cavity is studied according to the variations of Rayleigh number, number of conducting blocks, arrangements of blocks and the porosity. The overall Nusselt number as a criterion of heat transfer is reported on the walls of the cavity. The obtained results show that the thermal effects of porosity and the arrangements of blocks in the cavity are less than the effects of Rayleigh number. However, increasing the number of blocks inside the cavity leads to a decrease in the overall Nusselt number.

Key Words Porosity, Conjugate heat transfer, Porous cavity

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۸/۱۴ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۴ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.51189

(۱) نویسنده مسئول: دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود. mnazari@shahroodut.ac.ir

(۲) دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

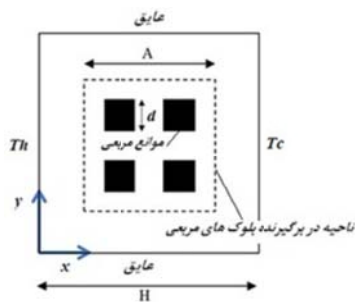
(۳) کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت.

مقدمه

امروزه بررسی و تحلیل عددی و آزمایشگاهی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در پدیده‌های روزمره و صنعت از اهمیت زیادی برخوردار است. دانشمندان زیادی نیز از گذشته تا حال به این موضوع توجه نموده‌اند. برای مثال می‌توان به مطالعات رفای و ویوانویچ [1] بر روی اثر منابع حرارتی بر نرخ انتقال حرارت در پدیده جابه‌جایی آزاد در یک محفظه که با هوا پر شده است اشاره کرد. در زمینه مخازن خنک‌کننده آب و پدیده‌های انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در آن نیز می‌توان به تحقیقات آزمایشگاهی نلسون و همکاران [2] اشاره نمود. کاربردهای مهندسی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نیز بسیار حائز اهمیت است که از جمله آنها می‌توان به کلکتورهای خورشیدی، طراحی تجهیزات خنک‌کننده، انتقال حرارت در پنجره‌های دوجداره و بهینه‌سازی مسائل مهندسی اشاره کرد. مطالعات در مورد جابه‌جایی طبیعی در محفظه بسته حاوی ماده متخلخل دارای کاربردهای مهمی در حوزه مهندسی است که از آن جمله می‌توان به طراحی مبدل‌های حرارتی، بررسی آلاینده‌های زیرزمینی، ذخایر غلات، سیستم‌های زمین گرمایی، استخراج نفت، ذخایر پسماندهای هسته‌ای، طراحی بهینه مشعل‌ها و رشد کریستال‌ها در مایع اشاره کرد. از اوایل قرن بیستم، مطالعه و بررسی در مورد جابه‌جایی آزاد مورد توجه محققان قرار گرفت. هم‌چنین از اوایل دهه هفتاد، تحقیقات تجربی و نظری زیادی در این‌باره انجام گرفته است. نتایج حاصل از این تحقیقات در مقاله داویس [3] در مورد جریان سیال آرام در محفظه مربعی ارائه شده است. نتایج مهمی که در مراجع [4-9] ارائه شده است در ارتباط با مسائل جابه‌جایی آزاد در محفظه مستطیلی متخلخل می‌باشند. در مقاله بایتاس و پاپ [10] باروش عددی به مطالعه جریان پایای جابه‌جایی آزاد در محفظه مستطیلی متخلخل همگن پرداخته شده است و از معادله تکانه

دارسی برای تحلیل جریان استفاده شده است. در مقاله هوس و همکاران [11] در مورد توزیع تعدادی ماده جامد مربعی شکل در مرکز یک محفظه بسته همراه با جریان آرام ناشی از نیروهای حجمی بحث شده است. هندسه مورد بحث این مقاله محفظه‌ای شامل یک مانع در مرکز آن است. در مقاله مریخ و محمد [12] به بررسی محفظه‌ای با چند مانع جامد که در آنها تولید انرژی صورت می‌گیرد پرداخته شده است. راجی و همکاران [13] در مقاله خود انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه مربعی با دیواره‌های عمودی گرم و سرد و دیواره‌های افقی آدیاباتیک را بررسی کرده‌اند که حاوی یکسری بلوک در داخل خود است. با تغییر عواملی چون عدد رابلی، ضریب رسانش حرارتی بلوک‌ها و تعداد آنها به این نتیجه رسیده‌اند که انتقال حرارت با افزایش تعداد بلوک‌ها و ضریب رسانش حرارتی آنها کاهش می‌یابد. شیخزاده و همکاران [14] به‌صورت عددی در یک محفظه مربعی حاوی هوا و یک بلوک مربعی داغ، عدد ناسلت ناشی از جابه‌جایی آزاد، را با در نظر گرفتن اثرات عدد رابلی و نسبت شناوری بررسی نموده است.

در مقاله حاضر انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه بسته حاوی هوا بررسی شده است. در داخل این محفظه مربعی شکل تعدادی مانع با رسانایی حرارتی وجود دارد. هدف از این مقاله یافتن روش‌های ممکن برای بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در این محفظه با استفاده از تغییر پارامترهای مهم در انتقال حرارت آن است. از جمله این پارامترها، تعداد، اندازه و نحوه چینش منظم بلوک‌ها، نسبت تخلخل و عدد رابلی می‌باشد. ابتدا به بیان جزییات هندسه و فیزیک مسئله پرداخته خواهد شد. پس از آن، به بیان روش حل عددی پرداخته می‌شود. سپس نتایج به‌دست آمده برای یک محفظه خالی با نتایج موجود معتبرسازی شده و مسئله با وجود موانع مختلف مدل‌سازی و تحلیل



شکل ۱ نمایش محفظه دارای موانع مربعی

خواهد شد. در پایان، به یک نتیجه گیری کلی در مورد مسئله حاضر خواهیم رسید.

بیان جزئیات هندسه و روش

محفظة مورد بررسی در این مقاله، مربعی به ضلع H است. اگر یک مربع کوچکتر فرضی در داخل این محفظه به ضلع A در نظر بگیریم، تمامی موانع که دارای رسانایی حرارت هستند در داخل این مربع فرضی قرار دارند و مرکز مربع فرضی در مرکز محفظه قرار می گیرد. از این پس منظور از «نسبت طول» عبارت $L=A/H$ است. مطابق شکل (۱) چینش موانع در داخل مربع کوچکتر به صورت پریودیک و مشابه یک ماتریس مربعی می باشد. موانع داخل محفظه نیز مربعی و همگی دارای اندازه یکسان می باشند. اندازه ضلع موانع را d در نظر می گیریم. طول H برابر با واحد در نظر گرفته شده است. نسبت تخلخل نیز برحسب تعداد موانع داخل محفظه، اندازه ضلع آنها و پارامتر A تعیین می شود. نسبت تخلخل با ε نشان داده می شود که $\varepsilon = 1 - n \times (d/A)^2$ است. در شکل (۱) مسئله مورد مطالعه نشان داده شده است که T_h دمای دیوار گرم و T_c دمای دیوار سرد می باشد. x مؤلفه افقی و y مؤلفه عمودی طول است. ویژگی های مورد بررسی در این محفظه عدد رایی، نسبت تخلخل، نسبت طول و تعداد موانع هستند. انتقال حرارت ضمن تغییرات این پارامترها بررسی خواهد شد. نسبت تخلخل در داخل محفظه در محدوده 0.51 ، 0.75 و 0.84 بررسی می شود. نسبت طول از 0.5 تا 0.9 تغییر می کند و تعداد موانع 4 و 9 عدد هستند. برای عدد رایی نیز اعداد 10^4 ، 10^5 و 10^6 در نظر گرفته می شوند. رسانایی حرارتی موانع نیز 10 برابر رسانایی حرارتی سیال در نظر گرفته شده است.

معادلات حاکم

در این بخش معادلات حاکم بر انتقال حرارت در محفظه بسته و باوجود جابه جایی طبیعی بیان خواهد شد. بنا به رابطه (۱) و همان گونه که در شکل نشان داده شده است، دیوارهای بالا و پایین عایق در نظر گرفته شده اند.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{\text{wall, up \& down}} = 0 \quad (1)$$

دمای دیوارهای چپ و راست نیز ثابت می باشند. عدد پرانتل 0.71 است و جریان سیال در حالت دوبعدی، آرام و پایا فرض شده است. معادله پیوستگی در دو بعد به صورت معادله (۲) است.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

در این رابطه، u و v سرعت های سیال در راستای x و y هستند. معادلات تکانه نیز به صورت (۳ و ۴) بیان می شوند.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta \Delta T \quad (4)$$

که p چگالی و p فشار سیال است. معادله انرژی در فاز سیال نیز به صورت (۵) خواهد بود.

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \nabla^2 T \quad (5)$$

معادلات انرژی در فاز جامد محفظه نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (6)$$

در محفظه مورد بحث تولید حرارت حجمی وجود ندارد و انتقال حرارت به صورت پایا است. اعداد و پارامترهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\theta = (T - T_c) / (T_h - T_c) \quad x^* = x / H$$

$$a = g \beta H^3 \Delta T / \nu \alpha, \quad Pr = \nu / \alpha \quad Nu = \frac{\partial \theta}{\partial x^*} \Big|_{wall} \quad (7)$$

که در این روابط، Ra عدد رابلی، g شتاب جاذبه زمین، β ضریب انبساط حجمی، ν لزجت سینماتیک سیال و α ضریب نفوذ گرمایی سیال است. T نشان دهنده دماست. اختلاف دما در معادلات با ΔT نمایش داده شده است و T_h دمای دیوار گرم و T_c دمای دیوار سرد می باشد. θ دمای بی بعد هر نقطه از محفظه را نشان می دهد. نماد مؤلفه افقی طول x است که حالت بی بعد آن به صورت x^* می باشد. در نهایت عدد ناسلت محلی را با Nu نشان می دهیم.

حل عددی

نتایج به دست آمده در این مقاله برای انتقال حرارت جابه جایی آزاد در محفظه حاوی سیال هوا به عنوان سیال عامل، حاصل از حل عددی است که با استفاده از روش حجم محدود به دست آمده است. با استفاده از

معادله پیوستگی، معادله تصحیح فشار با استفاده از الگوریتم سیمپل استخراج می شود و تمامی معادلات در حالت پایا و دو بعدی بررسی می شوند. برای مدل سازی جابه جایی طبیعی از فرض بوزینسک استفاده می شود. در گسسته سازی معادلات از طرح آپ ویند (Upwind) مرتبه دوم به عنوان یک روش مرتبه بالا استفاده شده است. روش حل حجم محدود نیاز به شبکه بندی ناحیه محاسباتی دارد. این شبکه هرچه دقیق تر تولید شود، نتایج بهتر و دقیق تری حاصل می شود. البته بنا به اهمیت و میزان دقتی که لازم است باید شبکه را ریز نمود چراکه هرچه دقت بیشتر شود زمان مورد نیاز برای حل و هم گرایی افزایش می یابد. می توان عدد ناسلت را در هر نقطه از دیوار گرم با استفاده از گره مجاور آن و هم چنین استفاده از معادله (۱۰) به دست آورد. به منظور افزایش دقت، به کار بردن پنج نقطه (سلول) در مجاورت دیوار مناسب تر است. روش به کار برده شده برای حل معادلات حاکم، روش عددی حجم محدود است. برای اعتبار سنجی حل عددی، معادلات حاکم بر مسئله در یک محفظه خالی از مانع حل شده است. دیکسیت و بابو [15] در مقاله خود انتقال حرارت جابه جایی آزاد را در یک محفظه خالی بررسی نموده و ناسلت به دست آمده برای دیوار گرم را گزارش کرده اند. با به دست آوردن عدد ناسلت در دیوار گرم این محفظه و مقایسه آن با نتایج به دست آمده از روش دیکسیت و بابو می توان از درستی روش آگاه شد. اعداد به دست آمده از روش عددی در این مقاله به همراه اعداد به دست آمده از بررسی های دیکسیت و بابو و درصد تفاوت آنها در جدول (۱) گزارش شده است. عدد ناسلت بر روی دیوار گرم (دیوار سمت چپ) در چهار رابلی 10^3 ، 10^4 ، 10^5 و 10^6 به دست آمده و مقایسه شده اند. طبق داده های نمایش داده شده در این جدول، بیشترین درصد خطا مربوط به رابلی 10^6 می باشد که $3/88$ درصد است و نشان دهنده درستی روش و تطابق خوب آن با

جدول ۲ اعداد ناسلت روی دیوار گرم در نسبت تخلخل ۰/۵۱

رایلی			نسبت طول	تعداد مانع
۱۰ ^۶	۱۰ ^۵	۱۰ ^۴		
۸/۸۱۸۳	۴/۴۹۰۷	۱/۹۲۳۸	۴	۰/۵
۸/۸۳۰۰	۴/۴۸۸۱	۱/۸۸۱۸	۹	
۸/۷۷۹۹	۴/۳۹۷۰	۱/۷۷۲۸	۴	۰/۶
۸/۷۹۹۰	۴/۳۵۴۹	۱/۷۱۴۳	۹	
۸/۷۳۸۰	۴/۱۴۱۰	۱/۷۰۳۶	۴	۰/۷
۸/۷۴۸۴	۳/۹۹۳۲	۱/۶۵۳۷	۹	
۸/۶۱۶۱	۳/۵۶۵۸	۱/۷۸۸۹	۴	۰/۸
۸/۵۲۷۳	۳/۲۰۲۶	۱/۷۶۱۶	۹	
۸/۰۵۴۳	۲/۷۷۴۰	۲/۰۲۷۴	۴	۰/۹
۷/۳۹۸۱	۲/۴۱۳۰	۲/۰۱۶۷	۹	

تحقیقات قبلی است. کلیه نتایج به دست آمده در این مقاله در شبکه بندی مربعی با اندازه المان ۰/۰۱ بی بعد، است. این اندازه شبکه هم از نظر دقت و هم از نظر هزینه حل مناسب است. عدد ناسلت برای یک محفظه حاوی چهار بلوک منظم با نسبت طول ۰/۵، نسبت تخلخل ۰/۵۱ و عدد رایلی ۱۰^۴ در اندازه المان ۰/۰۱ و ۰/۰۰۵ محاسبه شد و عدد ناسلت در حالت ۰/۰۱ تا ۰/۰۰۵ تنها ۱/۴ درصد خطا دارد. لذا اندازه المان ۰/۰۱ در کل مقاله پیاده سازی شد. از جمله خطاهایی که در این حل ممکن است پیش آید تولید شبکه ضعیف به خاطر نزدیکی بلوک ها به همدیگر در بعضی حالت ها می باشد. برای این منظور باید شبکه های مختلفی بررسی شود تا منظم ترین آنها پیدا شود.

جدول ۳ اعداد ناسلت روی دیوار گرم در نسبت تخلخل ۰/۷۵

رایلی			نسبت طول	تعداد مانع
۱۰ ^۶	۱۰ ^۵	۱۰ ^۴		
۸/۹۰۰۹	۴/۵۴۶۴	۲/۰۴۵۳	۴	۰/۵
۸/۹۰۵۹	۴/۵۴۸۱	۱/۹۷۷۵	۹	
۸/۸۷۵۴	۴/۵۱۹۴	۱/۸۹۹۶	۴	۰/۶
۸/۸۹۰۸	۴/۴۹۸۳	۱/۷۸۵۷	۹	
۸/۸۶۱۵	۴/۴۴۴۹	۱/۷۳۲۳	۴	۰/۷
۸/۸۷۸۷	۴/۳۴۲۵	۱/۵۸۹۰	۹	
۸/۸۴۲۴	۴/۲۵۱۳	۱/۵۹۵۲	۴	۰/۸
۸/۸۲۷۳	۳/۹۳۸۳	۱/۴۷۳۷	۹	
۸/۷۷۶۴	۳/۸۱۹۲	۱/۵۴۶۲	۴	۰/۹
۸/۵۸۶۷	۳/۱۶۶۳	۱/۴۷۹۴	۹	

نتایج به دست آمده از حل عددی

در این بخش به بیان کلیه نتایج و اعداد به دست آمده از حل عددی، کانتورهای دمای بی بعد و خطوط جریان و همچنین تحلیل این اعداد پرداخته می شود. تمامی نتایج به دست آمده در این تحقیق به صورت کمی و در یک نگاه در جدول های (۲، ۳ و ۴) در سه عدد رایلی، سه نسبت تخلخل، پنج نسبت طول و در تعداد مانع ۴ و ۹ آورده شده است.

