



نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

(علمی - پژوهشی)

- ۱ ارزیابی منحنی‌های مشخصه توربین فراصوت در پذیرش جزئی
در آزمایشگاه توربین گاز
رضا آقائی طوق - ابوالقاسم مسگرپورطوسی
- ۲۱ مطالعه تجربی شکل دهی غلتکی ورق‌های کامپوزیتی زمینه
پی وی سی تقویت شده با الیاف شیشه بافته شده
وحید زال - حسن مسلمی نائینی - احمدرضا بهرامیان - بهروز شیرانی
امیرحسین بهروش
- ۳۵ ارزیابی معیارهای رشد ترک در پلیمر مدرج تابعی
بهروش اجزای محدود
مهدی نجمی - فرهاد حاجی ابوطالبی - حمید بهشتی
- ۵۱ بررسی عددی اثر باد بر شکل شعله در مشعل بلند پالایشگاه
سرخون و قشم
سیدمحمد جوادی - مرتضی عنبرسوز - علی قبادی - محسن کهرم
- ۶۵ بررسی تجربی و شبیه‌سازی هیدروفورمینگ لوله‌های دولایه
آلومینوم-مس با تغذیه محوری
غلامحسن پایگانه - کرامت ملکزاده فرد - جواد شهبازی کریمی
اورنگ چاییچی سیاهکل
- ۸۵ شناسایی شرایط مرزی تیر یکسرگیردار در تکیه گاه انعطافپذیر
حسن جلالی - فهیمه نوحی
- ۹۷ مطالعه عددی تولید صدا در جریان حول سیلندر مربعی در
زوایای حمله مختلف
محسن محمدرضایی - علی اکبر دهقان - علیرضا موحدی
- ۱۱۵ میرایی متغیر در تحلیل ناخطی هندسی صفحه‌های خمشی
بهروش رهایی پویا
محمد رضایی پژند - حسین استیری
- ۱۴۳ بهبود روش انتقال پایداری برای تحلیل قابلیت اعتماد
مرتبه اول (یادداشت پژوهشی)
بهروز کشته‌گر
- ۱۵۳ رهیافت توماس موازی در دینامیک سیالات محاسباتی به کمک
پردازنده‌های گرافیکی - جریان درون حفره (یادداشت پژوهشی)
پوریا اکبرزاده - حسین محمودی داریان - محسن نظری
میلاذ سوری

سال ۲۸، شماره ۲

بهار و تابستان، ۱۳۹۶

شماره پیاپی ۱۶

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

علمی - پژوهشی



ISSN: 2008-918X

سر دبیر: دکتر محمدرضا مه پیکر

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیأت تحریریه:

دکتر محمد حسین ابوالبشری	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید احمدیان	استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مکانیک
دکتر اصغر برادران رحیمی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مسعود برومند	دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا
دکتر محمود پسندیده فرد	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مهران تاج فر	دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا
دکتر محمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر محمود سلیمی	استاد، دانشگاه اصفهان، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر علی عابدیان	دانشیار، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمدرضا مه پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستار علمی: دکتر محمدحسین ابوالبشری	مسئول دفتر نشریه: تکتک هوشمند
ویراستار ادبی: الهام دهقان	ویرایش و صفحه آرایی: فائزه علی اکبری

نشانی: مشهد - دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

تلفن: ۰۵۱-۳۸۸۰۶۰۲۴ دورنگار: ۰۵۱-۳۸۷۶۳۳۰۱

پست الکترونیکی: ejour@um.ac.ir وب سایت: <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹ - چاپ: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

نمایه شده در پایگاه‌های معتبر: EBSCO، Magiran، SID، ISC

فهرست مطالب

۱	رضا آقائی طوق ابوالقاسم مسگرپورطوسی	ارزیابی منحنی‌های مشخصه توربین فراصوت در پذیرش جزئی در آزمایشگاه توربین گاز
۲۱	وحید زال حسن مسلمی نائینی احمد رضا بهرامیان بهروز شیرانی امیر حسین بهروش	مطالعه تجربی شکل‌دهی غلتکی ورق‌های کامپوزیتی زمینه پی‌وی‌سی تقویت‌شده با الیاف شیشه بافته‌شده
۳۵	مهدی نجیمی فرهاد حاجی‌ابوطالبی حمید بهشتی	ارزیابی معیارهای رشد ترک در پلیمر مدرج تابعی به‌روش اجزای محدود
۵۱	سید محمد جوادی مرتضی عنبرسوز علی قبادی محسن کهرم	بررسی عددی اثر باد بر شکل شعله در مشعل بلند پالایشگاه سرخون و قشم
۶۵	غلامحسین پایگانه کرامت ملک‌زاده فرد جواد شهبازی کرمی اورنگ چائچی سیاهکل	بررسی تجربی و شبیه‌سازی هیدروفرمینگ لوله‌های دولایه آلومینیوم-مس با تغذیه محوری
۸۵	حسن جلالی فهیمة نوحی	شناسایی شرایط مرزی تیر یک‌سرگیردار در تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر
۹۷	محسن محمدرضایی علی‌اکبر دهقان علیرضا موحدی	مطالعه عددی تولید صدا در جریان حول سیلندر مربعی در زوایای حمله مختلف
۱۱۵	محمد رضایی پزند حسین استیری	میرایی متغیر در تحلیل ناخطی هندسی صفحه‌های خمشی به‌روش رهایی پویا
۱۴۳	بهروز کشته‌گر	بهبود روش انتقال پایدار برای تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول (یادداشت پژوهشی)
۱۵۳	پوریا اکبرزاده حسین محمودی داریان محسن نظری میلاد سوری	رهیافت توماس موازی در دینامیک سیالات محاسباتی به کمک پردازنده‌های گرافیکی - جریان درون حفره (یادداشت پژوهشی)

ارزیابی منحنی‌های مشخصه توربین فراصوت در پذیرش جزئی در آزمایشگاه توربین گاز*

رضا آقائی طوق^(۱)ابوالقاسم مسگرپورطوسی^(۲)

چکیده در این مقاله، ابتدا دلایل استفاده از فن پذیرش جزئی در توربین‌های فراصوت تشریح شده است. سپس، خلاصه‌ای از فرآیند طراحی آزمایشگاه توربین‌های فراصوت به‌منظور تولید منحنی مشخصه توربین، ارائه شده است. محاسبات مربوط به روش هم‌سانی گازدینامیکی، تشریح شده و استانداردهای مربوط به نحوه نصب و بهره‌برداری از سامانه‌های اندازه‌گیری در آزمایشگاه معرفی شده‌اند. منحنی مشخصه‌های به‌دست آمده در این آزمایشگاه با نتایج کد پیش‌بینی عملکرد توربین و نتایج کار دیگران مقایسه شده است. با توجه به صحت‌گذاری کد پیش‌بینی عملکرد با نتایج آزمایش توربین در شرایط واقعی، نتایج حاصل از آزمایش توربین در شرایط هم‌سانی نتایج قابل قبولی هستند. همچنین، راندمان توربین در شرایط پذیرش جزئی دست‌کم ۲۰ واحد کم‌تر از شرایط پذیرش کامل است.

واژه‌های کلیدی توربین فراصوت؛ منحنی مشخصه توربین؛ پذیرش کامل؛ پذیرش جزئی؛ آزمایشگاه توربین؛ هم‌سانی گاز دینامیکی.

Experimental Evaluation of Supersonic Turbine Characteristic Curve at Full and Partial Admission in Turbine Test Rig

R. Aghaei tog A.M. Tousi

Abstract In this paper, the major reasons for using of partial-admission technique in supersonic turbines are described. Then, a summary of the design process of supersonic turbine test rig is presented. This test rig is used to produce the turbine characteristic curves. Gasdynamic similarity calculations are described and the standards for how to install and use the measurement systems in the turbine test rig have been introduced. The turbine characteristic curves obtained in this work have been compared with the results of the turbine performance prediction code and the other works. Considering the validated performance code, the results of the test rig are acceptable. Also, the model turbine efficiency at partial-admission condition is 20 units less than full-admission condition.

Key Words Supersonic Turbine; Turbine Characteristic Map; Full Admission; Partial Admission; Turbine Test Rig; Gas-Dynamic Similarity

*تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۱۲/۱۵ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۰/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.45011

(۱) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران.

reza_tog@srbiau.ac.ir

(۲) استاد، قطب علمی مهندسی هوافضای محاسباتی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

مقدمه

توربین‌های فراصوت در سامانه‌های تغذیه‌ای توربوپمپی و موتورهای سوخت مایع سیکل باز استفاده می‌شوند. ویژگی این توربین‌ها، تولید کار ویژه بالا در دبی‌های جرمی کم گاز ورودی به توربین است. تحقق این هدف (کار ویژه بالا)، با ایجاد جریان فراصوت و افزایش نسبت انبساط توربین حاصل می‌شود. برای جلوگیری از افزایش اتلاف‌ها نعل اسبی و جریان ثانویه در اثر نسبت منطری کوچک پره‌ها، از پذیرش جزئی در این توربین‌ها استفاده می‌شود. توزیع جزئی جریان، خود موجب بروز نوعی از اتلاف‌ها خواهد شد که با عنوان کلی اتلاف‌ها پذیرش جزئی شناخته شده است. در نتیجه، در طراحی‌ها باید چگونگی استفاده از توزیع جزئی جریان و درصد اتلاف‌ها ناشی از آن، با استفاده از تحلیل‌های سه‌بعدی و آزمایش‌های تجربی با دقت کامل ارزیابی شود. برای نیل به این هدف، لازم است منحنی مشخصه (عملکرد) توربین در شرایط پذیرش کامل و جزئی تولید گردند. این منحنی نماینده رفتار توربین در نقاط مختلف کاری است و به شکل نمودارهایی از پارامترهای عملکردی توربین، مانند راندمان (η_T)، حسب نسبت سرعت آیزنتروپیک (u/C_{is}) یا نسبت فشار (π_T)، یا نمودارهایی از مشتقات و ترکیبات این پارامترها، مثل نمودار نسبت فشار سکون و توان توربین (P_T) ارائه می‌شود.

برای تولید منحنی مشخصه توربین، باید مجموعه‌ای از آزمایش‌های تجربی در آزمایشگاه ویژه انجام شود، تا میزان اتلاف‌ها در هر دو حالت و تأثیر آنها بر راندمان توربین ارزیابی شود. در این آزمایشگاه، داده‌های عملکردی توربین، مانند راندمان، دبی جرمی و مشخصات ترمودینامیکی جریان در نقاط مختلف اندازه‌گیری می‌شود.

برای محاسبه دقیق راندمان توربین در آزمایشگاه، باید رابطه راندمان مناسبی انتخاب شود، یا با استفاده از

یک مدل اتلافی دقیق، رابطه‌ای توسعه یابد که بتواند تأثیر درجه پذیرش جزئی در راندمان را نیز محاسبه کند.

در بخش بعدی، بخشی از کارهای انجام‌شده در زمینه مدل‌سازی و تأثیر استفاده از پذیرش جزئی بر عملکرد توربین تشریح شده است.

پیشینه تحقیق

در طول سالیان گذشته، مدل‌های مختلفی برای برآورد عملکرد توربین در پذیرش جزئی ارائه شده است که هر کدام از نقاط قوت و ضعفی برخوردار بوده‌اند. اینلی-ماتیسون [1] برای توربین‌های بزرگ (ضریب منطری پره برابر با ۳) بوده است.

استنینگ [2] رابطه‌ای را براساس هندسه پذیرش جزئی ارائه کرد، که کاهش قابل توجه سرعت نسبی خروجی روتور را نشان می‌داد. وی این کاهش سرعت را به اتلاف‌ها پذیرش جزئی نسبت داد. سوتر و تراپل [3] اتلاف انتهایی ناحیه پذیرش جزئی را به درصد بخش فعال روتور نسبت دادند که در تزریق سیال از استاتور تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

دستورالعمل NASA SP-290 [4] اتلاف پمپ سیال باکینگهام [5] را با اتلاف انتهایی بخش فعال استنینگ ترکیب کرد. نتایج این کار به نتایج تجربی، به‌ویژه در نزدیکی نسبت سرعت طراحی نزدیک‌تر بود. بیش‌ترین اختلاف به نتایج کار استنینگ [2] برای اتلاف پمپ سیال مربوط می‌شود. این اختلاف برای کار سوتر-تراپل [3] نسبت به کار استنینگ کمتر است، اما هم‌چنان از نتایج تجربی فاصله دارد.

دویل [6] روش بهبودیافته‌ای براساس روش سوتر-تراپل و استنینگ توسعه داد. در این روش، اختلاف راندمان با نتایج تجربی کاهش یافت. اولسون [7]، نشان داد که اتلاف‌ها در خروجی کانال بلوکه شده

(تحت پذیرش جزئی) خیلی کوچک‌تر از اتلاف‌ها در سمت ورودی است. وی نشان داد، استفاده از یک بلوک برای جریان ورودی دارای اتلاف‌های کم‌تری خواهد بود. او در کار خود از اتلاف‌های ناشی صرف‌نظر کرد؛ در صورتی که در پذیرش جزئی، به دلیل توزیع اختلاف فشار جانبی و شعاعی شدید، این اتلاف‌ها دارای سهم زیادی در مجموع اتلاف‌ها می‌باشد.

بالژه و بینسلی [8]، برای برآورد عملکرد توربین در پذیرش جزئی، اتلاف‌های ناشی از پذیرش جزئی را به سه گروه اتلاف پرشدن و خالی شدن بخش فعال، اتلاف مربوط به جاروب بخش فعال توسط جریان ورودی، و اتلاف عمل پمپ سیال توسط پره تقسیم‌بندی کردند.

بررسی تجربی یک توربین تک‌مرحله‌ای توسط کلاسن [9]، برای برآورد تأثیر درجه پذیرش‌های مختلف بر عملکرد توربین نشان داد که با کاهش درصد پذیرش جزئی، راندمان پایین می‌آید. کلاسن فرض کرد اتلاف پمپ سیال و اتلاف انتهایی متناسب با درصدی از کمان غیرفعال است و تمامی اتلاف‌های دیگر ثابت هستند.

یحیی و دوئل [10] اتلاف‌های موجود در عملکرد یک توربین در شرایط پذیرش جزئی را به چهار دسته (الف) عمل پمپ سیال توسط روتور (ب) اختلاط گاز در دو ناحیه (ج) نشتی سیال از بخش فعال به غیرفعال و (د) انبساط ناگهانی گاز فعال به گذرگاه پره (در ورود و خروج پره به ناحیه پذیرش جزئی) تقسیم کردند و برای به دست آوردن راندمان روابطی پیشنهاد کردند. آنها تأکید کردند که روابط استنینگ [2] و سوتر- تراپل [3] مقادیر اتلاف را کمتر از مقدار واقعی در آزمایش‌ها و نتایج روابط ارائه‌شده توسط آنان نشان می‌دهند.

ورنیو [11] روشی را برای پیش‌بینی عملکرد یک توربین کوچک فراصوت توسعه داد. وی در مدل خود،

ترکیبی از روش‌های سوتر- تراپل [3] و استنینگ [2] را به کار بست. او سعی کرد تأثیرات اندازه پره‌ها و دیسک توربین را در مدل خود بیاورد. برای تحقق این موضوع، در مدل کردن اتلاف‌های اصطکاکی، ضرایبی براساس هندسه روتور ارائه کرد.

بون و همکاران [12] تغییرات راندمان براساس سطح مقطع عرضی کانال و دبی جرمی را تشریح کردند. در آزمایش‌های آنها معلوم شد که راندمان توربین در پذیرش کلی به شکل مقطع عرضی کانال وابستگی زیادی دارد؛ اما، در پذیرش جزئی، وابستگی راندمان به دبی جرمی بیش از شکل سطح مقطع می‌باشد.

چویی و همکاران [13] مدلی برای پیش‌بینی عملکرد یک توربین محوری کوچک (ضربه‌ای) با پذیرش جزئی ارائه دادند. در این کار تأکید شده است، زمانی که یک توربین در درصد پذیرش جزئی کم کار می‌کند، نازل با مقطع دایره‌ای عملکرد بهینه‌تری دارد و راندمان آن بسیار بیش‌تر از نازل‌هایی با مقاطع هندسی دیگر است.

آقایی و طوسی [۱۴]، پارامترهای مؤثر بر توزیع جریان در فضای محوری یک توربین فراصوت را که در شرایط پذیرش جزئی کار می‌کند، بررسی کردند. در این کار یک رابطه کلی برای راندمان توربین ارائه شده است که در برآورد اتلاف‌های توربین درجه پذیرش جزئی را لحاظ می‌کند.

جئونگ و همکاران [15,16] منحنی مشخصه توربین را در قالب راندمان توربین برحسب نسبت فشارهای مختلف در سرعت دورانی ثابت تحلیل کردند. نتایج آزمایش‌های آنان نشان داد، بیش‌ترین راندمان در انبساط کامل جریان نازل می‌باشد.

با توجه به کارهای مختلف انجام شده، مشاهده می‌شود که تأثیر استفاده از پذیرش جزئی بر عملکرد توربین فراصوت بسیار قابل توجه است. بنابراین، نمی‌توان بدون ارزیابی‌های دقیق و درست، صرف

انجام محاسبات اولیه طراحی، مجوز استفاده از این فن را در طراحی توربین موتورهای سیکل - باز صادر کرد، یا مانع از استفاده از آن شد. از این رو، لازم است تا با انجام آزمایش‌های تجربی در آزمایشگاه ویژه، منحنی‌های مشخصه توربین را در شرایط مختلف کاری بررسی کرد و در مورد استفاده از پذیرش جزئی قضاوت کرد.

در این کار، با شرح مختصری از فرآیند طراحی آزمایشگاه توربین فراصوت و چگونگی اندازه‌گیری داده‌های تجربی لازم، منحنی‌های مشخصه به‌دست آمده از آزمایش‌های تجربی برای یک نمونه توربین در پذیرش جزئی و کلی مقایسه شده و چگونگی استفاده از پذیرش جزئی در این توربین تشریح شده است. ارائه فرآیندی نسبتاً کامل در طراحی آزمایشگاه توربین فراصوت با استفاده از روش تشابه گازدینامیکی و نمایش نمونه‌هایی از منحنی مشخصه‌های تولیدشده در این آزمایشگاه، که به‌طور وسیعی در نقاط مختلف و متعدد کاری، با نتایج کارهای دیگران مقایسه و ارزیابی شده‌اند، از نوآوری‌های ارائه‌شده در این کار پژوهشی است.

آزمایشگاه توربین فراصوت

هزینه انجام آزمایش‌ها در شرایط واقعی عملکردی، یا در آزمایش موتور بسیار بالا است. با وجود سطوح فشار و دمای بالا در این توربین‌ها نمی‌توان در بازه‌های زمانی مختلف آزمایش‌های لازم را انجام داد [17,18]. بنابراین، بایستی از روش‌های دیگری استفاده کرد. یکی از بهترین روش‌ها، روش هم‌سانی گازدینامیکی است. در این روش، با تغییر شرایط واقعی و حفظ پارامترهای عملکردی توربین، کاهش قابل ملاحظه‌ای در هزینه‌ها صورت می‌گیرد. به‌طور مثال، کاهش توان، فرکانس دوران، دما و فشار، ساده کردن طرح سکو [?] و ارزان‌تر کردن آزمایش‌ها و از این قبیل از نتایج کار

است. کاهش فرکانس دوران، ضریب اطمینان بسته آزمایشی را افزایش می‌دهد و موجب ساده شدن اندازه‌گیری‌ها می‌شود. دبی جرمی سیال کاری نیز با کاهش فشار کم می‌شود.

برای حفظ شرایط هم‌سانی، دمای اولیه به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که با انبساط گاز در کل فرآیند، رطوبت موجود در هوا یخ نزند، یا قطرات آب ظاهر نشود.

روش هم‌سانی براساس روش تحلیل فراگیر (Generalized Analysis) بنا شده است و از ابزارهای تجربی مؤثر در تحقیقات امروزی است [19]. ویژگی اصلی این شیوه تحقیق، این است که هر پدیده آن نمادی از مجموعه پدیده‌های مشابه است و در ساختار منطقی آن، تحقیق و بررسی یک پدیده خاص در واقع شناخت خصوصیات کل انواع پدیده‌های مشابه است [19].

در این کار، براساس روش تشابه گازدینامیکی، آزمایشگاه توربین محوری فراصوت طراحی و ساخته شده است. در نصب، بهره‌برداری، نگهداری و اندازه‌گیری‌ها از استانداردهای مربوط [20-25] استفاده شده است.

مدار سکوی باز [26] برای این آزمایشگاه انتخاب شده است که در آن، سیال کاری (هوا) پس از به‌گردش در آوردن توربین، به محیط تخلیه می‌شود.

شرایط هم‌سانی و محاسبات مربوط

پارامترهای اصلی انتخابی برای هم‌سانی در این کار، عبارتند از: دما و فشار ورودی، فشار خروجی، سرعت دورانی، دبی جرمی و توان توربین. براساس استاندارد مرجع [21]، لازم است آزمایش در بازه‌ای انجام شود که حدود کرانی از شرایط طراحی و مجاز دور نگردد. صرف‌نظر از تلفات حرارتی، شرایط لازم برای تشابه جریان در توربین‌های مدل و واقعی به‌قرار زیر است:

در این روابط، C سرعت مطلق، a سرعت صوت و T دمای استاتیک سیال است. زیرنویس‌های m و R به ترتیب معرف شرایط مدل و واقعی هستند. از برابری اعداد رینولدز، رابطه (۴) نوشته شد:

$$\frac{Re_m}{Re_R} = \frac{(Cl\rho/\mu)_m}{(Cl\rho/\mu)_R} = 1,0 \quad (4)$$

حال، براساس روابط (۱) و (۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_m}{\rho_R} = \frac{C}{C_m} \frac{l_R}{l_m} \frac{\mu_m}{\mu_R} = \quad (5)$$

$$\psi_G \frac{\mu_m}{\mu_R} \left(\frac{k_m}{k_R} \right)^{-0.5} \left(\frac{R_m}{R_R} \right)^{-0.5} \left(\frac{T_m}{T_R} \right)^{-0.5} \quad (6)$$

$$\frac{P_m}{P_R} = \frac{\rho_m}{\rho_R} \frac{R_m}{R_R} \frac{T_m}{T_R} =$$

$$\psi_G \frac{\mu_m}{\mu_R} \left(\frac{k_m}{k_R} \right)^{-0.5} \left(\frac{R_m}{R_R} \right)^{0.5} \left(\frac{T_m}{T_R} \right)^{0.5}$$

محاسبه نسبت فشار مدل با رابطه (۷) انجام شد:

$$\left(\frac{P_{01}}{P_{s2}} \right)_m = \quad (7)$$

$$\psi_G \left\{ 1 + \frac{(k-1)_m}{(k-1)_R} \left[\left(\frac{P_{01}}{P_{s2}} \right)_R^{\left(\frac{k-1}{k} \right)_R} - 1 \right] \right\}^{\left(\frac{k}{k-1} \right)_m}$$

ρ چگالی، μ لزجت دینامیکی و P فشار استاتیکی است.

لازم به گفتن است، باتوجه به انتخاب مدار باز برای آزمایشگاه توربین، فشار استاتیک خروجی در شرایط مدل، فشار اتمسفر خواهد بود. در این شرایط، برای رسیدن به شرایط صوتی در گلوگاه‌های نازل‌های همگرا- واگرای توربین، سطح فشار ورودی بزرگ‌تری لازم نخواهد بود.

۱. تشابه هندسی.

۲. تساوی عدد ماخ سرعت مطلق جریان M_C .

۳. تساوی عدد ماخ سرعت نسبی جریان M_W .

۴. تساوی عدد ماخ سرعت انتقالی جریان M_u .

۵. تساوی اعداد رینولدز Re .

شرط‌های ۲ تا ۴ از تشابه مثلث سرعت‌ها نتیجه می‌شوند. اگر نسبت سرعت آیزنتروپیک در توربین مدل و واقعی برابر انتخاب شوند و اعداد ماخ مطلق نیز برابر شوند، این شروط محقق خواهند شد [27, 28]. در این مدل‌سازی، هندسه توربین حفظ شده و از تشابه سینماتیکی و گازدینامیکی استفاده شده است. برای تحقق این منظور، سه معیار M_C ، M_u و Re به عنوان معیارهای اصلی لحاظ شده‌اند؛ چرا که این پارامترها در توزیع سرعت، دما و فشار تعیین کننده‌اند. براساس تساوی پارامترهای معیار فوق، روش محاسبه پارامترهای توربین مدل استخراج می‌گردد [27-29].

ضریب تشابه هندسی مطابق رابطه (۱) تعریف می‌گردد:

$$\psi_G = \frac{l_R}{l_m} \quad (8)$$

l_R بعد دل‌خواه توربین اصلی و l_m بعد متناظر توربین مدل است. در پژوهش حاضر، $\psi_G = 1$ می‌باشد.

با تأمین تشابه گازدینامیکی، ماخ جریان در مثلث سرعت‌های توربین در جریان واقعی و آزمایش یکسان خواهد بود. بر این اساس:

$$\frac{C_m}{C_R} = \frac{a_m}{a_R} = \sqrt{\frac{(kRT)_m}{(kRT)_R}} \quad (9)$$

$$\frac{u_m}{u_R} = \frac{a_m}{a_R} = \sqrt{\frac{(kRT)_m}{(kRT)_R}} \quad (10)$$

حفظ ضریب آدیاباتیک جریان متضمن حفظ مقادیر پارامترهای جریان در رژیم آزمایش و شرایط برابری پارامترهایی هم چون u/C_{is} و Re است. با تغییر k ، تصویر فیزیکی جریان دگرگون می شود.

مدل پایه و کد محاسباتی

مدل پایه ای انتخاب شد که محاسبات هم سانی بر مبنای داده های طراحی آن انجام شود. این مدل، یک توربین فراصوت ضربه ای تک مرحله ای است که در شرایط پذیرش جزئی، نیروی محرکه یک توربوپمپ سوخت و اکسیدکننده را تأمین می کند [۱۴]. شکل (۱) استاتور و نازل های این توربین را نشان می دهد. این نازل های هم گرا- واگرا، جریان پرفشار ورودی را به جریان فراصوت تبدیل می کنند. افت شدید دما در این فرآیند، در طراحی آزمایشگاه لحاظ شده است.



شکل ۱ استاتور و نازل های توربین فراصوت ضربه ای مدل پایه

طراحی این مدل با استفاده از کد طراحی توسعه یافته توسط نویسندگان مقاله صورت گرفته است [۳۰]. ورودی های کد طراحی توربین، مشخصات ترمودینامیکی مانند فشار و دمای سکون در ورود، نسبت فشار، دبی جرمی، مشخصات ترموفیزیکی سیال، توان مورد نظر و قيود یا ابعاد هندسی مانند نسبت قطر دیسک توربین به قطر پمپ سوخت یا قطر میانگین

بر اساس روابط (۴-۱)، ارتباط دور، دبی و توان چنین است:

$$\frac{n_m}{n_R} = \psi_G \left(\frac{k_m}{k_R} \right)^{0.5} \left(\frac{R_m}{R_R} \right)^{0.5} \left(\frac{T_m}{T_R} \right)^{0.5} \quad (۸)$$

با جای گذاری مقادیر سکون دما و نسبت فشارها در رابطه (۸):

$$\frac{n_m}{n_R} = \psi_G \left(\frac{k}{k-1} \right)_m^{0.5} \left(\frac{k-1}{k} \right)_R^{0.5} \left(\frac{R_m}{R_R} \right)^{0.5} \left(\frac{(T_{01})_m}{(T_{01})_R} \right)^{0.5} \left(\frac{1 - (p_{s2}/P_{01})_m^{(k-1/k)_m}}{1 - (p_{s2}/P_{01})_R^{(k-1/k)_R}} \right)^{0.5} \quad (۹)$$

دبی جرمی و توان توربین:

$$\frac{\dot{m}_{Tm}}{\dot{m}_{TR}} = \frac{C_m}{C_R} \frac{F_m}{F_R} \frac{\rho_m}{\rho_R} = \frac{1}{\psi_G} \left(\frac{\mu_m}{\mu_R} \right) \quad (۱۰)$$

$$\frac{(N_T)_m}{(N_T)_R} = \frac{1}{\psi_G} \frac{\mu_m}{\mu_R} \frac{k_m}{k_R} \frac{R_m}{R_R} \frac{T_m}{T_R} \quad (۱۱)$$

اگر شرایط آزمایش به گونه ای باشد که برابری رینولدز واقعی و مدل میسر نباشد، ضریب χ به صورت رابطه (۱۲) تعریف می گردد:

$$\frac{Re_m}{Re_R} = \chi, \chi \neq 1 \quad (۱۲)$$

روابط قبلی با لحاظ χ شکل جدیدی می یابند. به عنوان مثال، روابط دبی و توان به شکل زیر بیان می شوند:

$$\frac{\dot{m}_{Tm}}{\dot{m}_{TR}} = \frac{\chi}{\psi_G} \left(\frac{\mu_m}{\mu_R} \right) \quad (۱۳)$$

$$\frac{(N_T)_m}{(N_T)_R} = \frac{\chi}{\psi_G} \frac{\mu_m}{\mu_R} \frac{k_m}{k_R} \frac{R_m}{R_R} \frac{T_m}{T_R} \quad (۱۴)$$

دیسک توربین می‌باشد.

زیروالی از این کد به محاسبات هم‌سانی اختصاص دارد که پس از تولید نتایج طراحی و نهایی شدن آن، بر مبنای روابط (۱-۱۴)، مقادیر هم‌سان‌شده در آزمایش‌ها را ارائه می‌دهد. مشخصات عملکردی هم‌سان‌شده برای آزمایش و ابعاد هندسی این توربین به ترتیب در جداول (۱ و ۲) ارائه شده است.

جدول ۱ مشخصات عملکردی توربین در رژیم هم‌سانی

پارامتر	نماد	مقدار	واحد
فشار سکون ورودی	P_{01}	$7/5 \times 10^5$	Pa
فشار استاتیک خروجی	P_{s2}	$1/0 \times 10^5$	Pa
دمای سکون ورودی	T_{01}	۴۵۰	K
دبی جرمی	$\dot{m}_T$	۰/۵۰	kg/s
راندمان کل به استاتیک	η_T	۰/۴۸	-
سرعت روتور	ω	۱۰۰۰	rad/s

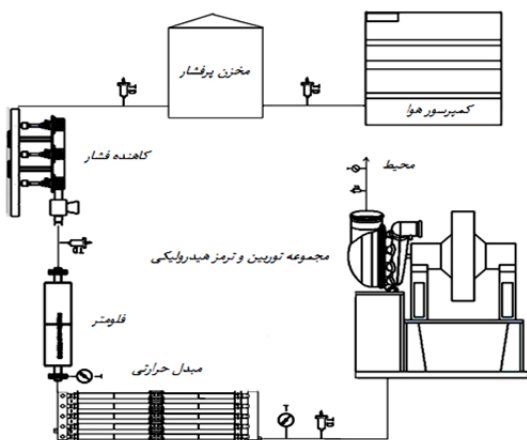
جدول ۲ مشخصات هندسی توربین

پارامتر	نماد	مقدار	واحد
قطر میانگین روتور	D_m	۲۱۰	mm
ضریب جریان	ϕ	۰/۹۵	-
تعداد پره‌ها	Z_b	۷۰	عدد
تعداد پره‌های بخش فعال	Z_{ba}	۱۹	عدد
نسبت منطری پره	h_b/b_b	۲	-
زاویه نصب نازل	α_N	۱۹	deg

تغییرات مورد نظر در بازه $\pm 20\%$ درصد مقادیر هم‌سان‌شده خواهد بود.

اجزای اصلی مدار باز آزمایش توربین فراصوت

شکل (۲) چیدمان اجزای آزمایشگاه را نشان می‌دهد. کمپرسورها مخازن پرفشار را تغذیه می‌کنند. هوا متناسب با آزمایش در مبدل حرارتی با توان بیشینه ۱ MW گرم می‌شود. هوای گرم‌شده وارد توربین می‌گردد و پس از چرخاندن توربین به اتمسفر تخلیه می‌شود. یک دینامومتر جریان گردابی توان تولیدی را جذب می‌کند. هسته دینامومتر با آب و بلبرینگ روتور با روغن خنک‌کاری می‌شوند. قبل و بعد از هر کدام از اجزای اصلی، اندازه‌گیری دما و فشار مطابق با استانداردها [20-24] اندازه‌گیری می‌شود. دبی در بالادست مبدل اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۲ چیدمان زیرسامانه‌های اصلی آزمایشگاه توربین [31]

آزمایش‌های منحنی مشخصه توربین

در این آزمایشگاه، دستیابی به منحنی مشخصه به دو روش فراهم شده است. روش اول، روش مربوط به تغییر سرعت آیزنتروپیک (C_{is}) می‌باشد که با تغییر فشار ورودی در سرعت ثابت حاصل می‌شود. در روش دوم، با تثبیت فشار ورودی و تغییر دور دینامومتر می‌توان مقدار سرعت دورانی یا فرکانس چرخش و به دنبال آن، سرعت خطی را تغییر داد.

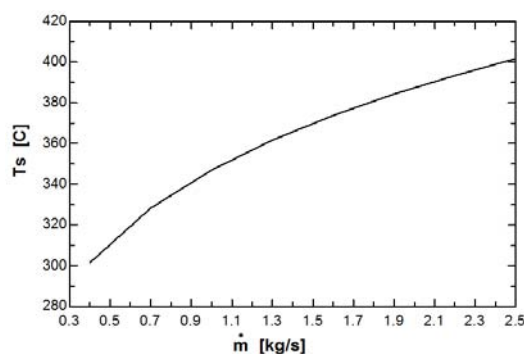
منحنی‌ها و پارامترهای زیر در آزمایشگاه قابل حصول است:

۱. منحنی مشخصه توان-سرعت ($N_T - \omega$) در فشار ورودی ثابت ($P_{01} = cte$).
۲. منحنی مشخصه توان-نسبت فشار ($N_T - \pi_T$) در دور ثابت ($\omega = cte$).
۳. دبی گاز عبوری از توربین.

نتایج به دست آمده از آزمایش های اولیه و مسائل دیگری مانند تعمیر و نگهداری آنها، از نظر گروه طراح آزمایشگاه (نویسندگان مقاله حاضر و همکاران) نامناسب تشخیص داده شد. به طور مثال، در مورد مبدل دوجداره با سوخت متان که در شکل (۴) نمایشی از این آزمایش نشان داده شده است، در صورت افزایش دبی عبوری، دمای جداره بیرونی، با نرخ نشان داده شده در شکل (۵) افزایش می یابد و تنش های حرارتی بالا می رود که مطلوب نیست.



شکل ۴ آزمایش لوله دوجداره با سوخت متان



شکل ۵ توزیع دمای پوسته لوله دوجداره برحسب دبی

جرمی عبوری

براساس آزمایش ها و بررسی های مختلف، طرح مبدل حرارتی الکتریکی با عناصر حرارتی ۴ کیلو واتی در ۲۰ سلول مخصوص، که هر سلول توان ۴۸ kW را تأمین می کند (شکل ۶)، طراحی شده است. با توجه به داده های جدول (۲)، چهار سلول برای تأمین دبی و حرارت مورد نیاز در این پژوهش کافی است.

۴. دمای گاز قبل و بعد از توربین.
 ۵. فشار گاز قبل و بعد از توربین و در نقاط مختلف آن.
 ۶. سرعت روتور.
 ۷. ممان پیچشی روتور.
- برخی از اجزای اصلی آزمایشگاه در ادامه معرفی می گردند.

مبدل حرارتی

سطح فشار اولیه مخازن بالا (۳۰۰ بار) انتخاب شده است، تا امکان داده برداری از نقاط مختلف کاری ممکن باشد. هوای پرفشار در مسیر انتقال به توربین در دو مرحله کاهش فشار می یابد تا امکان تغییر فشار ورودی توربین در بازه مناسب برای تولید منحنی مشخصه فراهم باشد. کاهش شدید فشار در مسیر انتقال و بخش واگرای نازل ها، باعث یخ بستن قطرات آب موجود در هوا می شود (شکل ۳). با کمک قوانین ترمودینامیک و جداول مربوط و محاسبات گازدینامیکی توربین، کاهش دما در افت فشارها محاسبه شد.



شکل ۳ یخ بستن لوله پس از کاهش فشار

استفاده از مبدل های حرارتی که از سوخت های هیدروکربنی استفاده می کنند، مانند مولد گاز متان، الکل و هیدروژن، با توجه به راندمان پایین این سامانه ها در

جدول ۳ دقت و مدل تجهیزات اندازه‌گیری

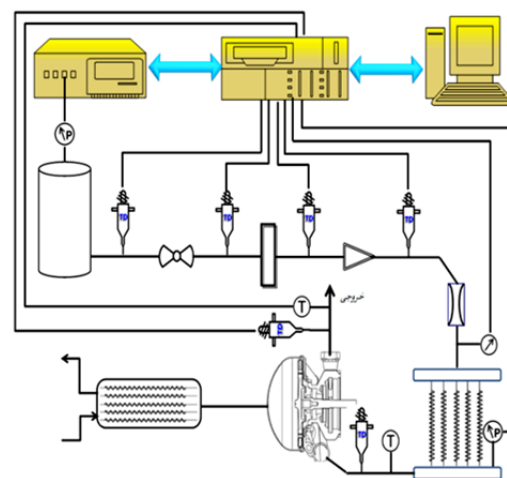
دقت	نوع/اندازه‌گیری	ابزار اندازه‌گیری
۰/۱٪ در مقیاس کامل	نسبی	گیج فشار
۰/۰۵٪ در مقیاس کامل	مطلق	
۰/۵٪	آپتی‌م-۷۰۰۰	دبی سنج
±۵ RPM	مغناطیسی	دورسنج
±۰/۳٪	دی‌بی‌بی‌بی-۵۰۰	گشتاورسنج
۰/۱٪	آرتی‌دی-پی‌تی-۱۰۰	حسگر دما



شکل ۶ عناصر ۴ کیلو واتی در هر سلول

سامانه داده‌برداری و اندازه‌گیری

با طراحی الگوریتم‌های کارآ، امکان داده‌گیری‌های بزرگ‌تر برای هر نقطه با خطای آماری کم‌تر فراهم شد. شکل (۷) نمای کلی داده‌برداری در این آزمایشگاه را نشان می‌دهد.



شکل ۷ نمای کلی از چگونگی داده‌برداری در آزمایشگاه توربین

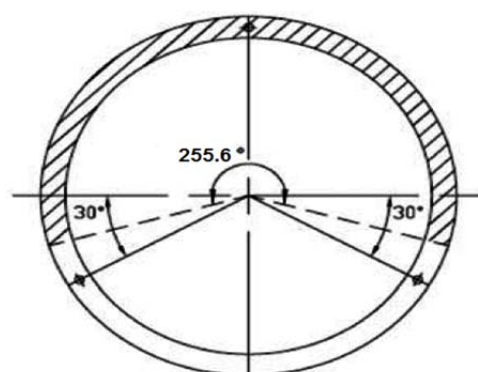


شکل ۸ نحوه نصب حسگرها روی سطح

نوع و مشخصات حسگرهای فشار در جدول (۴) آمده است.

کالیبراسیون حسگرهای فشار در هر آزمایش انجام می‌شود.

در جدول (۳) دقت تجهیزات اندازه‌گیری آمده است. دقت اندازه‌گیری توان توربین روی دینامومتر ۱٪± است. سامانه داده‌برداری و کنترل با استفاده از یک الگوریتم پیشرفته، وظیفه اندازه‌گیری‌ها و کنترل فرمان‌یارها (سرورگولاتورها)، شیرآلات کتتری و تنظیم‌کننده‌ها، مبدل حرارتی و سامانه ایمنی را برعهده دارد.



شکل ۹. محل نسبی چیدمان حسگرهای دما در پایین دست روتور

جدول ۵. مشخصات فنی دبی سنج‌ها

نوع	تعداد (دستگاه)	اندازه‌گیری	دقت اندازه‌گیری
دبی سنج جرمی	۲	تا ۳ kg/s	۰/۱٪
تکرارپذیری > ۰/۰۵٪ پایداری صفر: ± ۰/۱۵٪ مقدار نامی			

طراحی حالت‌های مختلف کنترلی آزمایش‌ها

ایجاد امکان توقف در یک نقطه از منحنی عملکردی توربین و اندازه‌گیری دقیق سایر پارامترهای عملکردی در آن نقطه، حائز اهمیت است. رسیدن به نقطه عملکردی مشخص، مستلزم کنترل دقیق دور و گشتاور موتور می‌باشد و این امر به وسیله حالت‌های (مودهای) کنترلی مختلف عملی گردید.

باتوجه به ناپایدار بودن دور توربین، به کمک کنترل گشتاور، امکان تثبیت آن روی یک دور مشخص، فراهم شد. در صورت عبور دور از یک دور خواسته شده، گشتاور ترمزی افزایش می‌یابد تا دور دوباره به مقدار قبلی برگردد، و برعکس.

برای این منظور از چهار روش کنترل دور ثابت، کنترل گشتاور ثابت، کنترل گشتاور- دور و دور- گشتاور، استفاده شده است. در روش کنترلی گشتاور- دور، گشتاور به وسیله دینامومتر و دور به وسیله

جدول ۴. مشخصات حسگرهای فشار

نوع حسگر	تعداد (عدد)	نوع اندازه‌گیری	دقت اندازه‌گیری
۴۰۰ بار	۴	نسبی	۰/۲٪ در مقیاس کامل
۲۵۰ بار	۲	نسبی	۰/۲٪ در مقیاس کامل
۱۰۰ بار	۲	نسبی	۰/۲٪ در مقیاس کامل
۳۰ بار	۵	نسبی	۰/۱۵٪ در مقیاس کامل
۱۶ بار	۳	نسبی	۰/۲٪ در مقیاس کامل
۱۰ بار	۷	نسبی	۰/۳٪ در مقیاس کامل
۶ بار	۱۰	نسبی	۰/۲٪ در مقیاس کامل
۱- تا ۳ بار	۱۰	نسبی و ترکیبی	۰/۲٪ در مقیاس کامل
۲ بار	۱۰	مطلق	۰/۰۵٪ در مقیاس کامل

روش اندازه‌گیری دما (سکون) مشابه فشار است. موقعیت اندازه‌گیری دما همیشه پایین دست فشار است. اندازه‌گیری دقیق دما در پایین دست روتور برای برآورد راندمان حرارتی حائز اهمیت است. حسگرهای دما در این ناحیه، مطابق با توصیه وارما و ساندرانی‌گام [32] در سه نقطه با زوایای مساوی ۱۲۰ درجه نسبت به هم چیده شده‌اند. فاصله از صفحه خروجی روتور به اندازه ۵ تا ۷ برابر وتر پره روتور مناسب است؛ زیرا در این ناحیه جریان خروجی به طور کامل توسعه یافته است [32]. میانگین عددهای خوانده شده به عنوان دمای پایین دست روتور محسوب می‌شود. در شکل (۹)، محل نصب حسگرهای دما در خروجی روتور نشان داده شده است. محل هاشور نخورده، ناحیه فعال پذیرش جزئی است که برای توربین مدل برابر با ۱۰۴/۴ درجه است.

برای اندازه‌گیری دبی جرمی از دبی سنج‌های کوریولیس با مشخصات ارائه شده در جدول (۵) استفاده شده است.

در این روابط، ضرایب $a(i)$, ($i=0,1,2$) مقادیری ثابت هستند و $\pi_T = (P_{01}/p_{s2})$ نسبت انبساط توربین می‌باشد.

این روابط برای توربین‌های کوچک روابط مناسبی هستند، اما هیچ نوع وابستگی به درجه پذیرش جزئی ندارند. بنابراین، برای توربین‌های دارای پذیرش جزئی قابل استفاده نیستند.

آقائی طوق و طوسی [37, 36, 14]، رابطه (۱۸) را برای محاسبه راندمان توربین دارای پذیرش جزئی در آزمایشگاه معرفی کرده‌اند.

$$\eta_T = 3.75 \left(\frac{u}{C_{is}} \right) - 20.0 \left(\frac{u}{C_{is}} \right)^2 + 5.0 \left(\frac{u}{C_{is}} \right)^3 + 18.0 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \left(\frac{u}{C_{is}} \right)^3 \quad (18)$$

با توجه به نتایج کار آقائی طوق [38]، این رابطه انطباق خوبی با داده‌های تجربی دارد و با لحاظ درجه پذیرش جزئی، نسبت به نتایج مشابه (مانند رابطه چرباکف) دقیق‌تر است.

شرایط انجام آزمایش‌های تجربی

قبل از داده‌برداری اصلی، جریان در مدار وارد می‌شود و به‌حالت یکنواخت می‌رسد. امکان برقراری آزمایش و انجام اندازه‌گیری فشار و دما به‌میزان بیش از ۵۰ s فراهم شده است تا نسبت به یکنواخت شدن جریان اطمینان حاصل شود. معیار یکنواختی جریان، پارامترهای داده‌شده در جدول (۷) می‌باشد.

جدول ۷ شرایط یکنواخت بودن جریان در آزمایش [23, 38]

پارامتر	نماد
راندمان	میانگین نوسان $\pm 0.5\%$
نسبت فشار	$\pm 0.5\%$ از مقدار میانگین
توان	$\pm 1\%$ از مقدار میانگین
دمای ورودی به توربین	$\pm 4 (^{\circ}\text{C})$
سرعت دورانی	$\pm 10 (\text{RPM})$

فرمان‌یار کنترل می‌شود. در دو روش کنترلی گشتاور-دور و دور-گشتاور، نمی‌توان با یک وسیله دو پارامتر را ثابت نگه داشت. روش‌های کنترلی دینامومتر در جدول (۶) نشان داده شده است.

جدول ۶ حالت‌های کنترلی دینامومتر

حالت کنترل	
۰	فرمان‌یار در حالت بدون بازخورد؛ تثبیت دور توسط دینامومتر
۱	فرمان‌یار در حالت بدون بازخورد؛ تثبیت گشتاور توسط دینامومتر؛ دور موتور بدون کنترل
۲	تثبیت گشتاور به‌وسیله فرمان‌یار؛ تثبیت دور توسط دینامومتر
۳	تثبیت گشتاور توسط دینامومتر؛ تثبیت دور توسط فرمان‌یار

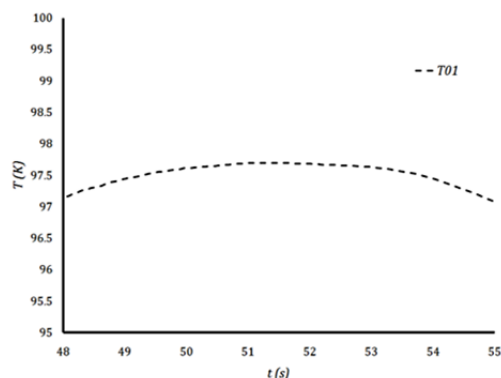
محاسبه راندمان توربین پذیرش جزئی در آزمایشگاه

به‌طور معمول، رابطه راندمان توربین شکل یک سهمی وارونه را دارد که با یک چندجمله‌ای از درجه دو یا سه برای استفاده در کارهای تجربی در یک سرعت دورانی ثابت بیان می‌شود. به‌عنوان مثال، جنسن و همکاران [33]، بلیایف و چرباکف [34] و ارکیس و استوارت [35] مدل‌هایی را برای راندمان توربین در جهت استفاده در آزمایش‌های تجربی ارائه کرده‌اند که به‌ترتیب می‌توان آنها را به‌شکل روابط (۱۵-۱۷) نشان داد.

$$\eta_T = a_0 + a_1\omega + (a_2 + a_3) \left(\frac{u}{C_{is}} \right) + (a_4 + a_5\omega) \left(\frac{u}{C_{is}} \right)^2 \quad (15)$$

$$\eta_T = a_0 + a_1 \left(\frac{u}{C_{is}} \right) + a_2 \left(\frac{u}{C_{is}} \right)^2 \quad (16)$$

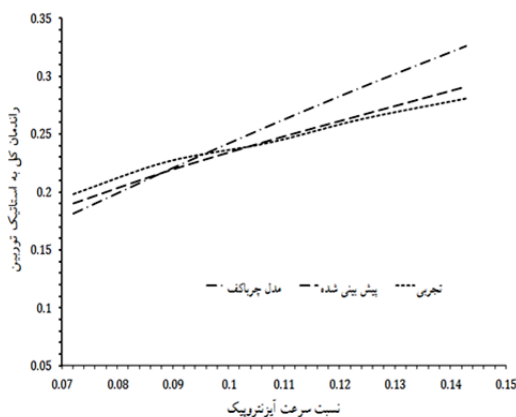
$$\eta_T = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3\omega\pi_T + a_4\pi_T + a_5\pi_T^2 \quad (17)$$



شکل ۱۱ تغییرات دمای ورودی در زمان داده‌برداری در دور ۵۰۰۰ rpm

صحه‌گذاری و ارزیابی آزمایش‌ها

در شکل (۱۲) مقایسه‌ای از نتایج حاصل از مدل پیش‌بینی عملکرد توربین و آزمایش‌های تجربی برای توربین مدل ارائه شده است. برای مقایسه با نتایج کار دیگران نیز، به‌عنوان نمونه، نتیجه کار چرباکف به منحنی‌ها اضافه شده است.

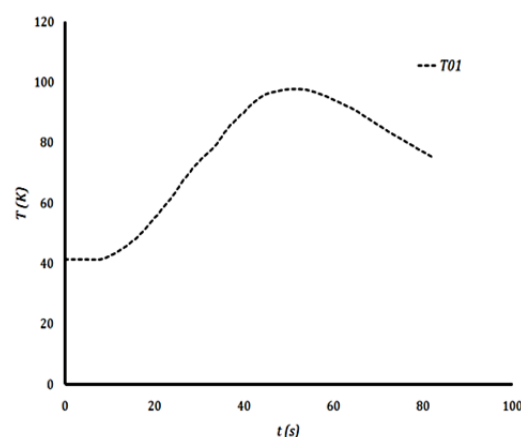


شکل ۱۲ مقایسه نتایج مدل پیش‌بینی عملکرد با نتایج تجربی

در این شکل، انطباق خوبی بین نتایج کد پیش‌بینی و تجربی مشاهده می‌شود. از آنجایی که کد پیش‌بینی قبلاً با نتایج آزمایش‌های عملکردی توربین در شرایط واقعی صحه‌گذاری شده است، می‌توان گفت که نتایج آزمایش‌ها در شرایط هم‌سانی، نتایج قابل قبولی هستند.

در آزمون عملکردی توربین، نباید نوسان‌های توان به‌وجود آید؛ از این‌رو، دما و فشار ورودی در یک مقدار ثابت در طول آزمون حفظ شده‌اند. تغییرات پارامترهای اندازه‌گیری‌شده در زمان آزمایش در محاسبات عدم قطعیت لحاظ شده است. در شکل (۱۰) نمودار تغییرات دما در زمان آزمایش نشان داده شده است. زمان آزمایش ۸۲ ثانیه بوده است. داده‌های اصلی عملکرد توربین در بازه‌ای از آزمایش اندازه‌گیری شده‌اند که دمای جریان، به‌مدت چند ثانیه ثابت نسبی (جدول ۸) داشته است. این زمان برای تمامی آزمایش‌ها حدود ۲۰ ثانیه است.

زمان نسبتاً پایدار برای داده‌برداری بین ثانیه‌های ۴۰ تا ۶۰ می‌باشد. تغییرات دما در فاصله زمانی ۴۸ تا ۵۴ ثانیه در شکل (۱۱) ارائه شده است. مشاهده می‌شود حداقل در پنج ثانیه، پایداری دمای ورودی کاملاً برقرار است و در بازه بیشتر زمانی نیز، بیشینه اختلاف دما در حدود ۰/۳ درجه سانتی‌گراد است؛ در حالی که جدول (۷) تا اختلاف ۴ درجه را نیز اجازه می‌دهد.



شکل ۱۰ تغییرات دمای ورودی در کل زمان آزمایش در دور ۵۰۰۰ rpm

نسبت سرعت آیزنتروپیک مورد انتظار است [32] و رفتار و جهت کلی نمودارها درست است. باتوجه به نتایج به دست آمده می‌توان ادعا کرد که نتایج آزمایشگاه توربین مورد اعتماد و قابل استفاده است.

ارزیابی راندمان توربین در پذیرش جزئی

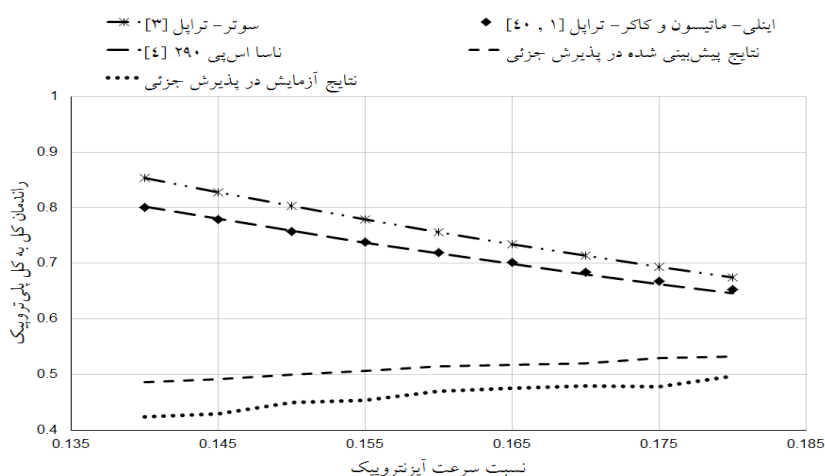
منحنی مشخصه توربین مورد مطالعه با درجه پذیرش ۲۹ درصد تک‌بلوک، با استفاده از مدل اتلافی پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری‌های تجربی در شکل (۱۳) ارائه شده است. به این شکل، منحنی‌های به دست آمده از روش‌های اینلی-ماتیسون [1] سوتر-تراپل [3]، NASA SP-290 [4] نیز اضافه شده است. سوتر و تراپل، اتلاف انتهای بخش (end of sector loss) را به محدوده باز روتور نسبت دادند که تحت تأثیر جریان ورودی از استاتور قرار می‌گیرد. تخمین سوتر-تراپل از مقادیر تجربی بیشتر است. نتایج گزارش NASA SP-290 و اینلی-ماتیسون بازبینی شده در محدوده نسبت سرعت آیزنتروپیک آزمایش‌های این پژوهش کاملاً یکسان است. باتوجه به شکل (۱۳)، در نسبت سرعت بالا، نتایج کار حاضر به نتایج کار دیگران نزدیک‌تر می‌شود.

از دیگر نقاط قابل توجه در این شکل، اختلاف نتایج مدل چرباکف در نسبت سرعت‌های بالا با کار حاضر است. این اختلاف‌ها می‌تواند ناشی از عدم لحاظ تأثیر درجه پذیرش جزئی در کار چرباکف باشد. در جدول (۸)، نتایج کد پیش‌بینی عملکرد و آزمایش‌ها مقایسه شده‌اند.

جدول ۸ مقایسه نتایج کد پیش‌بینی عملکرد و آزمایش‌های تجربی

سرعت دورانی	نسبت سرعت	فشار ورودی	راندمان کل به استاتیک توربین
(RPM)	-	(bar)	کد پیش‌بینی آزمایش تجربی درصد اختلاف
۵۰۰۰	۰/۰۹	۷/۴۱	۰/۲۱۸ ۰/۲۲۶ ۳/۵٪
۶۰۰۰	۰/۱۱	۷/۴۱	۰/۲۴۴ ۰/۲۴۲ ۰/۸٪
۷۰۰۰	۰/۱۲	۷/۴۹	۰/۲۶۶ ۰/۲۶۳ ۱/۱٪
۸۰۰۰	۰/۱۴	۷/۴۸	۰/۲۹۱ ۰/۲۸۱ ۳/۵٪

کمینه اختلاف بین داده‌های کد پیش‌بینی و نتایج تجربی ۰/۸٪ و بیشینه آن ۳/۵ درصد است. با افزایش نسبت سرعت، افزایش اختلاف مشاهده می‌شود. دلیل آن، افزایش اتلاف‌ها مکانیکی و ترمودینامیکی در آزمایش‌های تجربی است که موجب فاصله‌یافتن از نتایج پیش‌بینی شده می‌گردد. افزایش راندمان با افزایش



شکل ۱۳ منحنی مشخصه توربین در پذیرش جزئی

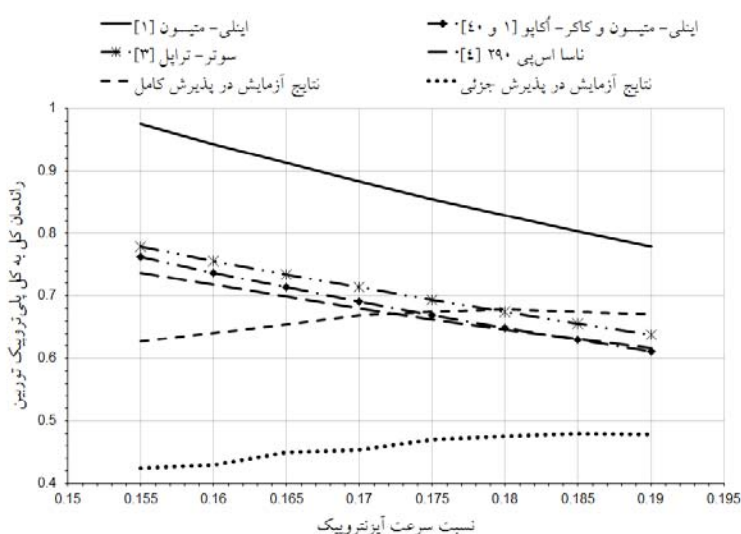
باید توجه داشت، علت ناهمسو بودن منحنی‌های کار حاضر با کار دیگران، انتخاب یک ناحیه خاص از کل رفتار منحنی مشخصه توربین‌های مورد مطالعه، در یک نسبت سرعت خاص است. به‌طوری‌که تفاوت نوع توربین‌ها، از جمله از نظر نسبت منظری پره‌ها و کلاس اندازه توربین‌ها موجب تفاوت در ناحیه‌های بیشینه و کمینه منحنی مشخصه‌ها می‌گردد [17]. دلیل این تفاوت‌ها در تفاوت الگوی جریان و توزیع اتلاف‌ها در توربین‌های بزرگ و کوچک است.

مقایسه راندمان توربین در پذیرش

کامل و جزئی

روبرت و همکاران [39] به‌طور تجربی نشان دادند که با کاهش درجه پذیرش جزئی به کمتر از نصف پذیرش کامل، راندمان و توان تولیدی توربین به شدت افت پیدا می‌کند. استنینگ [2] با کاهش کمان پذیرش توربین، کاهش راندمان را نشان داد. در کار حاضر باتوجه به درجه پذیرش توربین تحت مطالعه (۲۹٪)، انتظار می‌رود راندمان توربین نسبت به شرایط پذیرش کامل افت قابل توجهی داشته باشد.

نتایج مقایسه منحنی مشخصه توربین در پذیرش کامل و جزئی در شکل (۱۴) نشان داده شده است. تغییرات راندمان پیش‌بینی‌شده در همان محدوده نسبت سرعت با استفاده از روش اینلی-ماتیسون نیز در این شکل ارائه شده است. راندمان به دست آمده از روش اینلی-ماتیسون مقادیر بیش‌تری نسبت به نتایج کار حاضر در پذیرش کامل نشان می‌دهد. چنانچه در بخش قبلی هم اشاره شد، اصولاً روش اینلی-ماتیسون با پره‌هایی با نسبت منظری ۳ به دست آمده است و وجود این اختلاف منطقی است؛ زیرا نسبت منظری تأثیر مستقیم و اساسی بر اتلاف‌ها جریان ثانویه دارد. پیش‌بینی‌های اینلی-ماتیسون توسط کاکر و اوکاپو [40] بازبینی شد و تأثیر جریان ثانویه دیده شد. مدل بازبینی‌شده (روش اینلی-ماتیسون با اتلاف جریان ثانویه) توسط کاکر-اوکاپو نیز در شکل (۱۴) ارائه شده است، که به نتایج کار حاضر نزدیک‌تر است. باتوجه به نتایج ارائه‌شده در شکل (۱۴) راندمان توربین در پذیرش جزئی بیش از بیست واحد کاهش یافته است.

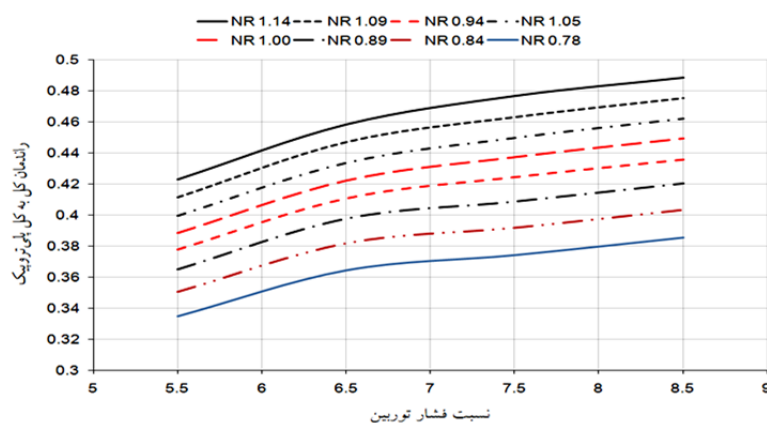


شکل ۱۴ تغییرات راندمان توربین در پذیرش کامل و جزئی

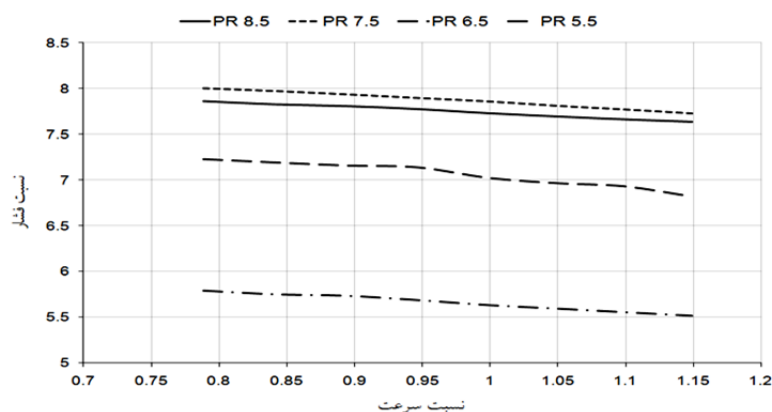
باتوجه به شکل‌های (۱۳ و ۱۴) روند تغییرات منحنی‌ها در نسبت سرعت‌های بالاتر، با روند تغییرات منحنی‌های شکل (۱۲) انطباق خوبی دارد. یعنی رابطه ارائه‌شده برای راندمان در بازه مناسبی از نسبت سرعت، رفتار قابل انتظاری به‌عنوان منحنی مشخصه توربین نشان می‌دهد. عدم انطباق‌ها مربوط به کارهای دیگران است که دلایل توجیهی خود را دارند و در بخش‌های قبل توضیح داده شد. مانند مدل اینلی-ماتیسون که برای پره‌هایی با نسبت منظری ۳ ارائه شده است.

شکل (۱۵) تغییرات راندمان برحسب نسبت فشار توربین در سرعت‌های دورانی مختلف ($NR = \omega/\omega_D$) را نشان می‌دهد. براساس این شکل، زمانی که سرعت

دورانی به بیش از سرعت طراحی می‌رسد، به‌دلیل افزایش نسبت سرعت، راندمان توربین افزایش می‌یابد. یکی دیگر از نمودارهای به‌دست آمده به‌عنوان منحنی عملکرد توربین در شرایط مختلف کاری، در شکل (۱۶) ارائه شده است. منحنی‌های این شکل نشان می‌دهند که با افزایش سرعت دورانی، نسبت فشار نازل اندکی کاهش یافته است. نکته قابل توجه این است که با افزایش نسبت فشار توربین به بیش از مقدار طراحی ($PR_{Design}=V/5$)، نسبت فشار نازل کاهش یافته است. کاهش نسبت فشار نازل نشان‌دهنده انبساط بیشتر جریان و کاهش اتلاف فشار سکون در فاصله محوری خروجی نازل-ورودی روتور است. بنابراین، راندمان توربین به‌دلیل بهبود شرایط ترمودینامیکی افزایش می‌یابد.



شکل ۱۵ تغییرات راندمان توربین در نسبت فشارهای مختلف در سرعت‌های دورانی مختلف



شکل ۱۶ تغییرات نسبت فشار نازل برحسب نسبت سرعت در نسبت فشارهای مختلف توربین

باتوجه به شکل (۱۶)، در نسبت فشار توربین ۵/۵،
منحنی‌های نسبت فشار توربین و نازل در سرعت‌های
دورانی بالا، تقریباً باهم برابری می‌کنند.

تحلیل خطا و عدم قطعیت در اندازه‌گیری‌ها

هدف از تحلیل خطا، خطای ناشی از دقت وسایل
اندازه‌گیری مورد استفاده در آزمایشگاه است که
قابل محاسبه می‌باشند. در مورد خطاهای دیگر، تا حد
ممکن سعی شده است تا از تأثیر آنها بر نتایج آزمایش،
اجتناب شود. در این بخش نمونه‌ای از تحلیل خطا و
عدم قطعیت‌ها در دور ۵۰۰۰ rpm ارائه شده است.

تحلیل خطا

در دور ۵۰۰۰ rpm، با فشار سکون ورودی ۷/۴۱ بار،
نتایج تکرار آزمایش‌ها به شرح جدول (۹) می‌باشد.

جدول ۹ نتایج تکرارپذیری آزمایش‌های تجربی در دور ۵۰۰۰

دور بر دقیقه

آزمایش	T_{01}	T_{02}	P_{01}	P_{s2}	η_T
۱	۳۷۰/۸۵	۳۳۴/۵۵	۷/۴۱	۰/۹۹۶	۰/۲۲۶
۲	۳۷۰/۸۶	۳۳۳/۷۵	۷/۴۱	۰/۹۹۶	۰/۲۲۸
۳	۳۷۱/۹۷	۳۳۵/۱۵	۷/۴۲	۰/۹۹۶	۰/۲۲۸
۴	۳۷۱/۸۳	۳۳۴/۶۵	۷/۴۲	۰/۹۹۶	۰/۲۳۰

در محاسبه خطا، میانگین راندمان به‌دست آمده از
چهار آزمایش حساب می‌شود:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\bar{\eta}_{ts} = \frac{1}{4} (0.226 + 0.228 + 0.228 + 0.230) = 0.228$$

در این روابط، X_i راندمان در هر آزمایش i -ام و
 $\bar{\eta}_{ts}$ میانگین راندمان کل به استاتیک توربین است.

باتوجه به مقدار میانگین به‌دست آمده برای
راندمان، قدر مطلق خطا برای راندمان ۰/۸۷٪ می‌باشد.
مقدار انحراف استاندارد عبارت است از:

$$\sigma_x = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right)^{1/2}$$

$$\sigma_x = \left(\frac{1}{4} (4e^{-6} + 0 + 0 + 4e^{-6}) \right)^{1/2} = 0.00141$$

با افزایش تعداد آزمایش‌ها، بسیاری از مقادیر در
محدوده $\bar{X} \pm \sigma_x$ ، (کران بالا ۰/۲۲۹ و کران پایین
۰/۲۲۶) خواهد بود.

عدم قطعیت در اندازه‌گیری‌های راندمان

راندمان توربین برای یک میدان جریان داده‌شده تابعی
از دما و فشار در ورود و خروج به مجموعه توربین
است. به عبارتی:

$$\eta_T = \eta(T_{01}, T_{02}, P_{01}, P_{s2}) \quad (19)$$

با استفاده از روش مک کلیتوک [41]، معادله عدم
قطعیت هم‌ساز با تابع فوق به‌صورت رابطه (۲۰)
می‌باشد.

$$W_{\eta} = \left\{ \left(\frac{\partial R}{\partial T_{01}} W_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial T_{02}} W_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial P_{01}} W_3 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial P_{s2}} W_4 \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (20)$$

که در این رابطه، T_{01} ، T_{02} ، P_{01} و P_{s2} متغیرهای
اندازه‌گیری‌شده و W_1 تا W_4 ، عدم قطعیت‌های
متناظرند.

عدم قطعیت راندمان ناشی از

اندازه‌گیری‌های دما

عدم قطعیت اندازه‌گیری W_1 برای دمای ورودی در حدود 0.1°C می‌باشد. با این مقدار عدم قطعیت، مقدار بیشینه جمله اول سمت راست رابطه (۲۰) حدود 0.087% می‌شود. مقدار بیشینه عدم قطعیت متناظر برای دمای خروجی هم به 0.10% می‌رسد.

عدم قطعیت راندمان ناشی از اندازه‌گیری‌های

فشار

با در نظر گرفتن دقت حسگرهای فشار و منابع خطا و عدم قطعیت‌ها، و داده‌های تجربی، برای فشار ورودی با عدم قطعیت $1.05 \times 10^5 \text{ Pa}$ ، مقدار بیشینه 0.12% برای جمله سوم رابطه (۲۰) و با عدم قطعیت 1.05 Pa $\times 0.25\%$ برای فشار خروجی، بیشینه 0.84% برای جمله چهارم رابطه به دست می‌آید. عدم قطعیت‌ها برای دما و فشار بدترین حالت‌ها انتخاب شده است.

عدم قطعیت در راندمان

با توجه به محاسبات، بیشینه عدم قطعیت کمتر از 1.16% است.

نتیجه‌گیری

(۱) فن پذیرش جزئی برای جلوگیری از انسداد جریان و افزایش اتلاف‌ها ناشی از ضریب منظری کوچک پره‌ها در توربین‌های سامانه‌های تغذیه سیکل - باز استفاده می‌شود.

(۲) در این شرایط، اتلاف‌ها ناشی از پذیرش جزئی و تأثیر آن بر عملکرد توربین باید به دقت برآورد شود.

(۳) هرگونه ارزیابی در این زمینه مستلزم داشتن منحنی مشخصه توربین در شرایط پذیرش جزئی است.

(۴) این منحنی در آزمایشگاه توربین قابل تولید است.

(۵) استفاده از روش هم‌سانی گازدینامیکی در طراحی و ساخت این آزمایشگاه، به لحاظ ساده‌تر شدن ملاحظات فنی، اجرایی و بهره‌برداری دارای صرفه اقتصادی است.

(۶) آزمایش‌های انجام‌شده نشان می‌دهد، راندمان توربین نمونه در پذیرش جزئی، حدود 20% واحد کمتر از شرایط پذیرش کامل است.

(۷) کمینه اختلاف داده‌های کد پیش‌بینی و نتایج تجربی 0.08% (دور 6000 rpm) و بیشینه آن 0.35% (دور 3500 rpm) درصد است.

(۸) دلیل افزایش اختلاف نتایج کد عملکرد و تجربی در دوره‌های بالا، افزایش اتلاف‌های کوپلینگ دینامیکی و ترمودینامیکی است.

(۹) تحلیل خطای نتایج آزمایش نشان می‌دهد، قدر مطلق خطا برای راندمان، 0.87% می‌باشد.

(۱۰) محاسبات عدم قطعیت برای داده‌های آزمایش، بیشینه عدم قطعیت را کمتر از 1.16% نشان می‌دهد.

تقدیر و تشکر

مؤلفین، مراتب سپاس خود را نسبت به راهنمایی‌های آقایان دکتر م. برومند، دکتر د. رمش، دکتر م. ج. منتظری، و آقایان مهندسان ح. عبدی، ع. کدخدازاده، م. سالاری، ح. رضایی، ح. حاج‌لو و اعضای تیم تخصصی ایشان، که ابداعات و اختراعات خود را در اختیار آزمایشگاه قرار دادند تقدیم می‌دارند.

فهرست علائم

علائم لاتین		
a	m/s	سرعت صوت
$a_i, (i=0,1,2)$	-	مقادیر ثابت در رابطه راندمان
b_b	m	عرض پره
C	m/s	سرعت (مطلق) جریان

خروجی از توربین			قطر میانگین دیسک توربین	m	D_m
زمان	s	t	سطح مقطع خروجی نازل	m^2	F
سرعت خطی توربین	m/s	u	ارتفاع پره	m	h_b
مقدار میانگین	-	$\bar{X}$	ضریب آدیاباتیک گاز،	-	k
مقدار عدم قطعیت راندمان	-	W_η	انرژی جنبشی آشفستگی	-	
تعداد پره‌های روتور توربین	عدد	Z_b	طول معادل در تشابه	m	l
تعداد پره‌های روتور توربین	عدد	Z_{ba}	هندسی	-	
در بخش فعال			عدد ماخ سرعت مطلق	-	M_C
علائم یونانی			عدد ماخ سرعت نسبی	-	M_w
زاویه مطلق جریان نازل	deg	α	جریان	-	M_u
ضریب برابری عدد رینولدز	-	χ	عدد ماخ سرعت انتقالی یا	-	
ضریب جریان	-	φ	محیطی جریان	-	
راندمان توربین	-	η_T	دبی جرمی عبوری از	kg/s	$\dot{m}_T$
میانگین راندمان کل به	-	$\bar{\eta}_{ts}$	توربین	-	
استاتیک			نسبت سرعت به سرعت	-	NR
لزجت دینامیکی	$N.s/m^2$	μ	طراحی	-	
نسبت انبساط توربین	-	π_T	توان توربین	kW	N_T
چگالی	kg/m^3	ρ	دور توربین، تعداد متغیرها	RPM	n
مقدار انحراف استاندارد	-	σ_X	در رابطه برآورد خطا	-	
سرعت دورانی	rad/s	ω	فشار سکون جریان ورودی	Pa	P_{01}
ضریب هندسی تشابه	-	ψ_G	به توربین	Pa	P
زیر نویس‌ها			فشار استاتیکی	-	PR_{Design}
شرایط سکون	0		نسبت فشار طراحی	-	
ورود توربین	1		فشار استاتیک جریان	Pa	P_{s2}
خروج توربین	2		خروجی از توربین	j/kg	R
میانگین؛ شرایط مدل	m		ثابت گاز	-	Re
شرایط واقعی	R		عدد رینولدز	K	T
استاتیک	s		دمای استاتیک	K	T_{01}
کل به استاتیک	ts		دمای سکون جریان ورودی	K	T_{02}
			به توربین	K	
			دمای سکون جریان	K	

مراجع

1. Ainley, D.G. and Mathieson, G.C.R., "An examination of the flow and pressure losses in blade rows of axial-flow turbines", HM Stationery Office, N.G.T.E Report, 33 pages, (1951).
2. Stenning, A.H., "Design of Turbines for High Energy Fuel Low Power Output Applications", MIT Dynamic Analysis and Control Laboratory, (1953).
3. fuer Thermische Turbomaschinen-Mitteilungen, Report. 1959 (4), Suter, P. and Traupel, W., "Investigation on windage loss of turbine rotors", Eidgenoessische Technische Hochschule-Institut fuer Turbomaschinen-Mitteilungen, Zurich, Vol. (4), 39 pages, (1959).
4. Roelke, R.J., "Miscellaneous Losses-Tip Clearance and Disk Friction", in Turbine Design and Applications, 24 pages, (1973).
5. Buckingham, Ed., "Windage Resistance of Steam Turbine Wheels", *Engineer*, pp. 362-364, (1914).
6. Doyle, M., "Theories for Predicting Partial-Admission Losses in Turbines", *Prog. Aerosp. Sci.*, Vol. 29(4), pp. 489-490, (1962).
7. Ohlsson, G.O., "Partial-Admission Turbines", *Journal of the Aerospace Science*, Vol. 29(9), pp. 1017-1028, (1962).
8. Balge, O.E. and Binsley, R.L., "Axial Turbine Performance Evaluation Part A- Loss Geometry Relationships", *J. Eng. Gas Turbines Power*, pp. 341-348, (1968).
9. Klassen, H.A., "Cold-air investigation of effects of partial admission on performance of 3.75-inch mean-diameter single stage axial-flow turbine", NASA Report TND-4700, 23 pages, (1968).
10. Yahya, S.M. and Doyle, M.D.C., "Aerodynamic Losses in Partial Admission Turbines", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. (11), pp. 417-431, (1969).
11. Verneau, A., "Supersonic turbines for organic fluid Rankine cycles from 3 to 1300 kW", Von Karman Inst. For Fluid Dynamics, Small High Pressure Ratio Turbines, Report No., N 88-14364 06-37, 55 pages, (1987).
12. Bohn, D., Gier, J. and Ziemann, M., "Influence of the cross-over channel geometry on the flow equalization in partial-admission turbines", VGB Powertech-English Edition, Vol. 78, pp. 49-54, (1998).
13. Cho, S.Y., Cho, C.H. and Kim, C., "Performance Prediction on a Partially Admitted Small Axial-Type Turbine", *JSME Int J.*, Ser. B, Vol. 49(4): pp. 1290-1297, (2006).
۱۴. آقایی طوق، رضا، مسگرپور طوسی، ابوالقاسم، "بررسی تجربی و عددی آثار پذیرش جزئی بر توزیع جریان در فضای محوری توربین فراصوت"، نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، ۲۴ (۲)، ص ۱۶، (۲۰۱۳).
15. Jeong, E., Lee, H.G. and Park, P.G., "Tip Clearance Effect on the Performance of a Shrouded Supersonic Impulse Turbine", *J. Propul. Power*, Vol. 24(6), pp. 1295-1300, (2008).
16. Jeong, E. and Kang, S.H. "Effect of Nozzle-Rotor Clearance on Turbine Performance", in *ASME Joint U.S.-European Fluid Eng. Summer Meeting*, Miami, Fl., Vol. (2), pp. 273-278, November-December, (2006).
17. Avsianikov, B.V., "Theory and calculation of feed systems's elements (In Russian)", pp. 392-487, Mashinostroenieh publication, Moscow, (1983).
18. Vasiliev, U.A., "Theory and Design of Gas turbines (In Russian)", pp. 168-221, Mashinostroenieh publication, Moscow, , (1982).
19. Khalshevnicov, K.V., "Theory and Calculation of Turbomachines (In Russian)", pp. 241-396, Mashinostroenieh publication, Moscow, (1979).
20. Taylor, B.N., "Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results", Diane publication, New York, (2009).

21. PTC, A., 22, "Gas Turbine Power Plants", American Society of Mechanical Engineers, New York, New York, (1997).
22. PTC, A., 10, "Performance Test Code on Compressors and Exhausters", American Society of Mechanical Engineers, New York, New York, (1997).
23. ISO 5389, "Turbocompressors Performance Test Code, in Turbocomp", (1992).
24. ISO Standard British, "British Standard Specification for Gas Turbine acceptance tests", (1989).
25. ANSI B36 10/19 nd., Carbon Alloy Pipes ASME Stainless Steel.
26. Bikov, N.N., "An Experimental Stand for Model Gas Turbines Research (In Russian)", Mashinostroenieh publication, Moscow, pp. 118-402, (1956).
27. Celicov, V.A., "Gas Turbine Modeling by Heavy Gas (In Russian)", MAI publication, Moscow, (1957).
28. Celicov, V.A., "Physical Modeling of gas-dynamic process in power plants elements (In Russian)", MAI publication, Moscow, (1995).
29. McDaniels, D.M. and Snellgrove, L.M., "Liquid propulsion turbomachinery model testing", in *SAE Technical paper, No. 921029, Aerotech'92 Conference*, April 1, (1992).
۳۰. آقای طوق، رضا، مسگرپورتوسی، ابوالقاسم، "مطالعه‌ی جریان در یک توربین فراصوت خاص و بررسی تأثیر تغییر هندسی لبه‌ی پره‌ها بر عملکرد توربین"، نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، ۲۲(۱)، (۲۰۱۱).
31. Aghaei-Togh, R. and Tousi, A.M., "Experimental and numerical investigation of design optimization of a partial admitted supersonic turbine", *Propulsion and Power Research*, Vol. (2), pp. 70-83, (2013).
32. Varma, A.K. and Soundranayagam, S., "Experimental study of a small partial admission axial turbine with low aspect ratio blade", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Part G: Journal of Aerospace Engineering, Vol. 228(1), pp. 20-34 (2012).
33. Jensen, J., Kristensen, A., Sorenson, S. and Houbak, N., "Mean value modeling of a small turbocharged diesel engine", in *SAE Technical Paper 910070*, SAE Detroit, Michigan, United States, (1991).
34. Biliayev, E. and Cherbakov, V., "Mathematical modeling of liquid engines", Mashinostroenieh publication, Moscow, (1999).
35. Orkisz, M. and Stawarz, S., "Modeling of turbine engine axial-flow compressor and turbine characteristics", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 16(2), pp. 336-339, (2000).
36. Aghaei-Togh, R. and Tousi, A.M., "Flow pattern improvement in nozzle-rotor axial gap in impulse turbine", *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 86(2), pp. 108-116, (2014).
37. Aghaei-Togh, R., Tousi, A.M., and Boroomand, M., "Design Optimization of a Partial Admitted Supersonic Turbine Using Genetic Algorithm and 3D Numerical Analysis", in *International Mechanical Engineering Congress & Exposition ASME: Houston, Texas, USA*, pp. 15-26, (2012).
۳۸. آقای طوق، رضا، مسگرپورتوسی، ابوالقاسم، "بهینه‌سازی پذیرش جزئی توربین فراصوت"، بیستمین کنفرانس مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، (۱۳۹۱).
39. Kohl, R.C., Howard, Z.H. and Warren, J., "Effects of partial admission on performance of a gas turbine", NACA-TN-1807 Report, NASA Document ID: 19930082483, pp. 79-87, (1949).
40. Kacker, S.C. and Okapuu, U., "Mean line prediction method for axial flow turbine efficiency", *Journal of Engineering for Power*, Vol. 104(1), pp. 104-111, (1982).
41. Kline, S.J. and McClintock, F.A., "Analysis of Uncertainty in Single-Sample Experiments", *Mechanical Engineering*, Vol. 75, pp. 3-9, (1953).