جدول ۱ مقایسه عدد ناسلت در کار حاضر و دیکسیت

و بابو [15]

عدد ناسلت			عدد رایلی
تفاوت %	در این مقاله	دیکسیت و بابو [15]	
۰/۸۴	۱/۱۳۰	۱/۱۲۱	۱۰ ^۳
۰/۸	۲/۲۶۷	۲/۲۸۶	۱۰ ^۴
۰/۷	۴/۵۷۸۱	۴/۵۴۶۳	۱۰ ^۵
۳/۸۸	۸/۹۸۸	۸/۶۵۲	۱۰ ^۶

بررسی تغییرات نسبت تخلخل. در این قسمت، تغییرات نسبت تخلخل در رایلی ۱۰^۶، تعداد مانع ۴ و نسبت طول ۰/۸ بررسی می شود. با افزایش نسبت تخلخل، عدد ناسلت روی دیوار محفظه افزایش می یابد که نشان از افزایش انتقال حرارت در محفظه است. با افزایش نسبت تخلخل، موانع کوچک تر می شوند. در

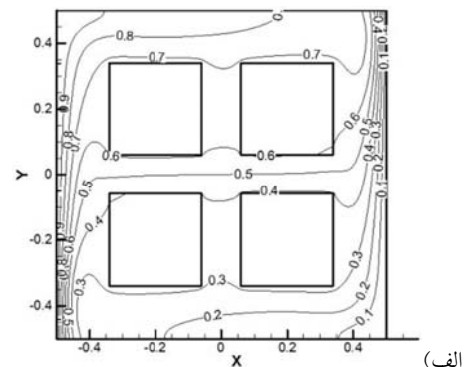
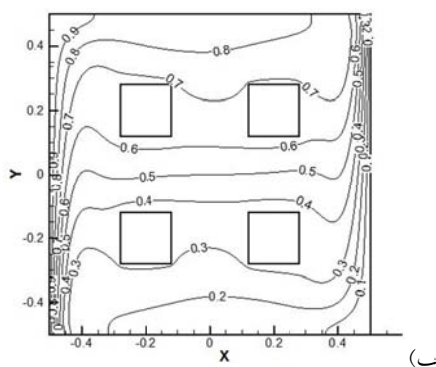
این حالت، جریان سیال میان دو دیوار سرد و گرم راحت تر برقرار می شود و انتقال حرارت جابه جایی آزاد نیز افزایش می یابد.

جدول ۴ اعداد ناسلت روی دیوار گرم در نسبت تخلخل ۰/۸۴

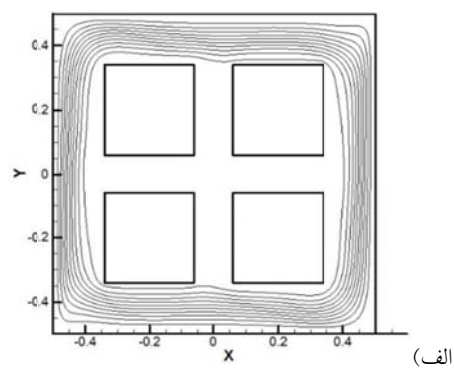
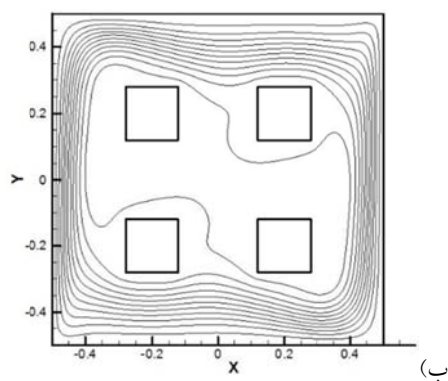
رایلی			نسبت طول	تعداد مانع
۱۰ ^۶	۱۰ ^۵	۱۰ ^۴		
۸/۹۳۱۷	۴/۵۶۳۸	۲/۱۰۰۱	۴	۰/۵
۸/۹۳۴۳	۴/۵۶۷۸	۲/۰۲۶۷	۹	
۸/۹۱۲۹	۴/۵۵۲۸	۱/۹۸۲۰	۴	۰/۶
۸/۹۲۵۵	۴/۵۴۱۳	۱/۸۵۱۵	۹	
۸/۹۰۳۷	۴/۵۱۹۵	۱/۸۲۷۹	۴	۰/۷
۸/۹۲۳۶	۴/۴۵۰۱	۱/۶۴۱۷	۹	
۸/۹۰۱۲	۴/۴۲۸۶	۱/۶۶۱۳	۴	۰/۸
۸/۹۰۰۹	۴/۲۰۴۹	۱/۴۶۵۶	۹	
۸/۸۸۴۷	۴/۲۱۲۱	۱/۵۲۹۷	۴	۰/۹
۸/۷۸۶۶	۳/۶۸۶۹	۱/۳۸۵۲	۹	

تخلخل ۰/۸۴ به علت کوچک تر بودن موانع (درمقایسه با حالت نسبت تخلخل ۰/۵۱)، مقاومت در برابر حرکت کمتر است لذا عدد ناسلت نیز افزایش یافته است. باتوجه به شکل (۳) مشاهده می شود که به علت بزرگی موانع در نسبت تخلخل ۰/۵۱ نسبت به ۰/۸۴ و نزدیک بودن موانع به یکدیگر و هم چنان به دیوار، خطوط جریان به داخل موانع نفوذ قابل توجهی نکرده و چرخش سیال در اطراف آنها اتفاق افتاده است. می توان به راحتی مشاهده کرد که خطوط جریان به علت فاصله بیشتر موانع از هم در حالت نسبت تخلخل ۰/۸۴، به داخل موانع نفوذ کرده است که نقش مهمی را در انتقال حرارت به عهده دارد. در شکل (۴) اثر تغییرات نسبت تخلخل بر عدد ناسلت در سه عدد رایلی مختلف و تعداد موانع مختلف نشان داده شده است. از بررسی این نمودارها به این نتیجه می رسیم که تغییرات عدد ناسلت بر حسب نسبت تخلخل برای نسبت طول ۰/۵ چه در تعداد ۴ و چه در ۹ مانع بسیار اندک است و نمودار تغییرات تقریباً یک خط افقی است. حال آنکه برای نسبت طول ۰/۸، در عدد رایلی ۱۰^۵ روند صعودی و در عدد رایلی ۱۰^۴ روند نزولی عدد ناسلت بر روی دیوار گرم مشاهده می شود.

همان طور که در شکل (۲) دیده می شود، در نسبت تخلخل ۰/۵۱ موانع به اندازه ای بزرگ هستند که در برابر حرکت سیال از سمت دیوار گرم به سمت دیوار سرد مقاومت ایجاد می کند و همین تغییر در حرکت سیال، مانع افزایش نرخ انتقال حرارت می شود. در نسبت

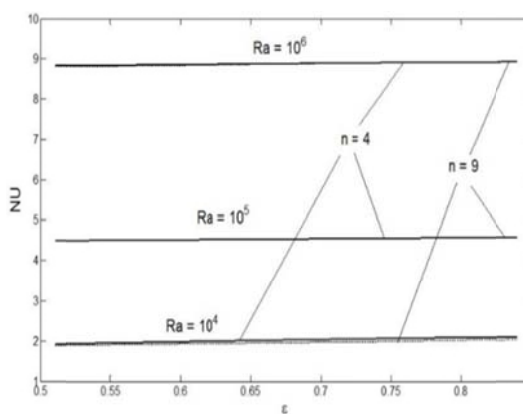
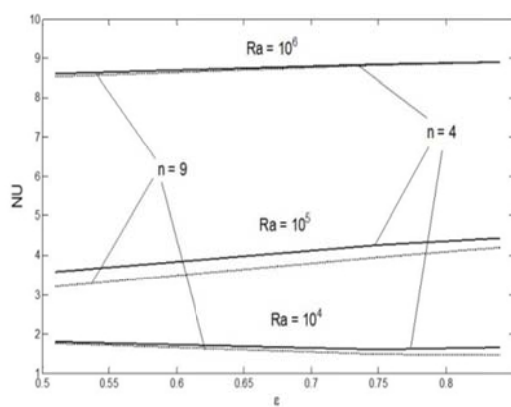


شکل ۲ نمای خطوط دمای بی بعد ثابت محفظه با چهار مانع، رایلی ۱۰^۶، نسبت طول ۰/۸، (الف) در نسبت تخلخل ۰/۵۱ و (ب) در نسبت تخلخل ۰/۸۴



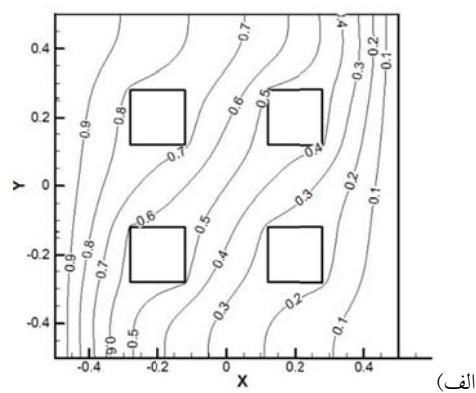
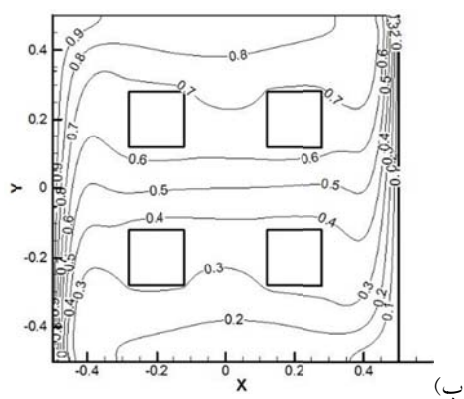
شکل ۳ نمای خطوط جریان محفظه با چهار مانع، رایلی ۱۰۶، نسبت طول ۰/۸،

(الف) در نسبت تخلخل ۰/۵۱ و (ب) در نسبت تخلخل ۰/۸۴



شکل ۴ نمودار تغییرات عدد ناسلت بر حسب نسبت تخلخل و در اعداد رایلی مختلف برای ۹ و ۴ مانع،

در سه عدد رایلی و (الف) نسبت طول ۰/۸، (ب) نسبت طول ۰/۵



شکل ۵ نمای خطوط دمای بی بعد ثابت محفظه با چهار مانع، نسبت تخلخل ۰/۸۴، نسبت طول ۰/۸،

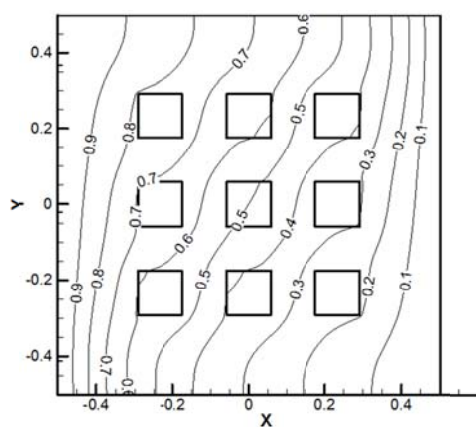
(الف) عدد رایلی ۱۰۴ و (ب) عدد رایلی ۱۰۶

بررسی تغییرات عدد ریلی. برای بررسی اثر تغییر عدد ریلی بر عدد ناسلت نیز مانند حالت قبل سایر پارامترها باید ثابت فرض شوند لذا نسبت تخلخل $0.8/$ ، نسبت طول $0.8/$ و تعداد بلوک ۴ در نظر گرفته می شوند. آنچه از تغییرات عدد ریلی از 10^4 تا 10^6 به دست آمده این است که عدد ناسلت با افزایش عدد ریلی افزایش چشم گیری داشته است. افزایش عدد ریلی، افزایش شدید عدد ناسلت را به همراه دارد. عدد ناسلت برای عدد ریلی 10^4 و 10^6 به ترتیب اعداد $1/6613$ و $8/9012$ به دست آمده است که حاکی از افزایش آزادی حرکت سیال با زیاد شدن عدد ریلی در محفظه می باشد. طبق شکل (۵) در عدد ریلی 10^4 به علت حرکت آرام سیال میان دو دیوار گرم و سرد، انتقال حرارت هدایت خود را در محفظه نشان داده است و شیب خطوط دماتاب نمایان می شود. حال آنکه در ریلی 10^6 این گونه نیست و خطوط دماتاب در میانه محفظه افقی اند و نشان از زیاد بودن انتقال حرارت جابه جایی آزاد در آن، نسبت به ریلی 10^4 دارند. فشردگی خطوط در نزدیکی دیواره گرم در ریلی 10^6 نیز گویای این موضوع است.

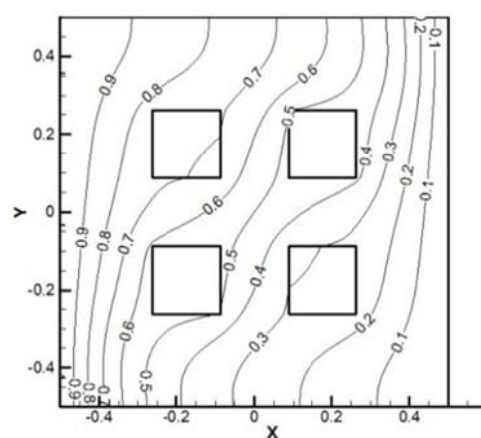
بررسی تغییرات تعداد موانع. باتوجه به اعداد به دست آمده از حل عددی، عدد ناسلت طی تغییرات تعداد موانع، در اعداد ریلی پایین اثر بیشتری در مقایسه با اعداد ریلی بالاتر دارد. به طور مثال در نسبت تخلخل $0.75/$ ، نسبت طول $0.7/$ و در عدد ریلی 10^4 به ازای چهار مانع، عدد ناسلت $1/7323$ است در حالی که به ازای ۹ مانع با کاهش $8/27$ درصدی برابر $1/5890$ شده است. باید توجه شود که این درصد تحت همین شرایط ولی با عدد ریلی 10^6 ، حدود $0.193/$ درصد است که قابل ملاحظه نیست. این مقایسه حاکی از اهمیت تغییر تعداد موانع در اعداد ریلی پایین است. چنان که قبلاً نیز ذکر گردید، در اعداد ریلی پایین اثر رسانش حرارتی بیشتر از ریلی های بالا خود را نشان

می دهد لذا با افزایش عوامل تقویت کننده رسانش، نرخ انتقال حرارت در محفظه افزایش می یابد. نکته جالب اینجاست که در یک نسبت تخلخل ثابت، جمع کل مساحت بلوک های جامد نیز ثابت می ماند لذا تغییر مساحت بلوک های جامد نمی تواند دلیل رفتار کنونی محفظه باشد. ولی با کمی دقت این نکته آشکار می شود که در حالت ۹ مانع، جدا افتادگی میان موانع (قسمت های جامد و عامل مهم رسانش) بیشتر شده است. لذا همین عامل موجب اختلال در امر رسانش در محفظه می باشد به علاوه، پخش شدن موانع جلوی پخش منظم خطوط جریان را می گیرد که اثر مستقیم بر جابه جایی آزاد در محفظه خواهد داشت. شکل های (۶ و ۷) به ترتیب خطوط دماتاب و خطوط جریان را در محفظه متخلخل حاوی ۴ و ۹ بلوک در نسبت تخلخل $0.75/$ و نسبت طول $0.7/$ نشان می دهد.

بررسی تغییرات نسبت طول. در بررسی اثر تغییرات نسبت طول بر عدد ناسلت، ریلی 10^6 ، نسبت تخلخل $0.8/$ و تعداد موانع ۴ در نظر گرفته شده است. نسبت طول از $0.5/$ تا $0.9/$ تغییر می کند. نتیجه به دست آمده از تحلیل اعداد ناسلت این است که عدد ناسلت در طی افزایش نسبت طول کاهش می یابد. آنچه از شکل (۸) مربوط به خطوط دماتاب برای تغییرات نسبت طول به دست می آید این است که با افزایش نسبت طول ابعاد موانع بزرگ تر می شوند و فضای خالی برای جریان سیال کمتر می شود. به علاوه موانع از هم دور و به دیوارها نزدیک تر می شوند و از آنجا که شروع جابه جایی آزاد از کنار دیوار است و به سمت داخل کشیده می شود، در همان ابتدای راه با موانع بزرگ مواجه می شود و انتقال حرارت جابه جایی آزاد کمتر می شود. درازای ریلی 10^4 این کاهش، از نسبت طول $0.5/$ تا $0.9/$ به ۹ درصد نیز می رسد.

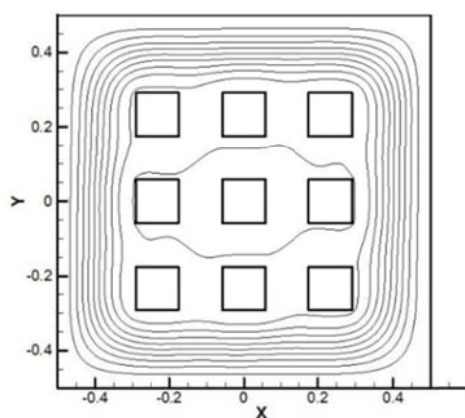


(ب)

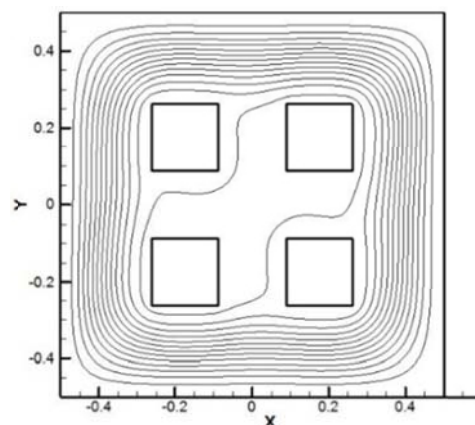


(الف)

شکل ۶ نمای خطوط دمای بی بعد ثابت محفظه با عدد رایلی 10^4 ، نسبت تخلخل 0.75 ، نسبت طول 0.7 ، (الف) حالت ۴ مانع و (ب) حالت ۹ مانع

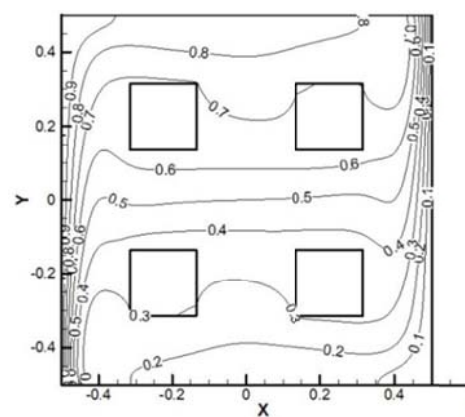


(ب)

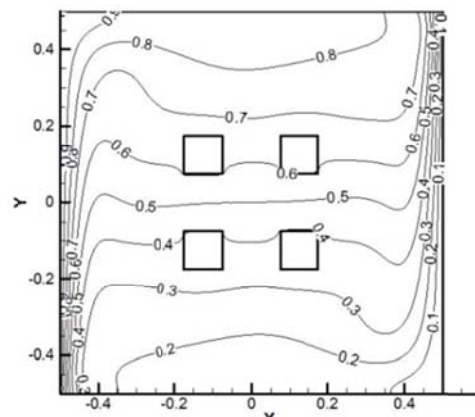


(الف)

شکل ۷ نمای خطوط جریان محفظه با نسبت تخلخل 0.75 ، چهار مانع، رایلی 10^4 ، نسبت طول 0.7 ، (الف) در تعداد مانع ۴ و (ب) در تعداد مانع ۹



(ب)



(الف)

شکل ۸ نمای خطوط دمای بی بعد ثابت محفظه با عدد رایلی 10^6 ، حالت ۴ مانع و نسبت تخلخل 0.84 ، (الف) نسبت طول 0.5 و (ب) نسبت طول 0.9

روند کاهشی عدد ناسلت درازای افزایش نسبت طول در اکثر موارد صادق است مگر در اندک مواردی که خلاف این رفتار در محفظه مشاهده می شود. برای مثال در نسبت تخلخل ۰/۵۱ و عدد رایلی 10^4 روند تغییرات عدد ناسلت فقط کاهشی نیست و از قسمتی به بعد دوباره افزایش می یابد. تغییر نسبت طول از ۰/۵ تا ۰/۹، افزایش اندازه بلوک های جامد در محفظه و تغییر فضای میان آنها را به دنبال دارد. این تغییر فضا اثر مستقیم بر جابه جایی آزاد در محفظه دارد. در بیان عوامل کاهش نرخ انتقال حرارت در محفظه می توان گفت، بلوک ها ضمن افزایش اندازه به دیوارها نزدیک تر می شوند که این خود مانع تشکیل فراگیرتر خطوط جریان است.

نتیجه گیری

جریان سیال و انتقال حرارت جابه جایی آزاد در یک محفظه بسته، باوجود موانع مربعی دارای رسانایی گرمایی مورد بررسی قرار گرفت. برای حل معادلات، از روش حجم محدود استفاده شد. تغییرات عدد ناسلت میانگین روی دیوارهای سرد و گرم برحسب تغییر نسبت تخلخل، نسبت طول بلوک متخلخل، تعداد مانع و عدد رایلی بررسی شد. بیشترین تغییرات در عدد ناسلت و متناسب با آن در نرخ انتقال حرارت در محفظه، به عدد رایلی مربوط می شد که با زیاد شدن آن انتقال حرارت در محفظه افزایش می یافت چنانکه به طور مثال مشاهده شد در نسبت طول ۰/۵، تعداد بلوک ۴ و نسبت تخلخل ۰/۵۱ به ازای عدد رایلی 10^4 ، 10^5 و 10^6 عدد ناسلت به صورت ۱/۹۲۳۸، ۴/۴۹۰۷ و ۸/۸۱۸۳ افزایش یافت. درصد تغییرات عدد ناسلت در محفظه، به ازای تغییر نسبت طول، در رایلی های بالا چشم گیر نیست، اما در عدد رایلی های پایین قابل صرف نظر کردن نیست؛ به طور مثال در نسبت طول ۰/۹

و در عدد رایلی 10^4 عدد ناسلت از نسبت تخلخل ۰/۵۱ تا ۰/۷۵، ۲۶ درصد کاهش می یابد و یا با تغییر نسبت طول از ۰/۵ تا ۰/۹ در همین عدد رایلی، عدد ناسلت ۷ درصد افزایش می یابد. قابل ذکر است که عمده تاً با افزایش تعداد موانع، عدد ناسلت کاهش یافته است. بالاترین نرخ انتقال حرارت در محفظه و روی دیوارهای سرد و گرم در نسبت تخلخل ۰/۸۴، نسبت طول ۰/۵، عدد رایلی 10^6 و تعداد مانع ۹ ایجاد می شود که عدد ناسلت در این حالت ۸/۹۳۴۳ می باشد.

علائم

T_h	دمای دیوار گرم
x	مکان در جهت افقی
x^*	مؤلفه بی بعد x
y	مکان در جهت عمودی
y^*	مؤلفه بی بعد y
p	فشار
ρ	چگالی
β	ضریب انبساط حجمی
θ	دمای بی بعد
α	ضریب نفوذ گرمایی
A	اندازه ضلع فضای مربعی دربرگیرنده موانع
d	اندازه ضلع موانع مربعی
g	شتاب گرانش
H	ضلع محفظه
n	تعداد موانع
Nu	عدد ناسلت
u	سرعت در جهت x
v	سرعت در جهت y
T	دما
T_c	دمای دیوار سرد

مراجع

1. Refai, A.G. and Yovanovich, M.M., "Influence of Discrete Heat Source Location on Natural Convection Heat Transfer in a Vertical Square Enclosure", *J. Electron. Packag.*, Vol. 113, pp.268-274, (1991).
2. Nelson, J.E.B., Balakrishnan, A. R and Murthy, S.S., "Experiments on stratified chilled water tanks", *Int. J. Refrig*, Vol. 22, pp. 216-234, (1999).
3. De Vahl Davis, G., "Natural convection in a square cavity: A bench mark numerical solution", *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, (1983).
4. Walker, K.L. and Homsy, G.M., "Convection in porous cavity", *J. Fluid Mech.*, Vol. 87, pp. 449-474, (1978).
5. Bejan, A., "On the boundary layer regime in a vertical enclosure filled with a porous medium", *Lett. Heat Mass Transfer*, Vol. 6, pp. 93-102, (1979).
6. Prasad, V. and Kulacki, F.A., "Convective heat transfer in a rectangular porous cavity-effect of aspect ratio on flow structure and heat transfer", *J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 158-165, (1984).
7. Beckermann, C., Viskanta, R. and Ramadhyani, S., "A numerical study of non-Darcian natural convection in a vertical enclosure filled with a porous medium, Numer", *Heat Transfer*, Vol. 10, pp. 557-570, (1986).
8. Baytas, A.C., "Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2089-2099, (2000).
9. Moya, S.L., Ramos, E. and Sen, M., "Numerical study of natural convection in a tilted rectangular porous material", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp.741-756, (1987).
10. Baytas, A.C., Pop, I., "Free convection in oblique enclosures filled with a porous medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 1047-1057, (1999).
11. House, J.M., Beckermann, C. and Smith, T.F., "Effect of acentered conducting body on natural heat transfer in aenclosure, Numer", *Heat Transfer A*, Vol. 18, pp. 213-225, (1990).
12. Merrikh, A.A., Mohamad, A.A., "Blockage effects in naturalconvection in differentially heated enclosures", *J. Enhanced Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 55-72, (2001).
13. Raji, A., Hasnaoui, M., Naïmi, M., Slimani, K. and Ouazzani, M.T., "Experimental and numerical study of heat and moisture transfers by natural convection in a cavity filled with solid obstacles", *Comput. Fluids*, Vol. 68, pp. 1-15, (2012).
14. Sheikhzadeha, G.A., Heydaria, R., Hajialigola, N. and Fattahia, A., "Heat and mass transfer by natural convection around a hot body in a rectangular cavity", *Mechanical Engineering*, Vol. 20, pp. 1474-1484, (2013).
15. Dixit, H.N. and Babu, V., "Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 727-739, (2006).

طراحی اجکتور با کاربرد در صنعت بافت فرش *

(یادداشت پژوهشی)

مسعود حاجیان^(۱) اسماعیل لکزیان^(۲) علی فرهمند^(۳)

چکیده در این مقاله اجکتوری جدید، برای استفاده در صنعت نساجی و بافت فرش به روش عددی طراحی و بهینه‌سازی شده است. یکی از روش‌های معمول بافت فرش، فرایند کاشت نخ (Tufting) است که در این روش نخ توسط سیال هوا و با استفاده از سوزن‌هایی به سمت فرش منتقل می‌شوند. در این تحقیق برای اولین بار استفاده از پمپ‌های اجکتور هوا برای انتقال نخ به داخل سوزن‌ها پیشنهاد شده و شرایط هندسی پمپ اجکتوری بدون در نظر گرفتن الیاف نخ بهینه شده است. معادلات ناویر استوکس به صورت دویعدی، پایا، تراکم‌پذیر و با به کارگیری مدل توربولانسی $k-\varepsilon$ Realizable حل شده‌اند. به منظور اعتبارسنجی، نتایج با داده‌های تجربی چاپ شده برای پمپ اجکتوری مشابه، مقایسه شده که انطباق مناسبی حاصل شده است. پس از احراز اعتبار، پارامترهای هندسی از جمله طول (با قطر ثابت) و زاویه هم‌گرایی در محفظه اختلاط و فشار ورودی اولیه در پمپ اجکتوری مورد بررسی قرار گرفتند. براساس نتایج عددی، مقادیر بهینه برای زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط و طول محفظه اختلاط تعیین گردیده است؛ که در شرایط بهینه‌شده هندسی عملکرد پمپ اجکتوری هوا بهبود یافت. توسعه پمپ‌های اجکتوری و بهینه‌سازی آن می‌تواند در پیشرفت صنعت فرش و نیز افزایش راندمان تولید و کاهش هدررفت انرژی، مفید باشد.

واژه‌های کلیدی بافت فرش، پمپ اجکتوری، زاویه هم‌گرایی، طول محفظه اختلاط، نسبت دبی.

Design of Ejector for Carpet Knitting Industry

M. Hajian

E. Lakzian

A. Farahmand

Abstract In this paper a new ejector pump for using in textile and carpet knitting industries has been designed and optimized by numerical method. One of the customary methods in carpet knitting is tufting through which strings are deployed by fluid (air) and particular needles. In this study, a new method for sucking and transferring strings into the needles by employing air ejector has been proposed and the geometric conditions of ejector pump are optimized without regarding the yarn. Navier-Stokes equations for two-dimensional domain for a compressible turbulent steady flow have been solved. Furthermore, the Realizable $k-\varepsilon$ method has been employed for the turbulent flow. The numerical method is verified by available experimental data for similar ejector pump and good agreements are achieved. In this study, geometric parameters of length (with constant diameter), divergence angle in mixing chamber and initial inlet pressure are investigated. Numerical results suggest optimum values for divergence angle and length of the mixing chamber which promote the performance of air ejector pump. Developing and optimizing ejector pump can lead to carpet industry prosperity and increase in its efficiency of production and lowering the energy loss.

Key Words Carpet knitting, Ejector pump, Inclination angle, Length of mixing chamber, Entrainment ratio

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۸/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۲/۲۷ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.51213

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران e_lakzian@sbu.ac.ir

(۳) مدیر عامل شرکت هوران سازه سینا ریس.