مطالعه تجربی شکل دهی غلتکی ورق های کامپوزیتی زمینه پی وی سی تقویت شده با الیاف شیشه بافته شده*

وحید زال^(۱) حسن مسلمی نائینی^(۲) احمد رضا بهرامیان^(۳) بهروز شیرانی^(۴) امیرحسین بهروش^(۵)

چکیده در این مقاله برای نخستین بار به شکل دهی غلتکی ورق های کامپوزیتی زمینه گرمانرم پی وی سی پرداخته شده است. برای این منظور ورق های کامپوزیتی با دو چیدمان $[90/0]_6$ و $[45/45]_6$ با استفاده از فرآیند انباشت لایه ها و با ابعاد 80×12 سانتی متر تولید شدند. بعد از تعیین دمای مناسب شکل دهی، ورق های حاصل به شکل تک ایستگاه به سه زاویه شکل دهی مختلف و همچنین به شکل چند ایستگاه به دو پروفیل کانالی شکل در دمای 170°C شکل دهی غلتکی شدند و سه عیب هندسی شامل کمائی شدن پروفیل، موج لبه و برگشت فنری پروفیل بررسی شد. در انتها نتیجه گرفته شد که شکل دهی غلتکی چیدمان $[90/0]_6$ منجر به عیوب کمتری در مقایسه با چیدمان $[45/45]_6$ می شود، همچنین بخش عمده عیوب در ایستگاه نهایی شکل دهی غلتکی ایجاد می شود.

واژه های کلیدی گرمانرم پی وی سی؛ لمینت های کامپوزیتی؛ شکل دهی غلتکی؛ عیوب هندسی.

Experimental Study of the Roll Forming of PVC / Glass Fabric Composite Laminates

V. Zal H. Moslemi Naeini A.R. Bahramian B. Shirani A.H. Behravesht

Abstract Roll forming of amorphous PVC based composite laminates were studied in this paper for the first time. For this, $[0/90]_6$ and $[45/45]_6$ lay-ups of this composite laminates with dimensions of 80×12 cm were fabricated using film stacking and hot pressing processes. The suitable forming temperatures of the composites were determined and then, the laminates were roll formed at 170°C with a single stand and also multi stand roll forming process into channel sections. Geometrical defects including warping, flange waviness and spring back of the roll formed profiles were evaluated. Finally it was concluded that $[0/90]_6$ lay-up results in very lower defects in comparison with $[45/45]_6$ lay-up, and also the final stand of roll forming process has dominant role on the defects of multi stand roll forming.

Key Words PVC Thermoplastic, Composite Laminates, Roll Forming, Geometrical defects.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۹/۱۴ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۴ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.51919

(۱) دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

(۲) نویسنده مسئول: استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران. moslemi@modares.ac.ir

(۳) دانشیار، مهندسی شیمی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

(۴) مربی، موسسه آموزش عالی دانش پژوهان، اصفهان.

(۵) دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

مقدمه

استحکام به وزن بالا برای بسیاری از صنایع از قبیل صنایع هوافضا و خودرو اهمیت بالایی دارد که این مسئله موجب گرایش این صنایع به جایگزینی محصولات متعارف فلزی با محصولات کامپوزیتی زمینه پلیمری شده است. کامپوزیت‌های زمینه پلیمر تقویت‌شده با الیاف دارای مزایای گسترده‌ای نظیر استحکام ویژه، جذب انرژی و استحکام خستگی بالاتر نسبت به فلزات هستند [1, 2]. این مزایا به‌خصوص در کامپوزیت‌های پلیمری زمینه گرمانرم بسیار چشم‌گیر است. باوجود مزایا و اهمیت این محصولات، تولید کامپوزیت‌ها به‌شکل قطعه نهایی، فرآیندی دستی، زمان‌بر و با مشکلات فنی بالا است که موجب افزایش هزینه محصول می‌شود [3].

پژوهش‌های زیادی برای ارائه روش‌های جدید تولید محصولات کامپوزیتی و یا اعمال فرآیندهای متعارف و ارزان تولید محصولات فلزی بر روی محصولات کامپوزیتی انجام گرفته است. شکل‌دهی از جمله فرآیندهای ارزان و سریع است که برای تولید انبوه بسیاری از قطعات و محصولات فلزی به‌کار می‌رود [4]. در حالی که فلزات به‌شکل سرد به‌وسیله اعمال کشش یا فشار به‌شکل هم‌سانگرد شکل می‌یابند، الیاف در کامپوزیت‌ها غیر قابل کرنش پلاستیک هستند، بنابراین در شکل‌دهی کامپوزیت‌های الیافی، به‌جای تغییر شکل الیاف، باید موقعیت الیاف تغییر کند و با جابه‌جایی الیاف درون زمینه و یا لغزش لمینت‌ها بر روی یکدیگر، امکان تغییر شکل ایجاد شود [5].

برای ایجاد قابلیت جابه‌جایی الیاف درون لمینت‌های کامپوزیتی، باید زمینه بسیار نرم شود و مقاومت برشی چندان در برابر جابه‌جایی الیاف از خود نشان ندهد. بنابراین شکل‌دهی در شرایط دما بالا که زمینه گرمانرم، نرم و کم‌استحکام می‌شود، شرط لازم برای موفقیت فرآیند شکل‌دهی کامپوزیت‌ها

خصوصاً در تغییر شکل‌های بزرگ محسوب می‌شود [6]. با این وجود، شکل‌دهی کامپوزیت‌های زمینه گرمانرم درمقایسه با ورق‌های فلزی با مشکلات فرآیندی زیادی روبه‌رو است و تولید قطعات نسبتاً پیچیده منجر به ایجاد عیوب زیادی از قبیل کمانش و چروکیدگی الیاف، جدایش لمینت‌ها، پاره شدن و شکست الیاف می‌شود [7] که بسیاری از این عیوب تابع شرایط پلیمر زمینه، چیدمان و نوع الیاف هستند.

پژوهش‌های بسیاری بر روی بررسی این عیوب و شکل‌دهی قطعات سالم کامپوزیتی با فرآیندهای مختلف انجام گرفته است. صدیقی و همکاران [8]، تأثیر ترتیب لایه‌چینی بر روی چروکیدگی ورق و عیوب هندسی در شکل‌دهی پرسی ورق‌های کامپوزیتی الیاف شیشه با زمینه پلی‌پروپیلن را بررسی کردند و نتیجه گرفته‌اند که چیدمان الیاف مهم‌ترین پارامتر فرآیند است. هالندر و همکاران [9] به بررسی تولید مقطع ناودانی‌شکل با روش شکل‌دهی خلأ ورق‌های کامپوزیتی تک‌جهته زمینه اپوکسی به‌همراه ذرات گرمانرم افزایش چگرمگی پرداختند و تأثیر پارامترها بر روی چروکیدگی الیاف را بررسی کردند. یانگیموتو و ایکوچی [10] از ورق‌های محافظ فلزی در دو سطح ورق کامپوزیتی برای افزایش شکل‌پذیری استفاده کردند که بعد از فرآیند این لایه‌های فلزی حذف می‌شوند. با این فرآیند توانستند شکل‌پذیری ورق‌های کامپوزیتی را افزایش دهند.

شکل‌دهی غلتکی از فرآیندهای بسیار سریع و اقتصادی در تولید پروفیل‌های فلزی است که برای تولید پیوسته بسیاری از پروفیل‌ها با مقاطع ساده و پیچیده به‌کار می‌رود. شکل‌دهی ورق‌های کامپوزیتی با این روش و تولید پروفیل‌های کامپوزیتی نیز مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. اولین تحقیق را در این زمینه دایکس و همکاران [11]، بر روی کامپوزیت‌های الیاف تک‌جهته شیشه با زمینه

ورق‌های کامپوزیتی درمقایسه با سایر فرآورده‌ها شده است. باتوجه به این موضوع، در صورت استفاده از زمینه گرمانرم مناسب، بسیاری از این عیوب قابل جبران و حذف هستند.

گرمانرم آمورف پی‌وی‌سی به‌دلیل این‌که نقطه ذوب مشخص و هم‌چنین تبلور مجدد ندارد، با اعمال حرارت به‌تدریج نرم و خمیری و با کاهش دما به تدریج سفت‌تر می‌شود، بنابراین رفتار شکل‌پذیری بسیار بهتری دارد و بازه دمای شکل‌دهی گسترده‌ای دارد به‌طوری‌که در دمای شکل‌دهی، به‌جای ذوب حالت خمیری پیدا می‌کند. بنابراین در صورت استفاده به‌عنوان زمینه کامپوزیت‌ها، فرآیند شکل‌دهی غلتکی را بسیار تسهیل می‌کند و بسیاری از عیوب شکل‌دهی را که ناشی از ناپایداری زمینه هستند می‌تواند حذف کند. در کنار قابلیت شکل‌پذیری خوب، استحکام و قابلیت تولید ورق‌های اولیه کامپوزیت‌های زمینه پی‌وی‌سی نیز از اهمیت بالایی برخوردار است. اگر چه پی‌وی‌سی به‌دلیل عدم ذوب و ویسکوزیته بالا دارای قابلیت آغشتگی ضعیفی است، اما به‌دلیل این‌که دارای گروه‌های عاملی قطبی است، خاصیت چسبندگی خیلی بالایی دارد و می‌تواند کامپوزیت‌های یکپارچه و مستحکمی ایجاد کند. زال و همکاران [14, 15] قابلیت ایجاد آغشتگی خوب و تولید محصولات کامپوزیتی زمینه پی‌وی‌سی با استحکام بالا را بررسی و تأیید کردند.

باوجود مزایای گرمانرم آمورف پی‌وی‌سی برای افزایش قابلیت شکل‌دهی، تا به حال پژوهشی راجع به شکل‌دهی کامپوزیت‌های زمینه پی‌وی‌سی انجام نگرفته است. باتوجه به این مسئله، در این پژوهش برای نخستین بار به تعیین دمای مناسب شکل‌دهی و شکل‌دهی غلتکی کامپوزیت‌های پی‌وی‌سی/الیاف شیشه پرداخته شده است.

پلی پروپیلن انجام دادند و به بررسی قابلیت شکل‌دهی غلتکی این محصولات پرداختند و اگرچه قابلیت شکل‌دهی غلتکی ورق‌های کامپوزیتی زمینه پلیمری را تأیید کردند، عیوب فرآیندی بسیاری را مشاهده کردند. در ادامه هنینگر و فردریش [12] ورق‌های کامپوزیتی زمینه پلی پروپیلن و پلی‌امید تقویت‌شده با الیاف شیشه بافته‌شده را به مقطع کلاهی شکل‌دهی غلتکی کردند و شرایط کاهش عیوب شکل‌دهی را بررسی کردند. نکته‌ای که در این دو تحقیق به آن تأکید شده است ایجاد عیوب هندسی بسیار بالا و عدم کنترل و پایداری ورق کامپوزیتی در شرایط کرنشی به‌دلیل حالت نیمه‌ذوب زمینه است.

اکثر گرمانرم‌هایی که به‌عنوان زمینه کامپوزیت‌ها برای شکل‌دهی مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند، گرمانرم‌های نیمه‌کریستالی مانند پلی پروپیلن و یا پلی‌آمید هستند که بازه دمایی شکل‌دهی این کامپوزیت‌ها محدود به دمای ذوب تا دمای تبلور مجدد زمینه (حدود ۱۰-۲۰ درجه سلسیوس زیر دمای ذوب زمینه نیمه‌کریستالی) است. شکل‌دهی در دماهای بالاتر از دمای تبلور مجدد، به‌علت سیالیت بالای زمینه، عیوب هندسی شدیدی مثل جابه‌جایی الیاف و تغییر موقعیت لبه را ایجاد می‌کند و هم‌چنین شکل‌دهی در دماهای پایین‌تر از تبلور مجدد، اجازه حرکت به الیاف را نمی‌دهد و در نتیجه تغییر شکل الاستیک و عیوبی نظیر جدایش لمینت‌ها را ایجاد می‌کند [13]. این بازه دمایی محدود، فرآیند شکل‌دهی این کامپوزیت‌ها را سخت می‌کند و موجب عیوب فراوان می‌شود.

در شکل‌دهی غلتکی نسبت به سایر فرآورده‌های شکل‌دهی کنترل کمی بر روی ورق وجود دارد و ورق تماس کمی با غلتک‌ها دارد، این مسئله در کنار این‌که شکل‌دهی در حالت نیمه‌ذوب زمینه نیمه‌کریستالی انجام می‌گیرد، موجب عدم موفقیت چندان پژوهش‌های انجام‌گرفته بر روی شکل‌دهی غلتکی

روند تجربی

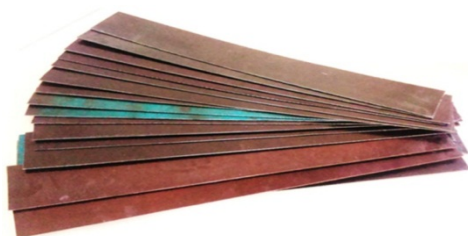
مواد و روش تولید ورق‌های اولیه. برای فاز زمینه از گرمانرم پی‌وی‌سی نیمه‌سخت (با نرم‌کننده دی‌اکتیل فتالات) به شکل فیلم با ضخامت ۰/۲ میلی‌متر استفاده شده است. دمای انتقال شیشه‌ای که به منزله دمای تغییر رفتار ماده از حالت شیشه‌ای و ترد به حالت لاستیکی و بسیار نرم است، برای فیلم پی‌وی‌سی به کار رفته 74°C و دمای تخریب آن 296°C است. برای فاز تقویت‌کننده نیز الیاف شیشه بافت مسطح گرید E با چگالی سطحی 200 گرم بر مترمربع استفاده شده است. برای تولید نمونه‌ها از فرآیند انباشت لایه‌ها، به همراه پرس گرم استفاده شده است. برای این منظور شش لایه الیاف شیشه به شکل یک در میان و با دو چیدمان $6[90/0]$ و $6[-45/45]$ در میان هفت لایه فیلم پی‌وی‌سی قرار گرفته است و با اعمال حرارت 230°C و فشار $1/5$ مگاپاسکال در طول ۵ دقیقه (شرایط بهینه برای تولید کامپوزیت‌های زمینه پی‌وی‌سی [۱۶])، ورق‌های کامپوزیتی به شکل یکپارچه و همگن و با ضخامت $2/25$ میلی‌متر تولید شده‌اند که منجر به تولید لمینت‌های کامپوزیتی با خواص مکانیکی مطابق جدول (۱) می‌شود.

جدول ۱ مشخصات لمینت‌های کامپوزیتی زمینه پی‌وی‌سی تولیدشده در شرایط 230°C ، $1/5$ مگاپاسکال و ۵ دقیقه

درصد حجمی الیاف	درصد حجمی تخلخل	چگالی (kg/m^3)	استحکام خمشی (MPa)	مدول خمشی (GPa)
28.1	1.6	1622	220	10

به منظور شکل‌دهی غلتکی، نمونه‌های کامپوزیتی با ابعاد 12×80 سانتی‌متر بریده شدند که در شکل (۱) نمونه‌های اولیه آماده‌شده برای شکل‌دهی غلتکی نشان داده شده است. هم‌چنین به منظور تعیین دمای مناسب شکل‌دهی، نمونه‌های مستطیلی در ابعاد 11×12 سانتی‌متر تهیه شدند تا این نمونه‌ها در ابتدا تحت

شکل‌دهی پرس (که فرآیند ساده‌تری است) قرار بگیرند و دمای مناسب برای شکل‌دهی غلتکی مشخص شود.



شکل ۱ نمونه‌های کامپوزیتی اولیه تولیدشده به ابعاد 12×80 سانتی‌متر به منظور شکل‌دهی غلتکی

روند شکل‌دهی غلتکی. برای شکل‌دهی غلتکی نمونه‌های تولیدشده از یک ماشین شکل‌دهی غلتکی هفت‌ایستگاه متعارف برای شکل‌دهی فلزات و با اعمال تغییرات لازم استفاده شده است. افزایش دمای نمونه شرط لازم برای ایجاد قابلیت شکل‌پذیری کامپوزیت‌های زمینه گرمانرم است. بنابراین برای تعیین دمای مناسب شکل‌دهی، نمونه‌های تهیه شده برای شکل‌دهی پرس، در دماهای مختلف شکل‌دهی شدند که در نتیجه دمای 160°C ، حداقل دمای مناسب برای تغییر شکل لمینت‌های کامپوزیتی تعیین شد.

باتوجه به این‌که افزایش دمای شکل‌دهی، موجب کاهش استحکام ورق کامپوزیتی و در نتیجه کاهش پایداری فرآیند شکل‌دهی غلتکی می‌شود، بنابراین حداقل دمای ممکن برای شکل‌دهی لمینت‌های کامپوزیتی موجب کمترین عیوب هندسی فرآیند شکل‌دهی غلتکی خواهد شد. با این وجود برای جبران افت دمای ناشی از سرد شدن نمونه در طول فرآیند شکل‌دهی، دمای شکل‌دهی غلتکی نمونه‌ها 170°C (10°C بیشتر از حداقل دمای مناسب) لحاظ شد. بنابراین در ابتدای ماشین شکل‌دهی غلتکی مورد استفاده، کوره‌ای حرارتی تعبیه شده است که نمونه‌ها به مدت ۱۰ دقیقه توسط این کوره تا دمای 170°C گرم

و به شکل همگن هم دما می شوند و سپس به میان یک جفت غلتک هدایت کننده منتقل می شوند تا نمونه را به میان غلتک های شکل دهی هدایت و تغذیه کند.

بعد از عبور نمونه از میان غلتک های شکل دهی و ایجاد فورم مورد نظر، نمونه باید سریعاً تا زیر دمای انتقال شیشه ای زمینه پی وی سی سرد شود تا تغییر ابعاد و برگشت فوری پروفیل نهایی کنترل شود. بنابراین در انتهای غلتک های شکل دهی، سیستم سرد کننده افشانه آب تعبیه شده است. در شکل (۲) ماشین شکل دهی غلتکی و سیستم تغذیه و هدایت نمونه به داخل غلتک های شکل دهی نشان داده شده است.

شکل دهی با سرعت خطی ۴۰ میلی متر بر ثانیه، قطر غلتک های شکل دهی ۱۸۵ میلی متر و فاصله بین ایستگاهی ۳۷۵ میلی متر انجام گرفته است.

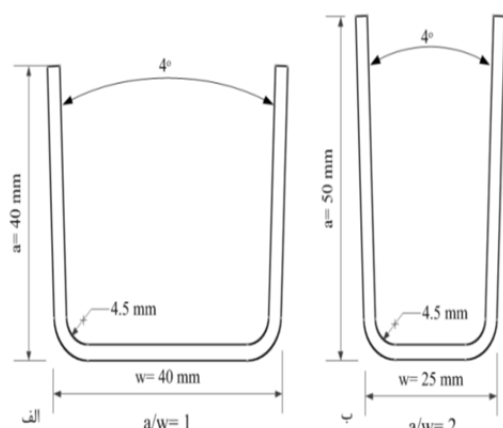
پارامترهای مورد بررسی و طراحی آزمایش. برای بررسی شکل پذیری محصولات کامپوزیتی، دو چیدمان متداول مورد بررسی قرار گرفته است. باتوجه به این که دو مکانیزم اصلی تغییر شکل لمینت های کامپوزیتی شامل لغزش لمینت ها بر روی یکدیگر و کرنش خود

لمینت است [17]، دو چیدمان الیاف [۰/۹۰] و [۴۵/۴۵] که هر کدام از این دو مکانیزم را فعال می کنند مورد بررسی قرار گرفته اند. در چیدمان الیاف [۰/۹۰] به دلیل این که کرنش لمینت ها در طول الیاف بسیار کم است، لغزش لایه ها بر روی یکدیگر تعیین کننده تغییر شکل نهایی خواهد بود. در حالی که در چیدمان [۴۵/۴۵] بیشترین کرنش لمینت ها در جهت ۹۰ درجه (جهت کرنش اصلی ناحیه خم) می تواند روی دهد، بنابراین هر دو مکانیزم لغزش لمینت ها بر روی یکدیگر و تغییر طول خود لمینت ها فعال می شود.

در ابتدا به منظور تعیین الگوی گل شکل دهی به مقطع کانالی، فرآیند شکل دهی به صورت تک ایستگاهی و با سه زاویه شکل دهی مختلف مطابق جدول (۲) انجام گرفته است تا حداکثر زاویه خمکاری در هر ایستگاه و یا به عبارت دیگر الگوی گل شکل دهی غلتکی هر کدام از نمونه ها به دست آید. در شکل (۳) ابعاد پروفیل های حاصل نشان داده شده است.



شکل ۲. مجموعه های شکل دهی غلتکی ورق های کامپوزیتی، الف) سیستم گرمایش ورق در ابتدای خط شکل دهی، ب) سیستم خنکاری دمش آب و هوا در انتهای خط شکل دهی، ج) ماشین شکل دهی غلتکی (غلتک های تغذیه ورق و شکل دهی)



شکل ۴ ابعاد و مشخصات پروفیل‌های کانالی شکل دهی غلتکی شده با نسبت فلنج به وب ۱ (الف) و ۲ (ب).

جدول ۲ حالت‌های مختلف شکل دهی غلتکی اعمال شده

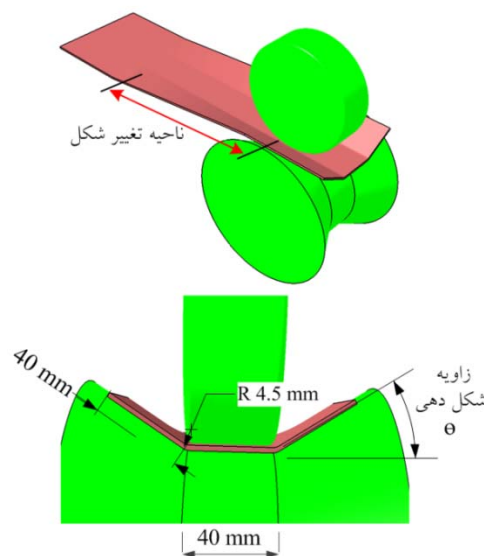
بر روی نمونه‌ها

چیدمان الیاف	۰ به ۳۰	۰ به ۴۵
زاویه شکل دهی	۰ به ۳۰	۰ به ۴۵
تک‌ایستگاه	۰ به ۶۰	۰ به ۶۰
زوایای شکل دهی	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶
چندایستگاه پروفیل با $a/w=1$	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶
زوایای شکل دهی	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶
چندایستگاه پروفیل با $a/w=2$	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶	۰، ۳۰، ۶۰، ۸۶

سه زاویه شکل دهی تک‌ایستگاه در کنار دو حالت شکل دهی چندایستگاه برای هر کدام از چیدمان‌ها، موجب ایجاد ۱۰ حالت شکل دهی مطابق جدول (۲) می‌شود که باتوجه به دو تکرار هر حالت، در مجموع ۲۰ نمونه تولید شد.

اندازه‌گیری‌ها

بررسی عیوب شکل دهی در ناحیه خم. باتوجه به اهمیت دما بر روی شکل‌پذیری لمینت‌های کامپوزیتی زمینه گرمانرم، در ابتدا مقطع ناحیه خم نمونه‌های شکل دهی پرسی شده با استفاده از تصاویر میکروسکوپ نوری بررسی شد و اثر دمای شکل دهی بر روی بروز عیوب ناحیه خم نظیر چروکیدگی و کمزش الیاف در کرنش‌های فشاری بررسی شد و دمای مناسب شکل دهی تعیین گردید.



شکل ۳ ابعاد و مشخصات پروفیل‌های حاصل از شکل دهی غلتکی تک‌ایستگاه

عیوب هندسی شکل دهی غلتکی. در فرآیند شکل دهی غلتکی، یک ناحیه تغییر شکل قبل از ورودی غلتک‌ها وجود دارد که در این ناحیه ورق صاف اولیه تغییر زاویه تدریجی می‌یابد و در زیر غلتک‌ها زاویه نهایی غلتک را به خود می‌گیرد (شکل ۳). این تغییر شکل تدریجی در این ناحیه موجب ایجاد کرنش‌های کششی طولی در لبه پروفیل (علاوه بر کرنش مماسی

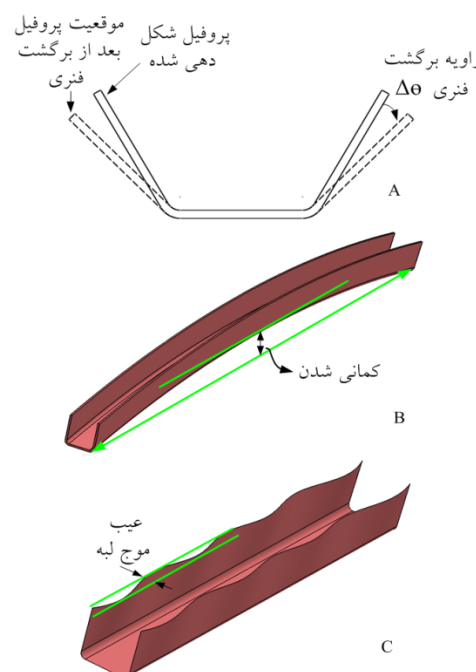
در ادامه به منظور ایجاد پروفیل کانالی شکل، از شکل دهی غلتکی چهارایستگاه با زوایای ۰، ۳۰، ۶۰ و ۸۶ درجه برای هر کدام از چیدمان‌های الیاف استفاده شد و پروفیل‌های کانالی با دو ابعاد مختلف مطابق شکل (۴) ایجاد شد تا اثر ابعاد فلنج بر روی ایجاد عیوب نیز بررسی شود.

برای اندازه‌گیری دو عیب کمائی شدن و موج لبه از ساعت اندازه‌گیری با دقت ۰/۰۱ میلی‌متر استفاده شد. بدین شکل که برای اندازه‌گیری مقدار کمائی شدن، نمونه بر روی سطح مرجع افقی قرار گرفت و سپس کف پروفیل در طول نمونه با ساعت اندازه‌گیری جاروب شد. اختلاف بیشترین و کمترین ارتفاع اندازه‌گیری شده توسط ساعت معادل عیب کمائی شدن در نظر گرفته شد (شکل ۵-B). برای عیب موج لبه نیز با استفاده از ساعت اندازه‌گیری لبه فلنج‌ها در بالاترین ارتفاع جاروب شد و دامنه تغییرات اندازه‌گیری شده به عنوان مقدار عیب موج لبه در نظر گرفته شد (شکل ۵-C). برای اندازه‌گیری برگشت فنری نیز از گونیا با دقت ۵ دقیقه استفاده شد. با توجه به این که عیب موج لبه بر میزان برگشت فنری اندازه‌گیری شده اثر می‌گذارد، اندازه‌گیری برگشت فنری در بیش از ۱۲ موقعیت مختلف (شش نقطه از هر فلنج) انجام گرفت و میانگین اندازه‌گیری‌ها به عنوان مقدار برگشت فنری در نظر گرفته شد (شکل ۵-A).

نتایج و بحث

تصاویر میکروسکوپی ناحیه خم. با بررسی تصاویر میکروسکوپی ناحیه خم نمونه‌های اولیه شکل‌دهی بررسی شده، مشاهده شد که در دماهای شکل‌دهی پایین، الیاف در سطح داخلی ناحیه خم (ناحیه کرنش‌های فشاری) دچار کماتش خارج از صفحه می‌شوند. این عیب علاوه بر کاهش خواص مکانیکی نمونه‌ها، صافی سطوح نمونه‌ها را نیز کاهش می‌دهد. با افزایش دمای شکل‌دهی این عیب کمتر شده و در دمای 160°C هر دو چیدمان الیاف به سهولت و بدون عیب کماتش و چروکیدگی الیاف شکل‌دهی شده‌اند. در شکل (۶) نمونه‌هایی از تصویر میکروسکوپ نوری مقطع ناحیه خم لمینت‌های کامپوزیتی شکل‌دهی شده در دو دمای 160°C و 140°C نشان داده شده است.

در ناحیه خم که در واقع تعیین‌کننده زاویه خم و شکل پروفیل است) می‌شود. اگر این کرنش‌ها در ناحیه الاستیک ورق باشد، بعد از عبور ورق از زیر غلتک‌ها و دریافت زاویه مورد نظر، کرنش‌های طولی به حالت اولیه خود برمی‌گردد و لبه پروفیل صاف و بدون عیب ایجاد می‌شود. در صورتی که کرنش‌های طولی ایجاد شده دائمی باشند، بعد از عبور ورق از میان غلتک‌ها، عیوب هندسی در لبه پروفیل ایجاد می‌شود. در واقع یکی از محدودیت‌های اصلی در شکل‌دهی غلتکی همین عیوب هندسی لبه پروفیل‌ها است. دو عیب متعارف حاصل از این کرنش‌های کششی در لبه شامل موج لبه و کمائی شدن پروفیل هستند. هم‌چنین کرنش‌های الاستیک در ناحیه خم (کرنش در جهت مماس بر ناحیه خم) موجب ایجاد برگشت فنری می‌شود که این عیب نیز دقت ابعادی محصول نهایی را به هم می‌زند. در شکل (۵)، این سه عیب و نحوه کمی‌سازی آنها در این مقاله نشان داده شده است.



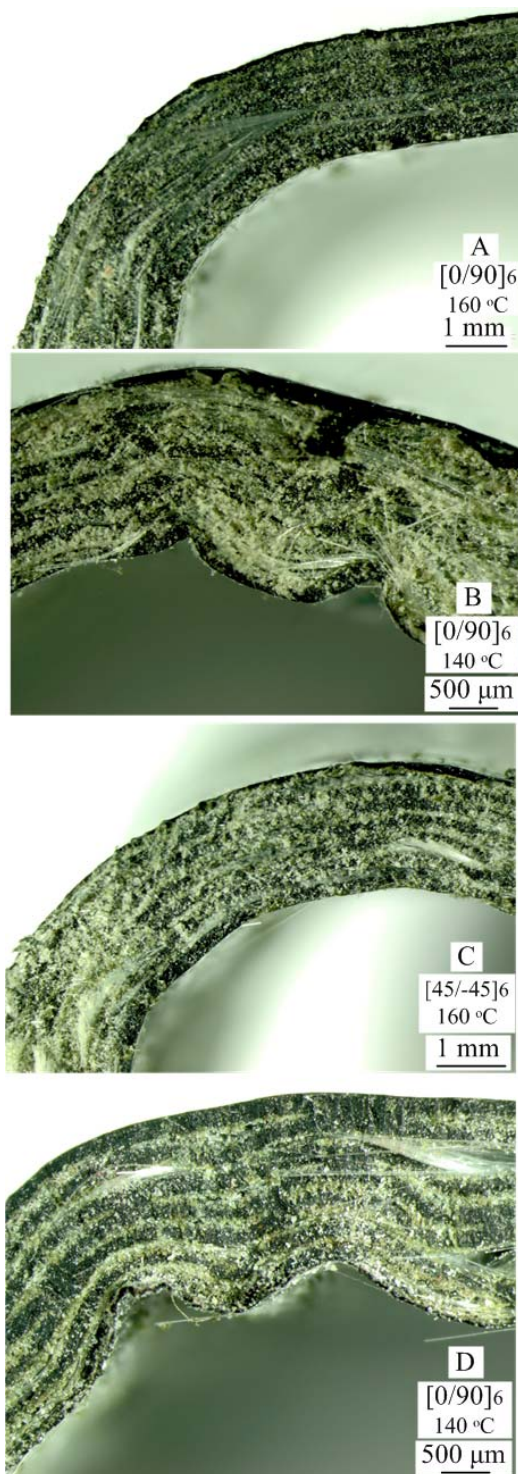
شکل ۵ عیوب هندسی متداول در شکل‌دهی غلتکی، (A) عیب برگشت فنری، (B) عیب کمائی شدن و (C) عیب موج لبه

همان‌طور که در شکل (۶- A و C) ملاحظه می‌شود، در دمای 160°C ، هر دو چیدمان لمینت‌های کامپوزیتی بدون هیچ‌گونه کمانش و چروکیدگی الیاف (که عیب اساسی شکل‌دهی کامپوزیت‌ها در ناحیه خم هستند) شکل‌دهی شده‌اند. در این شرایط دمایی، در حین شکل‌دهی، لمینت‌ها بر روی هم به راحتی می‌لغزند و در نتیجه کرنش فشاری بر روی الیاف که منشأ کمانش و چروکیدگی است ایجاد نمی‌شود. درحالی‌که در دمای شکل‌دهی 140°C (شکل ۶- B و D) کمانش خارج از صفحه لمینت‌ها روی داده است و مشاهده می‌شود که مقطع نمونه کاملاً چروک و ناصاف است. درواقع روند مذکور بیان می‌کند که زمینه پی‌وی‌سی در دمای 140°C هم‌چنان مستحکم است و اجازه لغزش لمینت‌ها بر روی یکدیگر را نمی‌دهد.

افزایش بیشتر دمای شکل‌دهی (بالتر از 160°C) موجب بهبود شرایط کرنش‌پذیری و لغزش لمینت‌ها بر روی همدیگر می‌شود، ولی به دلیل نرم شدن زیاد زمینه، پایداری و کنترل ورق سخت می‌شود. بنابراین به دلیل این‌که در فرآیند شکل‌دهی غلتکی کنترل کمی بر روی ورق وجود دارد و نرم شدن بیش از حد نمونه موجب عدم پایداری فرآیند می‌شود، دمای شکل‌دهی غلتکی نمونه‌ها بر روی کمترین دمای مناسب تنظیم و 10°C گرمایش بیشتر برای جبران سرد شدن در طول فرآیند لحاظ شده است.

برگشت فنری پروفیل‌های شکل‌دهی غلتکی‌شده.
برگشت فنری هر کدام از پروفیل‌های شکل‌دهی‌شده اندازه‌گیری شده و در شکل (۷) ارائه شده است.

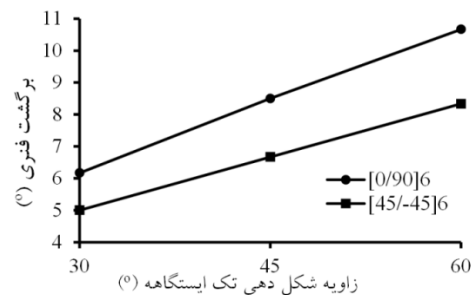
ملاحظه می‌شود که با افزایش زاویه شکل‌دهی، میزان برگشت فنری لمینت‌های کامپوزیتی به صورت خطی بیشتر می‌شود. درحالی‌که در روند متعارف شکل‌دهی فلزات، افزایش زاویه شکل‌دهی موجب کاهش برگشت فنری می‌شود.



شکل ۶ تصویر میکروسکوپ نوری مقطع ناحیه خم کامپوزیت‌های شکل‌دهی‌شده در دو دمای 160°C (A & C) و 140°C (B & D)

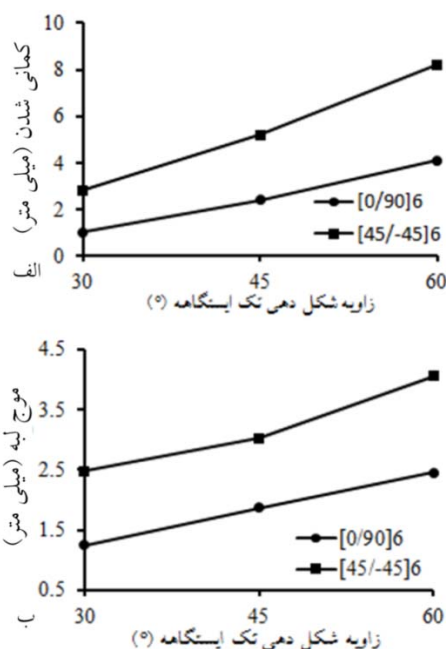
طول شکل دهی موجب ذخیره انرژی و برگشت فنری بیشتری می شود.

در شکل دهی ورق های فلزی، با افزایش زاویه خم ناحیه دارای کرنش پلاستیک در راستای ضخامت ورق بیشتر می شود و ناحیه کرنش الاستیک کمتر می گردد. در نتیجه میزان انرژی ذخیره شده کمتر می شود و به دنبال آن برگشت فنری نیز کمتر می گردد.



شکل ۷ نتایج برگشت فنری نمونه های کامپوزیتی شکل دهی غلتکی شده به صورت تک ایستگاهی

کمانی و موجدار شدن لبه پروفیل ها. کمانی شدن پروفیل و موج لبه نیز از دیگر عیوب متعارف فرآیند شکل دهی غلتکی هستند که معمولاً محدودکننده اصلی حداکثر زاویه خم در هر ایستگاه هستند و نیاز به بررسی دارند. در شکل (۸) مقادیر این دو عیب برای پروفیل های شکل دهی تک ایستگاهی ارائه شده است. همان طور که ملاحظه می شود، افزایش زاویه شکل دهی موجب افزایش هر دو عیب موج لبه و کمانی شدن می شود.



شکل ۸ نتایج کمانی شدن پروفیل (الف) و موج لبه (ب) در نمونه های کامپوزیتی شکل دهی غلتکی شده به صورت تک ایستگاهی

این مسئله بیانگر یک ماهیت اساسی در تغییر شکل های لمینت های کامپوزیتی است، بدین شکل که لمینت های کامپوزیتی کرنش پلاستیک ندارند (به دلیل حضور الیاف) و در طول فرآیند شکل دهی، کرنش این لمینت ها در هر دو چیدمان به صورت الاستیک است که موجب ذخیره شدن انرژی الاستیک می شود. بعد از شکل دهی و سرد شدن نمونه تا دمای محیط، استحکام و مدول لمینت ها افزایش می یابد و در نتیجه انرژی الاستیک ذخیره شده قادر به برگرداندن ورق به حالت اولیه نیست و تنها منجر به برگشت فنری در نمونه می شود. باتوجه به این مسئله، هرچه زاویه شکل دهی بیشتر باشد، نیروی شکل دهی نیز بیشتر می شود و در نتیجه انرژی الاستیک ذخیره می گردد و برگشت فنری نیز بیشتر می شود.

روند تشریح شده برای مکانیزم تغییر شکل لغزش لمینت ها بر روی یکدیگر نیز صادق است، باتوجه به این که حد فاصل بین لمینت ها پلیمر پی وی سی قرار دارد، در دمای شکل دهی اعمال شده پلیمر آمورف پی وی سی به صورت ماده ای هایپرالاستیک [18] عمل می کند که در نتیجه هرچه لغزش بیشتر باشد، انرژی الاستیک ذخیره شده نیز بیشتر می شود.

نکته دیگر بالاتر بودن برگشت فنری چیدمان الیاف [0/90] نسبت به چیدمان [45/-45] است. این مسئله به دلیل مدول الاستیک بالاتر لمینت ها در راستای الیاف (راستای خم در این چیدمان) است که در نتیجه در

کرنش‌های الاستیک طولی لبه پروفیل در ناحیه خم موجب افزایش طول لبه‌های پروفیل می‌شود، درحالی‌که کف پروفیل هیچ‌گونه تغییر شکل و کرنش طولی را دریافت نمی‌کند. بنابراین بعد از شکل‌دهی که پروفیل سریع سرد می‌شود، بخشی از این کرنش‌های الاستیک به حالت اولیه خود بر نمی‌گردند و در نتیجه طول لبه پروفیل از کف آن بیشتر می‌شود (کرنش‌های دائمی ایجاد می‌شود). این مسئله موجب کمائی شدن و هم‌چنین کمائش لبه پروفیل و ایجاد موج می‌شود. هرچه زاویه شکل‌دهی در یک ایستگاه بیشتر باشد، کرنش‌های طولی در لبه پروفیل نیز بیشتر می‌شود [19]، در نتیجه عیوب ایجاد شده نیز بیشتر می‌شود. عزیزی [۲۰] نشان داد که بسته به میزان ضخامت ورق، نقش هر کدام از دو عیب کمائی شدن و موج لبه در جبران کرنش‌های دائمی لبه پروفیل تغییر می‌کند. باتوجه به این‌که سفتی خمشی پروفیل به شکل خطی وابسته به ضخامت ورق است درحالی‌که سفتی خمشی لبه‌ها با توان دوم ضخامت تغییر می‌کند، بنابراین در ضخامت‌های کم افزایش زاویه خم بیشتر موج لبه را تشدید می‌کند (زیرا سفتی خمشی فلنج‌ها بسیار کم است و به راحتی موج می‌گیرند) و اثر چندانی بر روی کمائی شدن ندارد. برای ضخامت‌های بیشتر از ۱ میلی‌متر، افزایش کرنش‌های دائمی، این دو عیب را به موازات هم افزایش می‌دهد زیرا نیروی مقاوم در برابر موج لبه به شکل تعادلی بیشتر می‌شود و در نتیجه نیروهای مؤثر برای کمائی‌سازی پروفیل نیز بیشتر می‌شود. برای پروفیل‌ها با ضخامت بسیار بالا، عملاً موج لبه بسیار کم روی می‌دهد و هرگونه افزایش زاویه خم عیب کمائی شدن را تشدید می‌کند و تأثیر ناچیزی بر روی موج لبه دارد، هم‌چنین افزایش طول فلنج که سفتی خمشی را افزایش می‌دهد، اثر کاهشی بر روی عیب کمائی شدن دارد [21]. درواقع اندازه این دو عیب کمائی شدن و موج لبه به شکل تعادلی وابسته به سفتی خمشی پروفیل و سفتی خمشی فلنج است.

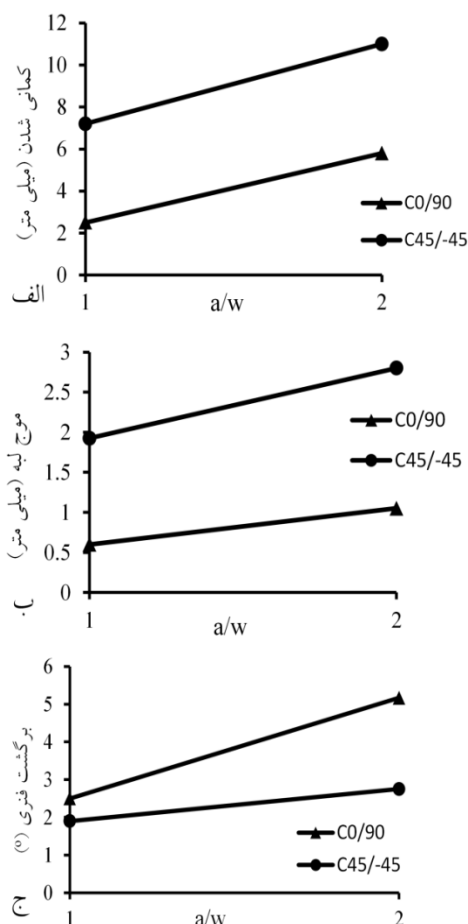
باتوجه به روند ذکرشده، برای ورق‌های شکل‌دهی شده، افزایش زاویه شکل‌دهی عیب موج لبه را به شکل تعادلی افزایش می‌دهد و در نتیجه نیروی مقاوم در برابر موج لبه نیز افزایش می‌یابد و به تبع آن عیب کمائی شدن نیز بیشتر می‌شود.

نکته بااهمیتی که مشاهده می‌شود ایجاد عیب کمائی شدن و موج لبه بیشتر در چیدمان الیاف [۴۵-۴۵] است. در حالی‌که در اکثر فرآیندهای شکل‌دهی، عیوب شکل‌دهی چیدمان الیاف [۴۵-۴۵] به دلیل کرنش‌پذیری راحت‌تر و تغییر زاویه الیاف، بسیار کمتر است.

دلیل این مسئله رفتار الاستیک پایین و رفتار ویسکوالاستیک بالای لمینت‌ها در جهت [۴۵-۴۵] است. در این چیدمان به دلیل نقش بالای زمینه پی‌وی‌سی در تغییر شکل‌ها، بخش عمده تنش‌های ایجادشده بعد از تغییر شکل آزاد می‌شوند (رفتار ویسکوالاستیک) بنابراین بعد از عبور ورق از زیر غلتک‌ها، کرنش‌های الاستیک ایجادشده در ناحیه تغییر شکل به کرنش‌های دائمی تبدیل می‌شوند (تنش‌ها که نیروی محرکه برگرداندن کرنش‌های الاستیک هستند آزاد می‌شوند). درحالی‌که در چیدمان [۰/۹۰]، الیاف در طول پروفیل قرار دارند و مدول الاستیک در این جهت بسیار بالا است و رفتار ویسکوالاستیک ناچیزی حاکم است که در نتیجه نیروی عکس‌العمل بالایی برای برگرداندن کرنش طولی لبه ایجاد می‌شود و بخش زیادی از این کرنش به حالت اولیه برمی‌گردد و کرنش‌های دائمی کمی ایجاد می‌شود. بنابراین دو عیب کمائی شدن و موج لبه که ناشی از کرنش‌های دائمی در لبه است، در پروفیل با چیدمان [۴۵-۴۵] بیشتر روی می‌دهد.

باتوجه به این‌که عیب برگشت فزنی قابل جبران است ولی ایجاد دو عیب موج لبه و کمائی شدن قابل جبران نیست، بنابراین می‌توان گفت که چیدمان الیاف

است در حالی که همین عیوب برای همان پروفیل با چیدمان $[0/90]$ به ترتیب ۰٫۵ و ۲ میلی متر است (شکل ۱۰). مشاهده می شود که برای چیدمان $[0/90]$ عیوب شکل دهی چندایستگاه تقریباً برابر شکل دهی تکایستگاه است در حالی که برای چیدمان $[45/-45]$ ، در شرایط شکل دهی چندایستگاه عیوب بیشتری روی داده است. به عبارت دیگر در چیدمان الیاف $[45/-45]$ عیوب ایستگاه های مختلف تقریباً انباشته می شوند ولی در شکل دهی چیدمان $[0/90]$ عیوب انباشته نمی شوند. در شکل (۱۰) اثر نسبت طول فلنج به وب (a/w) بر روی عیوب مذکور ارائه شده است.



شکل ۱۰ نتایج کمانی شدن (الف)، موج لبه (ب) و برگشت فتری (ج) در شکل دهی چهارایستگاه لمینت های کامپوزیتی با نسبت طول فلنج به وب مختلف

$[0/90]$ برای شکل دهی غلتکی مناسب تر از چیدمان $[45/-45]$ است.

شکل دهی چندایستگاه پروفیل کانالی شکل. بعد از بررسی های مربوط به شکل دهی تکایستگاه، شکل دهی غلتکی پروفیل های مقطع کانالی انجام گرفت تا روند ایجاد عیوب مورد بررسی در حالت شکل دهی چندایستگاه نیز بررسی شود. در شکل (۹) تصویر پروفیل کانالی (با نسبت فلنج به وب ۱) لمینت کامپوزیتی با چیدمان $[0/90]$ ارائه شده است.



شکل ۹ نمونه ای از ورق کامپوزیتی با چیدمان $[0/90]$ ، شکل دهی غلتکی شده به پروفیل کانالی با زوایای $0, 30, 60$ و 86 درجه

با بررسی سه عیب مذکور در پروفیل های شکل دهی شده مشاهده شد که همانند شکل دهی تکایستگاه، عیب موج لبه و کمانی شدن در چیدمان $[45/-45]$ بسیار بیشتر از چیدمان $[0/90]$ است، به طوری که عیب موج لبه و کمانی شدن پروفیل چیدمان $[45/-45]$ با $a/w=1$ ، به ترتیب ۲ و ۷ میلی متر

بیشتر می‌شود. برای هر دو چیدمان الیاف، این روند مشاهده می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی شکل‌پذیری و قابلیت شکل‌دهی غلتکی ورق‌های کامپوزیتی زمینه پی‌وی‌سی پرداخته شد. بدین منظور ورق‌های کامپوزیتی با دو چیدمان $[0/90]$ و $[45/-45]$ به‌روش انباشت لایه‌ها تولید شد و با موفقیت شکل‌دهی غلتکی تک‌ایستگاه و چندایستگاه شدند. نتایج زیر از این مقاله به‌دست می‌آیند:

۱. چیدمان الیاف $[45/-45]$ به‌دلیل رفتار ویسکوز بالا و رفتار الاستیک بسیار پایین در جهت طولی ورق، موجب کرنش‌های دائمی بیشتر و در نتیجه عیوب موج لبه و کمائی شدن بسیار بیشتر از چیدمان الیاف $[0/90]$ می‌شود. درحالی‌که عیب برگشت فنی چیدمان $[0/90]$ در راستای خم، بسیار بیشتر است.
۲. کرنش‌های دائمی در ناحیه خم به‌دلیل ایجاد کرنش‌های ویسکوالاستیک و سرد شدن سریع نمونه تا استحکام و صلیبیت بالاتر روی می‌دهد، به همین دلیل افزایش زاویه خم در هر دو چیدمان منجر به افزایش کرنش‌های الاستیک و برگشت فنی می‌شود.
۳. در شکل‌دهی غلتکی چندایستگاه چیدمان $[0/90]$ ، عیوب بیشتر تابع ایستگاه آخر شکل‌دهی هستند و کرنش‌های نامطلوب ایستگاه‌های قبلی به‌شکل الاستیک برمی‌گردند درحالی‌که برای چیدمان $[45/-45]$ ، به‌دلیل رفتار ویسکوالاستیک بالا در جهت طول، تجمع عیوب در ایستگاه‌های مختلف انجام می‌گیرد.
۴. حداقل دمای مناسب برای شکل‌دهی ورق‌های کامپوزیتی زمینه پی‌وی‌سی با هردو چیدمان 160°C است.

همان‌طور که قبلاً بحث شد، کرنش طولی لبه و عدم برگشت این کرنش بعد از ایستگاه، ایجاد کننده این عیب است. در چیدمان $[0/90]$ به‌دلیل این‌که مدول الاستیک طولی بسیار بالاتر است، کرنش‌های هر ایستگاه سریع به حالت اولیه برمی‌گردد (توجه شود که افت دمایی زیادی بین ایستگاه‌ها تا ایستگاه آخر روی نمی‌دهد)، در نتیجه عیب پروفیل نهایی بیشتر تحت تأثیر عیوب ایجاد شده در ایستگاه آخر است. این در شرایطی است که برای چیدمان $[45/-45]$ ، به‌دلیل مدول الاستیک بسیار پایین در جهت طولی، و هم‌چنین اثر بسیار بالاتر رفتار ویسکوز زمینه پی‌وی‌سی در این جهت، معمولاً بخشی از تنش‌ها آزاد می‌شوند و کرنش‌های دائمی ایجاد می‌شود. در نتیجه این مسئله، بخشی از کرنش‌های هر مرحله بر روی هم انباشته می‌شوند و پروفیل نهایی عیوب بیشتری نشان می‌دهد. نکته بااهمیت دیگر نیز مربوط به عیب برگشت فنی می‌شود. این عیب نیز در طول فرآیند چندایستگاه نه تنها انباشته نمی‌شود بلکه از برگشت فنی تک‌ایستگاه به زاویه 30° درجه نیز کمتر می‌شود. به‌دلیل این‌که فرآیند شکل‌دهی غلتکی چندایستگاه در حالت تقریباً هم‌دما انجام می‌گیرد، در نتیجه بنا به خاصیت ویسکوالاستیک بالای زمینه در دمای شکل‌دهی، استراحت تنش در طول فرآیند رخ می‌دهد و تنش‌ها آزاد می‌شوند و در نتیجه بخش عمده تنش در ناحیه خم از میان می‌رود و ایستگاه نهایی (که بلافاصله بعد از آن، پروفیل سرد می‌شود) تعیین‌کننده برگشت فنی نهایی می‌شود.

افزایش نسبت اندازه فلنج به وب (a/w)، از ۱ به ۲ موجب تشدید بسیاری از عیوب مذکور می‌شود. به‌دلیل این‌که طول ناحیه تغییر شکل و کرنش‌های طولی ایجاد شده در این ناحیه وابسته به اندازه فلنج است، در نتیجه افزایش این نسبت موجب افزایش کرنش‌های طولی مذکور می‌شود و در نتیجه عیوب هندسی نیز

سپاس‌گزاری

تأمین و اعمال تغییرات بر روی ماشین شکل‌دهی

غلطکی مورد استفاده، کمال سپاسگزاری اعلام می‌شود.

از شرکت پایا پروفیل واقع در شهرک صنعتی مورچه

خورت اصفهان، بابت همکاری‌های لازم در جهت

مراجع

1. Suong, D.G., Stephen, V.H. and Tsai, W., "Composite Materials Design Application", Florida: CRC Press, (2003).
2. Vogelesang, L.B. and Vlot, A., "Development of fibre metal laminates for advanced aerospace structures", *J. Mater. Process. Technol.*, 103, pp. 1–5, (2000).
3. Parton, H. and Verpoest, I., "In situ polymerization of thermoplastic composites based on cyclic oligomers", *Polym. Compos.*, 26(1), pp. 60–65, (2005).
4. Kleiner, M., Geiger, M. and Klaus, A., "Manufacturing of Lightweight Components by Metal Forming", *Annals of the CIRP* 52/2, pp. 521–542, (2003).
5. Allaoui, S., Cellard, C. and Hivet, G., "Effect of inter-ply sliding on the quality of multilayer interlock dry fabric preforms", *Composites: Part A*, 68, pp. 336–345, (2015).
6. Davey, S., Das, R., Cantwell, W.J. and Kalyanasundaram, S., "Forming studies of carbon fibre composite sheets in dome forming processes", *Compos. Struct.*, 97, pp. 310–316, (2013).
7. Wang, P., Hamila, N. and Boisse, P., "Thermo forming simulation of multi layer composites with continuous fibres and thermoplastic matrix", *Composites Part B: Engineering*, 52, pp. 127–136, (2013).
8. Sadighi, M., Rabizadeh, E. and Kermansaravi, F., "Effects of laminate sequencing on thermoforming of thermoplastic matrix composites", *J. Mater. Process. Technol.*, 201, pp. 725–730, (2008).
9. Hallander, P., Akermo, M., Mattei, C., Petersson, M. and Nyman, T., "An experimental study of mechanisms behind wrinkle development during forming of composite laminates", *Composites: Part A*, 50, pp. 54–64, (2013).
10. Yanagimoto, J. and Ikeuchi, K., "Sheet forming process of carbon fiber reinforced plastics for lightweight parts", *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 61, pp. 247–250, (2012).
11. Dykes, R.J., Mander, S.J. and Bhattacharyya, D., "Roll forming continuous fibre-reinforced thermoplastic sheets: experimental analysis", *Composites: Part A*, 31, pp. 1395–1407, (2000).
12. Henninger, F. and Friedrich, K., "Production of textile reinforced thermoplastic profiles by roll forming", *Composites: Part A*, 35, pp. 573–583, (2004).
13. Lynam, C., Milani, A. S., Trudel-Boucher, D. and Borazghi, H., "Predicting dimensional distortions in roll forming of comingled polypropylene/glass fiber thermoplastic composites: On the effect of matrix viscoelasticity", *J. Compos. Mater.*, 48(28), pp. 3539–3552, (2014).
14. زال، وحید، مسلمی نائینی، حسن، بهرامیان، احمدرضا، عبداللہی، ہادی، بہروش، امیرحسین، «بررسی اثر دمای فرآیند بر روی خواص الاستیک و ویسکوالاستیک کامپوزیت‌های الیاف شیشه/پی‌وی‌سی»، مجله مکانیک مدرس، دوره ۱۵، شماره ۱۱، صص ۹–۱۶، (۱۳۹۴).
15. Zal, V., Moslemi Naeini, H., Bahramian, A.R., Abbaszadeh, B. and Abdollahi, H., "Analysis and optimization of tensile strength of PVC/fiberglass composite laminates", *4th International conference on composites (CCFA4)*, Tehran, Iran, (2014).

۱۶. زال، وحید، مسلمی نائینی، حسن، بهرامیان، احمدرضا، بہروش، امیرحسین، عبداللہی، ہادی، «بررسی اثر زمان و دمای تولید بر روی

- استحکام کامپوزیت‌های ترموپلاستیکی پی‌وی‌سی تقویت‌شده با الیاف شیشه»، بیست و سومین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک، تهران، ایران، (۱۳۹۴).
17. Long, A.C. and Clifford, M.J, "*Composites forming technologies*", Woodhead publishing limited, Cambridge, (2007).
 18. Loria, M.P., Clausen, A.H., Berstad, T. and Hopperstad, O.S., "Constitutive model for thermoplastics with structural applications", *International Journal of Impact Engineering*, 37, pp.1207-1219, (2010).
 19. Safdarian, R. and Moslemi Naeini, H., "The effects of forming parameters on the cold rollforming of channelsection", *Thin-Walled Structures*, 92, pp. 130–136, (2015).
 ۲۰. عزیزی تفتی، روح‌اله، «بررسی نظری، عددی و تجربی عیب چین‌خوردگی لبه در فرآیند شکل‌دهی غلتکی سرد مقاطع کانالی متقارن»، رساله دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، (۱۳۹۲).
 21. Shirani Bidabadi, B., Moslemi Naeini, H., Salmani Tehrani, M. and Barghikar, H., "Experimental and numerical study of bowing defects in cold roll-formed, U-channel sections", *J. Constr. Steel Res.*, 118, pp. 243–253, (2015).

ارزیابی معیارهای رشد ترک در پلیمر مدرج تابعی به روش اجزای محدود*

(۱) مهدی نجیمی (۲) فرهاد حاجی ابوطالبی (۳) حمید بهشتی

چکیده در این پژوهش، ابتدا معیارهای مختلفی مانند معیار بیشینه تنش مماسی، بیشینه نرخ رهائش انرژی و کمینه چگالی انرژی کرنشی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. سپس با به‌کارگیری روش انتگرال تعاملی (انتگرال M) در یک پلیمر مدرج تابعی، ضرایب شدت تنش برای حالت‌های مختلف جهت‌گیری ترک و خواص مکانیکی ماده محاسبه می‌گردد. با استفاده از نتایج حاصل، زاویه آغاز ترک از معیارهای مختلف به‌دست آمده و با نتایج تجربی موجود در مقالات مقایسه می‌شود. نتایج آشکار می‌کند که پیش‌بینی‌های معیارهای بیشینه تنش مماسی و کمینه چگالی انرژی کرنشی به هم نزدیک است ولی معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی از دقت بهتری برخوردار است. در آخر، مسیر رشد ترک محاسبه شده با نتایج تجربی موجود در پژوهش‌ها مقایسه می‌گردد و دقت معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی، نشان داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی معیارهای رشد ترک؛ پلیمر مدرج تابعی؛ روش انتگرال تعاملی؛ روش اجزای محدود.

Evaluation of Crack Growth Criteria in Functionally Graded Polymer using Finite Element Method

M. Najimi

F. Haji Aboutalebi

H. Beheshti

Abstract In this research first, different fracture criteria such as maximum tangential stress, maximum strain energy release rate, and minimum strain energy density are evaluated. Then, employing the interaction integral (M-integral) method in a functionally graded polymer, stress intensity factors for different directions of the crack orientation and mechanical properties are calculated. Applying the achieved results, the initiation angle of the crack is obtained by the various fracture criteria and compared with the experimental results existed in the papers. The results reveal that the predicted results of the maximum tangential stress and the minimum strain energy density criteria are close to each other but, the minimum strain energy density criterion has better accuracy. Finally, the calculated crack growth path is compared with the experimental results existed in the researches and the accuracy of the minimum strain energy density criterion is shown.

Key Words Crack Growth Criteria; Functionally Graded Polymer; Interaction Integral Method; Finite Element Method

*تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۶/۲۴ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۹/۳۰ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.49913

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان.

(۲) نویسنده مسئول: استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان. f.hajiaboutalebi@eng.ui.ac.ir

(۳) دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان.

مقدمه

با توسعه فناوری و نیاز به موادی که علاوه بر سختی مطلوب و مقاومت حرارتی زیاد دارای خاصیت چقرمگی بالا نیز باشند، پژوهشگران مجبور به ساخت مواد ترکیبی شدند. به همین دلیل مواد مرکب به عنوان موادی که خواص آنها به صورت لایه‌ای تغییر می‌کرد ساخته شدند. این تغییر لایه باعث تمرکز تنش گردید و محققان را بر آن داشت تا موادی با تغییر پیوسته خواص را ابداع نمایند.

مواد مدرج تابعی (Functionally Graded Materials)، مواد مرکبی هستند که خواص آنها به صورت پیوسته و تابعی از موقعیت، تغییر می‌کند. این مواد برای اولین بار در سال ۱۹۸۴ در آزمایشگاه هوافضای ژاپن با ریزساختار ناهمگن تولید شد و خواص مکانیکی آنها به صورت تدریجی و پیوسته از سطحی به سطح دیگر تغییر می‌کرد. این پیوستگی در تغییرات باعث کاهش تنش‌های پسماند و نیز کاهش ضرایب شدت تنش گردید. مواد مدرج تابعی طیف گسترده‌ای از کاربردهای تجاری شامل ابزارهای برش، ابزارهای زیست‌پزشکی، فیبرهای نوری و پوشش‌های مقاوم به سایش و حرارت را شامل می‌شوند [1].

تحقیقات نشان می‌دهد رایج‌ترین مود گسیختگی در این مواد، ایجاد ترک و رشد آن است. تاکنون پژوهش‌های مختلفی بر روی مواد مدرج تابعی انجام گرفته که در ادامه به چند مورد مهم آن اشاره می‌گردد. جین و نودا [2] نشان دادند که میدان‌های اطراف نوک ترک و حالت تکینی در مواد مدرج تابعی همانند مواد همگن است، به شرط آن‌که تغییر خواص به صورت پیوسته تعریف گردد. اردوغان و وو [3] صفحه‌ای ترک‌دار تحت بار با ضریب پواسون ثابت و ضریب یانگ متغیر نمایی را مورد مطالعه قرار دادند. نتیجه تحقیقات ایشان یکی از بهترین تحلیل‌های موجود برای مقایسه با نتایج اجزای محدود می‌باشد.

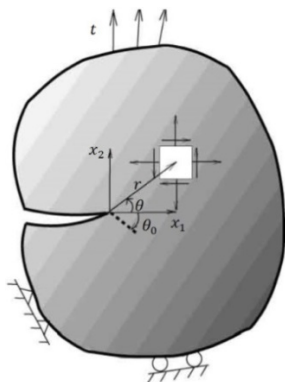
هوانگ و همکاران [4]، تحلیل آسیب ناحیه مدرج تابعی بین دو صفحه را تحت بارهای عمودی، برشی و تغییر شکل صفحه‌ای مورد بررسی قرار دادند. ایشان از روش ماتریس انتقال و تبدیل انتگرال فوریه استفاده کردند و ضرایب شدت تنش ترک را از حل عددی معادلات به دست آوردند. دگ [5,6]، ضرایب شدت تنش را در صفحات مدرج تابعی همسانگرد و ناهمسانگرد تحت بارگذاری حرارتی محاسبه نمود [5,6]. وی از روشی مبتنی بر انتگرال دامنه معادل (Equivalent Domain Integral) برای توسعه تحلیل آسیب مود یک در مواد مدرج تابعی ناهمسانگرد تحت تأثیر تنش‌های حرارتی استفاده کرد. او هم‌چنین در تحقیقی دیگر به توسعه روش انتگرال J برای محاسبه پارامترهای نوک ترک در مواد مدرج تابعی تحت تنش‌های حرارتی پرداخت. نظری و همکاران [7]، چقرمگی شکست در فولاد مدرج تابعی را بررسی کردند. ایشان فولاد مدرج تابعی را از ذوب الکتریکی الکترودها تولید کردند و نشان دادند که در ساختار جدا شدن ترک، چقرمگی شکست به آرایش قطعات الکتروده اولیه و فاز آن بستگی دارد. آنها هم‌چنین دریافتند که در ساختار توقف ترک، چقرمگی شکست به موقعیت نوک ترک و فاصله آن نسبت به لایه میانی بینیت یا مارتنزیت وابسته است. ترشیزیان و کارگرنوین [8]، تحلیل مکانیزم‌های شکست مود ترکیبی دارای ترک با جهت‌گیری دلخواه را در دو جهت صفحه‌ای با مواد مدرج تابعی بررسی نمودند. ایشان با استفاده از تبدیل انتگرال فوریه و روش معادله انتگرال تکین مسئله را حل کردند و ضرایب تمرکز تنش در نوک ترک تحت بارهای مکانیکی را محاسبه نمودند و اثرات جهت‌گیری ترک بر مقدار ضرایب شدت تنش در مود یک و دو شکست را تعیین کردند.

در این پژوهش ابتدا، تعدادی از معیارهای رشد ترک معرفی و در مورد پیش‌بینی زاویه شروع و رشد ترک هر کدام بحث خواهد شد. سپس، انتگرال تعاملی

مواد همگن از خود نشان می‌دهند، حالت تکین در این مواد، هم‌مرتبه با مواد همگن و برابر $(r^{-1/2})$ است و توابع زاویه‌ای نیز همانند مواد همگن است [10, 11]. این همگن بودن محلی امکان استفاده از معیارهای شکست مواد همگن برای مواد مدرج تابعی را با این تفاوت که شرایط در نزدیکی نوک ترک بررسی می‌گردد، فراهم نموده است.

شکل (۲) پارامترهای شکست مود اول، دوم و چقرمگی شکست K_{IC} (Fracture Toughness) را نشان می‌دهد. اگر نیروی رانش ترک (Crack Driving Force) برای میدان‌های نوک ترک به حد کافی بزرگ باشد که به مرز منحنی برسد، ترک رشد خواهد نمود. منحنی شکست از طریق روش‌های مختلفی مانند تجربی، تحلیلی یا ترکیبی از هر دو به دست می‌آید.

مواد مدرج تابعی در نزدیک نوک ترک رفتاری مانند مواد همگن از خود نشان می‌دهند. در این پژوهش، رشد ترک از طریق معیارهای شکست مواد همگن به صورت محلی مانند معیار بیشینه تنش مماسی (Maximum Tangential Stress)، بیشینه نرخ رهاش انرژی (Maximum Energy Release Rate) و کمینه چگالی انرژی کرنشی (Minimum Strain Energy Density) تعیین می‌گردد. در ادامه این معیارها به صورت مختصر توضیح داده می‌شوند.



شکل ۱ شرایط مرزی و بارگذاری در یک ماده مدرج تابعی دلخواه دارای ترک با زاویه شروع رشد ترک θ_0 [9]

برای محاسبه ضرایب شدت تنش در مواد مدرج تابعی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در ادامه مثال‌های عددی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و نتایج عددی با نتایج تجربی موجود در مقالات مقایسه می‌شود و صحت رفتار ماده مدرج تابعی تأیید می‌گردد. همچنین ضرایب شدت تنش با استفاده از روش انتگرال تعاملی M-integral محاسبه می‌شود؛ زاویه آغاز ترک توسط معیارهای مختلف بررسی می‌گردد و توانایی پیش‌بینی معیارهای مختلف و معیار مناسب مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. به منظور صحت‌سنجی رشد ترک، مسیرهای رشد ترک توسط معیار مناسب محاسبه، با نتایج تجربی موجود در پژوهش‌ها مقایسه می‌شود و دقت آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

معیارهای شکست

مطابق شکل (۱)، در مواد مدرج تابعی میدان تنش برای ترک به صورت الاستیک خطی در نظر گرفته می‌شود و مطابق روابط زیر قابل بیان است [9]:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \frac{3}{2} K_{II} (\sin \theta - 2 \tan \frac{\theta}{2})] \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta] \quad (2)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] \quad (3)$$

K_I و K_{II} به مود اول و دوم ضرایب شدت تنش اشاره می‌کند. نکته مهم در مورد میدان‌های تنش در مواد مدرج تابعی این است که چون این میدان‌ها در نزدیک نوک ترک بررسی می‌گردند، به علت کوچک بودن ناحیه مورد بررسی، در این ناحیه رفتاری همانند

بیشینه گردد و زمانی رشد آن آغاز خواهد شد که مقدار بیشینه نرخ رهایش انرژی به یک مقدار بحرانی برسد:

$$\frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 G(\theta)}{\partial \theta^2} < 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (۶)$$

ایشان یک حل الاستیک برای ترک اصلی مستقیم و یک شاخه ترک که با زاویه دلخواه گسترش می‌یافت، به دست آوردند و نرخ رهایش انرژی را به صورت زیر بیان نمودند:

$$G(\theta) = \frac{4}{E_{tip}^*} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{\pi}{\theta}}{1 + \frac{\pi}{\theta}} \right)^{\frac{\theta}{\pi}} \times \\ [(1 + 3 \cos^2 \theta) K_I^2 + 8 \sin \theta \cos \theta K_I K_{II} + (9 - 5 \cos^2 \theta) K_{II}^2] \quad (۷)$$

لذا زاویه آغاز ترک از طریق معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 G(\theta)}{\partial \theta^2} < 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (۸)$$

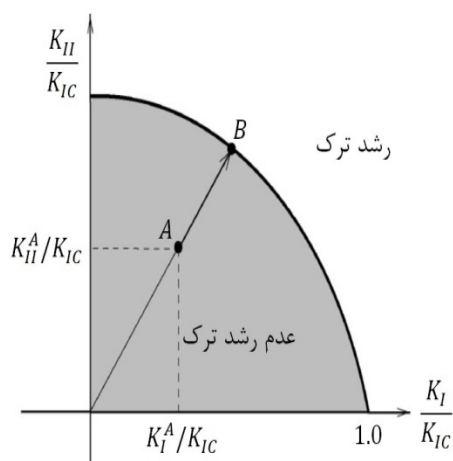
اکنون با توجه به زاویه آغاز ترک حاصل، شرایط آغاز ترک به صورت زیر خواهد بود:

$$G(\theta_0) = G_c(x) \quad (۹)$$

در معادله فوق، $G_c(x)$ نرخ رهایش انرژی بحرانی است که از طریق رابطه (۱۰) قابل محاسبه است:

$$G_c(x) = \frac{K_{IC}^2(x)}{E_{tip}^*} \quad (۱۰)$$

معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی. سیه [14] معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی را برای مواد همگن ارائه نمود. این معیار پیش‌بینی می‌کند، ترک در جهتی رشد



شکل ۲ منحنی شکست شامل مود اول، دوم و چقرمگی شکست (پارامترها نسبت به K_{IC} بی بعد شده‌اند)

معیار بیشینه تنش مماسی. اردوغان و سیه [12] برای اولین بار معیار بیشینه تنش مماسی را پیشنهاد دادند. براساس این معیار، ترک در جهتی که بیشینه تنش مماسی $\sigma_{\theta\theta}$ اتفاق می‌افتد رشد می‌کند و در این جهت، تنش برشی $\sigma_{r\theta}$ برابر صفر خواهد بود. هم‌چنین زاویه آغاز رشد ترک θ_0 از طریق معادلات زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (۴)$$

در معادله فوق، قسمت اول مربوط به بیشینه یا کمینه بودن و قسمت دوم مربوط به بیشینه بودن است. با جایگزین کردن تنش در معادله (۴) شرایط آغاز ترک به صورت معادله زیر تعیین می‌شود:

$$\cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \left[K_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta_0 \right] = K_{IC}(x) \quad (۵)$$

معیار بیشینه نرخ رهایش انرژی. هوشین و همکاران [13]، معیار بیشینه نرخ رهایش انرژی را برای مواد همگن ارائه دادند. مطابق معیار پیشنهادی ایشان، ترک در جهتی رشد خواهد کرد که نرخ رهایش انرژی

$$\sigma^{aux} = C(x) \varepsilon^{aux} \quad (14)$$

که $C(x)$ تانسور سفتی است. میدان‌های جابه‌جایی، تنش و کرنش به صورت زیر انتخاب می‌گردند:

$$u^{aux} = \frac{K_I^{aux}}{\mu_{tip}} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g^I(\theta) + \frac{K_{II}^{aux}}{\mu_{tip}} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g^{II}(\theta) \quad (15)$$

$$u^{aux} = \frac{K_I^{aux}}{\mu_{tip}} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g^I(\theta) + \frac{K_{II}^{aux}}{\mu_{tip}} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g^{II}(\theta) \quad (16)$$

$$\varepsilon^{aux} = (\text{sym } \nabla) u^{aux} \quad (17)$$

K_I^{aux} و K_{II}^{aux} به ترتیب ضرایب شدت تنش مود اول و دوم کمکی و μ_{tip} مدول برشی در نوک ترک است. توابع $g^I(\theta)$ ، $g^{II}(\theta)$ و ضرایب آن در مراجع [9,15] موجود می‌باشد. انتگرال تعاملی با استفاده از انتگرال مستقل از مسیر J که توسط رایس (Rice) [17] ارائه شده، برای مواد مدرج تابعی دارای ترک در حالت الاستیک و دو حالت واقعی و کمکی به دست می‌آید و به صورت رابطه (۱۸) نوشته می‌شود [18]:

$$M = \int_A \left\{ \sigma_{ij} u_{i,1}^{aux} + \sigma_{ij}^{aux} u_{i,1} - \sigma_{ik} \varepsilon_{ik}^{aux} \delta_{1j} \right\} q_{,j} dA + \int_A \left\{ \sigma_{ij}^{aux} u_{i,1} - C_{ijkl,1} \varepsilon_{kl}^{aux} \right\} q dA \quad (18)$$

ارتباط بین انتگرال J و ضرایب شدت تنش مود اول و دوم به صورت معادله (۱۹) می‌باشد:

$$J_{local} = (K_I^2 + K_{II}^2) / E_{tip}^* \quad (19)$$

که در حالت تنش صفحه‌ای $E_{tip}^* = E_{tip}$ و در حالت کرنش صفحه‌ای $E_{tip}^* = E_{tip} / (1 - \nu_{tip}^*)$ خواهد بود. برای دو میدان واقعی (u, ε, σ) و کمکی $(u^{aux}, \varepsilon^{aux}, \sigma^{aux})$ می‌توان نوشت [19]:

خواهد کرد که S ضریب چگالی انرژی کرنشی کمینه شود. بنابراین زاویه آغاز ترک θ_0 به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$\frac{\partial S(\theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 S(\theta)}{\partial \theta^2} > 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (11)$$

اکنون با تعیین زاویه آغاز ترک، شرایط آغاز ترک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S(\theta_0) = S_C(x) \quad (12)$$

در رابطه فوق، $S_C(x)$ ضریب چگالی انرژی کرنشی است و به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$S_C(x) = \frac{\kappa_{tip} - 1}{8 \mu_{tip}} K_{IC}^2(x) \quad (13)$$

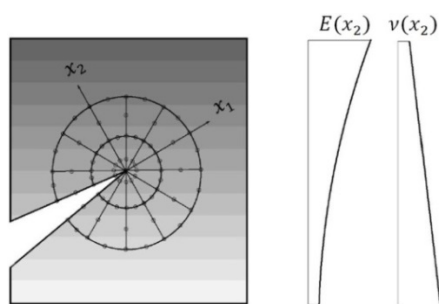
که μ_{tip} مدول برشی در نوک ترک است.

روش انتگرال تعاملی (Interaction Integral)

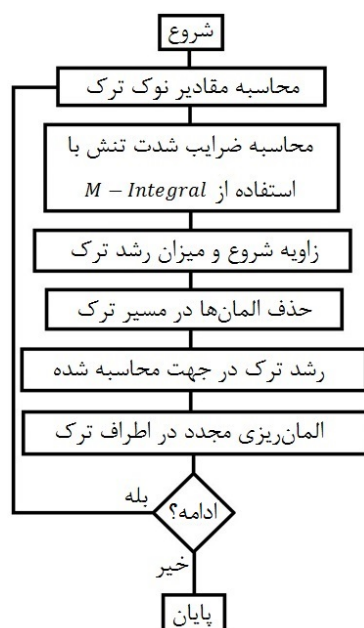
روش انتگرال تعاملی (M-integral) روشی دقیق جهت محاسبه ضرایب شدت تنش در مواد مدرج تابعی است [9, 15, 16]. این روش، برای محاسبه ضرایب شدت تنش در مود ترکیبی از میدان‌هایی کمکی مانند جابه‌جایی (u^{aux}) ، کرنش (ε^{aux}) و تنش (σ^{aux}) مناسب استفاده می‌کند. انتخاب‌های متنوعی برای میدان‌های کمکی در مواد مدرج تابعی وجود دارد. در این تحقیق مطابق مرجع [15] از میدان تنش غیرتعادلی و یک راه‌حل غیرتعادلی که از توسعه میدان‌های جابه‌جایی و کرنش مواد همگن حاصل گردیده استفاده می‌شود.

معادله ساختاری ماده به صورت زیر قابل بیان است:

می‌کند. نرم‌افزار فوق هم‌چنین برای پیش‌بینی زاویه شروع و رشد ترک از چند گام استفاده می‌کند که الگوریتم حل آن در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۳ المان‌های نوک ترک در مواد مدرج تابعی



شکل ۴ الگوریتم حل جهت رشد ترک

تغییر کلیه خواص مانند ضریب الاستیک، ضریب پواسون، چقرمگی شکست، ضخامت (در صورت نیاز) و غیره به صورت توابعی خطی تعریف می‌گردد. ابتدا هندسه مسئله ایجاد می‌شود و پس از المان‌بندی، انتساب ماده به صورت تابعی انجام می‌شود. با اعمال شرایط مرزی، بارگذاری و محل ترک، یک تحلیل خطی بر روی هندسه دارای ترک انجام می‌گردد و

$$J_{local}^s = \frac{(K_I + K_I^{aux})^2 + (K_{II} + K_{II}^{aux})^2}{E_{tip}^*} \quad (20)$$

$$= J_{local} + J_{local}^{aux} + M_{local}$$

در معادله اخیر، J_{local}^{aux} از طریق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$J_{local}^{aux} = [(K_I^{aux})^2 + (K_{II}^{aux})^2] / E_{tip}^* \quad (21)$$

M_{local} نیز از طریق معادله (۲۲) به دست می‌آید:

$$M_{local} = 2(K_I K_I^{aux} + K_{II} K_{II}^{aux}) / E_{tip}^* \quad (22)$$

در نتیجه ضرایب شدت تنش از طریق روابط زیر قابل محاسبه‌اند:

$$K_I = M_{local}^{(1)} E_{tip}^* / 2 \quad (K_I^{aux} = 1.0, K_{II}^{aux} = 0.0) \quad (23)$$

$$K_{II} = M_{local}^{(2)} E_{tip}^* / 2 \quad (K_I^{aux} = 0.0, K_{II}^{aux} = 1.0) \quad (24)$$

ارتباط بین معادلات (۲۳ و ۲۴) همانند مواد همگن است، با این تفاوت که برای مواد مدرج تابعی، مقادیر مورد نظر در نوک ترک ارزیابی می‌شوند.

شبیه‌سازی اجزای محدود

برای انجام شبیه‌سازی آغاز و رشد ترک از نرم‌افزار فریک دو بعدی (Fracture Analysis Software 2 Dimension- Franc2D) که توسط دانشگاه کرنل (Cornell) ارائه و توسعه داده شده است، استفاده می‌گردد. در این نرم‌افزار امکان تعریف المان‌های تابعی برای تعریف مواد ناهمگن وجود دارد.