مقدمه

فناوری پمپ‌های اجکتوری که به عنوان جت پمپ‌ها نیز شناخته می‌شوند، از لحاظ تاریخی به سال ۱۸۵۲ در انگلستان بر می‌گردد [1]. با استفاده از ایجاد خلأ در این سیستم می‌توان سیالات مایع، گاز و حتی جامدات را منتقل نمود. آنها ساده‌ترین وسیله در میان انواع کمپرسورها و پمپ‌های خلأ می‌باشند [2]. در یک اجکتور جریان ثانویه با سرعت مادون صوت بر اساس کاهش فشار به وجود آمده از جریان اولیه مافوق صوت، گذرنده از یک نازل هم‌گرا و واگرا، به داخل محفظه اختلاط مکش می‌شود و در نهایت دو سیال ترکیب شده اولیه و ثانویه از انتهای انتهای اجکتور (دیفیوزر) خارج می‌شوند. پمپ‌های اجکتور خلأ در مقایسه با دیگر تجهیزات انتقال سیالات در صنعت دارای بازده کمتری می‌باشند، ولی به دلیل طراحی ساده و نداشتن عضو متحرک، عدم نیاز به روغن کاری، قیمت پایین و عدم سایش، این وسیله با استقبال خوبی در صنعت مواجه شده است. صنعت هوا و فضا، سیستم‌های تبرید، انتقال سیالات، از جمله کاربردهای پمپ‌های اجکتوری در صنعت می‌باشد [3-7]. یکی از کاربردهای پمپ‌های اجکتوری می‌تواند در صنعت فرش و در فرایند کاشت نخ باشد. کاشت نخ به یک فرایند مهم در صنعت نساجی به خصوص بافندگی فرش و در دستگاه‌های بافندگی چند سوزنه (Multi-needle) اطلاق می‌شود. در این سیستم صدها رج الیاف که به دستگاه وارد می‌شود، توسط چند صد سوزن، به پارچه پشتیبان که به آن پشتیبان اولیه (Primary backing fabric) نیز می‌گویند، بافته می‌شود. در مطالعه حاضر از پمپ اجکتوری برای مکش و منتقل نمودن الیاف نخ استفاده شده است. الیاف نخ توسط پمپ اجکتور هوا به سمت سوزن‌ها منتقل می‌شوند و توسط سوزن‌ها در پارچه پشتیبان اولیه بافته می‌شوند و در ادامه به وسیله تیغه‌های برش بریده می‌شوند [8].

به جهت ویژگی انتقال جامدات توسط پمپ‌های

اجکتوری در این تحقیق سعی شده است تا برای اولین بار استفاده از پمپ‌های اجکتوری برای مکش نخ به داخل سوزن‌ها به طور عددی مورد شبیه‌سازی و آنالیز قرار گیرد. لازم به ذکر است که در اجکتورها جریان هوا مافوق صوت می‌شود و دارای یک سری شوک‌های مایل و حتی گاه عمودی نیز می‌باشند که با حضور دو ورودی و تداخل جریان‌های اولیه و ثانویه، مدل‌سازی جریان بسیار پیچیده می‌شود. بدین جهت در این مطالعه از حضور الیاف نخ در شبیه‌سازی عددی صرف نظر شده است و هدف از این تحقیق بهینه‌سازی هندسی و آیرودینامیکی اجکتور برای رسیدن به بالاترین نسبت دبی و راندمان در اجکتور می‌باشد تا پمپ اجکتوری بیشترین مکش را در قسمت کشنده الیاف نخ داشته باشد. در راستای بهینه‌سازی پارامترهای هندسی و فشار ورودی اولیه پمپ اجکتوری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این پارامترها تأثیر زیادی در مقدار و موقعیت شوک‌ها در اجکتور دارند [9]. با افزایش تعداد و شدت شوک‌ها در محفظه اختلاط عملکرد و نسبت دبی (Entrainment ratio) در پمپ اجکتوری کاهش می‌یابد. به دلیل کاربرد فراوان نازل‌های هم‌گرا-واگرا و اجکتورهای مافوق صوت در صنعت و در جریان‌های تک‌فازی و دوفازی [10-21]، تحقیقات بسیاری برای بهینه‌سازی این تجهیزات ارائه شده است. از جمله این مطالعات بررسی تأثیر پارامترهای هندسی، پارامتر (Nozzle exit position)، زاویه هم‌گرایی (Inclination angle) و طول محفظه اختلاط بر روی عملکرد پمپ اجکتوری می‌باشد؛ ژیان جو و همکاران [9] مقدار بهینه‌ای را برای پارامترهای هندسی پمپ اجکتوری که در سیکل تبرید مورد استفاده قرار گرفت، گزارش دادند که از آن جمله می‌توان به موقعیت خروجی نازل جریان اولیه (NXP)، زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط (θ) و قطر محفظه اختلاط (d_d) اشاره کرد. ایشان در حدود ۹۵

هندسه مختلف را برای پمپ اجکتوری مورد بررسی قرار دادند و در نهایت نشان دادند که موقعیت NXP به قطر محفظه اختلاط وابسته نمی باشد و با افزایش فشار جریان اولیه؛ موقعیت آن نیز افزایش می یابد. همچنین بیان نمودند که با تغییرات زاویه هم گرایی (θ) در پمپ های اجکتوری نسبت دبی می تواند تا حدود ۲۶٪ افزایش یابد. چن و همکاران [1] برروی پمپ اجکتوری در سیستم های تقویتی (Boosting system) برای بازیافت گاز طبیعی مطالعه نمودند. استفاده از پمپ های اجکتوری در سیستم های تقویتی و بازیافت یک روش پرهزینه به شمار می آید و در همین راستا بهینه سازی پمپ های اجکتوری می تواند در کاهش هزینه ها بسیار مؤثر باشد. ایشان برروی پارامترهای هندسی از جمله زاویه هم گرایی محفظه اختلاط (θ) و طول و قطر محفظه اختلاط در قسمت سطح مقطع ثابت و با روش عددی مطالعه نمودند و مقادیر بهینه را گزارش دادند. همچنین در تحقیق ژو و همکاران [22] مشخص شد که طول و قطر محفظه اختلاط تأثیر به سزایی بر عملکرد پمپ اجکتوری دارد. جی و همکاران [23] برروی ترموکمپرسورهای بخار (Thermo vapor compressor) مطالعه نمودند و با استفاده از روش عددی به تغییر زاویه هم گرایی محفظه اختلاط از 0° تا 4.5° و در فشارهای ثانویه مختلف پرداختند و مقدار بهینه $\theta = 1^\circ$ را گزارش دادند. همچنین نتایج به دست آمده از روش عددی با نتایج تجربی مورد اعتبارسنجی قرار گرفت. همچنین نشان دادند که افزایش فشار جریان اولیه موجب به وجود آمدن امواج شوک ضعیف می شود که نسبت دبی را کاهش می دهد. همچنین سریوراکول و همکاران [24] در مقاله خود به بررسی تأثیرات تغییر ابعاد نازل جریان اولیه پرداخته است. او همچنین نشان داد، با افزایش قطر گلوگاه نازل جریان اولیه هسته های جت جریان در خروجی نازل بزرگ تر می شود و در نتیجه جریان ثانویه کمتری اجازه ورود به محفظه اختلاط را پیدا می کند و

نسبت دبی و در کل راندمان پمپ اجکتوری پایین می آید. همچنین افزایش قطر گلوگاه نازل جریان اولیه موجب افزایش مومنتوم ترکیب دو جریان می شود که این نیز باعث غالب شدن شوک های مایل ثانویه بر جریان می گردد.

علاوه بر پارامترهای هندسی، تأثیر فشار در ورودی اولیه و ثانویه بر عملکرد پمپ های اجکتوری نیز در مطالعات گذشته مورد بررسی قرار گرفته است. چن و همکاران [1] برروی تأثیر فشار ورودی اولیه بر عملکرد پمپ اجکتوری مطالعه کردند و مشخص شد که با افزایش فشار اولیه تا ۱۲MPa نسبت دبی افزایش می یابد و با افزایش بیشتر فشار اولیه دوباره نسبت کاهش می یابد. به همین صورت لیو و همکاران [25] نیز تأثیر فشار ورودی جریان اولیه و ثانویه را بر عملکرد پمپ اجکتوری بخار در یک سیکل بازیافت هیبریدی در یک سیستم تبرید مورد مطالعه قرار دادند. سریوراکول و همکاران [24] در مقاله خود تأثیر فشار جریان ورودی اولیه و ورودی ثانویه و جریان خارجی را مورد بررسی قرار داد. او همچنین دریافت که با افزایش فشار خروجی شوک های جریان به بالادست جریان در محفظه اختلاط حرکت می کند و باعث کاهش نسبت دبی می شوند. لذا همان طور که ملاحظه می شود، پارامترهای هندسی و سیالاتی نقش به سزایی در عملکرد یک اجکتور دارند. می توان تصریح کرد که با بهینه سازی این پارامترها در یک پمپ اجکتوری می توان به بالاترین نسبت دبی دست یافت. نرخ دبی ایجاد شده در واقع هدف اصلی طراحی و تولید پمپ اجکتوری است و تعیین کننده میزان کارایی این قطعه به ظاهر ساده مکانیکی نیز می باشد. بر این اساس در مطالعه حاضر پارامترهای هندسی و فشار ورودی اولیه در پمپ اجکتوری که برای اولین بار در صنعت کاشت نخ مورد استفاده قرار می گیرد، بهینه سازی شده اند. در صنعت کاشت نخ از پمپ های اجکتوری هوا برای انتقال رشته های نخ با استفاده از سیال عامل هوا به سمت

به وجود آمده سرعت سیال اولیه از مافوق صوت به مادون صوت تبدیل می شود و فشار دوباره افزایش می یابد. در شکل (۱) قسمت های مختلف اجکتور ارائه شده است.

پارامتر مهم مورد بررسی در اجکتورها، نسبت دبی (ω) است که در معادله (۱) ارائه شده است و به صورت نسبت نرخ جریان ثانویه عبوری به نرخ جریان اولیه عبوری معرفی می شود [1].

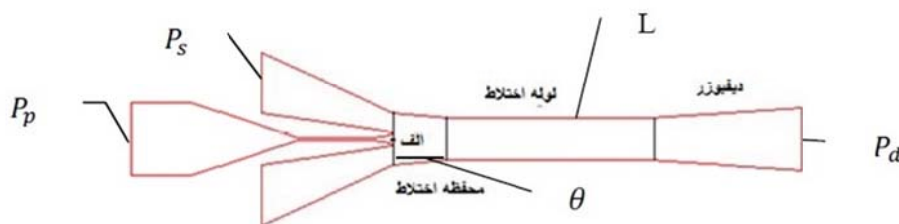
$$\omega = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_p} \quad (1)$$

روش عددی. از روش عددی برای بررسی تأثیرات هندسی و شرایط جریان بر عملکرد پمپ اجکتوری استفاده شده است. در زیر فرضیات استفاده شده در روش عددی آورده شده است:

- ۱- دو جریان اولیه و ثانویه قبل از ورود به دیفیوزر به طور کامل با هم ترکیب می شوند.
- ۲- در خروجی نازل جریان اولیه، جریان ثانویه به سرعت صوت می رسد و فشار استاتیکی دو جریان اولیه و ثانویه در این قسمت یکسان می شوند.
- ۳- به دلیل باریک بودن نخ ها در این تحقیق از تأثیرات وجود الیاف نخ صرف نظر شده است.
- ۴- سیال عامل به عنوان یک سیال ایده آل معرفی شده است.

سوزن ها برای انجام کاشت نخ استفاده شده است. در راستای بهینه سازی پمپ اجکتوری هوا از نرم افزار Fluent و براساس روش حجم محدود (Finite volume) به صورت ضمنی استفاده شده است. در این مطالعه پارامترهای هندسی از جمله زاویه هم گرایی محفظه اختلاط، طول محفظه اختلاط با سطح مقطع ثابت در اجکتور و همچنین فشار ورودی اولیه در پمپ اجکتوری مورد بهینه سازی قرار گرفته است. نحوه قرارگیری پمپ اجکتوری در این سیستم بافت فرش به گونه ای است که فشار خروجی دیفیوزر (P_d)، فشار اتمسفر می باشد و بهینه سازی پمپ اجکتوری در روش عددی نیز براین اساس انجام شده است.

اجزاء و عملکرد اجکتور. پمپ های اجکتوری شامل اجزای اصلی از جمله ورودی اولیه، ورودی ثانویه، نازل جریان اولیه، محفظه اختلاط و دیفیوزر می باشد. ابتدا جریان با فشار بالا از طریق ورودی اولیه وارد اجکتور می شود و با عبور از نازل جریان اولیه و با کاهش فشار در این ناحیه باعث مکش جریان ثانویه به داخل اجکتور می شود. همچنین با توجه به ترکیب دو جریان در محفظه اختلاط جریان ثانویه با سرعت مادون صوت بعد از ترکیب با جریان مافوق صوت اولیه و به دلیل تنش برشی به وجود آمده [24] بین دو جریان به سرعت صوت می رسد و دو جریان در این قسمت هم فشار می شوند. در ادامه و در محفظه اختلاط در اثر شوک های



شکل ۱ طرحواره پمپ اجکتوری مورد استفاده در فرایند کاشت نخ

است. همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شد، نتایج به‌دست آمده از مدل توربولانسی Realizable k-ε نزدیکی بیشتری به نتایج تجربی در مقایسه با روش عددی مرجع [29] داشت.

معادلات حاکم

جریان در پمپ اجکتوری توسط معادلات ناویر استوکس متقارن محوری برای جریان تراکم‌پذیر حل می‌شود.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}[u_i(\rho E + P)] = \bar{\nabla} \cdot \left(\alpha_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \bar{\nabla} \cdot [u_j(\tau_{ij})] \quad (4)$$

که خواهیم داشت:

$$\tau_{ij} = \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_{\text{eff}} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (5)$$

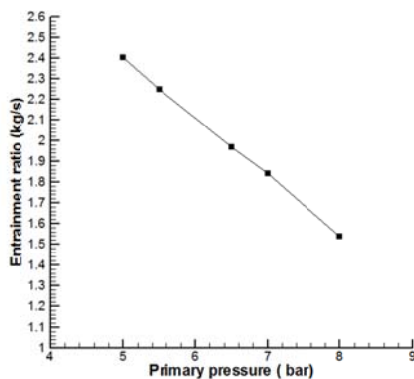
نتایج

در ادامه پس از اعتبارسنجی روش عددی با استفاده از داده‌های تجربی چانگ و همکاران [29] به بهینه‌سازی پارامترهای هندسی در پمپ اجکتوری پرداخته شده است و نتایج آن به شرح زیر می‌باشد:

اعتبارسنجی. اعتبارسنجی نتایج با داده‌های تجربی چانگ و همکاران [29] انجام گرفته است. شکل (۲) مقایسه‌ای را از پارامتر نسبت دبی به‌دست آمده از مطالعه حاضر با نتایج تجربی [29] در فشارهای خروجی متفاوت و در $NXP=2/8$ mm نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج عددی مطالعه

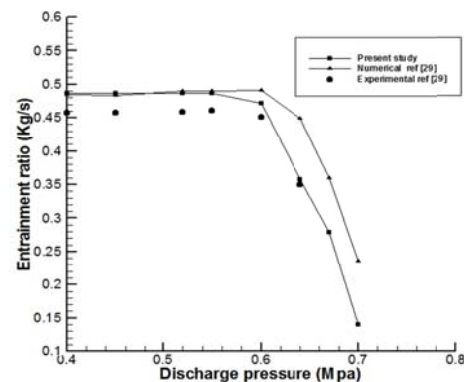
جریان در پمپ اجکتوری از قوانین حاکم در معادلات دوبعدی جریان توربولانسی و تراکم‌پذیر که ناویر استوکس نامیده می‌شود، پیروی می‌کند و این معادلات در نرم‌افزار Fluent حل شده‌اند [26]. از معادلات دیفرانسیل حجم محدود برای جداسازی معادلات حاکم استفاده شده است. در این روش عددی معادلات انرژی جنبشی و اغتشاشی (Turbulent) با استفاده از روش بالادست مرتبه اول (First order upwind) و همچنین معادلات مومنتوم، چگالی و انرژی با روش بالادست مرتبه دوم (Second order upwind) با روش ضمنی گسسته‌سازی شده‌اند. در هر شبیه‌سازی روش حل تا رسیدن به هم‌گرایی تکرار شد (میزان باقی‌مانده در هر شبیه‌سازی کمتر از 10^{-6} انتخاب شد). در این مطالعه از روش فشار مبنا برای حل معادلات و از مدل آشفتگی k-ε Realizable که نوع بهبودیافته k-ε است، استفاده شده است. برخی از پژوهشگران بر روی دقت و توانایی مدل‌های مختلف آشفتگی مطالعه کرده‌اند. گاگان و همکاران [27] با استفاده از روش سرعت‌سنجی تصویر ذرات اقدام به بررسی بصری از جریان عبوری اجکتور کردند. آنها دریافتند که مدل آشفتگی k-ε نسبت به دیگر مدل‌های موجود نزدیکی بیشتری به نتایج تجربی به‌دست‌آمده دارد و همچنین از پایداری بیشتری برخوردار است. همچنین قربان‌زاده و لکزیان [28] در مطالعه خود بر روی اجکتور هوای مورد استفاده در سیستم سلول سوختی غشا الکترولیت پلیمری (PEMFC)، از مدل آشفتگی k-ε Realizable که نوع بهبودیافته k-ε است، استفاده نموده‌اند. در مطالعه حاضر برای حصول اطمینان از مناسب بودن این مدل برای پیش‌بینی شرایط جریان و عملکرد اجکتور، تغییرات نرخ کشندگی نسبت به فشار تخلیه در دو مدل آشفتگی k-ω و k-ε Realizable محاسبه و با نتایج تجربی ارائه‌شده در مرجع [29] مقایسه و در شکل (۲) نمایش داده شده

می‌باشد. در این مطالعه مقادیر 5 bar تا 8 bar برای فشار ورودی اولیه مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود با افزایش فشار اولیه از 5 bar تا 8 bar نسبت دبی کاهش می‌یابد، ولی براساس آنچه در شکل (۴) مشاهده می‌شود و همچنین باتوجه به اینکه فشار خروجی پمپ اجکتوری فشار اتمسفر 1 bar است، می‌توان گفت که استفاده از فشار ورودی اولیه 6 bar و کمتر از این مقدار مناسب نیست، زیرا پمپ اجکتوری در این حالت و در فشار خروجی 1 bar در حالت ناپایدار عملکرد خود قرار دارد. همچنین در فشار اولیه 7 bar مشاهده می‌شود که مرز پایداری عملکرد اجکتور در فشار خروجی 1 bar است که باتوجه به مهم بودن حاشیه عملکرد مناسب برای عملکرد پایدار اجکتور، فشار اولیه ورودی 7 bar نیز پیشنهاد نمی‌شود. براساس آنچه که در بالا توضیح داده شد، فشار ورودی اولیه 8 bar برای پمپ اجکتوری انتخاب شد، به‌طوری که پمپ اجکتوری در شرایط پایدار و بدون نوسانات پایداری عمل می‌کند.



شکل ۳ تغییرات نسبت دبی با فشار ورودی اولیه

حاضر نسبت به نتایج عددی چانگ و همکاران [29] نزدیکی بیشتری به نتایج تجربی دارد. شبکه‌بندی صحیح میدان حل، داده‌های ورودی اولیه و نحوه آماده‌سازی شبیه‌سازی (Initialize) و همچنین استفاده از تابع استاندارد به‌منظور تخمین شرایط جریان نزدیک دیواره و انتخاب مقدار Y^+ مناسب (در مطالعه حاضر حدود ۲۴۰ است)، از جمله مواردی است که می‌تواند علت برتری نتایج عددی حاضر با نتایج عددی چانگ و همکاران [29] باشد.

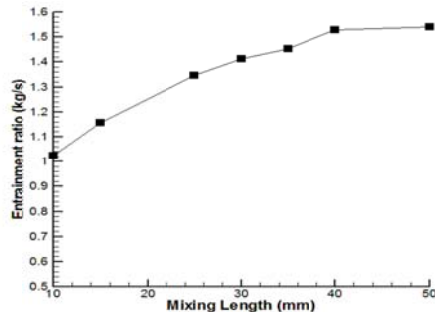


شکل ۲ مقایسه نتایج عددی به‌دست آمده برای نسبت دبی از مطالعه حاضر و نتایج عددی مرجع [29] با نتایج تجربی در فشارهای خروجی متفاوت

استقلال از شبکه. همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، نقطه‌ای با نام (الف) انتخاب شده است تا از این طریق تغییرات فشار متناسب با تغییرات شبکه در این نقطه بررسی شود. با افزایش تعداد شبکه، تغییرات فشار در نقطه عرض نقطه (الف) کاهش یافته است. در نهایت با تغییر تعداد شبکه از ۲۵,۶۷۵ واحد تا ۳۲,۷۹۵ واحد تغییرات فشار در حدود ۰/۱٪ بوده است که قابل چشم‌پوشی می‌باشد. در نتیجه تعداد شبکه مربعی برابر با ۲۵,۶۷۵ واحد برای این مطالعه انتخاب شده است.

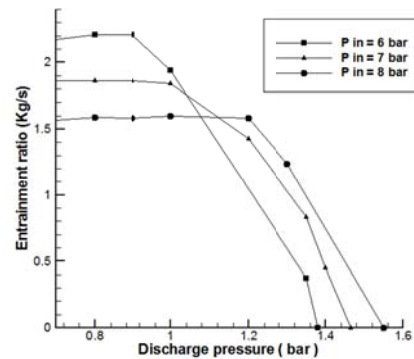
بهینه‌سازی فشار ورودی اولیه. بهینه‌سازی پمپ اجکتور تا حد زیادی تابعی از شرایط مرزی جریان

بهینه برای طول محفظه اختلاط 40 mm انتخاب شده است.



شکل ۵ تغییرات نسبت دبی با طول محفظه اختلاط (L)

تأثیر زاویه هم‌گرایی (θ) بر نسبت دبی. در قسمت اول محفظه اختلاط که منطقه‌ای هم‌گرا می‌باشد، دو جریان اولیه و ثانویه با هم ترکیب می‌شوند. به دلیل لزجت دو سیال و تنش‌های برشی به وجود آمده، ترکیب دو جریان دچار شوک با زاویه انبساطی بزرگ می‌شود که این پدیده مانع مکش جریان ثانویه می‌شود و نسبت دبی کاهش می‌یابد. با کاهش زاویه هم‌گرایی در محفظه اختلاط زمان بیشتری صرف می‌شود تا سیال ثانویه شتاب بگیرد و در نتیجه انرژی مومنتوم بیشتری بین دو سیال اولیه و ثانویه مبادله می‌شود و این موضوع باعث افزایش نسبت دبی می‌شود. با کاهش زاویه هم‌گرایی به مقداری کمتر از مقدار بهینه افت اصطکاکی بیشتر می‌شود که باعث کاهش انرژی سیال و نسبت دبی می‌شود. شکل (۶) تغییرات نسبت دبی را براساس تغییر در زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط که به ترتیب 0° ، $2/8$ ، $5/67$ ، $8/4$ و $11/25$ درجه می‌باشد و همچنین در فشار اولیه 8 bar و در فشار خروجی (P_d) و ثانویه (P_s) 1 bar نشان می‌دهد. در ابتدا زاویه هم‌گرایی برابر $\theta = 0^\circ$ در نظر گرفته می‌شود که در این حالت محفظه اختلاط دارای سطح مقطع ثابت می‌باشد و در این حالت کمترین نسبت دبی مشاهده شد. با افزایش زاویه هم‌گرایی در محفظه اختلاط از $\theta = 0^\circ$ به $\theta = 5.67^\circ$ ؛ نسبت دبی نیز به اندازه 12.26% افزایش می‌یابد. با افزایش زاویه هم‌گرایی به بیشتر از $\theta = 5.67^\circ$ ، دوباره کاهش نسبت دبی مشاهده می‌شود.

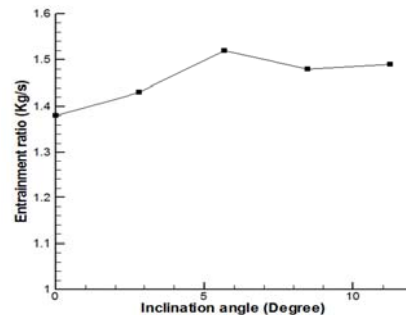


شکل ۶ تغییرات در نسبت دبی در فشارهای اولیه و خروجی متفاوت

تأثیر هندسه محفظه اختلاط بر عملکرد پمپ

اجکتوری. در این مطالعه بهینه‌سازی پمپ اجکتوری با چشم‌پوشی از ابعاد قخ در پمپ اجکتوری در فرایند کاشت نخ انجام گرفته است. همانطور که در شکل (۵) نشان داده شده است، عملکرد و بازدهی پمپ اجکتوری با تغییر طول محفظه اختلاط از 10 mm تا 50 mm مورد بررسی قرار گرفته است. با افزایش طول محفظه اختلاط تا 40 mm نسبت دبی تا مقدار $1/52$ افزایش می‌یابد. در این شرایط نخ می‌تواند با بیشترین سرعت به سمت بیرون پمپ اجکتوری پرتاب شود. اما با افزایش بیشتر در طول محفظه اختلاط تغییر محسوسی در مقدار نسبت دبی مشاهده نمی‌شود. همین‌طور که در شکل (۵) قابل مشاهده می‌باشد، با افزایش طول محفظه اختلاط شدت شوک‌ها در این ناحیه کاهش یافته است و این خود دلالت بر افزایش نسبت دبی در پمپ اجکتوری دارد. در پمپ اجکتوری با طول محفظه اختلاط برابر با $L=10$ mm, $L=15$ mm شدت شوک‌ها بالا است و با افزایش طول محفظه اختلاط به $L=40$ mm شدت شوک‌ها کاهش می‌یابد و نسبت دبی تا حدود 18/51% افزایش می‌یابد. با کاهش طول محفظه اختلاط شدت شوک و فشار در این ناحیه افزایش می‌یابد و این حالت موجب کاهش نسبت دبی در پمپ اجکتوری می‌شود. افزایش طول محفظه اختلاط به بیشتر از $L=40$ mm تأثیر چندانی بر عملکرد پمپ اجکتوری ندارد و باتوجه به محدودیت‌های موجود برای اندازه پمپ اجکتوری طراحی شده، مقدار

به همین دلیل مقدار بهینه برای زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط مقدار $\theta = 5.67^\circ$ انتخاب شد.



شکل ۶ تغییرات در نسبت دبی با تغییر در زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط (θ)

است و مقدار بهینه که در آن نسبت دبی ماکزیمم است، $\theta = 5.67^\circ$ می‌باشد.

۳. طول محفظه اختلاط.

مقدار طول محفظه اختلاط از 10 mm تا 40 mm تغییر داده شد. با افزایش این پارامتر تا مقدار 40 mm نسبت دبی نیز افزایش می‌یابد و نخ با مومنتوم بیشتری به سمت سوزن‌ها در فرایند کاشت نخ حرکت می‌کند. افزایش بیشتر تأثیر چندانی بر عملکرد پمپ اجکتوری ندارد.

فهرست علائم

نرخ عبوری جریان اولیه	$\dot{m}_p$
نرخ عبوری جریان ثانویه	$\dot{m}_s$
فشار خروجی	P_d
فشار ورودی اولیه	P_p
فشار ورودی ثانویه	P_s
طول محفظه اختلاط	L
زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط	θ
موقعیت خروجی نازل جریان اولیه	NXP
نسبت دبی	ω
چگالی	ρ
قطر خروجی دیفیوزر	d_d
سرعت	u
شاخص ایزنتروپیک	k
انرژی جنبشی توربولانسی	P_k
تنش برشی	τ
لزجت	μ
ضریب نفوذ حرارتی	α

نتیجه‌گیری

در این مقاله برای اولین بار از پمپ اجکتوری برای متقل نمودن رشته‌های نخ در فرایند بافندگی استفاده شده است. هدف اصلی در این مطالعه بهینه‌سازی هندسی در راستای افزایش نسبت دبی پمپ اجکتوری می‌باشد. از جمله پارامترهای هندسی زاویه هم‌گرایی در محفظه اختلاط (θ) و طول محفظه اختلاط می‌باشد (L). نتایج به‌دست‌آمده در راستای بهینه‌سازی عددی و افزایش نسبت دبی پمپ اجکتوری در این تحقیق به شرح زیر می‌باشد:

۱. فشار جریان اولیه.

در این مطالعه فشار ورودی اولیه مختلف به روش عددی مورد بررسی قرار گرفت و طبق نتایج به‌دست آمده و باتوجه به فشار خروج $P_d = 1 \text{ bar}$ ، فشار اولیه ورودی $P_p = 8 \text{ bar}$ پیشنهاد شد، زیرا که در این شرایط اجکتور در شرایط پایدار عملکرد خود قرار دارد.

۲. زاویه هم‌گرایی محفظه اختلاط (θ).

تغییرات زاویه هم‌گرایی تأثیر شاخصی بر نسبت دبی و همچنین قدرت مکش نخ به داخل پمپ اجکتوری دارد. مقدار این زاویه از ۰ تا ۱۱/۲۵ درجه تغییر کرده

مراجع

1. Chen, W., Chong, D., Yan, J. and Liu, J., "Numerical optimization on geometrical factors of natural gas ejectors", *International Journal of Thermal Sciences*, 50(8), pp. 1554-1561, (2011).
2. McGovern, R.K., Bulusu, K.V., Antar, M.A. and Lienhard, J.H., "One-dimensional Model of Optimal Ejector and Parametric Study of Ejector Efficiency", 2012 25th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization and Simulation of Energy Conversion Systems and Processes (ECOS 2012) (June 2012).
3. Al-Doori, Ghassan.F.L., "Investigation of Refrigeration System Steam Ejector Performance Through Experiments and Computational Simulations", Doctoral dissertation, University of Southern Queensland, (2013).
4. Rao, S.M. and Jagadeesh, G., "Novel supersonic nozzles for mixing enhancement in supersonic ejectors", *Journal of thermal engineering*, 71(1), pp. 62-71, (2014).
5. Selvaraju, A. and Mani, A., "Experimental investigation on R134a vapour ejector refrigeration system", *International Journal of Refrigeration*, 29(7), pp. 1160-1161, (2006).
6. Guo, J. and Shen, H.G., "Modeling solar-driven ejector refrigeration system offering air conditioning for office buildings", *Energy and Buildings*, 41(2), pp. 175-181, (2009).
7. Nalim, M.R., Izzy, Z. A. and Akbari, P., "Rotary wave-ejector enhanced pulse detonation engine", *Journal of Shock Waves*, 22(1), pp. 23-38, (2012).
8. Xu, Y., Sun, Z., Meng, Z. and Sun, Y., "Research on Mechanism Analysis and Elimination Method for the Tufted Carpet Stop Mark", *Fibres & Textiles in Eastern Europe*, 105(3), pp. 66-72, (2014).
9. Zou, J.J., Zhou, J., Lu, H.Q. and Hu, Y., "Experimental investigation on starting process of supersonic single-stage air ejector", *Journal of thermal science*, 21(4), pp. 348-353, (2012).
10. Lakzian, E. and Masjedi, A., "Slip effects on the exergy loss due to irreversible heat transfer in a condensing flow", *International Journal of Exergy*, 14(1), pp. 22-37, (2014).
11. Lakzian, E. and Shabani, A., "Analytical investigation of coalescence effects on the exergy loss in a spontaneously condensing wet-steam flow", *International Journal of Exergy*, 16(4), pp. 383-403, (2015).
12. Mahpeykar, M.R., Lakzian, E. and Amiri, E., "Reduction of Thermodynamic Losses in supersonic nucleating steam nozzle by spraying water droplets", *Scientia Iranica*, 16(3), pp. 253-262, (2009).
13. Rezazadeh, J., Lakzian, E. and Mahpeykar, M.R., "Effect of the droplet surface tension correction on nucleation condensing water vapor flow", *Modares Mechanical Engineering*, 16(2), pp. 264- 274, (2016), (In Persian).
14. Lakzian, E., Rezaeimoghaddam, M. and Zarenejad, S., "Investigation of 2D Inviscid Condensation Flow in Convergent Divergent Nozzle with Heating Source Term in Convergent Section", *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 12, pp. 9-21, (2016), (In Persian).
15. Lakzian, E., Shabani, S., Masjedi, A. and Salmani, F., "Analytical Model for Slip Effects Between Vapor and Liquid Phases in a Supersonic Condensing Flow Through a Convergent - Divergent Nozzle", *Tabriz Mechanical Engineering*, 44(1), pp. 17-28, (2014), (In Persian).
16. Teymourtash, A.R., Mahpeykar, M.R. and Lakzian, E., "Simulation of phenomenon of spontaneous phase change of water vapor with suitable nucleation and droplet growth equation for low condensation pressure", *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 3. pp. 89-102, (2014), (In Persian).
17. Lakzian, E. and Shabani, S., "Investigation of the Effects of Droplet Coalescence on the Wet Steam Flows", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, 1(1), pp. 51-62, (2014), (In Persian).