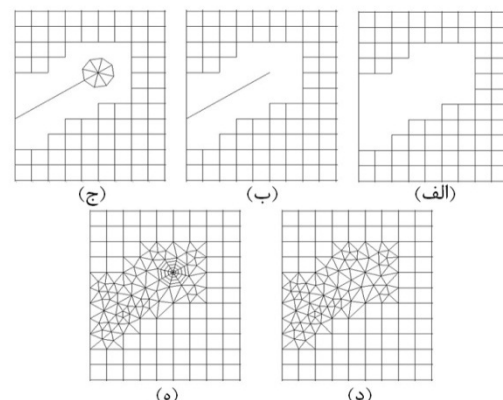
مطابق شکل (۳)، این نرم‌افزار از المان‌های مثلثی که دارای شش گره هستند برای خشی کردن اثر تکنیکی نوک ترک که از مرتبه $O(r^{-1/2})$ است، استفاده

هندسه از طریق المان‌های ایزوپارامتریک (Isoparametric) تابعی تعریف می‌گردد. مطابق شکل (۵-ه)، المان‌های مورد استفاده شامل المان‌های مثلثی شش‌گره‌ای (T6qp)، که گره‌های میانی در فاصله یک‌چهارم طول ضلع و نزدیک نوک ترک هستند) برای نوک ترک، المان‌های هشت‌گره‌ای (Q8) برای نواحی دورتر و المان‌های مثلثی منظم (T6) برای فضای بین المان‌های نوک ترک و هشت‌گره‌ای می‌باشد.

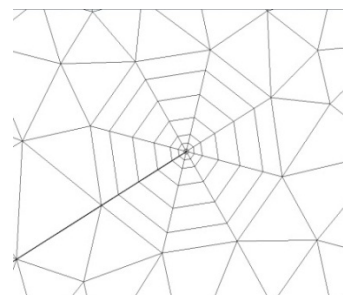
در این بخش سه مثال در حالت‌های مختلف مورد بررسی بوده‌اند و پس از انجام شبیه‌سازی‌های اجزای محدود، نتایج عددی حاصل با نتایج تجربی آباتو و لامبروس [20] مورد مقایسه قرار می‌گیرد. ایشان ابتدا، ورقه‌های نازکی از یک پلیمر به ابعاد ۳۰۰ و ۱۵۰ میلی‌متر را برای مدت زمان متغیر ۵ تا ۳۰۰ ساعت تحت تابش قرار دادند. در اثر تابش، خواص مکانیکی پلیمر از سمتی به سمت دیگر و از حالت نرمی به تردی تغییر نمود. سپس، ورقه‌ها را در حالت‌های مختلف بریدند، تحت کشش خالص قرار دادند و رشد ترک را در آنها بررسی کردند.

صفحه مدرج تابعی با ترک مایل و تغییر خواص در جهت عرضی. مطابق شکل (۷)، یک صفحه مدرج تابعی نازک دارای ترک مایل که تغییر خواص آن در راستای عرضی است، در نظر گرفته می‌شود. تغییرات مدول الاستیک، تنش و کرنش شکست صفحه در شکل (۸) نشان داده شده است. همچنین ابعاد هندسی صفحه و جهت‌گیری ترک در جدول (۱) بیان شده است. برای یافتن بهتر موقعیت مدل نسبت به تغییر خواص، موقعیت نوک ترک نسبت به لبه سخت‌تر نیز در جدول ارائه گردیده است. ضریب پواسون و ضخامت در همه‌جا یکسان و به ترتیب برابر با ۰/۴۵ و ۰/۴۰۶ میلی‌متر می‌باشد. جابه‌جایی یکنواخت به لبه بالایی صفحه و در راستای لا اعمال می‌گردد؛ لبه پایینی در جهت عمودی مقید می‌شود و به منظور جلوگیری از حرکت صلب، جابه‌جایی افقی گوشه پایین سمت راست صفحه نیز محدود می‌شود.

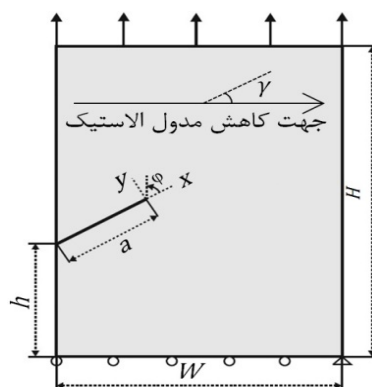
ضرایب شدت تنش به روش انتگرال تعاملی محاسبه می‌شوند. از ضرایب شدت تنش برای محاسبه جهت رشد ترک در هر یک از معیارهای پیشینه تنش مماسی، پیشینه نرخ رهايش انرژی و کمینه چگالی انرژی کرنشی، استفاده می‌گردد. به علاوه از چقرمگی شکست نمونه و ضرایب شدت تنش، برای تعیین شرایط رشد ترک استفاده می‌شود. براساس میزان رشد ترک تعریف شده و زاویه θ_0 ، ابتدا موقعیت نوک ترک جدید مشخص می‌گردد. سپس المان‌ها از اطراف آن حذف می‌شود و ترک رشد داده می‌شود. در ادامه، المان‌های جدید در اطراف نوک ترک ریخته می‌شود و المان‌های حذف‌شده نیز مطابق با المان‌های نوک ترک تجدید می‌گردند. المان‌بندی مجدد، خواص المان‌های اصلی مانند خواص تابعی را حفظ می‌کند. شکل (۵) نمایی از المان‌بندی مجدد و شکل (۶) تصویری از المان‌های نوک ترک را نشان می‌دهد.



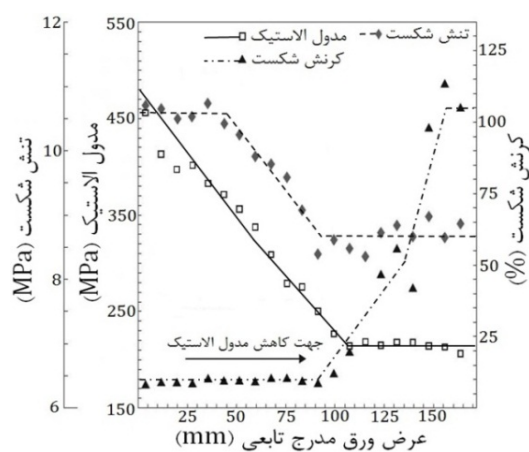
شکل ۵ مراحل المان‌بندی مجدد



شکل ۶ المان‌های نوک ترک



شکل ۷ هندسه و شرایط مرزی صفحه مدرج تابعی با ترک مایل و تغییر خواص در جهت عرضی



شکل ۸ خواص مکانیکی مدل

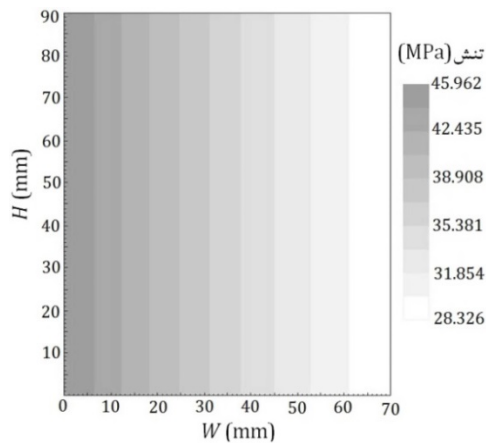
جدول ۱ ابعاد هندسی و جهت گیری ترک

ابعاد هندسی مدل						
H (mm)	W (mm)	h (mm)	a (mm)	موقعیت نوک ترک (mm)	φ (rad)	γ (rad)
۹۰	۷۰	۴۵	۲۶	۴۳	$\pi/3$	$-\pi/6$

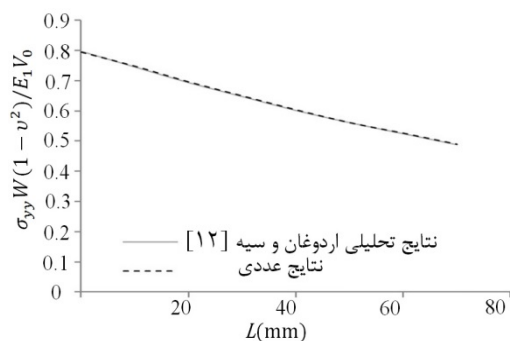
استفاده از رابطه $\sigma_{yy}W(1-v^2)/E_1V_0$ که E_1 مدول الاستیک در لبه سمت چپ است، بی‌بعد می‌شود و مطابق شکل (۱۰) با نتایج تجربی اردوغان و سیه [12] مقایسه می‌گردد. مطابق شکل فوق، حداکثر خطا ۰/۳۷ درصد است که این میزان ناچیز خطا، بیانگر دقت بالای شبیه‌سازی‌ها بوده و نتایج عددی را کاملاً تأیید می‌نماید.

رفتار ماده به صورت الاستیک خطی مدل گردیده است و به منظور صحت‌سنجی رفتار ماده مدرج تابعی، ابتدا قطعه سالم و بدون ترک شبیه‌سازی می‌شود و نتایج عددی اعتبارسنجی می‌گردند. برای انجام این کار ابتدا جابه‌جایی یکنواخت ۱۰ میلی‌متر در راستای y به لبه بالایی صفحه اعمال می‌شود و توزیع تنش صفحه مطابق شکل (۹) حاصل می‌گردد. سپس، مقادیر تنش با

دقت این معیار، تأثیر تنش T نیز به این معیار اضافه می‌گردد که باعث بهبود نتایج معیار فوق در این مواد می‌شود [23,24].



شکل ۹ توزیع تنش در آزمایش کشش قطعه سالم برای صحت‌سنجی رفتار ماده



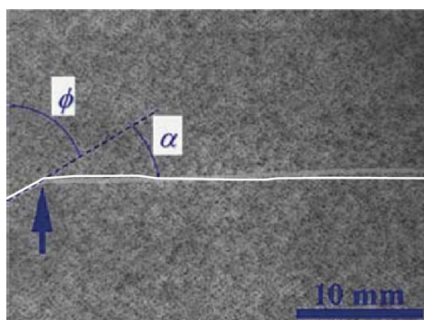
شکل ۱۰ مقایسه مقادیر تنش بی‌بعد شده با نتایج تجربی اردوغان و سیه [12]

برای ارزیابی و مقایسه دقت معیارهای بیشینه تنش مماسی، بیشینه نرخ رهايش انرژی و کمینه چگالی انرژی کرنشی، مطابق شکل (۷) نمونه دارای ترک شبیه‌سازی می‌گردد، ضرایب شدت تنش و زاویه آغاز ترک به دست آمده با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] و اورال (Oral) و همکاران [21] مقایسه می‌شود. جدول (۲) این مقایسه را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که زاویه شروع رشد ترک (α)، نسبت به راستای اولیه ترک سنجیده می‌گردد.

همان‌گونه که جدول (۲) بیان می‌نماید، معیارهای بیشینه تنش مماسی و کمینه چگالی انرژی کرنشی نتایج دقیقی را پیش‌بینی می‌کنند ولی پیش‌بینی معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی، بیشتر به نتایج تجربی، نزدیک‌تر است و در نتیجه معیار دقیق‌تری است. نتایج معیار بیشینه نرخ رهايش انرژی دارای خطای زیادی است و علت آن این است که تأثیر عبارات غیر منفرد (Non-Singular) مانند تنش T (Stress) در مواد پلیمری و همچنین نحوه بارگذاری، قابل ملاحظه است و این معیار به پارامترهای فوق وابسته است. تنش T عبارت غیر منفردی است که معمولاً از آن چشم‌پوشی می‌گردد و اساساً در مود ترکیبی تأثیر بیشتری دارد [22]. در معیار بیشینه نرخ رهايش انرژی، تنش T به مود ترکیبی (Mixed Mode) که توسط $\psi = \tan^{-1} \left(\frac{K_{II}}{K_I} \right)$ تعریف می‌گردد وابسته است. هرچه مقدار ψ به صفر و شرایط به مود اول شکست نزدیک‌تر باشد، این معیار نتایج دقیق‌تری را نشان می‌دهد. در مواردی به‌منظور بهبود

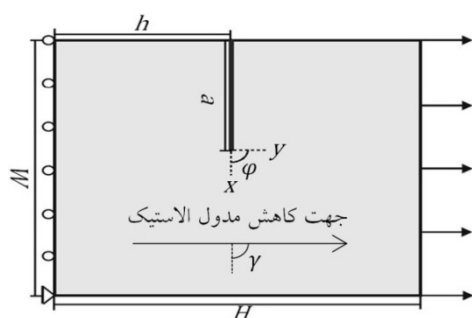
جدول ۲ مقایسه ضرایب شدت تنش و زاویه آغاز ترک با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] و اورال و همکاران [21]

نتایج	$K_I (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	$K_{II} (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	زاویه آغاز ترک	خطا (%)
آبانتو و لامبروس [20]	۰/۷۵۵	۰/۱۷۹	$-28 \pm 1/5$	
اورال و همکاران [21]	۰/۷۲۲	۰/۲۰۴		
شبیه‌سازی	۰/۷۳۵	۰/۲۲۵		
$\sigma_{\theta\theta} \text{Max}$	۰/۷۳۵	۰/۲۲۵	$-29/53$	۵/۴۶
$G(\theta) \text{Max}$	۰/۷۳۵	۰/۲۲۵	۱۶/۶۱	۱۵۹/۳۲
$S(\theta) \text{Min}$	۰/۷۳۵	۰/۲۲۵	$-28/04$	۰/۱۴



شکل ۱۱ مقایسه رشد ترک معیار S_{Min} با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20]

به منظور بررسی مسیر رشد ترک، نتایج پیش‌بینی معیار دقیق‌تر یعنی معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی در نظر گرفته می‌شود و با نتایج تجربی مقایسه می‌گردد. شکل (۱۱) مقایسه نتایج حاصل از معیار فوق را با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] آشکار می‌کند. مطابق شکل نتایج رشد ترک با دقت مناسبی از نتایج تجربی تبعیت می‌نماید. برای مقایسه راحت‌تر، مسیر رشد ترک پیش‌بینی شده با رنگ سفید نمایش داده شده است.

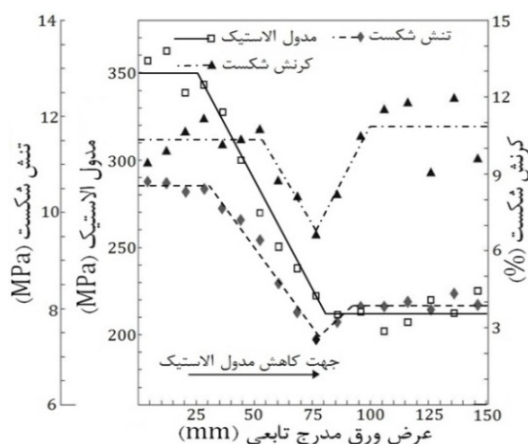


شکل ۱۲ هندسه و شرایط مرزی صفحه مدرج تابعی با ترک افقی و تغییر خواص در جهت عمود بر ترک

صفحه مدرج تابعی با ترک افقی و تغییر خواص در جهت عمود بر ترک. مطابق شکل (۱۲) صفحه مدرج تابعی با ترک افقی مدل می‌شود و خواص به گونه‌ای تعریف می‌گردد که با راستای ترک زاویه قائمه بسازد. ابعاد هندسی، زوایا و جهت‌گیری ترک در جدول (۳) ارائه شده است. همچنین شکل (۱۳) خواص مکانیکی و نحوه قرارگیری مدل نسبت به خواص ماده را نمایش می‌دهد.

جدول ۳ ابعاد هندسی و جهت‌گیری ترک

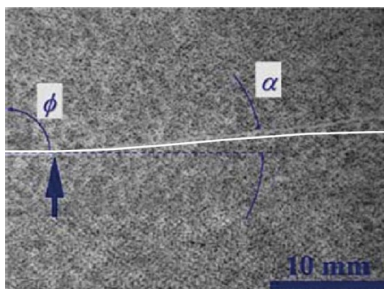
ابعاد هندسی مدل						
H (mm)	W (mm)	h (mm)	a (mm)	موقعیت نوک ترک (mm)	ϕ (rad)	γ (rad)
۷۵	۷۰	۳۲/۵	۳۰	۵۲	$\pi/۲$	$\pi/۲$



شکل ۱۳ خواص مکانیکی مدل

جدول ۴ مقایسه ضرایب شدت تنش و زاویه آغاز ترک با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] و اورال و همکاران [21]

نتایج	$K_I (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	$K_{II} (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	زاویه آغاز ترک	انحراف (درجه)
آبانتو و لامبروس [20]	۰/۵۵۴	۰/۰۳۹	$0 \pm 1/5$	
اورال و همکاران [21]	۰/۵۵۱	-۰/۰۲۲		
شبیه سازی	۰/۵۶۰	-۰/۰۰۷		
$\sigma_{\theta\theta \text{Max}}$	۰/۵۶۰	-۰/۰۰۷	۱/۴۳	۱/۴۳
$G(\theta)_{\text{Max}}$	۰/۵۶۰	-۰/۰۰۷	-۰/۷۵	-۰/۷۵
$S(\theta)_{\text{Min}}$	۰/۵۶۰	-۰/۰۰۷	۱/۴۳	۱/۴۳

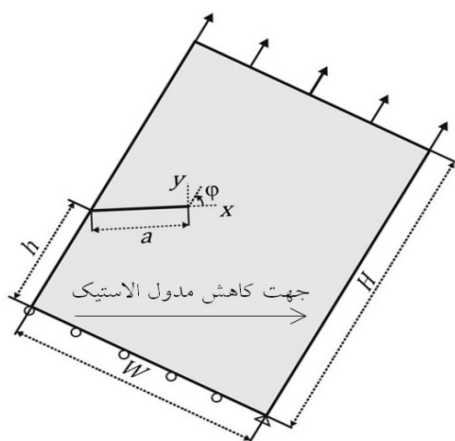
شکل ۱۴ مقایسه رشد ترک معیار S_{Min} با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20]

صفحه مدرج تابعی با ترک مایل و تغییر خواص در جهت ترک. صفحه مدرج تابعی با ترک مایل شبیه سازی شده در مثال اول مجدداً در نظر گرفته می شود. در این مسئله به جای تغییر خواص در جهت عرضی، خواص در راستای ترک تغییر داده می شود. ابعاد هندسی، شرایط مرزی و جهت گیری ترک در شکل (۱۵) و جدول (۵) آورده شده است. همچنین تغییر خواص ماده و نحوه قرارگیری مدل نسبت به خواص در شکل (۱۶) مشخص گردیده است.

پس از انجام شبیه سازی های عددی، ضرایب شدت تنش و زاویه شروع ترک (α) توسط معیارهای مختلف محاسبه می شود. جدول (۶) مقایسه نتایج عددی حاصل را با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] و اورال و همکاران [21] نمایش می دهد. همانند مثال های قبلی، در این مثال نیز معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی نتایج دقیق تری را نسبت به دو معیار دیگر نشان می دهد. مسیر ترک پیش بینی شده توسط این معیار و مقایسه آن با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] نیز در شکل (۱۷) آورده شده است.

شبیه سازی های عددی انجام شده، ضرایب شدت تنش و زاویه شروع ترک (α) توسط معیارهای مختلف محاسبه می گردد. جدول (۴) مقایسه نتایج عددی حاصل را با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] و اورال و همکاران [21] نمایش می دهد. مطابق این جدول، معیارهای بیشینه تنش مماسی و کمینه چگالی انرژی کرنشی نتایج یکسانی را پیش بینی می نمایند. لازم به ذکر است که معیار بیشینه نرخ رهاش انرژی نتایج دقیقی را پیش بینی می کند. علت این است که چون در مسئله فوق تغییر خواص عمود بر راستای ترک می باشد و بارگذاری نیز در راستای تغییر خواص و عمود بر ترک می باشد، در نوک ترک مود دوم کمتر تحریک می شود و این عامل باعث می شود که جسم تحت مود اول شکست قرار بگیرد. مقادیر کوچک و نزدیک به صفر K_{II} ، دلیل فوق را تأیید می کند. در واقع زمانی که جسم تحت مود اول شکست باشد، مقدار تنش T تأثیر کمتری دارد و می توان از معیار بیشینه نرخ رهاش انرژی نیز استفاده کرد [22].

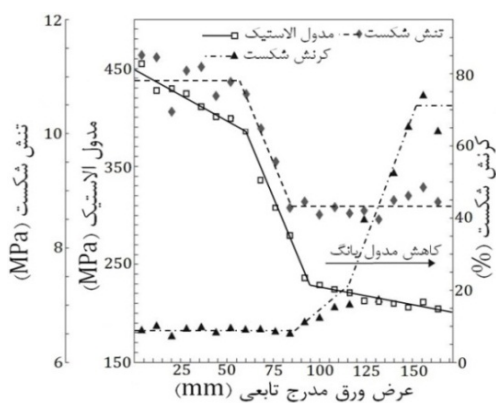
در این مثال چون زاویه آغاز ترک ارائه شده توسط آبانتو و لامبروس برابر صفر می باشد، برای مقایسه به جای درصد خطا از انحراف استفاده گردید. شکل (۱۴) مسیر ترک پیش بینی شده توسط معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی و مقایسه آن با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] را نشان می دهد. همان گونه که شکل آشکار می نماید، نتایج عددی و تجربی از مطابقت خوبی برخوردار می باشند.



شکل ۱۵ هندسه و شرایط مرزی صفحه مدرج تابعی با ترک مایل و تغییر خواص در جهت ترک

جدول ۵ ابعاد هندسی و جهت گیری ترک

ابعاد هندسی مدل						
H (mm)	W (mm)	h (mm)	a (mm)	موقعیت نوک ترک (mm)	φ (rad)	γ (rad)
۹۰	۷۰	۴۵	۲۵	۵۷	$\pi/3$	صفر

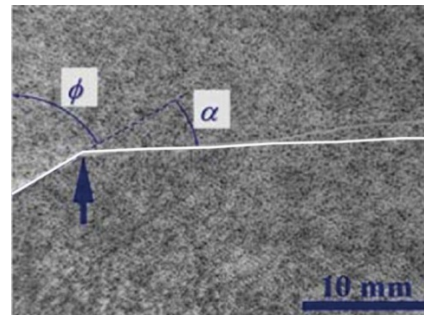


شکل ۱۶ خواص مکانیکی مدل

جدول ۶ مقایسه ضرایب شدت تنش و زاویه آغاز ترک با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20] و اورال و همکاران [21]

خطا (%)	زاویه آغاز ترک	$K_{II}(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	$K_I(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	نتایج
	$-19 \pm 1/5$	۰/۲۲۴	۰/۹۶۹	آبانتو و لامبروس [20]
		۰/۲۳۰	۰/۸۷۸	اورال و همکاران [21]
		۰/۲۱۰	۰/۹۱۵	شبیه سازی
۲۴/۴۷	-۲۳/۶۵	۰/۲۱۰	۰/۹۱۵	$\sigma_{\theta\theta \text{Max}}$
۱۶۸/۳۶	۱۲/۹۹	۰/۲۱۰	۰/۹۱۵	$G(\theta)_{\text{Max}}$
۱۹/۶۸	-۲۲/۷۴	۰/۲۱۰	۰/۹۱۵	$S(\theta)_{\text{Min}}$

می‌دهد. در آخر، مسیر رشد ترک محاسبه شده با نتایج تجربی موجود در پژوهش‌ها مقایسه گردیده و دقت معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی نشان داده شد.



شکل ۱۷ مقایسه رشد ترک معیار S_{Min} با نتایج تجربی آبانتو و لامبروس [20]

فهرست علائم

تانسور سفتی (MPa)	C
مدول الاستیک (MPa)	E
نرخ رهایش انرژی (MPa · m)	G
ضریب شدت تنش ($\text{MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$)	K
شعاع (m)	r
جابه‌جایی (m)	u
کار لازم برای بستن ترک بر واحد ضخامت ($\text{J} \cdot \text{m}^{-1}$)	W

علائم یونانی

کرنش	ϵ
زاویه (degree)	θ
مدول الاستیسیته برشی (MPa)	μ
تنش (MPa)	σ

بالانویس‌ها

کمکی	aux
------	-------

زیرنویس‌ها

مقدار در لحظه اولیه	0
مقدار نهایی در لحظه شکست	C
مود اول شکست	I
مقادیر در لحظه شکست و مود اول	IC
مود دوم شکست	II
در راستای شعایی	rr
در راستای برشی	$r\theta$
نوک ترک	tip
در راستای مماسی	$\theta\theta$

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این پژوهش، به بررسی رفتار شکست در یک پلیمر مدرج تابعی پرداخته شد و ابتدا معیارهای مختلفی مانند معیار بیشینه تنش مماسی، بیشینه نرخ رهایش انرژی و کمینه چگالی انرژی کرنشی مورد ارزیابی قرار گرفت. سپس، با به‌کارگیری روش انتگرال تعاملی (انتگرال M) که روشی دقیق برای تعیین ضرایب شدت تنش در مواد مدرج تابعی است، الگوریتم محاسبه ضرایب شدت تنش و تعیین مسیر رشد ترک، ارائه شد. در ادامه، رفتار ماده مدرج تابعی در یک صفحه فاقد ترک مطالعه و درستی رفتار ماده صحت‌سنجی گردید. همچنین با استفاده از روش انتگرال تعاملی، رفتار ماده مدرج تابعی بررسی شد و ضرایب شدت تنش برای حالت‌های مختلف جهت‌گیری ترک و خواص مکانیکی ماده محاسبه گردید. با استفاده از نتایج حاصل، زاویه آغاز ترک از معیارهای مختلف به‌دست آمده و ارزیابی گردید. نتایج آشکار کرد که پیش‌بینی‌های معیارهای بیشینه تنش مماسی و کمینه چگالی انرژی کرنشی به‌هم نزدیک می‌باشد ولی معیار کمینه چگالی انرژی کرنشی از دقت بهتری برخوردار است. علت دقت کمتر معیار بیشینه نرخ رهایش انرژی نیز این است که پارامترهای غیرمفرد مانند تنش T تأثیرگذار است، ولی اثر آن لحاظ نگردیده است. درواقع هرچه مقدار ψ به صفر و شرایط به مود اول شکست نزدیک‌تر باشد، این معیار نتایج دقیق‌تری را نشان

مراجع

1. Hirai, T., "Functionally gradient materials and nanocomposites", *Proceedings of the Second International Symposium on Functionally Gradient Materials*, San Francisco, CA, November 1-4, Vol. 34 of Ceramic Transactions, pp. 11-20, (1993).
2. Jin, Z.H. and Noda, N., "Crack tip singular fields in nonhomogeneous materials", *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME 61, pp. 738-740, (1994).
3. Erdogan, F. and Wu, B.H., "The surface crack problem for a plate with functionally graded properties", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, pp. 449-456, (1997).
4. Huang, G.Y., Wang, Y.S. and Yu, S.W., "Fracture analysis of a functionally graded interfacial zone under plane deformation", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 731-743, (2004).
5. Dag, S., "Thermal fracture analysis of orthotropic functionally graded materials using an equivalent domain integral approach", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 73, pp. 2802-2828, (2006).
6. Dag, S., "Mixed-mode fracture analysis of functionally graded materials under thermal stresses: a new approach using J_k -integral", *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 30, pp. 269-296, (2007).
7. Nazari, A., Mohandesi, J.A. and Riahi, R., "Fracture toughness of functionally graded steels", *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 21, pp. 558-563, (2012).
8. Torshizian, M.R. and Kargarnovin, M.H., "The mixed-mode fracture mechanics analysis of an embedded arbitrary oriented crack in a two-dimensional functionally graded material plate", *International Journal of Fracture*, Vol. 84, pp. 625-637, (2014).
9. Kim, J.H. and Paulino, G.H., "The interaction integral for fracture of orthotropic functionally graded materials: Evaluation of stress intensity factors", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 15, pp. 3967-4001, (2003).
10. Hirano, T., Teraki, J. and Yamada, T., "On the design of functionally gradient materials", *Proceedings of the First International Symposium on Functionally Gradient Materials*, pp. 5-10, (1990).
11. Kawasaki, A. and Watanabe, R., "Thermal fracture behavior of metal/ceramic functionally graded biomaterial", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 69, pp. 1713-1728, (2002).
12. Erdogan, F. and Sih, G.C., "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear", *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, pp. 519-527, (1963).
13. Hussain, M.A., Pu, S.L. and Underwood, J., "Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II", *Fracture Analysis*, ASTM STP 560, pp. 2-28, (1993).
14. Sih, G.C., "Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems", *International Journal of Fracture*, Vol. 10, No. 3, pp. 305-321, (1974).
15. Kim, J.H. and Paulino, G.H., "Consistent formulations of the interaction integral method for fracture of functionally graded materials", *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME 72, No. 3, pp. 351-364, (2005).
16. Kim, J.H. and Paulino, G.H., "An accurate scheme for mixed-mode fracture analysis of functionally graded materials using the interaction integral and micromechanics models", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 58, No. 10, pp. 1457-1497, (2003).
17. Rice, J.R., "A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by

- notches and cracks", *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME 35, No. 2, pp. 379–386, (1968).
18. Eftis, J., Subramonian, N. and Liebowitz, H., "Crack border stress and displacement equations revisited", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 9, No. 1, pp. 189–210, (1977).
 19. Yau, J.F., Wang, S.S. and Corten, H.T., "A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity", *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME 47, No. 2, pp. 335–341, (1980).
 20. Abanto-Bueno, J. and Lambros, J., "An Experimental Study of Mixed Mode Crack Initiation and Growth in Functionally Graded Materials", *Experimental Mechanics*, Vol. 46, pp. 179-196, (2006).
 21. Oral, A., Lambros, J. and Anlas, G., "Crack initiation in functionally graded materials under mixed mode loading, experiments and simulations", *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME 75, No. 5, pp. 1-8, (2008).
 22. Ayatollahi, M.R., Pavier, M.J. and Smith, D.J., "Mode I cracks subjected to large T-stresses", *International Journal of Fracture*, Vol. 117, pp. 159–174, (2002).
 23. Becker, T.L., Cannon, R.M. and Ritchie, R.O., "Finite crack kinking and T-stresses in functionally graded materials", *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 38, pp. 5545-5563, (2001).
 24. Sedighiani, K., Mosayebnejad, J., Ehsasi, H. and Sahraei, H.R., "The effect of T-Stress on the brittle fracture under mixed mode loading", *Procedia Engineering* 10, pp. 774-779, (2011).

بررسی عددی اثر باد بر شکل شعله در مشعل بلند پالایشگاه سرخون و قشم*

سیدمحمد جوادی^(۱) مرتضی عنبرسوز^(۲) علی قبادی^(۳) محسن کهرم^(۴)

چکیده باتوجه به ارتفاع زیاد مشعل‌های بلند نیروگاه، سرعت جریان باد نقش مهمی بر شکل شعله و توزیع دمای ناشی از آن در بدنه مشعل دارد؛ لذا در این مقاله با استفاده از شبیه‌سازی سه‌بعدی احتراق آشفته در نوک مشعل، موقعیت شعله و دمای بدنه مشعل در سرعت‌های مختلف جریان باد محاسبه گردیده است. نتایج نشان می‌دهد در سرعت‌های بیشتر از ۵ متر بر ثانیه، شعله روی بدنه مشعل می‌خوابد که سبب بالا رفتن دمای بدنه می‌گردد. جابه‌جا شدن موقعیت دمای بیشینه بدنه با تغییر سرعت باد، می‌تواند سبب ایجاد خستگی و گسیختگی طولی در بدنه مشعل گردد.

واژه‌های کلیدی شبیه‌سازی عددی؛ فلر؛ اثر باد؛ شکل شعله.

Numerical Investigation of Wind Effects on the Flame Shape of Sarkhoon and Qeshm's Refinery Flares

S.M. Javadi M. Anbarsooz A. Ghobadi M. Kahrom

Abstract Due to considerable height of the flaring flames, wind speed has significant effects on its flame shape and cause consequent damages. In this paper, the effects of wind speed on the flame shape and the temperature distribution of the flare wall are investigated using three-dimensional numerical simulation of turbulent combustion. Results show that at wind speeds higher than 5m/s, the flame lies over the flare wall causing its temperature to increase. Moreover, as the wind speed changes, the position of the maximum temperature point on the flare wall also changes, causing the material to experience fatigue failure.

Key Words Numerical simulation; Flares; Wind effects; Flame shape.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۲/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۷ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.46595

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه مهندسی فناوری‌های نوین قوچان.

(۲) نویسنده مسئول: استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه مهندسی فناوری‌های نوین قوچان. Anbarsouz@qiet.ac.ir

(۳) کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، پالایشگاه گاز سرخون و قشم.

(۴) استاد، عضو هیئت علمی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

مشعل‌های بلند یا فلرها (Flares) در صنایع نفت، گاز و پتروشیمی به‌منظور سوزاندن گازهای زائد و یا غیرقابل استفاده به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند [1]. از جمله پارامترهای مهم در مطالعه این سیستم‌های احتراقی، راندمان عملکرد، میزان انتشار آلاینده‌ها و طول عمر سیستم می‌باشد. باتوجه به حجم بالای گازهای ارسالی به فلر و ارتفاع بسیار بلند آنها که گاه به بیش از ۱۰۰ متر نیز می‌رسد، نحوه تأمین هوای احتراق و همچنین میزان اختلاط سوخت و هوا نقش مهمی بر راندمان احتراق و میزان انتشار آلاینده‌ها دارد. وزش باد یکی از عوامل مهم بر راندمان احتراق این مشعل‌ها است که باتوجه به اثر مثبت آن بر تأمین هوای احتراق و از طرفی اثر منفی آن بر سرد شدن شعله و همچنین خوابیدگی شعله می‌بایست به‌عنوان یک عامل مهم در طراحی این مشعل‌ها در نظر گرفته شود. [2-4]. اندازه‌گیری‌های تجربی مشخصات این سیستم‌ها، به دلیل اندازه و شدت آشفته‌گی شعله‌های آنها بسیار دشوار است (شعله در نوک مشعل‌هایی تشکیل می‌شود که در فاصله ۱۰ تا ۱۰۰ متری از سطح زمین قرار دارند). به همین دلیل تاکنون دو راهکار مختلف برای بررسی اثر سرعت باد بر عملکرد فلرهای صنعتی توسط محققان ارائه گردیده است: الف) انجام آزمایش‌های تجربی روی مدل‌های آزمایشگاهی با مقیاس کوچک و ب) استفاده از ابزار دینامیک سیالات محاسباتی (Computational Fluid Dynamics) یا CFD است [5]. CFD بر پایه حل عددی معادلات بقای جرم، مومنتوم، انرژی و گونه‌ها استوار است. گرچه پژوهش‌های بسیاری توسط این روش در مورد احتراق صنعتی انجام شده است [۶]، پژوهش‌های انجام‌شده در مورد فلرهای صنعتی با استفاده از این روش چندان گسترده نیست. در ادامه به برخی از این پژوهش‌ها اشاره شده است.

باکال و همکاران [7] در سال ۲۰۰۰ قابلیت

استفاده از CFD در فرآیندهای احتراق صنعتی از جمله در فلرهای صنعتی را مورد بحث و بررسی قرار دادند و نشان دادند CFD می‌تواند به‌عنوان ابزاری کارآمد در این زمینه مورد استفاده محققان قرار گیرد. هوآنگ و چنگ در سال ۱۹۹۴ [8] پایداری و رفتار شعله جت احتراقی پروپان را که در جهت عمود بر جریان باد می‌باشد به‌صورت آزمایشگاهی بررسی کردند و روابطی را برای مسیر حرکت جت‌های سرد و احتراقی در یک جریان متقاطع ارائه کردند. هوآنگ و ونگ در سال ۱۹۹۹ [9]، برای نمایش بهتر الگوی جریان در این نوع جریان‌های احتراقی، از روش سرعت‌سنجی لیزری داپلری (Laser Doppler Velocimetry) بهره بردند. بورگواینگان و همکاران در سال ۱۹۹۹ [10]، یک روش آزمایشگاهی برای اندازه‌گیری راندمان احتراق شعله در جریان متقاطع ارائه کردند. آنها با استفاده از این روش اثر سرعت باد و دبی گازهای احتراق را بر راندمان این نوع شعله‌ها بررسی کردند. کاستینیرا و ادگار [11] در سال ۲۰۰۶ با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی اثر تزریق بخار آب و هوا را بر عملکرد فلرهای در مقیاس آزمایشگاهی با شعله غیرپیش‌آمیخته بررسی کرد. نتایج آنها نشان داد که استفاده از نسبت‌های بالای بخار به سوخت و هوا به سوخت باعث کاهش قابل توجه راندمان احتراق فلر و تولید هیدروکربن نسوخته می‌شود. آنها برای کاهش هزینه محاسباتی، شبیه‌سازی را در حالت دوبعدی تقارن محوری انجام دادند.

کاستینیرا و ادگار [5] در سال ۲۰۰۸ اثر جریان باد روی یک شعله آشفته در مقیاس آزمایشگاهی را با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که وزش باد می‌تواند راندمان احتراق چنین شعله‌هایی را به میزان قابل توجهی کاهش دهد. شبیه‌سازی یک سیستم فلر با ترکیب جدید که درون یک محفظه بسته به‌شکل لوله قرار

رینولدز (Reynolds averaged equations) استفاده شده است. این معادلات در حالت پایا عبارتند از:

معادله بقای جرم

$$\nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (1)$$

که در آن ρ چگالی سیال و $\bar{v}$ بردار سرعت متوسط گیری شده زمانی است.

معادله بقای مومنتوم

$$\nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\mu \left(\nabla \bar{v} + (\nabla \bar{v})^T \right) - \rho \bar{v}' v' \right) \quad (2)$$

که در آن $\bar{v}'$ نوسانات آشفته بردار سرعت، μ ویسکوزیته دینامیکی سیال و p فشار است. خطوط افقی روی متغیرها نشان دهنده مقادیر متوسط گیری شده است. جملات تنش های رینولدز $\rho \bar{v}' v'$ بایستی مدل سازی شوند تا معادلات فوق بسته شوند. در این پژوهش برای مدل سازی این جملات از مدل تنش رینولدز (Reynolds Stress Model) [14]، استفاده شده است. انتخاب این مدل آشفتگی باتوجه به بخش اعتبارسنجی این مقاله انجام شده است. شبیه سازی با استفاده از مدل های آشفتگی دیگر از جمله Standard $k-\epsilon$ ، RNG $k-\epsilon$ ، Realizable $k-\epsilon$ و $k-\omega$ (موجود در نرم افزار فلوئنت) انجام شد و مشاهده گردید که مدل تنش رینولدز نسبت به سایر مدل ها بهتر می تواند شکل شعله را در شرایط عملکردی مختلف پیش بینی کند. به دلیل محدودیت در حجم مقاله از آوردن نتایج این بررسی اجتناب شده است.

گرفته است در سال ۲۰۰۹ توسط مارا و کانتینیلو [12] انجام شد. آنها با استفاده از شبیه سازی تلاش کردند تا هندسه فلر را برای دستیابی به راندمان بالاتر بهینه کنند. لانگمن و ناتان [13] در سال ۲۰۱۱ اثر نوسانات شدید ناشی از احتراق روی نرخ اختلاط و میزان تابش مرئی یک فلر پالایشگاهی در مقیاس واقعی را گزارش کردند.

در این پژوهش یک سیستم احتراقی فلر صنعتی در ابعاد واقعی، به منظور ارزیابی تأثیر تغییرات سرعت جریان باد بر شکل و موقعیت شعله و توزیع دمای حاصل در جدار فلر، با استفاده از شبیه سازی عددی مورد بررسی قرار گرفته است. تاکنون شبیه سازی عددی برای یک فلر صنعتی در ابعاد واقعی با در نظر گرفتن دیواره فلر و محاسبه توزیع دمای آن انجام نشده است. انگیزه اصلی این پژوهش ترک هایی است که در بدنه مشعل این فلر صنعتی مشاهده گردیده است. برای این منظور، ابتدا برای اطمینان از صحت فرضیات انجام شده در شبیه سازی عددی، نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی موجود برای یک فلر در مقیاس آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده که تطابق خوبی بین آنها مشاهده گردیده است. سپس شبیه سازی احتراق گازهای فلر صنعتی مورد نظر در مقیاس واقعی انجام شده و توزیع دمای بدنه مشعل در شرایط مختلف عملکردی محاسبه گردیده است. با استفاده از توزیع دمای به دست آمده در جدار فلر در شرایط مختلف عملکردی، دلیل آسیب های مشاهده شده در جدار فلر مشخص شده است.

معادلات حاکم

معادلات حاکم بر پدیده احتراق گازهای فلر عبارتند از: بقای جرم، مومنتوم، انرژی، تابش و گونه ها. باتوجه به آشفته بودن جریان از معادلات متوسط گیری شده زمانی

مدل سازی عددی احتراق

در نرم افزار فلوئنت، در مدل تابع احتمال چگالی (Probability Density Function)، معادله انرژی همراه با معادله کسر جرمی گونه ها در فضای کسر مخلوط حل می شود تا براساس آن درجه حرارت و کسر جرمی گونه ها برحسب کسر مخلوط و واریانس کسر مخلوط جدول بندی شود که کسر مخلوط به صورت زیر تعریف می شود [15]:

$$f = \frac{Z_i - Z_{i,ox}}{Z_{i,fuel} - Z_{i,ox}} \quad (3)$$

که در آن Z_i کسر جرمی گونه i ام و اندیس های ox و $fuel$ به ترتیب مقادیر در ورودی اکسیدکننده و سوخت را نشان می دهد. برای در نظر گرفتن اثرات آشفته گی بر نرخ واکنش های شیمیایی از مدل تابع احتمال چگالی با توزیع فرضی و با فرض تعادل شیمیایی استفاده شده است [16, 17]. تابع احتمال چگالی (PDF) که با $p(f)$ نشان داده می شود، توصیف کننده نوسانات لحظه ای کمیت f در جریان آشفته می باشد و می تواند به عنوان کسری از زمان که سیال خاصیت f را دارد، در نظر گرفته شود. شکل تابع $p(f)$ به طبیعت اغتشاشات متغیر f در جریان آشفته وابسته است. در جریان های واقعی توزیع $p(f)$ دقیقاً مشخص نمی باشد، به همین دلیل در روش تابع چگالی احتمال با توزیع فرضی، براساس مشاهدات تجربی یک تابع ریاضی برای $p(f)$ در نظر گرفته می شود که تقریبی از شکل واقعی آن می باشد. اگر φ_i نشان دهنده کسر جرمی گونه i ام و یا هر خاصیت ترمودینامیکی جریان سیال باشد، با مشخص بودن توزیع $p(f)$ ، مقادیر متوسط گیری شده زمانی آن با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\bar{\varphi}_i = \int_0^1 p(f) \varphi_i(f) df \quad (4)$$

توزیع در نظر گرفته شده برای تابع $p(f)$ توزیع β می باشد که عبارتست از:

$$p(f) = \frac{f^{\alpha-1} (1-f)^{\beta-1}}{\int f^{\alpha-1} (1-f)^{\beta-1} df} \quad (5)$$

که مقادیر α و β به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\alpha = \bar{f} \left[\frac{\bar{f}(1-\bar{f})}{\bar{f}'^2} - 1 \right] \quad (6)$$

$$\beta = (1-\bar{f}) \left[\frac{\bar{f}(1-\bar{f})}{\bar{f}'^2} - 1 \right] \quad (7)$$

در تابع شکل فوق، دو متغیر $\bar{f}$ و $\bar{f}'^2$ به ترتیب کسر مخلوط متوسط گیری شده بر مبنای چگالی (Density-Averaged) و واریانس کسر مخلوط هستند و از دو معادله بقای به شکل زیر محاسبه می شوند:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{f}) + \nabla \cdot (\rho \bar{f} \vec{v}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_t} \nabla \bar{f} \right) + S_m \quad (8)$$

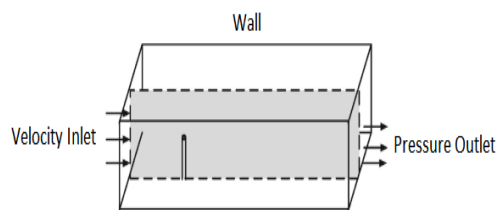
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{f}'^2) + \nabla \cdot (\rho \bar{f}'^2 \vec{v}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_t} \nabla \bar{f}'^2 \right) + C_g \mu_t (\nabla \bar{f})^2 - C_d \rho \frac{\varepsilon}{k} \bar{f}'^2 \quad (9)$$

مقادیر f' اختلاف مقادیر لحظه ای و متوسط کسر مخلوط ($f' = f - \bar{f}$) است و S_m عبارت چشمه برای مسائل مختلف مانند تبخیر قطرات سوخت می باشد. مقادیر C_d ، C_g و σ_t ثابت می باشند. ε نرخ اتلاف اغتشاشی و k انرژی جنبشی اغتشاشی می باشد. پس از اصلاح نرخ واکنش های شیمیایی مقادیر کسر جرمی گونه ها، چگالی و دما برحسب مقادیر مختلف $\bar{f}$ و $\bar{f}'^2$ در جدول های مشخصی (Look-Up Tables) ذخیره می گردند و در حین حل عددی جریان آشفته احتراقی از آنها استفاده می شود [15].

جدول ۲ شرایط مختلف آزمایش‌های انجام‌شده در تونل باد

حالت	سرعت هوا (m/s)
B	۱/۳۳
C	۲/۷۶
D	۴/۰۹
E	۵/۴۹
F	۸/۲۳
G	۱۱/۰۵

حوزه محاسباتی در نظر گرفته شده یک مکعب مستطیل به طول ۵ متر و سطح مقطع $۲/۲۲ \times ۲/۴۴$ متر (متناظر با سطح مقطع تونل باد) می‌باشد که طرح‌واره آن در شکل (۱) نشان داده شده است. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای ورودی تونل هوا و ورودی گازهای فلر به درون محیط حل، از نوع سرعت ورودی (Velocity inlet) با سرعت ورودی مشخص، خروجی تونل باد از نوع فشار خروجی (Pressure outlet) با فشار اتمسفریک و دیواره‌های فلر و دیواره‌های تونل باد از نوع جدار (Wall) با شرط مرزی عدم لغزش و شرط حرارتی عایق می‌باشند.



شکل ۱ حوزه حل و شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی عددی

برای تولید هندسه و شبکه‌بندی محیط حل از نرم‌افزار گمبیت (Gambit) استفاده شده است. از آنجایی که ابعاد فلر در مقایسه با ابعاد تونل بسیار کوچک است و با توجه به اهمیت شبکه‌بندی اطراف فلر، لازم است تا از شبکه ریزتری در این ناحیه استفاده شود. به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه، توزیع

در پژوهش حاضر، اثرات تابش بر دمای شعله با استفاده از مدل DO (Discrete Ordinate) در محاسبات لحاظ شده و ضریب تابش محصولات احتراق با استفاده از مدل WSGGM محاسبه شده است [15].

اعتبارسنجی

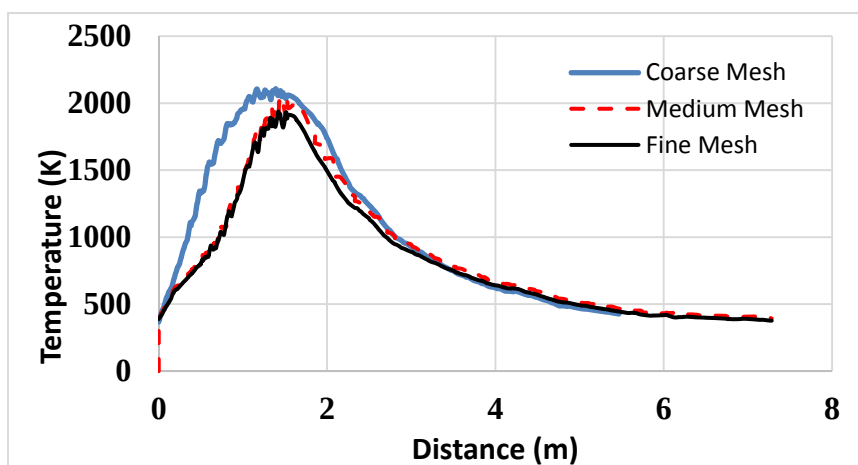
در این مقاله، حل معادلات حاکم با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و در حالت پایا انجام شده است. به منظور اعتبارسنجی فرضیات انجام شده در شبیه‌سازی عددی، نتایج عددی با نتایج تجربی ارائه شده توسط جانسون و همکاران [1] برای یک فلر که درون تونل باد قرار گرفته است، مقایسه شده‌اند. حجم داخلی تونل باد تقریباً ۳۵۰ متر مکعب است و سرعت جریان باد می‌تواند از $۰/۲$ تا ۳۵ متر بر ثانیه تغییر کند. سطح مقطع بخش آزمایش تونل دارای ارتفاع $۱/۲۲$ متر و عرض $۲/۴۴$ متر است. فلری که در بخش آزمایش این تونل قرار گرفته است، یک لوله دایروی به طول ۴۷ سانتی‌متر و با قطر اسمی ۲۵ میلی‌متر (قطر داخلی $۲۲/۱$ میلی‌متر و قطر خارجی $۲۴/۷$ میلی‌متر) می‌باشد. این فلر به صورت عمودی در تونل باد قرار گرفته است (جهت جریان هوای ورودی بر محور لوله عمود است). ترکیب شیمیایی گازهای خروجی از فلر در جدول (۱) ارائه شده است. سرعت خروج این گازها از فلر ثابت و برابر با $V_f = 2$ m/s می‌باشد و تأثیر سرعت ورودی تونل باد در حالت‌های ارائه شده در جدول (۲) مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۱ ترکیب شیمیایی سوخت مورد استفاده

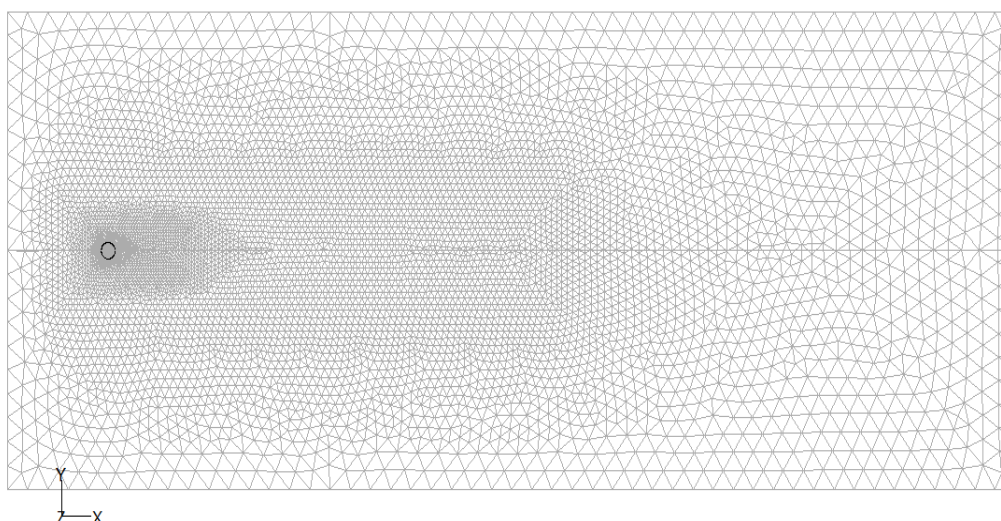
گونه	درصد مولی
CH ₄	۹۵/۳
C ₂ H ₆	۲/۲
CO ₂	۰/۸
N ₂	۱/۷

دقت نتایج و هزینه محاسباتی انتخاب کرد. ابعاد اعمال شده متناظر با شبکه متوسط، ۲ میلی متر روی محیط فلر و ۲۰ میلی متر روی مرزهای خارجی حوزه حل می باشد که در دو نمای مختلف در شکل های (۳ و ۴) نشان داده شده است.

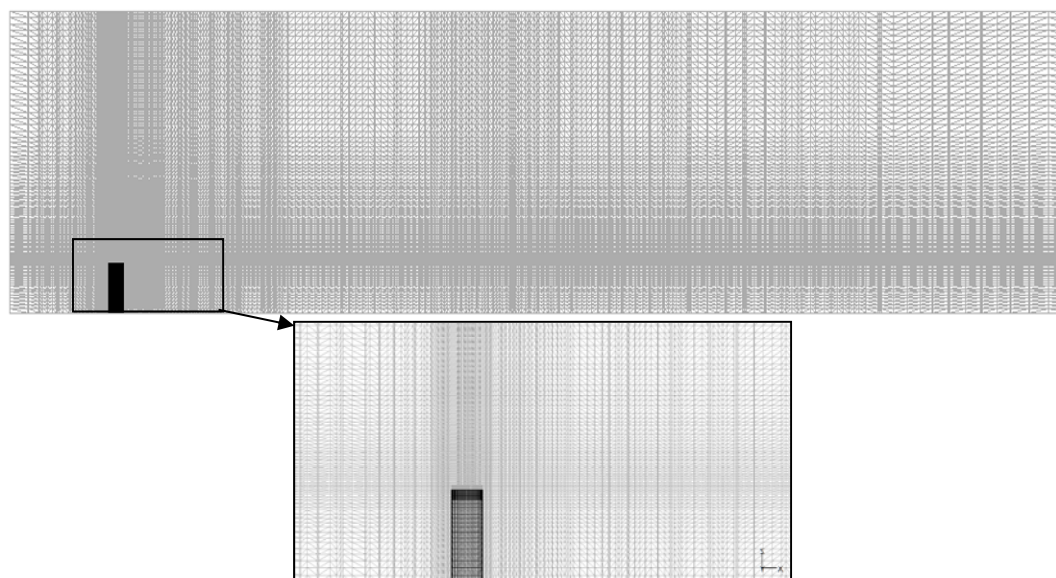
دما روی محور شعله در سرعت باد ۳۰ متر بر ثانیه برای سه شبکه مختلف، شبکه درشت با ۵۲۱۳۲۶ سلول محاسباتی، شبکه متوسط با ۱۱۲۳۶۵۴ سلول و شبکه ریز با ۱۹۹۸۷۸۱ سلول محاسباتی در شکل (۲) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، شبکه متوسط را می توان به عنوان شبکه بهینه از نظر



شکل ۲ توزیع دما روی محور شعله به ازای سه شبکه مختلف، شبکه درشت با ۵۲۱۳۲۶ سلول محاسباتی، شبکه متوسط با ۱۱۲۳۶۵۴ سلول و شبکه ریز با ۱۹۹۸۷۸۱ سلول محاسباتی



شکل ۳ شبکه بندی محیط حل از نمای بالا



شکل ۴ شبکه بندی محیط حل از نمای جانبی.

دبی جرمی کربن موجود در گازهای ورودی به فلر
(رابطه ۱۲) [11]:

$$\eta_c = \frac{\dot{m}_{C, CO_2 \text{ combustion gases}}}{\dot{m}_{C, \text{inlet gases}}} \quad (10)$$

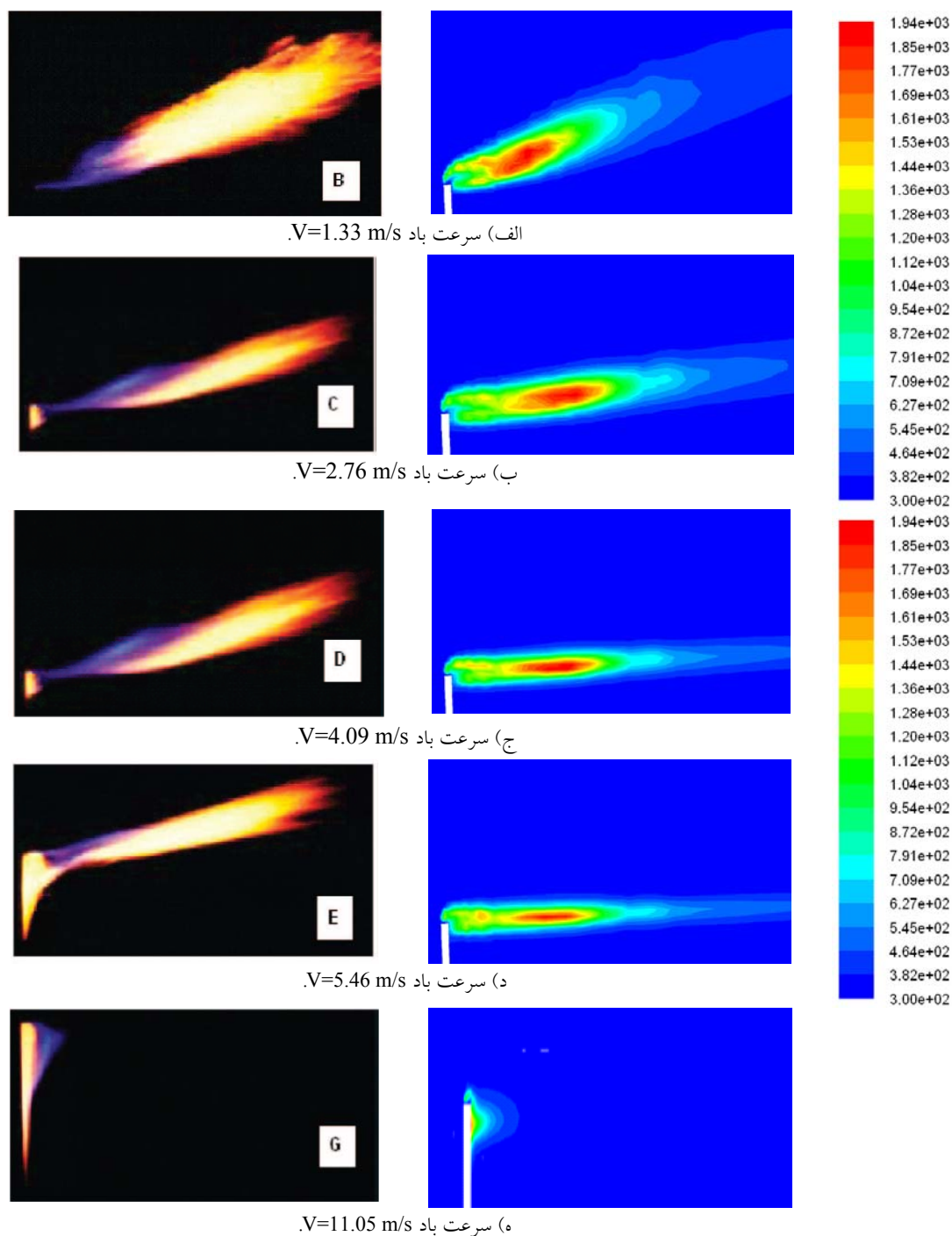
در شکل (۶) راندمان فلر محاسبه شده از نتایج عددی با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود، در هر دو نمودار با افزایش سرعت باد، ابتدا راندمان فلر افزایش می یابد و پس از رسیدن به بیشترین مقدار خود در سرعت حدود ۴ متر بر ثانیه، روندی نزولی دارد. روند صعودی افزایش راندمان با افزایش سرعت باد، به دلیل اختلاط بهتر سوخت و هوا می باشد. اما با توجه به وابستگی نرخ واکنش به پارامترهای اختلاط، دما و نسبت هم ارزی، راندمان با افزایش بیشتر سرعت باد کاهش می یابد و احتراق ناقص انجام می شود. در سرعت های بالای باد، به دلیل افقی شدن شعله و خوابیدن آن روی بدنه فلر، قسمتی از شعله در گردابه های پشت بدنه فلر قرار می گیرد که دارای شدت آشفته گی بالایی می باشد. شدت آشفته گی اثرات قابل ملاحظه ای بر نرخ واکنش های شیمیایی دارد که پیش بینی دقیق آن کار

جانسون و کاستیوک [18] برای بررسی آزمایشگاهی شکل شعله از عکس برداری مستقیم استفاده نمودند. نتایج حاصل از این عکس برداری ها در سرعت های مختلف جریان باد در شکل (۵) با نتایج عددی توزیع دما مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود، نتایج عددی و آزمایشگاهی تطابق خوبی با هم دارند. با افزایش سرعت باد، طول شعله افزایش و حجم آن کاهش می یابد. هم چنین نتایج نشان می دهند با افزایش سرعت باد، شعله پشت دیواره بزرگ تر می گردد. با افزایش سرعت باد، محور شعله از حالت عمودی خارج می شود و به سمت افق متمایل می گردد. پدیده ز خوابیدن شعله، که در سرعت های بالای باد رخ می دهد، به نسبت سرعت (و یا مومنتوم) گازهای خروجی به سرعت (و یا مومنتوم) جریان باد وابسته است.

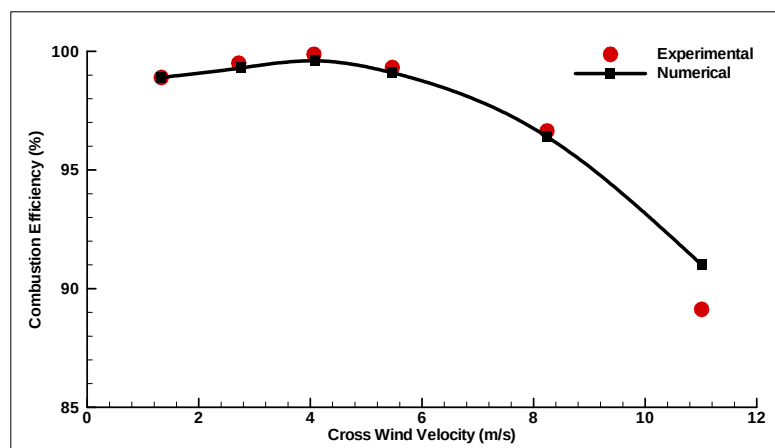
راندمان فلر براساس میزان تبدیل هیدروکربن های ورودی به مقدار CO_2 خروجی ارزیابی می گردد. در یک فلر با عملکرد مناسب هرچه مقدار CO_2 بیشتر باشد، احتراق فلر کامل تر و انتشار آلاینده های آن کمتر می باشد. راندمان فلر، η_c ، برابر است با نسبت دبی جرمی کربن در دی اکسید کربن حاصل از احتراق به

عددی در مورد راندمان فلر تطابق خوبی نشان می‌دهند، به طوری که حداکثر خطا در بیشترین سرعت باد کمتر از ۴ درصد می‌باشد که نشان‌دهنده نتایج مناسب شبیه‌سازی عددی می‌باشد.

دشواری است. با توجه به این که در مقاله حاضر از مدل احتراق PDF با توزیع β استفاده شده، دقت آن در سرعت‌های بالا کمتر است. با این وجود همان‌طور که در شکل (۶) مشاهده می‌شود، نتایج آزمایشگاهی و



شکل ۵ مقایسه توزیع دمای به دست آمده از شبیه‌سازی با نتایج عکس‌برداری آزمایشگاهی [15] با مقیاس یکسان در سرعت‌های باد مختلف

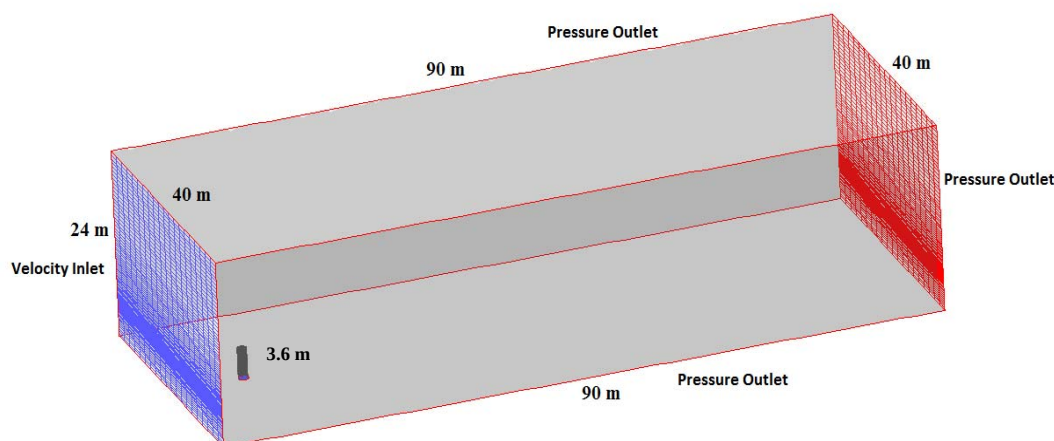


شکل ۶ مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی برای بازده فلر در سرعت های باد مختلف

شبیه سازی فلر پالایشگاه

پس از اعتبارسنجی نتایج و اطمینان از فرضیات به کار رفته در مدل سازی عددی، فلر پالایشگاه سرخون و قشم در ابعاد واقعی آن مورد بررسی قرار گرفته است. فلر این پالایشگاه دارای ارتفاع ۶۰ متر با ارتفاع نوک ۳/۶ متر، قطر خارجی ۱ متر و قطر داخلی ۰/۸۱۴ متر می باشد. نمایشی از ابعاد محیط حل در نظر گرفته شده در شکل (۷) ارائه گردیده است. در ابتدا، ابعاد محیط حل طوری در نظر گرفته شده است که در حداکثر سرعت باد، تمامی شعله درون محیط حل گنجانده شود، سپس ابعاد افزایش داده شده است تا آنجا که با بزرگ تر شدن محیط حل، شکل شعله دستخوش تغییر نگردد. طرح شبکه بندی برای این فلر نیز مشابه با مدل فلر در قسمت اعتبارسنجی می باشد، با این تفاوت که اندازه شبکه روی محیط فلر ۲۵ میلی متر و روی مرزهای خارجی ۲۵۰ میلی متر می باشد. انگیزه اصلی از بررسی این فلر، ترک ها و گسیختگی هایی است که به طور مکرر در فلرهای پالایشگاه مشاهده شده است. به منظور بررسی علت گسیختگی جدار فلر، شکل شعله و توزیع دمای جدار فلر در سرعت های مختلف جریان باد مورد بررسی قرار گرفته اند.

شرط مرزی در نظر گرفته شده برای ورودی گازهای فلر به محیط حل و ورودی جریان هوای محیط از نوع سرعت مشخص (Velocity Inlet) و شرط مرزی سایر سطوح محیط حل از نوع فشار مشخص (Pressure Outlet) با فشار اتمسفریک در نظر گرفته شده است. سرعت خروج گازها از فلر برابر با ۰/۵۰۳ متر بر ثانیه می باشد و شبیه سازی برای سرعت های مختلف باد انجام شده است. به منظور در نظر گرفتن اثرات خنک کنندگی جریان گاز درون فلر قبل از احتراق با هوا، جریان گاز درون فلر نیز جزئی از شبکه محاسباتی در نظر گرفته شده است و معادلات حاکم بر جریان در این ناحیه نیز حل شده اند. ترکیب گازهای خروجی از فلر پالایشگاه در جدول (۳) و سرعت های باد بررسی شده در جدول (۴) ارائه شده اند. کمترین سرعت ۲ متر بر ثانیه و بیشترین سرعت ۳۰ متر بر ثانیه است که مطابق با بیشترین مقدار سرعت باد گزارش شده در منطقه احداث پالایشگاه می باشد. در شکل های (۸-۱۲) توزیع شکل شعله و توزیع دمای جدار فلر بر حسب درجه کلون نشان داده شده است. به دلیل اثرات متقابل نیروهای شناوری و وزش باد بر شعله، با افزایش سرعت باد، محور شعله از راستای قائم منحرف می شود و بر حسب سرعت باد به سمت افق متمایل می گردد.



شکل ۷ ابعاد محیط حل و شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای شبیه سازی فلر پالایشگاه

جدول ۳ ترکیب گونه های موجود در جریان سوخت

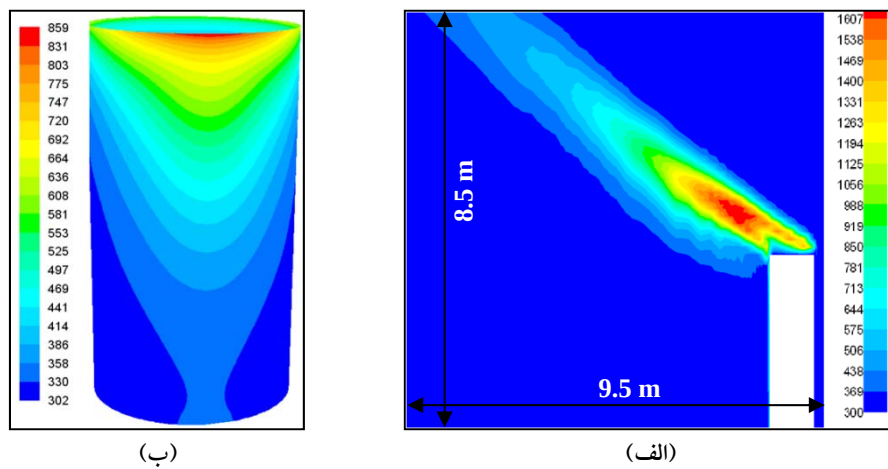
عبوری از فلر پالایشگاه

گونه	درصد مولی
CH_4	۷۵/۳۹۹
C_2H_6	۹/۷۸۸
C_3H_8	۵/۶۵۱
C_4H_{10}	۳/۳۶۵۳
C_5H_{12}	۱/۵۵۴
C_6H_{14}	۰/۵۵۹
C_7H_{16}	۰/۰۰۱
N_2	۱/۶۴۷
CO_2	۱/۵۸۴
H_2O	۰/۱۶۴

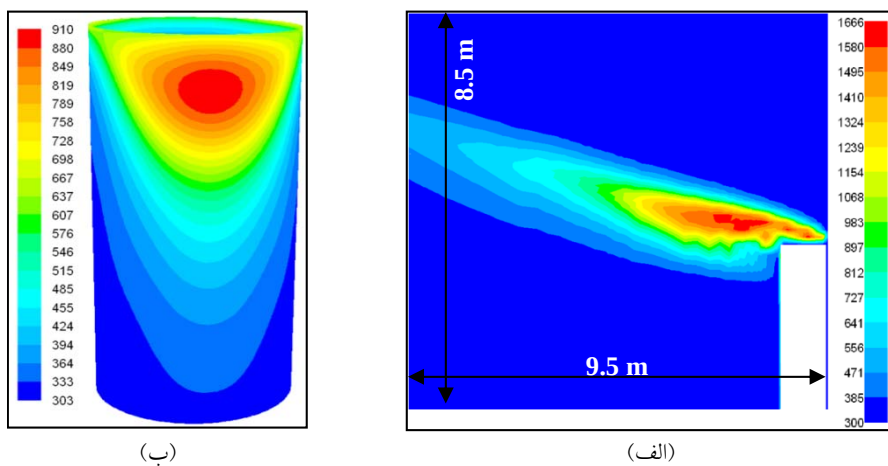
جدول ۴ سرعت های باد بررسی شده برای فلر پالایشگاه.

حالت	سرعت باد (m/s)
A	۲
B	۵
C	۱۰
D	۱۵
E	۳۰

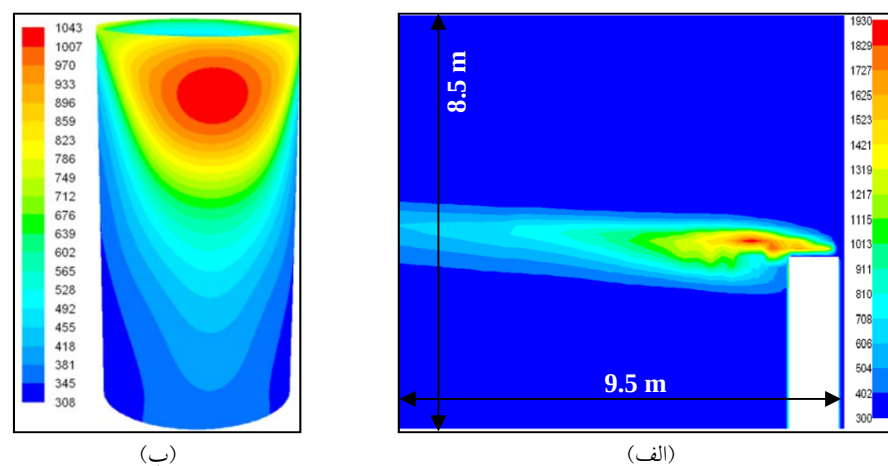
در سرعت باد 2 m/s شعله دارای شیب تقریباً 45° درجه نسبت به محور فلر است و با افزایش سرعت جریان باد، این زاویه به تدریج افزایش می یابد و به 90° درجه در سرعت باد 30 m/s می رسد. با افزایش سرعت باد، مومنتوم مربوط به آن در اطراف دهانه فلر مناسب با توان دوم سرعت آن افزایش می یابد و شعله را به حالت افقی درمی آورد. هم چنین با افزایش سرعت باد، دمای ماکزیمم و اندازه شعله کاهش می یابد. نکته بسیار مهم، افزایش دمای دیواره فلر با افزایش سرعت باد علی رغم کاهش دمای شعله است. بدین معنی که در سرعت های بالاتر دمای شعله کاهش پیدا کرده است، اما دمای دیواره فلر افزایش یافته است. علت این رفتار نزدیک تر شدن شعله به جدار فلر و افزایش ضریب انتقال حرارت بین شعله و جدار فلر می باشد. هم چنین با بیشتر شدن سرعت جریان باد، شدت چرخش گردابه های به وجود آمده در طرف پشت به باد فلر قوی تر می شوند و گازهای محترق شده بیشتر به سمت دیواره متمایل می شوند که باعث افزایش دما روی بدنه فلر خواهد شد.



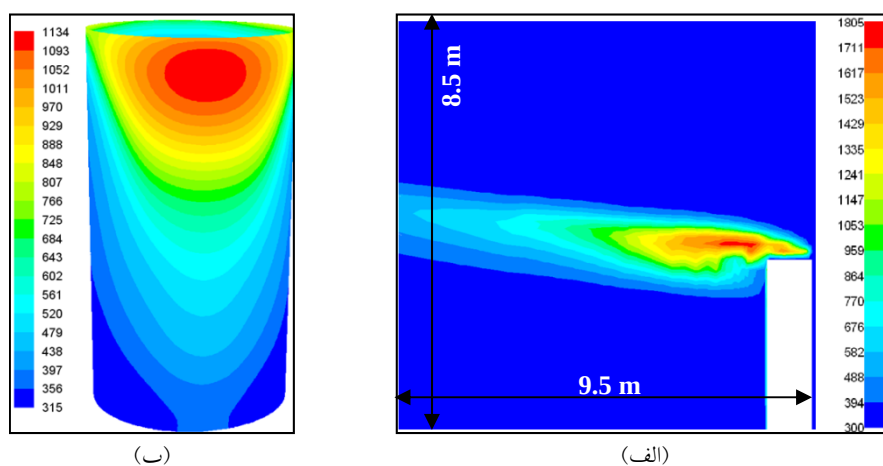
شکل ۸ (الف) توزیع دما و (ب) دمای جدار فلز در سرعت باد ۲ m/s.



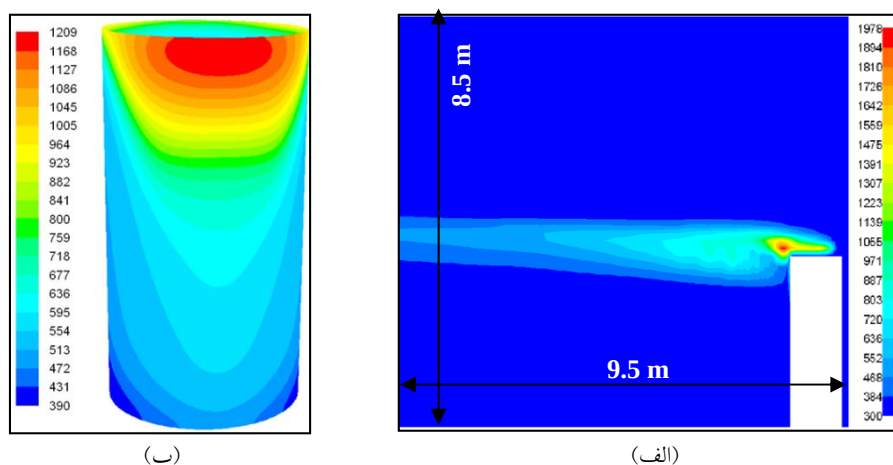
شکل ۹ (الف) توزیع دما و (ب) دمای جدار فلز در سرعت باد ۵ m/s.



شکل ۱۰ (الف) توزیع دما و (ب) دمای جدار فلز در سرعت باد ۱۰ m/s.



شکل ۱۱ (الف) توزیع دما و (ب) دمای جدار فلر در سرعت باد ۱۵ m/s.



شکل ۱۲ (الف) توزیع دما و (ب) دمای جدار فلر در سرعت باد ۳۰ m/s.

با گرادیان دمای حداکثر، تنش‌های حرارتی نیز دارای بیشترین مقدار هستند، لذا بیشترین تنش‌های حرارتی بر روی این خط به وجود می‌آیند. تغییر سرعت باد و تغییر تنش‌های حرارتی روی این خط، به مرور زمان می‌تواند باعث ایجاد خستگی و آسیب در جدار فلر شود. در شکل (۱۳) نتایج عکس‌برداری شده از محل ترک دیواره فلر نشان داده شده است. برای جلوگیری از ایجاد چنین ترک‌هایی می‌توان از فلرهای هواکمک و یا از مخروطی کردن نوک فلر برای افزایش سرعت جریان گاز خروجی از فلر و جلوگیری از خوابیدن شعله روی فلر استفاده کرد.

در سرعت باد ۲ متر بر ثانیه، موقعیت دمای حداکثر بدنه بر لبه دیواره فلر قرار دارد. به تدریج با افزایش سرعت باد بیشترین دمای بدنه از لبه فلر جدا می‌شود و به سمت پایین حرکت می‌کند؛ به طوری که در سرعت باد ۱۰ متر بر ثانیه، منطقه بیشترین دمای بدنه فلر پایین‌ترین موقعیت را نسبت به لبه بالایی فلر دارد. در سرعت باد ۱۵ متر بر ثانیه، منطقه بیشترین دمای شعله دوباره به سمت لبه فلر حرکت می‌کند. بنابراین با تغییر سرعت باد، منطقه بیشترین دمای شعله روی یک خط که از لبه بالایی فلر تا ۴۰ سانتی‌متر به سمت پایین کشیده می‌شود، حرکت می‌کند. از آنجایی که در نقاط

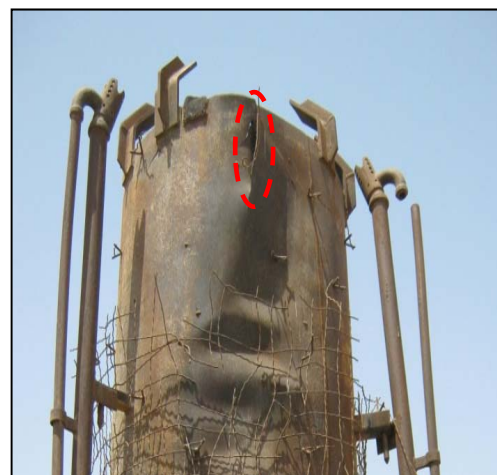
نتیجه گیری

سرعت و جهت جریان باد نقش مهمی بر شکل شعله و توزیع دمای ناشی از آن در بدنه مشعل های بلند پالایشگاه دارند. باتوجه به ارتفاع بلند این مشعل ها، انجام آزمایش در مقیاس واقعی بسیار دشوار و عملاً غیرممکن است. لذا در این مقاله اثر سرعت باد بر شکل شعله و توزیع دمای بدنه آنها با استفاده از شبیه سازی رایانه ای بررسی شده است. بدین منظور با استفاده از شبیه سازی سه بعدی احتراق آشفته در نوک مشعل، موقعیت شعله و دمای بدنه مشعل در سرعت های مختلف جریان باد محاسبه گردیده است. نتایج نشان می دهد با افزایش سرعت باد، محور شعله به سمت بدنه فلر منحرف می شود و در سرعت های بالا شعله روی بدنه مشعل می خوابد که سبب بالا رفتن دمای بدنه می گردد. جابه جا شدن موقعیت دمای بیشینه بدنه با تغییر سرعت باد، باعث ایجاد تنش های حرارتی مختلفی در بدنه فلر می شود که می تواند سبب ایجاد خستگی و گسیختگی طولی در بدنه مشعل گردد. تصویری از این نوع آسیب مشاهده شده در پالایشگاه نیز ارائه گردیده است. دقت قابل قبول نتایج این پژوهش نشان می دهد می توان از این ابزار عددی به طور مؤثری برای طراحی فلرها استفاده کرد.

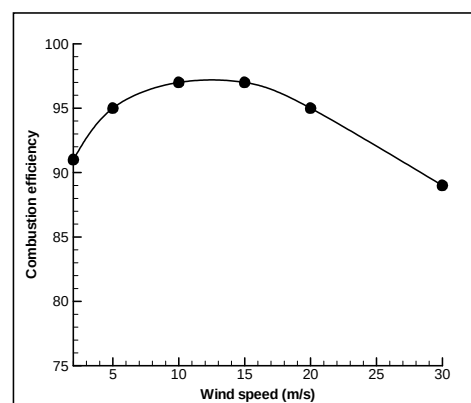
تشکر و قدردانی

این پروژه تحت حمایت پالایشگاه گاز سرخون و قشم با قرارداد پژوهشی شماره ۲۶۵۸۲۲ انجام شده است.