18. Teymourtash, A.R., Mahpeykar, M.R. and Lakzian, E., "Controlling the Intensity and Location of Spontaneous Condensation in a 2-D Laval Nozzle by Spraying Water Droplets at the Throat", *Aerospace Mechanics Journal*, 7(4), pp. 35-49, (2011), (In Persian).
19. Teymourtash, A.R., Mahpeykar, M.R. and Lakzian, E., "An Investigation of Condensing Steam Flow in a Turbine Cascade with Injection of Water Droplets at Inlet", *Amir Kabir Mechanics Journal*, Vol. 43, pp. 71-83, (2011), (In Persian).
20. Mahpeykar, M.R., Teymourtash, A.R. and Lakzian, E., "An Investigation of viscous effects in Condensing Steam Flow in a Turbine Cascade", *ISME Journal*, Vol. 11, pp. 7-27, (2009), (In Persian).
21. Teymourtash, A.R., Mahpeykar, M.R. and Lakzian, E., "An Investigation of Condensing Steam Flow in a Turbine Cascade Using the Baldwin- Lomax Model", *Sharif Mechanics Journal*, Vol. 27, pp. 25-36, (2009), (In Persian).
22. Zhu, Y., Cai, W., Wen, C. and Li, Y., "Numerical investigation of geometry parameters for design of high performance ejectors", *Journal of Thermal Engineering*, 29(5-6), pp. 898-905, (2009).
23. Ji, M., Utomo, T., Woo, J., Lee, Y., Jeong, H. and Chung, H., "CFD investigation on flow structure inside thermo vapor compressor", *Energy*, 35(6), pp. 2694-2702, (2010).
24. Sriveerakul, T., Aphornratana, S. and Chunnanond, K., "Performance prediction of steam ejector using computational fluid dynamics, Part 2. Flow structure of steam ejector influenced by operating pressures and geometries", *International Journal of Thermal Sciences*, 46(8), pp. 823-833, (2007).
25. Liu, Y., Xin, T., Cao, L., Wan, C. and Zhang, M., "Compression injection hybrid refrigeration cycles in house hold refrigerators", *Journal of Appl. Thermal Engineering*, 30(16), pp.2442-2447, (2010).
26. Rusly, E., Aye, L., Charters, W.W.S. and Ooi, A., "CFD analysis of ejector in combined Ejector cooling system", *International Journal of Refrigeration*, 28(7), pp. 1092-1101, (2005).
27. Gagan, J., Smierciew, K., Butrymowicz, D. and Karwack, J., "Comparative study of turbulence models in application to gas ejectors", *International journal of Thermal Sciences*, Vol. 78, pp. 9-15, (2014).
28. Ghorbanzadeh, S. and Lakzian, E., "A numerical comparison between ejector performance with convergence and convergence-divergence primary nozzle", *Modares Mechanical Engineering*, 16(1), pp. 324-332, (2016), (In Persian).
29. Chong, D., Hu, M., Chen, W., Wang, J., Liu, J. and Yan, J., "Experimental and numerical analysis of supersonic air ejector", *Applied Energy*, 130, pp. 679-684, (2014).

Numerical Simulation of the Effects of Sinusoidal Pulsed Impinging Jet on Heat Transfer from a Concave Cylindrical Surface

A. Hajimohammadi¹, M. Rajabi Zargarabadi²

1- Introduction

Jet impingement cooling is widely used in many applications due to its high local convective heat transfer rate. Impinging jets are interesting for many researchers due to their high heat transfer rate.

In this method, by applying considerable momentum to a fluid exiting from the outlet of the nozzle, and then dealing with the surface and forming a thin hydrodynamic and thermal layer on the surface, significant improvement in increasing the rate of mass transfer, heat and momentum will be achieved.

Applications of impinging jets can include: cooling of gas turbine blades, electronic components, combustion chamber walls, and it is used in the process of cutting and metal forming and drying of paper in the pharmaceutical and food industries.

The main application of the impinging jets on the concave surface is for cooling the inner surface of the front edge of gas turbine blade. This section of the turbine blades in hot gas is greatly influenced and the cooling of this zone is important.

In this study, a new effort is exerted in order to investigate the three-dimensional flow and heat transfer to single circular impinging oscillating jet from a concave surface.

2- Geometry and boundary conditions

Fig. 1 shows the computational domain and boundary conditions for the present study. The impinging surface is in a semi-cylindrical shape with the diameter of 100 mm and length of 4 times that of the jet diameter, which is extended by two flat plates with the width of 50 mm. In the experimental study, a supporting plate is placed in the outlet of the jet, which prevents their vibration (due to high velocity of the outlet fluid) and the impingement of the returning flow towards the wall of the jet. In this study, this supporting plate is considered to be of the same length as the concave surface and the width of 30 mm.

The velocity boundary condition is considered at the inlet of the jet. The value of velocity inlet is proportional to the Reynolds numbers.

For velocity boundary condition input we have to use UDF (User define Function) in inlet Boundary condition since the velocity varies with time. Inlet air temperature

of the jet and Turbulence intensity at inlet were assumed to be 298 K and 5%, respectively.

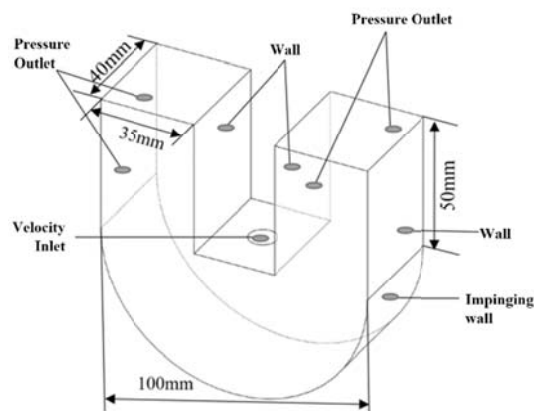


Fig. 1. Geometry and boundary condition for the present study

3- Discussion of Result

In order to investigate the validity of numerical solution, the Nusselt number distribution in the Reynolds number 23000 obtained in this study was compared with experimental results. The RNG k- ϵ turbulence model is applied in the present study. Due to the use of RNG k- ϵ model to simulate the exact behavior of the flow near the wall, wall function is used for exactly enhanced wall treatment. The maximum error between Nusselt number prediction and experimental result is about 9%, which indicates a high degree of accuracy.

Fig. 2 shows the effect of Reynolds number on the distribution of time-average Nusselt number. Increasing the jet Reynolds number results in an increase of the Nusselt number on the concave surface. The results show that the sinusoidal impinging jet has lower Nusselt number in the stagnation region. In the wall jet zone the Nusselt number of sinusoidal jet is higher than that of a steady jet.

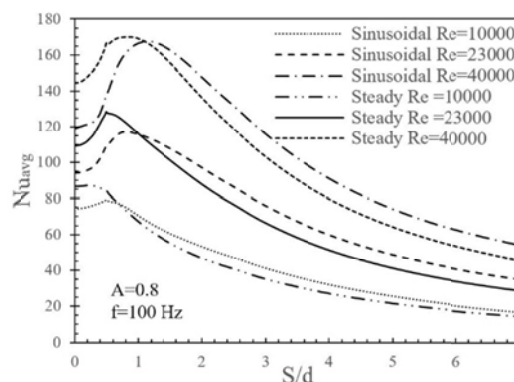


Fig. 2. The effect of Reynolds number on the distribution of time-averaged local Nusselt number

¹- Master of Science in Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

²- Corresponding Author: Assistant professor, Semnan University, Semnan, Iran. rajabi@semnan.ac.ir

Fig. 3 shows the effect of the amplitude on the time-average Nusselt number distribution along S- axis. As it can be seen, by increasing the amplitude of oscillation the time-average Nusselt number decreases in the stagnation region. For $S/d > 1.5$, the sinusoidal impinging jet has higher values of the averaged Nusselt number in comparison with the steady jet. This is due to the formation of stronger and larger vortices that increase the heat transfer rate and thus increase the Nusselt number. For example in $s/d=7$ the time-average Nusselt number for oscillation jet with $A=1$ increased 21% to steady jet.

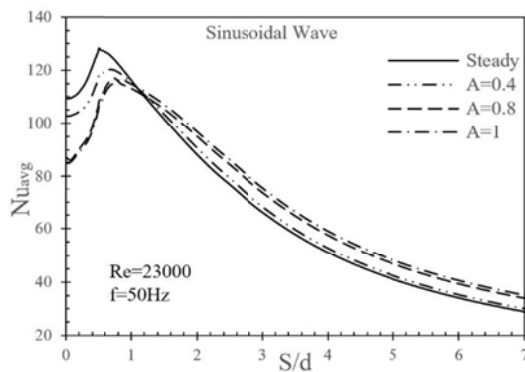


Fig. 3. The effect of amplitude on the distribution of time-averaged local Nusselt number

Fig. 4, shows the effect of frequency on the time-average Nusselt number distribution along S- axis. According to the figure, as the frequency is increased, the values of time- average Nusselt number increased. This is a fewer increase compared to the Reynolds number and amplitude on the distribution of Nusselt number.

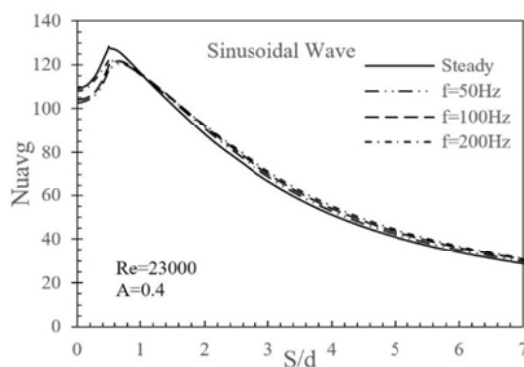
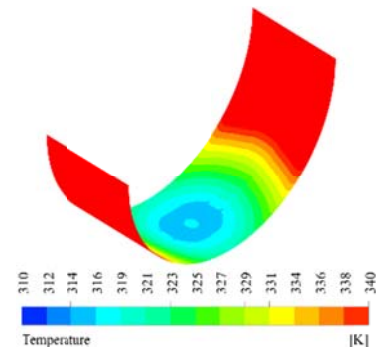
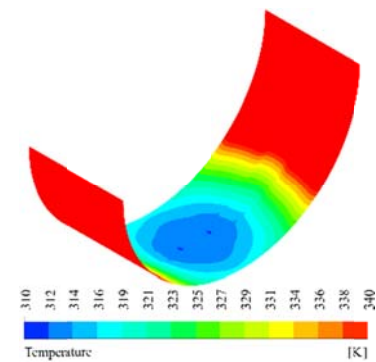


Fig. 4. The effect of frequency on the distribution of time-averaged local Nusselt number

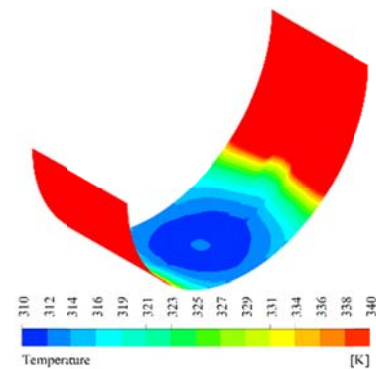
In Fig. 5, the distribution of the temperature contour on impinging surface is compared for different Amplitude between oscillation and the steady impingement jet.



(A) Steady jet



(B) A=0.4 at $t/\tau=0.25$



(C) A=0.8 at $t/\tau=0.25$

Fig. 5. Temperature contour on impinging surface

4- Conclusion

In this study, the effect of oscillation parameters on the time-average Nusselt number of impinging jet has been investigated. Results are also compared with the steady impinging jet. The results show that the oscillating impinging jet increases the time average Nusselt number. The jet Reynolds number and amplitude of oscillation show significant effects on the averaged Nusselt number distribution.

Effects of Gyroscopic Moment on the Dynamics and Vibrations of a High-Speed Double-Helical Gear Pair

M. Karimi Khoozani¹, M. Poursina²,
A. Pourkamali Anaraki³

1- Introduction

Gears are widely used in a transmission power system. Double-helical gear is one of the most important kinds of gears because of the absence of axial force. In a double-helical gear, the axial gear mesh forces on the right hand and left hand sides are balanced with each other. In addition, this kind of gear transmits more load in comparison with spur and helical gears. The application of double-helical gears in industrial applications has increased in spite of cost and manufacturing challenges.

There are a few literature reports on the double-helical gear system. Review of available literature shows that the gyroscopic effects in double helical gear systems are mostly neglected. The gyroscopic terms have an important role on the dynamics of a gear set at high speeds. In this study, a linear time invariant lumped mass model is developed by considering gyroscopic effects in 3-D space for a double-helical gear system. This model is solved in two steps. In the first step, the equations of motion are solved by neglecting the gyroscopic effects, then the effects of gyroscopic moment are considered and equations of motion are solved again. In these models, in addition to mesh stiffness, bearing stiffness is also considered. In order to verify the equations and the method of solution, the obtained dynamic response from a pair of double-helical gears is compared with available empirical results.

2- Dynamic model

To extract the dynamic model in 3-D space for a double-helical gear set, we must note that each member has three translational and three rotational degrees of freedom. In this model, the following six assumptions are considered:

- 1) The bodies of the gears are rigid;
- 2) Flexibilities of mesh stiffness are modeled by linear springs acting on the plane of action normal to gear tooth surface (inclined by helix angle β);
- 3) The mesh stiffness of a tooth pair are constant;
- 4) The gear teeth at the mesh interface are in constant contact;

- 5) The frictional forces due to tooth sliding are neglected;
- 6) The double-helical gears are symmetric with respect to the midline. Also, manufacturing errors are neglected.

Fig. 1 shows one side of a double-helical gear pair that are located at angular position γ_p :

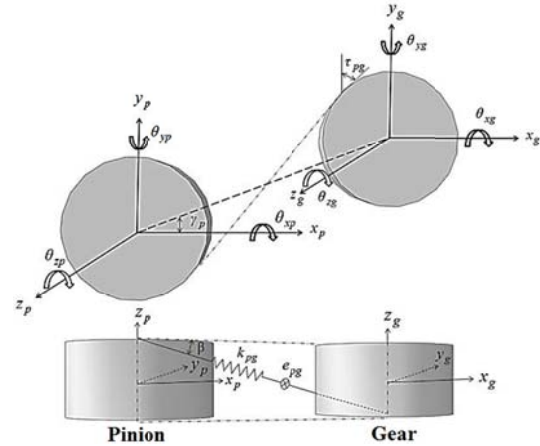


Fig. 1. Dynamic model of one side of a double-helical gear pair

The basic equations of force and moment in 3-D space are applied here to derive the equations of motion for each pair of gear mesh as follows:

$$\sum \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}_i \quad (1)$$

$$\sum \mathbf{M}_i = \mathbf{I}_i \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i \quad (i = x, y, z) \quad (2)$$

where, m is the mass, $\mathbf{F}_i$, $\mathbf{M}_i$, $\mathbf{a}_i$, $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_i$, $\mathbf{I}_i$ are the force, torque, linear acceleration, angular acceleration vectors and the mass moment of inertia matrix, respectively.

The effects of gyroscopic moment must be inserted in equations of double-helical gear mesh by Eqs. (3-5). The angular momentum of $\mathbf{H}$ for the spinning body ζ ($\zeta = \text{Pinion}, \text{Gear}$) with constant angular velocity $\Omega_\zeta \mathbf{k}$ around the z-axis with no tilting motion, rotating in its plane of rotation, is:

$$\mathbf{H}_\zeta = J_\zeta \Omega_\zeta \mathbf{k} \quad (\zeta = \text{Pinion}, \text{Gear}) \quad (3)$$

where J is the polar mass moment of inertia. The angular velocity vector $\boldsymbol{\omega}$ for the same body due to tilting and rotating motions is expressed as:

$$\boldsymbol{\omega}_\zeta = \dot{\theta}_{x\zeta} \mathbf{i} + \dot{\theta}_{y\zeta} \mathbf{j} + (\dot{\theta}_{z\zeta} + \Omega_\zeta) \mathbf{k} \quad (\zeta = \text{Pinion}, \text{Gear}) \quad (4)$$

¹ Phd student, Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran.

² Corresponding Author: Associate professor, Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Poursina@eng.ui.ac.ir

³ Associate professor, Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran.

where, $\dot{\theta}_{x\zeta}$, $\dot{\theta}_{y\zeta}$ and $\dot{\theta}_{z\zeta}$ are the vibratory velocities in x , y and z direction, respectively. Based on the conservation of angular momentum principle, the angular momentum rate change caused by tilting motion leads to additional moment $\mathbf{M}_\zeta$ proposed by:

$$\mathbf{M}_\zeta = \dot{\mathbf{H}}_\zeta + \boldsymbol{\omega}_\zeta \times \mathbf{H}_\zeta \Rightarrow \mathbf{M}_\zeta = J_\zeta \Omega_\zeta \dot{\theta}_{y\zeta} \mathbf{i} - J_\zeta \Omega_\zeta \dot{\theta}_{x\zeta} \mathbf{j} \quad (\zeta = \text{Pinion, Gear}) \quad (5)$$

By inserting Eqs. (3) and (5) into Eqs. (1) and (2) and extending them, the dynamic equations are extracted for a pair of double helical gear set.

3- The overall equations of the system

The overall equations of the system with 36 degrees of freedom, in matrix form are proposed as follows:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{q}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (6)$$

In equation (6), $\mathbf{M}$ is the mass matrix, $\mathbf{G}$ is the gyroscopic matrix, $\mathbf{K}_m$ is the mesh stiffness matrix, $\mathbf{K}_b$ is the bearing stiffness matrix, $\mathbf{F}(t)$ is the excitation vectors caused by external moments and static transmission error and $\mathbf{q}$ is the displacement.

4- Results

The results obtained in this research indicate that by considering gyroscopic effects, at least one of the natural frequencies of the system becomes zero and the system has a rigid mode. Moreover, most of the natural frequencies are reduced. Of course, this reduction rate is high in the primary natural frequencies of the system and by increasing the amount of natural frequencies, this rate decreases. This phenomenon is due to the fact that the magnitude of the final natural frequencies is greater than the primary frequencies of the system. In some frequencies, a slight increase is observed in the natural frequency of the system when we consider the gyroscopic effect.

In addition, some of the following results can be extracted from this research:

- ✓ The maximum amount of the root mean square of vibration in different directions in accordance with the natural frequencies of the system or their multiple is excited by a certain harmonic amplitude l of the excitations
- ✓ The gyroscopic effects create a significant change in the dynamic response of the system in different directions and change the number of peaks of vibration in the range of mesh frequencies. Because at this state, the gyroscope matrices are changed with the velocity of the gears. On the contrary, in the case the gyroscopic effects are neglected, all of the matrices become constant and independent of the velocity of the gears.
- ✓ By considering gyroscopic effects in the system the amplitude of root mean square of vibration in x , y and θ_x directions decreases and it increases in the other directions. Since the gyroscopic matrix is skew symmetric, this matrix acts as a damper in the directions where the gyroscopic effects reduce the amplitude of dynamic response, and in other directions it acts as an exciter.

5- Conclusion

In this research, a linear time invariant lumped mass model in 3-D space is presented for a double-helical gear system. The gyroscopic effects on the dynamics and vibrations of the system are assessed. The results of this research show that the gyroscopic effects have an important role in the dynamic response of a gear set and must be considered at high-speed conditions. In addition, in the situation where gyroscopic effects are considered, the dynamic response of the gear system would be speed-dependent. In this state, the gyroscope matrices are changed with respect to the velocity of the gears. On the contrary, in the case that the gyroscopic effects are neglected, all of the matrices become constant and independent of the velocity of the gears.

Designing and Numerical Analysis of Capillary Tube Thermal Mass Flow Meter as a Residential Natural Gas Meter

S. Parvizi¹, M. Farzaneh-Gord²,
A. Jabari Moghadam², M. Hashemian²,
M. Aghili Bahrami³

1- Introduction

In many industries, mass flow is the desired parameter instead of volumetric flow. There are two ways to measure mass flow. The first way to measure mass flow is by multiplying the measured volumetric flow by density and the second way is to use flow meters that work with additional tools such as pressure and temperature sensors to yield mass flow. Second, flow meters measure mass flow directly. Thermal mass flow meters belong to this category.

As it is shown in Figure 1, the thermal mass flow meters include three main parts: main body, sensors and bypasses. The total mass flows into the main body of the flow meter, then splits into two separate paths. The small part of the flow passes through the sensor tubes and the rest of it passes through the bypasses.

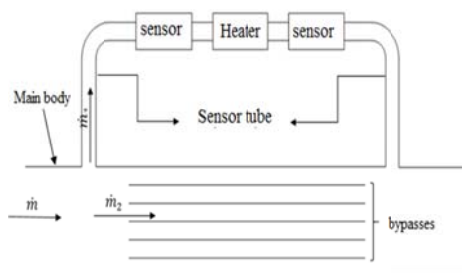


Fig. 1. schematic of capillary tube thermal mass flow meter

The principle of the capillary tube thermal mass flow meter is based on the first law of thermodynamics and heat transfer due to the flow passing from the sensor tube is measured by three coils. Two temperature sensors and a heater are placed at the center of the sensor tube. The heater

heats the sensor tube. The heat transfers from the sensor tube to the gas in the upstream. Gas carries out the heat to downstream and transfers it to the sensor tube in the downstream. These heat transfers cause the temperature difference between the temperature sensors. This temperature difference increases linearly by increasing the flow in a particular range.

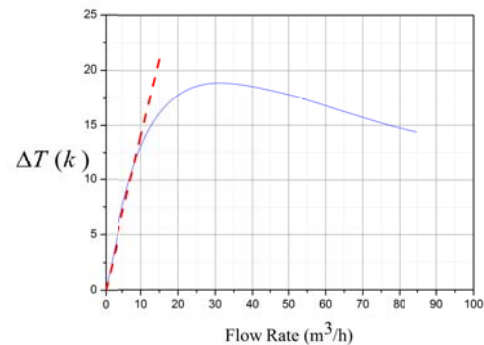


Fig. 2. linear range of capillary tube thermal mass flow meter

2- Methodology Discussion and Results

Continuity, momentum and energy equations are solved by FLUENT and heat transfer in capillary thermal mass flow meter is analyzed.

In this study, the effect of diameter and length of the sensor tube and the position of the temperature sensors are investigated. As Fig. 3 shows increase in sensor tube diameter causes decrease in linear range and increasing sensitivity. Also, Fig. 4 and Fig. 5 show that the length of the sensor tube has no effect on the performance of the flow meter. Moreover, although the position of the sensors has no effect on the operating range of the flow meter, if the sensors are closer to the middle of the sensor tube, the accuracy of the flow meter will increase.

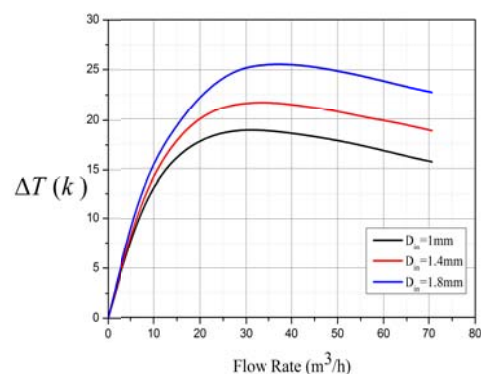


Fig. 3 : Effect of diameter of sensor tube on the performance of flow meter

¹ Corresponding Author: Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran. Saman.parvizy@gmail.com

² Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

³ Golestan Gas Company, Gorgan, Iran

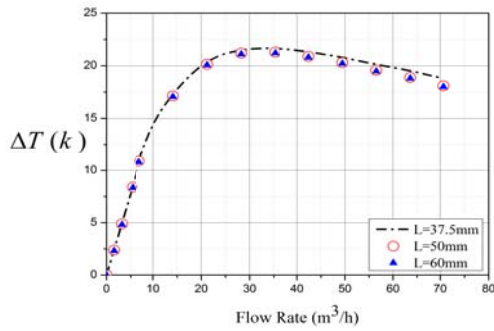


Fig. 4. Effect of sensor tube length on the performance of flow meter

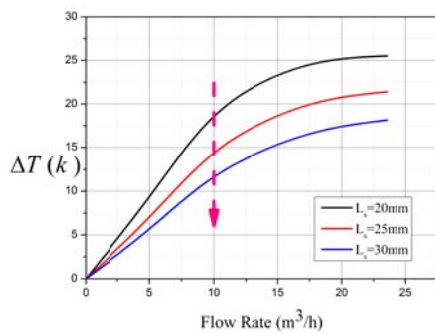


Fig. 5. Effect of sensor position on the performance of the flow meter

So, only the capillary tube thermal mass flow meter with sensor tube diameter of 1mm can be replaced with the current G6 diaphragm gas meter. The error of mass flow calculations can be due to three factors; estimation of flow rate by a direct line, uncertainty in measurements by the temperature sensors and the difference between nominal and practical heat power. Based on these errors, the value of the uncertainty measurement for this flow meter is 1.24% that is acceptable.

3- Conclusion

The simulation and numerical analyses of capillary tube thermal mass flow meter show that it is suitable for replacing the current diaphragm gas meter for residential use and also show the following results:

- Increasing sensor tube diameter decreases the linear range and increases the sensitivity.
- The sensor tube length has no effect on the performance of the capillary tube thermal mass flow meter.
- The position of the temperature sensors has no effect on the linear range but being closer to the middle of the sensor tube causes higher sensitivity.

Study of Entropy Generation and Evaluation of Statistical Heat Transfer Properties in Turbulent Flow

F. Vahidinia¹, M. Miri¹, B. Keshtegar²

1-Introduction

Thermal insulation

Using nanofluids instead of conventional fluids like water and oil in heat transfer systems is a big goal for many scientists who are trying to make it a reality. Many scientists have studied in the field of nanofluids and most believe that the use of the metal and the suspended nanoparticle metals in a base fluid improves the thermo-physical parameters of nanofluids. Consequently, the efficiency of heat transfer systems increases. One of the most important parameters in terms of nanofluids study is to investigate the effects of the diameter of nanoparticles. Considering this fact, if the diameter of some particles is smaller, their suspension in base fluid needs more investigations. Therefore, the effects of these variables on the flow parameters in different papers were conducted.

When using statistical parameters for nanofluids, it is essential to consider the uncertainty of heat transfer. In the present study, the effect of diameter of nanoparticles in forced convective heat transfer turbulent flow of nanofluids in a circular tube using two-phase mixture and the SIMPLC algorithm has been numerically studied. The next goal is to determine the statistical properties including the best probability distribution function of Nusselt number based on the diameter of the nanoparticles. In order to select an appropriate continuous probability distribution function from amongst the Gamma, the Normal, the Lognormal, the Gumbel, the Weibull and the Frechet for Nusselt number which are calibrated using the maximum likelihood estimation, the chi-square test was used. In this paper, nanofluids flowing in a circular tube are simulated using the Fluent software and after that, the data for Nusselt number is calculated in different parts of the tube. In the next step, the statistical analysis of the Nusselt number is carried out on the basis of numerical data of Nusselt for different nanofluid diameters. The volume fraction of nanoparticles is %1, %3 and %5, the Reynolds number is 25×10^3 , 5×10^4 and 75×10^3 and the variation of diameter of nanoparticles is assumed to be in the range of 20- 100nm. After reviewing the results, it was found that by increasing the nanoparticles of the diameter the Nusselt number is reduced. Also, the data Nusselt number due to change of diameter of nanoparticles has followed of the Frechet probability distribution function. On the other hand, it is observed

that by increasing the diameter of nanoparticles, entropy generation increases.

2-The governing equations and the boundary conditions

In Figure. 1, the tube structure of the case study is shown. A tube with a circular cross-sectional area of copper with the length L (1m) and the inner radius r_i (10 mm), the outer radius r_o (11 mm) and the thickness t (1 mm) is considered. The upper half of the tube contains the heat flux q ($44 \times 10^4 \text{ W/m}^2$) and the lower half is insulated.

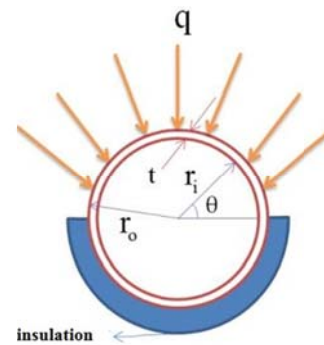


Fig. 1 Schematic of the geometry of the pipe review

The equations of continuity, momentum and energy for multiphase flow are expressed as follows, respectively.

$$\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{V}_m) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{V}_m \mathbf{V}_m) = -\nabla P_m + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_t) + \nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \phi_k \rho_k V_{dr,k} V_{dr,k} \right) \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \phi_k V_k (\rho_k H_k + P) \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T - c_p \rho_m \mathbf{v} T) \quad (3)$$

3- Results

In this study, turbulent forced convective heat transfer of water/ Al_2O_3 into a circular tube using a two-phase mixture model is numerically and statistically analyzed. In Figure 2, the Nusselt number is drawn along the tube for different diameters of nanoparticles. It can be seen from Figure 2 that when the particle is smaller, the Nusselt number is larger and the variation of the Nusselt number obtains a small value at the end of the tube. In Figure 3, the thermal, frictional and total entropy generation versus the diameter of nanoparticles is shown. As it is seen in Figure. 3, by increasing the diameter of the nanoparticles thermal entropy generation is increased due to significant reduction of the Nusselt number. Considering that thermal entropy generation is increased by increasing the diameter of nanoparticles, frictional Entropy generation is obtained to be constant for almost all data. As a result, the total entropy generation is increased by increasing the diameter of

¹ Department of Mechanical Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran.

² Corresponding Author: Department of Civil Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran, Bkeshtegar@uoz.ac.ir

nanoparticles.