در شکل (۱۴) راندمان فلر نیروگاه برحسب سرعت جریان باد نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، راندمان تا سرعت ۱۵ متر بر ثانیه افزایش و پس از آن کاهش می یابد که این روند مشابه با روند تغییرات در فلر مطالعه شده در آزمایشگاه می باشد. افزایش سرعت باد به بیش از ۲۰ متر بر ثانیه علاوه بر این که سبب کاهش راندمان فلر می شود، باعث نزدیک تر شدن نقطه حداکثر دما به جداره فلر و افزایش دمای آن می شود.



شکل ۱۳ نمایش ناحیه آسیب دیده (سمت پشت به باد) در اطراف دهانه فلر



شکل ۱۴ نمودار راندمان فلر پالایشگاه برحسب سرعت جریان باد

مراجع

1. Johnson, M.R., Zastavniuk, O., Wilson D.J. and Kostiuk, L.W., "*Efficiency Measurements of Flares in a Cross Flow*", Combustion and Environment Group, Department of Mechanical Engineering, University of Alberta, (1999).
2. Johnson, M.R., Majeski, A.J., Wilson, D.J. and Kostiuk, L.W. "The combustion efficiency of a propane jet diffusion flame in cross flow", Combustion and Environment Group, Department of Mechanical Engineering, University of Alberta, (1998).
3. Majeski, A.J., Wilson D.J. and Kostiuk, L.W., "Size and trajectory of a flare in a cross flow", Combustion and Environment Group, Department of Mechanical Engineering, University of Alberta, Canada, (1999).
4. Stone, D.K., Lynch, S.K. and Pandullo, R.F., "*Flares*", U.S. Environmental Protection Agency Research Triangle Park, NC 27711, (1995).
5. Castieira, D. and Edgar, T.F., "*Computational Fluid Dynamics for Simulation of Wind-Tunnel Experiments on Flare Combustion Systems*", Department of Chemical Engineering, University of Texas at Austin, Texas 78712-0231, (2008).
۶. معصومی، ح. و آبروشن، ح.، بررسی عددی اثر تغییر زاویه مشعل‌ها بر پدیده احتراق در دیگ بخار یک نیروگاه منتخب، نشریه علمی-پژوهشی سوخت و احتراق، سال پنجم، شماره اول، بهار و تابستان (۱۳۹۱).
7. Baukal, C.E., Gershtein, V.Y. and Li, X., "*Computational Fluid Dynamics in Industrial Combustion*", CRC Press LLC: Boca Raton, FL, (2000).
8. Huang, R.F. and Chang, J.M., "The stability and visualized flame and flow structures of a combusting jet in cross flow", *Combustion and Flame*, No. 98, pp. 267-278, (1994).
9. Huang, R.F. and Wang, S.M., "Characteristic flow modes of wake-stabilized jet flames in a transverse air stream", *Combustion and Flame*, No. 117, pp. 59-77, (1999).
10. Bourguignon, E., Johnson, M.R. and Kostiuk, L.W., "The use of a closed-loop wind tunnel for measuring the combustion efficiency of flames in a cross flow", *Combustion and Flame*, No. 119, pp. 319-334, (1999).
11. Castieira, D. and Edgar, T.F., "CFD for Simulation of Steam-Assisted and Air-Assisted Flare", *Energy & Fuels*, No. 20, pp. 1044-1056, (2006).
12. Marra, F.S. and Continillo, G., "Dynamic Numerical Simulation of an Enclosed Flare", Italian Section of the Combustion Institute, Universita Degli Studi Di Napoli Federico II, (2009).
13. Langman, A.S. and Nathan, G.J., "Influence of a combustion-driven oscillation on global mixing in the flame from a refinery flare", *Experimental Thermal and Fluid Science*, No. 35, pp. 199-210, (2011).
14. Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W., "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", *J. Fluid Mech.*, No. 68(3), pp. 537-566, (1975).
15. FLUENT 6.3., User's Guide, Fluent Inc., (2006).
16. Jones, W.P. and Whitelaw, J.H., "Calculation Methods for Reacting Turbulent Flows: A Review", *Combustion and Flame*, No. 48, pp. 1-26, (1982).
17. Peters, N., "Turbulent Combustion", Cambridge University Press, (2004).
18. Johnson, M.R. and Kostiuk, L.W., "Efficiencies of low-momentum jet diffusion flames in crosswinds", *Combustion and Flame*, No. 123, pp. 189-200, (2000).

بررسی تجربی و شبیه‌سازی هیدروفرمینگ لوله‌های دولایه آلومینیوم-مس با تغذیه محوری*

غلامحسن پایگانه^(۱) کرامت ملک‌زاده فرد^(۲) جواد شهبازی کرمی^(۳) اورنگ چائیچی سیاهکل^(۴)

چکیده در کاربردهای خاص نظیر انتقال سیالات خورنده با درجه حرارت بالا که لوله‌های یک‌لایه عملکرد مناسبی ندارند، می‌توان از لوله‌های چندلایه استفاده نمود. برای شکل‌دهی این لوله‌ها فداآیند هیدروفرمینگ استفاده می‌گردد. در مقاله حاضر ابتدا شبیه‌سازی فرآیند شکل‌دهی لوله دولایه آلومینیوم-مس با استفاده از روش اجزای محدود با فرض همسانگرد بودن ماده صورت گرفت. سپس با طراحی و ساخت مجموعه هیدروفرمینگ لوله با قابلیت کنترل فشار داخلی و تغذیه محوری بر نتایج شبیه‌سازی‌های عددی صحت‌گذاری گردید. نتایج نشان دادند در بین سه منحنی بارگذاری خطی، مرحله‌ای و اسپیرالین، منحنی بارگذاری خطی بهترین حالت برای فرآیند شکل‌دهی است. همچنین هیدروفرمینگ لوله دولایه از توزیع ضخامت همگن‌تری نسبت به لوله یک‌لایه برخوردار است. نتایج تجربی، نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی را که برای پیش‌بینی منحنی بارگذاری استفاده می‌گردد، تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی هیدروفرمینگ لوله؛ اتصالات دولایه؛ منحنی بارگذاری؛ توزیع ضخامت شبیه‌سازی اجزای محدود.

Experimental Study and Simulation of Tube Hydroforming Process of Bi-layered Aluminum-Copper with Axial Feeding

G. Payganeh K. Malekzadeh Fard J. Shahbazi Karami O. Chaeichi Siahkal

Abstract Aluminum alloys, due to their light weight and resistant against corrosion, play a significant role in aviation and automobile industries. Hydroforming process can be used for the formation process of Aluminum alloys. In some applications such as in transferring very high temperature corrosive fluids use of multilayered pipes are recommended. This paper is divided in to two parts: in the first part, formation process of a two layered isotrope Aluminum-Copper pipe is simulated using a 3D finite element method. In the second part, to validate the simulation results, an experimental machine of hydroforming pipe with the capability of controlling the internal pressure and axial feeding is designed and built. Linear loading curve was selected as the best loading curve for the formation process based on a comparison between three different types of loading curves (linear, step-wise, and spline). Also, comparison between thickness distribution of hydroforming of single layer and two layered pipes showed that two-layered pipe has more homogenous distribution. According to the results, wrinkles created before bulging the pipe plays the role of axial feeding very well and the pipes have better thickness distribution. Experimental results verified simulation outcome that can be used to predict loading curves with a reasonable tolerance.

Key Words Tube hydroforming; two-layer connections; loading curve; thickness distribution; Finite element simulation

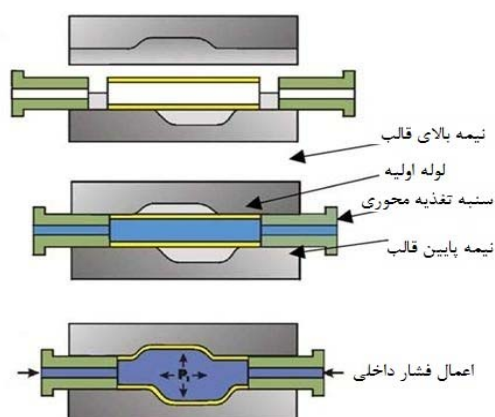
*تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۴/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۹/۳۰ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.48455

(۱) نویسنده مسئول: دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران. g.payganeh@srttu.edu

(۲) دانشیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران.

(۳) مربی، دانشجوی دکتری مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

(۴) کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.



شکل ۱ شماتیک فرآیند هیدروفرمینگ لوله [۲]

چو و همکاران [3] براساس روابط ریاضی برای عیوب فرآیند مانند کمانش، ترکیدگی و چروکیدگی یک پنجره محدودیت فرآیند را پیشنهاد کردند. آنها در نهایت یک منحنی بارگذاری بهینه برای یک قطعه آلومینیومی تحت بالچ آزاد به دست آوردند. پلانک و همکاران [4] یک روش تحلیلی برای تعیین ضریب اصطکاک در فرآیند هیدروفرمینگ لوله ارائه دادند. براساس این روش می توان ضریب اصطکاک را با استفاده از هندسه لوله تغییر شکل داده شده و خواص ماده، بدون اندازه گیری نیرو به دست آورد. سانگ و همکاران [5] بر روی انتخاب مناسب لوله اولیه و پیش فرم کار کردند. معیار درستی فرآیند حداقل نازک شدگی و چروکیدگی بود. یوان و همکاران [6] یک بررسی عددی و تجربی را بر روی ایجاد چروکیدگی حین فرآیند و تأثیر آن بر شکل پذیری و توزیع ضخامت در محصول نهایی انجام دادند. آنها چروکیدگی را به سه دسته مفید، مرده و منجر به ترکیدگی تقسیم بندی کردند که چروکیدگی مفید باعث افزایش شکل پذیری می شود. چو و همکاران [7] منحنی حد شکل دهی در فرآیند هیدروفرمینگ لوله را تحت شرایط متفاوت بارگذاری بررسی کردند.

در زمینه هیدروفرمینگ لوله های دولایه و کامپوزیتی نیز تحقیقاتی در سال های اخیر صورت گرفته است، وانگ و همکاران [8] مقاله ای در مورد تکنولوژی

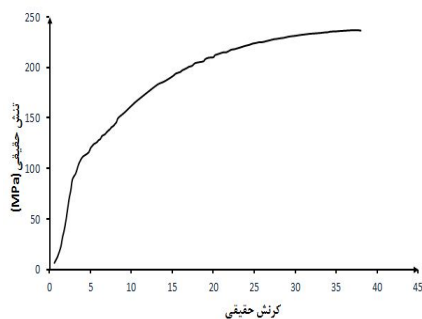
مقدمه

اگرچه فرآیند هیدروفرمینگ لوله از دهه اخیر در صنعت مورد توجه قرار گرفته است ولی پیشینه پیشرفت های روشی و نظری آن به سال ۱۹۴۰ میلادی برمی گردد [1]. هیدروفرمینگ لوله فرآیندی است که مقاطع لوله ای شکل با هندسه های متفاوت را از لوله گرد اولیه تولید می کند. در سال های اخیر، استفاده از محصولات فرآیند هیدروفرمینگ در صنایع هوایی و خودروسازی، به دلیل مزیت هایی که نسبت به محصولات فرآیندهای سنتی دارند، افزایش یافته است. از جمله مزیت های این فرآیند می توان به یکپارچه بودن محصول، کاهش وزن، چقرمگی و استحکام ساختاری بالا، پایین تر بودن هزینه ابزار، نیاز کمتر به عملیات اضافی و دقت ابعادی بالا اشاره کرد. این فرآیند دارای محدودیت هایی از قبیل، محدود بودن حداکثر فشار و نیروی محوری تأمین شده توسط سیستم و به وجود آمدن عیوبی مانند ترکیدگی، کمانش و چروکیدگی است. یک سیکل معمولی فرآیند در حدود ۱۵-۱۰ ثانیه است که از سایر فرآیندهای شکل دهی کندتر است. اما با در نظر گرفتن حذف عملیات اضافی مورد نیاز برای قطعات مانند مونتاژ و جوشکاری و هم چنین هزینه قالب و تجهیزات بالاتر، فرآیند هیدروفرمینگ به ویژه برای حجم تولید متوسط از نظر اقتصادی مقرون به صرفه است.

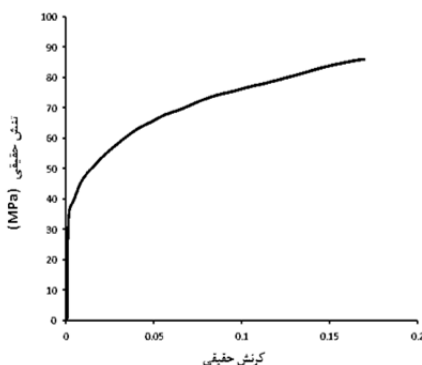
هیدروفرمینگ لوله را می توان، مطابق شکل (۱)، به عنوان فرآیندی تعریف کرد که عملیات آن با قرار دادن یک لوله مستقیم یا خم شده در درون قالب شروع می شود. سپس دو انتهای لوله آب بندی شده و لوله در اثر اعمال هم زمان فشار داخلی سیال و تغذیه محوری شکل حفره قالب را به خود می گیرد. معمولاً آب به همراه یک مکمل ضد خوردگی برای اعمال فشار داخلی مورد استفاده قرار می گیرد.

هیدروفرمینگ لوله طراحی گردید که توسط آن لوله‌های کامپوزیتی شکل‌دهی و نتایج تجربی خوبی به‌دست آمد.

جنس لوله. موفقیت کلی در فرآیند هیدروفرمینگ بستگی زیادی به خواص ماده لوله دارد. ویژگی‌های ماده مانند ترکیب، نوع جوش، مقاومت کششی و حد تسلیم، انعطاف‌پذیری و ناهمسانگردی باید قبل از فرآیند تعیین شده باشند. در این مقاله برای جداره خارجی آلومینیوم مطابق استاندارد ASTM A ۱۰۵۰ و برای جداره داخلی لوله مسی مطابق استاندارد ASTM ۱۱۰۰ در نظر گرفته شده است. براساس آزمون کشش لوله‌ها که در آزمایشگاه خستگی و شکست پژوهشکده صنایع هوایی انجام شد، نمودار تنش-کرنش مواد به‌دست‌آمده در شکل‌های (۲ و ۳) نشان داده شده است. هم‌چنین خواص مکانیکی و مشخصات لوله‌های داخلی و خارجی به‌ترتیب در جدول‌های (۱ و ۲) آورده شده است [10].



شکل ۲ نمودار تنش-کرنش لوله داخلی از جنس مس



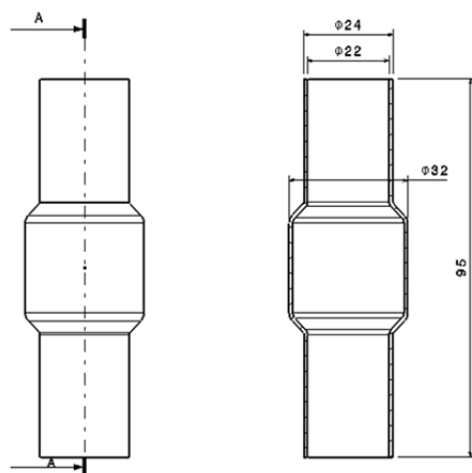
شکل ۳ نمودار تنش-کرنش لوله خارجی از جنس آلومینیوم

هیدروفرمینگ لوله‌های دوفلزی منتشر کردند. در کاربردهایی نظیر تولید نفت، نیروگاه‌های اتمی و پالایشگاه‌ها باید از لوله‌های مقاوم به خوردگی استفاده شود. برای این‌که استحکام مکانیکی و چقرمگی لوله‌ها تأمین شود، باید از ضخامت‌های بالا استفاده نمود که باعث بالا رفتن قیمت این لوله‌ها می‌گردد. به همین علت لایه داخلی که با سیال در ارتباط است را به ضخامت حدود ۲ تا ۳ میلی‌متر از آلیاژ مقاوم به خوردگی در نظر گرفته و لایه خارجی را برای مقاومت مکانیکی از فولاد ارزان قیمت در نظر می‌گیرند. برای ایجاد اتصال بین دولایه می‌توان از روش‌های متالورژیکی نظیر اکستروژ مشترک، نورد گرم و یا اتصال دادن با انفجار و یا روش‌های مکانیکی نظیر فرآیند هیدروفرمینگ استفاده نمود. در این مقاله فرآیند هیدروفرمینگ این گونه لوله‌ها به‌صورت تئوری و تجربی تحقیق شده است. اسلام و همکاران [9] شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی بر مبنای اعمال فشار داخلی و بارگذاری محوری برای تولید اتصالات دولایه X و T شکل بدون درز انجام دادند، کاربردهای صنعتی این لوله‌ها و اتصالات در خطوط ذخیره و ارسال هوا، کشتی‌سازی، صنعت هوافضا و دستگاه‌های تبرید است. در این مقاله شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار انسیس برای لوله دولایه با لایه داخلی از جنس مس و لایه خارجی از جنس برنج آنیل شده انجام شده است.

مهم‌ترین پارامتر مؤثر شکل‌دهی در فرآیند هیدروفرمینگ منحنی بارگذاری است. این منحنی نشان‌دهنده نحوه تغییرات فشار داخلی و تغذیه محوری در زمان شکل‌دهی است. از این‌رو هدف اصلی این مقاله یافتن یک منحنی بارگذاری مناسب برای یک اتصال کامپوزیتی دولایه از جنس آلومینیوم-مس است. در این راستا فشارهای موردنیاز برای شکل‌دهی محاسبه می‌گردد. سپس فرآیند هیدروفرمینگ لوله کامپوزیتی شبیه‌سازی شده تا نحوه شکل‌دهی اتصال بررسی گردد و فرآیند طوری طراحی شود که قطعه بدون عیب تولید گردد. بر پایه نتایج شبیه‌سازی و تحلیلی دستگاه

شبیه سازی فرآیند

به منظور دستیابی به یک منحنی بارگذاری مناسب برای تغییر شکل دادن لوله دولایه مسی-آلومینیومی لازم است تغییر شکل لوله در زمان اعمال نیروهای شکل دهی بررسی شود. با بررسی تغییر شکل ایجاد شده روی لوله منحنی های بارگذاری طوری تغییر داده می شوند تا یک قطعه سالم و بدون عیب تولید گردد. با توجه به این که دستیابی به این هدف به صورت تحلیلی مشکل است از روش اجزای محدود استفاده شده است.



شکل ۵ ابعاد قطعه نهایی

ابعاد محصول نهایی در شکل (۵) دیده می شود. برای تعیین طول اولیه لوله از تئوری حجم ثابت استفاده می گردد. در این تئوری فرض بر این است که ضخامت لوله در کل فرآیند ثابت می ماند، در نتیجه با محاسبه حجم قطعه نهایی در نرم افزار کتیا که تقریباً برابر با 3294 mm^3 است، از معادله (۱) تخمینی از طول اولیه لوله به دست می آید.

$$V_2 = V_1 = \pi(D_0 t_0 - t_0^2)L_0 \quad (1)$$

$$\rightarrow L_0 = \frac{3293.7}{\pi(24 \times 1.8 - 3.24)} \cong 105 \text{ mm}$$

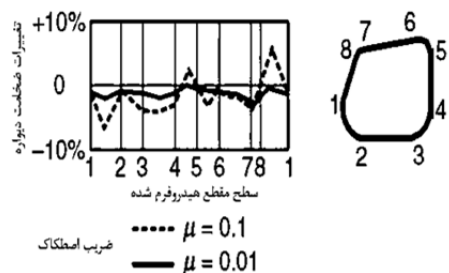
جدول ۱ خواص و ابعاد لوله داخلی از جنس مس

۰/۸	ضخامت (mm)	۳۶۵	[9] ضریب استحکام k(MPa)
۲۲	قطر خارجی (mm)	۸/۹	[9] چگالی $\rho, \text{g/cm}^3$
۱۳۰	تنش تسلیم σ_y (MPa)	۰/۳۶	[9] ضریب اصطکاک، μ
۲۹۰	حداکثر تنش کششی σ_{uts} (MPa)	۸۵	[9] مدول الاستیسیته، E (GPa)
		۰/۳۲	[9] ضریب پواسون، ν

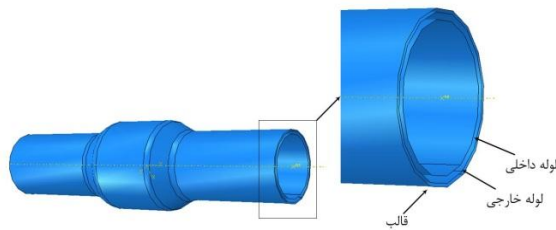
جدول ۲ خواص و ابعاد لوله خارجی از جنس آلومینیوم

۱	ضخامت (mm)	۱۰۵	[9] ضریب استحکام k(MPa)
۲۴	قطر خارجی (mm)	۲/۷	[9] چگالی $\rho, \text{g/cm}^3$
۶۵	تنش تسلیم σ_y (MPa)	۰/۴۰	[9] ضریب اصطکاک، μ
۹۹	حداکثر تنش کششی σ_{uts} (MPa)	۷۰	[9] مدول الاستیسیته، E (GPa)
		۰/۳	[9] ضریب پواسون، ν

تأثیر اصطکاک بر توزیع ضخامت دیواره یک سطح مقطع مشخص، در شکل (۴) نشان داده شده است که توسط شبیه سازی به کمک روش اجزای محدود صورت پذیرفته است [11]. با توجه به شکل، افزایش ضریب اصطکاک که به جنس لوله خارجی و دیواره قالب بستگی دارد، سبب کاهش منطقه ای ضخامت دیواره لوله در شعاع نواحی گوشه ای قطعات هیدروفورم شده می گردد که سبب گلوبی شدن زودرس خواهد شد. بنابراین اندازه گیری هایی که در کاهش اصطکاک به کار می رود، سبب بهبود شکل دهی می گردد.



شکل ۴ تأثیر اصطکاک بر تغییر ضخامت دیواره لوله [10]



شکل ۶ مدل هیدروفرمینگ دولایه در آباکوس

منحنی های بارگذاری

منحنی بارگذاری خطی. در این نوع بارگذاری مقدار فشار داخلی و تغذیه محوری به صورت کاملاً خطی از ابتدا تا انتهای فرآیند بر لوله دولایه افزایش می یابد. این نوع بارگذاری در بسیاری از مراجع مورد استفاده قرار گرفته است [14, 15]. شکل (۷) نمونه ای از این نوع بارگذاری را نمایش می دهد. به منظور دستیابی به این منحنی بارگذاری خطی ابتدا بدون اعمال تغذیه محوری مقدار فشار نهایی افزایش می یابد تا گوشه های قالب کاملاً پر شود. پس از تعیین مقدار فشار مورد نیاز برای پر شدن گوشه قالب در شبیه سازی مقادیر مختلف تغذیه محوری نیز به صورت خطی هم زمان با اعمال فشار به دست آمده استفاده گردید تا نازک شدگی کاهش یابد.

منحنی بارگذاری مرحله ای. در بارگذاری مرحله ای تغذیه محوری از ابتدای فرآیند اعمال نمی شود [16]. در انتهای فرآیند هم که فشار کالیبراسیون برای پر شدن گوشه ها استفاده می شود تغذیه محوری تأثیر چندانی ندارد و مقدار آن تغییر نمی کند. نمونه ای از این منحنی بارگذاری در شکل (۸) نشان داده شده است. فشار مورد نیاز برای شروع تغییر شکل پلاستیک در لوله، فشار تسلیم P_{yield} نامیده می شود. تا زمانی که لوله در ناحیه الاستیک است، تغذیه محوری مورد نیاز نیست و بر روی لوله اعمال نمی گردد. فشار شکل دهی $P_{bursting}$ مقدار فشار مورد نیاز برای ایجاد تغییر شکل پلاستیک روی لوله و بالج آن تا رسیدن به دیواره قالب است. در زمان

شکل (۶) مدل شبیه ساز را نمایش می دهد که در ابتدای فرآیند شکل دهی قرار دارد. قالب به صورت صلب و لوله ها به صورت تغییر شکل پذیر مدل شده اند. هیدروفرمینگ لوله در زمرة شکل دهی ورق های فلزی طبقه بندی می شود. در راهنمای نرم افزار آباکوس پیشنهاد شده است که اگر نسبت ضخامت به یک شاخص بعد کل سازه کم تر از $0/1$ باشد، می توان جسم را به صورت پوسته مدل سازی کرد. از آنجا که المان های چندمنظوره برای مدل سازی کرنش های غشایی بزرگ در پوسته مناسب هستند، المان S4R که یکی از المان های چندمنظوره است برای مدل سازی ورق انتخاب شد. این المان دارای چهار گره است و از روش انتگرال گیری کاهش یافته استفاده می کند. ۸۶۴۰ المان چهارگره ای نوع S4R با یک نقطه انتگرال گیری روی سطح لوله خارجی و ۷۹۲۰ المان از همین نوع روی لوله داخلی ایجاد شد و از فشار یکنواخت سطحی به جای فشار روغن استفاده گردید. منحنی تنش-کرنش حقیقی لوله ها بر طبق نتایج آزمایش های کشش در دمای محیط در نرم افزار وارد گردید. با توجه به این که قالب ها با استفاده از مدل صلب تحلیلی مدل شده اند، برای تعریف تماس آنها با لوله از الگوریتم زوج تماسی و گزینه سطح به سطح استفاده شده است. قالب در همه جهات مقید شده است و برای اعمال تغذیه محوری قید جابه جایی بر روی دو لبه انتهایی لوله ها استفاده شده است. مطالعات زیادی در زمینه بهینه سازی منحنی بارگذاری انجام شده است [5, 13, 12]. هدف این مقاله بهینه سازی منحنی بارگذاری نیست و برای به دست آوردن یک منحنی بارگذاری مناسب منحنی های بارگذاری خطی، مرحله ای و اسپیلاین بررسی می گردد و نتایج مورد مقایسه قرار می گیرد.

که در آن σ_u ، حداکثر تنش کششی هر یک از لوله‌ها، t_{01} ، t_{02} و D_{01} ، D_{02} به ترتیب ضخامت و قطر اولیه لوله‌های داخلی و خارجی و r_b شعاع گوشه قالب است. شکل (۹) تغییر شکل لوله در سه مرحله ذکر شده در شبیه‌سازی را نمایش می‌دهد.

منحنی فشار بر پایه اسپیلاین. در مرجع [17] برای محاسبه منحنی تغییرات فشار از اسپیلاین استفاده شده است. به این منظور از معادله (۵) برای محاسبه منحنی فشار داخلی استفاده می‌شود. در این رابطه T زمان فرآیند، t_0 ضخامت نهایی لوله، d_i قطر نهایی لوله، K ضریب استحکام و α و β نسبت‌های تنش و کرنش هستند که از معادلات (۶ و ۷) محاسبه می‌شوند.

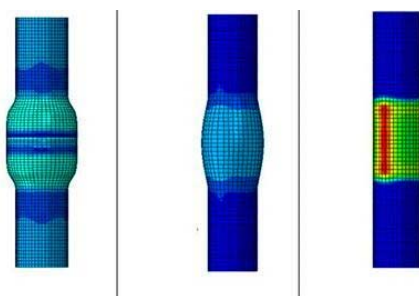
$$P = \left(1.67T^3 - 4T^2 + 3.33T \right) \frac{2t_i}{d_i - t_i} \quad (5)$$

$$K \left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) (1 + \beta + \beta^2)^{\frac{1}{2}} 4\alpha \right] \quad (6)$$

$$\frac{1}{(1 - \alpha - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

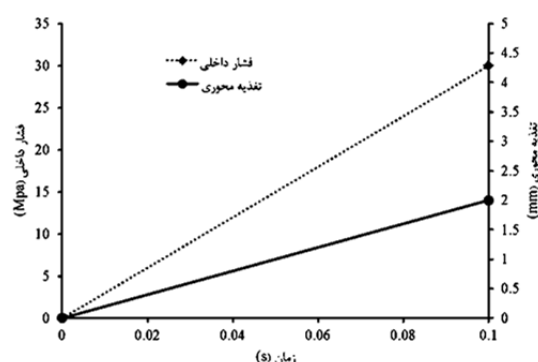
$$\alpha = \frac{\sigma_b}{\sigma_a} \quad (6)$$

$$\beta = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a} \quad (7)$$

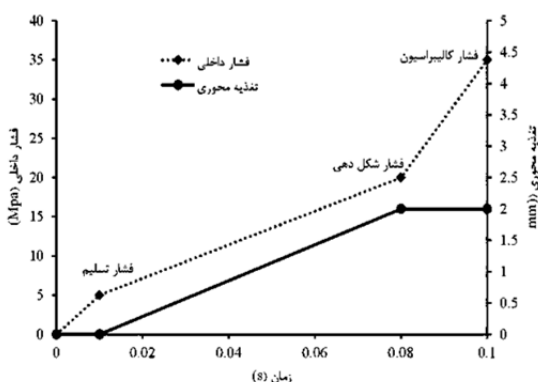


شکل ۹ تغییر شکل لوله در سه مرحله الف) تسلیم، ب) شکل‌دهی و ج) کالیبراسیون

زیاد شدن فشار داخلی از فشار تسلیم به فشار شکل دهی برای جلوگیری از نازک شدن دیواره لوله، تغذیه محوری اعمال می‌شود. فشار کالیبراسیون $P_{calibration}$ مقدار فشار مورد نیاز برای پر شدن کامل گوشه‌های قالب است که در زمان اعمال آن، تغذیه محوری برداشته شده و یا مقدار کمی خواهد داشت. برای محاسبه فشارهای معرفی شده می‌توان از معادلات (۲ و ۳ و ۴) استفاده کرد [16].



شکل ۷ منحنی بارگذاری خطی



شکل ۸ منحنی بارگذاری مرحله‌ای به همراه تغذیه محوری

$$P_{yield} = \sigma_{y1} \frac{2t_{01}}{D_{01} - t_{01}} + \sigma_{y2} \frac{2t_{02}}{D_{02} - t_{02}} \quad (2)$$

$$P_{bursting} = \sigma_{u1} \frac{4t_{01}}{D_{01} - t_{01}} + \sigma_{u2} \frac{4t_{02}}{D_{02} - t_{02}} \quad (3)$$

$$P_{calibration} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{u1} \ln \frac{r_b}{r_b - t_{01}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{u2} \ln \frac{r_b}{r_b - t_{02}} \quad (4)$$

در این معادلات σ_a ، σ_b و ε_a و ε_b به ترتیب تنش در راستای طولی و محیطی و کرنش در راستای طولی و محیطی لوله هستند. کرنش در راستای محیطی لوله از معادله (۸) به دست می آید و سپس براساس قانون حجم ثابت و قانون جریان β و α از معادلات (۹) و (۱۰) محاسبه می شوند.

$$\varepsilon_a = \ln \left(\frac{d_i - t_i}{d_0 - t_0} \right) \quad (8)$$

$$\beta = - \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_a} + 1 \right) \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{2\beta + 1}{2 + \beta} \quad (10)$$

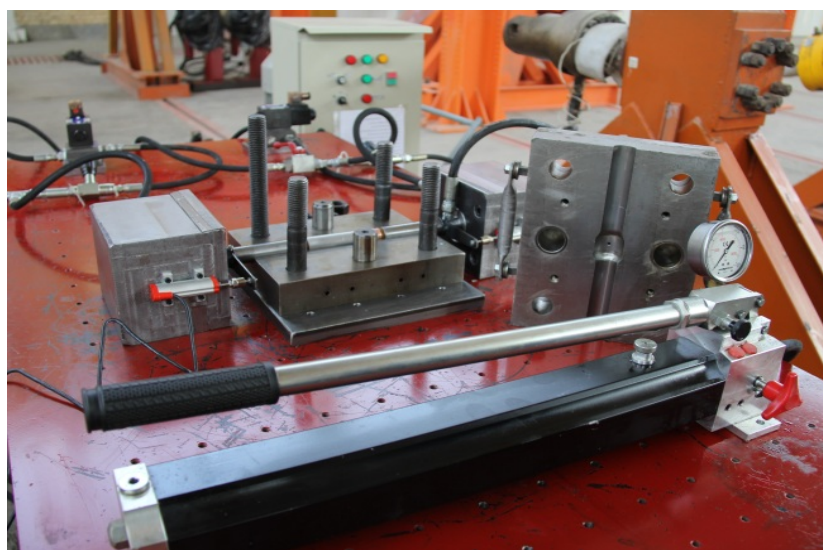
ε_r کرنش در راستای ضخامت لوله است که با فرض حداکثر نازک شدگی ۳۰٪ محاسبه خواهد شد. ضخامت نهایی (t_i) برابر با ۷۰٪ ضخامت اولیه (t_0) در نظر گرفته می شود. با توجه به این که در این مقاله هیدروفرمینگ لوله دولایه بررسی شده است برای محاسبه منحنی فشار، مقادیر مربوط به هر لوله با توجه به خواص و ابعاد آنها جداگانه محاسبه می گردد و سپس باهم جمع می گردند. به منظور در نظر گرفتن تأثیر اصطکاک یک ضریب برابر ۱/۳۵ در مقادیر محاسبه شده ضرب خواهد گردید [17].

بخش تجربی

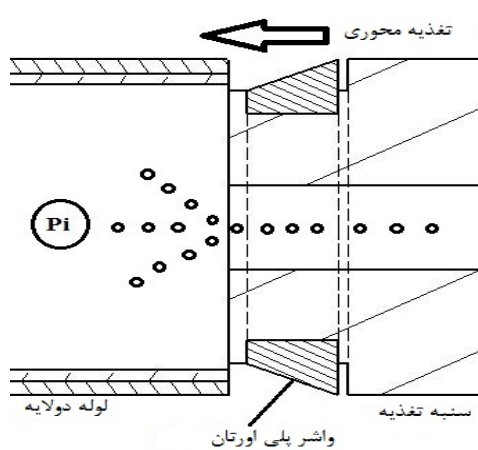
دستگاه هیدروفرمینگ لوله با قابلیت اعمال منحنی های بارگذاری متفاوت، طراحی و در پژوهشکده سازمان صنایع هوایی ساخته شد (شکل ۱۰). کوچک ترین نشتی در دو انتهای لوله ها سبب افت فشار داخلی و عدم موفقیت در فرآیند می گردد. آب بندی دو سر لوله توسط حلقه هایی از جنس پلی اورتان صورت می گیرد (شکل ۱۱). فشار داخلی توسط پمپ دستی ۷۰۰ بار اعمال

می گردد. فشار داخل محفظه شکل دهی به وسیله فشارسنج نصب شده بر روی پمپ دستی نمایش داده می شود. میزان تغذیه محوری و پیش روی هم زمان سنبه ها توسط مدار هیدرولیک (شکل ۱۲) کنترل می شود. خط کش های اهمی نصب شده بر روی هر کدام از سنبه ها مقدار جابه جایی آنها را تشخیص می دهد و این مقدار توسط برد الکترونیک مجهز به نرم افزار لب ویو با یکدیگر مقایسه می گردند تا جک ها هم زمان به پیش روی ادامه دهند. با تحریک شیرهای سلونوئیدی ۱ و ۲ مدار مربوط به سنبه ای که پیش روی بیشتری دارد قطع می گردد و فشار پشت جک ها توسط شیرهای یک طرفه ۵ حفظ می شود. توسط شیرهای کنترل جریان ۳ و ۴ می توان سرعت اعمال تغذیه محوری هر کدام از سنبه ها را به صورت دستی تنظیم کرد. در پایان شکل دهی، شیرهای ربع گرد ۶ و ۷ مسیر روغن به تخلیه را باز می کنند و بدین ترتیب سنبه ها به موقعیت اولیه خود بازمی گردند. به منظور تأمین نیروی تغذیه محوری از منبع هیدرولیک ۲۵۰ بار استفاده شده است.

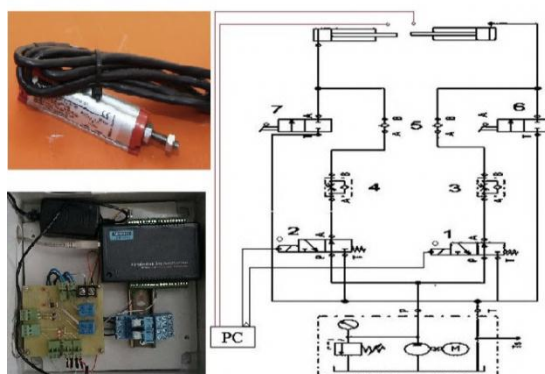
انتخاب جنس اجزای ماشین بستگی به استحکامی دارد که از آنها انتظار می رود. محفظه نگهداری سیلندرها، صفحه زیرین قالب و درپوش محفظه از جنس فولاد معمولی ۳۲ st انتخاب شدند. میل بوش راهنمای قالب از جنس فولاد عملیات حرارتی شده معروف به CK۴۵ است. از دو میل بوش راهنما با انطباق HV/n۶ جهت هم راستایی دو نیمه قالب استفاده شده است. هم راستایی سنبه های تغذیه محوری با توجه به حرکت جک ها از موارد مهم و کلیدی ساخت قالب است که با موقعیت دهی دقیق پیچ های محفظه نگه دارنده سیلندرها و صفحه زیرین قالب بر روی صفحه اصلی ماشین تأمین می شود. هم چنین فاصله طولی هر کدام از سیلندرها از مرکز قالب که تعیین کننده طول فاصله آب بندی در فرآیند است نیز با دقت بالا به طور یکسان تنظیم می گردد.



شکل ۱۰ نمای کلی از دستگاه هیدروفرمینگ لوله



شکل ۱۱ شماتیک آببندی دو سر لوله



شکل ۱۲ مدار هیدرولیک و کنترل تغذیه محوری

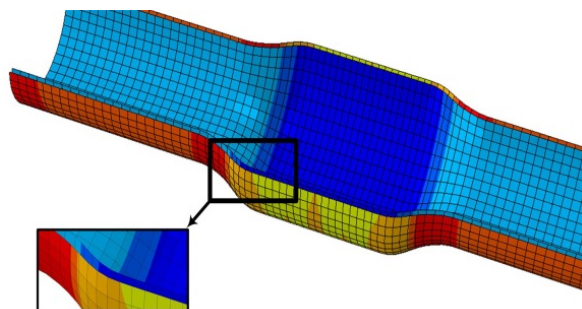
نتایج و بحث

در این بخش نتایج شبیه‌سازی فرآیند هیدروفرمینگ دولایه تحت منحنی‌های بارگذاری مختلف بررسی و باهم مقایسه می‌شوند. به‌منظور تشخیص بهتر نتایج در شکل‌دهی لوله دولایه آلومینیوم-مس به بررسی مجزای هر یک از لایه‌ها می‌پردازیم (شکل ۱۳). هم‌چنین هیدروفرمینگ یک لایه و دولایه نیز مقایسه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی نیز مورد مقایسه قرار خواهند گرفت.

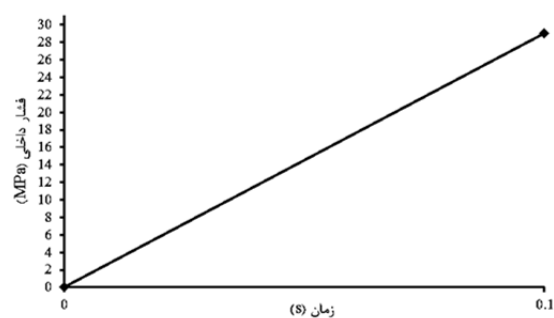
منحنی بارگذاری خطی. همان‌طور که در بخش شبیه‌سازی اشاره شد. منحنی فشار خطی به‌صورت شکل (۱۴) به‌دست آمد. در این حالت و بدون اعمال تغذیه محوری حداکثر نازک‌شدگی دیواره لوله آلومینیومی برابر با $57/1\%$ و برای لوله مسی برابر با $49/25\%$ خواهد بود. مشخص است که به‌دلیل نازک‌شدگی سریع، لوله با فشار کمتری نسبت به زمانی که تغذیه محوری از نازک‌شدگی جلوگیری می‌کند، قالب را پر می‌کند. برای کاهش نازک‌شدگی، منحنی‌های تغذیه محوری مطابق شکل (۱۵) به‌صورت برابر به دو انتهای لوله وارد گردید. البته با توجه به این‌که تغذیه محوری از نازک‌شدگی سریع جلوگیری خواهد کرد مقدار فشار موردنیاز برای پر شدن قالب در هر مقدار تغذیه محوری، متفاوت خواهد بود. مقدار حداکثر فشار داخلی موردنیاز متناظر با هر

تغذیه محوری در جدول (۳) نشان داده‌شده است. هم‌چنین در تغذیه محوری‌های بالای ۳ میلی‌متر، نیاز به مقادیر بالاتر از فشار داخلی کاهش می‌یابد زیرا تغذیه محوری زیاد باعث جریان سریع ماده به داخل حفره قالب خواهد گردید.

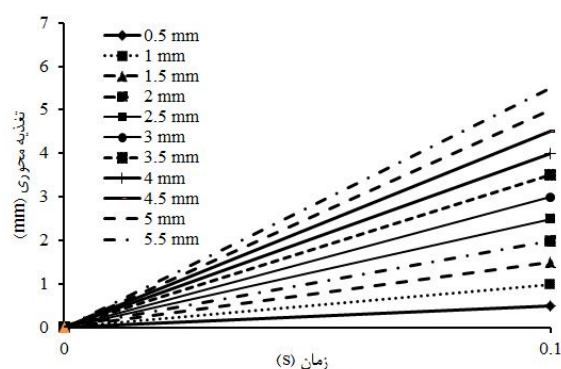
با بیشتر شدن تغذیه محوری نازک‌شدگی لوله‌ها کاهش می‌یابد. نتیجه اعمال منحنی‌های تغذیه محوری مختلف بر درصد نازک‌شدگی لوله‌ها، به همراه نمونه‌های حاصل از شکل‌دهی برای تغذیه‌های محوری ۲ و ۵/۵ میلی‌متر در شکل (۱۶) مشاهده می‌گردد. با تغذیه محوری بیشتر از ۶ میلی‌متر روی لوله چروکیدگی ایجاد می‌شود. در منحنی بارگذاری خطی همیشه نازک‌ترین موقعیت در وسط قطعه نهایی وجود دارد شکل (۱۷). تا قبل از تماس اولیه ناحیه بالج لوله، وسط لوله بیشتر از بقیه نقاط نازک می‌شود. سپس با تماس وسط لوله به دیواره قالب و در نتیجه شکل‌گیری گوشه‌ها، لوله از وسط دچار کشیدگی طولی می‌شود و ضخامت وسط آن کاهش می‌یابد. درحالی‌که با ادامه فرآیند و اعمال تغذیه محوری تا پایان فرآیند گوشه قالب راحت‌تر شکل می‌گیرد و نازک‌شدگی آن کمتر خواهد بود. در نهایت منحنی بارگذاری خطی مناسب برای شکل‌دهی مطابق شکل (۱۸) به‌دست می‌آید. با اعمال این منحنی بارگذاری حداکثر نازک‌شدگی لوله آلومینیومی $9/3\%$ و لوله مسی $7/5\%$ خواهد بود.



شکل ۱۳ نتایج شبیه‌سازی لوله دولایه



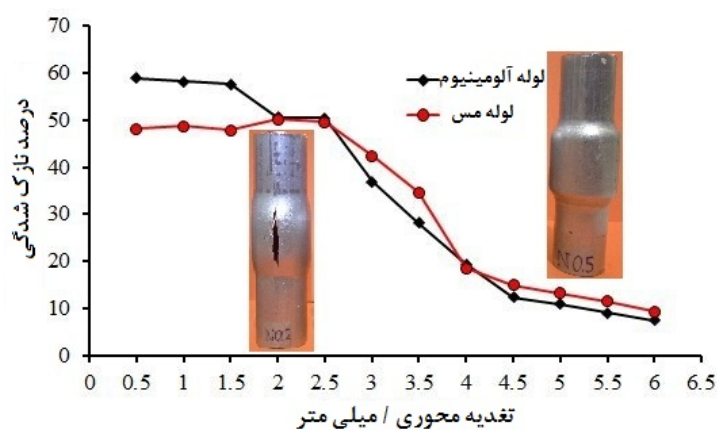
شکل ۱۴ منحنی فشار خطی بدون تغذیه محوری



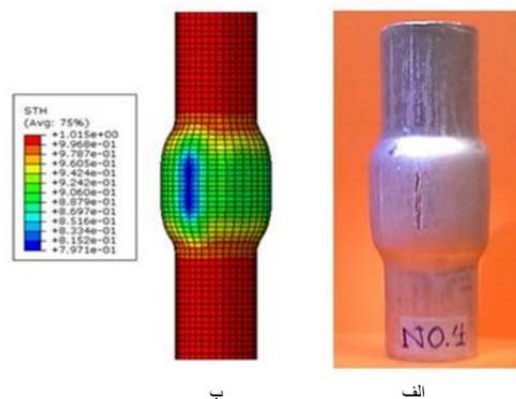
شکل ۱۵ منحنی های تغذیه محوری خطی

جدول ۳ فشارهای داخلی مورد نیاز متناظر با تغذیه محوری

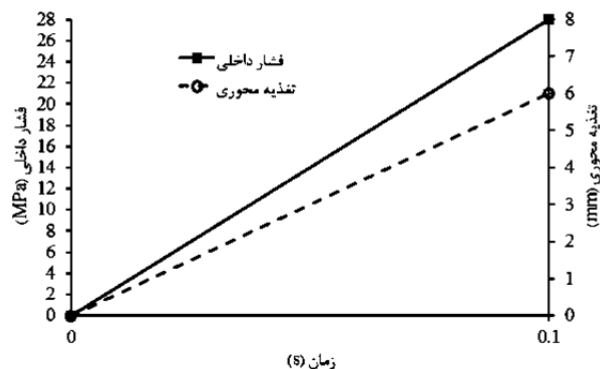
تغذیه محوری (mm)	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فشار پر شدن قالب (MPa)	۳۰/۱	۳۰/۳	۳۰	۲۹/۵	۲۹	۲۸



شکل ۱۶ نازک شدگی لوله ها با منحنی های مختلف خطی تغذیه محوری



شکل ۱۷ توزیع ضخامت در لوله خارجی با تغذیه محوری خطی ۴ میلی متر: الف) تجربی ب) شبیه سازی



شکل ۱۸ منحنی بارگذاری خطی برای کمترین نازک شدگی در لوله دولایه

منحنی بارگذاری مرحله ای. شکل (۱۹) منحنی

بارگذاری مرحله ای به دست آمده از روش تحلیلی و شبیه سازی را بدون اعمال تغذیه محوری مورد مقایسه قرار می دهد. همان طور که مشاهده می شود تنها تفاوت دو منحنی در مقدار فشار کالیبراسیون است که برای روش تحلیلی بیشتر است و فشار تسلیم و شکل دهی در دو حالت تقریباً برابر می باشند. البته باتوجه به این که در مرحله کالیبراسیون به دو انتهای لوله تغذیه محوری اعمال نمی گردد، مقدار فشار نهایی یا کالیبراسیون در ضخامت نهایی تأثیرگذار نیست و هر چه این فشار زیادتر شود بعد از پر شدن گوشه های قالب ضخامت قطعه نهایی تغییری نخواهد داشت. مقدار فشار کالیبراسیون به دست آمده از شبیه سازی در حالت بدون تغذیه محوری برابر فشار پر شدن قالب در حالت بارگذاری خطی است. درواقع بدون اعمال تغذیه

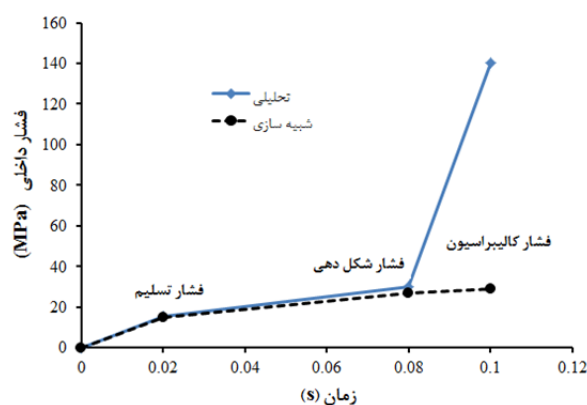
محوری مسیر فشار روی فشار پرشدگی قالب تأثیری نخواهد داشت.

مقدار نازک شدگی لوله ها برای دو حالت تحلیلی و شبیه سازی در جدول (۴) نشان داده شده است که منحنی به دست آمده از شبیه سازی نازک شدگی کمتری دارد. البته باتوجه به درصد نازک شدگی، مشخص است که تحت اثر هر دو منحنی لوله ها قبل از پر شدن گوشه قالب و شکل گرفتن قطعه دچار ترکیدگی شده اند که برای رفع این مشکل باید از تغذیه محوری استفاده شود. به دلیل این که تغذیه محوری در مرحله دوم شکل دهی یعنی بین فشار تسلیم و فشار کالیبراسیون وارد فرآیند می شود، هفت مقدار متفاوت برای فشار شکل دهی و فشار تسلیم در نظر گرفته شد. منحنی های فشار داخلی در شکل (۲۰) مشاهده می شوند که در آنها فشارهای اولیه به دست آمده از شبیه سازی تغییر

تغذیه محوری مقدار نازک‌شدگی کاهش داشته است. اعداد به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که شکل‌دهی قطعه موردبررسی با تغذیه‌های کمتر از دو میلی‌متر امکان‌پذیر نیست؛ اما کمترین مقدار نازک‌شدگی مربوط به منحنی فشار P_1 و منحنی تغذیه S_7 بوده است. زمانی که تغذیه محوری لوله‌ها در دو طرف آغاز می‌شود هنوز فشار کافی برای بالاج آنها تأمین نشده است و در نتیجه چروکیدگی آنها قبل از رسیدن به مرحله کالیبراسیون حتمی خواهد بود.

یافته است. به همین ترتیب هفت حالت تغذیه محوری متفاوت از صفر تا ۶ میلی‌متر مطابق شکل (۲۱) بر روی لوله اعمال گردید. در نتیجه ۴۹ حالت متفاوت موردبررسی قرار گرفت تا قطعه بدون عیب به‌وسیله منحنی بارگذاری مرحله‌ای تولید گردد.

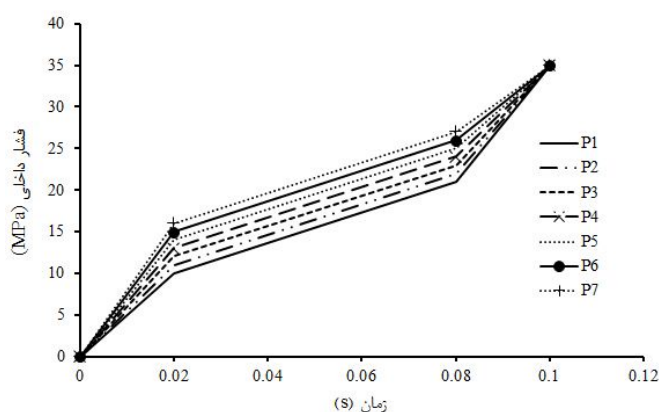
شایان ذکر است که فشار کالیبراسیون در همه حالت‌ها مقداری برابر در نظر گرفته شد. البته این فشار باید با توجه به محدودیت‌های دستگاه هیدروفرمینگ انتخاب شود. زمان فرآیند در همه حالت‌ها برابر ۰/۱ در نظر گرفته شد. برای همه منحنی‌های فشار با افزایش



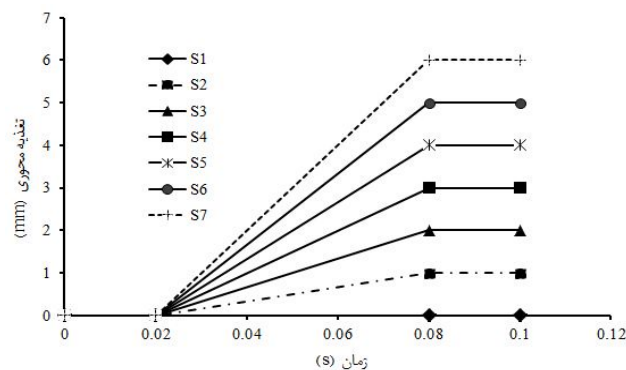
شکل ۱۹ منحنی بارگذاری مرحله‌ای

جدول ۴ درصد مقدار نازک‌شدگی در حالت بدون تغذیه محوری برای دو منحنی بارگذاری مرحله‌ای

نوع منحنی	لوله آلومینیومی	لوله مسی
تحلیلی	۶۴/۵	۵۵/۶
شبیه‌سازی	۶۰	۵۰/۲



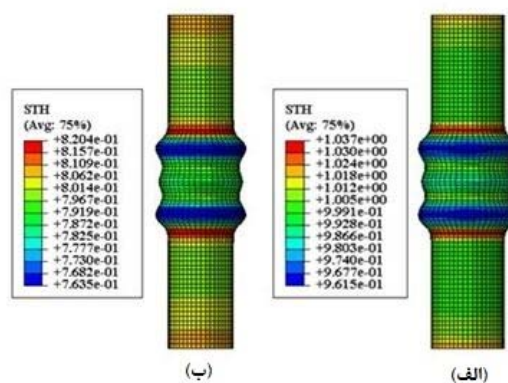
شکل ۲۰ منحنی‌های فشار مرحله‌ای



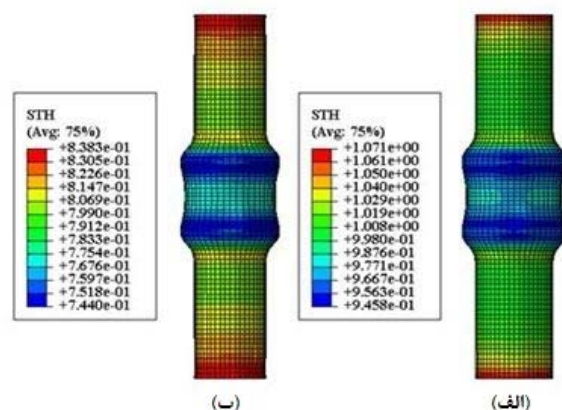
شکل ۲۱ منحنی های تغذیه محوری مرحله ای

چروکیدگی کاملاً متقارن، همگن بودن خواص لوله ها است. در مورد منحنی های فشار دیگر نیز با تغذیه محوری زیاد، نازک شدگی خیلی کمی رخ داده است. با بالاتر رفتن فشار تسلیم و فشار شکل دهی احتمال ایجاد چروکیدگی مفید کمتر شده و نازک شدگی کمی افزایش داشته است. شکل (۲۳) توزیع ضخامت و شکل لوله ها در شروع مرحله کالیبراسیون تحت محنی فشار P_3 و تغذیه محوری S_7 را نشان می دهد. مشاهده می شود که به علت فشار بالاتر شکل دهی، چروکیدگی مفید در وسط قطعه ایجاد نشده است در نتیجه نازک شدگی نسبت به منحنی فشار P_1 افزایش داشته است. اگر مقدار تغذیه محوری بیشتر انتخاب شود چروکیدگی ایجاد می شود که حتی با فشار بالای کالیبراسیون نیز از بین نخواهد رفت.

شکل (۲۲) توزیع ضخامت لوله ها در شروع مرحله کالیبراسیون را نمایش می دهد. هر دو لوله دارای چروکیدگی هستند و نازک شدگی آنها در این مرحله بسیار کم است. این در صورتی رخ می دهد که گوشه های قالب تقریباً پر شده و تنها در ناحیه میانی، لوله با دیواره قالب تماس کامل برقرار نکرده است. با شروع مرحله کالیبراسیون و بالا رفتن فشار، چروکیدگی میانی هم از بین می رود و قطعه کاملاً شکل می گیرد در حالی که نازک شدگی زیادی رخ نمی دهد و خود چروکیدگی میانی همانند تغذیه محوری به شکل گرفتن قطعه کمک خواهد کرد. در نتیجه مشخص می شود چروکیدگی هایی که در مرحله کالیبراسیون از بین می روند، می توانند در کاهش نازک شدگی کمک به سزایی داشته باشند. این نوع چروکیدگی را می توان چروکیدگی مفید نامید [12]. البته در این مورد باید به این نکته توجه شود که لازمه



شکل ۲۲ توزیع ضخامت در شروع مرحله کالیبراسیون تحت منحنی فشار P_1 و منحنی تغذیه S_7 : (الف) آلومینیوم، (ب) مس



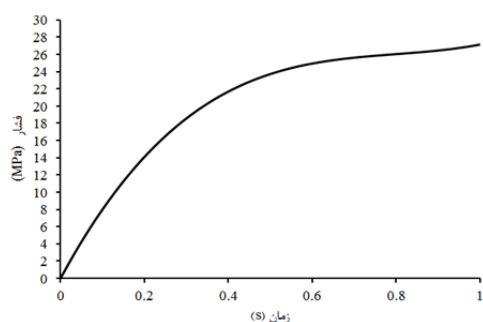
شکل ۲۳ توزیع ضخامت در شروع مرحله کالیبراسیون تحت منحنی فشار P_3 و منحنی تغذیه S_7 : (الف) آلومینیوم، (ب) مس

تغذیه، حداکثر نازک شدگی برای لوله آلومینیومی ۱۶/۴٪ و برای لوله مسی ۱۷/۱٪ است. به دلیل این که تغذیه محوری تا انتهای فرآیند و کامل شدن قطعه ادامه دارد دو انتهای لوله دچار لهیدگی و افزایش ضخامت می شود که این مقدار با افزایش تغذیه محوری بیشتر شده است.

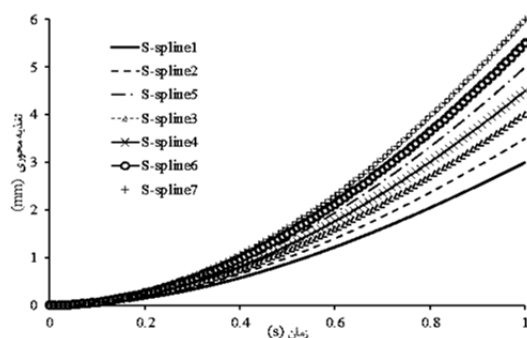
منحنی فشار بر پایه اسپیلاین. دو منحنی فشار بر طبق معادله (۱۱ و ۱۲) به ترتیب برای لوله آلومینیومی و مسی محاسبه گردید. در این جا منظور از T زمان فرآیند است.

$$P_{AL} = (1.67T^3 - 4T^2 + 3.33T)6.86 \quad (\text{MPa}) \quad (11)$$

$$P_{CU} = (1.67T^3 - 4T^2 + 3.33T)13.25 \quad (\text{MPa}) \quad (12)$$



شکل ۲۴ منحنی فشار لوله دولایه بر پایه اسپیلاین

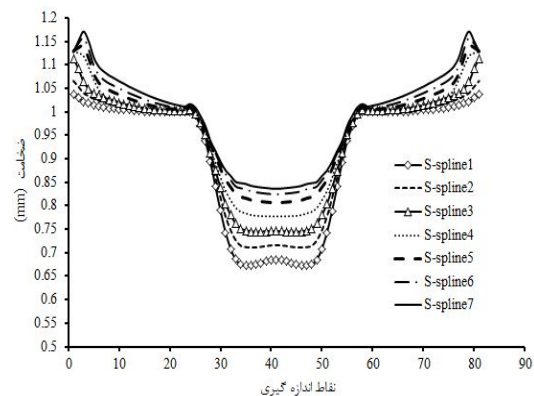


شکل ۲۵ منحنی های تغذیه محوری بر پایه اسپیلاین

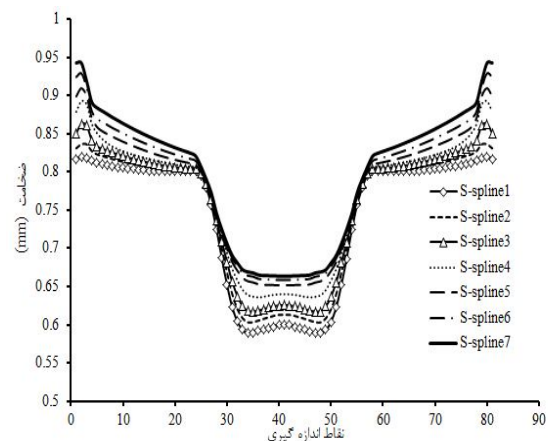
مقدار فشار مورد نیاز بر پایه این روش مطابق شکل (۲۴) از مجموع دو معادله بالا به دست می آید. برای تعیین منحنی تغذیه محوری مناسب از روش آزمون و خطا استفاده می گردد. منحنی تغذیه محوری نیز بر پایه اسپیلاین درجه ۳ است. براساس نتایج قبلی، مقدار تغذیه محوری مناسب برای شکل دهی قطعه بیشتر از ۳ میلی متر است و بنابراین در این جا تأثیر هفت منحنی اسپیلاین تغذیه محوری مختلف نشان داده شده در شکل (۲۵) به همراه منحنی فشار محاسبه شده روی توزیع ضخامت مورد بررسی قرار گرفت. توزیع ضخامت در راستای طول قطعه در دو لوله آلومینیومی و مسی بعد از شکل دهی تحت منحنی های مختلف تغذیه محوری در شکل های (۲۶ و ۲۷) مشاهده می شود. با افزایش تغذیه محوری نازک شدگی لوله ها کاهش می یابد و بهترین حالت مربوط به منحنی ۷ اسپیلاین است. با این منحنی

اولیه برای دو منحنی بارگذاری خطی و اسپیلاین بالاتر از بارگذاری مرحله‌ای بوده است و این مسئله نشان دهنده این است که در زمانی که هنوز فشار داخلی افزایش نیافته است و تغییر شکل پلاستیک رخ نداده نباید تغذیه محوری اعمال شود. هم چنین از طرف دیگر اعمال تغذیه محوری در مرحله‌ای که تنها گوشه‌های قالب در حال پر شدن است به کمتر شدن نازک شدگی کمک چندانی نمی‌کند.

مقایسه هیدروفرمینگ یک لایه و دولایه. در این قسمت توزیع ضخامت قطعه در زمانی که از لایه آلومینیومی و یا مسی تشکیل شده با توزیع ضخامت قطعه دولایه آلومینیومی-مسی مورد مقایسه قرار گرفته است. به این منظور شبیه سازی فرآیند با لوله آلومینیومی و مسی با ضخامت $1/8$ میلی متر تحت منحنی بارگذاری مرحله‌ای P_1 و S_7 انجام شد و با حالت دولایه مقایسه گردید. پس از شبیه سازی مشخص شد که فشار کالیبراسیون منحنی P_1 برای شکل گیری لوله یک لایه از جنس مس کافی نبوده و به همین دلیل فشار کالیبراسیون تا 45 مگاپاسکال افزایش داده شد. توزیع ضخامت محصول در حالت‌های ذکر شده در شکل (۳۰) مقایسه گردید. ضخامت در حالت دولایه برابر با مجموع ضخامت هر کدام از لایه‌هاست. باتوجه به این که لوله آلومینیومی تنش سیلان پایین تری دارد، دو انتهای آن در اثر تغذیه محوری دچار افزایش ضخامت شده است اما باین وجود این لوله بیشترین نازک شدگی را در وسط داشته است. لوله یک لایه مسی نیز در محلی که بالچ آغاز می شود افزایش ضخامت قابل توجهی دارد و نازک شدگی بیشتر از حالت دولایه در وسط قطعه داشته است. از بین سه حالت بررسی شده، لوله دولایه توزیع ضخامت همگن تری داشته است.

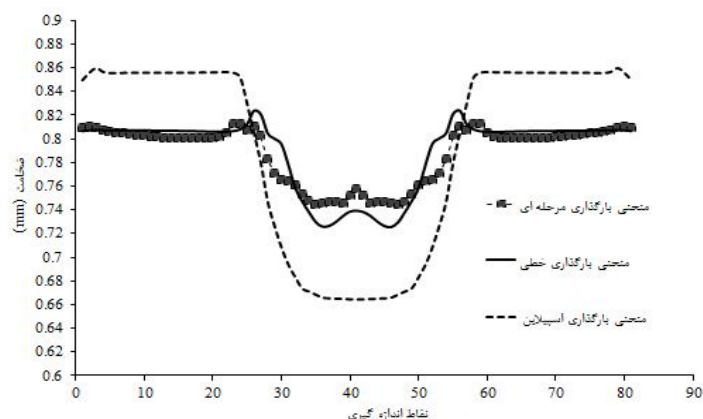


شکل ۲۶ توزیع ضخامت لوله آلومینیوم تحت منحنی‌های تغذیه محوری اسپیلاین

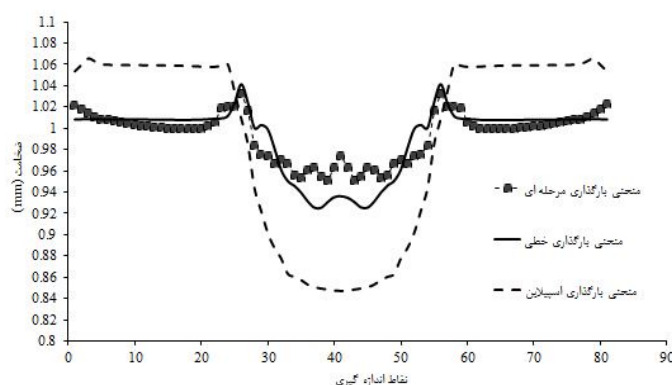


شکل ۲۷ توزیع ضخامت لوله مسی تحت منحنی تغذیه محوری بر پایه اسپیلاین

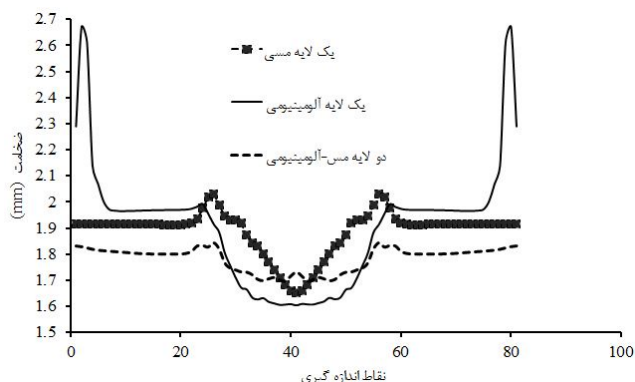
مقایسه سه منحنی بارگذاری. برای هر سه نوع منحنی بارگذاری یک حالت به عنوان بهترین منحنی از نظر ایجاد نازک شدگی کمتر و بدون ایجاد چروکیدگی انتخاب شد. در اینجا توزیع ضخامت در راستای طولی لوله برای هر سه منحنی انتخاب شده مورد مقایسه قرار می‌گیرد. شکل‌های (۲۸ و ۲۹) توزیع ضخامت را تحت اثر سه منحنی بارگذاری خطی، مرحله‌ای و اسپیلاین برای دو لوله آلومینیومی و مسی مورد مقایسه قرار می‌دهد. منحنی بارگذاری مرحله‌ای کمترین نازک شدگی را داشته است، اما در وسط قطعه نوسان زیادی در ضخامت مشاهده می‌شود. افزایش ضخامت نسبت به ضخامت



شکل ۲۸ توزیع ضخامت لوله آلومینیومی تحت اثر سه نوع منحنی بارگذاری در شکل دهی لوله دولایه



شکل ۲۹ توزیع ضخامت لوله مسی تحت اثر سه نوع منحنی بارگذاری در شکل دهی لوله دولایه



شکل ۳۰ توزیع ضخامت قطعه یک لایه و دولایه

به ترتیب ۱ میلی متر و ۲ میلی متر از هر طرف، قطعات به دلیل تغذیه محوری کم و عدم جریان مواد به داخل ناحیه شکل دهی و نازک شدگی بیش از حد ترکیده اند. با اعمال تغذیه محوری ۳ میلی متر و ۴ میلی متر در نمونه های سه و چهار به میزان بالاج لوله ها افزوده

مقایسه نتایج تجربی و شبیه سازی. نمونه های تجربی حاصل از منحنی های بارگذاری خطی در شکل (۳۱) نشان داده شده اند که بیانگر اهمیت تغذیه محوری در شکل دهی سالم قطعه هستند. همان طور که ملاحظه می شود در نمونه های یک و دو با اعمال پیشروی

شعاع گوشه قالب به‌درستی، بر روی قطعه شکل می‌گیرد.

ضخامت ۷ نقطه از نمونه سالم پس از برش وایرکات اندازه‌گیری شد (شکل ۳۲)، همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، بیشترین کاهش ضخامت در وسط لوله و بیشترین افزایش ضخامت در دو سر لوله است. توزیع ضخامت در طول نمونه برای نتایج شبیه‌سازی و تجربی در نمودار شکل (۳۳) مشاهده می‌گردد. با محاسبه بیشترین اختلاف مقادیر تجربی و نتایج شبیه‌سازی در این ۷ نقطه حداکثر خطای شبیه‌سازی فرایند به‌دست می‌آید. همان‌گونه که در جدول (۵) مشاهده می‌گردد، شبیه‌سازی انجام‌شده در این پژوهش از هم‌خوانی مناسب و میزان خطای قابل قبولی (میانگین ۴/۳٪) با آزمایش تجربی برخوردار است.

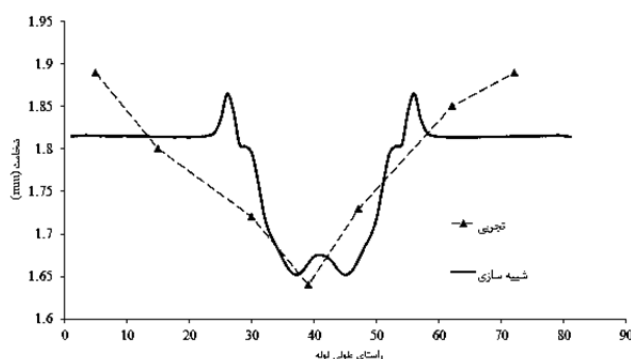
می‌گردد ولی لوله‌ها قبل از پر کردن کامل قالب پاره می‌شوند. تمامی نمونه‌های کامل نشده در راستای طولی دچار ترکیدگی شده‌اند، دلیل این پدیده بالاتر بودن تنش محیطی نسبت به تنش طولی در لوله جدار نازک است. هم‌چنین همیشه شروع ترکیدگی از وسط لوله است که دارای بیشترین بالج و قطر است. درنهایت در نمونه پنجم با اعمال ۵/۵ میلی‌متر پیشروی از هر طرف و درمجموع ۱۱ میلی‌متر تغذیه محوری قطعه سالم با کاهش ضخامت ۱۵٪ در لوله مسی و ۱۲٪ در لوله آلومینیومی شکل می‌گیرد که در همین شرایط در شبیه‌سازی درصد نازک‌شدگی به‌ترتیب ۱۱/۵٪ و ۹٪ است. با اعمال هم‌زمان تغذیه محوری و فشار داخلی در فشار ۲۸ مگاپاسکال تمامی حفره قالب پر می‌شود و



شکل ۳۱ نقش تغذیه محوری در شکل‌دهی سالم قطعه



شکل ۳۲ اندازه‌گیری ضخامت نمونه برش‌خورده



شکل ۳۳ مقایسه توزیع ضخامت تجربی و شبیه سازی

جدول ۵ مقایسه نتایج تجربی و شبیه سازی

۰/۷۴۷-	حداکثر اختلاف مقادیر تجربی و شبیه سازی در یک نقطه (mm)
۱/۷۲	ضخامت اندازه گیری شده در آن نقطه (mm)
۴/۳	حداکثر خطای شبیه سازی فرآیند با تجربی (%)

نتیجه گیری

در این مقاله هیدروفرمینگ لوله های دولایه آلومینیوم-مس، به کمک شبیه سازی اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفت. هم چنین با استفاده از مجموعه طراحی و ساخته شده برای این فرآیند، هیدروفرمینگ لوله ها در مسیرهای مختلف بارگذاری انجام گرفت. نتیجه گیری به دست آمده از کار تجربی و شبیه سازی به شرح ذیل است:

۱. منحنی بارگذاری خطی با تغذیه محوری ۶ میلی متر و فشار نهایی ۲۸ مگا پاسکال منجر به شکل گیری قطعه سالم با حداکثر نازک شدگی لوله آلومینیومی ۹/۳٪ و لوله مسی ۷/۵٪ خواهد شد. با افزایش تغذیه محوری تا ۳ میلی متر و در نتیجه کاهش نازک شدگی، فشار مورد نیاز برای پر شدن گوشه های قالب افزایش می یابد.
۲. کمترین نازک شدگی در بین منحنی های بارگذاری مربوط به منحنی بارگذاری مرحله ای است (۵/۶٪ برای لوله آلومینیومی و ۷٪ برای لوله مسی) ولی در وسط قطعه نوسان زیادی در ضخامت لوله

مشاهده می شود. هم چنین چروکیدگی هایی که در مرحله کالبراسیون از بین می روند نقش به سزایی در کاهش نازک شدگی لوله ها دارند.

۳. نتایج نشان داد که فشار محاسبه شده از روابط تحلیلی خیلی بالاتر از فشار مورد نیاز برای شکل گیری گوشه ها است به طوری که برطبق روابط تحلیلی فشار کالبراسیون حدود ۱۴۰ مگاپاسکال محاسبه شد ولی در آزمایش های انجام شده فشار مورد نیاز ۲۸ مگاپاسکال بود.

نمونه سالم در آزمایش های تجربی با استفاده از منحنی بارگذاری خطی شکل داده شد. تغذیه محوری ۵/۵ میلی متر در دو طرف لوله ها اعمال شد و حداکثر فشار داخلی ۲۸۰ بار به دو لوله وارد گردید. حداکثر نازک شدگی در شبیه سازی برای لوله آلومینیومی ۱۱/۵٪ و برای لوله مسی ۹٪ بود. هم چنین اختلاف بین نتایج تجربی و شبیه سازی های صورت گرفته ۴/۳٪ است که از میزان قابل قبولی برخوردار است.

نتایج تجربی نشان دادند که مهم ترین دلیل ترکیدگی لوله ها، عدم اعمال تغذیه محوری مناسب در

r_b	شعاع گوشه قالب	فشار داخلی وارد شده به قطعه و رعایت نشدن منحنی
V_1	حجم لوله اولیه	بارگذاری است.
V_2	حجم قطعه نهایی	
α	نسبت تنش	فهرست علائم
β	نسبت کرنش	d_i قطر خارجی نهایی
ε	کرنش	d_0 قطر خارجی اولیه
ε_a	کرنش در راستای طولی	E مدول یانگ
ε_b	کرنش در راستای محیطی	K ضریب استحکام
μ	ضریب اصطکاک	L_0 طول اولیه لوله
ν	ضریب پواسون	P_{yield} فشار تسلیم
ρ	چگالی	$P_{calibration}$ فشار کالیبراسیون
σ_{uts}	حداکثر تنش کششی	$P_{bursting}$ فشار شکل دهی
σ_y	تنش تسلیم	t_0 ضخامت اولیه لوله
σ_a	تنش در راستای طولی	t_i ضخامت نهایی لوله
σ_b	تنش در راستای محیطی	T زمان فرآیند

مراجع

1. Apparatus for making wrought metal T's, *Google Patents*, US 2203868 A. 1940.
2. مسلمی نائینی حسن، هاشمی، سیدجلال، لیاقت، غلامحسین، محمدی، مهران، دیلمی عضدی، حامد، «پیش بینی تحلیلی کرنش ها و تنش های حدی در هیدروفرمینگ لوله های آلومینیومی ناهمسانگرد»، مهندسی مکانیک مدرس، ۱۴(۲)، صص ۱۴۰-۱۳۳، (۲۰۱۴).
3. Chu, E. and Xu, Y., "Hydroforming of aluminum extrusion tubes for automotive applications. Part I: buckling, wrinkling and bursting analyses of aluminum tubes", *International journal of mechanical sciences*, Vol. 46, No. 2, pp. 263-283. (2004).
4. Plancak, M., Vollertsen, F. and Woitschig, J., "Analysis, finite element simulation and experimental investigation of friction in tube hydroforming", *Journal of materials processing technology*, Vol. 170, No. 1, pp. 220-228, (2005).
5. Song, W., Heo, S.C., Kim, J. and Kang, B.S., "Investigation on preformed shape design to improve formability in tube hydroforming process using FEM", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, No. 1, pp. 658-662, (2006).
6. Yuan, S., Yuan, W. and Wang, X., "Effect of wrinkling behavior on formability and thickness distribution in tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, No. 1, pp. 668-671, (2006).
7. Chu, E. and Xu, Y., "Influences of generalized loading parameters on FLD predictions for aluminum tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 196, No. 1, pp. 1-9. (2008).
8. Wang, X., Li, P. and Wang, R., "Study on hydro-forming technology of manufacturing bimetallic CRA-lined pipe", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, No. 4, pp. 373-378, (2005).

9. Islam, M., Olabi, A. and Hashmi, M., "Feasibility of multi-layered tubular components forming by hydroforming and finite element simulation", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 174, No. 1, pp. 394-398, (2006).
10. ASM International: ASM Handbook: Nonferrous Alloys and Special-purpose Materials, Properties and Selection, ASM publications, 10th ed., Vol. 2, (1990).
11. Dohmann, F. and Hartl, C., "Tube hydroforming—research and practical application", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 71, No. 1, pp. 174-186, (1997).
12. Mirzaal, M., Seyedkashi, S.M.H., Liaghat, G.H., Moslemi Naeini, H. and Moon, Y.H., "Application of simulated annealing method to pressure and force loading optimization in tube hydroforming process", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 55, No. 1, pp. 78-84, (2012).
13. Li, S.H., Yang, Bing., Zhang, Wei-gang., Lin, Zhong-qin "Loading path prediction for tube hydroforming process using a fuzzy control strategy", *Materials & Design*, Vol. 29, No. 6, pp. 1110-1116, (2008).
14. Yuan, S., Wang, Xiaosong, Liu, Gang and Wang, Z., "Control and use of wrinkles in tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 182, No. 1, pp. 6-11, (2007).
15. W.-J Song, Kim, Sang-Woo. Kim, Jeong. Kang, Beom-Soo, "Analytical and numerical analysis of bursting failure prediction in tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 164, No. 1, pp. 1618-1623, (2005).
16. Asnafi, N., "Analytical modelling of tube hydroforming. Thin-Walled Structures", Vol. 34, No. 4, pp. 295-330, (1999).
17. Ghosh, A., Deshmukh, K. and Ngaile, G., "Database for real-time loading path prediction for tube hydroforming using multidimensional cubic spline interpolation", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 211, pp. 150-166, (2011).

شناسایی شرایط مرزی تیر یک سرگیردار در تکیه گاه انعطاف پذیر*

حسن جلالی^(۱) فهیمه نوحی^(۲)

چکیده سازه های مکانیکی اغلب دارای اتصالات یا شرایط مرزی هستند که دینامیک سازه را تا حد زیادی تحت تأثیر قرار می دهد. مدل سازی دینامیکی سازه های مکانیکی مستلزم شناخت و مدل سازی دقیق اتصالات موجود در سازه و یا شرایط مرزی سازه می باشد. در این مقاله شناسایی سطوح تماس خطی در شرایط مرزی تیر یک سرگیر در تکیه گاه انعطاف پذیر (غیر صلب) مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا روشی بر پایه استفاده از فرکانس های طبیعی برای تعیین پارامترهای شرایط مرزی معرفی می شود. در ادامه دقت روش معرفی شده با استفاده از داده های شبیه سازی شده و داده های تجربی مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج شناسایی مبین دقت روش مورد استفاده می باشد.

واژه های کلیدی شرایط مرزی؛ تکیه گاه انعطاف پذیر؛ شناسایی پارامترها.

Boundary Condition Identification of a Clamped Beam in the Flexible Support

H. Jalali

F. Noohi

Abstract Mechanical structures usually contain joints or boundary conditions which affect their dynamic characteristics. Dynamic modeling of mechanical structures depends upon precise modeling of joints or boundary conditions. In this paper identification of boundary conditions of a clamped beam in flexible (non-rigid) support is considered. An identification approach for support parameters is introduced based on using natural frequencies. Simulated and experimental case studies are used to show the applicability of the introduced model. The results show the accuracy of the proposed method.

Key Words Boundary conditions; flexible support; Parameters identification

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۶/۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۱ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.49301

(۱) نویسنده مسئول: دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک. Jalali@arakut.ac.ir

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک.

مقدمه

شرایط مرزی نقش کلیدی در تعیین رفتار دینامیکی و مشخصه‌های مودال سازه‌های مکانیکی دارند. از این رو ایجاد مدل‌های دینامیکی دقیق برای شرایط مرزی در تحلیل دینامیکی سازه‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است؛ زیرا مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی سازه‌های واقعی دارای شرایط مرزی و اتصالات کار ساده‌ای نیست. روش‌های زیادی در گذشته برای شناسایی پارامترهای اتصالات مکانیکی و یا شرایط مرزی ارائه شده است. باید توجه داشت که به‌کارگیری اکثر روش‌های شناسایی پارامتر، مستلزم درک فیزیکی درستی از سازه می‌باشد که خود مستلزم انتخاب پارامترهایی است که خطای مدل‌سازی را کاهش دهد و همچنین پاسخ سازه به این پارامترها حساس باشد.

مطالعات بسیاری در زمینه شناسایی پارامترهای اتصال و شرایط مرزی با روش‌های مختلف و به‌ویژه روش به‌هنگام‌سازی صورت گرفته است. گئو و همکارانش [1] از یک روش برای شناسایی پارامترهای اتصال پیچی استفاده کردند. در روش آنها از شرایط مرزی حاکم بر تیر، معادله مشخصه و فرکانس‌های طبیعی برای شناسایی پارامترهای اتصال استفاده می‌شود. وال و همکارانش [2] یک اتصال تیر-ستون را براساس داده‌های مودال مدل‌سازی و تصحیح کردند. شناسایی پارامترهای اتصال این سازه با کمینه نمودن اختلاف بین فرکانس‌های طبیعی تحلیل اجزای محدود و آزمایش صورت گرفته است. گانت و همکارانش [3] یک مدل ساده‌شده از سختی اتصال را تعریف و به‌هنگام‌سازی کردند. هدف از این کار، تعریف یک مدل خطی ساده از اتصالات استفاده‌شده در هوافضا و اثبات کارایی این مدل می‌باشد. تول و ازگون [4] یک روش شناسایی تجربی براساس تجزیه تابع پاسخ فرکانسی و الگوریتم بهینه‌سازی برای مدل‌سازی اتصالات ارائه کردند. مشخصه‌های اتصال در ترم‌هایی

از مقادیر سختی و میرایی خطی و پیچشی و با استفاده از تجزیه تابع پاسخ فرکانسی محاسبه شده است. کائو و همکارانش [5] روش شناسایی پارامترهای اتصال تیر یک‌سرگیردار را براساس مدل‌سازی اجزای محدود و تابع پاسخ فرکانسی ارائه کردند. در این مقاله آنها از یک الگوریتم تکراری براساس حساسیت برای کمینه کردن نرم (Norm) باقی مانده تابع پاسخ فرکانسی و روش حداقل مربعات برای حل معادله تکرارشونده استفاده کردند. هانگ [6] تکنیک‌های شناسایی پارامترهای اتصال سازه را با استفاده از تابع پاسخ فرکانسی ارائه داده است. روش شناسایی ضرایب سختی و میرایی با کمک توابع پاسخ فرکانسی، روی فرکانس‌های طبیعی کار می‌کند، به‌نحوی که پارامترهای اتصال برای هر فرکانس تعیین می‌شود و با روش‌های آماری از آنها میانگین‌گیری می‌گردد و شناسایی دقیق صورت می‌پذیرد. زانگ و همکارانش [7] به شناسایی پارامترهای اتصال در سازه‌های تیرمانند پرداختند. این مقاله یک روش معکوس را ارائه می‌دهد که برای تخمین اتصال سازه‌های یک‌بعدی مانند لوله قابل کاربرد است. احمدیان و همکارانش [8] یک روش جدید برای تعیین پارامترهای شرایط مرزی براساس معادله مشخصه کاهش مرتبه یافته ارائه کردند. مرتبه معادله مشخصه غیرخطی برابر با تعداد درجات آزادی در مرز سازه می‌باشد که بخش کوچکی از مرتبه سازه کامل است. در نتیجه میزان محاسبات برای تعیین شرایط مرزی تا حد زیادی کاهش می‌یابد. لی [9] یک روش به‌هنگام‌سازی برپایه استفاده از معادله مشخصه کاهش مرتبه یافته برای تعیین شرایط مرزی سازه‌های تیرمانند ارائه کرد. جلالی [10] روشی براساس استفاده از معادله مشخصه کامل سازه برای تعیین پارامترهای سطوح تماس خطی ارائه نمود. روش ارائه‌شده با استفاده از نتایج تجربی برای شناسایی پارامترهای اتصالات پیچی خطی مورد استفاده قرار گرفت. در این مقاله روش ارائه شده توسط جلالی [10] برای شناسایی پارامترهای

شرایط مرزی تعمیم داده می‌شود. در مقاله مذکور به شناسایی پارامترهای سختی اتصالات پیچی با استفاده از نتایج تجربی پرداخته شده است.

در این مقاله به شناسایی پارامترهای سختی شرایط مرزی با استفاده از نتایج شبیه‌سازی شده و تجربی پرداخته می‌شود. برای این منظور یک تیر با تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر مدل‌سازی دینامیکی می‌شود و روابط مربوط به معادله مشخصه آن استخراج می‌شود. با استفاده از معادله مشخصه روشی برای شناسایی پارامترهای شرایط مرزی معرفی می‌شود. به منظور ارزیابی روش معرفی شده، ابتدا از یک سازه شبیه‌سازی شده استفاده می‌شود. فرکانس‌های طبیعی سازه و تخمین ضرایب سختی تکیه‌گاه با استفاده از مدل‌سازی و تحلیل اجزای محدود برای این سازه به دست می‌آیند. با استفاده از فرکانس‌های طبیعی و به کارگیری روش شناسایی معرفی شده، پارامترهای سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر شناسایی و با مقادیر تخمین زده شده مقایسه می‌شوند. در ادامه برای ارزیابی بیشتر روش معرفی شده از نتایج فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از یک سازه واقعی استفاده و مشخصات سختی تکیه‌گاه سازه شناسایی می‌شوند. در قسمت بعد به تشریح صورت مسئله مورد بررسی در این مقاله پرداخته می‌شود.

تشریح صورت مسئله

یک سازه تیرمانند با سطح مقطع مستطیلی که در یک انتها توسط تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر ثابت شده و انتهای دیگر آن آزاد است، مطابق شکل (۱-الف) مورد بررسی قرار می‌گیرد. پارامترهای سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر باعث تغییر مشخصه‌های مودال تیرمانند فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای آن می‌شود. بنابراین با استفاده از مشخصه‌های مودال تجربی شبیه‌سازی شده و استفاده از یک روش شناسایی می‌توان پارامترهای سختی تکیه‌گاه را تعیین نمود.

به منظور شناسایی، از مدل‌سازی دینامیکی سازه تیرمانند استفاده می‌شود. در مدل‌سازی ریاضی سازه مذکور که در شکل (۱-ب) نشان داده شده است، قسمت تیری توسط تئوری تیر اوایلر-برنولی و اثر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر تیر به صورت ترکیبی از یک فنر پیچشی با سختی k_θ حول محور z و یک فنر خطی با سختی k_w در راستای تغییر شکل عرضی تیر مدل می‌شود. لازم به ذکر است فنرهای خطی و پیچشی به عنوان سختی معادل تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر تیر در مدل ریاضی منظور می‌شوند. مشخصات سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر بر پاسخ دینامیکی سازه و به ویژه فرکانس‌های طبیعی آن تأثیرگذار است. هدف در این مقاله، شناسایی پارامترهای سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر با استفاده از فرکانس‌های طبیعی است. در قسمت بعد مدل‌سازی دینامیکی تیر ارائه می‌شود.

مدل‌سازی دینامیکی

همان‌گونه که پیشتر عنوان شد، در این مقاله شناسایی پارامترهای تکیه‌گاه تیر با استفاده از فرکانس‌های طبیعی آن انجام می‌شود. در این قسمت مدل‌سازی دینامیکی به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه ارائه می‌شود. برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی از مدل‌سازی دینامیکی سازه نشان داده شده در شکل (۱-ب) استفاده می‌شود. تئوری تیر اوایلر-برنولی برای مدل‌سازی این سازه به کار گرفته شده است. معادله حاکم بر ارتعاش آزاد سازه تیرمانند به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

در معادله فوق $w(x, t)$ تغییر شکل عرضی تیر، E مدول الاستیسیته، I ممان دوم سطح مقطع تیر، ρ چگالی حجمی و A مساحت سطح مقطع تیر می‌باشد.

شرایط مرزی حاکم بر سازه نشان داده شده در شکل (ب) به صورت زیر می باشد:

$$EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \bigg|_{x=0} + k_w w(x,t) \bigg|_{x=0} = 0 \quad (2)$$

$$EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \bigg|_{x=0} - k_\theta \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \bigg|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

$$EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \bigg|_{x=L} = 0, \quad EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \bigg|_{x=L} = 0 \quad (4-5)$$

از آنجا که هدف محاسبه فرکانس های طبیعی سازه تیرمانند می باشد، پاسخ ارتعاش آزاد تیر نشان داده شده در شکل (۱-ب) را می توان به صورت $w(x,t) = Y(x) \sin(\omega t)$ در نظر گرفت. در این رابطه $Y(x)$ تابع شکل مود سازه تیرمانند (یعنی تیر به همراه تکیه گاه انعطاف پذیر) و ω فرکانس طبیعی تیر می باشد. با تغییر پارامترهای سختی تکیه گاه فرکانس های طبیعی ω - و شکل مودهای سازه - $Y(x)$ - تغییر می کنند. پاسخ ارتعاش آزاد باید معادله حاکم بر نوسان تیر (معادله ۱) و شرایط مرزی (معادلات ۲-۵) را ارضا کند. با جای گذاری پاسخ ارتعاش آزاد درون معادلات (۵-۱) خواهیم داشت:

$$Y''''(x) - \lambda^4 Y(x) = 0, \quad \lambda^4 = \rho A \omega^2 / EI \quad (6)$$

$$EI Y'''(0) + k_w Y(0) = 0 \quad (7)$$

$$EI Y''(0) - k_\theta Y'(0) = 0 \quad (8)$$

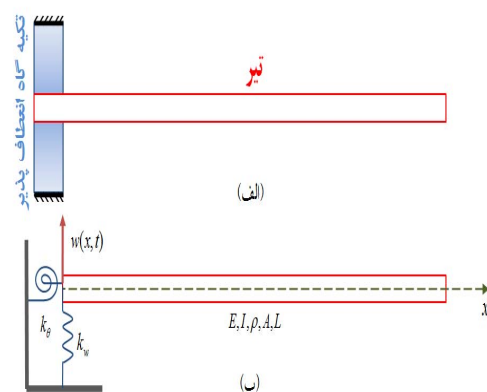
$$EI Y''(L) = 0, \quad EI Y'''(L) = 0 \quad (9-10)$$

معادله (۶) معادله حاکم بر شکل مودهای سازه تیرمانند می باشد. با حل معادله (۶) تابع شکل مودهای سازه نشان داده شده در شکل (۱-ب) به صورت زیر به دست می آید،

$$Y(x) = C_1 \sin(\lambda x) + C_2 \cos(\lambda x) + C_3 \sinh(\lambda x) + C_4 \cosh(\lambda x) \quad (11)$$

تابع شکل مود معرفی شده در رابطه (۱۱) باید شرایط ذکر شده در روابط (۷-۱۰) را برآورده کند. با جای گذاری رابطه (۱۱) درون معادلات (۷-۱۰) به دسته معادلاتی به این شکل می رسیم:

روابط (۲ و ۳) به ترتیب تعادل نیروهای برشی و گشتاورهای خمشی تیر در محل تکیه گاه انعطاف پذیر را نشان می دهد. چون تغییر شکل تیر در محل تکیه گاه بسیار ناچیز می باشد، از اثرات اینرسی تکیه گاه انعطاف پذیر صرف نظر شده است. همان گونه که در قسمت های بعد بررسی خواهد شد اثرات جرمی تکیه گاه انعطاف پذیر در مودهای پایین ناچیز و قابل صرف نظر نمودن است.



شکل ۱ الف) سازه تیرمانند با تکیه گاه انعطاف پذیر،
ب) مدل ریاضی سازه

می شود.

از آن جا که در ادامه با استفاده از دترمینان ماتریس $[D(\omega)]$ به شناسایی پارامترها پرداخته می شود و به منظور نیل به هدف مورد نظر این مقاله، ابتدا ماتریس $[D(\omega)]$ به شکل زیر نوشته می شود،

$$D(\omega) = \bar{D}(\omega) + K_J = \begin{bmatrix} -\lambda^3 & 0 & \lambda^3 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & \lambda \\ -\cos(\lambda L) & \sin(\lambda L) & \cosh(\lambda L) & \sinh(\lambda L) \\ -\sin(\lambda L) & -\cos(\lambda L) & \sinh(\lambda L) & \cosh(\lambda L) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k_1 & 0 & k_1 \\ -k_2 & 0 & -k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

ماتریس K_J در معادله (13) از پارامترهای سختی تکیه گاه تیر تشکیل شده است و می توان آن را با استفاده از حاصل ضرب ماتریس های سطری و ستونی و به شکل $K_J = k_1 u_1 v_1^T + k_2 u_2 v_2^T$ نوشت که در آن،

$$\begin{bmatrix} u_1 & v_1 & u_2 & v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

u_i و v_i ، ($i = 1, 2$) در معادله (14) بردارهای پایه تشکیل دهنده ماتریس سختی تکیه گاه هستند. فرض می شود n فرکانس طبیعی سازه نشان داده شده در شکل (1) از آزمایش یا شبیه سازی معلوم می باشند. فرکانس های طبیعی اندازه گیری یا شبیه سازی شده، باید معادله مشخصه را ارضا نمایند. با جای گذاری فرکانس ω_j ، $j = 1, 2, \dots, n$ در معادله (13) ماتریس $D(\omega_j)$ را می توان به شکل زیر مرتب نمود [10]،

$$D(\omega_j) = \hat{D}_s(\omega_j) + k_s u_s v_s^T, \quad s = 1 \text{ or } 2 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} [D(\omega)]\{c\} = & \begin{bmatrix} -\lambda^3 & k_1 & \lambda^3 & k_1 \\ -k_2 & -\lambda & -k_2 & \lambda \\ -\cos(\lambda L) & \sin(\lambda L) & \cosh(\lambda L) & \sinh(\lambda L) \\ -\sin(\lambda L) & -\cos(\lambda L) & \sinh(\lambda L) & \cosh(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \\ = & \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

در رابطه (12) $k_1 = \frac{k_w}{EI}$ و $k_2 = \frac{k_\theta}{EI}$ دسته معادلات معرفی شده در رابطه (12) در صورتی دارای جواب غیر صفر می باشند که $|D(\omega)| = 0$. این معادله به عنوان معادله مشخصه سازه شناخته می شود. با حل معادله مشخصه فرکانس های طبیعی به دست می آیند. با جای گذاری فرکانس های طبیعی درون معادله (12) می توان ضرایب شکل مود متناظر با هر فرکانس طبیعی را به دست آورد. در ادامه با استفاده از ماتریس $[D(\omega)]$ روشی برای شناسایی پارامترهای شرایط مرزی تیر ارائه می شود.

روش شناسایی پارامترهای شرایط مرزی

همان گونه که در قسمت قبل عنوان شد با حل معادله مشخصه سازه فرکانس های طبیعی به دست می آیند. معادله مشخصه تابعی از فرکانس های طبیعی و پارامترهای سختی تکیه گاه انعطاف پذیر می باشد. به این موضوع می توان از زاویه شناسایی پارامترهای سختی شرایط مرزی تیر به این صورت نگریست که با داشتن تعدادی از فرکانس های طبیعی و جای گذاری آنها درون معادله مشخصه، از آن جا که فرکانس های طبیعی باید معادله مشخصه را ارضا کنند، می توان پارامترهای سختی تکیه گاه را به دست آورد. روش شناسایی پارامترهای سختی شرایط مرزی در این قسمت ارائه

که در آن،

$$\frac{\partial P}{\partial \{k\}} = \begin{bmatrix} \Gamma_1(\omega_1)(v_1^T \bar{D}_1(\omega_1)^{-1} u_1) & \Gamma_2(\omega_1)(v_2^T \bar{D}_2(\omega_1)^{-1} u_2) \\ \Gamma_1(\omega_2)(v_1^T \bar{D}_1(\omega_2)^{-1} u_1) & \Gamma_2(\omega_2)(v_2^T \bar{D}_2(\omega_2)^{-1} u_2) \\ \vdots & \vdots \\ \Gamma_1(\omega_n)(v_1^T \bar{D}_1(\omega_n)^{-1} u_1) & \Gamma_2(\omega_n)(v_2^T \bar{D}_2(\omega_n)^{-1} u_2) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$P(\{k\}) = \begin{Bmatrix} \Gamma_1(\omega_1)(1 + k_1 v_1^T \bar{D}_1(\omega_1)^{-1} u_1) \\ \Gamma_1(\omega_2)(1 + k_1 v_1^T \bar{D}_1(\omega_2)^{-1} u_1) \\ \vdots \\ \Gamma_1(\omega_n)(1 + k_1 v_1^T \bar{D}_1(\omega_n)^{-1} u_1) \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\Gamma_s(\omega_j) = \frac{|\hat{D}_s(\omega_j)|}{|\hat{D}_1(\omega_j)|}, s=1,2, j=1,2,\dots,n \quad (22)$$

در قسمت بعد با استفاده از فرکانس‌های طبیعی یک سازه شبیه‌سازی شده به تعیین پارامترهای شرایط مرزی پرداخته می‌شود.

شناسایی توسط نتایج شبیه‌سازی

یک سازه تیرمانند با سطح مقطع مستطیلی به ابعاد $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ و طول 40cm در نظر گرفته و در نرم‌افزار اجزای محدود ANSYS مدل‌سازی می‌شود. در جهت منظور نمودن اثرات شرایط مرزی، دو بلوک به ابعاد $2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 1\text{cm}$ به عنوان تکیه‌گاه به وجوه بالایی و پایینی یک انتهای تیر مطابق شکل (۲) متصل می‌گردد. انتهای دیگر دو بلوک ثابت فرض می‌شود. جنس تیر از آلومینیم با مشخصات مواد $E_{Al} = 69\text{ Gpa}$, $\rho_{Al} = 2700\text{ kg/m}^3$ و $\nu_{Al} = 0.33$ و جنس بلوک‌ها از لاستیک با خواص مواد $E_{Ru} = 100\text{ Mpa}$, $\rho_{Ru} = 690\text{ kg/m}^3$ و $\nu_{Ru} = 0.45$ در نظر گرفته می‌شود. رفتار بلوک‌های لاستیکی خطی فرض می‌شود. برای مش‌بندی مدل اجزای محدود از المان solid185 استفاده شده است. با تحلیل مودال مدل اجزای محدود، فرکانس‌های طبیعی مودهای

$$\hat{D}_1(\omega_j) = \bar{D}(\omega_j) + k_2 u_2 v_2^T, \quad j=1,2,\dots,n \quad (16)$$

$$\hat{D}_2(\omega_j) = \bar{D}(\omega_j) + k_1 u_1 v_1^T, \quad j=1,2,\dots,n \quad (17)$$

طبق معادله مشخصه $|D(\omega_j)| = 0$. بنابراین با دترمینان گرفتن از طرفین رابطه (۱۵)، معادله‌ای بر حسب پارامترهای مجهول شرایط مرزی به شکل زیر به دست می‌آید [11].

$$P_j(k_1, k_2) = P_j(\{k\}) = |\hat{D}_s(\omega_j)| \left(1 + k_s v_s^T \hat{D}(\omega_j)^{-1} u_s\right) = 0, \quad j=1,2,\dots,n, \quad s=1 \text{ or } 2 \quad (18)$$

در رابطه (۱۸) $\{k\} = [k_1, k_2]^T$ بردار پارامترهای مجهول شرایط مرزی می‌باشد. با نوشتن معادله (۱۸) برای همه فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری یا شبیه‌سازی شده، یک دسته معادله غیرخطی حاکم بر پارامترهای شرایط مرزی به شکل $P\{k\} = 0$ به دست می‌آید، که در آن $P = [P_1, P_2, \dots, P_n]^T$. به منظور تعیین پارامترهای مجهول می‌توان دسته معادلات غیرخطی را به صورت عددی حل نمود. با فرض مقادیری اولیه برای پارامترهای مجهول شرایط مرزی و خطی‌سازی معادلات غیرخطی می‌توان پارامترهای مجهول را در یک فرآیند تکرار به دست آورد. بردار پارامترهای مجهول در مرحله تکرار $r+1$ از رابطه $\{k\}^{r+1} = \{k\}^r + \{\delta k\}^r$ [10].

$$\{\delta k\}^r = - \left(\frac{\partial P}{\partial \{k\}} \right)^{-1} P(\{k\}^r) \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)،

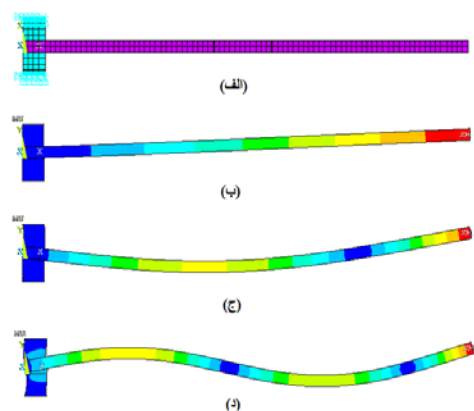
جدول ۱ مقایسه فرکانس‌های طبیعی (Hz) برای نتایج شبیه‌سازی

مود ۴	مود ۳	مود ۲	مود ۱	
۱۹۳۹/۵۳	۹۹۵/۲۴	۳۵۶/۸۲	۵۷/۰۷	شبیه‌سازی (صلب)
۱۳۷۸/۲	۶۹۴/۲۴	۲۲۷/۷۸	۲۴/۴۱	شبیه‌سازی ($\rho_{Ru} \neq 0$)
۱۳۸۴/۹	۶۹۴/۷۳	۲۲۷/۸	۲۴/۴۱	شبیه‌سازی ($\rho_{Ru} = 0$)
۱۲۳۴/۸	۶۷۰/۲۴	۲۳۰/۴۳	۲۴/۴۰	شناسایی
-۱۰/۴۱	-۳/۴۶	۱/۱۶	-۰/۰۲	خطا (%)

با جای‌گذاری فرکانس‌های طبیعی حاصل از تحلیل اجزای محدود (برای حالت $\rho_{Ru} \neq 0$) درون معادلات (۱۸-۲۲) و حل معادله (۱۹) به‌صورت تکرار، پارامترهای شرایط مرزی شناسایی می‌شوند. برای این منظور با انتخاب یک دسته مقادیر اولیه برای پارامترها ($k_{w0} = 1 \times 10^8 \text{ N/m}$ و $k_{\theta 0} = 1000 \text{ Nm/rad}$) و حل معادله (۱۹) در تعداد تکرارهای مختلف، پارامترهای شرایط مرزی به‌دست می‌آیند. نمودار تغییرات تابع هدف یعنی $\|P(\{k\})\|$ و هم‌چنین پارامترهای شرایط مرزی در طول فرآیند شناسایی در شکل (۳) نشان داده شده است. پس از ۵۰ مرحله تکرار تابع هدف به سمت صفر همگرا می‌شود و پارامترهای شرایط مرزی به‌دست می‌آیند. پارامترهای شرایط مرزی به‌دست آمده برای تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر به‌ترتیب برابر با $k_w = 5.829 \times 10^5 \text{ N/m}$ و $k_{\theta} = 175.229 \text{ Nm/rad}$ می‌باشند. برای بررسی دقت مدل شناسایی شده، فرکانس‌های طبیعی آن با فرکانس‌های طبیعی سازه واقعی باهم مقایسه می‌شوند. این مقایسه در جدول (۱) انجام شده است. خطای قابل قبول بین دو دسته از فرکانس‌های طبیعی (مدل شناسایی شده و مدل شبیه‌سازی شده) نشان‌دهنده دقت مدل شناسایی شده است. در قسمت بعد روشی تخمینی از پارامترهای سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر به‌دست آمده و با مقادیر سختی شناسایی شده برای شرایط مرزی مقایسه می‌شوند.

خمشی آن استخراج می‌شوند. فرکانس‌های طبیعی مودهای خمشی در جدول (۱) و تعدادی از شکل مودها در شکل (۲) قابل مشاهده می‌باشند.

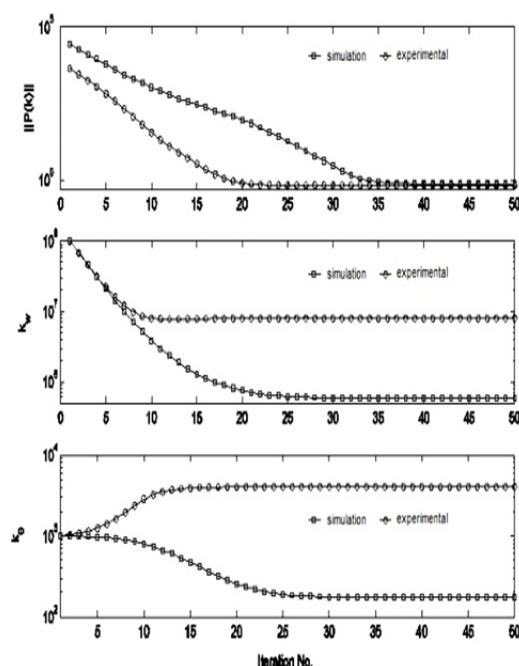
برای بررسی اثرات اینرسی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر روی فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سازه، تحلیل مودال مدل اجزای محدود با بی جرم فرض نمودن بلوک‌های لاستیکی ($\rho_{Ru} = 0$) نیز انجام می‌شود. در جدول (۱) فرکانس‌های طبیعی برای حالت با و بدون جرم بودن بلوک‌های لاستیکی با هم مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که فرکانس‌های طبیعی نشان می‌دهند، اثرات جرمی بلوک‌های لاستیکی بسیار ناچیز و قابل صرف‌نظر نمودن می‌باشد. از این‌رو تحلیل دینامیکی انجام‌شده در قسمت‌های قبل با فرض ناچیز بودن اثرات اینرسی بلوک‌های جرمی قابل اعتبار است و در ادامه برای شناسایی پارامترهای شرایط مرزی مورد استفاده قرار می‌گیرد. هم‌چنین به‌منظور بررسی اثر انعطاف‌پذیری بلوک‌ها (تکیه‌گاه‌های) لاستیکی روی فرکانس‌های طبیعی تیر، در جدول (۱) فرکانس‌های طبیعی تیر با شرایط مرزی صلب نیز ارائه شده است. همان‌گونه که نتایج فرکانس‌های طبیعی نشان می‌دهد، پس از استفاده از بلوک‌های لاستیکی به‌دلیل ایجاد انعطاف‌پذیری در تکیه‌گاه تیر، فرکانس‌های طبیعی به شدت کاهش می‌یابند.



شکل ۲ مدل اجزای محدود تیر با تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر (الف)، سه شکل مود خمشی اول (ب-د)

ارزیابی صحت پارامترهای شناسایی شده

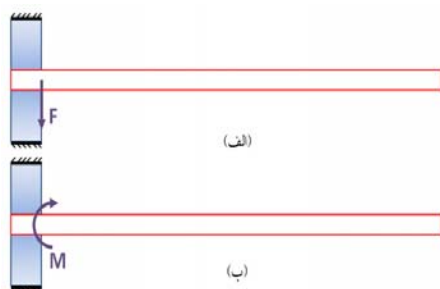
در این قسمت به بررسی صحت پارامترهای سختی شناسایی شده برای تکیه‌گاه سازه تیرمانند پرداخته می‌شود. برای انجام این کار باید تخمینی از پارامترهای سختی تکیه‌گاه به دست آورد. تخمین پارامترهای سختی تکیه‌گاه را می‌توان با انجام تحلیل‌های استاتیکی به روشی که در ادامه تشریح می‌شود به دست آورد.



شکل ۳ تغییرات تابع هدف و پارامترهای شرایط مرزی در فرآیند شناسایی، شبیه‌سازی (□) و تجربی (○).

(جابه جایی) زاویه‌ای محل اثر گشتاور Θ تعیین می‌شود. با فرض رابطه خطی $M = k_\theta \Theta$ بین گشتاور اعمالی و تغییر شکل زاویه‌ای سختی پیچشی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر به دست می‌آید. لازم بذکر است چون امکان اعمال گشتاور به المان solid185 وجود ندارد، گشتاور M با استفاده از یک زوج نیرو شبیه‌سازی شده است.

نتایج تحلیل استاتیکی (کانتور جابه‌جایی) به منظور تخمین k_w در شکل (۵) ارائه شده است. در جدول (۲) مقادیر ضرایب سختی تخمینی و شناسایی شده باهم مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که نتایج ارائه شده در جدول (۲) نشان می‌دهد روش شناسایی ارائه شده به خوبی قادر به تعیین پارامترهای سختی تکیه‌گاه با استفاده از فرکانس‌های طبیعی سازه می‌باشد. در مورد اختلاف موجود بین مقادیر سختی شناسایی شده و تخمینی باید به این نکته توجه نمود، که در مدل دینامیکی که براساس آن پارامترهای تکیه‌گاه شناسایی شده‌اند، اثر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر تیر در یک نقطه به صورت فنرهای خطی و پیچشی مدل‌سازی شده است. در حالی که در سازه واقعی (مدل اجزای محدود) تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر در یک محدوده طولی (در این مثال 2cm) قرار می‌گیرد و دینامیک سازه را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین اختلاف بین فرکانس‌های طبیعی که در جدول (۱) گزارش شده است و اختلاف بین پارامترهای سختی تکیه‌گاه ارائه شده در جدول (۲) را می‌توان به اثر توزیعی تکیه‌گاه در مدل اجزای محدود و اثر نقطه‌ای تکیه‌گاه در مدل دینامیکی نسبت داد.



شکل ۴ نحوه اعمال نیرو و گشتاور برای تخمین پارامترهای سختی تکیه‌گاه

به منظور تعیین k_w نیروی F مطابق شکل (۴-الف) به سازه در محل تکیه‌گاه وارد و با تحلیل استاتیکی مدل اجزای محدود تغییر شکل (جابه‌جایی) عمودی محل اثر نیرو (Δ) تعیین می‌شود. با توجه به رفتار خطی مدل اجزای محدود می‌توان فرض نمود $F = k_w \Delta$ و با استفاده از این رابطه تخمینی از سختی نرمال تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر در محل اعمال نیرو به دست آورد. به صورت مشابه، جهت تعیین k_θ گشتاور M مطابق شکل (۴-ب) به سازه در محل تکیه‌گاه وارد و با تحلیل استاتیکی مدل اجزای محدود تغییر شکل

$\nu = 0.45$ فرض می‌شوند. نتایج نهایی در جدول‌های (۳ و ۴) ارائه شده‌اند. مقادیر تخمینی سختی تکیه‌گاه با مقادیر شناسایی شده در جدول (۳) مقایسه شده‌اند.

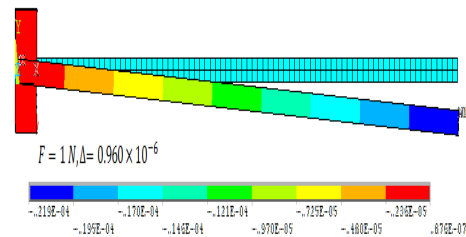
جدول ۳ مقایسه ضرایب سختی تخمینی و شناسایی شده

k_θ (Nm/rad)	k_w (N/m)	
حالت اول		
347.3	1.63×10^6	مقادیر تخمینی
345.52	8.14×10^5	مقادیر شناسایی
حالت دوم		
1.28×10^3	7.7×10^6	مقادیر تخمینی
1.54×10^3	2.32×10^6	مقادیر شناسایی
حالت سوم		
2.37×10^3	2.06×10^7	مقادیر تخمینی
3.75×10^3	5.16×10^6	مقادیر شناسایی

در جدول (۴) فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل اجزای محدود و حاصل از مدل شناسایی شده برای حالت‌های سه‌گانه فوق‌الذکر باهم مقایسه شده‌اند.

جدول ۴ مقایسه فرکانس‌های طبیعی شبیه‌سازی و شناسایی

مود ۴	مود ۳	مود ۲	مود ۱	
حالت اول				
1434.6	715.66	239.56	31.029	شبیه‌سازی
1305.6	697.42	241.9	31.036	شناسایی
-8.99	-2.55	0.98	0.024	خطا (%)
حالت دوم				
1542.67	784.35	277.51	43.468	شبیه‌سازی
1491.2	778.96	278.71	43.476	شناسایی
-3.34	-0.69	0.43	-0.017	خطا (%)
حالت سوم				
1621.33	830.97	297.47	47.487	شبیه‌سازی
1600.6	829.26	298.02	47.483	شناسایی
-1.3	-0.21	0.18	-0.008	خطا (%)



شکل ۵ کانتور جابه‌جایی تیر بر اثر اعمال نیرو در محل تکیه‌گاه

جدول ۲ مقادیر سختی تخمینی و شناسایی شده

برای تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر

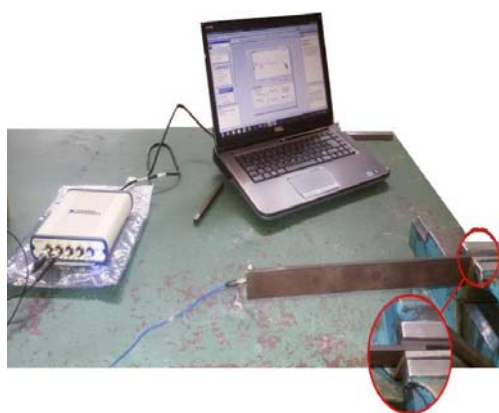
k_θ (Nm/rad)	k_w (N/m)	
181.96	8.19×10^5	مقادیر تخمینی
175.229	5.829×10^5	مقادیر شناسایی

در قسمت بعد به بررسی اثر سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر روی نتایج شناسایی شده پرداخته می‌شود.

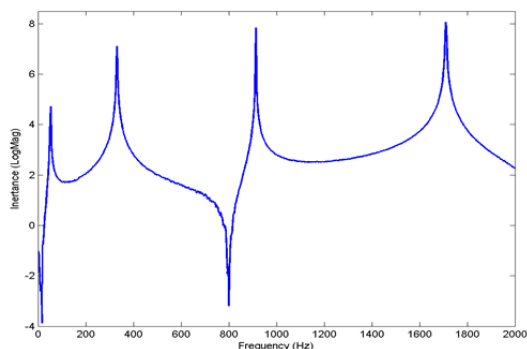
بررسی اثر سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر

سختی (مدول الاستیسیته) تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر ممکن است نتایج شناسایی را تحت تأثیر قرار دهد. در این قسمت به بررسی اثر سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر روی نتایج شناسایی شده پرداخته می‌شود. برای این منظور سه مقدار مختلف برای مدول الاستیسیته بلوک‌های قرار گرفته به جای تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر در نظر گرفته می‌شود و پس از تحلیل مودال و تعیین فرکانس‌های طبیعی، به شناسایی پارامترهای سختی تکیه‌گاه پرداخته می‌شود. هم‌چنین تخمین پارامترهای سختی تکیه‌گاه با استفاده از روش ارائه شده در قسمت قبل نیز به دست می‌آیند و با مقادیر شناسایی شده مقایسه می‌شوند. مقادیر مدول الاستیسیته در نظر گرفته شده برای بلوک‌های قرار گرفته به جای تکیه‌گاه الاستیک در مدل اجزای محدود به ترتیب $E_1 = 200 \text{ Mpa}$ (حالت اول)، $E_2 = 1 \text{ Gpa}$ (حالت دوم) و $E_3 = 3 \text{ Gpa}$ (حالت سوم) در نظر گرفته می‌شود. چگالی و مدول یانگ برای همه حالت‌ها برابر با $\rho = 690 \text{ kg/m}^3$ و

و در انتها پردازش توسط نرم افزار لب ویو نمودارهای پاسخ فرکانسی اندازه گیری می شوند. با استفاده از نمودارهای پاسخ فرکانسی فرکانس های طبیعی استخراج می شوند. آرایش انجام آزمایش در شکل (۶) نشان داده شده است. شکل (۷) نمونه ای از نمودارهای پاسخ فرکانسی اندازه گیری شده را نشان می دهد. فرکانس های طبیعی حاصل از نمودارهای پاسخ فرکانسی در جدول (۵) ارائه شده اند.



شکل ۶ آرایش انجام آزمایش



شکل ۷ نمودار پاسخ فرکانسی

جدول ۵ مقایسه فرکانس های طبیعی (Hz) برای نتایج تجربی

مُد ۴	مُد ۳	مُد ۲	مُد ۱	
۲۱۰۳/۳	۱۰۷۳/۶	۳۸۳/۳۸	۶۱/۲۰۳	تکیه گاه صلب
۱۸۳۲	۹۲۴	۳۲۹	۵۲	تجربی
۱۷۱۰/۴	۹۱۳/۲۷	۳۳۱/۲۹	۵۲	شناسایی
-۶/۶۴	-۱/۱۶	۰/۶۹	-۰/۰۱	خطا (%)

نتایج ارائه شده در جدول های (۳ و ۴) نشان می دهد که تغییر سختی تکیه گاه تأثیر چندانی روی نتایج شناسایی شده ندارد. به عبارت دیگر روش مورد استفاده در این مقاله قادر به شناسایی پارامترهای سختی معادل شرایط مرزی سازه های تیرمانند برای بازه وسیعی از مدول الاستیسیته تکیه گاه انعطاف پذیر می باشد. در قسمت بعد به ارزیابی دقت روش مورد استفاده در این مقاله با استفاده از نتایج تجربی پرداخته می شود.

شناسایی توسط نتایج تجربی

در این قسمت با استفاده از نتایج تجربی به شناسایی پارامترهای شرایط مرزی یک تیر دارای تکیه گاه انعطاف پذیر پرداخته می شود. تیری فولادی به ابعاد سطح مقطع $3\text{cm} \times 0.6\text{cm}$ و طول 28.3cm توسط دو قطعه فولادی به ابعاد $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 0.6\text{cm}$ مطابق شکل (۶) به تکیه گاه متصل می شود. قطعات فولادی استفاده شده در تکیه گاه، ایجاد یک تکیه گاه غیر صلب می کنند که در این قسمت هدف شناسایی پارامترهای سختی معادل خطی و پیچشی متناظر با تکیه گاه تیر با استفاده از تئوری تشریح شده در قسمت های قبلی و به کمک فرکانس های طبیعی می باشد. خواص مواد تیر فولادی به صورت $\rho_{st} = 7828 \text{ kg/m}^3$ ، $E_{st} = 200 \text{ GPa}$ در نظر گرفته می شود.

برای اندازه گیری فرکانس های طبیعی از آزمایش مودال تجربی استفاده می شود. برای این منظور، تیر با استفاده از یک چکش مودال در یک نقطه تحریک می شود. نیروی اعمالی به تیر و پاسخ دینامیکی آن به ترتیب با استفاده از نیروسنج قرار گرفته روی چکش و شتاب سنج نصب شده در نوک تیر اندازه گیری می شود. شتاب سنج و نیروسنج مورد استفاده ساخت شرکت Kistler می باشد. با انتقال سیگنال های نیرو و شتاب به یک کارت داده برداری مدل NI USB-4432

حاصل از مدل شناسایی شده با سازه اصلی با دقت قابل قبولی به هم نزدیک باشند، مقادیر سختی شناسایی شده نیز به مقادیر سختی واقعی نزدیک می‌باشند. مقایسه نتایج ارائه شده در جدول‌های (۳-۱) نشان می‌دهند که روش مورد استفاده در تعیین پارامترهای شرایط مرزی موفق بوده است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به شناسایی پارامترهای شرایط مرزی برای تیرهایی که به صورت غیرصلب به تکیه‌گاه متصل شده‌اند پرداخته شده است. برای این منظور یک روش شناسایی بر پایه استفاده از فرکانس‌های طبیعی در معادله مشخصه دینامیکی معرفی می‌شود. با مینیمم نمودن نرم بردار معادلات مشخصه به ازای فرکانس‌های طبیعی در مراحل تکرار مختلف، پارامترهای شرایط مرزی به دست می‌آیند. دقت روش شناسایی با استفاده از نتایج تجربی و شبیه‌سازی شده ارزیابی شده است. نتایج شناسایی نشان می‌دهد که روش مورد استفاده دقت لازم برای تعیین پارامترهای شرایط مرزی را دارا می‌باشد. هم‌چنین اثر تغییرات سختی تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر روی مقادیر شناسایی شده برای شرایط مرزی نیز مورد بررسی قرار گرفت.

فهرست علائم

E	مدول الاستیسیته	Pa
k_w	سختی فنر خطی	N/m
k_θ	سختی فنر پیچشی	Nm/rad
A	سطح مقطع	m^2

علائم یونانی

ρ	چگالی	Kg/m^3
ν	ضریب پواسون	
ω	فرکانس طبیعی	Hz

به منظور ارزیابی میزان تأثیر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر روی فرکانس‌های طبیعی، فرکانس‌های طبیعی یک سرگیردار (تکیه‌گاه صلب) با مشخصات هندسی و خواص مواد مشابه سازه آزمایشی به صورت تئوری محاسبه و در جدول (۵) با فرکانس‌های طبیعی سازه واقعی (با تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر) مقایسه شده است. همان‌گونه که جدول (۵) نشان می‌دهد انعطاف‌پذیری ایجاد شده در تکیه‌گاه سازه واقعی توسط بلوک‌های فولادی باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی آن نسبت به یک سازه گیردار شده است. لازم به ذکر است که فرکانس‌های طبیعی تیر با تکیه‌گاه صلب از حل معادله مشخصه آن یعنی $\cos(\lambda L) \cosh(\lambda L) + 1 = 0$ به دست می‌آید.

برای شناسایی پارامترها از روابط ارائه شده در بخش روش شناسایی پارامترهای شرایط مرزی استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن یک دسته مقادیر اولیه برای پارامترهای سختی شرایط مرزی ($k_{w0} = 1 \times 10^8 \text{ N/m}$ و $k_{\theta0} = 1000 \text{ Nm/rad}$) و جای‌گذاری فرکانس‌های طبیعی حاصل از آزمایش درون روابط (۲۲-۱۸) و حل معادله (۱۹) به صورت تکرار، پارامترهای شرایط مرزی به صورت $k_\theta = 4060.7 \text{ Nm/rad}$ و $k_w = 7.983 \times 10^6 \text{ N/m}$ شناسایی می‌شوند. تغییرات تابع هدف و پارامترهای تکیه‌گاه در فرآیند شناسایی در شکل (۳) نشان داده شده است. فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل شناسایی شده با فرکانس‌های طبیعی آزمایش در جدول (۳) مقایسه شده‌اند. باتوجه به این‌که مقادیر واقعی پارامترهای تکیه‌گاه برای سازه نشان داده شده در شکل (۶) در دسترس نمی‌باشد، برای بررسی دقت پارامترهای شناسایی شده تنها به مقایسه فرکانس‌های طبیعی بسنده می‌شود. زیرا همان‌گونه که برای سازه شبیه‌سازی شده نشان داده شد، در صورتی که فرکانس‌های طبیعی

مراجع

1. Guo, T., Li, L., Cai, L. and Zhao, Y., "Alternative method for identification of the dynamic properties of bolted joints", *Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, No. 10, pp. 3017-3027, (2012).
2. Valle, J.L.Z., Blasco, J.A., Martinez, M.P.G., Gimeno, J.M.F. and Dieguez, M.G., "Modelling and calibration of a beam-column joint based on modal data", *Computers and Structures*, Vol. 108-109, pp. 31-41, (2012).
3. Gant, F., Rouch, P., Louf, F. and Champany, L., "Definition and updating of simplified models of joint stiffness", *Solids and Structures*, Vol. 48, pp. 775-784, (2011).
4. Tol, S. and Ozguven, H.N., "Dynamic characterization of bolted joints using FRF decoupling and optimization", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 54-55, pp. 124-138, (2015).
5. Cao, H., Li, B. and He, Z., "A joint stiffness identification method based on finite element modeling and frequency response functions", *Vibroengineering*, Vol. 14, Issue. 2, pp. 611-620, (2012).
6. Hwang, H.Y., "Identification techniques of structure connection parameters using frequency response functions", *Sound and Vibration*, Vol. 212, No. 3, pp. 469-479, (1998).
7. Zhang, B., Waters, T.P. and Mace, B.R., "Identifying joints from measured reflection coefficients in beam-like structures with application to a pipe support", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, pp. 784-795, (2010).
8. Ahmadian, H., Mottershead, J.E. and Friswell, M.I., "Boundary condition identification by solving characteristic equations", *Sound and vibration*, Vol. 247, No. 5, pp. 755-763, (2001).
9. Li, W.L., "A new method for structural model updating and joint stiffness identification", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 16, No. 1, pp. 155-167, (2002).
10. Jalali, H., "Linear contact interface parameter identification using dynamic characteristic equation", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 66-67, pp. 111-119, (2016).
11. Harville, D.A., "*Matrix Algebra from a Statistician's Perspective*", Springer-Verlag publication. Inc., New York, pp. 1-11, (1997).

مطالعه عددی تولید صدا در جریان حول سیلندر مربعی در زوایای حمله مختلف*

علیرضا موحدی^(۳)علی اکبر دهقان^(۲)محسن محمدرضایی^(۱)

چکیده پارامترهای جریان و سطح فشار صوت در دوردست آکوستیکی و بر روی سطح یک سیلندر مربعی در شش زاویه حمله مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. حل عددی با نرم افزار تجاری فلوئنت و با استفاده از مدل اغتشاشی رهیافت گردابه های بزرگ شبیه سازی شده است. از مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی موجود، مشخص گردید که نتایج حل جریان و سطح فشار صوت مطابقت قابل قبولی با نتایج تجربی دارند. کمترین مقدار ضرایب متوسط نیروهای برآ و پسا و مجذور میانگین مربعات نیروی برآ در محدوده زاویه حمله ۱۳ درجه روی داده و نیز کمترین مقدار سطح فشار صوت در دوردست آکوستیکی نیز در این محدوده واقع شده است که متأثر از حداقل شدن نوسانات نیروی برآ و پسا است. میدان آکوستیکی تولید شده ناشی از نوسانات نیروی برآی وارد بر سیلندر می باشد.

واژه های کلیدی سیلندر مربعی؛ سطح فشار صوت؛ آشفتگی؛ رهیافت گردابه های بزرگ.

Numerical Investigation of Flow Induced Sound Around a Square Cylinder at Various Incidence Angles

M. Mohamadrezaei

A.A. Dehghan

A. Movahedi

Abstract Flow characteristics and sound pressure level in the acoustical far field and on the surface of a square cylinder at incidence are investigated for six angles of attacks. Flow around square cylinder is modeled using large eddy simulation method. The flow simulation is conducted using fluent commercial software. The results of the present study showed good agreement with the available experimental results. The minimum of drag coefficient, mean and root mean squared (rms) value of lift coefficient, and sound pressure level in acoustical far field occurred at 13° angle of attack which is due to the lowest values of fluctuating lift and drag forces at this angle of attack. The induced acoustic field is due to the fluctuating lift force acting on the rod.

Key Words Square cylinder; sound pressure level; turbulence; large eddy simulation.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۷/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۳/۱۸ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.50734

(۱) کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد. adehghan@yazd.ac.ir

(۳) دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد.

مقدمه

جریان سیال اطراف سیلندر یکی از مسائل قدیمی و پرطرفدار است که هرچند که بسیار ساده می‌نماید، اما هنوز جنبه‌های حل نشده بسیاری در آن وجود دارد. تحقیقات بسیاری اعم از تجربی، تحلیلی و عددی در این زمینه انجام پذیرفته، اما هم‌چنان جنبه‌های مبهمی در این مسئله باقی مانده است. یکی از جنبه‌های بررسی جریان حول سیلندرها که کمتر مورد بررسی قرار گرفته است، موضوع تولید صدا است. سیلندرها می‌توانند نقش مهمی در تولید صدا در زندگی روزمره داشته باشند و کاربردهایی از این دست در صنعت نیز دیده می‌شوند. از این جمله می‌توان به مواردی مثل حصارهای به‌کار رفته در مهندسی معماری، کابل‌های محافظ در پل‌ها در مهندسی عمران، پانتوگراف قطارها، مجموعه چرخ هواپیما و... اشاره نمود [1].

ناپایداری جریان باعث نوسانات در نیروهای آیرودینامیکی می‌شود. در بیشتر موارد این پدیده به‌دلیل ریزش متناوب گردابه است. ارتعاشی که در اثر این نیروهای نوسانی ایجاد می‌شود، ساختار مکانیکی جسم را تهدید می‌کند. از طرفی ریزش متناوب گردابه در مقطع عرضی سیلندر باعث تولید صدا نیز می‌شود، که این صدا می‌تواند تأثیرات نامطلوبی داشته باشد. به عبارت دیگر، این جریان ناپایا تولید امواج آکوستیک می‌کند که باعث آلودگی صوتی محیطی می‌شود. توانایی کنترل صدای تولید شده و طراحی وسایلی برای کاهش نویز ناشی از جریان حول اجسام جریان‌بند نیاز به شناخت مفاهیم مکانیزم تولید صدا دارد [2].

فهمیدن ارتباط متقابل بین جسم جریان‌بند، دنباله ایجادشده پشت آن و نیروهای وارد بر آن بسیار مهم است و سال‌ها تحقیقات گسترده‌ای روی آن انجام شده است. با توجه به اهمیت ضرایب نیروی برآ و پسا در مبحث آکوستیک، برخی از پژوهشگران رابطه ضرایب

برآ و پسا را به‌صورت تابعی از زاویه حمله به‌صورت تجربی ارائه کرده‌اند.

ویکری [3] نوسانات ضرایب نیروی برآ و پسا بر روی سیلندر مربعی طویل ($l/d=30$) در حالت آرام و آشفته را به‌صورت تجربی بررسی کرد. براساس نتایج آزمایش‌ها، میزان نوسانات نیروی برآ برای سیلندر مربعی، از سیلندر دایره‌ای بیشتر است. عدد استروهال برای سیلندر مربعی به‌آرامی با زاویه حمله تغییر می‌کند و آشفتگی تأثیر کمی روی عدد استروهال دارد. شدت آشفتگی جریان بالادست تأثیر به‌سزایی روی ضریب برآ دارد.

برمن و اباساجو [4] نوسانات فشار سطحی بر روی سیلندر مربعی در حالت ثابت و نوسانگر در راستای عرضی را به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار دادند. این بررسی نشان داد ضریب برآی نوسانی سیلندر مربعی بیشتر از سیلندر دایره‌ای است و ضریب برآ در حالت نوسان سیلندر حدود ۵۴٪ بیشتر از حالت سکون است.

ایگاشی [5] پارامترهای جریان حول سیلندر مربعی در زوایای حمله بین صفر تا ۴۵ درجه را برای اعداد رینولدز زیر بحرانی به‌صورت تجربی بررسی کرد. نتایج نشان می‌دهد بیشترین مقدار عدد استروهال و کمترین مقدار ضریب برآ و پسا در محدوده زوایای حمله بین ۱۳ و ۱۴ درجه به‌دست آمده است. ضریب نوسانات فشار نیز در این محدوده به حداقل خود می‌رسد.

کنیسلی [6] تغییر عدد استروهال در مجموعه‌ای از سیلندره‌ای مستطیلی با نسبت اضلاع $0.04 \leq B/D \leq 1$ (B بعد عرضی و D بعد در راستای جریان سطح مقطع سیلندر) در زوایای حمله مختلف را مورد بررسی قرار داده است. این بررسی نشان داد به‌غیر از نازک‌ترین حالت با تغییر زاویه حمله عدد استروهال روند یکسانی را طی می‌کند. در محدوده زوایای حمله بین صفر تا

۱۳ درجه با افزایش زاویه حمله، عدد استروهاال افزایش می‌یابد و سپس تا زاویه حمله ۴۵ درجه با افزایش زاویه حمله عدد استروهاال کاهش می‌یابد. بیشترین مقدار عدد استروهاال و حداقل ضریب برآ و پسا در محدوده زوایای حمله بین ۱۳ و ۱۴ درجه روی داده است.

نوربرگ [7] نیروهای فشاری و فرکانس ریزش گردابه حول سیلندر مستطیلی با نسبت اضلاع مختلف را در محدوده زاویه حمله بین صفر تا ۹۰ درجه و برای دو عدد رینولدز به صورت تجربی بررسی کرد. نتایج نشان می‌دهد که ضرایب برآ و پسا در اعداد رینولدز مختلف روند یکسانی دارند. ضرایب برآ و پسا در ابتدا با افزایش زاویه حمله کاهش می‌یابند تا به کمترین مقدار خود می‌رسند و سپس با افزایش زاویه حمله این ضرایب افزایش می‌یابند.

ردی [8] شبیه‌سازی جریان حول سیلندر مربعی طویل در عدد رینولدز ۲۲,۰۰۰ را به منظور بررسی رفتار دو بعدی جریان و جریان اطراف مکعب قرارگرفته بر روی صفحه در عدد رینولدز ۴۰,۰۰۰ با هدف بررسی رفتار سه بعدی جریان انجام داد. نتایج سیلندر مربعی طویل حاکی از آن است که مدل توربولانسی $k - \epsilon$ نتایج رضایت بخشی را پیش بینی نکرده است. شبیه‌سازی جریان در حالت سه بعدی با مدل توربولانسی $k - \epsilon$ جریان بر روی صفحه بالایی مکعب را ضعیف پیش بینی کرده است. شبیه‌سازی با رهیافت گردابه‌های بزرگ جزئیات جریان را بهتر نشان می‌دهد و تمام نتایج رضایت بخش و خوب است؛ ولی زمان محاسبات با این مدل چند برابر روش‌های دیگر است. بامقایسه نتایج رهیافت گردابه‌های بزرگ به وضوح مشخص است که این مدل پتانسیل بیشتری برای پیش بینی پیچیدگی‌های جریان دارد.

فوجیتا و همکاران [9] صدای آیرودینامیکی تولیدشده به وسیله جریان حول سیلندر مربعی در

فاصله یک متری از سیلندر در زوایای حمله مختلف را به روش تجربی بررسی کردند. این بررسی نشان داد جریان اطراف سیلندر در زاویه حمله ۱۳ درجه با زوایای دیگر متفاوت است. در این زاویه جدایی جریان در لبه جلویی و اتصال به سطح در نزدیکی لبه عقبی رخ می‌دهد. در این زاویه کمترین سطح فشار صوت اندازه‌گیری شده است. در این مطالعه نحوه تغییرات عدد استروهاال در زوایای حمله مختلف نیز بررسی شده است. از زاویه صفر تا حدود ۱۰ درجه تغییرات زیادی در عدد استروهاال دیده نمی‌شود، ولی این کمیت ناگهان با شیب تنیدی در زاویه حمله ۱۳ درجه به حداکثر مقدار خود می‌رسد و سپس تا زاویه ۴۵ درجه کاهش می‌یابد. نحوه تغییرات سطح فشار صوت در زوایای حمله مختلف نیز بررسی شده است. مقدار سطح فشار صوت از زاویه حمله صفر درجه با شیب سریعی به حداقل مقدار خود در زاویه حمله سیزده درجه می‌رسد و با شیب سریعی تا محدوده زاویه حمله پانزده درجه افزایش می‌یابد و سپس تقریباً ثابت می‌ماند.

تامورا و میاگی [10] تأثیر آشفتگی جریان بالادست بر روی نیروهای آیرودینامیکی وارد بر سیلندره‌های دویعدی و سه بعدی مربعی با شکل گوشه‌های متفاوت را به صورت تجربی بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد برش اریب و برش شعاعی باعث کاهش پسا و عرض دنباله می‌شود و نیز در سیلندر با برش شعاعی ضریب برآ ناگهان به کمترین مقدار خود در زاویه حمله چهار یا پنج درجه می‌رسد. مقدار ضریب برآ در حالت سه بعدی حدود ۱۰ درصد از حالت دویعدی کمتر است و هم چنین ایجاد برش اریب در گوشه‌ها باعث کاهش زاویه بحرانی به هفت درجه می‌شود. تغییرات عدد استروهاال در زوایای حمله مختلف نیز مورد بررسی قرار گرفته است. برای سیلندر مربعی بیشترین مقدار عدد استروهاال با کمترین ضریب برآ همراه است.

چن و لیو [11] به صورت تجربی ریزش گردابه و فشار سطحی بر روی سیلندر مربعی در اثر برخورد جریان یکنواخت هوا را بررسی کردند. این بررسی نشان داد برای اعداد رینولدز بیشتر از ۵۳۰۰، عدد استروهال روند یکسانی با تغییر زاویه حمله دارد و برای تمامی اعداد رینولدز مورد بررسی به بیشترین مقدار خود در زاویه حمله سیزده درجه می رسد. تغییر عدد رینولدز تأثیری بر توزیع فشار روی سطح جلویی ندارد ولی فشار روی سطوح دیگر با تغییر عدد رینولدز تغییر می کند.

هاچسون و توماس [12] به صورت تجربی تأثیر زبری سطح و عدد رینولدز بر صدای تولید شده از یک سیلندر مربعی در زوایای حمله صفر، ۳۰ و ۴۵ درجه را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می دهد زبری سطح تغییر قابل توجهی در عدد استروهال ایجاد نمی کند و از جهتی تغییرات عدد استروهال در اعداد رینولدز مختلف چشمگیر نیست و تقریباً ثابت می ماند. همچنین زبری سطح تغییرات قابل توجهی در حداکثر سطح شدت صوت ایجاد نمی کند.

دورنینو [2] سطح فشار صوت منتشر شده ناشی از جریان حول سیلندر مربعی را به صورت تجربی در دوردست آکوستیکی بررسی کرد. این بررسی نشان داد که بیشترین مقدار عدد استروهال و حداقل ضریب برآ و پسا و حداقل مقدار سطح فشار صوت در محدوده زوایای حمله بین ۱۳ و ۱۴ درجه روی داده است. سطح فشار صوت با افزایش زاویه حمله تا زاویه حمله ۱۳ درجه کاهش می یابد و سپس با افزایش زاویه حمله سطح فشار صوت نیز افزایش می یابد.

مولر [13] کار تجربی دورنینو [2] را به صورت عددی با رهیافت گردابه های بزرگ شبیه سازی کرد. نتایج حل عددی جریان نشان می دهد شبیه سازی با شبکه ای با تعداد سلول های کم در مدل رهیافت گردابه های بزرگ بعضی از ویژگی های جریان را اصلاً

پیش بینی نمی کند؛ ولی در شبکه با تعداد سلول های مناسب نتایج پیش بینی شده برای زاویه حمله صفر درجه مطابقت خوبی با نتایج مطالعات دیگر دارد. شبیه سازی جریان برای زاویه حمله سیزده درجه پیچیده تر است. زیرا در این زاویه اتصال جریان به سطح جانبی سیلندر در نزدیکی لبه پشتی اتفاق می افتد و این زاویه، زاویه بحرانی است. رهیافت گردابه های بزرگ، الگوی متوسط جریان و سطح فشار صوت را با دقت مناسبی پیش بینی کرده است.

با توجه به پیچیده بودن شبیه سازی عددی جریان آشفته و نیز ارتباط نزدیک میدان آکوستیکی حول اجسام مختلف با این نوع جریان، مطالعات عددی زیادی در این زمینه انجام نشده است. از جهتی با توجه به عدم توانایی نرم افزار فلوئنت در محاسبه صحیح سطح فشار صوت با استفاده از نوسانات فشار سطحی، مطالعات عددی موجود نیز بیشتر با تکیه بر بررسی آکوستیک جریان در دوردست آکوستیکی انجام شده است. لذا مطالعه حاضر به بررسی عددی آکوستیک جریان با استفاده از مشخصات جریان روی سطح سیلندر و نیز در دوردست آکوستیکی پرداخته است. هم چنین پارامترهای جریان حول سیلندر مربعی در زوایای حمله بین صفر تا ۴۵ درجه برای اعداد رینولدز مختلف، به صورت عددی بررسی و ارائه شده اند.

انتشار صوت

در مطالعه حاضر، برای محاسبه سطح فشار صوت در دوردست آکوستیکی از نرم افزار تجاری فلوئنت و از روش ویلیامز-هاکینز [14] استفاده شده است. معادله دیفرانسیلی که در این روش حل می شود با کمی تغییر نسبت به معادله اولیه لایتیل [15] با فرض این که منبع ایجاد صوت یک سطح بسته را تشکیل می دهد، به صورت رابطه (۱) است.

$$U_i = v_i + \frac{\rho}{\rho_0}(u_i - v_i) \quad (3)$$

$$L_i = P_{ij}n_j + \rho u_i(u_n - v_n) \quad (4)$$

در رابطه (۲)، M بردار عدد ماخ، اندیس r نشان‌دهنده مؤلفه در راستای انتشار صوت (شعاعی) و n نشان‌دهنده مؤلفه عمود بر صفحه تولید صدا است. L_r بیانگر ضرب دو متغیر است ($L_r = L_i r_i$). نقطه بر روی بعضی پارامترها، مفهوم مشتق زمانی را بیان می‌کند.

فرآیند حل آکوستیکی به این صورت است که ابتدا یک سطح بسته، حول جسم مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود. پس از حل معادلات ناویر استوکس در گام‌های زمانی کوچک و درون این سطح بسته، متغیرهای فشار، گرادیان فشار و سرعت در گام‌های زمانی مختلف بر روی سطح مشخص می‌گردند. با در اختیار داشتن این اطلاعات و با استفاده از تابع گرین انتگرال معادله موج آکوستیکی حل و فشار آکوستیکی در نقاط دوردست محاسبه می‌شود.

سطح فشار صوت ارتباط شدت صوت در نقطه مشاهده‌کننده با شدت صوت مبنا است که به صورت رابطه (۵) نشان داده می‌شود. واحد سطح فشار صوت دسی‌بل است.

$$spl = 20 \log \frac{\dot{p}_{rms}}{p_0} \quad (5)$$

p_0 فشار مبنا و برابر با ۲۰ میکرو پاسکال [17] است. لایتهیل [15] معادله صدای تولیدشده به وسیله جریان حول یک جسم را، در دوردست یعنی مکانی که سیال ساکن است (دوردست آکوستیکی) به دست آورده است، لذا نرم‌افزار فلوئنت توانایی محاسبه صحیح سطح فشار صوت را بر روی سطح جامد (یعنی جایی که در معرض حرکت سیال است) ندارد. به این منظور تغییرات فشار با زمان در ۳۲ نقطه بر روی سطح سیلندر

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (T_{ij} H(f)) \\ &- \frac{\partial}{\partial x_i} ((P_{ij} n_j + \rho u_i (u_n - v_n)) \delta(f)) \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} ((\rho_0 v_n + \rho (u_n - v_n)) \delta(f)) \end{aligned} \quad (1)$$

در این معادله اندیس i نشان‌دهنده مؤلفه هر متغیر در راستای x_i و اندیس n نشان‌دهنده مؤلفه عمود بر صفحه تولید صدا است. u سرعت جریان و v سرعت صفحه تولید صدا است. $\delta(f)$ تابع دلتای دیراک و $H(f)$ تابع پله است. متغیر f به گونه‌ای است که مقدار صفر آن سطح تولید صدا و مقادیر بزرگ‌تر از صفر آن ناحیه انتشار موج را تشکیل می‌دهد. در این رابطه T_{ij} تانسور تنش لایتهیل است.

حل کامل معادله ویلیامز-هاکینز نیازمند استفاده از انتگرال‌های سطحی و حجمی است. انتگرال‌های سطحی معرف منابع صوت درجه یک، درجه دو و در برخی موارد درجه چهار است. در حالی که انتگرال‌های حجمی معرف منبع صوت درجه چهار هستند که نوین حجم سیال اطراف بدنه را مدل می‌کند. منبع صوت درجه چهار از منبع صوت درجه دو بسیار ضعیف‌تر است [16] لذا در نرم‌افزار فلوئنت از انتگرال‌های حجمی صرف نظر شده است. بنابراین فشار آکوستیکی برابر هر یک از فشارهای آکوستیکی تولیدشده توسط منابع صوت درجه یک و درجه دو است که به صورت رابطه (۲) به دست آمده است.

$$\begin{aligned} \dot{p}(\vec{x}, t) &= \dot{p}_T(\vec{x}, t) + \dot{p}_L(\vec{x}, t) \\ 4\pi \dot{p}_T(\vec{x}, t) &= \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 (\dot{U}_n + U_{\dot{n}})}{r(1-M_r)^2} \right] ds \\ &+ \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 U_n \{r \dot{M}_r + c_0 (M_r - M^2)\}}{r^2 (1-M_r)^3} \right] ds \\ 4\pi \dot{p}_L(\vec{x}, t) &= \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{r(1-M_r)^2} \right] ds \quad (2) \\ &+ \int_{f=0} \left[\frac{L_r - L_M}{r^2 (1-M_r)^2} \right] ds \\ &+ \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[\frac{L_r \{r \dot{M}_r + c_0 (M_r - M^2)\}}{r^2 (1-M_r)^3} \right] ds \end{aligned}$$

ثبت و با استفاده از رابطه (۶) سطح فشار صوت روی سطح سیلندر محاسبه شده است.

$$\text{SPL} = 20 \log\left(\frac{\bar{p}_{\text{rms}}}{p_0}\right) \quad (6)$$

$$\bar{p}_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(\bar{p}_1^2 + \bar{p}_2^2 + \dots + \bar{p}_n^2)}{n}}$$

$$\bar{p}_i = p_i - \bar{p}_i$$

در این رابطه $p_i, p_0 = 20 \mu\text{Pa}$ مؤلفه نوسانی فشار لحظه‌ای بر حسب پاسکال است.

رهیافت گردابه‌های بزرگ

برای شبیه‌سازی جریان از رهیافت گردابه‌های بزرگ استفاده شده است که در این بخش، به معادلات این مدل اشاره می‌شود [18]. رهیافت گردابه‌های بزرگ براساس تئوری کولموگروف پایه‌گذاری شده است. در این تئوری فرض شده است که گردابه‌های بزرگ وابسته به هندسه جریان هستند و مشخصات گردابه‌های کوچک برای تمام هندسه‌ها یکنواخت است. توجه این روش این است که گردابه‌های بزرگ‌تر بیشتر انرژی جریان را با خود حمل می‌کنند و در جریان‌های مختلف بسیار متفاوت هستند. مقیاس‌های کوچک در مقایسه با مقیاس‌های بزرگ، بیشتر ایزوتروپیک، همگن، اتفاقی و بی‌قاعده‌اند و دارای طول عمر کوتاه‌تری هستند. هم‌چنین این گردابه‌ها سریع‌تر میرا می‌شوند و نیز کمتر تحت تأثیر شرایط مرزی قرار می‌گیرند و در اکثر جریان‌ها تا حدی مشابه هستند. این ویژگی اجازه می‌دهد که گردابه‌های بزرگ به‌طور صریح و دقیق حل شوند و گردابه‌های کوچک به‌وسیله مدل‌سازی مقیاس زیرشبکه، مدل‌سازی شوند.

معادلات رهیافت گردابه‌های بزرگ با اعمال نمودن نوعی فیلتر عمومی مکانی بر معادلات اصلی جریان به‌دست می‌آیند. این کار برای محدود نمودن

اندازه مقیاس‌های موجود در جریان انجام می‌گیرد. در این فرآیند، یک متغیر عمومی به یک مؤلفه با مقیاس بزرگ و یک مؤلفه با مقیاسی کوچک‌تر از اندازه شبکه تجزیه می‌شود. فیلتر نمودن سرعت به‌صورت معادله (۷) تعریف می‌شود [19].

$$\bar{u}_i = \int G(x, \bar{x}) u_i(\bar{x}) d\bar{x} \quad (7)$$

در این رابطه منظور از $G(x, \bar{x})$ تابع فیلتر است که نوسانات مکانی با طولی کوچک‌تر از Δx را میرا می‌کند. اگر معادلات ناویر استوکس فیلتر شوند معادلات به‌دست آمده شباهت زیادی با معادلات متوسط‌گیری شده زمانی ناویر استوکس (معادلات RANS) دارند. برای جریان تراکم‌ناپذیر بدون نیروی حجمی معادله ساده شده ناویر استوکس در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به‌صورت معادله (۸) است:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (8)$$

در مفاهیم رهیافت گردابه‌های بزرگ تنش‌های مقیاس زیرشبکه به‌صورت معادله (۹) است.

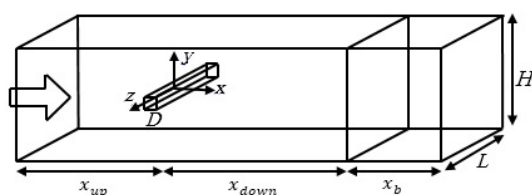
$$\tau_{ij} = (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) + (\bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_j \bar{u}_i) + \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (9)$$

نقش تنش مورد اشاره در معادله فوق، در رهیافت گردابه‌های بزرگ مشابه تنش رینولدز در معادلات متوسط‌گیری شده ناویر استوکس است.

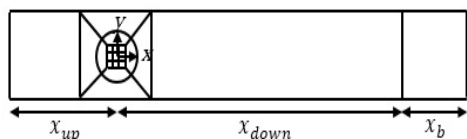
در همین ارتباط، در سال ۱۹۶۳ اسماگورینسکی تنش‌های مقیاس زیرشبکه را به‌صورت معادله (۱۰) ارائه داد.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -\nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = -2\nu_T \bar{S}_{ij} \quad (10)$$

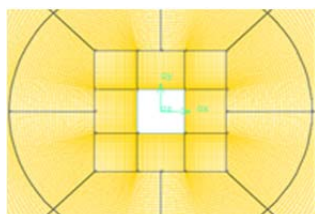
استقلال حل از شبکه یکی از مراحل مهم در هر مطالعه عددی است و باعث می شود از جهتی پارامترها دقیق تر محاسبه شوند و از جهتی دیگر هزینه محاسباتی مناسب تحمیل شود. به منظور یافتن جواب های مستقل از شبکه محاسباتی، شبکه هایی در محدوده 0.795 تا 1.74 میلیون سلول ایجاد شده و ضریب فشار متوسط (C_p) روی سطح سیلندر در عدد رینولدز 5000 برای تمام شبکه ها در زاویه حمله (α) صفر درجه محاسبه و نتایج در شکل (۴) نشان داده شده است. نتایج مشابهی برای اعداد رینولدز دیگر نیز به دست آمده است. به منظور اعتبارسنجی، نتایج با کار تجربی دورینو [2] مقایسه شده است. شبکه با $1/7$ میلیون سلول اختلاف کمی با شبکه $1/74$ میلیون سلول داشته است و از جهتی تطابق خوبی با نتایج تجربی دورینو [2] دارد لذا شبکه با $1/7$ میلیون سلول به عنوان شبکه مورد بررسی انتخاب شده است.



شکل ۱ دامنه محاسباتی استفاده شده در این مطالعه



شکل ۲ نمایی از تقسیمات انجام شده در کل میدان



شکل ۳ شبکه تولید شده در نزدیکی سیلندر

که $\overline{S_{ij}}$ تانسور نرخ کرنش، δ_{ij} دلتا کرونکر و v_T ویسکوزیته توربولانسی هستند. در این مطالعه از این مدل زیرشبکه استفاده شده است. این مدل نسبت به مدل های دیگر نتایج بهتری را شبیه سازی می کند [20]. فرکانسی را که ریزش گردابه برای یک سیلندر در آن رخ می دهد می توان با استفاده از معادله (۱۱) به دست آورد:

$$St = \frac{fD}{U} \quad (11)$$

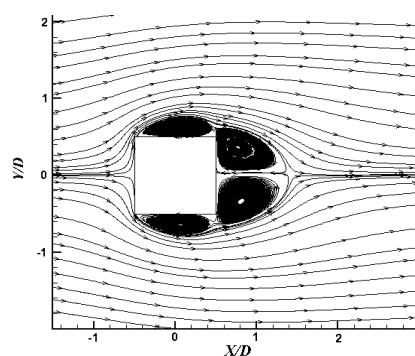
که St عدد استروهل، f فرکانس ریزش گردابه، D طول ضلع سیلندر و U سرعت جریان آزاد است.

هندسه و شبکه محاسباتی

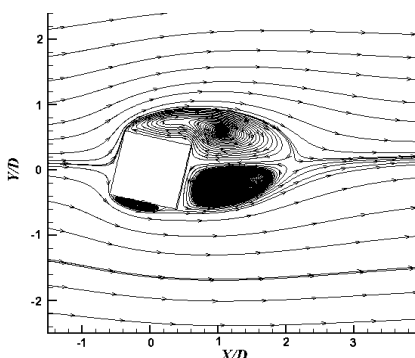
شماتیکی از هندسه سه بعدی، دامنه محاسباتی و محل قرارگیری سیلندر مربعی در شکل (۱) نشان داده شده است. D طول ضلع سیلندر، x_{up} طول بالادست جریان با اندازه پانزده برابر طول ضلع سیلندر، x_{down} طول پایین دست جریان با اندازه چهار برابر طول ضلع سیلندر و x_b طول بافر با اندازه ده برابر طول ضلع سیلندر هستند. در مطالعات عددی که قبل تر انجام شده چنین نتیجه گیری شده است که در مرز خروجی نباید نوسانات فشار وجود داشته باشد، به این منظور منطقه بافر اضافه شده است تا عمل میراکنندگی امواج را انجام دهد. H طول ارتفاع میدان حل با اندازه ده برابر طول ضلع سیلندر و L طول بعد سوم میدان حل با اندازه $12/5$ برابر طول ضلع سیلندر است.

طراحی مدل هندسی و تولید شبکه محاسباتی با استفاده از نرم افزار گمبیت انجام گرفته است و شبکه به صورت بدون سازمان، غیریکنواخت و چهار وجهی است. به منظور افزایش دقت محاسباتی در نزدیکی سیلندر از شبکه با تراکم بیشتری استفاده شده است. در شکل (۲) نمایی از تقسیمات انجام شده در کل میدان حل و در شکل (۳) شبکه تولید شده در نزدیکی سیلندر نشان داده شده است.

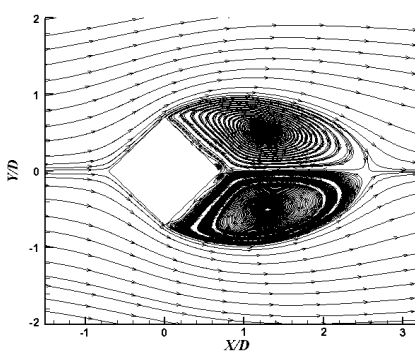
چرخشی کوچکی روی سطح پایینی ایجاد می‌شود. اتصال مجدد خطوط جریان به دیواره باعث افزایش فشار روی سطح پایینی سیلندر می‌شود. به دلیل شرایط خاص جدایی و اتصال جریان، زاویه حمله سیزده درجه به عنوان زاویه حمله بحرانی شناخته می‌شود. در زاویه حمله ۴۵ درجه جدایی جریان از سطح در لبه‌های بالایی و پایینی اتفاق افتاده و دو گردابه بزرگ نسبتاً متقارن در ناحیه ویک ایجاد شده است.



(الف)



(ب)



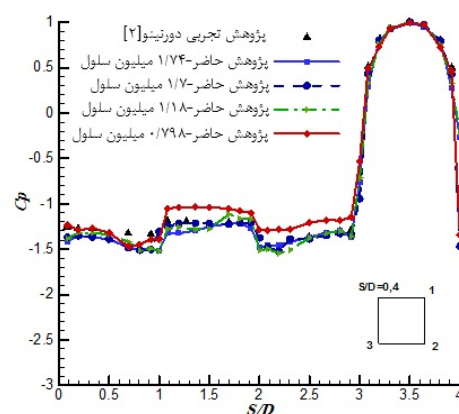
(پ)

شکل ۵ خطوط متوسط جریان در عدد رینولدز ۴۶۰۰۰:

(الف) زاویه حمله صفر درجه، (ب) زاویه حمله ۱۳ درجه،

(پ) زاویه حمله ۴۵ درجه

برای مرز ورودی از شرط مرزی سرعت یکنواخت ثابت، برای مرز خروجی و صفحات بالایی و پایینی از شرط مرزی فشار خروجی و برای صفحات کناری، از شرط مرزی دیوار با شرط عدم لغزش استفاده شده است. همچنین حل عددی جریان برای اعداد رینولدز ۵۰۰۰، ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰ متناسب با کار تجربی دورینو [۲] به کمک مدل ره یافت گردابه‌های بزرگ و با گام زمانی ۰/۰۰۰۱ ثانیه برای شش زاویه حمله صورت گرفته است.



شکل ۴ ضریب فشار متوسط روی سطح سیلندر در شبکه‌های مختلف

نتایج

در شکل (۵) خطوط جریان متوسط‌گیری شده در عدد رینولدز ۴۶۰۰۰ در صفحه میانی ($z = 0$) برای سه زاویه حمله صفر درجه، ۱۳ درجه و ۴۵ درجه نشان داده شده است. در زاویه حمله صفر درجه همان‌طور که انتظار می‌رود ساختار نسبتاً متقارنی به دست آمده است. جدایی جریان در دو گوشه جلویی اتفاق می‌افتد و دو ناحیه چرخشی کوچک در بالا و پایین جسم و دو ناحیه چرخشی بزرگ‌تر در ناحیه ویک تشکیل می‌شود که بسیار شبیه به هم هستند. در زاویه حمله سیزده درجه در نیم صفحه بالایی گردابه کوچک و بزرگ با یکدیگر ترکیب می‌شوند. جریان در لبه جلویی صفحه پایینی از سطح جدا می‌شود و در نزدیکی لبه عقبی همان سطح اتصال به سطح روی می‌دهد و ناحیه

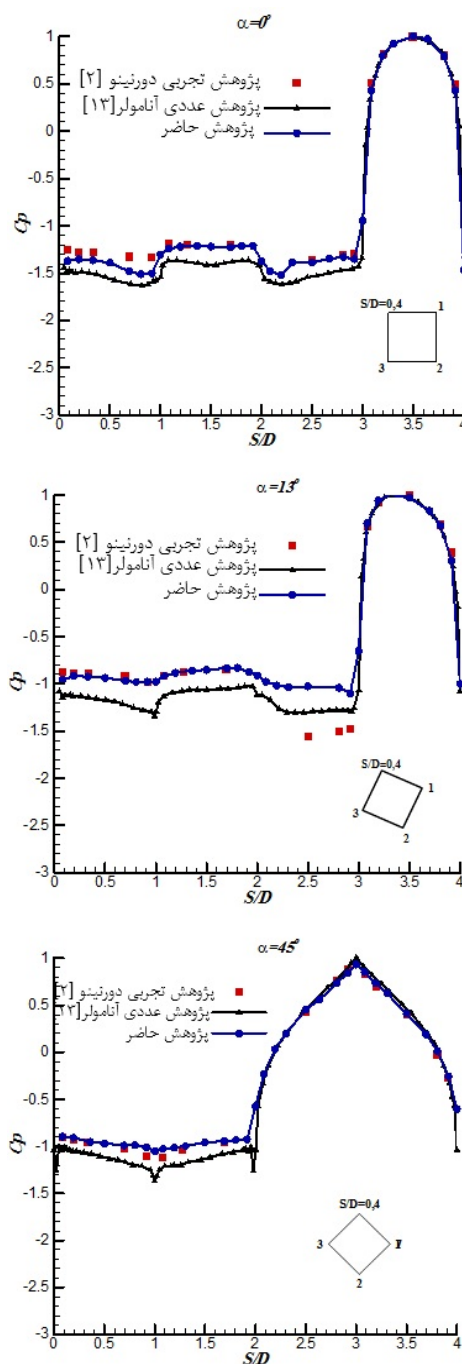
پارامترهای مختلف جریان است. به همین منظور در شکل (۶) توزیع متوسط زمانی ضریب فشار اطراف سیلندر برای سه زاویه حمله صفر، سیزده و ۴۵ درجه برای عدد رینولدز ۵۰۰۰ در صفحه $Z/D = 5$ نشان داده شده است. با مقایسه حل عددی حاضر با نتایج تجربی دورینو [۲] مشهود است که رهیافت گردابه‌های بزرگ با دقت قابل قبولی جریان را شبیه‌سازی می‌کند. نتایج نشان می‌دهد در زاویه حمله صفر و ۴۵ درجه الگوی جریان متقارن است ولی در زاویه حمله سیزده درجه کاهش فشار در سطح پایینی دیده شده است که ناشی از اتصال مجدد خطوط جریان به سطح و وجود گردابه‌ای کوچک در کنار این سطح است. با دقت در این شکل می‌توان دریافت که به‌جز در زاویه حمله سیزده درجه روی وجه پایینی، در بقیه حالات نتایج به‌دست آمده از حل عددی در مطالعه حاضر با نتایج تجربی سازگاری خوبی دارند. علت این خطا نیز شاید نیاز به ریزتر شدن شبکه برای رسیدن به یک جواب دقیق با رهیافت گردابه‌های بزرگ برای این حالت بحرانی است. جدول (۱) بیشترین خطای نسبی نتایج را به تفکیک وجوه برای هر حالت به‌دست می‌دهد.