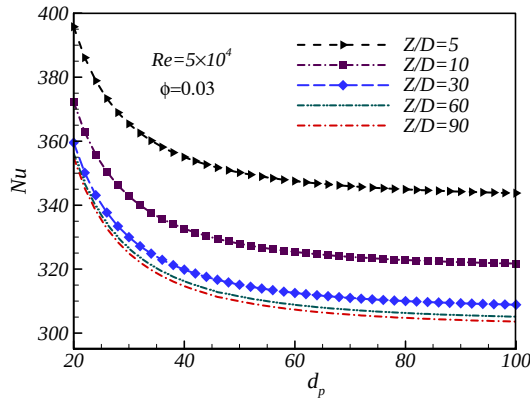


Fig. 2. Variation of Nusselt number in the location of tube with diameter of nanoparticles

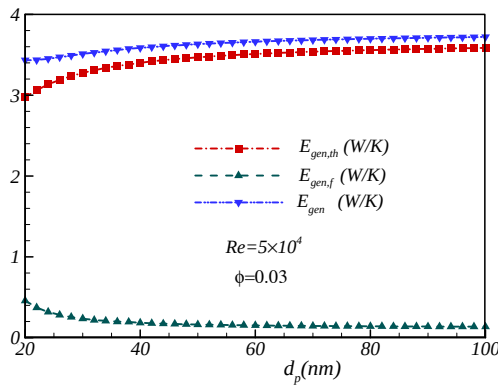


Fig. 3. Variation of thermal, frictional and total entropy generation with diameter of nanoparticles

In Table 1, the values of the Chi-square test for different probability distribution functions of Nusselt number in different locations of the tube at $Re=5 \times 10^4$ and $\phi=0.03$ are given.

Table 1. The values of chi-square test for different probability distribution function of Nusselt number in different sections of the tube

PDF	0.05	0.1	0.3	0.6	0.9
Frechet	3.7416	3.7515	3.7605	3.7583	3.7592
Gamma	8.6105	8.6124	8.6081	8.597	8.5956
Gumbel Max	4.4935	4.4988	4.4998	4.4927	4.4924
GumbelMin	18.374	18.381	18.382	18.373	18.372
Lognormal	9.266	9.2856	9.3034	9.3019	9.3044
Normal	8.7345	8.7408	8.7421	8.7337	8.7023
Weibull	11.302	11.32	11.337	11.332	11.334

The results of Table 1 show that the best and the worst distribution functions obtained are Frechet and Gumbel-Min distributions and the Chi-square statistics are about 3.75 and 18.38, respectively. The Gumbel-Max can also be selected to describe the statistical properties of the Nusselt number for different sections of the tube.

Based on the thermal data obtained for Nusselt number in turbulent flow of the nanofluid which is tabulated in Table 1, it can be concluded that the Frechet probability distribution function can describe the uncertainty of Nusselt number for the applicable engineering problem of tube in Fig. 1.

In Figure 4, the Frechet probability distribution function for constant Reynolds number of 5×10^4 and the volume fractions of nanoparticles of 3% have been drawn. As it can be seen from the results of Fig. 4, the probability distribution functions may follow a similar function at the end of the tube (e.g. $Z/D=60$ and $Z/D=90$.) while the modes of distribution functions are remarkably changed for the first part of the tube (e.g. $Z/D=5$ and $Z/D=10$). All distribution functions are skewed to the right. This means that the diameter of the nanoparticles can improve the Nusselt number and we get a larger Nusselt number for smaller diameters. As it is seen, the mode of the Nusselt number is obtained to be about 310 corresponding to uncertainty in diameter of nanoparticles.

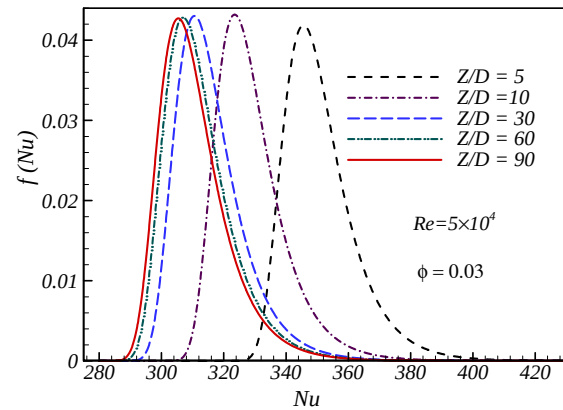


Fig. 4. Comparison of the Frechet probability distribution function for the Nusselt number in different sections of the tube

4- Conclusions

In this paper, the statistical properties of nanoparticles in turbulent forced convective heat transfer of water- Al_2O_3 nanofluids in a circular tube are numerically evaluated. In the statistical analysis to determine the best probability distribution function from known functions including Normal, Lognormal, Gamma, Gumbel, Weibull and Frechet, the chi-square test is used for Nusselt number. After the analysis of statistical data, it was observed that the best probability distribution function obtained is the Frechet probability distribution function for Nusselt numbers in the area of developing and in the developed flow with a model of about 310. It is observed that the thermal and the total entropy generations increase by increasing the diameter of nanoparticles.

Numerical Solution of One- and Two-Dimensional Water Hammer Problems based on a Modified Flux-Wave Approach and the Baldwin-Lomax Turbulence Model

H. Mahdizadeh¹

1- Introduction:

Accurate modeling of transient flow within a pipe is a highly desirable tool in mechanical and civil engineering. One of the popular transient flows is the water hammer phenomenon which mainly causes instantaneous pressure variations and creates shock waves within a pipe. These transient pressure heads may cause serious damage to the pipe and distortion that would ultimately lead to collapse of the piping system. Estimation of pressure within the pipeline can be simply implemented by one-dimensional (1D) models such as the method of characteristics (MOC). To consider the effect of friction terms in such approaches quasi-steady friction terms are commonly used. However, as it is reported in the literature, the discrepancies between the MOC and experimental measurements are quite significant and this is mainly due to the choice of quasi-steady friction terms. To cope with the difficulties associated with quasi-steady friction approximation, unsteady friction models have been developed both in laminar and turbulent regimes which can be used within the two-dimensional (2D) water hammer models. In contrast to the 1D scheme, the 2D model utilizes the 2D velocity profile as an initial condition which considerably improves the prediction of peak pressures during the water hammer process. In recent years, many efforts have been made to develop two-dimensional (2D) models including unsteady friction terms generally based upon the Runge-Kutta method and different choices of turbulence model. Generally, the Runge-Kutta scheme produces rather accurate results for 2D water hammer problems using the algebraic or the two equation turbulence model. A main drawback of the scheme as reported in the literature is that it requires a rather small Courant number for 2D water hammer problems with the existence of turbulence models which significantly increases the computational setup time. On the other hand, the Godunov-type finite volume methods have been used for the solution of 1D water hammer problems in recent years. These methods have proven to be a powerful and versatile tool for the solution of shock-capturing problems.

The main objective of this paper is to define a second-order accurate finite volume method for the solution of 1D and 2D water hammer problems using a wave propagation algorithm. To calculate the left and right going fluctuations, the modified flux-wave formula is employed. The flux-wave method implemented herein incorporates unsteady friction terms within the flux-differencing finite volume neighboring cells for the solution of 2D water hammer problems. To consider the effect of unsteady friction terms for 2D water hammer problems, the Baldwin-Lomax turbulence model is utilized. To the best of the author's knowledge, no extension of the wave propagation algorithm is used for the solution of the 2D transient pipe flow with the choice of the Baldwin-Lomax turbulence model.

2-Numerical Results:

To verify the suitability of the modified flux wave formula for the solution of 2D water hammer problems, two different flow regimes with lower (5600) and higher (15800) Reynolds numbers are numerically investigated. To initiate the water hammer process with unsteady friction terms, the steady-state velocity profile calculated by the choice of Baldwin-Lomax turbulence model should be employed as an initial condition for the defined ranges of Reynolds numbers. Figures 1 and 2 depict the 2D water hammer pressure results calculated based on the Baldwin-Lomax turbulence model and the flux-wave approach (FW) at the midpoint and valve location for the lower Reynolds number equal to 5600. It is evident that the flux-wave formula including the friction terms calculated based upon the Baldwin-Lomax turbulence model exhibits a very good agreement with experimental data. The only discrepancy, in particular for the midpoint pipe results, is seen at the final cycle where a small deviation between the right-going side and the measured data is seen. However, this difference for the pressure evaluation at the valve location is less obvious. Figures 3 and 4 show the plots for the pressure head values at the middle of the pipe and valve location for the higher Reynolds number equal to 15800. Again the FW method with the use of the Baldwin-Lomax turbulence model produces results that are rather identical with experimental data confirming that the defined model can accurately capture the pressure shocks.

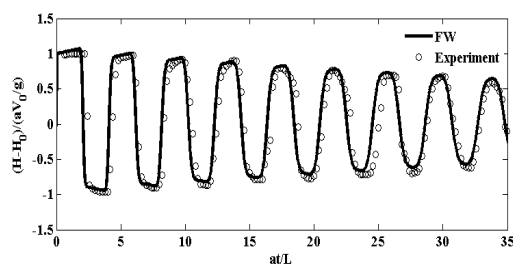


Fig. 1. Comparison between the pressure head values at the valve computed using the FW methods with the Baldwin-Lomax turbulence model and experimental data for lower Reynolds number ($Re = 5600$).

¹ Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand. hossein.mahdizadeh@birjand.ac.ir

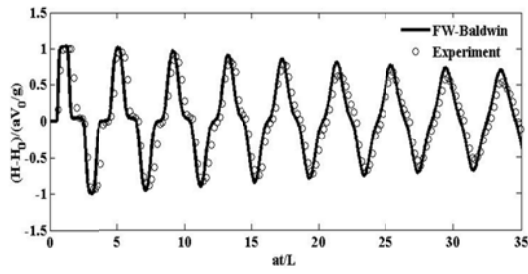


Figure. 2 Comparison between the pressure head values at the pipe midpoint computed using the FW methods with the Baldwin-Lomax turbulence model and experimental data for the higher Reynolds number ($Re = 15800$).

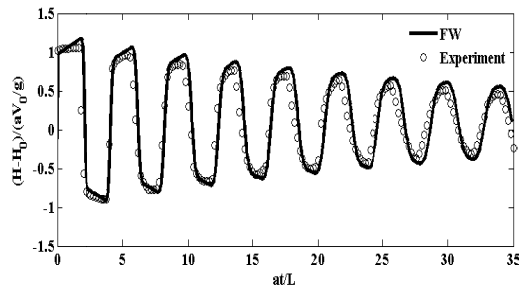


Figure 3. Comparison between the pressure head values at the valve location computed using the FW methods with the Baldwin-Lomax turbulence model and experimental data for the higher Reynolds number ($Re = 15800$).

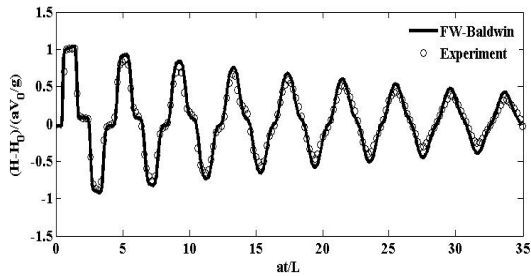


Figure 4. Comparison between the pressure head values at the pipe midpoint computed using the FW methods with the Baldwin-Lomax turbulence model and experimental data for the higher Reynolds number ($Re = 15800$).

3- Conclusions

In this paper, an accurate finite volume method is presented for the solution of 1D and 2D water hammer problems including unsteady friction terms. The numerical scheme defined herein is well-balanced and incorporates the source terms in the flux-differencing of the finite volume neighbouring cells. In order to consider the effect of unsteady friction terms during the water hammer process the model utilizes the Baldwin-Lomax turbulence model. Validation was then performed with the available experimental data borrowed from the literature for two different ranges of Reynolds numbers and rather identical results were obtained.

CONTENTS

Improving Optical Quality of Poly methyl methacrylate Sheet by Forming with Rubber	M. Rezaei K. Hasanpour	1
Numerical Simulation of the Effects of Sinusoidal Pulsed Impinging Jet on Heat Transfer from the Concave Cylindrical Surface	A. Hajimohammadi M. Rajabi Zargarabadi	17
Effects of Gyroscopic Moment on the Dynamics and Vibrations of a High- Speed Double- Helical Gear Pair	M. Karimi Khoozani M. Poursina A. Pourkamali Anaraki	31
Designing and Numerical Analysis of Capillary Tube Thermal Mass Flowmeter for Residential Natural Gas Meter	S. Parvizi M. Farzaneh-Gord A. Jabari Moghadam M. Hashemian	49
Study of Entropy Generation and Evaluation of Statistical Heat Transfer Properties in Turbulent Flow	F. Vahidina M. Miri B. Keshtegar	63
Effect of Sealing Position on Bulge Height in Hydroforming of Aluminum Tubes	M.M. Kasaei J. Shahbazi Karami B. Abbaszadeh S.J. Hashemi H. Moslemi Naeini	81
Numerical Solution of the One- and Two-Dimensional Water Hammer Problems based on a Modified Flux-wave Approach and Baldwin-Lomax Turbulence Model	H. Mahdizadeh	97
Two Dimensional Analysis of Steady, Laminar Conjugate Heat Transfer in Squared Cavity Containing Porous Blocks	M. Nazari H Gerivani S. Tafakkor	111
Design of Ejector for Carpet Knitting Industry	M. Hajian E. Lakzian A. Farahmand	123



JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. M.R. Mahpeykar

General Director: Dr. H. Niazmand

Published: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

M.H. Abolbashari	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Ahmadian	Professor	Iran University of Science & Technology
A. Baradaran Rahimi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Boroomand	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M. Pasandideh Fard	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Taj Far	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M.R. Khalili	Professor	K. N. Toosi University of Technology
M. Salimi	Professor	Isfahan University
E. Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
M. Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
A. Abedian	Associate professor	Sharif University of Technology
M. Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M.R. Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. M.H. Abolbashari and E. Dehghan

Administrative Director: T. Hooshmand

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN

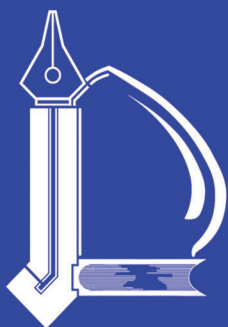
Tel : +98 51 38806024

Fax : +98 51 38763301

Email : ejour@um.ac.ir

Web site : <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO.



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of
Applied and
Computational Sciences
in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

Serial No. 17

ISSN 2008 - 918X

- | | |
|---|------------|
| Improving Optical Quality of Poly methyl methacrylate Sheet by Forming with Rubber | 1 |
| M. Rezaei - K. Hasanpour | |
| Numerical Simulation of the Effects of Sinusoidal Pulsed Impinging Jet on Heat Transfer from the Concave Cylindrical Surface | 17 |
| A. Hajimohammadi - M. Rajabi Zargarabadi | |
| Effects of Gyroscopic Moment on the Dynamics and Vibrations of a High- Speed Double- Helical Gear Pair | 31 |
| M. Karimi Khoozani - M. Poursina - A. Pourkamali Anaraki | |
| Designing and Numerical Analysis of Capillary Tube Thermal Mass Flowmeter for Residential Natural Gas Meter | 49 |
| S. Parvizi - M. Farzaneh-Gord - A. Jabari Moghadam
M. Hashemian | |
| Study of Entropy Generation and Evaluation of Statistical Heat Transfer Properties in Turbulent Flow | 63 |
| F. Vahidina - M. Miri - B. Keshtegar | |
| Effect of Sealing Position on Bulge Height in Hydroforming of Aluminum Tubes | 81 |
| M.M. Kasaei - J. Shahbazi Karami - B. Abbaszadeh
S.J. Hashemi - H. Moslemi Naeini | |
| Numerical Solution of the One- and Two-Dimensional Water Hammer Problems based on a Modified Flux-wave Approach and Baldwin-Lomax Turbulence Model | 97 |
| H. Mahdizadeh | |
| Two Dimensional Analysis of Steady, Laminar Conjugate Heat Transfer in Squared Cavity Containing Porous Blocks | 111 |
| M. Nazari - H Gerivani - S. Tafakkor | |
| Design of Ejector for Carpet Knitting Industry | 123 |
| M. Hajian - E. Lakzian - A. Farahmand | |

Vol. 29, No.1,
Autumn & Winter, 2018