جدول ۱ بیشینه خطای نسبی ضریب فشار متوسط برای عدد

رینولدز ۵۰۰۰

زاویه حمله	$0 \leq S/D \leq 1$	$1 \leq S/D \leq 2$	$2 \leq S/D \leq 3$	$3 \leq S/D \leq 4$
درجه ۰	٪ ۹/۷۱	٪ ۴/۷۴	٪ ۳/۴۹۲	٪ ۴/۴۵۵
درجه ۱۳	٪ ۸/۵۰۴	٪ ۴/۷۹۷	٪ ۲۴/۲۷۱	٪ ۳/۶۳۴
درجه ۴۵	٪ ۸/۷۸۱	٪ ۷/۶۶۴	٪ ۵/۵۶۱	٪ ۵/۳۲

در شکل (۷) تغییرات ضریب پسای متوسط‌گیری شده در سه عدد رینولدز ۵۰۰۰، ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰ برای زوایای حمله مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که ضریب پسا در اعداد رینولدز مختلف



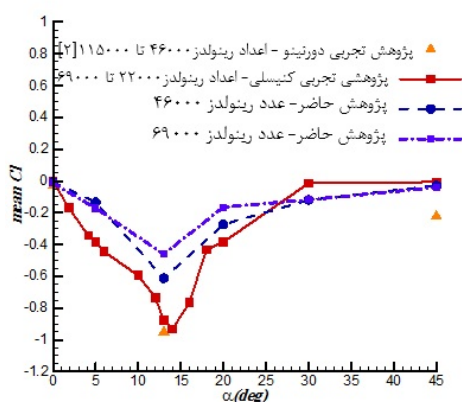
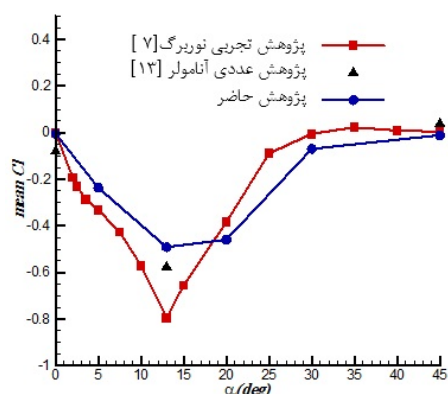
شکل ۶ توزیع فشار اطراف سیلندر در عدد رینولدز ۵۰۰۰:

الف) زاویه حمله صفر درجه، ب) زاویه حمله ۱۳ درجه،

پ) زاویه حمله ۴۵ درجه

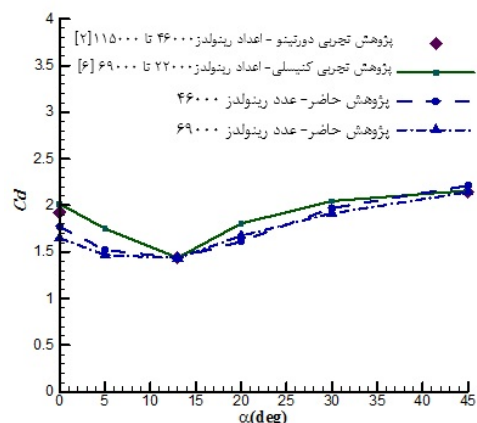
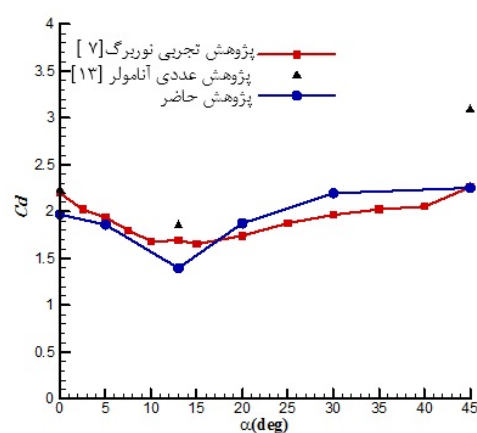
توزیع فشار اطراف سیلندر از پارامترهای مؤثر در توصیف الگوی جریان اطراف سیلندر و تعیین مقادیر

یکسانی دارد. در زوایای حمله صفر و ۴۵ درجه به علت تقارن موجود در رژیم جریان متوسط گیری شده گردابه های تشکیل شده در پشت سیلندر متقارن هستند؛ بنابراین توزیع فشار روی سطح بالایی و پایینی متقارن است و نیرویی در جهت عمودی به سیلندر وارد نمی شود و ضریب نیروی برای متوسط در هر عدد رینولدز برابر صفر خواهد بود. اما در سایر زوایای حمله این تقارن وجود ندارد و لذا نیروی برای متوسط در حالت کلی مخالف صفر خواهد شد. با افزایش زاویه حمله نیروی برای متوسط در محدوده زاویه حمله سیزده درجه کمینه می شود و سپس افزایش می یابد. ذکر این نکته لازم است که باتوجه به منفی شدن نیروی برآ، کمینه شدن این نیرو به معنای منفی تر شدن آن است. ولی باید توجه داشت اندازه نیروی برآ که رو به پایین به سیلندر وارد می شود بیشتر می شود.



شکل ۸ تغییرات ضریب برای متوسط در زوایای حمله مختلف: (الف) عدد رینولدز ۵۰۰۰، (ب) اعداد رینولدز ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰

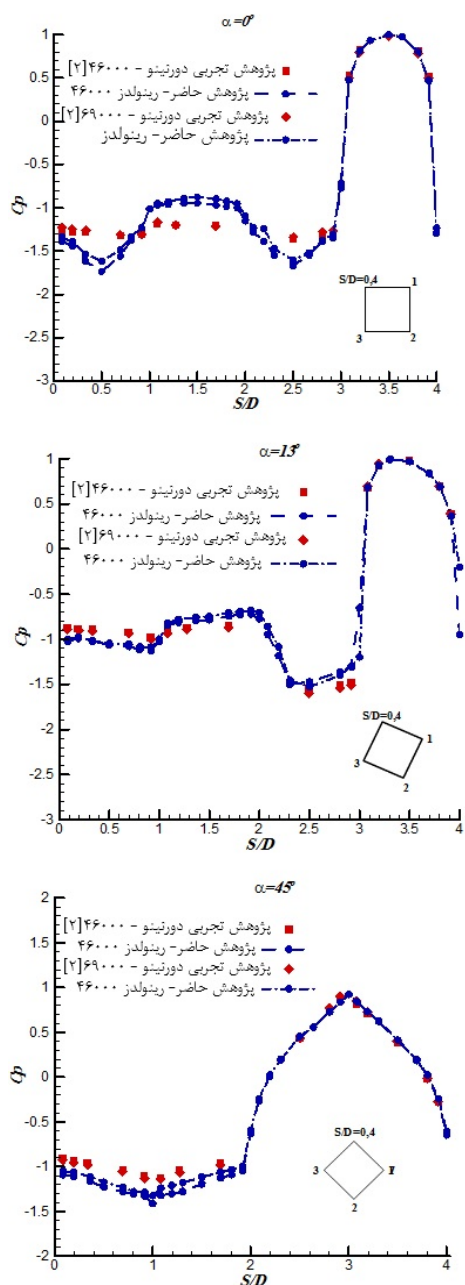
روند یکسانی دارد. با افزایش زاویه حمله، اندازه طولی دنباله جریان بزرگتر می شود و از جهتی لایه برشی جدا شده متراکم می شود و پهنای ناحیه دنباله کاهش می یابد در نتیجه ضریب پسا به حداقل مقدار خود در محدوده زاویه سیزده درجه می رسد. با افزایش زاویه حمله، پهنای ناحیه ویک افزایش می یابد و ضریب پسا افزایش می یابد. همان گونه که در شکل (۷) مشخص است، نتایج به دست آمده از مطالعه حاضر تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی دارند.



شکل ۷ تغییرات ضریب پسا متوسط در زوایای حمله مختلف: (الف) عدد رینولدز ۵۰۰۰، (ب) اعداد رینولدز ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰

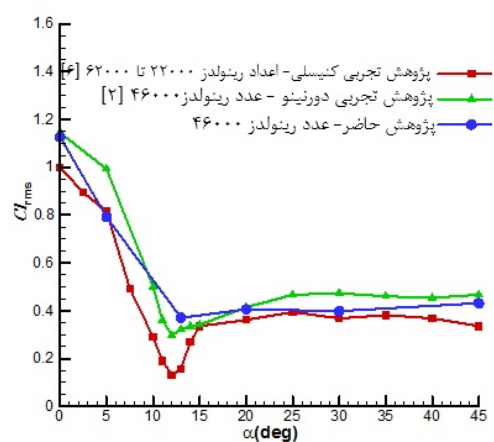
در شکل (۸) تغییرات ضریب برای متوسط گیری شده در سه عدد رینولدز ۵۰۰۰، ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰ در زوایای حمله مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می دهد که ضریب برآ در اعداد رینولدز مختلف روند

عدد رینولدز ۵۰۰۰ باعث افزایش کمتر از ۱۰ درصدی در ضریب فشار متوسط شده است، که می‌توان نتیجه گرفت مطابق انتظار برای چنین هندسه‌هایی با لبه‌های تیز و نقاط جدایی ثابت، عدد رینولدز در این محدوده تأثیر چشم‌گیری بر روی توزیع ضریب فشار متوسط ندارد.



شکل ۱۰ توزیع فشار اطراف سیلندر در عدد رینولدز ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰: الف) زاویه حمله صفر درجه، ب) زاویه حمله سیزده درجه، پ) زاویه حمله ۴۵ درجه

کمیت دیگری که در بررسی جریان باید مورد مطالعه قرار گیرد میانگین مجذور مربعات (rms) نیروها است. کمیت میانگین مجذور مربعات نیروهای برآ و پسا را می‌توان به عنوان معیاری از قدرت ریزش گردابه در پشت سیلندر تلقی کرد. از جهتی زمانی که ریزش گردابه اتفاق می‌افتد نوسانات نیروهای برآ و پسا از عوامل تولید صوت هستند [2]. لذا در شکل (۹) تغییرات میانگین مجذور مربعات ضریب نیروی برآ در زوایای حمله مختلف و عدد رینولدز ۴۶۰۰۰ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد روند تغییرات میانگین مجذور مربعات همانند تغییرات ضرایب برآ و پسا متوسط‌گیری شده است. با افزایش زاویه مجذورات میانگین مربعات ضریب نیروی برآ کاهش می‌یابد تا در زاویه حمله سیزده درجه به کمترین مقدار خود می‌رسد سپس با افزایش زاویه حمله این کمیت نیز افزایش می‌یابد. با مقایسه حل عددی حاضر با نتایج تجربی موجود مشهود است که رهیافت گردابه‌های بزرگ با دقت قابل قبولی نتایج را شبیه‌سازی کرده است.

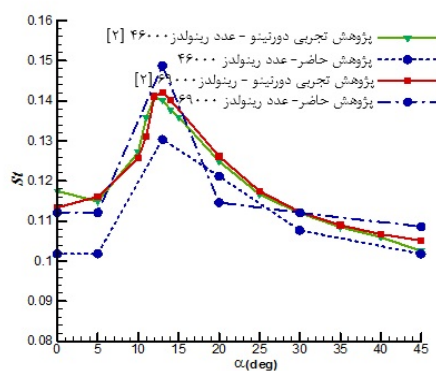
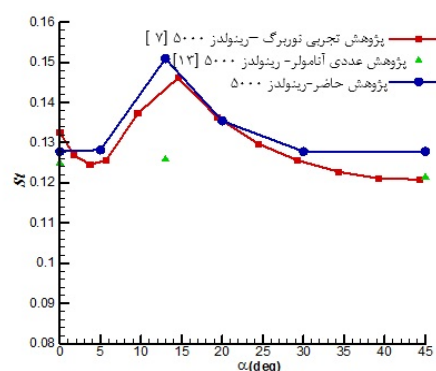


شکل ۹ تغییرات میانگین مجذور مربعات نیروی برآ در زوایای حمله مختلف

در شکل (۱۰) متوسط زمانی ضریب فشار سطحی برای دو عدد رینولدز ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰ با نتایج تجربی دورنیو [2] مقایسه شده است. همان‌طور که مشخص است افزایش ۹ و ۱۴ برابری عدد رینولدز در مقایسه با

صدای ناشی از جریان هوا حول سیلندر در سه عدد رینولدز توسط دو شنونده در مختصات $(0, 0/55)$ ، $(0/21, 0)$ و $(0, 0/55)$ خارج از میدان حل سیال مطابق با کار تجربی دورنینو [2] بررسی شدند (فواصل به متر هستند). موقعیت قرارگیری شنونده‌ها نسبت به سیلندر در شکل (۱۲) نشان داده شده است. شکل (۱۳) سطح فشار صوت را برای زوایای حمله و اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که سطح فشار صوتی دریافت‌شده توسط هر دو شنونده در تمام زوایای حمله نزدیک به هم است. نتایج شکل (۱۳) نشان می‌دهد که سطح فشار صوت در اعداد رینولدز مختلف روند یکسانی را دارند. همان‌طور که بیان شد نیروهای آیرودینامیکی برآ و پسا و نیز نوسانات این نیروها در محدوده زاویه حمله سیزده درجه به کمترین مقدار خود می‌رسند، لذا در این زاویه کمترین مقدار نیروی نوسانی به سیلندر وارد می‌شود و براساس قانون عمل و عکس‌العمل سیلندر کمترین عکس‌العمل و کمترین مقدار صدا را تولید می‌کند. روند تغییرات سطح فشار صوت در زوایای حمله مختلف مشابه تغییرات ضرایب برآ و پسا است. با افزایش زاویه حمله تا زاویه حمله سیزده درجه سطح فشار صوت کاهش می‌یابد و سپس با افزایش زاویه حمله سطح فشار صوت نیز افزایش می‌یابد. نتایج حل عددی مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارند و بیشترین اختلاف با نتایج تجربی ۱۰ درصد است. با افزایش عدد رینولدز سطح فشار صوت در تمام نقاط افزایش می‌یابد؛ دلیل این امر این است که افزایش عدد رینولدز باعث افزایش آشفتگی جریان می‌شود. این موضوع باتوجه به این‌که یکی از منابع تولید نویز و صدا، آشفتگی جریان است، باعث می‌شود صدای بلندتری توسط شنونده‌ها دریافت شود. درمورد اختلاف نتایج تجربی و عددی، باید به این نکته توجه داشت که در مطالعات تجربی، نویزهایی مانند نویز فن تونل باد، نویزهای الکترونیکی وجود دارند که طبیعتاً در حل

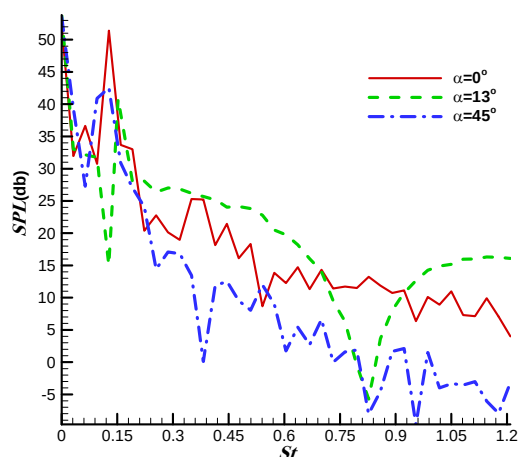
عدد استروهاال به‌نحوی فرکانس غالب ریزش گردابه را بیان می‌کند. در بخش دیگری از این مطالعه، تغییر عدد استروهاال در زوایای حمله مختلف مورد بررسی قرار داده شد که نتایج مربوط در شکل (۱۱) نشان داده شده است. این بررسی نشان داد در اعداد رینولدز مختلف با تغییر زاویه حمله عدد استروهاال روند یکسانی را طی می‌کند. در محدوده زوایای حمله بین صفر تا سیزده درجه با افزایش زاویه حمله، عدد استروهاال افزایش می‌یابد و سپس تا زاویه حمله ۴۵ درجه با افزایش زاویه حمله عدد استروهاال کاهش می‌یابد. بیشترین مقدار عدد استروهاال در زاویه حمله سیزده درجه روی داده است که به‌دلیل بازنشست جریان روی وجه جانبی سیلندر است. نتایج حل عددی مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارند و بیشترین اختلاف با نتایج تجربی در زاویه بحرانی برابر با هفت درصد است.



شکل ۱۱ تغییرات عدد استروهاال در زوایای حمله مختلف:
الف) عدد رینولدز ۵۰۰۰، ب) اعداد رینولدز ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰

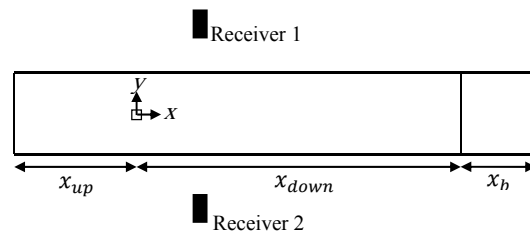
فرکانسی که ریزش گردابه در آن اتفاق می‌افتد برابر با فرکانس (عدد استروهل) بزرگ‌ترین قله نمودار طیفی سطح فشار صوت برحسب عدد استروهل است. در شکل (۱۴) طیف سطح فشار صوت برحسب فرکانس بدون بعد در سه زاویه حمله برای شنونده یک نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که بزرگ‌ترین قله زاویه حمله سیزده درجه دارای سطح فشار صوت کمتری است ولی دارای عدد استروهل بیشتری است. کمتر بودن اندازه سطح فشار صوت در طیف مربوط به زاویه ۱۳ درجه نشان‌دهنده کمتر بودن نویز آیرودینامیکی برای این زاویه است. نتایج عدد استروهل به دست آمده از طیف سطح فشار صوت تطابق خوبی با نتایج استروهل به دست آمده از نوسانات نیروی برآ دارد (شکل ۱۲).

در شکل (۱۵) تغییرات سطح فشار صوت در اعداد رینولدز مختلف برای زاویه حمله صفر درجه نشان داده شده است. نتایج حاکی از آن است که افزایش عدد رینولدز باعث افزایش نوسانات و سطح فشار صوت شده ولی مشابه آنچه در مورد عدد استروهل به دست آمده از نیروی برآی نوسانی دیده شد، تأثیر زیادی بر روی عدد استروهل بیشترین قله ندارد.

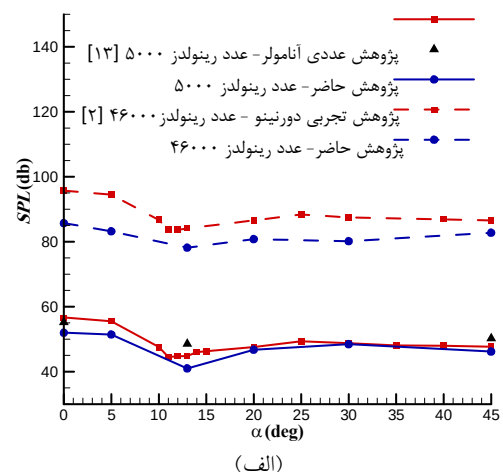


شکل ۱۴ طیف سطح فشار صوت برای سه زاویه حمله صفر، ۱۳ و ۴۵ درجه در عدد رینولدز ۵۰۰۰

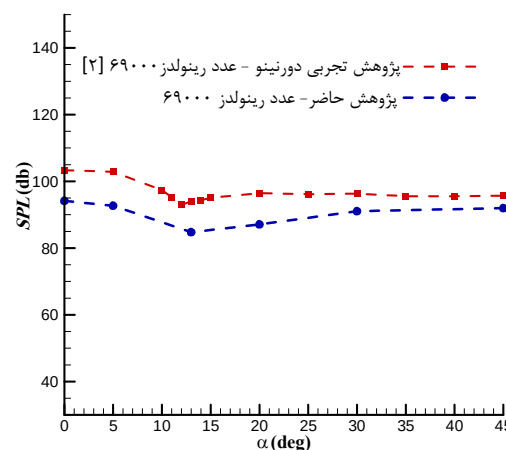
عددی چنین منابعی از نویز وجود ندارند؛ لذا می‌توان انتظار داشت که نویز اندازه‌گیری شده در دوردست در مطالعات تجربی بیشتر از نویز ثبت شده در مطالعات عددی برای شرایط مشابه باشد.



شکل ۱۲ شماتیک قرارگیری شنونده‌ها



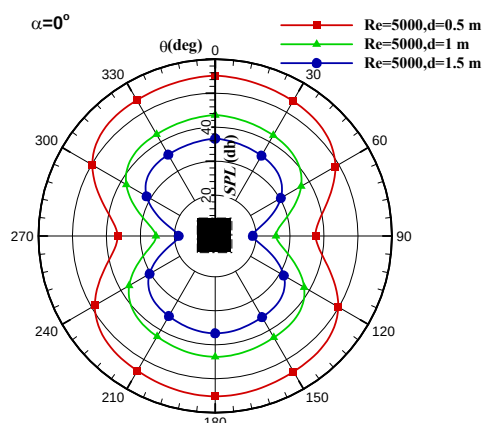
(الف)



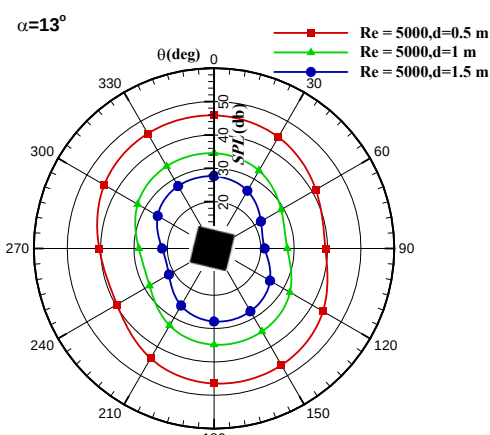
ب

شکل ۱۳ سطح فشار صوت در دوردست آکوستیکی در زوایای حمله مختلف: (الف) در اعداد رینولدز ۵۰۰۰ و ۴۶۰۰۰، (ب) در عدد رینولدز ۶۹۰۰۰

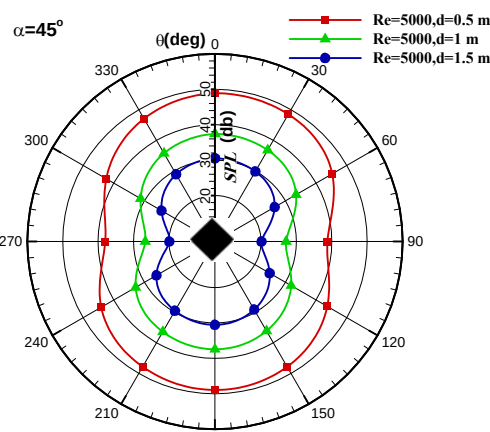
دلیل آن تضعیف شدت آشفتگی جریان و افزایش فاصله از منبع تولید صدا است.



(الف)

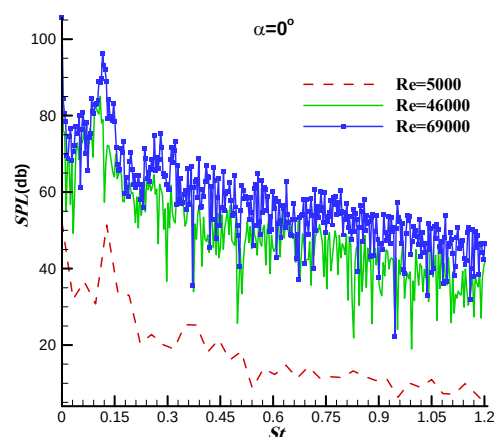


(ب)



(پ)

شکل ۱۶ سطح فشار صوت در فواصل مختلف در عدد رینولدز ۵۰۰۰: (الف) زاویه حمله صفر درجه، (ب) زاویه حمله سیزده درجه، (پ) زاویه حمله ۴۵ درجه



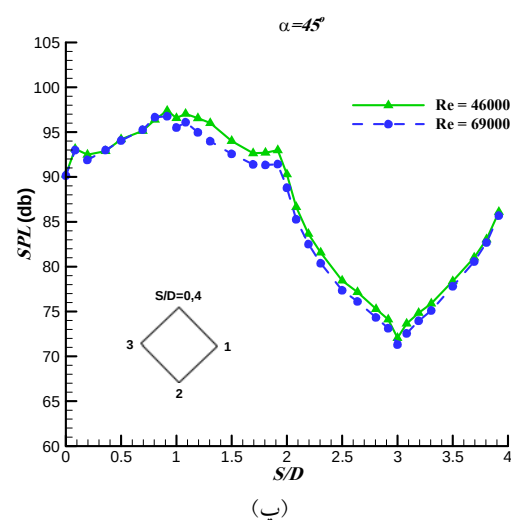
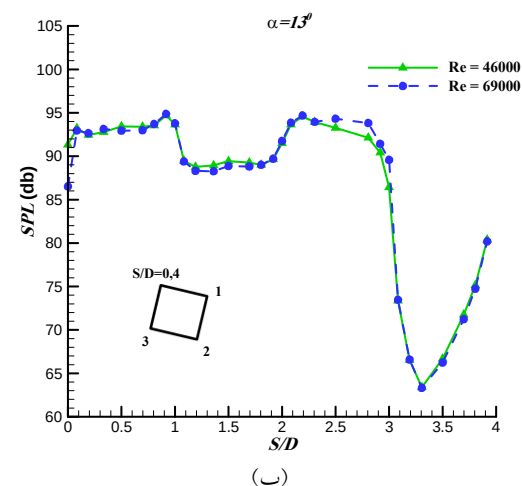
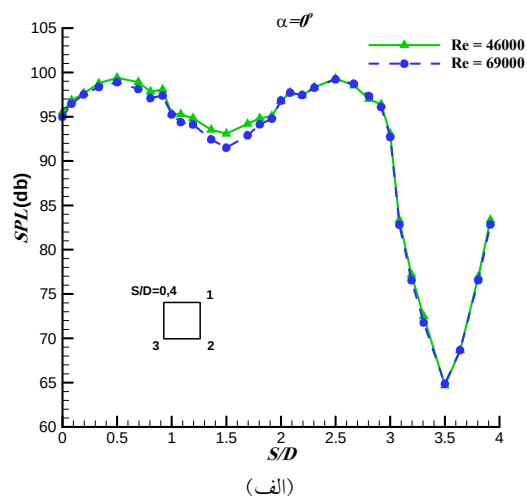
شکل ۱۵ طیف سطح فشار صوت در اعداد رینولدز مختلف

سطح فشار صوت در فواصل ۰/۵ متری، ۱ متری و ۱/۵ متری از سیلندر در عدد رینولدز ۵۰۰۰ در زوایای حمله متفاوت به منظور بررسی جهت انتشار صوت نیز مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور دوازده شنونده در زوایای مختلف قرار داده شده‌اند و سطح فشار صوتی دریافتی توسط هر یک از آنها محاسبه شده است. نتیجه این کار در شکل (۱۶) نشان داده شده است. باتوجه به این که منبع صوت، منبع صوت درجه دو است [13] لذا انتشار صوت یکسانی در تمام جهات ندارد براساس روابط تئوری [16] کمترین سطح فشار صوت در زوایای ۹۰ درجه و ۲۷۰ درجه، و بیشترین سطح فشار صوت در زوایای صفر درجه و ۱۸۰ درجه است که در زوایای حمله غیر بحرانی به خوبی مشهود است. از جهتی باتوجه به این که نوسانات نیروی برآ حدود ده برابر نیروی پسا است [13]، لذا انتشار صوت بیشتر تحت تأثیر نوسانات برآ قرار دارد و بیشترین مقدار سطح فشار صوت در راستای عرضی است [21]. براساس نتایج مشهود است که تغییر زاویه حمله تغییری در رفتار نمودارهای جهتی ایجاد نمی‌کند ولی کمترین سطح فشار صوت مربوط به زاویه حمله سیزده درجه است. براساس نتایج در زاویه حمله بحرانی اختلاف بین بیشترین سطح فشار صوت و کمترین سطح فشار کمتر از زوایای دیگر است. با افزایش فاصله از سیلندر سطح فشار صوت کاهش می‌یابد و

در بخش دیگر این مطالعه سطح فشار صوت بر روی سطح سیلندر با استفاده از رابطه (۶) محاسبه شده است و نتایج حاصل در شکل (۱۷) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش عدد رینولدز تأثیر چندانی بر روی سطح فشار صوت محاسبه شده روی سطح سیلندر نداشته است. کمترین سطح فشار صوت بر روی صفحه جلویی قرار دارد و نسبت به زاویه حمله، مکان این نقطه بین گوشه‌های وجه جلویی جابه‌جا می‌شود. در زاویه حمله صفر درجه، این نقطه در وسط صفحه جلویی قرار دارد ولی با افزایش زاویه حمله به سمت گوشه پایینی نزدیک می‌شود. مقدار سطح فشار صوت روی سطح ارتباط نزدیکی با الگوی جریان و گردابه‌های نزدیک دارد. در نزدیکی مرکز گردابه و نزدیکی نقطه جدایش به دلیل شدت آشفتگی بیشتر سطح فشار صوت بیشتر است [22]. همان‌طور که در بررسی دوردست آکوستیکی، کمترین مقدار سطح فشار صوت در زاویه حمله سیزده درجه مشاهده شد، بر روی سطح جسم هم این مطلب صادق است. سطح فشار صوت برای زاویه صفر و ۴۵ درجه مقدار بیشتری در مقایسه با زاویه حمله سیزده درجه اختیار می‌نماید.

نتیجه‌گیری

در این مطالعه شبیه‌سازی میدان جریان و پدیده آیرو-صوتی ناشی از جریان هوا حول سیلندر مربعی با زوایای حمله مختلف به وسیله رهیافت اغتشاشی گردابه‌های بزرگ و با استفاده از مدل ویلیام-هاکینز انجام شده است. نتایج توزیع فشار و متوسط ضرایب برآ و پسا و مجذور میانگین مربعات ضریب نیروی برآ از شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی و عددی موجود مقایسه شده است. نتایج حل عددی حاضر در مقایسه با پژوهش عددی مرجع [13] با دقت بیشتری نتایج را شبیه‌سازی کرده است. روند تغییرات به‌خوبی شبیه‌سازی شده و حداقل این ضرایب در زاویه حمله



شکل ۱۷ سطح فشار صوت بر روی سطح سیلندر در اعداد رینولدز ۴۶۰۰۰ و ۶۹۰۰۰: (الف) زاویه حمله صفر درجه، (ب) زاویه حمله سیزده درجه، (پ) زاویه حمله ۴۵ درجه

C_0	سرعت صوت (ms^{-1})	بحرانی اتفاق افتاده است. سطح فشار صوت در
C_p	ضریب فشار متوسط	دور دست آکوستیکی و بر روی سطح سیلندر محاسبه
d	فاصله از منبع صوت (m)	شده است. در این تحقیق مشاهده گردید که نرم افزار
$H(f)$	تابع پله	فلوئنت سطح فشار صوت روی سطح جامد را
n	مؤلفه عمود بر سطح منبع صوت	به درستی ارزیابی نمی کند، لذا به عنوان نوآوری با
P	فشار (pa)	استخراج داده های زمانی فشار، سطح فشار صوت از
Re	عدد رینولدز	روابطی متفاوت با آنچه در نرم افزار فلوئنت وجود
$\overline{S_{ij}}$	تانسور نرخ کرنش	دارد محاسبه شده است. حل عددی، روند تغییرات
t	زمان در مکان x (s)	سطح فشار صوت در دور دست آکوستیکی را به خوبی
$\hat{t}$	زمان در مکان y (s)	شبیه سازی کرده است و اختلاف نتایج سطح فشار
u	سرعت سیال (ms^{-1})	صوت دریافتی از شنونده ها در حل عددی با نتایج
v	سرعت صفحه تولید صدا (ms^{-1})	تجربی کمتر از ۱۰ درصد است. حداقل سطح فشار
x	مکان محاسبه ویژگی آکوستیکی (m)	صوت در زاویه حمله بحرانی (۱۳ درجه) اتفاق افتاد
y	مکان تولید کننده صوت (m)	که متأثر از حداقل شدن نوسانات نیروهای برآ و پسا
علائم یونانی		است. با افزایش عدد رینولدز آشفتگی جریان بیشتر
α	زاویه حمله (درجه)	می شود، لذا شنونده ها سطح صدای بیشتری را ثبت
δ_{ij}	دلتا کروئکر	می کنند. اگرچه زمان محاسبات با مدل اغتشاشی
$\delta(f)$	تابع دلتای دیراک	گردابه های بزرگ بیشتر از حل های عددی با مدل های
ρ	چگالی (kgm^{-3})	دو معادله ای است ولی این مدل توانایی شبیه سازی
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	جریان و پارامترهای جریان را با دقت قابل قبولی
σ_{ij}	تانسور تنش ویسکوز	داراست.
τ_{ij}	تانسور تنش لایتهیل	

زیر نویس ها

0 پارامترهای مربوط به جریان آزاد سیال

فهرست علائم

C_d ضریب متوسط نیروی پسا

C_l ضریب متوسط نیروی برآ

مراجع

1. Becker, S., Escobar, M., Hahn, C., Ali, I., Kaltenbachery, M., Baselz, B. and Grunewaldz, M., "Experimental and Numerical Investigation of the Flow Induced Noise from a Forward Facing Step", 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, California, 23-25 May, (2005).
2. Dorneanu, J.F., " Tonal and silent wake modes of a square rod at incidence ", ACTA Acustica United with Acustica, Vol. 102, No. 3, pp. 419-422, 2016.

3. Vickery, B.J. , "Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream", *Fluid Mechanic*, Vol. 25, pp. 481-494,1996.
4. Bearman, P.W. and Obasaju, E.D., "An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square section cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 119, pp. 297-321, (1981).
5. Igarashi, T., "Characteristics of the flow around a square prism", *Bulletin of JSME*, Vol. 27, (1984) .
6. Knisely, C.W., "strouhal numbers of rectangular cylinders at incidence-A review and new data", *Journal of Fluids and Structures*, Vol 4, No. 4, (1990)
7. Norberg, C., "Flow around rectangular cylinders Pressure forces and wake frequencies", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 49, No. 1, pp. 187-196, (1993)
8. Rodi, W., "Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Wind Eng. 67, pp.65-78,(1997)
9. Fujita, H., Sha, W., Furutani, H. and Suzuki, H., "Experimental investigations and prediction of aerodynamic sound generated from square cylinders", in *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Toulouse, France, AIAA Paper*, Toulouse, France, 19-21 August, (1998).
10. Tamura, T. and Miyagi, T., "The effect of turbulence on aerodynamic forces on a square cylinder with various corner shapes", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp. 135-145, (1999) .
11. Chen, J.M. and Liu, C-H, "Vortex shedding and surface pressures on a square cylinder at incidence to a uniform air stream", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, (1999).
12. Hutcheson, F.V. and Thomas, F.B., "Noise Radiation from Single and Multiple Rod Configurations", *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 11, No. 3, pp. 291-333, 2012.
13. Mueller, A., "Large Eddy Simulation of Cross-Flow Around a Square Rod at Incidence with Application to Tonal Noise Prediction", PhD Thesis ,*University of Twente*, Holland, (2012).
14. Williams, J.E.F. and Hawkings, D.L., "Sound Generation By Turbulence And Surfaces In Arbitrary Motion", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 264(1151): p. 321-342, (1968).
15. Lighthill, M.J., "On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory", *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 211 ,No. 1107, pp. 564-587, (1952).
16. Daniel, A.R., Titlow, J.P. and Bemmen, Y.J, "Acoustic monopoles, dipoles, and quadrupoles: An experiment revisited", *American journal of physics*, (1999).
17. Rienstra, S. W. and Hirschberg, A., "An Introduction to Acoustics", PhD Thesis, *Eindhoven University of Technology*, Netherlands, (2013).
18. Lai, C.H. and Jiang, Xi, "Numerical Techniques for Direct and Large Eddy Simulations", *CRC Press*, (2009).
19. Lesieur, M., "Turbulence in Fluids", 4th Edition, Springer Science & Business Media, (2008).
20. Wang, Y.P., Chen, J., Lee, H.C. and Li, K.M., "Accurate simulations of surface pressure fluctuations and flow-induced noise near bluff body at low Mach numbers", *The Seventh International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications*, Shanghai, China, (2012).

21. Sukri Mat, M., Shaikh Salim, S., Ismail, M., Muhamad, S. and Iyas, M. "Aeolian Tones Radiated from Flow Over Bluff Bodies", *The Open Mechanical Engineering Journal*, Vol. 7, No. 1, pp. 48-57, (2013).
22. Mohammadrezaei, M., Dehghan, A. and Movahedi, A., "Numerical investigation of sound pressure level over a forward facing step using large eddy simulation", *23rd Annual International Mechanical Engineering Conference*, Tehran, Iran, 12-14 May, (2015).

میرایی متغیر در تحلیل ناخطی هندسی صفحه‌های خمشی به روش رهایی پویا*

محمد رضایی پژند^(۱) حسین استیری^(۲)

چکیده هدف اصلی این مقاله، تحلیل ناخطی صفحه‌های خمشی با فن تفاوت محدود است. راهکار رهایی پویا بر پایه میرایی متغیر رابطه‌سازی خواهد شد. برای رسیدن به همگرایی مناسب، از سه معیار سرعت، کارمایه جنبشی و نسبت جابه‌جایی دو گام پیاپی بهره‌جویی می‌شود. برای مسئله‌های گوناگون صفحه خمشی، مقایسه پاسخ‌های حل با میرایی متغیر و ثابت انجام می‌پذیرد. تجربه‌های عددی نشان می‌دهند که میرایی متغیر، شایسته‌تر از گونه ثابت است. با وجود این، روش پیشنهادی نویسندگان سبب کاهش شمار تکرارها و زمان تحلیل خواهد شد. آشکار می‌شود که با وجود توانایی‌های تفاوت محدود، این روش به انتخاب پاره‌ای از عامل‌ها بسیار حساس می‌باشد؛ به گونه‌ای که تغییر اندک در مقدار این عامل‌ها، سبب افزایش شمار تکرارها و زمان تحلیل و گاه واگرایی پاسخ خواهد شد. دیگر هدف این مقاله، مرور کوتاهی بر پژوهش‌های راه حل رهایی پویای صفحه‌های خمشی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی رهایی پویا؛ تفاوت‌های محدود؛ میرایی؛ معیار همگرایی؛ صفحه خمشی؛ تغییر شکل‌های بزرگ.

Variable Damping in Geometric Nonlinear Plate Bending Analysis using Dynamic Relaxation Method

M. Rezaiee-Pajand

H. Estiri

Abstract The main purpose of this paper is the nonlinear analysis of bending plates with the finite difference. Based on the variable damping, the dynamic relaxation technique will be utilized. In order to achieve proper convergence, the velocity, kinetic energy and two successive displacement ratio criteria are used. For various bending plate samples, the results of constant and variable damping are compared. Numerical examples show that the variable damping is better than the constant damping. However, author's scheme reduces the number of iterations and the time duration. The finite difference method is very sensitive to the choice of some factors. A slight change in the amount of these parameters will increase the number of iterations and the time duration. Moreover, sometimes the solution procedure is divergenced. Another goal of this article is presenting a brief review of the dynamic relaxation approach in solving the bending plates.

Key Words Dynamic relaxation; Finite difference; Damping; Convergence criterion; Bending plate; Large deformations.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۶/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.49314

(۱) نویسنده مسئول: استاد، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. mrpajand@yahoo.com

(۲) دانشجوی دکتری سازه، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

به سبب اهمیت ویژه و کاربردی صفحه‌ها در ساخت سازه‌های مکانیکی و عمرانی، پژوهش‌های بسیاری بر روی رفتار آنها انجام شده است. همچنین، روش‌های دقیق و عددی زیادی برای حل این سازه‌ها پیشنهاد کرده‌اند [1] و در آغاز کار، به مسئله‌های ایستایی و سپس به نوسان آزاد آنها پرداختند. نخستین رابطه‌های ریاضی را اولر برای صفحه‌های بسیار نازک نوشت. وی نوسان آزاد غشاهای چهارپهلوی، دایره‌ای و سه‌گوشه را بررسی نمود. برنولی برای صفحه‌هایی که با تیرهای خمشی شبکه‌بندی شده بودند، روش اولر را به کار برد. گرمین معادله‌های دیفرانسیل صفحه‌ها را برای نخستین بار گسترش داد [2].

نگره کامل خمش صفحه‌ها را کیرشهف پیشنهاد کرد. او پنداشت‌های برنولی برای خمش تیرها را به کار گرفت و معادله‌های دیفرانسیل صفحه‌ها را نوشت. در سال ۱۹۰۷، فوپل نگره ناخطی صفحه‌ها را به چاپ رساند. ون‌کارمن معادله‌های دیفرانسیل برای تغییرشکل‌های بزرگ صفحه‌ها را در سال ۱۹۱۰ پیشنهاد نمود. پرسکات روشی برای به کار گرفتن کرنش‌های میان صفحه نمایش داد [2]. پاسخ معادله‌های دیفرانسیل ون‌کارمن را نخستین بار کیسر با استفاده از روش تفاوت‌های محدود در دسترس قرار داد [2]. به کمک تابع‌های مثلثاتی و سری فوریه، لوی معادله‌های ون‌کارمن را حل کرد و رابطه‌های حاکم بر خمش صفحه‌های نازک چهارپهلوی با تغییرشکل‌های بزرگ را به دست آورد [3]. پانو و ولمیر به حل مسئله‌های ناخطی ایستایی پرداختند. در سال ۱۹۲۵، نادای از فن تفاوت‌های محدود برای تحلیل بهره‌جست. این فرآیند عددی، برای صفحه‌هایی که استفاده از روش‌های تحلیلی برای آنها مشکل است، به نتیجه‌های بسیار مناسبی رسید. استوسی و گلاتز این فن را بهبود بخشیدند [2].

صفحه‌های نازک با نگره کیرشهف تحلیل

می‌شوند. بر مبنای پنداشت‌های کیرشهف، پیش و پس از تغییرشکل عمود بر میان صفحه، عمود باقی می‌ماند. نگره راینر-میندلین اثر برش را وارد می‌نماید و صفحه خمشی با تغییرشکل برشی کم یا زیاد را تحلیل می‌کند. بر این پایه، عمودهای وارد بر میان صفحه پس از تغییرشکل نیز راست باقی می‌مانند، ولی بر میان صفحه عمود نخواهند بود [4, 5]. برگان و کلاف [6]، الگوی اجزای محدودی را برای صفحه‌ها و پوسته‌های نازک بر پایه روش ریلی-ریتز بنیاد نهادند. با به کار بردن فن لاگرانژ به هنگام، یانگ و بتی [7] یک جزء ناخطی برای حل ایستا و پویای صفحه‌ها رابطه‌سازی کردند. پاسخ ناخطی صفحه‌ها، با استفاده از روش نوارهای محدود، به وسیله داوه و همکاران [8] انجام پذیرفت.

تحلیل صفحه‌های کشسان با تغییرشکل‌های بزرگ، با دشواری‌هایی همراه است؛ به گونه‌ای که شمار اندکی روش حل دقیق وجود دارد. با افزایش قدرت پردازش رایانه‌ها، روش‌های حل عددی و تقریبی برای تغییرشکل‌های بزرگ گسترش یافت. نتیجه‌های بی‌شماری از اینها تاکنون در دسترس قرار گرفته‌اند. رهایی پویا یکی از این روش‌ها می‌باشد. نخستین بار نام رهایی پویا به وسیله اُتر و دی [9-11] در میانه دهه ۶۰ میلادی به کار رفت. راهکار رهایی پویا از روش مرتبه دوم فرانکل [12]، گسترش یافته توسط فرانکل، سرچشمه می‌گیرد. نخستین کاربرد این راه حل در مسئله‌های ناخطی به راشتن باز می‌گردد. وی از این فرآیند برای تحلیل ناخطی هندسی صفحه‌های خمشی بهره‌جست [13]. او این فن را در مسئله‌های تحلیل تنش و تحلیل رفتار پس‌کمانشی صفحه‌ها نیز به کار برد [14]. باسو و داوسن [15] با این شیوه به تحلیل تغییرشکل‌های کوچک صفحه‌های ساندویچی همسانگرد و ناهمسانگرد با سطح مقطع ثابت و متغیر پرداختند.

آنچه در ادامه می‌آید بر پایه راهکار رهایی پویا

انجام پذیرفته است. راشتن کمانش صفحه‌های دارای انحنای نخستین با بارگذاری جانبی را بررسی نمود [16]. رفتار پس‌کمانشی صفحه‌های چندلایه دارای تغییرشکل‌های بزرگ را تروی و ویتریک [17] به سرانجام رسانیدند. آوار و راثو حل ناخطی صفحه‌های ناهمسانگرد دارای تکیه‌گاه‌های گیردار و ضخامت ثابت با بارگذاری یکنواخت جانبی را پیشنهاد کردند [18,19]. راشتن و هوک [20] پاسخ صفحه‌ها و تیرهای دارای تغییرشکل‌های بزرگ و رفتار ناخطی تنش و کرنش را به‌دست آوردند. این پژوهشگران تحلیل کمانش تیرها و صفحه‌های دارای یک تکیه‌گاه میانی را نیز انجام دادند [21]. تحلیل صفحه‌ها، شامل هر دو اثر ناخطی مواد و هندسی، به‌وسیله فرایز و همکاران انجام گرفت [22]. تروی [23] راهکار رهایی پویا را در رفتار ناخطی هندسی صفحه‌های قطاعی باریک‌شونده بررسی کرد. تحلیل گذرا و گذراسان صفحه‌های میندلینی را پیکا و همیتون [24] انجام دادند. شیوه تفاوت محدود برای تحلیل تیرهایی با خیر کوچک و شبکه‌بندی‌های برابر و نابرابر را تروی و آوانسیان به‌کار بردند [25].

آلشای و ماردیروشن [26] با استفاده از ضریب‌های وزنی برای جرم و میرایی، ترکیب اجزای محدود و رهایی پویا را برای یافتن پاسخ صفحه‌های خمشی به‌کار بردند. زانگ و یو [27] روش رهایی پویای وفقی بهبودیافته‌ای پیشنهاد کردند و از آن برای حل خمش کشسان-مومسان صفحه‌های دایره‌ای بهره‌جستند. تروی و عثمان [28] از شیوه تفاوت محدود رهایی پویا در تحلیل ناخطی هندسی صفحه‌های مستطیلی میندلینی همسانگرد استفاده کردند. تروی و صالحی [29] با بهره‌جستن از روش رهایی پویا و فن تفاوت‌های محدود، تغییرشکل‌های بزرگ صفحه‌های قطاعی زیر اثر بار یکنواخت را تحلیل نمودند. مقایسه روش تفاوت محدود و اجزای محدود رهایی پویا را نیز این پژوهشگران انجام دادند [30]. با بهره‌جویی از معیارهای پویایی پایداری و

روش رهایی پویا، کدخدایان و همکاران همکاران [31] به تحلیل کمانشی و پس‌کمانشی صفحه‌ها پرداختند. تروی و صالحی [32] تحلیل خطی و ناخطی صفحه‌های قطاعی مرکب را به نتیجه رسانیدند.

در این پژوهش، صفحه‌های راست پهلوی با فرض تغییرشکل‌های بزرگ و اثر خمش، با استفاده از راه حل تفاوت محدود و رهایی پویا تحلیل می‌شوند. نخست، عامل ضریب میرایی به‌گونه‌ای به‌دست می‌آید که همگرایی را برقرار نماید. در رابطه‌سازی‌های معمول، با ساده کردن رابطه‌های جرم و میرایی، مقدار میرایی در تکرارهای رهایی پویا مقداری ثابت پیدا می‌کند. در این‌جا، از میرایی متغیر نیز بهره‌جویی خواهد شد. در این‌گونه میرایی از جرم‌های ثابت، که در سرتاسر تحلیل یک مقدار دارند و نیز جرم‌های متغیر، که در هر تکرار به هنگام می‌شوند، استفاده می‌گردد. در بیشتر مسئله‌ها، پیشینیان معیار سرعت را برای همگرایی در تحلیل صفحه‌ها به روش رهایی پویا و تفاوت‌های محدود به‌کار می‌گرفتند. بر پایه معیار سرعت، اگر در تکرارهای رهایی پویا سرعت از مقدار خطای مجاز کمتر شد، سازه به حالت ایستا و در نتیجه به پاسخ می‌رسد. در این مقاله، افزون بر معیار سرعت، دو معیار انرژی جنبشی و نسبت جابه‌جایی دو گام پیاپی از تکرارهای رهایی پویا نیز به‌کار می‌رود و مقایسه‌ای بین آنها انجام می‌پذیرد.

روش رهایی پویا

روش رهایی پویا، فن صریح حل دستگاه معادله‌های هم‌زمان می‌باشد. در این راهکار، جرم و میرایی ساختگی را به سامانه معادله‌های سازه ایستا می‌افزایند تا یک دستگاه پویای ساختگی به‌دست آید.

$$[M]^n \left\{ \ddot{x} \right\}^n + [C]^n \left\{ \dot{x} \right\}^n + [S]^n \{x\}^n = \{f\}^n = \{P\} \quad (1)$$

عامل‌های f_i^n ، t^n ، C_{ii}^n ، m_{ii}^n به ترتیب، درایه قطری i ام از ماتریس‌های جرم و میرایی ساختگی، گام زمانی ساختگی، درایه i ام از بردار نیروی داخلی در تکرار n ام رهایی پویا می‌باشند. بار خارجی دستگاه ایستا با p_i نمایش داده می‌شود. شمار درجه‌های آزادی سامانه را با عامل ndof نشان می‌دهد. برابری‌های (۴ و ۵)، تا همگرایی به پاسخ پایدار تکرار می‌شوند. پنداشت قطری بودن ماتریس‌های جرم و میرایی ساختگی سبب می‌گردد که رابطه‌های روش رهایی پویا صریح باشند و تنها با عملگرهای برداری انجام شوند.

ولش و همکاران [33] وارترو و همکاران [34] نخستین تحلیلگرانی بودند که اندیشه جرم ساختگی را پیشنهاد نمودند و با استفاده از روش‌های عددی، تکرارهای رهایی پویا را بهبود دادند. راه حل رهایی پویا را وود [35] با سه روش تکراری دیگر مقایسه کرد. وی جرم ساختگی را با استفاده از کران بالایی شعاع طیفی ماتریس ضریب‌ها پیدا کرد [36]. او نشان داد که نرخ همگرایی رهایی پویا، از روش‌های نیمه تکراری در تحلیل سازه‌ها بیشتر است. برو و بروتن [37] نشان دادند که روش رهایی پویا برای حل دستگاه معادله‌های خطی و به‌ویژه برای تحلیل سازه‌های قابی مناسب است. هم‌چنین، به این نتیجه دست یافتند که این فرآیند برای وارد کردن اثرهای ناخطی مفید می‌باشد. آنها پیشنهاد نمودند که جرم هر درجه آزادی، متناسب با درایه قطری آن در ماتریس سفتی سازه باشد. روشی برای تخمین میرایی بحرانی در روش رهایی پویا با استفاده از اصل ریلی را بونس [38] پیشنهاد داد.

نخستین شرط‌های پایداری راه حل را کسل و هُبس [39] یافتند. آنها برای واریسی همگرایی و پایداری عددی تحلیل‌های ناخطی با روش رهایی پویا، جرم ساختگی را با بهره‌جستن از نگره دایره گرشگورین (Gerschgorin) تخمین زدند. یک فرآیند

در این برابری، M و C ، به ترتیب، ماتریس‌های جرم و میرایی ساختگی قطری می‌باشند. بردارهای X ، $\dot{X}$ و $\ddot{X}$ به ترتیب، جابه‌جایی، سرعت و شتاب را نمایش می‌دهند. تحلیلگران ماتریس سفتی و بردار بارهای خارجی و نیروهای داخلی را به ترتیب با P ، S و f نشان داده‌اند. رونویس n ، نماد شماره تکرار در فن رهایی پویا است. پاسخ دستگاه (۱) هنگامی به دست می‌آید که نیروهای جرمی و میرایی ساختگی صفر شوند. به سخن دیگر، پاسخ حالت پایدار سامانه پویای (۱)، همان پاسخ دستگاه (۲) می‌باشد که در تحلیل‌های ایستا به کار می‌رود.

$$\{S\}\{X\} = \{f\} = \{P\} \quad (2)$$

باید افزود، بردار نیروی نامیزان R که سبب نوسان ساختگی سازه می‌گردد، رابطه زیر را دارد:

$$R = [M]\left\{\ddot{X}\right\} + [C]\left\{\dot{X}\right\} \quad (3)$$

می‌توان این‌گونه پنداشت که پاسخ ایستای سازه، در نیروی نامیزان صفر به دست می‌آید. در فن رهایی پویا، در هر گام زمانی t ، تغییر سرعت را خطی و شتاب را ثابت می‌پندارند. بر این پایه، با بهره‌جویی از تفاوت‌های محدود مرکزی، می‌توان برابری‌های زیر را برای رابطه‌های تکراری این راه حل به دست آورد:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2m_{ii}^n - C_{ii}^n t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} \ddot{x}_i^{n-\frac{1}{2}} \\ &+ \frac{2t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} (p_i - f_i^n) \end{aligned} \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, \text{ndof}$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + t^{n+1} \dot{x}_i^{n+\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots, \text{ndof} \quad (5)$$

خودکار برای یافتن عامل‌های تکراری را پاپادراکاکیس [40] پیشنهاد کرد. این شیوه نیازی به آزمون و خطا و یا تحلیل مقادارهای ویژه ماتریس سفتی ندارد. مشکل راه حل وی، حدس نخستین دو عامل می‌باشد. گونه دیگر رابطه‌سازی رهایی پویا را فلیپا [41] انجام داد. این راهکار، در دسته‌بندی روش‌های ضمنی جای می‌گیرد و عامل‌های جرم و میرایی، از تغییر سفتی سازه در زمان ساختگی حساب می‌شوند. یکی از رابطه‌سازی‌های مشهور برای تکرارهای رهایی پویا را آندروود [42] انجام داد. وی میزان گام زمانی را در تکرارهای رهایی پویا ثابت پنداشت. کانگ [43] میرایی و زمان ساختگی را با استفاده از اصل ریلی به‌دست آورد. زانگ و همکاران [44] حدس نخستین پایدار را درست کردند و الگوی میرایی گرهی را پیشنهاد دادند. مونجیزا و همکاران [45, 46]، میرایی را متناسب با توانی از ماتریس‌های جرم و سفتی به‌کار گرفتند. آنها نشان دادند که هرگاه ماتریس میرایی به‌شکل $2M(M^{-1}S)^{0.5}$ باشد، تمامی حالت‌ها به‌صورت بحرانی میرا می‌شوند [45, 46].

برای کاهش تکرارها و با هدف افزایش مرتبه خطا و به‌دنبال آن، بهبود نرخ همگرایی رهایی پویا، رضایی پزند و تقویان حکاک [47] از گسترش دنباله تیلور بهره‌جستند. آنها از سه جمله نخست دنباله تیلور، جابه‌جایی را حساب کردند. این پژوهشگران، مقدار گام زمانی در تکرارهای رهایی پویا را ثابت پنداشتند. بر پایه کمینه‌سازی نیروهای نامیزان در تکرارهای رهایی پویا، بهبود گام زمانی ساختگی به‌وسیله کدخدایان و همکاران [48] رابطه‌سازی شد. روش رهایی پویا برای تحلیل پویای ناخطی را رضایی پزند و علامتیان [49] به‌کار گرفتند. آنها این راه حل را با گام زمانی بهبود یافته به‌کار بردند. در این روش، خطاهای تابع اولیه گیری را کاهش می‌دادند. رضایی پزند و علامتیان [50]، در پیمایش ناحیه‌های بازگشتی، برای یافتن ضریب بار در هر تکرار رهایی پویا، از دو فرآیند

کمینه کردن نیروی نامیزان و تغییر مکان نامیزان استفاده نمودند؛ باید آگاه بود، با بهره‌جستن از این راهکارها، تحلیل به‌جای همگرایی به نقطه‌های ایستایی دور، به نقطه‌های ایستایی نزدیک همگرا خواهد شد. تحلیل پویای سازه‌ها با استفاده از دو محور زمان متعامد حقیقی و ساختگی را سرافرازی [51] انجام داد. ماتریس‌های جرم و میرایی حقیقی و ساختگی نیز در رابطه‌سازی وی وارد می‌شدند.

پیوند نسبت گام زمانی بهینه و میرایی بحرانی در تحلیل‌های ناخطی با فن رهایی پویا، توسط رضایی پزند و سرافرازی [52] به‌دست آمد. این پژوهش آشکار کرد که مقدار گام زمانی ثابت اثری بر روی نرخ همگرایی ندارد. رضایی پزند و علامتیان [53] رابطه‌های جدیدی برای میرایی و جرم ساختگی در روش رهایی پویای بهبود یافته برقرار نمودند. شیوه آنها نشان داد که می‌توان بدون انجام کارهای عددی بیشتر نرخ همگرایی را بالا برد. افزون بر اینها، روش جدیدی برای حساب کردن میرایی ساختگی را رضایی پزند و همکاران [54] پیشنهاد دادند. برای رسیدن به این هدف، می‌توان از کمینه نمودن خطا بین دو گام پیاپی و بهره‌جستن از فرآیند تکراری بهره‌جست. برای گذر خودکار از نقطه‌های حدی، رضایی پزند و علامتیان [55] روشی را با کمینه نمودن نیروی نامیزان و کارمایه نامیزان پیشنهاد دادند.

ماتریس‌های جرم و میرایی و نیز گام زمانی ساختگی در راه حل رهایی پویا نقش دارند. با وارد کردن مقدار صفر برای میرایی و یافتن نسبت گام زمانی آن، رضایی پزند و سرافرازی [56] روش دیگری را رابطه‌سازی کردند. آنها به تحلیل پویای ناخطی سازه‌ها نیز پرداخته‌اند. افزون بر اینها، بر پایه کارمایه نامیزان، روش جدیدی به‌دست آمد [57]. رضایی پزند و همکاران [58]، کارایی دوازده روش رهایی پویا را برای تحلیل اجزای محدودی سازه‌های قابی و خرپایی بررسی کردند. آنها با مقایسه شمار و زمان کل تحلیل،

پنج روش برتر را معرفی نمودند.

آن گونه که آمد، عامل های ناشناخته در رابطه سازی های روش رهایی پویا، ماتریس های قطری جرم و میرایی ساختگی، بردار تغییر مکان نخستین و گام زمانی ساختگی می باشند. به طور معمول، بردار جابه جایی آغازین را صفر یا یک و گام زمانی ساختگی را برابر یک می پندارند. یکی دیگر از پژوهش ها، گام زمانی را بر پایه اصل ریلی پیشنهاد می کند [43]. برترین راهکار برای یافتن ماتریس جرم ساختگی، استفاده از نگره دایره گرشگورین است [39, 42]. روش خودکار دیگر که نیاز به وارد شدن کاربر ندارد، شیوه پیشنهادی رضایی پزند و علامتین [53] می باشد. متداول ترین راهکار پیدا کردن عامل میرایی، استفاده از اصل ریلی است [38, 44]. از میان معمولی ترین آنها، می توان از رابطه های زانگ و آندروود نام برد [27, 42]. روشی با نرخ همگرایی بیشتر را رضایی پزند و همکاران پیشنهاد داده اند [52-54].

در ادامه مقاله، ویژگی های راه حل رهایی پویا می آید. در این شیوه، نیروهای داخلی هر یک از جزء ها، از ضرب تغییر مکان های گرهی در ماتریس سفتی جزء حساب می گردند. روی هم گذاری نیروی داخلی همه جزء ها، بردار نیروی داخلی کل را در دسترس قرار می دهد. نیروهای نامیزان، اختلاف بین نیروهای داخلی و بارهای خارجی هستند. از این رو، فن رهایی پویا به روی هم گذاری و انبار کردن ماتریس سفتی کل سازه نیازی ندارد. بنابراین، برای حل مسئله های با رفتار ناخطی شدید ماده و هندسه مناسب است. نیاز نداشتن به برپاسازی ماتریس سفتی کل، سبب سادگی برنامه نویسی این روش می شود [۵۹]. استفاده از عملگرهای برداری به جای حساب های پیچیده ماتریسی، نیاز به انبار رایانه را کاهش می دهد. چون روش رهایی پویا به طور کامل خودکار است؛ بنابراین، وارد شدن کاربر در کارآیی تحلیل تأثیری ندارد. این فرآیند خطاهای گرد کردن عددها را از بین

می برد و می توان پاسخ ها را با دقت دلخواه به دست آورد [51]. دیگر شایستگی این فن، حساس نبودن به نقطه های حدی در مسیر ایستایی می باشد [۵۹]. هنوز راه حل کاملی برای حل معادله های ناخطی سازه ها در دسترس نمی باشد. فن رهایی پویا هم کاستی هایی دارد. پاره ای از کاستی های این شیوه در ادامه می آیند. فرآیند در حالت کلی پایدار نیست؛ با وجود این، می توان با وارد نمودن شرط هایی پایداری آن را برقرار نمود. نرخ همگرایی این روش اندک است. انتخاب عامل های مناسب، نرخ همگرایی را افزایش می دهد [۵۹]. تکرارهای رهایی پویا در بار ثابت صورت می پذیرد که مشکل هایی را در نقطه های حدی به وجود می آورد. در تحلیل ناخطی با نرم شوندگی ملایم، شمار تکرارهای راه حل رهایی پویا در مقایسه با روش های نیوتنی بسیار بیشتر است [47]. باید دانست، روش رهایی پویا دو دسته کلی لزجی و جنبشی دارد. رابطه های روش رهایی پویای لزج پیش از این آمدند. در ادامه کار، به فن جنبشی پرداخته خواهد شد. در روش جنبشی، دستگاه پویای ساختگی بدون میرایی می باشد. بر این پایه می توان رابطه های تکراری رهایی پویای جنبشی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\dot{x}_i^{n+\frac{1}{2}} = \dot{x}_i^{n-\frac{1}{2}} + \frac{t^n}{m_{ii}^n} (p_i - f_i^n) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, \text{ndof} \quad (6)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + t^{n+1} \dot{x}_i^{n+\frac{1}{2}} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, \text{ndof} \quad (7)$$

باید آگاه بود، گام زمانی ساختگی را در تکرارهای روش رهایی پویای جنبشی برابر یک می پندارند. به کار

دستگاه ایستا با افزودن جرم و میرایی ساختگی به دستگاه پویا تبدیل می‌گردد. به سخن دیگر، با گذاردن جمله‌های وابسته به جرم و میرایی در سوی دیگر معادله‌های دیفرانسیل ایستایی سازه، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$EQ_i = m_\alpha \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + c_\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial t} \quad (9)$$

در این برابری، EQ_i معادله دیفرانسیل ایستایی صفحه در راستای α است. با قرار دادن EQ_i در (۹)، ساده‌سازی آن و استفاده از $C_\alpha^* = \frac{c_\alpha t^a}{2m_\alpha}$ ، سرعت در پایان گام زمانی به قرار زیر خواهد بود:

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^a = \frac{1}{1+C_\alpha^*} \left[\left(1-C_\alpha^*\right) \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^b + \frac{t^a}{m_\alpha} (EQ_i) \right] \quad (10)$$

خیز و تغییر مکان‌های درون صفحه‌ای در پایان گام زمانی، با استفاده از رابطه‌های حرکت جسم‌ها به دست می‌آید. این مقادارها در زیر می‌آیند:

$$x = Vt + x_0 \quad \rightarrow \quad \alpha^a = \alpha^b + t^a \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^b \quad (11)$$

در ادامه‌ی کار، تفاوت‌های محدود مرکزی برای یافتن مشتق لنگرها و خیز سازه به کار می‌رود. همچنین، مشتق تغییر مکان‌های درون صفحه‌ای از تفاوت‌های پس‌رو، و مشتق نیروهای درون صفحه‌ای از تفاوت‌های پیش‌رو به دست می‌آیند. باید دانست که رابطه (۱۰) نیز باید به شکل تفاوت محدود بازنویسی گردد. در پایان، تغییر مکان‌های گره (i_j) با استفاده از (۱۲) در دست

بردن میرایی جنبشی به جای لزج، رابطه‌سازی رهایی پویا را ساده‌تر می‌کند. به سخن دیگر، تنها به یک کران بالا برای مقدار ویژه پیشینه نیاز است [40]. از میان دیگر برتری‌های این کار بر فن‌های پیشین، پایداری و همگرایی بالا در تحلیل‌های ناخطی هندسی می‌باشد [60]. با وجود این، نرخ همگرایی روش رهایی پویای جنبشی، از گونه لزج کمتر است [40]. نخستین بار، کاندال [61] از روش رهایی پویای جنبشی برای تحلیل مسئله‌های مکانیک سنگ ناپایدار بهره‌جست.

رهایی پویا و صفحه‌های خمشی راست پهلوی

در این بخش، رابطه‌های تفاوت محدود رهایی پویا برای حل صفحه‌های خمشی راست پهلوی با رفتار ناخطی هندسی می‌آید. در این فرآیند باید از معادله‌های دیفرانسیل ایستایی، رابطه‌های کرنش-تغییر مکان، انحنا-تغییر مکان و نیز برابری نیروهای داخلی بهره‌جست. خاطر نشان می‌شود، برخلاف تغییر شکل‌های کوچک، در نگره تغییر شکل‌های بزرگ، میان صفحه دارای کرنش خواهد بود. ساختار صفحه همسانگرد پنداشته می‌شود. در فن رهایی پویا، در گام زمانی t ، تغییر سرعت را خطی و شتاب را ثابت می‌پندارند؛ آن‌گاه می‌توان برابری (۸) را نوشت:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^a + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^b \right], \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = \frac{1}{t} \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^a - \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^b \right]$$

نماد a و b ، به ترتیب، مقدار پایان و آغاز گام زمانی را نشان می‌دهند. عامل α می‌تواند u ، v و w ، که به ترتیب، جابه‌جایی در راستای x ، y و z می‌باشد را اختیار کند. باید دانست، u و v ، تغییر مکان‌های درون صفحه‌ای می‌باشند. تغییر مکان جانبی یا همان خیز صفحه با w نشان داده می‌شود. در راهکار رهایی پویا،

خواهند بود:

$$M_{x_{i,j}} = -D \left[\frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \nu \frac{w_{i,j+1} - 2w_{i,j} + w_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{x_{i,j}} = -D \left[\frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \nu \frac{w_{i,j+1} - 2w_{i,j} + w_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \right] \\ M_{y_{i,j}} = -D \left[\frac{w_{i,j+1} - 2w_{i,j} + w_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + \nu \frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \right] \\ M_{xy_{i,j}} = -D(1-\nu) \left(\frac{w_{i-1,j-1} - w_{i-1,j+1} - w_{i+1,j-1} + w_{i+1,j+1}}{4\Delta x \Delta y} \right) \end{array} \right.$$

(۱۴)

حاصل جمع ردیفی قدر مطلق درایه‌های ماتریس سختی را می‌توان مجموع یک مقدار ثابت، که در سراسر تحلیل ثابت می‌ماند و یک مقدار متغیر پنداشت، که باید در هر تکرار به‌دست آید. بر این پایه، برابری زیر برقرار خواهد بود:

$$\sum_{j=1}^k |S_{ij}|_{\alpha} = \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_{\alpha}^c + \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_{\alpha}^v \quad (15)$$

رونویس‌های c و v ، به ترتیب، بخش‌های ثابت و متغیر حاصل جمع را نشان می‌دهد. یادآوری می‌کند، α می‌تواند هر یک از مقدارهای u ، v و w را اختیار نماید. هر یک از بخش‌های برابری کنونی با بهره‌جویی از معادله‌های دیفرانسیل ایستایی صفحه به‌دست می‌آید. به سخن دیگر، با استفاده از معادله‌های دیفرانسیل ایستایی درون‌صفحه‌ای، می‌توان به برابری‌های (۱۶) رسید:

$$\alpha_{i,j}^a = \alpha_{i,j}^b + t^a \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} \right)_{i,j}^b \quad (12)$$

پایداری رهایی پویا

پایداری روش تکراری رهایی پویا به تخمین مناسب جرم و میرایی ساختگی وابسته است. در این پژوهش، جرم ساختگی از روش کسل و هُبس [39] به‌دست می‌آید. آنها گام زمانی را برابر با یک پنداشتند.

$$m_{\alpha_{i,j}} = \frac{(t^a)^2}{4} \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_{\alpha} \quad (13)$$

در برابری کنونی، شمار گره‌ها با k نشان داده شده‌اند. این رابطه آشکار می‌کند که مقدار جرم ساختگی هر گره در هر تکرار (m_{α})، با استفاده از حاصل جمع ردیفی قدر مطلق درایه‌های ماتریس سختی به‌دست می‌آید. برای یافتن آن، نیروهای داخلی به شکل تفاوتی و بر پایه جابه‌جایی‌ها بازنویسی می‌گردند:

$$\begin{aligned} N_{x_{i,j}} &= A \left\{ \left[\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left(\frac{w_{i+1,j} - w_{i-1,j}}{2\Delta x} \right)^2 \right] + \nu \left[\frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta y} + \frac{1}{2} \left(\frac{w_{i,j+1} - w_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)^2 \right] \right\} \\ N_{y_{i,j}} &= A \left\{ \left[\frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta y} + \frac{1}{2} \left(\frac{w_{i,j+1} - w_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)^2 \right] + \nu \left[\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left(\frac{w_{i+1,j} - w_{i-1,j}}{2\Delta x} \right)^2 \right] \right\} \\ N_{x_{i,j}} &= \frac{A}{2} (1-\nu) \left\{ \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y} + \frac{v_{i,j} - v_{i-1,j}}{\Delta x} + \frac{(w_{i,j+1} - w_{i,j-1})(w_{i+1,j} - w_{i-1,j})}{4\Delta x \Delta y} \right\} \end{aligned}$$

اکنون، عامل‌های $\bar{N}$ و $\bar{M}$ باید تعریف شوند. با استفاده از نیروهای داخلی (۱۴) و قدر مطلق ضریب‌های تغییر مکان، برابری‌های زیر برای یافتن این دو عامل به کار می‌روند:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{N}_{x,i,j}^c &= A \left[\frac{1+|-1|}{\Delta x} + v \left(\frac{1+|-1|}{\Delta y} \right) \right] = 2A \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{v}{\Delta y} \right) \\ \bar{N}_{xy,i,j}^c &= \frac{A}{2} (1-v) \left[\frac{1+|-1|}{\Delta x} + \frac{1+|-1|}{\Delta y} \right] = A(1-v) \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right) \\ \bar{N}_{y,i,j}^c &= A \left[\frac{1+|-1|}{\Delta y} + v \left(\frac{1+|-1|}{\Delta x} \right) \right] = 2A \left(\frac{1}{\Delta y} + \frac{v}{\Delta x} \right) \\ \bar{N}_{x,i,j}^v &= \frac{A}{2} \left[\frac{|w_{i+1,j} - w_{i-1,j}|}{(\Delta x)^2} + v \frac{|w_{i,j+1} - w_{i,j-1}|}{(\Delta y)^2} \right] \\ \bar{N}_{xy,i,j}^v &= \frac{A}{2} (1-v) \left[\frac{2}{\Delta x} \frac{|w_{i,j+1} - w_{i,j-1}|}{2\Delta y} + \frac{2}{\Delta y} \frac{|w_{i+1,j} - w_{i-1,j}|}{2\Delta x} \right] \\ \bar{N}_{y,i,j}^v &= \frac{A}{2} \left[\frac{|w_{i,j+1} - w_{i,j-1}|}{(\Delta y)^2} + v \frac{|w_{i+1,j} - w_{i-1,j}|}{(\Delta x)^2} \right] \\ \bar{M}_{x,i,j} &= -D \left[\frac{1+|-2|+1}{(\Delta x)^2} + v \left(\frac{1+|-2|+1}{(\Delta y)^2} \right) \right] \\ &= 4D \left(\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{v}{(\Delta y)^2} \right) \\ \bar{M}_{xy,i,j} &= -D(1-v) \left(\frac{1+|-1|+|-1|+1}{4\Delta x\Delta y} \right) = \frac{D(1-v)}{\Delta x\Delta y} \\ \bar{M}_{y,i,j} &= -D \left[\frac{1+|-2|+1}{(\Delta y)^2} + v \left(\frac{1+|-2|+1}{(\Delta x)^2} \right) \right] \\ &= 4D \left(\frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{v}{(\Delta x)^2} \right) \end{aligned} \right. \quad (18)$$

آن‌گونه که آمد، می‌توان جرم را دارای دو بخش ثابت و متغیر دانست. به سخن دیگر، برابری‌های زیر برقرارند:

$$\left\{ \begin{aligned} m_{\alpha,i,j} &= m_{\alpha,i,j}^c + m_{\alpha,i,j}^v \\ m_{\alpha,i,j}^c &= \frac{(t^a)^2}{4} \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_{\alpha}^c, \quad m_{\alpha,i,j}^v = \frac{(t^a)^2}{4} \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_{\alpha}^v \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_u^{\beta} &= \frac{\bar{N}_{x_{i+1,j}}^{\beta} + |\bar{N}_{x_{i,j}}^{\beta}|}{\Delta x} + \frac{\bar{N}_{xy_{i,j+1}}^{\beta} + |\bar{N}_{xy_{i,j}}^{\beta}|}{\Delta y} \\ \sum_{j=1}^k |S_{ij}|_v^{\beta} &= \frac{\bar{N}_{xy_{i+1,j}}^{\beta} + |\bar{N}_{xy_{i,j}}^{\beta}|}{\Delta x} + \frac{\bar{N}_{y_{i,j+1}}^{\beta} + |\bar{N}_{y_{i,j}}^{\beta}|}{\Delta y} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

نماد β بخش‌های ثابت و متغیر را نشان می‌دهد. در گسترش جمع ردیفی برای معادله دیفرانسیل ایستایی خارج صفحه، علامت نیروهای درون صفحه‌ای در پایداری عددی نقش دارد [39]. به سخن دیگر، مقدار منفی برای این نیروها بیانگر کاهش سفتی می‌باشد [22]. بنابراین، بخش‌های ثابت و متغیر حاصل جمع برای این راستا، با توجه به رابطه‌های زیر و از برابری (۱۶) به دست می‌آید:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{cx} &= \frac{\bar{M}_{x_{i+1,j}} + 2\bar{M}_{x_{i,j}} + \bar{M}_{x_{i-1,j}}}{(\Delta x)^2} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{cxy} &= \frac{\bar{M}_{xy_{i-1,j-1}} + \bar{M}_{xy_{i-1,j+1}} + \bar{M}_{xy_{i+1,j-1}} + \bar{M}_{xy_{i+1,j+1}}}{2\Delta x\Delta y} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{cy} &= \frac{\bar{M}_{y_{i,j+1}} + 2\bar{M}_{y_{i,j}} + \bar{M}_{y_{i,j-1}}}{(\Delta y)^2} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{vx} &= \left(\bar{N}_{x_{i,j}}^c + \bar{N}_{x_{i,j}}^v \right) \frac{|w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}|}{(\Delta x)^2} \\ &+ N_{x_{i,j}} \frac{4}{(\Delta x)^2} = \left(\bar{N}_{x_{i,j}}^c + \bar{N}_{x_{i,j}}^v \right) |k_{x_{i,j}}| + N_{x_{i,j}} \frac{4}{(\Delta x)^2} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{vxy} &= \left(\bar{N}_{xy_{i,j}}^c + \bar{N}_{xy_{i,j}}^v \right) |k_{xy_{i,j}}| + N_{xy_{i,j}} \frac{1}{\Delta x\Delta y} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{vy} &= \left(\bar{N}_{y_{i,j}}^c + \bar{N}_{y_{i,j}}^v \right) |k_{y_{i,j}}| + N_{y_{i,j}} \frac{4}{(\Delta y)^2} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^c &= \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{cx} + \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{cxy} + \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{cy} \\ \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^v &= \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{vx} + \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{vxy} + \sum_{j=1}^n |S_{ij}|_{w}^{vy} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

- ۱۰- اگر ۹ برقرار بود، پاسخ‌ها به دست آمده‌اند.
- ۱۱- در صورت برقرار نبودن ۹، گام‌های ۲ تا ۱۰ تکرار خواهند شد.

شرط‌های مرزی

برای برقراری معادله‌های ایستایی در یکایک گره‌های شبکه، نیاز به وارد کردن شرط‌های مرزی می‌باشد. به سخن دیگر، برای تحلیل هر سازه، افزون بر معادله‌های ایستایی، می‌باید رابطه‌های سازگاری را نیز برقرار کرد. معادله‌های سازگاری از شرط‌های مرزی به دست می‌آیند و می‌توان آنها را بر پایه نیروها یا تغییر مکان‌ها نوشت. در حالت کلی، رابطه‌های سازگاری دو بخش دارند. آن‌ها شرط‌های مرزی تغییرمکانی و معادله‌های سازگاری نیرویی هستند. در ادامه، هر یک از این دو دسته بررسی می‌شود.

چنانچه گره‌هایی از سازه دارای تغییرمکان‌های مشخص باشند، معادله‌های ایستایی وابسته به آنها را در سامانه کلی نادیده می‌گیرند. به سخن دیگر، نیازی به نوشتن رابطه‌هایی پویا در گره‌های دارای تغییرمکان معلوم نیست. در حالت ویژه، می‌توان به تکیه‌گاه‌های ساده و گیردار اشاره نمود. بنابراین، رابطه‌ایستایی در این گره‌ها نوشته نمی‌شود. با این روش می‌توان اثر نشست تکیه‌گاهی را وارد کرد. نشست این نقطه‌ها برای یافتن مشتق‌های تغییرمکان گره‌های همسایه وارد می‌گردند و نیازی به برقراری رابطه‌ایستایی در خود گره نمی‌باشد. نیروهای واکنشی این نقطه‌ها نیز به سادگی و با در نظر گرفتن تغییرمکان گره محاسبه می‌شوند. باید افزود، پنداشت تغییرشکل‌های بزرگ یا کوچک، اثری در چگونگی وارد کردن شرط‌های سازگاری تغییرمکان‌ها ندارند.

الگوسازی رفتار پاره‌ای از شرط‌های مرزی، توسط نیروها انجام می‌گیرد. چنانچه در بخشی از سازه مقدار یک یا چند نیرو مشخص باشد، باید اثر این نیروها در رابطه‌های ایستایی وارد شوند. این نیروهای مشخص،

نماد k شمار گره‌های شبکه‌بندی تفاوت محدود را نشان می‌دهد. میرایی ساختگی، که سبب همگرایی تکرارها می‌شود، از کمینه مقدار جرم ساختگی در هر گره به دست می‌آید.

$$c_{\alpha_{i,j}} = m_{\alpha_{i,j}} (F)^{-1} \quad (20)$$

پیشینان، مقدار F را برای تغییرشکل‌های کوچک بین ۱۰ تا ۲۰، برای تغییرشکل‌های نه چندان بزرگ از ۱ تا ۳ و برای تغییرشکل‌های خیلی بزرگ بین ۰/۵ و ۱ اختیار نموده‌اند. در این پژوهش، مقداری برای F در تغییرشکل‌های بزرگ به گونه‌ای به دست می‌آید که همگرایی را برقرار کند. برای رسیدن به این هدف، اگر رابطه (۱۸) در C^* قرار گیرد، میرایی ثابت $1/F$ به دست می‌آید. روش دیگری که این پژوهش به کار می‌گیرد، از برابری (۱۹) برای تعیین میرایی گرهی استفاده می‌نماید.

$$C_{\alpha_{i,j}}^* = \frac{m_{\alpha_{i,j}}^c (F)^{-1} t^a}{2m_{\alpha_{i,j}}} \quad (21)$$

گام‌های روش پیشنهادی به قرار زیراند:

- ۱- برقرار نمودن شرط‌های نخستین.
- ۲- به دست آوردن جرم و میرایی ساختگی برای هر گره از رابطه‌های (۱۷) و (۱۸) یا (۱۹).
- ۳- سرعت‌های هر گره، از رابطه (۱۰) به دست می‌آید.
- ۴- با استفاده از برابری (۱۲)، تغییرمکان‌ها محاسبه می‌گردند.
- ۵- شرط‌های مرزی تغییرمکان برقرار می‌شوند.
- ۶- کرنش‌ها و انحناها در دسترس قرار می‌گیرند.
- ۷- نیروهای داخلی به دست می‌آیند.
- ۸- شرط‌های مرزی نیرویی برقرار می‌شوند.
- ۹- شرط همگرایی بررسی می‌گردند.

عامل F

این بخش، به اثر عامل F در تحلیل صفحه‌ها می‌پردازد. مسئله‌های نمونه از منبع [13] برداشت شده‌اند. عامل F از ۰/۱ تا ۳ و با نمو ۰/۱ اختیار خواهد شد. میرایی متغیر در تحلیل‌ها به کار رفته است. باید اشاره گردد که کاربرد میرایی ثابت نیز تفاوتی در نتیجه‌ها ایجاد نمی‌کند. معیار همگرایی به کار رفته، خطای سرعت می‌باشد؛ چنانچه سرعت در هر سه راستای x ، y و z ، کوچک‌تر از مقدار خطای مجاز 10^{-5} گردد فرآیند تکرارهای رهایی پویا پایان می‌یابد. بارها در یک نمو وارد شده‌اند. برای برقرار نمودن شرط‌های مرزی نیرویی، الگوسازی دوم به کار می‌رود. شبکه‌بندی ریز یا درشت، در همگرایی یا واگرایی پاسخ‌ها با مقدار F ثابت اثر دارد. در تمام نمونه‌ها، به جای بار از نسبت qa^4/Dh استفاده می‌شود. عامل q شدت بار جانبی وارد به سازه است. در همه نمونه‌ها، ضریب کشسانی (E)، نسبت پواسون، سفتی خمشی (D)، و ضخامت صفحه (h)، به ترتیب، ۱۰۹،۲ گیگاپاسکال، ۰/۳، ۱۰^۴ نیوتن-متر و ۱ سانتی‌متر اختیار می‌گردند.

صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده. نخست، به صفحه‌ای مربعی که از چهار سو، بر روی تکیه‌گاه ساده قرار دارد، پرداخته می‌شود. این سازه، زیر هفت بار گسترده یکنواخت جانبی تحلیل می‌گردد. نسبت qa^4/Dh از ۹۰۰۰ تا $۳/۲ \times ۱۰^۶$ گزیده می‌شود. اندازه پهلوه‌های صفحه (a) برابر ۴ متر می‌باشد. خیز بیشینه بر پایه نسبت خیز به ضخامت (w/h) می‌آید. برای تحلیل این سازه، شبکه‌بندی 8×8 به کار رفته است. جدول (۱) مقدارهای دقیق خیز بیشینه را نشان می‌دهد. نتایج تحلیل ناخطی، با مرجع [13] و تحلیل خطی، با مرجع [1] هماهنگی دارد.

شکل (۱)، شمار تکرارهای لازم برای رسیدن به همگرایی لازم را نشان می‌دهد. آشکار است، برای

شرط‌های سازگاری نیرویی نام دارند. راهکار کلی و دقیق برقراری شرط‌های سازگاری نیرویی در فن تفاوت‌های محدود، انجام فرآیند حل در دو مرحله می‌باشد. در آغاز بدون وارد کردن شرط‌های سازگاری نیرویی، مسئله حل می‌شود. دومین گام، به برقراری شرط‌های سازگاری نیرویی باز می‌گردد. از این‌رو، فرآیند حل در این مسئله، تنها در مرزها و تکیه‌گاه‌ها انجام می‌پذیرد. در این مرحله، تغییر مکان‌های ساختگی خارج از مرز به گونه‌ای تعیین می‌شوند که نیروهای مرزی، شرط‌های سازگاری را برقرار کنند. چنانچه پنداشت تغییر شکل‌های کوچک به کار رود، دستگاه معادله‌های گام دوم حل، خطی می‌گردد. از سوی دیگر، رفتار تغییر شکل‌های بزرگ، به دستگاه ناخطی منجر می‌شود.

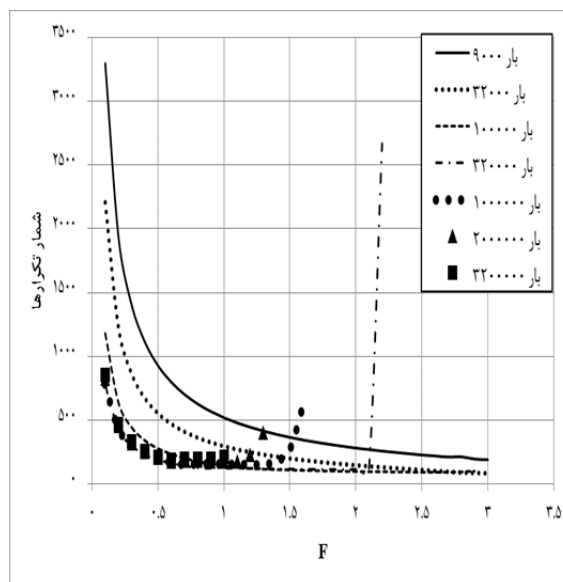
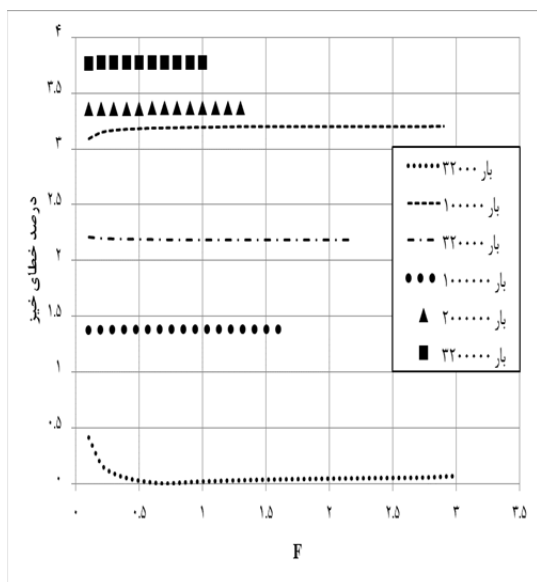
دو روش برای برقراری شرط‌های سازگاری نیرویی وجود دارد. در نخستین راه حل، می‌توان نیروهای مرزی معلوم را به صورت سرراست در رابطه‌های ایستایی گره مزبور یا گره‌های همسایه وارد کرد. به سخن دیگر، در هر مرحله از فرآیند حل، بدون توجه به نیروهای به دست آمده از تحلیل تغییر مکانی، مقدارهای معلوم جایگزین می‌گردند. باید دانست، استفاده از چنین راه‌کاری نرخ همگرایی به پاسخ را کاهش می‌دهد و در پاره‌ای از موارد ناپایداری تحلیل را سبب می‌گردد. در فرآیند تفاوت‌های محدود، معادله‌های ایستایی بر پایه عامل‌های ناشناخته تغییر مکانی نوشته می‌شوند. از این‌رو، تمامی شرط‌های مرزی نیز باید بر این پایه وارد گردند. چنانچه رفتار صفحه بدون اندرکنش‌های کششی، برشی، خمشی یا پیچشی باشد، می‌توان شرط‌های مرزی را نیز به شکل نیرو وارد کرد. راهکار دیگر برای برقراری شرط‌های سازگاری نیرویی، تبدیل آنها به رابطه‌های هم‌ارز تغییر مکانی می‌باشد. این فن، با توجه به پنداشت‌های تحلیل، به معادله‌های متفاوتی منجر می‌گردد.

یک بیشتر گردد، همگرایی به دست نمی آید. برای حل این مشکل دو راه وجود دارد. نخست می توان شبکه بندی تفاوت محدود را ریزتر نمود؛ گزینه دیگر، وارد کردن بار در نمونه های کوچک تر است. شکل (۱) نمودار درصد خطا را برای F ها و بارهای مختلف نشان می دهد. روشن است، تغییر در عامل F اثر چندانی بر درصد خطا ندارد. در نتیجه، برای به دست آوردن F مناسبی که همگرایی در هر باری را برقرار نماید، بررسی شمار تکرارها کافی خواهد بود.

بارهای کم و تغییر شکل های کوچک، افزایش F ، شمار تکرارها را کاهش می دهد. در بارهای زیاد یا تغییر شکل های بزرگ، افزایش F ، نخست موجب کاهش تکرارها تا رسیدن به یک مقدار کمینه می شود؛ سپس، با افزایش F ، شمار تکرارهای همگرایی، کم و بیش ثابت می ماند. در ادامه، افزایش این عامل افزایش تکرارهای لازم را به دنبال دارد. برای بارهای زیاد که در یک نمو وارد گشته اند، چنانچه F از مقداری بیشتر شود همگرایی مورد نیاز به دست نمی آید و پاسخ ها واگرا می شوند. برای نمونه، در بار ۳۲۰۰۰ اگر مقدار F از

جدول ۱ خیز بیشینه صفحه مربعی با تکیه گاه های ساده

qa^4/Dh	۹۰۰۰	۳۲۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۳۲۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۳۲۰۰۰۰۰
تحلیل ناخطی (w/h)	۰/۲۹	۰/۷۴	۱/۲	۱/۸۷	۲/۸۷	۳/۷	۴/۳۵
تحلیل خطی (w/h)	۰/۳۶۵۴	۱/۲۹۹۲	۴/۰۶	۱۲/۹۹۲	۴۰/۶	۸۱/۲	۱۲۹/۹۲



شکل ۱ شمار تکرارها و درصد خطای صفحه مربعی با تکیه گاه های ساده

رابطه های محاسبه کرنش در زیر نوشته شده اند.

در ادامه، به چگونگی برآورد تنش پرداخته می شود.

پخش تنش در راستای ضخامت سازه و در جدول (۲) درج می‌شود. این جدول برای نسبت بار 2×10^6 و در مرکز ورق بر پا شده است. بر پایه نتیجه‌های تحلیل تنش در راستای ضخامت سازه دارای تقارن نمی‌باشد. این رفتار، به سبب در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ می‌باشد. خاطرنشان می‌کند، این نتیجه‌ها با مرجع [13] یکسان است.

صفحه مربعی با تکیه گاه‌های گیردار. این سازه زیر اثر پنج گونه بارگسترده یکنواخت جانبی تحلیل می‌گردد. اندازه پهلوه‌های سازه (a) نیز برابر ۴ متر است. شبکه‌بندی 8×8 به کار می‌رود. آشکار می‌باشد که خیز بیشینه در مرکز صفحه رخ می‌دهد. نسبت خیز بیشینه به ضخامت (w/h) در جدول (۳) می‌آید. نتایج تحلیل ناختی، با مرجع [13] و تحلیل خطی، با مرجع [1] هماهنگی دارد.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x,i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left(\frac{w_{i+1,j} - w_{i-1,j}}{2\Delta x} \right)^2 - z \frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \\ \varepsilon_{y,i,j} = \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta y} + \frac{1}{2} \left(\frac{w_{i,j+1} - w_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)^2 - z \frac{w_{i,j+1} - 2w_{i,j} + w_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \\ \gamma_{xy,i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y} + \frac{v_{i,j} - v_{i-1,j}}{\Delta x} + \frac{(w_{i,j+1} - w_{i,j-1})(w_{i+1,j} - w_{i-1,j})}{4\Delta x \Delta y} \\ \quad + 2z \frac{w_{i-1,j-1} - w_{i-1,j+1} - w_{i+1,j-1} + w_{i+1,j+1}}{4\Delta x \Delta y} \end{cases}$$

در این جا، z فاصله از میان تار می‌باشد. سپس، برپایه رابطه‌های هوک، تنش‌ها برآورد می‌شوند. برابری‌های (۲۳)، رابطه‌های تنش و کرنش را نشان می‌دهد.

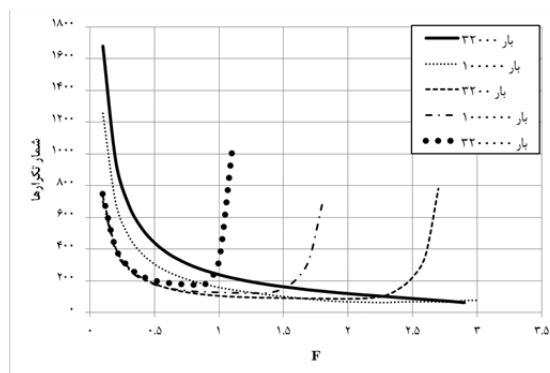
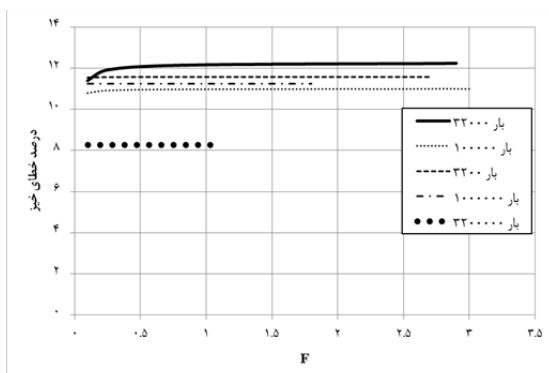
$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (23)$$

جدول ۲. پخش تنش در راستای ضخامت صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده

فاصله از میان تار	تنش راستای x (مگاپاسکال)	تنش راستای y (مگاپاسکال)	تنش برشی (مگاپاسکال)
-۰/۵t	۱۶/۰۷۲	۱۶/۱۰۳	۰/۸۴۷
-۰/۴t	۱۸/۳۳۴	۱۸/۳۵۷	۰/۸۳۸
-۰/۳t	۲۰/۵۹۷	۲۰/۶۱	۰/۸۲۹
-۰/۲t	۲۲/۸۶۰	۲۲/۸۶۴	۰/۸۲
-۰/۱t	۲۵/۱۲۳	۲۵/۱۱۸	۰/۸۱۱
۰	۲۷/۳۸۶	۲۷/۳۷۱	۰/۸۰۲
۰/۱t	۲۹/۶۴۹	۲۹/۶۲۵	۰/۷۹۴
۰/۲t	۳۱/۹۱۱	۳۱/۸۷۹	۰/۷۸۵
۰/۳t	۳۴/۱۷۴	۳۴/۱۳۲	۰/۷۷۶
۰/۴t	۳۶/۴۳۷	۳۶/۳۸۶	۰/۷۶۷
۰/۵t	۳۸/۷	۳۸/۶۴	۰/۷۵۸

جدول ۳ خیز بیشینه صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های گیردار

qa^4/Dh	۳۲۰۰۰	۱۰۰۰۰	۳۲۰۰۰	۱۰۰۰۰	۳۲۰۰۰۰
تحلیل ناخطی (w/h)	۰/۳۹	۰/۹۱	۱/۶۵	۲/۶۵	۴/۲
تحلیل خطی (w/h)	۰/۴۰۳۲	۱/۲۶	۴/۰۳۲	۱۲/۶	۴۰/۳۲



شکل ۲ شمار تکرارها و درصد خطای صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های گیردار

جدول ۴ پخش تنش در راستای ضخامت صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های گیردار

فاصله از میان تار	تنش راستای X (مگاپاسکال)	تنش راستای Y (مگاپاسکال)	تنش برشی (مگاپاسکال)
-۰/۵t	۱۹/۳۸۵	۱۹/۴۴۱	-۰/۲۳۱
-۰/۴t	۲۲/۲۹۶	۲۲/۳۳۹	-۰/۲۶۹
-۰/۳t	۲۵/۲۰۷	۲۵/۲۳۸	-۰/۳۰۷
-۰/۲t	۲۸/۱۱۷	۲۸/۱۳۷	-۰/۳۴۵
-۰/۱t	۳۱/۰۲۸	۳۱/۰۳۶	-۰/۳۸۴
۰	۳۳/۹۳۹	۳۳/۹۳۴	-۰/۴۲۲
۰/۱t	۳۶/۸۵	۳۶/۸۳۳	-۰/۴۶
۰/۲t	۳۹/۷۶۱	۳۹/۷۳۲	-۰/۴۹۸
۰/۳t	۴۲/۶۷۲	۴۲/۶۳۱	-۰/۵۳۶
۰/۴t	۴۵/۵۸۲	۴۵/۵۲۹	-۰/۵۷۵
۰/۵t	۴۸/۴۹۳	۴۸/۴۲۸	-۰/۶۱۳

۳۲۰۰۰، به ترتیب، ۲/۷، ۱/۹ و ۱/۱ می‌باشد. نتیجه‌های نمونه نخست و دوم نشان داد که اگر نسبت خیز به ضخامت از یک تجاوز کند، با افزایش F، پاسخ‌ها واگرا می‌شوند. همچنین، درصد خطا ثابت است و تغییر در ضریب F، اثر چندانی بر آن ندارد. در نتیجه، یافتن یک F مناسب با بررسی شمار تکرارها انجام می‌پذیرد.

شکل (۲) شمار تکرارها برای رسیدن به پاسخ و درصد خطای هر بار را در برابر F نشان می‌دهد. چگونگی تغییر شمار تکرارها و درصد خطا همانند نمونه پیشین است. در این سازه، چنانچه F از مقداری بیشتر گردد، همگرایی به دست نمی‌آید و پاسخ‌ها واگرا می‌شوند. این مقدار، برای بارهای ۳۲۰۰، ۱۰۰۰ و

از یک تجاوز کند، با افزایش F پاسخ‌ها واگرا می‌شوند. آشکار می‌شود که هم‌چون سازه‌های پیشین، تغییر در ضریب F اثر چندانی بر درصد خطا ندارد.

صفحه چهارپهلوی با تکیه‌گاه‌های ساده. نمونه چهارم، همان صفحه نخست ولی با شبکه‌بندی‌های گوناگون است. این سازه، زیر اثر بار گسترده‌ای قرار دارد که نسبت qa^4/Dh آن برابر با ۳۲۰۰۰۰۰ می‌باشد. نسبت پهلوها، ۱، ۱،۲۵، ۱،۵، ۱،۷۵ و ۲ اختیار می‌شوند. اندازه پهلوی کوچک‌تر، برابر ۴ متر است. خیز بیشینه در مرکز روی می‌دهد. شبکه‌بندی‌ها به گونه‌ای می‌باشند که نسبت اندازه پهلوی هر شبکه به پهلوی صفحه‌ها در همان راستا، برابر با ۰/۲۵ گردد. در جدول (۶) نسبت خیز به ضخامت (w/h) می‌آید. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد.

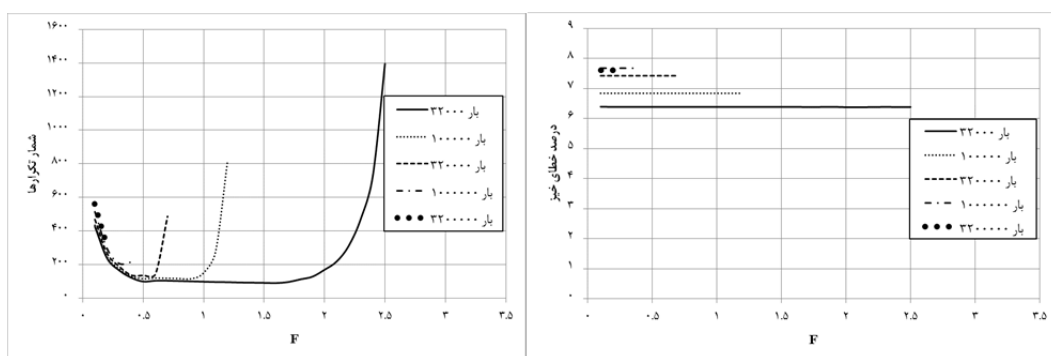
پخش تنش در راستای ضخامت سازه در جدول (۴) درج می‌شود. این جدول برای نسبت بار $۳/۲ \times ۱۰۶$ مرکز ورق بر پا شده است. باید افزود، این نتیجه‌ها با مرجع [13] یکسان است.

صفحه بی‌نهایت با تکیه‌گاه‌های ساده. این سازه در جهت y بی‌نهایت است. اندازه پهلوی صفحه در جهت x برابر ۴ متر و در جهت y برابر ۵۰ متر اختیار می‌شود. شبکه‌بندی ۴×۵۰ به کار می‌رود. نسبت خیز به ضخامت (w/h) در جدول (۵) می‌آید. نتایج تحلیل ناخطی، با مرجع [13] و تحلیل خطی، با مرجع [1] هماهنگی دارد.

بر پایه شکل (۳)، چگونگی تغییر شمار تکرارهای رهایی پویا و درصد خطا در برابر تغییر F مانند نمونه‌های پیشین است. چنانچه نسبت خیز به ضخامت

جدول ۵ خیز مرکز صفحه بی‌نهایت با تکیه‌گاه‌های ساده

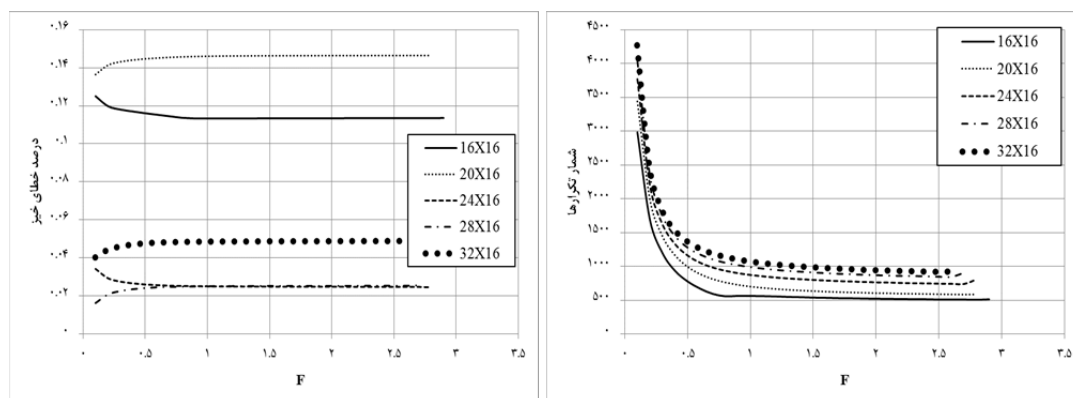
qa^4/Dh	۳۲۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۳۲۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۳۲۰۰۰۰۰
تحلیل ناخطی (w/h)	۱/۰۱	۱/۵۴	۲/۳	۳/۳۸	۵
تحلیل خطی (w/h)	۰/۸۲	۲/۵۶	۸/۱۸	۲۵/۵۷	۸۱/۸۱



شکل ۳ شمار تکرارها و درصد خطای صفحه بی‌نهایت با تکیه‌گاه‌های ساده

جدول ۶ خیز بیشینه صفحه چهارپهلوی و تکیه‌گاه‌های ساده

شبکه‌بندی	۱۶×۱۶	۲۰×۱۶	۲۴×۱۶	۲۸×۱۶	۳۲×۱۶
بیشینه خیز (w/h)	۴/۱۲۱	۴/۶۲۵	۴/۸۴	۴/۹۳۵	۴/۹۷۴



شکل ۴. شمار تکرارها و درصد خطای صفحه چهارپهلوی و تکیه‌گاه‌های ساده

λ به گونه‌ای تعیین می‌شود که مقدار سفتی در لبه‌های $y=0, b$ ، هشت برابر سفتی خمشی صفحه در مرکز باشد. برای نسبت qa^4/Dh ، سه مقدار ۵۰۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰۰ گزینش می‌شود. اندازه پهلوی‌های سازه (a)، ۴ متر می‌باشد. شبکه‌بندی 16×16 به کار می‌رود. نسبت خیز به ضخامت (w/h) در جدول (۷) می‌آید. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد.

جدول ۷. خیز مرکز صفحه مربعی با سفتی متفاوت و

تکیه‌گاه‌های ساده

qa^4/Dh	۵۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۵۰۰۰۰
بیشینه خیز (w/h)	۰/۵۸	۰/۹	۱/۱۱

شکل (۵) شمار تکرارها برای رسیدن به همگرایی و درصد خطای موجود در پاسخ را برای این مسئله نشان می‌دهد. آشکار است، افزایش F شمار تکرارها را کاهش می‌دهد. تفاوت این فرآیند با نمونه‌های پیشین را می‌توان به شبکه‌بندی ریزتر پیوند داد. افزایش F ، نخست درصد خطا را کاهش و سپس افزایش می‌دهد؛ گرچه برای مقدار F بیشتر از ۰/۵، این کاهش و افزایش ناچیز می‌باشد و می‌توان درصد خطا را کم و بیش ثابت پنداشت.

همان‌گونه که اشاره شد، یکی از گزینه‌های از بین بردن واگرایی پاسخ‌ها در مقدارهای بالای F و یا بار، ریز نمودن شبکه‌بندی تفاوت محدود است. مقایسه شبکه‌بندی 8×8 برای نسبت بار ۳۲۰۰۰۰ در شکل (۱) با شبکه‌بندی 16×16 شکل (۴)، آشکار می‌سازد که با ریز نمودن شبکه‌بندی، با وجود مقدار زیاد برای F ، همگرایی به دست می‌آید. این پژوهش ثابت نمود که اگر نسبت اندازه پهلوی یک جزء از شبکه‌بندی به پهلوی صفحه در آن راستا ۰,۲۵ باشد، همگرایی برای F ها حتی در بارهای زیاد برقرار خواهد بود. این همگرایی، در صورت استفاده از یک نمو بارگذاری نیز وجود دارد. نتیجه‌های نمونه‌های پیشین، برای این مسئله نیز برقرار است.

صفحه مربعی با ضخامت متفاوت و تکیه‌گاه‌های

ساده. نمونه پنجم، دربرگیرنده صفحه‌ای مربعی با ضخامت متفاوت در راستای y است. حل این گونه از سازه‌ها، اثر سفتی خمشی را آشکار می‌کند. در چهار سوی ورق، تکیه‌گاه ساده قرار دارد. تغییر سفتی خمشی سازه به صورت نمایی پنداشته می‌شود. به سخن دیگر، تابع سفتی خمشی $D = D_0 e^{\lambda y}$ به کار می‌رود. سفتی خمشی صفحه در مرکز برابر با D_0 است. ضریب

صفحه مربعی با ضخامت گوناگون و تکیه گاه های

ساده- گیردار. این نمونه مشابه مسئله پنجم است و تنها تکیه گاه های آن تفاوت دارد. این سازه بر روی سه تکیه گاه ساده و یک تکیه گاه گیردار می باشد. مقدارهای دقیق خیز مرکز صفحه در جدول (۸) آمده است. نتیجه هایی همانند نمونه پیشین را شکل (۶) به نمایش می گذارد. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد. بر پایه تجربه های عددی، می توان برپایه میزان خیز

در تغییر شکل های بزرگ صفحه ها، مقدارهای زیر را برای F به کار برد:

۱- در تغییر شکل های کوچک که نسبت خیز به

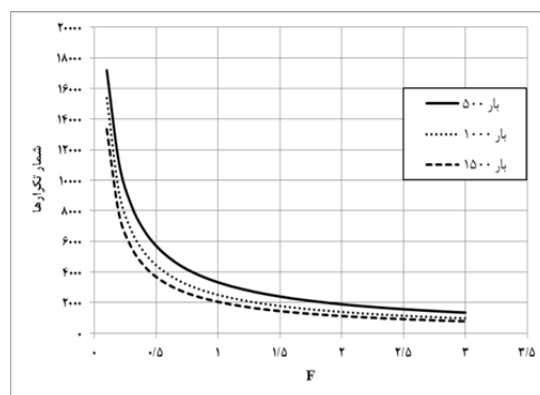
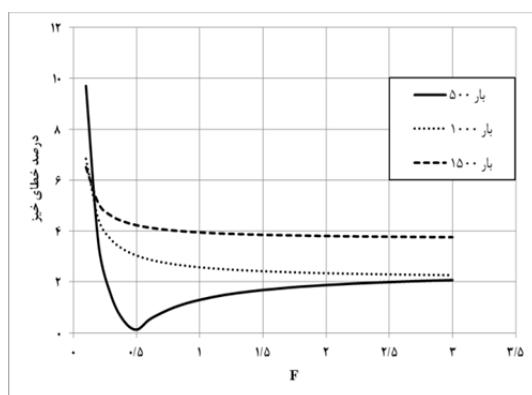
ضخامت کمتر از $1/5$ می باشد: $F=3$ تا 2

۲- در تغییر شکل های نه چندان بزرگ که نسبت خیز

به ضخامت بین $1/5$ و 2 است: $F=2$ تا 1.5

۳- در تغییر شکل های بزرگ که نسبت خیز به

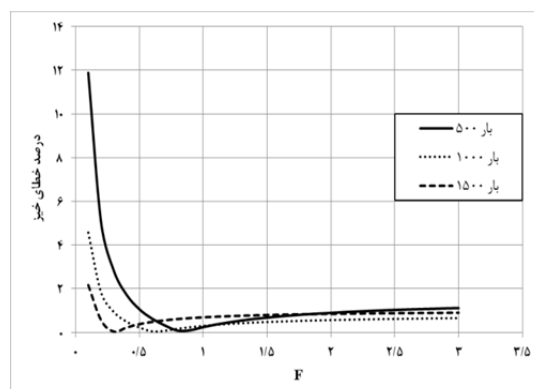
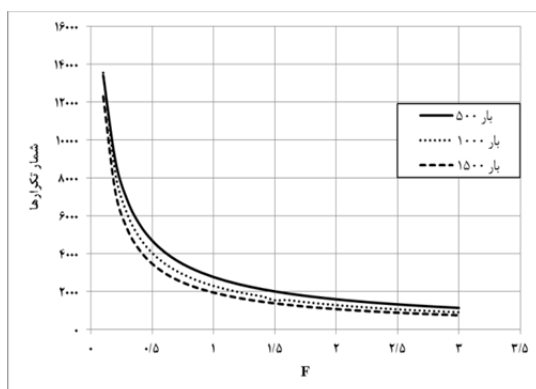
ضخامت بیشتر از 2 می باشد: $F=1$ تا 0.5



شکل ۵ شمار تکرارها و درصد خطای صفحه مربعی با سفتی متفاوت و تکیه گاه های ساده

جدول ۸ خیز مرکز صفحه مربعی با سفتی و تکیه گاه گوناگون

۱۵۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	qa^4/Dh
۰/۹۱	۰/۷۲	۰/۴۴	بیشینه خیز (w/h)



شکل ۶ شمار تکرارها و درصد خطای صفحه مربعی با سفتی و تکیه گاه گوناگون

میرایی ثابت و متغیر

برای مقایسه اثر میرایی ثابت و متغیر بر سرعت همگرایی، همان نمونه‌های پیشین به کار خواهد رفت. برای بررسی اثر میرایی متغیر، از خطای سرعت، کارمایه جنبشی و نسبت تغییر مکان دو گام پیایی، برای معیار همگرایی تمامی تحلیل‌ها بهره‌جویی می‌شود. برای معیار سرعت، چنانچه سرعت در هر سه راستای x ، y و z کوچک‌تر از مقدار خطای مجاز 10^{-5} گردد، فرآیند تکرارهای رهایی پویا پایان می‌یابد. بر پایه نتیجه‌های بخش پیشین، مقدار F برابر 0.75 اختیار می‌گردد. در این مقاله، شمار تکرارهای رهایی پویا و نیز زمان کل تحلیل برای مقایسه به کار می‌روند.

نسبت qa^4/Dh از 100000 تا 4000000 تغییر می‌کند و بار در 40 نمو به سازه وارد خواهد شد. از پاسخ‌های نمو پیشین نیز برای سرعت بخشیدن به همگرایی استفاده می‌شود. بار و خیز در تمامی جدول‌ها و شکل‌ها، به ترتیب، نسبت qa^4/Dh و نسبت خیز به ضخامت (w/h) می‌باشند. پس از این و برای سادگی، معیار تغییر مکان به جای نسبت جابه‌جایی دو گام پیایی از تکرارها به کار می‌رود. خطای مجاز دو معیار همگرایی دیگر، با فرآیند آزمون و خطا در دسترس قرار گرفت؛ به گونه‌ای که مقدار خیز در بیشینه بار معیار مورد بررسی و معیار سرعت یکسان شود. تجربه‌های عددی آشکار نمود که درصد تفاوت مقدار خیز معیار انتخابی و معیار سرعت در سایر بارها، کمتر از 0.1 درصد و در بسیاری از موارد، بسیار کمتر از این مقدار بود. هم‌چنین، مقدار نیروهای داخلی نیز بسیار به یکدیگر نزدیک بودند. از معیار همگرایی تغییر مکان زیر بهره‌جویی می‌شود:

$$\left| \frac{(\alpha^{i+1})^T \alpha^{i+1} - (\alpha^i)^T \alpha^i}{(\alpha^{i+1})^T \alpha^{i+1}} \right| \leq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, \text{ndof}$$

در این رابطه، نماد α جابه‌جایی در راستای x ، y و

z را نشان می‌دهد. خطای مجاز برابر با ε است. یادآوری می‌کند، عامل ndof شمار درجه‌های آزادی را نشان می‌دهد. بر پایه معیار تغییر مکان، هنگامی که رابطه کنونی برای هر سه راستا و در تمام گره‌های شبکه تفاوت محدود برقرار بود، فرآیند تکرارهای رهایی پویا به سرانجام می‌رسد. از سوی دیگر، برای معیار همگرایی کارمایه جنبشی، نابرابری زیر به کار می‌رود:

$$\left[\sum_{i=1}^k m_u (\dot{x})_u^2 + \sum_{i=1}^k m_v (\dot{x})_v^2 + \sum_{i=1}^k m_w (\dot{x})_w^2 \right] \leq \varepsilon$$

در این نابرابری، شمار گره‌ها با k و جرم و سرعت ساختگی هر گره، به ترتیب، با m و $\dot{x}$ نشان داده می‌شوند. بر پایه این معیار، اگر جمع کارمایه جنبشی هر سه راستا کمتر از خطای مجاز باشد، همگرایی به دست می‌آید. آشکار است که این جمع از تمام گره‌های شبکه‌بندی نتیجه می‌شود.

صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده. نخست، صفحه مربعی بر روی تکیه‌گاه‌های ساده تحلیل می‌گردد. اندازه پهلوه‌های سازه نیز برابر 4 متر است. از شبکه‌بندی 16×16 بهره‌جویی می‌شود. زمان و شمار کل تکرارهای تحلیل در جدول (۹) می‌آید. میرایی متغیر 1 و 2 ، به ترتیب، معیار همگرایی سرعت و نسبت تغییر مکان دو گام پیایی می‌باشند. جدول (۹) آشکار می‌سازد، خطای مجازی وجود ندارد که خیز در بیشینه بار برای معیار کارمایه جنبشی را برابر با خیز در بیشینه بار معیار سرعت کند. بر پایه نتیجه‌های این جدول، اگر از میرایی متغیر به جای میرایی ثابت استفاده شود، 15 درصد زمان و 13 درصد در شمار تکرارها کاهش به وجود می‌آید. از سوی دیگر، مقایسه معیار همگرایی سرعت و تغییر مکان، برتری معیار تغییر مکان در کاهش بیشتر زمان تحلیل و شمار تکرارها را نشان می‌دهد. در این نمونه، خطای مجاز برای معیار تغییر مکان

مجاز به خیز یکسانی برای هر سه معیار همگرایی میرایی متغیر در تمامی بارها می‌انجامد. پاسخ‌های جدول (۱۰) آشکار می‌کند که استفاده از میرایی متغیر اثر چندانی بر نرخ همگرایی ندارد. با وجود این، موجب کاهش ناچیزی در زمان و شمار تکرارها می‌شود. مقایسه معیارهای همگرایی متفاوت برای میرایی متغیر نشان می‌دهند که معیار سرعت و کارمایه جنبشی، کم و بیش رفتار یکسانی را از خود به نمایش می‌گذارند. برخلاف آن، معیار تغییر مکان موجب کاهش نرخ همگرایی و افزایش زمان تحلیل و شمار تکرارها می‌شود. نمودار خیز و شمار تکرارها در برابر بار همانند شکل (۸) است. در این جا نیز دقت هر چهار روش یکسان می‌باشد. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد.

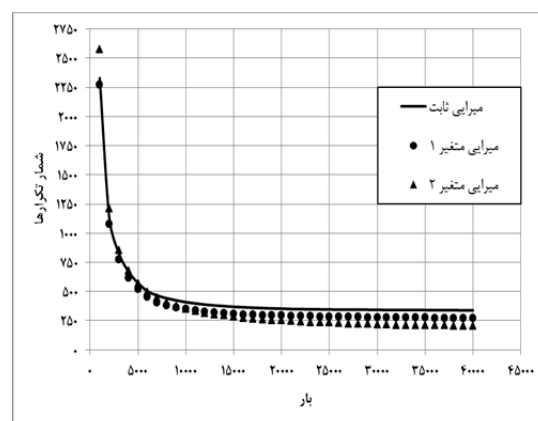
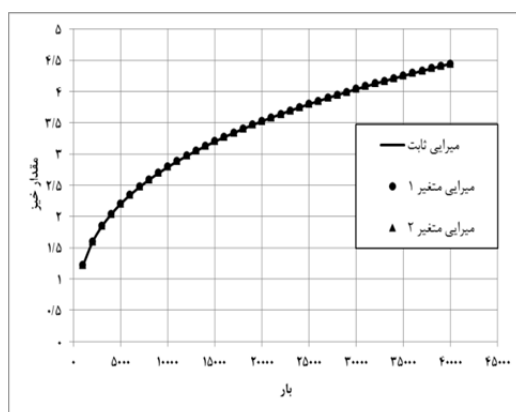
1.1×10^{-5} به دست آمد. چون باید دقت هر روش نیز بررسی شود، نیاز به پاسخ دقیق در هر نمو بارگذاری می‌باشد که در دسترس نیست. شکل (۷) نشان می‌دهد که نمودارهای خیز بر روی هم قرار دارند. در نتیجه، دقت سه روش یکسان خواهد بود. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد.

سازه بی‌نهایت با تکیه‌گاه‌های ساده

صفحه بی‌نهایتی در جهت y با تکیه‌گاه‌های ساده تحلیل می‌گردد. اندازه پهلوی صفحه در جهت x برابر با ۴ متر و در جهت y برابر با ۵۰ است. شبکه‌بندی 8×100 به کار می‌رود. زمان کل تحلیل و شمار تکرارها، همانند جدول (۱۰) است. میرایی متغیر ۳، به معیار همگرایی کارمایه جنبشی اشاره دارد. در این نمونه، خطای مجاز برای معیار تغییر مکان و کارمایه جنبشی، به ترتیب، 7×10^{-8} و 3.3×10^{-6} به دست آمد. این خطاهای

جدول ۹ زمان و شمار کل تکرارهای تحلیل صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده

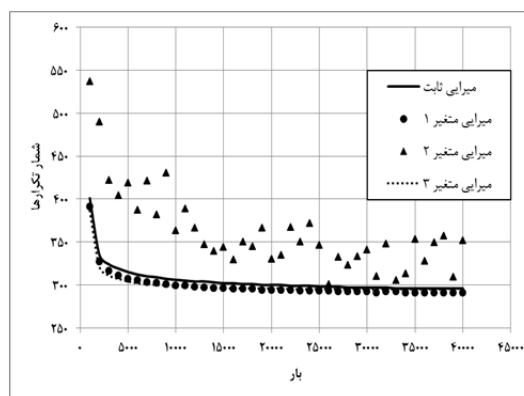
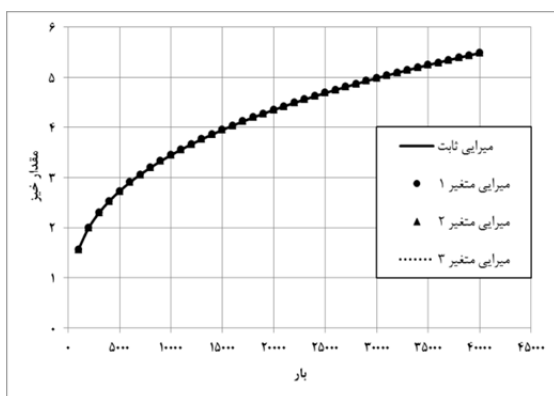
گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲
شمار کل تحلیل	۱۸۳۵۰	۱۵۹۰۷	۱۵۱۹۱
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۵۱۴/۰۹۳	۴۳۹/۳۵۹	۴۲۲/۷۳۵



شکل ۷ شمار تکرارها و خیز بیشینه صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های ساده

جدول ۱۰ زمان کل تحلیل و شمار تکرارهای صفحه بی نهایت با تکیه گاه ساده

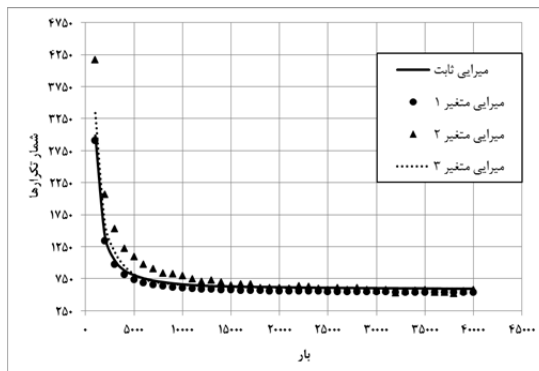
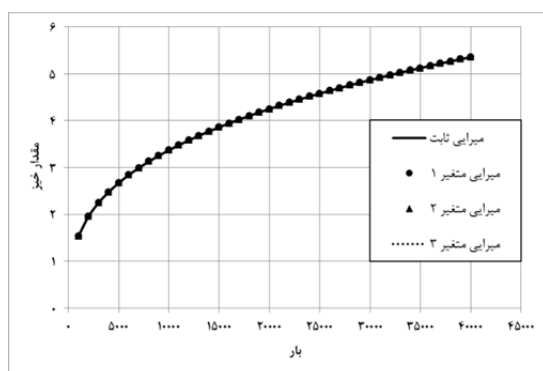
گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۱۲۲۰۴	۱۱۹۶۱	۱۴۴۸۴	۱۱۹۹۷
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۱۱۴۲/۹۲۲	۱۰۹۸/۳۴۴	۱۲۵۸/۲۰۴	۱۰۶۲/۳۴۴



شکل ۸ شمار تکرارها و خیز بیشینه صفحه بی نهایت با تکیه گاه ساده

جدول ۱۱ زمان کل تحلیل و شمار تکرارهای صفحه چهارپهلوی با تکیه گاه های ساده

گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۲۸۹۶۱	۲۶۴۹۸	۳۲۴۷۰	۲۹۵۶۱
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۱۶۲۵/۳۵۹	۱۴۹۶/۰۳۱	۱۷۵۱/۷۶۵	۱۶۱۲/۱۷۲



شکل ۹ شمار تکرارها و مقدار خیز مرکز صفحه چهارپهلوی با تکیه گاه های ساده

به پهلوی صفحه در همان راستا برابر $0/25$ باشد. اندازه پهلوی کوچک تر برابر با 4 متر است. به دلیل یکسان بودن رفتار این صفحه ها، تنها نتیجه های صفحه ای با نسبت پهلوی 2 و شبکه بندی

صفحه های چهارپهلوی با شبکه بندی های گوناگون. صفحه های چهار پهلویی با نسبت پهلوی های $1/5$ ، $1/25$ ، $1/75$ و 2 در این بخش بررسی می شود. شبکه بندی ها به گونه ای به کار می روند که نسبت اندازه پهلوی شبکه

۳۲×۱۶ می‌آید. خطای مجاز برای معیار تغییر مکان و کارمایه جنبشی برای این نمونه، به ترتیب، 5.7×10^{-7} و 4×10^{-6} به دست آمدند. پاسخ‌های این سازه را جدول (۱۱) و شکل (۹) نشان می‌دهند.

بر پایه جدول (۱۱)، میرایی متغیر با معیار همگرایی سرعت، کاراترین فن بین راه‌کارها می‌باشد. این معیار، سبب ۱۰ درصد کاهش در زمان و شمار تکرارهای تحلیل می‌شود. باید افزود، این کاهش کمترین مقدار در بین این چهار صفحه است. برای نمونه، در صفحه‌ای با نسبت پهلوی ۱/۲۵ و شبکه‌بندی 20×16 ، مقدار کاهش به ۱۵ درصد می‌رسد. شیوه میرایی متغیر با معیار تغییر مکان نیز موجب افزایش زمان و شمار تکرارها می‌گردد. بر پایه شکل (۹)، خطاهای مجاز، خیز یکسانی را برای هر سه معیار همگرایی میرایی متغیر می‌دهند. در نتیجه، دقت این سه معیار یکسان خواهد بود. نتایج با مرجع [13] هماهنگی

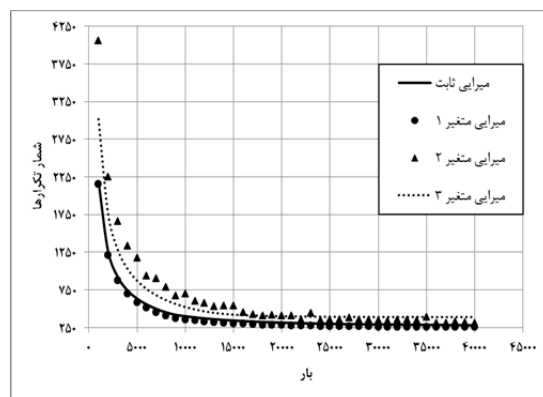
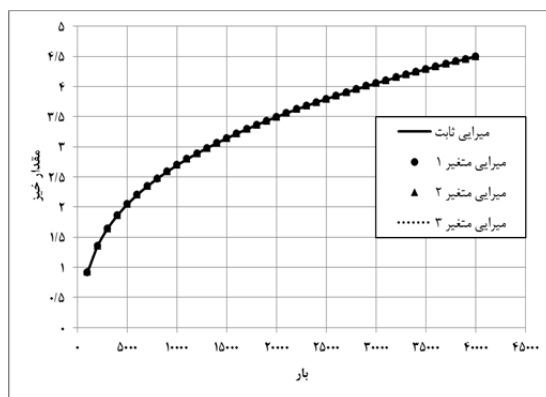
دارد.

صفحه مربعی با تکیه‌گاه‌های گیردار. پاسخ صفحه‌ای مربع شکل بر روی تکیه‌گاه‌های گیردار به دست می‌آید. اندازه پهلوه‌های صفحه نیز برابر ۴ متر اختیار می‌شود. از شبکه‌بندی 16×16 بهره‌جویی شده است.

شکل (۱۲) و جدول (۱۲) آشکار می‌سازند که استفاده از معیار همگرایی سرعت در میرایی متغیر، بهترین کارکرد را دارد. این معیار، در زمان تحلیل و شمار تکرارها کاهش ۱۰ درصدی را موجب می‌گردد؛ برخلاف آن، معیار تغییر مکان، افزایش بسیاری در شمار تکرارها را در پی دارد. شکل (۱۰) نشان می‌دهد هر سه معیار همگرایی در میرایی متغیر، دقت یکسانی را دارا می‌باشند. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد.

جدول ۱۲ زمان کل تحلیل و شمار تکرارهای صفحه مربعی روی تکیه‌گاه‌های گیردار

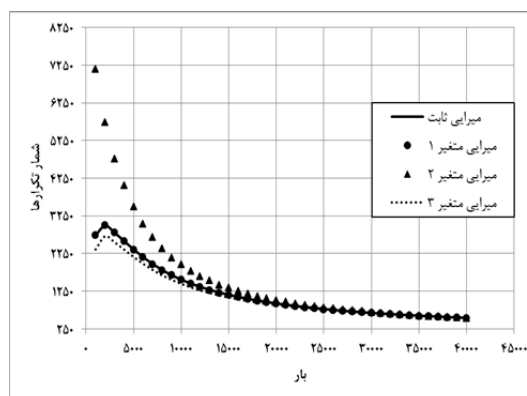
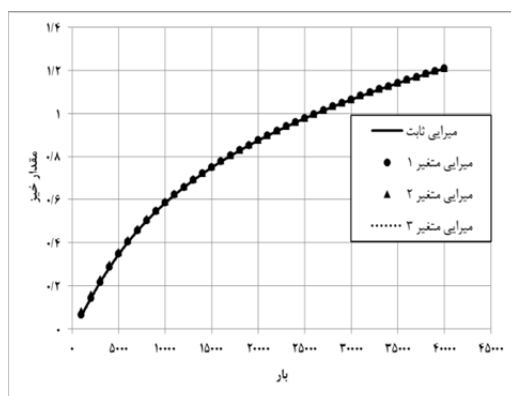
گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۱۷۳۳۷	۱۵۸۸۰	۲۶۳۶۴	۲۳۲۰۲
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۴۹۲/۸۹۱	۴۴۹/۲۹۷	۷۴۱/۶۵۷	۶۵۸/۹۶۹



شکل ۱۰ شمار تکرارها و مقدار خیز بیشینه صفحه مربعی روی تکیه‌گاه‌های گیردار

جدول ۱۳ زمان کل تحلیل و شمار تکرارها برای صفحه مربعی با ضخامت متفاوت و تکیه‌گاه ساده

گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۴۷۷۹۴	۴۷۳۹۹	۶۴۷۸۰	۴۴۵۵۵
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۱۳۴۹/۷۸۱	۱۳۵۰/۳۵۹	۱۸۵۶/۱۴	۱۲۴۱/۵۹۴



شکل ۱۱ شمار تکرارها و مقدار خیز مرکز صفحه مربعی با ضخامت گاه متفاوت و تکیه گاه ساده

بارهای کم، متفاوت از خیز معیار سرعت می باشد. با افزایش بار، خیزهای سه معیار برابر می شوند و دقت این سه معیار یکسان می گردد. باید افزود، با افزایش بار، هر سه معیار میرایی متغیر به نتیجه های میرایی ثابت همگرا می شوند.

صفحه مربعی با ضخامت متغیر و تکیه گاه های ساده- گیردار. این صفحه همانند نمونه پیشین می باشد؛ تنها اختلاف آن، قرارگیری بر سه تکیه گاه ساده و یک تکیه گاه گیردار است. اندازه پهلوه های سازه برابر ۴ متر می باشند. شبکه بندی 16×16 به کار می رود. جدول (۱۴) و شکل (۱۲)، پاسخ ها را نشان می دهند. خطای مجاز برای معیار تغییر مکان و کارمایه جنبشی، به ترتیب، 4.89×10^{-5} و 3.7×10^{-5} می باشند. نتایج با مرجع [۱۳] هماهنگی دارد. همان گونه که از جدول (۱۴) و شکل (۱۲) برمی آید، نتیجه ها مانند نمونه پیشین است.

صفحه چهارگوش سوراخ دار. اکنون، صفحه چهارپهلوی دارای بازو بررسی می شود. شکل (۱۳) آن را نمایش می دهد. این نمونه، پیش از این، تحلیل نشده است. خط چین ها، تکیه گاه ساده را نشان می دهند. سایر مرزها، گیردار هستند. بررسی این صفحه با شبکه بندی 20×20 انجام می پذیرد. برای این نمونه، بار در ۱۰ گام

صفحه مربعی با ضخامت متغیر و تکیه گاه های ساده.

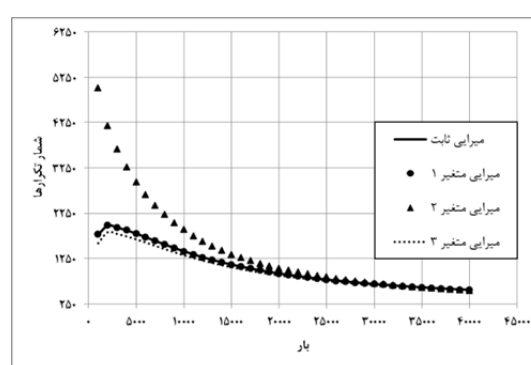
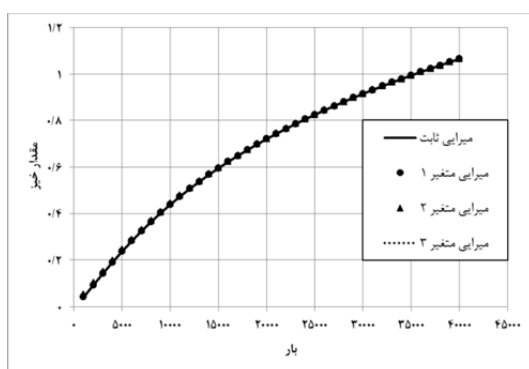
در این تحلیل، صفحه ای مربعی با سفتی خمشی گوناگون در راستای y بررسی می شود. ورق از چهار سو، روی تکیه گاه ساده قرار دارد. تغییر سفتی خمشی سازه به صورت نمایی است. به سخن دیگر، سفتی خمشی با تابع $D = D_0 e^{\gamma y}$ تغییر می کند. سفتی خمشی صفحه در مرکز D_0 است. ضریب λ به گونه ای پیدا می شود که مقدار سفتی در لبه های $y=0, b$ هشت برابر سفتی خمشی صفحه در مرکز باشد. مقدارهای سفتی خمشی (D_0) و ضخامت سازه (h)، برابر یک اختیار می شوند. اندازه پهلوه های صفحه (a) برابر ۴ متر می باشند. شبکه بندی 16×16 به کار می رود. جدول (۱۳) و شکل (۱۱)، نتیجه ها را نشان می دهند. خطای مجاز برای معیار تغییر مکان و کارمایه جنبشی، به ترتیب، 4.3×10^{-5} و 4.675×10^{-5} می باشند. بر پایه جدول (۱۳) و برخلاف آن چه تاکنون آمد، میرایی ثابت و میرایی متغیر براساس معیار سرعت، رفتار یکسانی از خود نشان می دهند. میرایی متغیر بر پایه کارمایه جنبشی، بیشترین کارایی را دارد و سبب کاهش ۹ درصدی در زمان و شمار تکرارها می شود. نتایج با مرجع [13] هماهنگی دارد.

شکل (۱۱) آشکار می سازد که با خطای مجاز انتخابی، خیز دو معیار تغییر مکان و کارمایه جنبشی در

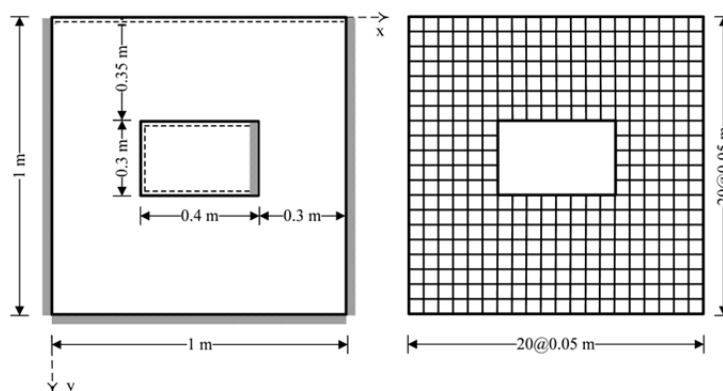
وارد می‌شود. بیشینه عامل بدون بُعد بار برابر ۵۰۰۰ می‌باشد. جدول (۱۵) و شکل (۱۶)، پاسخ‌ها را نشان می‌دهند. خطای مجاز برای معیار تغییر مکان و کارمایه جنبشی، به ترتیب، 4×10^{-5} و 3×10^{-5} می‌باشند.

جدول ۱۴ زمان کل تحلیل و شمار تکرارهای صفحه مربعی با سفتی و تکیه‌گاه گوناگون

گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۴۲۱۵۳	۴۱۸۵۷	۵۷۸۷۴	۳۹۸۳۸
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۱۱۷۷/۷۰۳	۱۱۹۲/۶۵۷	۱۶۵۶/۸۴۴	۱۱۷۶/۷۱۸



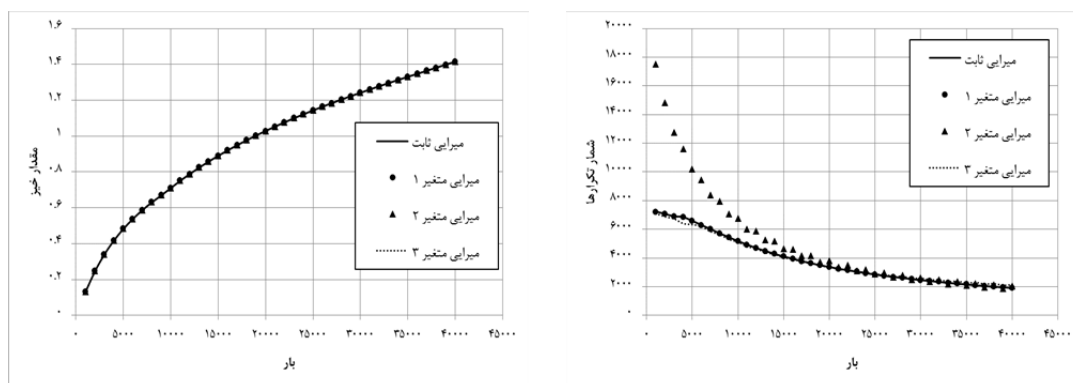
شکل ۱۲ شمار تکرارها و خیز مرکز صفحه مربعی با سفتی و تکیه‌گاه گوناگون



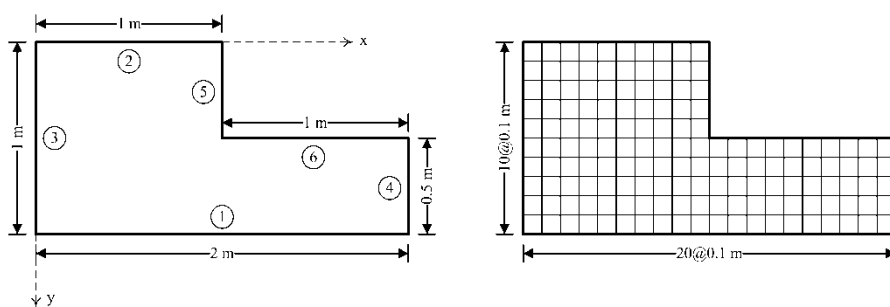
شکل ۱۳ هندسه صفحه چهارگوش سوراخ دار

جدول ۱۵ زمان کل تحلیل و شمار تکرارهای صفحه چهارگوش سوراخ دار

گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۱۵۴۰۸۲	۱۵۳۰۸۸	۲۰۵۰۴۷	۱۵۲۹۸۸
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۲۹۴۴/۱۲۵	۲۸۹۶/۴۲	۳۷۴۱/۸۵۳	۲۸۵۰/۱۵۲



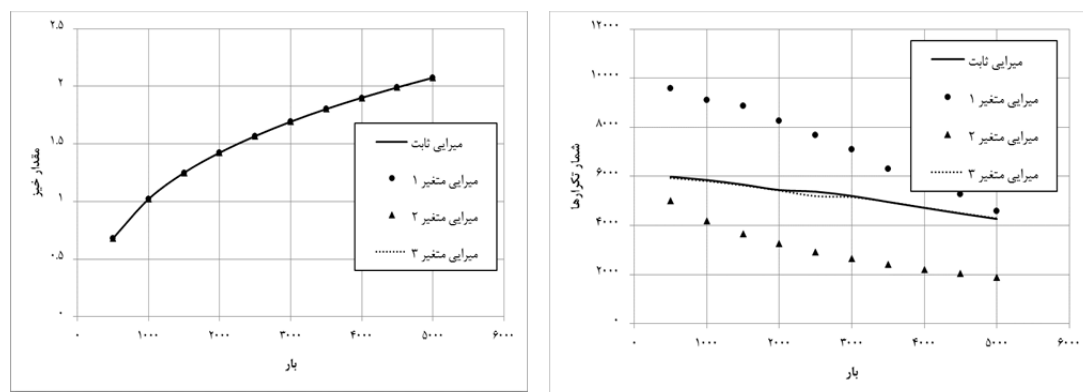
شکل ۱۴ شمار تکرارها و خیز مرکز صفحه چهارگوش سوراخ دار



شکل ۱۵ هندسه صفحه L شکل

جدول ۱۶ زمان کل تحلیل و شمار تکرارهای صفحه L شکل

گونه میرایی	میرایی ثابت	میرایی متغیر ۱	میرایی متغیر ۲	میرایی متغیر ۳
شمار کل تحلیل	۵۲۰۴۴	۵۱۵۵۴	۷۰۳۸۶	۵۱۷۲۹
زمان کل تحلیل (ثانیه)	۱۸۷۹/۴۷۳	۱۸۰۰/۵۷۹	۲۵۶۱/۳۸۶	۱۸۲۳/۰۵۴



شکل ۱۶ شمار تکرارها و خیز مرکز صفحه L شکل

صفحه L شکل. در ادامه، صفحه نشان داده شده در شکل (۱۵) واکاوی می‌شود. شبکه‌بندی به کار رفته در شکل (۱۵) نشان داده شده است. از ۱۵۰ جزء بهره‌جویی شده است. لبه‌های ۲ و ۳ گیردار هستند. سایر مرزها، تکیه‌گاه ساده می‌باشند. مرجع [48] این صفحه را فقط برای یک گام بارگذاری تحلیل کرده است. برای این نمونه نیز، شمار گام‌های بارگذاری و بیشینه عامل بدون بعد بار، به ترتیب، ۱۰ و ۵۰۰۰ می‌باشند. جدول (۱۶) و شکل (۱۶)، پاسخ‌ها را نشان می‌دهند. خطای مجاز برای معیار تغییرمکان و کارمایه جنبشی، به ترتیب، 4×10^{-5} و 3×10^{-5} می‌باشند.

تجربه‌های عددی تاکنون آشکار کردند که میرایی متغیر بر پایه معیار همگرایی سرعت، به کاهش زمان تحلیل و شمار تکرارها می‌انجامد. نمونه‌هایی که در این پژوهش به آن پرداخته شد، صفحه‌های ساده‌ای بودند که استفاده از معیار سرعت برای میرایی متغیر، کاهش ۱۰ درصدی زمان تحلیل‌ها را در پی داشتند. چنانچه صفحه‌ها چندین تکیه‌گاه و یا شکل هندسی پیچیده‌ای داشته باشند، این کاهش ۱۰ درصدی بسیار مفید است و اهمیت فراوانی دارد.

نتیجه‌گیری

برتری شیوه تفاوت محدود نسبت به سایر روش‌ها در این است که در فن تفاوت محدود نیازی به برپا ساختن ماتریس سختی، بردار نیروهای جزءها و سوار نمودن آنها نمی‌باشد. از این رو، شمار تکرارها و زمان تحلیل برای رسیدن به پاسخ کاهش می‌یابد. همچنین، می‌توان از رایانه‌ای با توانایی انبارسازی کم بهره‌جست. برای تحلیل ناختی هندسی صفحه‌های خمشی راست‌پهلوی، فن تفاوت‌های محدود به همراه راه‌حل رهایی پویا در این مقاله به کار رفت. جرم ساختگی با استفاده از روش پیشنهادی کسل و هبس به دست آمد و میرایی ساختگی به دو گونه ثابت و متغیر پنداشته شدند. میرایی از برابری $c_{\alpha_{i,j}} = m_{\alpha_{i,j}}(F)^{-1}$ در

دسترس قرار گرفت و مقداری برای F تعیین گشت تا همگرایی را برقرار نماید. باید افزود، همگرایی افزون بر وابسته بودن به F، به مقدار بار و شبکه‌بندی نیز وابسته است. آشکار گردید با $F=0.75$ و شبکه‌بندی ریز و در حالتی که نسبت اندازه پهلوی هر شبکه به پهلوی صفحه در همان راستا برابر 0.25 باشد، همگرایی به‌ازای هر باری برقرار خواهد بود. در تحلیل صفحه‌های با تغییرشکل‌های کوچک، می‌توان برای سرعت بخشیدن به همگرایی عامل F را بسیار بیشتر از 0.75 انتخاب کرد.

از سوی دیگر، با استفاده از $F=0.75$ ، صفحه‌هایی با دو میرایی متغیر و ثابت تحلیل شدند. برای رسیدن به همگرایی در راه‌کار میرایی متغیر، نویسندگان از سه معیار سرعت، کارمایه جنبشی و نسبت تغییرمکان دو گام پیایی بهره گرفتند. برای میرایی ثابت، تنها معیار سرعت به کار رفت. بارگذاری در ۴۰ نمو انجام پذیرفت و از پاسخ‌های نمو پیشین نیز برای سرعت بخشیدن به همگرایی استفاده گشت. خطای مجاز برای معیارهای همگرایی کارمایه جنبشی و نسبت تغییرمکان دو گام پیایی، با فرآیند آزمون و خطا در دسترس قرار گرفت؛ به‌گونه‌ای که مقدار خیز در بیشینه بار برابر با مقدار آن بر پایه معیار سرعت شد. این خطای مجاز، تفاوت مقدار خیز با معیار سرعت در سایر بارها را دست بالا ۰/۱ درصد و یا بسیار کمتر از این مقدار می‌دهد. همچنین، مقدار نیروهای داخلی نیز بسیار به یکدیگر نزدیک بودند. پاسخ‌های عددی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی سبب کاهش شمار تکرارها و زمان رسیدن به همگرایی می‌شود. این کاهش در کمترین حالت ۱۰ درصد بود. بنابراین، شایسته خواهد بود که در گونه تفاوت محدود رهایی پویا میرایی متغیر و معیار همگرایی سرعت به کار رود. افزون بر اینها، آشکار شد که استفاده از معیار نسبت تغییرمکان دو گام پیایی کم‌ترین اثر را در تحلیل دارد و بدترین پاسخ‌ها را در بیشتر مسئله‌ها به دست می‌دهد.

مراجع

1. Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S., "*Theory of plates and shells*", McGraw-hill, New York, (1959).
2. Szilard, R., "*Theories and applications of plate analysis: classical numerical and engineering methods*", John Wiley & Sons, New Jersey, USA, (2004).
3. Levy, S., "Bending of rectangular plates with large deflections", NACA Technical Note 846, pp. 1-46, (1942).
4. Mindlin, R.D., "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 31-38, (1951).
5. Reissner, E., "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 12, pp. A69-A77, (1954).
6. Bergan, P.G. and Clough, R.W., "Large deflection analysis of plates and shallow shells using the finite element method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 5 (4), pp. 543-556, (1973).
7. Yang, R. and Bhatti, M., "Nonlinear static and dynamic analysis of plates", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 111 (2), pp. 175-187, (1985).
8. Dawe, D.J., Lam, S.S.E. and Azizian, Z.G., "Non-linear finite strip analysis of rectangular laminates under end shortening, using classical plate theory", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 35 (5), pp. 1087-1110, (1992).
9. Otter, J.R.H. and Day, A.S., "Tidal computations", *The Engineer*, Vol. 289, pp. 177-182, (1960).
10. Otter, J.R.H., "Computations for pre-stressed concrete reactor pressure vessels using dynamic relaxation", *Nuclear Structural Engineering*, Vol. 1 (1), pp. 61-75, (1965).
11. Day, A.S., "An introduction to dynamic relaxation", *The Engineer*, Vol. 219, pp. 218-221, (1965).
12. Frankel, S.P., "Convergence rates of iterative treatments of partial differential equations", *Math. Tables and Other Aids to Computation*, Vol. 4 (30), pp. 65-75, (1950).
13. Rushton, K.R., "Large deflection of variable-thickness plates", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 10 (9), pp. 723-735, (1968).
14. Rushton, K.R., "Post-buckling of tapered plates", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 11 (5), pp. 461-480, (1969).
15. Basu, A. and Dawson, J., "*Orthotropic sandwich plates*", Proc. Inst Civil Engineers Proc, London, UK, pp. 87-115, (1970).
16. Rushton, K.R., "Buckling of laterally loaded plates having initial curvature", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 14 (10), pp. 667-680, (1972).
17. Turvey, G. and Wittrick, W., "The large deflection and post-buckling behavior of some laminated plates", *Aeronautical Quarterly*, Vol. 24, pp. 77-86, (1973).
18. Alwar, R.S. and Rao, N.R., "Nonlinear analysis of orthotropic skew plates", *AIAA Journal*, Vol. 11 (4), pp. 495-498, (1973).
19. Alwar, R.S. and Rao, N.R., "Large elastic deformations of clamped skewed plates by dynamic relaxation", *Computers & Structures*, Vol. 4 (2), pp. 381-398, (1974).
20. Rushton, K.R. and Hook, P.M., "Large deflection of plates and beams obeying non-linear stress-strain laws", *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 9 (3), pp. 178-184, (1974).
21. Hook, P.M. and Rushton, K.R., "Buckling of beams and plates onto an intermediate support studied by the dynamic relaxation method", *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 10 (3), pp. 153-158, (1975).

22. Frieze, P.A., Hobbs, R.E. and Dowling, P.J., "Application of dynamic relaxation to the large deflection elasto-plastic analysis of plates", *Computers & Structures*, Vol. 8 (2), pp. 301-310, (1978).
23. Turvey, G.J., "Large deflection of tapered annular plates by dynamic relaxation", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 104 (2), pp. 351-366, (1978).
24. Pica, A. and Hinton, E., "Transient and pseudo-transient analysis of Mindlin plates", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15 (2), pp. 189-208, (1980).
25. Turvey, G.J. and Der Avanessian, N.G.V., "DR analysis of beams using graded finite differences", *Computers & Structures*, Vol. 22 (5), pp. 737-742, (1986).
26. Al-Shawi, F.A.N. and Mardirosian, A.H., "An improved dynamic relaxation method for the analysis of plate bending problems", *Computers & Structures*, Vol. 27 (2), pp. 237-240, (1987).
27. Zhang, L.G. and Yu, T.X., "Modified adaptive dynamic relaxation method and its application to elastic-plastic bending and wrinkling of circular plates", *Computers & Structures*, Vol. 33 (2), pp. 609-614, (1989).
28. Turvey, G.J. and Osman, M.Y., "Elastic large deflection analysis of isotropic rectangular Mindlin plates", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 32 (4), pp. 315-328, (1990).
29. Turvey, G.J. and Salehi, M., "DR large deflection analysis of sector plates", *Computers & Structures*, Vol. 34 (1), pp. 101-112, (1990).
30. Salehi, M. and Turvey, G.J., "Elastic large deflection response of annular sector plates—a comparison of dr finite-difference, finite element and other numerical solutions", *Computers & Structures*, Vol. 40 (5), pp. 1267-1278, (1991).
31. Kadkhodayan, M., Zhang, L.C. and Sowerby, R., "Analyses of wrinkling and buckling of elastic plates by DXDR method", *Computers & Structures*, Vol. 65 (4), pp. 561-574, (1997).
32. Turvey, G.J. and Salehi, M., "Annular sector plates: Comparison of full-section and layer yield predictions", *Computers & Structures*, Vol. 83 (28–30), pp. 2431-2441, (2005).
33. Cassell, A., Kinsey, P. and Sefton, D., "Cylindrical shell analysis by dynamic relaxation", *Proc. ICE Proceedings*, Vol. 39, pp. 75-84, (1968).
34. Otter, J., Pippard, A., Lane, R., Welch, A., King, I., Wood, W., Cubitt, N., Hayes, R., Hobbs, R. and Zienkiewicz, O., "Discussion: dynamic relaxation", *Proc. ICE Proceedings*, Vol. 37, pp. 723-750, (1967).
35. Wood, W.L., "Comparison of dynamic relaxation with three other iterative methods", *Engineer*, Vol. 224, pp. 683-687, (1967).
36. Wood, W.L., "Note on dynamic relaxation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 3 (1), pp. 145-147, (1971).
37. Brew, J.S. and Brotton, D.M., "Nonlinear structural analysis by dynamic relaxation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 3 (4), pp. 463-483, (1971).
38. Bunce, J.W., "A note on the estimation of critical damping in dynamic relaxation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 4 (2), pp. 301-303, (1972).
39. Cassell, A.C. and Hobbs, R.E., "Numerical stability of dynamic relaxation analysis of non-linear structures", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 10 (6), pp. 1407-1410, (1976).
40. Papadrakakis, M., "A method for the automatic evaluation of the dynamic relaxation parameters", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 25 (1), pp. 35-48, (1981).
41. Felippa, C.A., "Dynamic relaxation under general increment control", *Mathematical Programming*, Vol. 24, pp. 103-133, (1982).
42. Underwood, P., "Dynamic relaxation (in structural transient analysis)", *Computational methods for transient analysis (A 84-29160 12-64)*, Amsterdam, North-Holland, pp. 245-265, (1983).

43. Qiang, S., "An adaptive dynamic relaxation method for nonlinear problems", *Computers & Structures*, Vol. 30 (4), pp. 855-859, (1988).
44. Zhang, L.C., Kadkhodayan, M. and Mai, Y.W., "Development of the maDR method", *Computers & Structures*, Vol. 52 (1), pp. 1-8, (1994).
45. Munjiza, A., "A K^m proportional damping for dynamic relaxation", *International Journal for Engineering Modelling*, Vol. 9 (1-4), pp. 1-9, (1996).
46. Munjiza, A., Owen, D.R.J. and Crook, A.J.L., "An $M(M^{-1}K)^m$ proportional damping in explicit integration of dynamic structural systems", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 41 (7), pp. 1277-1296, (1998).
47. Rezaiee-Pajand, M. and Taghavian Hakkak, M., "Nonlinear analysis of truss structures using dynamic relaxation", *International Journal of Engineering*, Vol. 19 (1), pp. 11-22, (2006).
48. Kadkhodayan, M., Alamatian, J. and Turvey, G.J., "A new fictitious time for the dynamic relaxation (DXDR) method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 74 (6), pp. 996-1018, (2008).
49. Rezaiee-Pajand, M. and Alamatian, J., "Nonlinear dynamic analysis by dynamic relaxation method", *Structural Engineering & Mechanics*, Vol. 28 (5), pp. 549-570, (2008).
۵۰. رضایی پژند، محمد و علامتیان، جواد "روش رهایی پویا برای پیمایش مسیر ایستایی سازه‌های خریایی"، *مجله ماسازی در مهندسی*، سال هفتم، شماره ۱۷، صص ۲۷-۳۹، (۱۳۸۸).
۵۱. سرافرازی، سید رضا، "تابع اولیه گیری عددی برای تحلیل پویای سازه‌ها"، رساله دکتری مهندسی عمران (سازه)، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، (۱۳۸۹).
52. Rezaiee-Pajand, M. and Sarafrazi, S.R., "Nonlinear structural analysis using dynamic relaxation method with improved convergence rate", *International Journal of Computational Methods*, Vol. 7 (4), pp. 627-654, (2010).
53. Rezaiee-Pajand, M. and Alamatian, J., "The dynamic relaxation method using new formulation for fictitious mass and damping", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 34 (1), pp. 109-133, (2010).
54. Rezaiee-Pajand, M., Kadkhodayan, M., Alamatian, J. and Zhang, L.C., "A new method of fictitious viscous damping determination for the dynamic relaxation method", *Computers & Structures*, Vol. 89 (9-10), pp. 783-794, (2011).
55. Rezaiee-Pajand, M. and Alamatian, J., "Automatic DR structural analysis of snap-through and snap-back using optimized load increments", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 137 (1), pp. 109-116, (2011).
56. Rezaiee-Pajand, M. and Sarafrazi, S.R., "Nonlinear dynamic structural analysis using dynamic relaxation with zero damping", *Computers & Structures*, Vol. 89 (13-14), pp. 1274-1285, (2011).
57. Rezaiee-Pajand, M., Kadkhodayan, M. and Alamatian, J., "Timestep selection for dynamic relaxation method", *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 40 (1), pp. 42-72, (2012).
58. Rezaiee-Pajand, M., Sarafrazi, S.R. and Rezaiee, H., "Efficiency of dynamic relaxation methods in nonlinear analysis of truss and frame structures", *Computers & Structures*, Vol. 112-113, pp. 295-310, (2012).
۵۹. رضایی، حسین، "تحلیل ناخطی سازه‌ها با روش رهایی پویا"، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران (سازه)، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، (۱۳۹۰).
60. Topping, B.H.V. and Ivanyi, P., "Computer aided design of cable membrane structures", Saxe-Coburg Publications, Scotland, pp. 39-84, (2008).
61. Cundall, P., "Explicit finite-difference methods in geomechanics", *Proc. Proceeding 2nd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, Vol. 1, Blacksburg, Virginia., pp. 132-150, (1976).

بهبود روش انتقال پایدار برای تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول*

(یادداشت پژوهشی)

بهروز کشته‌گر^(۱)

چکیده روش انتقال پایدار یک روش ساده و مؤثر در کنترل ناپایدار عددی روش قابلیت اعتماد مرتبه اول (FORM) بر مبنای تئوری کنترل اغتشاشات می‌باشد. کارایی و قدرتمندی روش انتقال پایدار وابسته به انتخاب پارامترهای آن است که شامل ماتریس اجباری و طول گام در تحلیل قابلیت اعتماد می‌باشد. با انتخاب نامناسب طول گام و ماتریس اجباری رویه تکرار انتقال پایدار ممکن است واگرا، همگرایی نامطلوب و یا همگرایی کندی داشته باشد. در این مقاله رویه انتقال پایدار با پیشنهاد یک طول گام دینامیکی ساده و ماتریس اجباری برابر واحد بهبود بخشیده شده است. طول گام پیشنهادی بر مبنای اطلاعات تکرار مراحل جدید و قبلی روش FORM به‌طور دینامیکی قابل محاسبه است. کارایی و همگرایی روش بهبود یافته انتقال پایدار با روش انتقال پایدار و طول گام بی‌نهایت به‌کمک پنج مثال عددی و مکانیکی برگرفته از مراجع مقایسه گردیده است. نتایج حاکی از آن است که روش بهبود یافته انتقال پایدار نه تنها پایداری عددی مسائل غیرخطی قابلیت اعتماد را تضمین می‌کند بلکه کارایی بیشتری نسبت به روش انتقال پایدار جهت تخمین احتمال خرابی دارد.

واژه‌های کلیدی روش قابلیت اعتماد مرتبه اول؛ روش انتقال پایدار؛ طول گام دینامیکی.

Improvement of Stability Transformation Method for First Order Reliability Analysis

B. Keshtegar

Abstract The stability transformation method (STM) of chaos feedback control is a simple and efficient approach to implement the convergence control of the first order reliability method (FORM). The robustness and efficiency of the STM are depended on selected parameters of this algorithm such that involuntary matrix and step size in structural reliability analysis. When involuntary matrix and step size are inappropriately selected, the STM iterative formula can be prematurely and slowly converged. In this paper, the STM scheme was improved based on a simple dynamical step size and the involuntary matrix equals to unit matrix. The proposed dynamical step size can be computed using the new and previous results of the FORM iterative formula. The efficiency and robustness of improved STM was compared with the STM and finite-step length methods from five numerical and mechanical examples taken through the literature. The results impales that the improved STM not only ensured the numerical stability of nonlinear mechanical problems but also is more efficient than the STM to approximate the failure probability.

Key Words First order reliability method; stability transformation method; dynamical step size.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۱۰/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۷/۲۰ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.42636

(۱) استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه زابل. bkeshtegar@uoz.ac.ie

مقدمه

انواع عدم قطعیت در مقدار بار وارد، هندسه و خواص مصالح به کمک تحلیل احتمالاتی اجزای سازه‌ای و مکانیکی قابل در نظر گرفتن است. تلاش اساسی در تحلیل اولین مرتبه قابلیت اعتماد (First Order Reliability Method (FORM) محاسبه شاخص قابلیت اعتماد (Reliability index) (β) می‌باشد که براساس حداقل فاصله بین سطح خرابی و مبده در فضای نرمال استاندارد تعریف می‌گردد [1, 2] که می‌تواند مشابه یک مسئله بهینه‌سازی رابطه‌سازی گردد [3]:

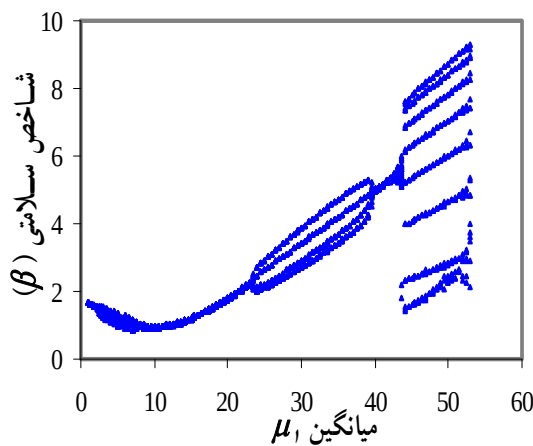
$$\begin{aligned} \min \beta &= |U| = \sqrt{U^T \cdot U} \\ \text{s.t. } g(U) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

باتوجه به مسئله فوق، نیازمند الگوریتم‌های مناسب بهینه‌سازی برای تحلیل مسائل قابلیت اعتماد هستیم. از این رو الگوریتم‌های مبتنی بر تکرار توسط محققان مختلف ارائه و معرفی شده‌اند [2-9]. یک روش تکراری توسط هاسفر و لیند [1] ابداع شده است که بعدها توسط رکویتر و فسler [4] با حفظ ماهیت تابع توزیع متغیرهای تصادفی غیرنرمال در فضای نرمال بهبود بخشیده شد که به نام HL-RF معروف است و کاربرد زیادی در مسائل قابلیت اعتماد دارد [3]. چندین روش بهینه‌سازی از جمله گرادیان، روش ضرایب لاگرانژ، روش برنامه‌ریزی غیرخطی به منظور تعیین شاخص قابلیت اعتماد توسط لیو و Der Kiureghian مقایسه شد [5]. هم‌چنین آنها به کمک یک تابع شایسته (Merit function) به منظور نمایش همگرایی روش HL-RF، این الگوریتم را بهبود بخشیدند [5]. رویه بهبودیافته HL-RF [5] به کمک طول گام (size Step) انتخاب شده براساس قاعده آرمیجو (Armijo) توسط سانتوش و همکاران ارتقا یافت [6]. در مسائل بسیار غیرخطی قابلیت اعتماد روش‌های بهبودیافته HL-RF [5, 6] ممکن است به نقاط کمینه محلی همگرا گردند

و یا این که نرخ هم‌گرایی پایینی داشته باشند [3, 7]. در سال‌های اخیر، یانگ الگوریتم HL-RF را با استفاده از روش انتقال پایدار مبتنی بر تئوری اغتشاشات بهبود بخشیده است [7] و با استفاده از رویه انتقال پایدار (Stability Transformation Method (STM)) همگرایی رویه HL-RF را تضمین نمودند. هم‌چنین، گنگ و یای براساس تعریف یک طول گام بزرگ، یک الگوریتم تکرار قابلیت اعتماد پایه‌گذاری نمودند [8]. انتخاب ضریب کنترل کوچک در رویه انتقال پایدار و هم‌چنین طول گام بزرگ الگوریتم مرجع [8]، منجر به دستیابی پاسخ پایدار با تعداد تکرار زیاد می‌گردد. در سال ۲۰۱۳ کشته‌گر و میری، یک رویه تعدیل برای بهبود روش HL-RF پیشنهاد نمودند [9]. هم‌چنین آنها روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج برای تخمین شاخص قابلیت اعتماد را استفاده کردند [3,10]. محاسبه طول گام و هم‌چنین بردار امتداد جستجو در الگوریتم گرادیان مزدوج [3,10] نیاز به محاسبات پیچیده داشته است اما نسبت به رویه HL-RF توانمندتر و نسبت به رویه انتقال پایدار کاراتر می‌باشد.

روش HL-RF در مسائل غیرخطی و پیچیده مهندسی، ممکن است دچار ناپایداری عددی از جمله آشفتگی، دوشاخه‌ای شدن و نوسان گردد. روش انتقال پایدار برای فائق آمدن بر مشکلات همگرایی روش HL-RF بسط داده شد [7]. روش انتقال پایدار برخلاف روش گرادیان مزدوج [3, 10] برای تخمین بردار امتداد جستجو و طول گام نیازی به محاسبات پیچیده ندارد، اما همگرایی آن وابسته به انتخاب مناسب پارامترهایی مانند طول گام و ماتریس اجباری دارد. به‌طوری‌که، با انتخاب نامناسب طول گام رویه تکرار ممکن است واگرایی و یا همگرایی کندی داشته باشد. در این مقاله یک طول گام دینامیکی پیشنهاد شده است که به سادگی براساس متغیرهای طراحی تکرارهای جدید و قبلی قابل محاسبه است. توانمندی و کارایی رویه بهبودیافته انتقال پایدار با روش‌های

است. در شکل (۱) قیاسی از همگرایی رویه تکرار HL-RF نسبت به مقدار میانگین متغیر تصادفی x_1 نشان داده شده است. همان‌طوری‌که مشخص است رویه تکرار HL-RF دچار همگرایی به صورت نوسانی ($25 < \mu_1 < 40$)، دوشاخه‌ای شدن ($5 < \mu_1$) و اغتشاش ($\mu_1 > 50$) شده است. از این‌رو، پایداری عددی تکرارهای متوالی رویه HL-RF را می‌توان به کمک روش انتقال پایدار بهبود بخشید [7].



شکل ۱ همگرایی نگاشت رویه FORM به صورت نوسانی، اغتشاش و دو شاخه‌ای شدن

روش انتقال پایدار (STM)

رویه انتقال پایدار توسط چمپلچر و دیکونوس در مسائل غیرخطی فیزیکی بیان شد و کاربرد موفقی در الگوریتم‌های تکراری دارد [13]. در رویه STM یک سیستم دینامیکی را می‌توان به صورت زیر گسسته‌سازی نمود [7, 14]:

$$r_{k+1} = r_k + \lambda C[f(r_k) - r_k] \quad (5)$$

که در آن r_{k+1} نقطه گسسته در گام $k+1$ و $f(r_k)$ مقدار تابع می‌باشد. C ماتریس اجباری است که یک ماتریس ثابت و معین است و λ طول گام است که

انتقال پایدار، روش طول گام بی‌نهایت [8]، HL-RF و گرادیان مزدوج [۱۰] با ذکر پنج مثال ریاضی غیرخطی و مکانیکی پیچیده بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که رویه بهبودیافته انتقال پایدار با تعداد تکرار بسیار کمتری نسبت به رویه انتقال پایدار و طول گام بی‌نهایت همگرا شده است.

روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد (FORM)

هدف اساسی در روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد تعیین نقطه حداکثر محتمل (U^*) برای تخمین احتمال خرابی است [3, 7]:

$$P_f = 1 - \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}(U)^2\right] du = \Phi(-\|U^*\|) \quad (2)$$

که در آن U متغیر نرمال استاندارد است. رابطه تکرار رویه HL-RF برای محاسبه نقطه حداکثر محتمل به صورت زیر است [3]:

$$U_{k+1} = \frac{1}{|\nabla g(U_k)|^2} [\nabla^T g(U_k) U_k - g(U_k)] \nabla g(U_k) \quad (3)$$

که در آن $\nabla g(U) = [\partial g / \partial u_1, \partial g / \partial u_2, \dots, \partial g / \partial u_n]^T$ بردار گرادیان تابع حالت حدی (Limit state function) در فضای نرمال استاندارد می‌باشد. پاسخ معادله (۳) در تحلیل مرتبه اول به میانگین (μ) و انحراف معیار (σ) متغیرهای تصادفی وابسته است. همگرایی روش تحلیل مرتبه اول HL-RF (رابطه ۳)، به کمک یک تابع غیرخطی به صورت زیر بررسی شده است [7, 12]:

$$g_1 = x_1^4 + 2x_2^4 - 20 \quad (4)$$

که در آن x_1 و x_2 متغیرهای تصادفی نرمال با مقادیر میانگین $\mu_1 = \mu_2 = 10$ و انحراف معیار $\sigma_1 = \sigma_2 = 5$

اعتماد را تضمین می‌کند اما دو نقص اساسی دارد:

۱- به علت انتخاب ضریب λ بسیار کوچک، همگرایی مسئله با تعداد تکرار بالا صورت می‌پذیرد. از اینرو زمان تحلیل مسئله افزایش می‌یابد و نمی‌تواند یک روش کارا برای مسائل پیچیده باشد.

۲- در برخی مسائل انتخاب نامناسب ماتریس C موجب واگرایی حل می‌شود. به عنوان مثال $C = -I$ ، رابطه تکرار (۷) نقطه‌ای را جستجوی می‌کند که حداکثر فاصله را تا مبدأ دارد.

بهبود روش انتقال پایدار

مطابق با رابطه تکرار معادله (۷) در روش بهبودیافته انتقال پایدار مقدار ماتریس C برابر با ماتریس واحد ($C = I$) پیشنهاد شده، لذا داریم که:

$$U_{k+1} = U_k + \lambda_k (f(u_k) - U_k) \quad (9)$$

که در آن، λ_k طول گام دینامیکی است که به صورت رابطه (۱۰) پیشنهاد می‌شود.

$$\lambda_k = \frac{\|f(u_k) - U_k\|}{m\pi\lambda_{k-1}} \quad (10)$$

که در آن m یک عدد طبیعی و به عنوان ضریب طول گام معرفی می‌شود که یک پارامتر کنترل کننده طول گام است. بر این اساس الگوریتم ارائه شده به صورت گام‌های زیر قابل تدوین در یک برنامه کامپیوتری است.

- ۱- حدس مقادیر اولیه $k=0$ و مقادیر اولیه به صورت $\varepsilon = 10^{-6}$ و $\lambda_0 = 1$ و $x_0 = [\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \mu_{x_3}, \dots, \mu_{x_n}]^T$
- ۲- محاسبه گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه U_k .
- ۳- محاسبه بردار طراحی جدید مطابق با رابطه (۸)
- ۴- محاسبه طول گام دینامیکی براساس روابط (۱۰)

عددی بین صفر و یک می‌باشد و عمدتاً مقدار آن خیلی کمتر از یک انتخاب می‌گردد. ماتریس اجباری C به صورت یک ماتریس متعامد تعریف شده است که در هر سطر و ستون این ماتریس فقط عدد ۱ یا -۱ جا داشته باشد و بقیه درایه‌های ماتریس صفر باشد. برای یک سیستم دوبعدی می‌توان ماتریس‌های C را به صورت (۶) تعریف نمود.

$$\begin{aligned} C_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & C_2 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ C_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, & C_4 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ C_5 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, & C_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ C_7 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & C_8 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

حال با استفاده از این تئوری روش STM برای تخمین احتمال خرابی بیان می‌گردد.

کنترل اغتشاش رویه FORM با استفاده

از روش STM

رابطه تکراری FORM با استفاده از روش STM را می‌توان مطابق با گسسته‌سازی معادله (۵)، به صورت (۷) باز نویسی نمود [7]:

$$U_{k+1} = U_k + \lambda C (f(u_k) - U_k) \quad (7)$$

که در آن $f(u_k)$ برابر با مقدار بردار طراحی جدید از رویه HL-RF (رابطه ۳) می‌باشد.

$$f(u_k) = \frac{1}{|\nabla g(U_k)|^2} [\nabla^T g(U_k) U_k - g(U_k)] \nabla g(U_k) \quad (8)$$

این روش اگرچه همگرایی یک مسئله قابلیت

۵- محاسبه مقدار بردار طراحی کنترل شده براساس رابطه بهبودیافته انتقال پایدار (۹).

۶- محاسبه مقدار شاخص قابلیت اعتماد به صورت

$$\beta_{k+1} = (U_{k+1}^T \times U_{k+1})^{1/2}$$

۷- کنترل همگرایی مسئله $(|\beta_{k+1} - \beta_k| \leq \varepsilon)$ در صورت همگرا شدن توقف رویه تکرار.

۸- تعویض $k=k+1$ و بازگشت به مرحله ۲.

بررسی مشکلات همگرایی روش انتقال پایدار

همان‌طور که اشاره شد مشکلات همگرایی روش انتقال پایدار به انتخاب پارامترهای λ و C مرتبط است. در جدول (۱) نتایج همگرایی روش انتقال پایدار نسبت ماتریس‌های اجباری ارائه شده در رابطه (۶) برای مثال تابع شرایط حدی رابطه (۴) درج شده است. همان‌طوری که مشخص است به‌ازای ماتریس $C = I$ همگرایی حاصل گردیده است و برای سایر ماتریس‌های اجباری همگرایی حاصل نشده است. از این‌رو، فرض $C = I$ در روش بهبود یافته انتقال

پایدار (ISTM) مناسب است و منتج به همگرایی رویه STM می‌شود.

در جدول (۲) نتایج همگرایی (تعداد تکرار و شاخص قابلیت اعتماد) مثال رابطه (۴) نسبت به طول گام‌های مختلف روش انتقال پایدار و نیز طول گام دینامیکی روش بهبودیافته ارائه شده است. مشخص است که روش انتقال پایدار برای این مثال در طول گام‌های پایین ($\lambda < 0.1$) همگرایی موفقی دارد اما این همگرایی مستلزم تعداد تکرار بالایی است (به‌ازای طول گام‌های خیلی کوچک مثلاً $\lambda = 0.01$ تعداد تکرار در حدود ۱۴۳۵ می‌باشد). به‌ازای طول گام‌های ۰/۱۵ و ۰/۲ در روش انتقال پایدار همگرایی به صورت نوسانی به ترتیب برابر (۲/۲۷۷۰۸، ۲/۲۷۶۸۳) و (۲/۱۳۰۹۶، ۲/۱۳۱۹۹) شده است. اما روش بهبودیافته انتقال پایدار (ISTM) موجب همگرایی با تعداد تکرار بسیار کمتری شده، لذا روش ISTM موجب افزایش کارایی رویه انتقال پایدار شده است.

جدول ۱ مقایسه همگرایی شاخص قابلیت اعتماد مثال ۱ نسبت به ماتریس اجباری رویه STM ($\lambda=0.05$, $\varepsilon=10^{-6}$)

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	ماتریس اجباری
۲/۳۶۵۴۳۵	واگرا	واگرا	واگرا	واگرا	اغتشاش	اغتشاش	واگرا	β
۳۱۷	همگرا نشده است							تکرار

جدول ۲ مقایسه همگرایی شاخص قابلیت اعتماد مثال ۱ نسبت به طول گام ($m=1$ و $C=I$, $\varepsilon=10^{-6}$)

ISTM	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱	۰/۰۵	۰/۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۰۱	طول گام
۲/۳۶۴۸۸۰	نوسانی-تناوبی		۳۶۵۴۴۶ ۲	۳۶۵۴۳۶ ۲	۲/۳۶۵۳۵۳	۲/۳۶۵۲۵۶	۲/۳۶۴۴۵۲	β
۷۹	همگرا نشده است		۱۶۴	۳۱۷	۱۴۳۵	۲۷۳۳	۱۲۰۵۵	تکرار

مثال‌های عددی و مکانیکی

به منظور بررسی کارایی و عملکرد روش بهبودیافته انتقال پایدار از پنج مثال متنوع برگرفته از مراجع استفاده شده است.

مثال ۱: تابع غیرخطی. تابع حالت حدی (۱۱) در نظر گرفته شده است [9].

$$g_1 = x_1^4 + 2x_2^4 - 20 \quad (11)$$

x_1 و x_2 متغیرهای نرمال با میانگین $\mu_1 = \mu_2 = 10$ و انحراف معیار $\sigma_1 = \sigma_2 = 5$ است.

مثال ۲: تابع ریاضی بسیار غیرخطی. تابع حالت حدی بسیار غیرخطی به صورت رابطه (۱۲) می باشد [8]:

$$g_2 = 0.1 \ln \{ \exp[10(1 + x_1 - x_2)] + \exp[10(5 - 5x_1 - x_2)] \} \quad (12)$$

x_1 و x_2 متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد هستند.

مثال ۳: تابع پاسخ غیرخطی و غیرنرمال. این مثال براساس برآزش پاسخ سطح مطابق با رابطه (۱۳) پیشنهاد گردیده است [7-9].

$$g_3 = 1.1 - 0.00115x_1x_2 + 0.00157x_2^2 + 0.00117x_1^2 + 0.0135x_2x_3 - 0.0705x_2 - 0.00534x_1 - 0.0149x_1x_3 - 0.0611x_2x_4 + 0.0717x_1x_4 - 0.226x_3 + 0.0333x_3^2 - 0.558x_3x_4 + 0.998x_4 - 1.339x_4^2 \quad (13)$$

x_1 از تابع توزیع حداکثر نوع II با میانگین ۱۰ و انحراف معیار ۵، متغیرهای x_2 و x_3 از تابع توزیع نرمال به ترتیب با میانگین ۲۵ و ۰/۸ و انحراف معیار ۵ و ۰/۲ و متغیر x_4 از تابع لوگ-نرمال با میانگین ۰/۰۶۲۵ و انحراف معیار ۰/۰۶۲۵ پیروی می کنند.

مثال ۴: سازه مخروطی. تابع شرایط حدی یک دودکش تحت بار محوری P و لنگر خمشی M به صورت (۱۴) بیان می شود [2, 9]:

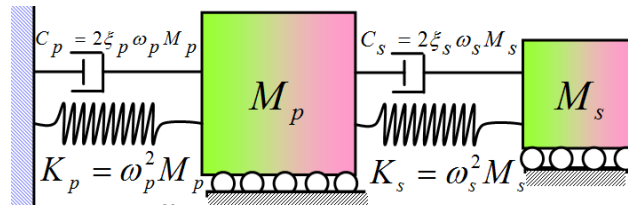
$$g_4 = 1 - \frac{\sqrt{3(1-v^2)}}{\pi E t^2 \cos^2 \alpha} \times \left(\frac{P}{2\gamma} + \frac{M}{\eta r_1} \right) \quad (14)$$

که در آن ضرایب γ و η به ترتیب ضریب تطبیق نیروی محوری و لنگر خمشی و برابر با ۰/۳۳ و ۰/۴۱ و γ ضریب پواسون برابر با ۰/۳ می باشد. این مسئله دارای ۶ متغیر تصادفی نرمال می باشد که خصوصیات آماری آنها در جدول (۳) ارائه شده است.

مثال ۵: سیستم دینامیکی دو درجه آزادی. مطابق با سیستم دینامیکی دو درجه آزادی نشان داده شده در شکل (۲) خواص آن به صورت جرم‌های متمرکز M_p و M_s ، سختی فنرهای K_p و K_s ، فرکانس‌های طبیعی $\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}$ و $\omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$ و ضرایب میرایی ξ_p و ξ_s تعریف می گردد.

جدول ۳ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۴

متغیر	E (MPa)	t (m)	α (rad)	r_1 (m)	M (N-m)	P (N)
میانگین	۷۰۰۰۰	۰/۰۰۲۵	۰/۵۲۴	۰/۹	۸۰۰۰۰	۷۰۰۰۰
ضریب تغییرات	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۲	۰/۰۲۵	۰/۰۸	۰/۰۸



شکل ۲ نمایش سیستم دو درجه آزادی مثال ۵ [3]

جدول ۴ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۵

متغیر	میانگین	انحراف معیار	متغیر	میانگین	انحراف معیار
M_p	۱	۰/۱	ξ_p	۰/۰۵	۰/۰۲
M_s	۰/۰۱	۰/۰۰۱	ξ_s	۰/۰۲	۰/۰۱
K_p	۱	۰/۲	F_s	۱۵	۱/۵
K_s	۰/۰۱	۰/۰۰۲	S_0	۱۰۰	۱۰

ارزیابی روش ارائه شده ISTM

از پنج مثال فوق برای مقایسه صحت همگرایی و تعداد تکرار دو الگوریتم STM و ISTM استفاده شده است. در تحلیل قابلیت اعتماد مطابق با روش پیشنهادی ISTM مقدار ضریب m در رابطه (۱۰) برابر با ۱ و $\varepsilon=10^{-6}$ در نظر گرفته شده است.

تعداد تکرار و شاخص قابلیت اعتماد به کمک روش انتقال پایدار و روش بهبودیافته انتقال پایدار در جدول (۵) مقایسه شده است. مشخص است که روش ISTM در تمامی مثال‌ها با تعداد تکرار کمتری نسبت به روش STM همگرا شده است (مثال‌های ۱ و ۲ و ۵). هم‌چنین برای مسائل پیچیده با درجه غیرخطی متوسط، همگرایی بسیار مناسبی از روش ISTM حاصل شده است به‌طوری‌که تعداد تکرار آن نزدیک به نتایج همگرا شده حداکثر طول گام روش انتقال پایدار می‌باشد (مثال‌های ۳ و ۴). انتخاب دینامیکی طول گام نه‌تنها موجب همگرایی مناسب شده بلکه نیاز به سعی و خطا برای تحلیل قابلیت اعتماد پایدار ندارد.

تابع شرایط حدی به صورت رابطه (۱۵) است

[3,15]:

$$g_s = F_s - K_s \times P(E[x_s^2])^{1/2} \quad (15)$$

که در آن P برابر با ۳ در نظر می‌گیریم و

$$E[x_s^2] = \frac{\pi S_0}{4 \xi_s \omega_s} \left[\frac{\xi_a \xi_s}{\xi_p \xi_s (4 \xi_a^2 + \theta^2) + \gamma \xi_a^2} \times \frac{(\xi_p \omega_p^3 + \xi_s \omega_s^3) \omega_p}{4 \xi_a \omega_a^4} \right] \quad (16)$$

که در آن $\gamma = \frac{M_s}{M_p}$ ضریب جرم و $\omega_a = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$

میانگین فرکانسی و $\xi_a = \frac{\xi_p + \xi_s}{2}$ میانگین ضریب

میرایی دو سیستم و $\theta = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_a}$ پارامتر تعدیل است

[10, 15]. این مثال شامل ۸ متغیر تصادفی لوگ-نرمال

است که خصوصیات آماری آنها در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۵ مقایسه نتایج همگرایی روش انتقال پایدار و بهبود یافته آن نسبت به طول گام‌های مختلف

مثال‌ها	طول گام	روش STM					روش ISTM
		۰/۰۱	۰/۱	۰/۲	۰/۴	۰/۶	رابطه (۱۱)
۱#	β	۲/۳۶۵۳۶	۲/۳۶۵۴۵	همگرا شده به صورت نوسانی			۲/۳۶۴۸۸
	تکرار	۱۴۳۵	۱۶۴				۷۹
۲#	β	۱/۸۴۵۳۹	همگرایی همراه با اغتشاش				۱/۸۴۲۹۹
	تکرار	۱۰۷۲					۵۸۱
۳#	β	۱/۳۳۰۴۴	۱/۳۳۰۵۳	۱/۳۳۰۵۳	۱/۳۳۰۵۴	۱/۳۳۰۵۴	۱/۳۳۰۱۳
	تکرار	۹۱۱	۱۱۱	۵۷	۲۸	۱۸	۲۳
۴#	β	۴/۷۹۵۴۹	۴/۷۹۵۴۹	۴/۷۹۶۱۹	۴/۷۹۶۸۹	۴/۷۹۶۸۹	۴/۷۹۷۰۸
	تکرار	۸۱۱	۱۴۸	۱۲۲۴	۴۷۲	۲۱	۲۰
۵#	β	۲/۰۱۶۳۴	۲/۰۱۶۴۳	همگرایی نوسانی	همگرایی همراه با اغتشاش		
	تکرار	۱۹۷۳	۱۲۰				
							۸۸

تأثیر ضریب طول گام بر همگرایی روش بهبود یافته انتقال پایدار

نتایج حاصل طول گام دینامیکی در چندین مثال نسبت به ضریب m در شکل (۳) نشان داده شده است. مشخص است که تغییر ضریب طول گام (m) ممکن است تعداد تکرار را تغییر دهد اما میزان تغییرات چندان نبوده و این طول گام در تکرارهای متوالی روش ISTM توانایی تطبیق مناسب را داراست. به طوری که، در تکرارهای نهایی مقدار طول گام در اکثر ضرایب m ، بسیار نزدیک به هم شده است. هم چنین باتوجه به میزان غیرخطی بودن تابع حالت حدی این ضریب توانایی خود تطبیقی را دارد. به طوری که در مثال ۱ و ۲ در تکرارهای نهایی به ترتیب در محدوده ۰/۲ تا ۰/۰۵ و ۰/۰۵ تا ۰/۰۱ نوسان می کند.

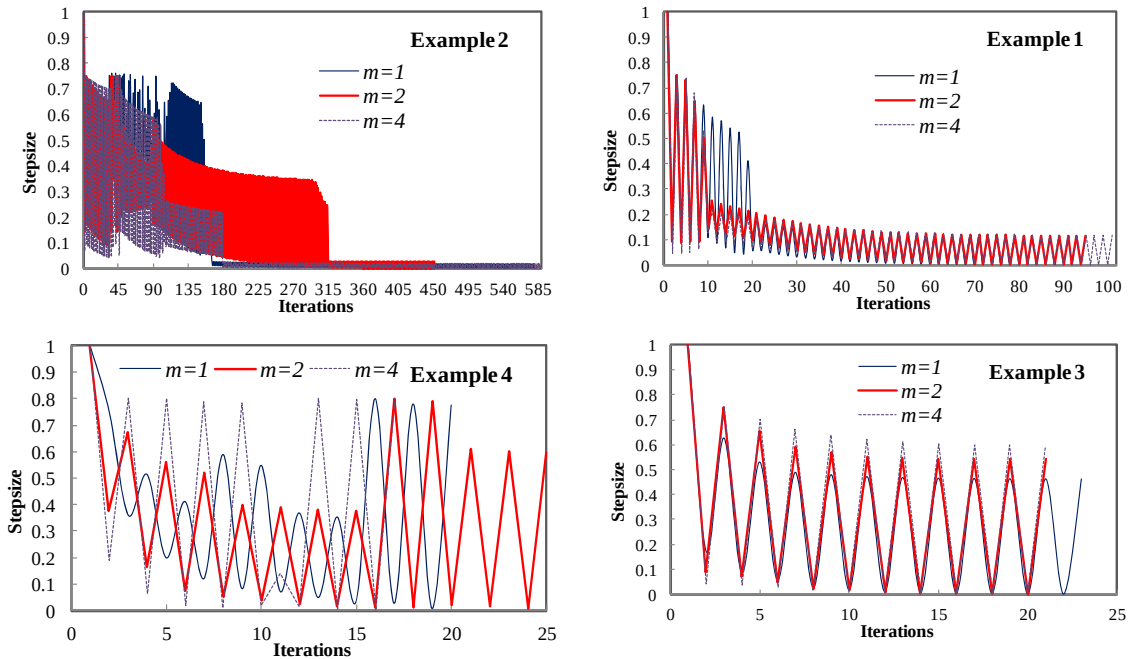
بحث نتایج عددی

نتایج چهار الگوریتم اولین مرتبه قابلیت اعتماد مانند روش HL-RF، روش انتقال پایدار (STM) [7] (با طول گام برابر با ۰/۱)، روش گرادیان مزدوج [3, 10] و هم چنین روش طول گام بی نهایت [8] (با طول گام

برابر با ۱۵) با روش ارائه شده بهبود یافته انتقال پایدار (ISTM) (با طول گام رابطه (۱۰) به ازای m برابر با ۱) مقایسه شده است. در جدول (۶) نتایج شاخص قابلیت اعتماد (β) و تعداد برآورد تابع شرایط حدی (Ng) نشان شده است. مشخص است که روش HL-RF در این مثال‌ها همگرا نشده اما، روش انتقال پایدار همگرایی مناسب دارد. از طرفی، روش گرادیان مزدوج مرجع [۱۰] در مثال‌های با درجه غیرخطی بالا (مثال‌های ۱ و ۲) همگرایی مغشوش داشته است. روش گرادیان مزدوج از روش انتقال پایدار کاراتر است اما در مسائل غیرخطی توانمندی کمتری دارد. کارایی روش طول گام بی نهایت بیشتر از روش STM می باشد، اما توانمندی یکسانی از آنها در این مثال‌ها مشاهده شده است. روش STM در توابع حالت حدی پیچیده نیاز به انتخاب طول گام پایین دارد که این امر موجب افزایش تعداد تکرار و در نتیجه افزایش تعداد برآورد تابع شرایط حدی می شود (مثال ۱، ۳ و ۴). از طرفی انتخاب دینامیکی طول گام روش ISTM علاوه بر تضمین همگرایی مناسب (مثال ۲) در مواردی تعداد برآورد تابع حالت حدی را به شدت نسبت به

آن مشابه با روش گرادیان مزدوج است، اما در مسائل غیرخطی نسبت به روش گرادیان مزدوج بسیار توانمندتر است.

روش‌های STM و طول گام بی‌نهایت (مثال‌های ۳ و ۴) کاسته است. کارایی روش بهبودیافته انتقال پایدار مشابه با روش گرادیان مزدوج است و تعداد برآورد در



شکل ۳ تأثیر ضریب طول گام بر همگرایی روش بهبودیافته انتقال پایدار

جدول ۶ مقایسه شاخص قابلیت اعتماد و تعداد برآورد تابع شرایط حدی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد

مثال	روش HL-RF β (Ng)	روش STM β (Ng) [7]	روش ارائه شده ISTM β (Ng)	روش طول گام بینهایت [8] β (Ng)	گرادیان مزدوج β (Ng) [3, 10]	نتایج مراجع
۱	نوسانی (۰/۹۸۶۳ ، ۰/۹۲۶۷)	۲/۳۶۵۴۵ (۸۲۰)	۲/۳۶۴۸۸ (۳۹۵)	۲/۳۶۵۴۵۴ (۵۴۰)	همگرایی همراه با اغتشاش	[11]۲/۳۶۵۴ [9]۲/۳۶۵۳۷
۲	نوسانی (۰/۷۰۷۱ ، ۰/۹۸۰۶)	اغتشاش	۱/۸۴۲۹۹ (۲۹۰۵)	نوسانی	همگرایی همراه با اغتشاش	[8]۱/۸۴۵۵
۳	نوسانی (۱/۰۴۹۶ ، ۱/۱۵۳۶)	۱/۳۳۰۵۳ (۹۹۹)	۱/۳۳۰۱۳ (۲۰۷)	۱/۳۳۰۵۴ (۱۹۸)	۱/۳۳۰۵۶ (۳۶۸)	[5] ۱/۳۶ [7] ۱/۳۳۰۵ [8] ۱/۳۳۰۵۳
۴	حل مغشوش	۴/۷۹۵۴۹ (۱۶۲۸)	۴/۷۹۷۰۸ (۲۳۴)	۴/۷۹۶۸۸ (۳۰۶)	۴/۷۹۶۸۶ (۲۵۲۰)	[2] ۴/۸۸۳ [9] ۴/۷۹۴۲۹
۵	نوسانی (۴/۲۱۷۱ ، ۴/۹۸۰۷)	۲/۰۱۶۴۳ (۲۵۲۰)	۲/۰۱۵۶۳ (۱۴۹۶)	۲/۰۱۶۴۶ (۱۲۷۵)	۲/۰۱۶۶۲ (۱۳۷۲)	[14]۲/۰۱ [3]۲/۰۱۶۴۵

خلاصه و نتیجه گیری

در این مقاله یک روش بهبودیافته انتقال پایدار ارائه شده است. در این الگوریتم اولین مرتبه قابلیت اعتماد، طول گام به صورت دینامیکی پیشنهاد شده است. صحت همگرایی، کارایی و توانمندی این روش با چندین مثال بررسی شد که نتایج حاکی از آن است که روش ارائه شده، استفاده موفقیت آمیزی در مسائل بسیار غیرخطی و پیچیده مکانیکی و ریاضی دارد. روش بهبودیافته انتقال پایدار از توانمندی بسیار

بالایی نسبت به روش HL-RF و گرادیان مزدوج برخوردار است و نسبت به روش انتقال پایدار توانمندتر است. روش ارائه شده علاوه بر کارایی به نتایج مشابه با روش های اولین مرتبه قابلیت اعتماد همگرا شده است. از این رو این روش نه تنها همگرایی مناسب تحلیل مرتبه اول قابلیت اعتماد سازه ها را تضمین می کند بلکه از روش انتقال پایدار و طول گام بی نهایت نیز کارا تر است.

مراجع

1. Hasofer, A.M. and Lind, N.C., "Exact and invariant second moment code format", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 111, No. 21, pp. 111-121, (1974).
2. Elegbede, C., "Structural reliability assessment based on particles swarm optimization", *Structural Safety*, Vol. 27, No. 2, pp. 171-186, (2005).
3. Keshtegar, B. and Miri, M., "Introducing Conjugate gradient optimization for modified HL-RF method", *Engineering Computations*, Vol. 31, No. 4, pp. 775-790, (2014).
4. Rackwitz, R. and Fiessler, B., "Structural reliability under combined load sequences", *Computers and Structures*, Vol. 9, No. 8, pp. 489-494, (1978).
5. Liu, P.L. and Kiureghian, A.D., "Optimization algorithms for structural reliability", *Structural Safety*, Vol. 9, No. 3, pp. 161-178, (1991).
6. Santosh, T. V., Saraf, R.K., Ghosh, A.K. and Kushwaha, H.S., "Optimum step length selection rule in modified HL-RF method for structural reliability", *International Journal of Pressure Vessels Piping*, Vol. 83, No. 10, pp. 742-748, (2006).
7. Yang, D., "Chaos control for numerical instability of first order reliability method", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 5, No. 10, pp. 3131-3141, (2010).
8. Gong, J.X. and Yi, P., "A robust iterative algorithm for structural reliability analysis", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 43, No. 4, pp. 519-527, (2011).
9. Keshtegar, B. and Miri, M., "An enhanced HL-RF Method for the computation of structural failure probability based on relaxed approach", *Civil Engineering Infrastructures*, Vol. 1, No. 1, pp. 69-80, (2013).
۱۰. کشته گر، بهروز، میری، محمود، «ارائه روشی جدید برای ارزیابی قابلیت اعتماد سازه ها»، *مجله مدل سازی در مهندسی*، سال ۱۲، شماره ۳۶، صص ۴۲-۲۹، (۱۳۹۳).
11. Yang, D., Li, G. and Cheng, G., "Convergence analysis of first order reliability method using chaos theory", *Computers and Structures*, Vol. 84, Vol. 8-9, pp. 563-571, (2006).
12. Wang, L.P. and Grandhi, R.V., "Efficient safety index calculation for structural reliability analysis", *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 1, pp. 103-111, (1994).
13. Schmelcher, P. and Diakonov, F.K., "General approach to the localization of unstable periodic orbits in chaotic dynamical systems", *Physical Review Letters*, Vol. 57, No.1, pp. 2739-2754, (1998).
14. Yang, D.X. and Yi, P., "Chaos control of performance measure approach for evaluation of probabilistic constraints", *Structure Multidisciplinary Optimization*, Vol. 38, No. 1, pp. 83-92, (2009).
15. Kiureghian, A.D. and Stefano, M.D., "Efficient algorithm for second-order reliability analysis", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 12, pp. 2904-2923, (1991).

رهیافت توماس موازی در دینامیک سیالات محاسباتی به کمک پردازنده‌های گرافیکی – جریان درون حفره*

(یادداشت پژوهشی)

پوریا اکبرزاده^(۱) حسین محمودی داریان^(۲) محسن نظری^(۳) میلاد سوری^(۴)

چکیده در این مقاله سه الگوریتم کاهش متناوب، کاهش متناوب موازی و رهیافت توماس موازی برای حل دستگاه معادلات سه قطری به کمک پردازنده‌های گرافیکی معرفی و اثر دسترسی هم‌مکان و غیرهم‌مکان به حافظه سراسری مورد بحث قرار گرفته است. برای ارزیابی توانایی این الگوریتم‌ها، نتایج شبیه‌سازی جریان درون حفره (یک مورد مطالعاتی) با نتایج الگوریتم توماس کلاسیک اجرا شده روی پردازنده مرکزی مقایسه شده است. بیشینه افزایش سرعت مشاهده شده در سه الگوریتم مذکور (پردازنده گرافیکی) در برابر الگوریتم توماس کلاسیک (پردازنده مرکزی) به ترتیب حدود ۴/۴، ۵/۲ و ۳۸/۴۵ می‌باشد. همچنین نشان داده شده است که با دسترسی هم‌مکان، افزایش سرعت حدوداً دوبرابری برای پردازنده گرافیکی حاصل می‌شود.

واژه‌های کلیدی رهیافت توماس موازی؛ پردازش موازی؛ دستگاه معادلات سه قطری؛ پردازنده گرافیکی؛ الگوریتم کاهش متناوب.

Parallel Thomas Approach in Computational Fluid Dynamics with GPUs- Lid-driven Cavity

P. Akbarzadeh H. Mahmoodi Darian M. Nazari M. Souri

Abstract In this paper three algorithms of Cyclic-Reduction, Parallel-Cyclic-Reduction and Parallel-Thomas are introduced to solve the Tridiagonal system of equations using GPUs and the effect of coalesced-memory-access and uncoalesced-memory-access to global memory are studied. To assess the ability of these algorithms, as a case-study the simulation of the lid-driven cavity flow have been compared to the results of Runtimes and physical parameters of the classical Thomas algorithm, executed on CPU. The maximum speed-up of these algorithms against CPU runtime is about 4.4x, 5.2x and 38.5x, respectively. Also, approximately a 2x speed-up achieved in coalesced-memory access on GPU.

Key Words Parallel Thomas approach; Parallel Processing; Tridiagonal system of equations; Graphic Processor; Cyclic Reduction algorithm

*تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۴/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۹/۱۸ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.48399

(۱) نویسنده مسئول: دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود. p.akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

(۲) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران.

(۳) دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود.

(۴) دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود.

مقدمه

در سال‌های اخیر باتوجه به نیاز جوامع علمی به بررسی مسائل مختلف با پیچیدگی بیشتر، نیاز به کامپیوترهایی با سرعت و حافظه بیشتر احساس می‌شد، بنابراین محققان به استفاده از پردازنده‌های مرکزی (Central Processor Unit, CPU) با سرعت بیشتر روی آوردند. در کنار این رویکرد، امروزه بهره‌گیری از پردازنده‌های گرافیکی (Graphic Processor Units, GPU) نیز، به دلیل عملکرد بسیار بالا و پهنای باند (Memory Band Width) حافظه زیاد، جایگاه ویژه‌ای را در شبیه‌سازی پدیده‌ها و محاسبات علمی به خود اختصاص داده‌اند. ساختار معماری پردازنده‌های گرافیکی به گونه‌ای است که می‌تواند در زمانی کوتاه یک دستورالعمل محاسباتی را روی تعداد زیادی داده به صورت موازی و هم‌زمان اجرا نماید. روند روبه رشد استفاده از پردازنده‌های گرافیکی به عنوان شتاب‌دهنده محاسبات به گونه‌ای است که ابرکامپیوترهای برتر حال حاضر دنیا از قدرت پردازنده‌های گرافیکی بهره می‌برند [1]. در بسیاری از مسائل مهندسی، گسسته‌سازی معادلات حاکم منجر به تشکیل یک دستگاه معادلات سه‌قطری می‌شود که حل سریع این دستگاه معادلات یک موضوع چالش‌برانگیز در دینامیک سیالات محاسباتی محسوب می‌گردد. یکی از روش‌های قدیمی اما رایج و پرسرعت برای حل دستگاه معادلات سه‌قطری، الگوریتم توماس است که بر مبنای روش حذفی گوس می‌باشد. از آنجاکه الگوریتم این روش یک الگوریتم ترتیبی است، بنابراین الگوریتم‌های جایگزینی برای حل معادلات سه‌قطری با رویکرد پردازش موازی در پردازنده‌های گرافیکی نظیر کاهش متناوب (Cyclic Reduction) و کاهش متناوب موازی (Parallel Cyclic Reduction) معرفی شده‌اند. این الگوریتم‌ها و نظایر آنها که به همین منظور ابداع شده‌اند (مانند الگوریتم‌های موجود در مرجع [2]) ابزارهای مناسبی برای بسیاری از محققان

هستند که به دنبال تقویت عملکرد کاربرد پردازنده‌های گرافیکی در حل مسائل مختلف می‌باشند. ژانگ و همکاران [2] در سال ۲۰۰۹ ابتدا روی قابلیت اجرای الگوریتم‌های کاهش متناوب و کاهش متناوب موازی روی پردازنده‌های گرافیکی بحث کرده‌اند. سپس یک روش ترکیبی از الگوریتم‌های معرفی شده را پیشنهاد و عملکرد هر الگوریتم را روی حل ماتریس‌های سه‌قطری آزمایش کردند. لازم به توضیح است که الگوریتم کاهش متناوب مشکل تداخل حافظه (Bank Conflict) در حافظه مشترک کارت گرافیکی را دارد و هم‌چنین برای به کار بردن الگوریتم‌های کاهش متناوب و کاهش متناوب موازی اندازه دستگاه سه‌قطری حتماً باید محدود به 2^n باشد. در سال ۲۰۱۱ گودک و استرودکا [3] در مورد محدودیت ابعاد ماتریس در حافظه مشترک کارت گرافیکی بحث کرده‌اند. آنها نشان دادند که انتقال پیاپی اطلاعات بین حافظه مشترک و حافظه سراسری کارت گرافیکی بر عملکرد الگوریتم تأثیر می‌گذارد. در سال ۲۰۱۱ دیویدسون و همکاران [4] یک الگوریتم چندمرحله‌ای برای حل دستگاه معادلات سه‌قطری با پردازنده گرافیکی پیشنهاد کردند که نتایج کار آنها نشان می‌داد سرعت الگوریتم پیشنهادی تا پنج برابر افزایش سرعت در مقابل الگوریتم‌های حل غیرموازی دستگاه معادلات سه‌قطری به دست آورده است. اگلوف [5] الگوریتم کاهش متناوب موازی را برای حل دستگاه معادلات سه‌قطری با اندازه بسیار بزرگ در معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به کار برد و به دلیل استفاده از حافظه سراسری، ۶۰ درصد کاهش سرعت را گزارش داد. کیم و همکاران [6] به دلیل محدودیت در حافظه مشترک، پیشنهاد دادند که برای دستگاه‌های بزرگ ابتدا آنها را توسط الگوریتم کاهش متناوب موازی به دستگاه‌های کوچک‌تر تبدیل کنند، سپس این دستگاه معادلات مجزا توسط الگوریتم توماس حل شوند. توتکن و همکاران [7] به بحث و بررسی روی

شبیه‌سازی جریان توسط معادلات مرتبه بالا و حل آن به کمک پردازنده‌های گرافیکی پرداختند. آنها نشان دادند که عملکرد مؤثر یک الگوریتم پردازش موازی برای شبیه‌سازی عددی مرتبه بالا از نظر سرعت حل، بستگی زیادی به سرعت حلگر دستگاه سه‌قطری دارد. در سال ۲۰۱۲ اصفهانیان و همکاران [8] با پیاده‌سازی روش‌های مرتبه‌بالا کارایی پردازنده گرافیکی را برای حل معادلات هذلولوی، بررسی کردند. اصفهانیان و همکاران [9] در سال ۲۰۱۳ با به‌کار بستن الگوریتم کاهش متناوب بهینه‌شده به حل و شبیه‌سازی جریان روی استوانه و ایرفویل در دو و سه بعد پرداختند و به افزایش سرعت حل $1/9$ تا $15/2$ برابر در دو بعد و $6/4$ تا $20/3$ برابر در سه بعد دست یافتند. در سال ۲۰۱۴ محمودی داریان و همکاران [10] نیز به بررسی و حل معادلات اویلر با کمک پردازنده گرافیکی پرداختند، این ارزیابی توسط دو نوع پردازنده گرافیکی مختلف انجام شد و به حداکثر افزایش سرعت ۱۰۵ برابری نسبت به پردازنده مرکزی دست یافتند.

در این مقاله با توجه به محدودیت الگوریتم‌های معرفی شده در مورد اندازه دستگاه سه‌قطری (حتماً اندازه دستگاه باید 2^n باشد) از روشی به نام رهیافت توماس موازی برای حل این دسته از دستگاه معادلات استفاده شده است. این رهیافت که در قالب یک گزارش کوتاه نمایشی-اسلایدنما (Powerpoint presentation) و بدون ارائه جزئیات توسط ساخارنیک (Sakharnykh) و همکارانش در سال ۲۰۰۹ در پایگاه اینترنتی شرکت انویدیا (Nvidia) قرار داده شده است، چندین دستگاه سه‌قطری را با الگوریتم توماس به‌طور موازی و مستقل از هم حل می‌کند. برای مقایسه سرعت و دقت حل این الگوریتم‌ها مسئله جریان درون حفره، توسط روش تفاضل محدود، شبیه‌سازی شده است. معادلات حاکم گسسته‌شده و این معادلات به شکل سه‌قطری درآمده و سپس با الگوریتم توماس کلاسیک روی پردازنده مرکزی حل شده‌اند. پس از آن

الگوریتم‌های کاهش متناوب، کاهش متناوب موازی و رهیافت توماس موازی برای حل استفاده شده‌اند. نتایج حاصل از حل مسئله جریان درون حفره توسط الگوریتم‌های موازی با نتایج مرجع [11] مقایسه شده و از صحت نتایج اطمینان حاصل شده است. در نهایت زمان حل تمام روش‌های حل اندازه‌گیری و با هم مقایسه شده‌اند. حداکثر افزایش سرعتی که الگوریتم‌های کاهش متناوب، کاهش متناوب موازی و رهیافت توماس موازی اجرا شده در پردازنده گرافیکی در برابر الگوریتم توماس کلاسیک از خود نشان می‌دهند به ترتیب $4/4$ ، $5/2$ و $38/45$ می‌باشد. هم‌چنین در این تحقیق، اثر دسترسی هم‌مکان و غیر هم‌مکان به حافظه سراسری مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده است که با دسترسی هم‌مکان، افزایش سرعت قابل توجهی (حدوداً دو برابر) برای پردازنده گرافیکی حاصل می‌شود.

پردازش موازی در پردازنده‌های گرافیکی

به دلیل موازی بودن ذاتی معماری پردازنده‌های گرافیکی، در سال ۲۰۰۶ سازندگان این تراشه‌ها این ایده را ارائه دادند که اگر پردازنده‌های گرافیکی برای انجام محاسبات پیچیده وضوح تصویر توانا است، دلیل و مانعی وجود ندارد که در محاسبات عددی و علمی دیگر نیز کاربرد نداشته باشند. این تفکر باعث ایجاد مفهوم پردازنده‌های گرافیکی همه‌منظوره شد. امروزه رویکردهای مختلفی برای استفاده از پردازنده‌های گرافیکی همه‌منظوره تعریف شده است که هر یک به ابزارهایی برای ارتباط کاربر و پردازنده (از جمله میان‌افزار کودا (CUDA) و اپن‌سی‌ال (OPENCL) و غیره) نیاز دارد. در واقع این ابزارها چهارچوبی هستند که راه استفاده از پردازنده‌های گرافیکی را برای محاسباتی که ارتباطی با نمایش گرافیکی ندارند هموار می‌سازند. در حال حاضر میان‌افزار کودا پرکاربردترین

ابزار برنامه‌نویسی بر پایه پردازنده گرافیکی است. کودا یک محیط نرم‌افزاری برای محاسبات موازی و مقیاس‌پذیر است که بر پایه زبان C/C++ طراحی شده است. این میان‌افزار مختص پردازنده‌های ساخته شده توسط شرکت انویدیا (Nvidia) می‌باشد.

معماری یک پردازنده گرافیکی با یک پردازنده مرکزی تفاوت دارد. پردازنده گرافیکی ترانزیستورهای بیشتری نسبت به پردازنده‌های مرکزی دارد که این ترانزیستورها مسئول محاسبات هستند، اما در مورد واحدهای کنترل جریان برنامه و واحد منطق و همچنین از نظر حافظه درونی نسبت به پردازنده‌های مرکزی ضعیف‌تر می‌باشند. پردازنده‌های گرافیکی، درواقع پردازشگرهای موازی هستند که از سامانه‌های چندنخی (Multi Threads) عظیمی استفاده می‌کنند. برای تحقق این امر هر پردازنده گرافیکی دارای تعدادی چندپردازنده می‌باشد که هر چندپردازنده دارای چندین هسته کودا (CUDA Core) است. هر هسته کودا برای پردازش برنامه و اجرای یک نخ محاسباتی (Computational Thread) اختصاص داده می‌شود. یک نخ محاسباتی یک واحد کوچک نرم‌افزاری و درواقع کوچک‌ترین واحد از دستورات در یک برنامه کامپیوتری است. درمقابل هسته کودا یک واحد کوچک سخت‌افزاری است که ترکیب این دو پردازش موازی را شکل می‌دهد. مجموعه دستورات اجرایی در پردازنده‌های گرافیکی به نام کرنل (Kernel) شناخته می‌شوند که همانند توابع در زبان‌های معمول برنامه‌نویسی هستند با این تفاوت که کرنل‌ها وقتی اجرا می‌شوند هر دستور را یک نخ محاسباتی به صورت جداگانه (موازی) اجرا می‌کند. در ساختار پردازش موازی با پردازنده‌های گرافیکی، نخ‌های محاسباتی در واحدهایی به نام بلوک (Block) دسته‌بندی می‌شوند و درنهایت آخرین واحد به نام شبکه که خود دربرگیرنده تعداد زیادی بلوک می‌باشد. این ساختار در شکل (۱) مشخص است. در پردازش موازی باکمک پردازنده‌های

گرافیکی به پردازنده مرکزی میزبان (Host) و به پردازنده گرافیکی دستگاه (Device) می‌گویند در شکل (۲) ساختار حافظه دستگاه و میزبان مشخص هستند. هر نخ محاسباتی حافظه ثابتی (Register) دارد که فقط برای همان نخ محاسباتی قابل دسترسی است اما حافظه مشترک (Shared-Memory) برای تمام نخ‌های داخل یک بلوک قابل دسترسی هستند. حافظه سراسری و ثابت هم توسط نخ‌های تمام بلوک‌ها قابل دسترسی هستند. میزبان هم می‌تواند داده‌ها را از این حافظه‌ها دریافت یا به آن‌ها ارسال کند. میزبان نیز حافظه مجزایی دارد که نخ‌ها به آن دسترسی مستقیم ندارند.

اصولاً برنامه‌نویسی باکمک پردازنده‌های گرافیکی به این صورت است که دستورات توسط پردازنده مرکزی اجرا می‌شوند و در قسمت‌هایی که به قدرت پردازشی بالایی احتیاج است، توسط کرنل‌ها پردازنده گرافیکی وارد جریان محاسبات می‌شود، پس از اجرای دستورات دوباره پردازنده مرکزی ادامه دستورات را اجرا می‌کند و این روند تا پایان برنامه ادامه پیدا می‌کند. به این رویکرد، در اصطلاح محاسبات ناهمگن (Heterogeneous Computations) می‌گویند (شکل ۱). در پردازش موازی توسط پردازنده‌های گرافیکی علاوه بر قدرت و مشخصات فنی پردازنده‌های گرافیکی، عوامل مختلفی بر افزایش بازده پردازش و کاهش زمان حل مؤثر هستند؛ ازجمله دسترسی هم‌مکان به حافظه سراسری (Coalesced Memory Access)، معطل نماندن نخ‌های محاسباتی در طول پردازش و درگیر بودن آن‌ها و استفاده درست از حافظه مشترک که در بخش‌های بعدی به تفصیل به آن‌ها پرداخته خواهد شد.

روش‌های حل دستگاه معادلات سه‌قطری

یک حلگر دستگاه معادلات سه‌قطری، الگوریتمی است که بردار مجهولات x را در $Ax = d$ می‌یابد، که A ماتریس ضرایب با سه قطر غیرصفر و d برداری با

مرحله است: الف) کاهش پیش‌رو توسط معادلات (۱ و ۲)، ب) جایگزینی پس‌رو یعنی معادله (۳).

$$c'_1 = \frac{c_1}{b_1}, c'_i = \frac{c_i}{b_i - c'_{i-1}a_i} \quad (1)$$

$$i = 2, 3, \dots, n-1$$

$$d'_1 = \frac{d_1}{b_1}, d'_i = \frac{d_i - d'_{i-1}a_i}{b_i - c'_i a_i} \quad (2)$$

$$i = 2, 3, \dots, n$$

$$x_n = d'_n, x_i = d'_i - c'_i x_{i+1} \quad (3)$$

$$i = n-1, n-2, \dots, 1$$

الگوریتم کاهش متناوب. الگوریتم کاهش متناوب نیز مانند الگوریتم توماس یک الگوریتم دو مرحله‌ای است: الف) کاهش پیش‌رو، ب) جایگزینی پس‌رو [2]. در مرحله پیش‌رو، الگوریتم اندازه دستگاه را در هر مرحله به نصف کاهش می‌دهد و این روند را ادامه می‌دهد تا جایی که به دو معادله مستقل برسد. در هر مرحله مقادیر قطر اصلی و قطرهای بالا و پایین و سمت راست معادله طبق معادلات (۴-۶) تغییر می‌کنند. پس از آن‌که با استفاده از معادلات (۴-۶)، دستگاهی به اندازه ۲ در ۲ حاصل شد، این دستگاه دو معادله‌ای با روش‌های مرسوم حل می‌شود. در ادامه با استفاده از معادله (۷) می‌توان تمام مجهولات دیگر را به دست آورد. این مرحله جایگزینی پس‌رو نام دارد.

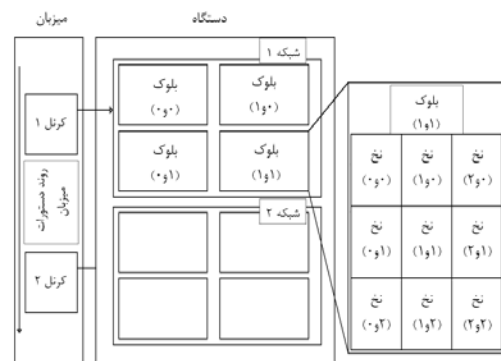
$$a'_i = -a_{i-1}k_1, b'_i = b_i - c_{i-1}k_1 - a_{i+1}k_2 \quad (4)$$

$$c'_i = -c_{i+1}k_2, d'_i = d_i - d_{i-1}k_1 - d_{i+1}k_2 \quad (5)$$

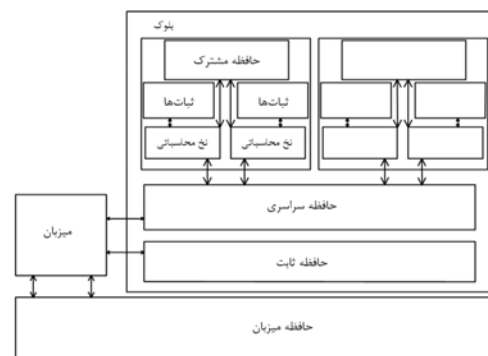
$$k_1 = \frac{a_i}{b_{i-1}}, k_2 = \frac{c_i}{b_{i+1}} \quad (6)$$

$$x_i = \frac{d'_i - a'_i x_{i-1} - c'_i x_{i+1}}{b'_i} \quad (7)$$

مقادیر معلوم است. در ماتریس ضرایب نیز سه قطر اصلی، قطر بالا و قطر پایین به ترتیب با a و c و b نمایش داده شده‌اند. الگوریتم‌های متفاوتی برای حل چنین دستگاه معادلاتی وجود دارد اما به این دلیل که الگوریتم توماس یک الگوریتم بسیار سریع است برای به چالش کشیدن توانایی و سرعت پردازنده‌های گرافیکی در حل مسائل، انتخاب شده است. در این تحقیق الگوریتم توماس رایج و شناخته شده به نام الگوریتم توماس کلاسیک ذکر می‌شود تا از رهیافت توماس با رویکرد موازی که در ادامه معرفی می‌شود تمایز داده شود.



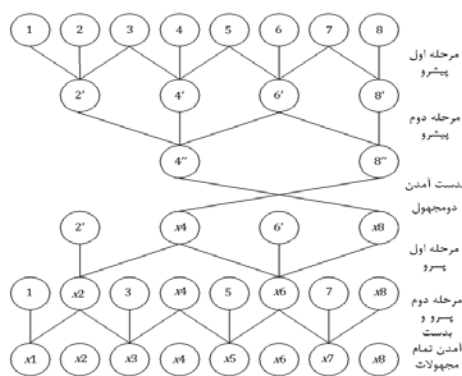
شکل ۱ ساختار پردازش موازی در روند اجرای برنامه



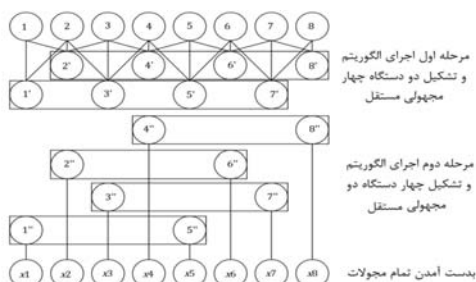
شکل ۲ ساختار حافظه در پردازنده گرافیکی

الگوریتم توماس کلاسیک. یکی از سریع‌ترین و پرکاربردترین الگوریتم‌های حل دستگاه معادلات الگوریتم توماس است. الگوریتم توماس شامل دو

رهیافت توماس موازی. رهیافت توماس موازی از این موضوع نشئت می‌گیرد که در مسائل با بیش از یک بعد، هر سطر از شبکه عددی (باتوجه به معادلات ۱۲ و ۱۳) می‌تواند یک دستگاه سه قطری تشکیل دهد که هر سطر یا هر دستگاه مستقل از دستگاه‌های دیگر می‌تواند حل شوند. در این روش وظیفه حل هر سطر یا هر دستگاه معادله سه قطری به یک نخ محاسباتی سپرده می‌شود. همان‌طور که در شکل (۵) مشخص است هر نخ محاسباتی می‌تواند یک دستگاه معادله را توسط الگوریتم توماس کلاسیک و مستقل از دستگاه‌های دیگر حل نماید. هر نخ محاسباتی با استفاده از معادلات (۳-۱) می‌تواند دستگاه مربوط به خود را حل نماید. مزیت این روش این است که از سرعت الگوریتم توماس بهره می‌برد و این بهره زمانی که چندین نخ به‌طور هم‌زمان شروع به حل با این الگوریتم می‌کند، چند برابر می‌شود.



شکل ۳ الگوریتم کاهش متناوب برای یک دستگاه ۸ معادله و ۸ مجهول



شکل ۴ مراحل الگوریتم کاهش متناوب موازی برای یک دستگاه ۸ مجهولی

شکل (۳) نشان دهنده الگوی الگوریتم کاهش متناوب برای یک دستگاه به‌اندازه ۸ در ۸ است. با سه بار اجرای الگوریتم روی دستگاه معادلات، با نصف شدن اندازه دستگاه در هر مرحله، در مرحله سوم دو معادله با دو مجهول به دست می‌آید که به سادگی قابل حل است.

الگوریتم کاهش متناوب موازی. الگوریتم کاهش متناوب موازی، یک الگوریتم بهبودیافته بر پایه الگوریتم کاهش متناوب است. اما برخلاف الگوریتم کاهش متناوب فقط دارای یک مرحله است و آن مرحله کاهش پیش‌رو است. تفاوت دیگر این دو الگوریتم این است که در الگوریتم کاهش متناوب موازی در هر مرحله ضرایب تمام معادلات تغییر می‌کنند. برای مثال در شکل (۴) مراحل الگوریتم کاهش متناوب موازی برای یک دستگاه ۸ معادله ۸ مجهول به صورت شماتیک نشان داده شده‌اند. در هر مرحله از الگوریتم کاهش متناوب موازی دستگاه معادلات به دو دستگاه کاملاً مستقل تبدیل می‌شوند. مرحله پیش‌رو در الگوریتم کاهش متناوب موازی بر پایه الگوریتم کاهش متناوب است و از معادلات (۶-۴) پیروی می‌کند. اما به جای مرحله پیش‌رو که به دست آوردن مجهولات با استفاده از معادله (۷) است، الگوریتم کاهش متناوب موازی به تعداد مشخصی دستگاه دو معادله دو مجهول می‌رسد که به صورت موازی این دستگاه‌های مستقل قابل حل هستند. یکی از برتری‌های الگوریتم کاهش متناوب موازی بر الگوریتم کاهش متناوب در همین امر است که در هر لحظه تمام نخ‌های محاسباتی در حال انجام وظایف خود هستند، اما در الگوریتم کاهش متناوب در بیشتر مراحل، تعدادی از نخ‌های محاسباتی معطل می‌مانند و همین موضوع در عملکرد این الگوریتم تأثیر منفی دارد. بهترین حالت در پردازش موازی این است که در اجرای برنامه تمام نخ‌ها درگیر محاسبات باشند.

هندسه مسئله و معادلات حاکم

برای به کار بردن الگوریتم‌های معرفی شده و بررسی عملکرد، دقت و سرعت این الگوریتم‌ها در مقایسه با الگوریتم توماس کلاسیک، مسئله جریان درون حفره در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی جریان درون حفره یکی از رایج‌ترین مسائل در دینامیک سیالات محاسباتی است، و تاکنون محققان بسیاری در مورد تمام جوانب این مسئله بحث و گفتگو کرده‌اند، و نتایج این تحقیقات منتشر شده‌اند [11-14]. این مسئله به علت هندسه و شرایط مرزی ساده‌ای که دارد، معمولاً در روش‌های جدید عددی از نتایج آن به عنوان یک نمونه اعتبارسنجی استفاده می‌کنند. در این مقاله، مسئله جریان درون حفره برای رینولدزهای ۱۰۰، ۴۰۰ و ۱۰۰۰ و در حالت پایدار بررسی و نتایج با مرجع [11] مقایسه شده‌اند. برای شبیه‌سازی جریان درون حفره، روش تفاضل محدود روی معادلات تابع جریان-تاوایی اعمال شده است. معادلات تابع جریان-تاوایی بر مبنای تعریف تاوایی و تابع جریان به دست می‌آیند. تابع جریان توسط معادله (۸) و تاوایی نیز توسط معادله (۹) تعریف می‌شوند. هم‌چنین معادله (۱۰) معادله جابه‌جایی-پخشی برای تاوایی است.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8)$$

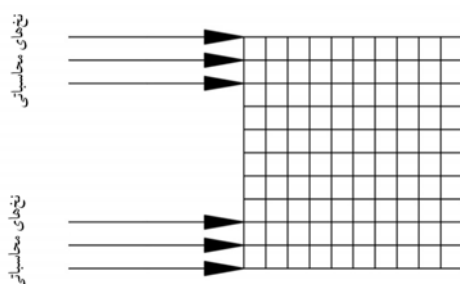
$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (9)$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

با قرار دادن معادله (۸) در معادله (۹)، رابطه‌ای بین تابع جریان و تاوایی به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (11)$$

با استفاده از معادلات (۱۰ و ۱۱) می‌توان جریان لزج تراکم‌ناپذیر دوبعدی را در یک هندسه مستطیلی بدون نیاز به حل معادله پیوستگی تحلیل کرد. در این مسئله به سبب جریان بدون لغزش روی دیواره‌ها، مؤلفه‌های سرعت روی دیواره‌های ثابت صفر است. بنابراین با توجه به معادله (۸) می‌توان نتیجه گرفت که تابع جریان روی این دیواره‌ها یک عدد ثابت است (مثلاً $\psi = 0$).



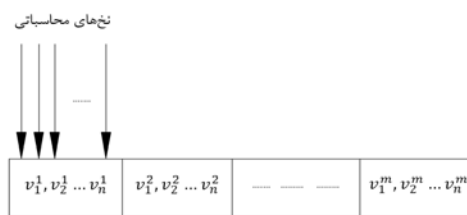
شکل ۵ ساختار نخ‌های محاسباتی برای اجرای رهیافت توماس موازی روی یک شبکه عددی

شرایط مرزی برای تاوایی روی مرزها نیز با استفاده از معادله (۱۱) به دست می‌آیند. برای حل معادلات، یک شبکه عددی همانند شکل (۶) در نظر گرفته می‌شود و معادلات (۱۰ و ۱۱) با روش تفاضل محدود مرکزی گسسته می‌شوند و با مرتب کردن معادلات به ترتیب، معادلات (۱۲ و ۱۳) به دست می‌آیند که به شکل سه قطری مرتب شده‌اند. که $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ و i و j اندیس‌های گره‌های شبکه محاسباتی هستند. برای این تحقیق $\beta = 1$ در نظر گرفته شده است.

$$\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} - 2(1 + \beta^2)\psi_{i,j} = -\Delta x^2 \omega_{i,j} - \beta^2(\psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1}) \quad (12)$$

$$\omega_{i+1,j} \left(1 + \frac{u_{i,j} \Delta x}{2\nu} \right) + \omega_{i-1,j} \left(1 - \frac{u_{i,j} \Delta x}{2\nu} \right) - 2(1 + \beta^2)\omega_{i,j} = \beta^2(\omega_{i,j+1} + \omega_{i,j-1}) - \frac{\beta v_{i,j} \Delta x}{2\nu} (\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j-1}) \quad (13)$$

(۷ و ۸) به ترتیب دسترسی هم‌مکان و دسترسی غیرهم‌مکان (UnCoalesced Memory Access) به مقادیر یک متغیر دوبعدی ذخیره شده در حافظه سراسری توسط نخ‌های محاسباتی نشان داده شده‌اند. در شکل‌های (۷ و ۸) اندیس پایین‌نویس بیانگر شماره ستون و اندیس بالانویس بیانگر شماره سطر است.



حافظه سراسری

شکل ۷ دسترسی هم‌مکان نخ‌های محاسباتی به حافظه سراسری



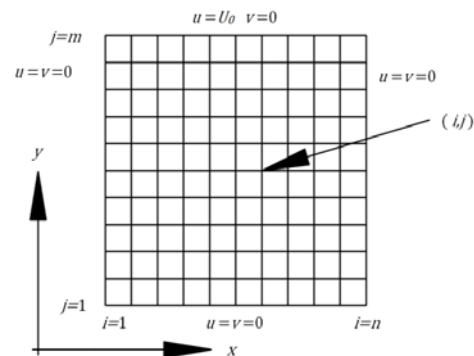
حافظه سراسری

شکل ۸ دسترسی غیرهم‌مکان نخ‌های محاسباتی

به حافظه سراسری

بحث نتایج

در این قسمت ابتدا به بررسی صحیح بودن نتایج حل عددی و مقایسه با نتایج مرجع [11] پرداخته شده است. در این قسمت تمام نتایج برای تطابق با مرجع [11] بی‌بعد گزارش شده‌اند، که عبارتند از $V = \left(\frac{v}{U_0}\right)$ ، $X = \left(\frac{x}{L}\right)$ ، $Y = \left(\frac{y}{L}\right)$ و $\Omega = \left(\frac{\omega L}{U_0}\right)$. در شکل (۹) مؤلفه عمودی سرعت روی خط $Y=0.5$ حاصل از حل مسئله توسط رهیافت توماس و دو الگوریتم کاهش متناوب و کاهش متناوب موازی گزارش و با مرجع [11] مقایسه شده است. به همین ترتیب مؤلفه افقی سرعت نیز روی خط $X=0.5$ در شکل (۱۰) مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. در شکل‌های



شکل ۶ شبکه عددی برای روش تفاضل محدود و شرایط مرزی سرعت

پیاده‌سازی الگوریتم روی پردازنده گرافیکی

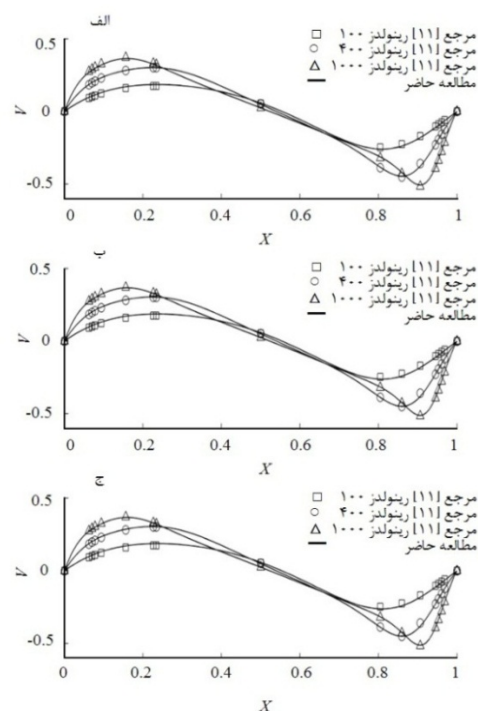
مسئله دیگری که در این تحقیق بررسی شده است، ارزیابی تأثیر به‌کار بردن مفهوم دسترسی هم‌مکان به حافظه در زمان حل است. در ساختار سخت‌افزار حافظه دستگاه و میزبان، متغیرها به صورت خطی ذخیره می‌شوند. به عنوان مثال اگر یک ماتریس در حافظه ذخیره شده باشد، درایه اول از سطر اول ماتریس در مکان مشخصی از حافظه ذخیره می‌شود و به ترتیب درایه‌های بعدی در ادامه ذخیره می‌شوند تا آخرین درایه سطر اول، بعد از آن اولین درایه سطر دوم آدرس‌دهی و ذخیره‌سازی می‌شود و به همین ترتیب این روند تکرار می‌شود. برای میزبان به علت این‌که ساختار ترتیبی دارد در هر لحظه پردازنده فقط به یک قسمت حافظه نیاز دارد اما در مورد پردازنده گرافیکی به علت این‌که چندین پردازنده هم‌زمان در حال پردازش هستند و طبیعتاً هر پردازنده بنا بر دستوری که اجرا می‌کند ممکن است به مقادیر ذخیره شده در قسمت‌های مختلف حافظه نیاز داشته باشد و در واقع فراخوانی هم‌زمان مقادیر از قسمت‌های مختلف حافظه باتوجه به پهنای باند حافظه، می‌تواند سرعت پردازنده گرافیکی را تا حد چشم‌گیری کاهش دهد. برای حل این مشکل در پردازش موازی باید دقت شود که نخ‌های محاسباتی هنگام پردازش به یک منطقه از حافظه نیاز داشته باشند که با یک‌بار فراخوانی از حافظه نیاز تمام نخ‌ها برآورده شود. در شکل‌های

نتیجه گیری

در این تحقیق دو الگوریتم کاهش متناوب و کاهش متناوب موازی برای اجرا روی پردازنده‌های گرافیکی معرفی شدند و هم‌چنین برپایه الگوریتم توماس کلاسیک، این ایده مطرح شد که می‌توان دستگاه معادلات مربوط به هر سطر محاسباتی را مستقل از دیگر دستگاه‌ها حل کرد و این نکته منجر به استفاده رهیافت توماس موازی شد. با پیاده‌سازی این الگوریتم‌ها روی پردازنده گرافیکی، اجرا و حل مسئله جریان درون حفره، نتایج حاصل از حل توسط پردازنده گرافیکی با نتایج حل روی پردازنده مرکزی و مرجع [11] از تطابق قابل قبولی برخوردار بودند. افزایش سرعت زمان حل برای اندازه‌های مختلف شبکه از 64×64 تا 1024×1024 نسبت به زمان حل پردازنده مرکزی، برای الگوریتم کاهش متناوب بین $0/4$ تا $4/4$ به دست آمد و برای الگوریتم کاهش متناوب موازی از $0/47$ تا $5/2$ متغیر بود. اما رهیافت توماس موازی نیز با دو نوع رویکرد متفاوت از نوع دسترسی به حافظه سراسری مورد بررسی قرار گرفت. در زمانی که دسترسی از نوع هم‌مکان صورت گرفت حداکثر $38/5$ و در دسترسی غیرهم‌مکان تا $20/3$ برابر، افزایش سرعت حاصل می‌شد. در دسترسی هم‌مکان در تمام اندازه‌های شبکه محاسباتی رهیافت توماس موازی در حل مسئله افزایش سرعت نشان داد اما هنگامی که نوع دسترسی به حافظه بهینه نبود، سرعت حل بالا نبود و حتی در اندازه شبکه 64×64 کاهش سرعت نسبت به زمان حل پردازنده مرکزی ثبت شد. روش اجرای رهیافت توماس موازی به گونه‌ای است که برای دیگر روش‌های حل نیز کاربرد خواهد داشت. زمانی که بتوان هر سطر محاسباتی را مستقل از دیگر سطرها حل نمود، محاسبات هر سطر را یک نخ محاسباتی می‌تواند به‌عهده گیرد خواه دستگاه معادله تشکیل شده سه قطری باشد، خواه پنج قطری؛ یعنی می‌توان معادلات را با

(۹ و ۱۰) مقادیر برای نتایج حل با یک شبکه 128×128 ارائه شده‌اند.

در شکل (۱۱) افزایش سرعت زمان حل مسئله جریان درون حفره توسط اجرای رهیافت توماس، الگوریتم کاهش متناوب و کاهش متناوب موازی روی پردازنده گرافیکی با زمان حل مسئله توسط پردازنده مرکزی و اجرای الگوریتم توماس کلاسیک برای ۱۰۰۰ تکرار در رینولدز ۱۰۰۰ مقایسه شده‌اند. در شکل (۱۲) افزایش سرعت رهیافت توماس موازی اجرا شده روی پردازنده گرافیکی، با دسترسی‌های هم‌مکان و غیرهم‌مکان نسبت به الگوریتم توماس کلاسیک اجرا شده روی پردازنده مرکزی، مقایسه شده‌اند. مشخص است که در هر تعداد گره محاسباتی سرعت الگوریتم با دسترسی هم‌مکان حدوداً دو برابر سرعت الگوریتم با دسترسی غیرهم‌مکان است.



شکل ۹ نمایش مؤلفه عمودی سرعت روی خط

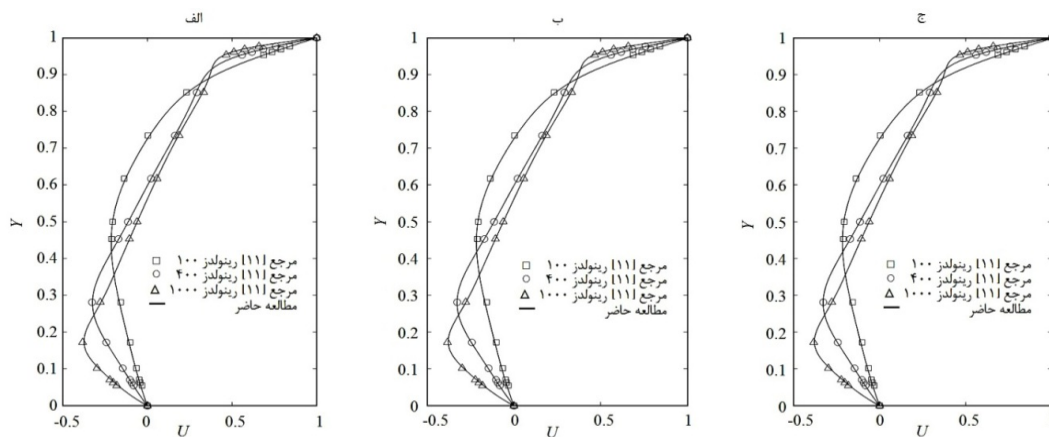
$Y = 0/5$ برای سه عدد رینولدز ۱۰۰، ۴۰۰ و ۱۰۰۰ حاصل از

نتایج: (الف) رهیافت توماس موازی، (ب) الگوریتم کاهش

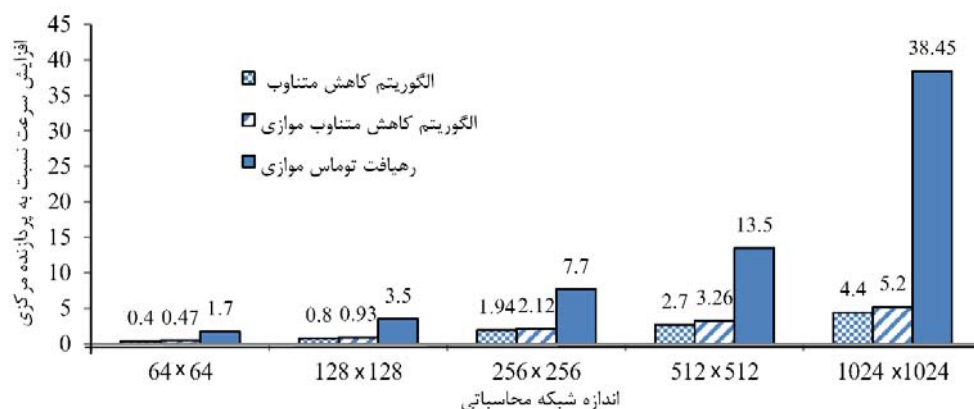
متناوب، (ج) الگوریتم کاهش متناوب موازی

موازی بهره گرفت. از دیگر مزیت‌های رهیافت توماس موازی، محدود نبودن اندازه دستگاه معادلات به 2^n ذکر شد. این توانایی می‌تواند گستره کاربرد این رهیافت را افزایش دهد. در نهایت از نتایج ارائه شده می‌توان دریافت که استفاده از پردازنده‌های گرافیکی به عنوان شتاب‌دهنده به محاسبات عددی، یک ابزار کارآمد و بسیار سریع و مقرون به صرفه به حساب می‌آیند و می‌توان در آینده برای تحقیقات گوناگون از قدرت آنها سود برد.

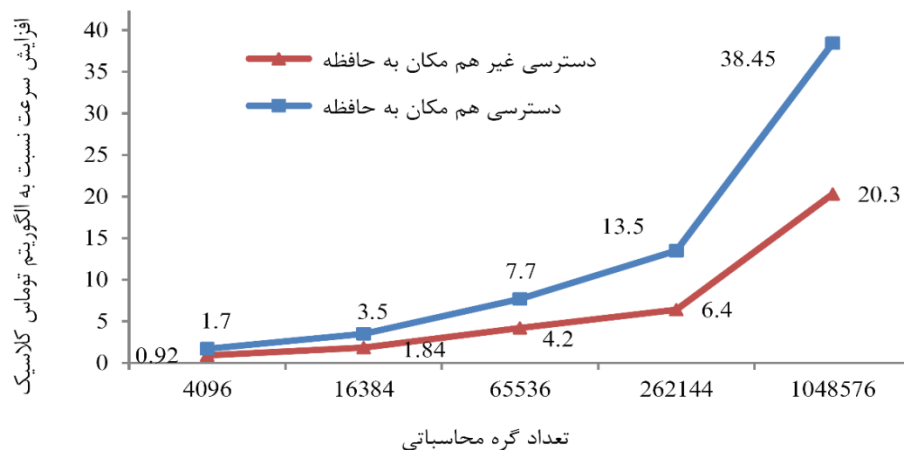
مرتبه بالاتر گسسته کرد (افزایش درگیری تعداد گره‌های محاسباتی) که طبیعتاً ماتریس ضرایب از حالت سه قطری خارج می‌شود و برای مثال به یک ماتریس پنج قطری تبدیل می‌گردد. در این شرایط می‌توان از روش‌هایی نظیر به کار بردن الگوریتم توماس بلوکی برای هر سطر یا مطابق مراجع [15, 16] اعمال روش ضمنی برای متغیر فشرده (ADI Compact) به منظور تبدیل معادلات گسسته مرتبه بالاتر به یک دستگاه سه قطری، استفاده نمود و سپس برای حل آنها از الگوریتم‌های معرفی شده و ترجیحاً رهیافت توماس



شکل ۱۰ نمایش مؤلفه افقی سرعت روی خط $X = 0.5$ برای سه عدد رینولدز ۱۰۰، ۴۰۰ و ۱۰۰۰ حاصل از نتایج: (الف) رهیافت توماس موازی، (ب) الگوریتم کاهش متناوب، (ج) الگوریتم کاهش متناوب موازی



شکل ۱۱ نمایش افزایش سرعت زمان حل الگوریتم‌های موازی برای رینولدز ۱۰۰۰ در طی ۱۰۰۰ تکرار



شکل ۱۲ مقایسه افزایش سرعت پردازش موازی در برابر پردازنده مرکزی در حالت دسترسی هم مکان و غیرهم مکان به حافظه برای تعداد گره محاسباتی مختلف در رینولدز ۱۰۰۰

v مؤلفه عمودی سرعت (ms-1)

V مؤلفه عمودی سرعت (بدون بعد)

x محور طول (m)

X محور طول بدون بعد

y محور عرض (m)

Y محور عرض بدون بعد

علائم یونانی

ψ تابع جریان (m² s-1)

ω تاوایی (s-1)

Ω تاوایی (بدون بعد)

u لزجت سینماتیکی (m² s-1)

فهرست علائم

a قطر پایین در ماتریس سه قطری

A ماتریس ضرایب

b قطر اصلی در ماتریس سه قطری

c قطر بالا در ماتریس سه قطری

d بردار مقادیر معلوم

i شمارنده گره محاسباتی در راستای محور طول

j شمارنده گره محاسباتی در راستای محور عرض

L مقدار طول و عرض حفره (m)

m تعداد سطرها

n تعداد ستونها

U_0 سرعت روی مرز متحرک (ms-1)

u مؤلفه افقی سرعت (ms-1)

U مؤلفه افقی سرعت (بدون بعد)

مراجع

1. Accessed 30 November, 2014; <http://www.top500.org/>.
2. Zhang, Y. Owens, J.D. and Cohen, J., "Fast Tri-diagonal Solvers on the GPU", *Proceeding of the 15th ACM SIGPLAN Symposium on Principles and Practice of Parallel Programming*, Bangalore, January 09-14, (2010).

3. Gddecke, D. and Strzodka, R., "Cyclic Reduction Tri-diagonal Solvers on GPUs Applied to Mixed-Precision Multigrid", *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, Vol. 22, No. 1, (2011).
4. Davidson, A., Zhang, Y. and Owens, J.D., "An Auto-tuned Method for Solving Large Tri-diagonal Systems on the GPU", in *Proceedings of the 25th IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium*, Anchorage, Alaska, (2011).
5. Egloff, D., "High performance finite difference PDE solvers on GPUs", Quant Alea GmbH, Technical report, February (2010).
6. Kim, H.S., Chang, L.W., Wu, S. and Hwu, W.W., "A Scalable Tri-diagonal Solver for GPUs", *International Conference on parallel processing*, Taipei, pp. 444-453, 13-16 Sept. (2011).
7. Tutkun, B. and Edis, F.O., "A GPU application for high-order compact finite difference scheme", *Computers & Fluids*, Vol. 55, No. 11, pp. 29-35, (2012).
8. Esfahanian, V., Darian, H.M. and Gohari, S.M.I. "Assessment of WENO schemes for numerical simulation of some hyperbolic equations using GPU", *Computers & Fluids*, Vol. 80, pp. 260-268, (2012).
9. Esfahanian, V., Baghapour, B., Torabzadeh, M. and Chizari, H., "An efficient GPU implementation of cyclic reduction solver for high-order compressible viscous flow simulations", *Computers & Fluids*, Vol. 92, pp. 160-171, (2014).
10. Darian, H.M. and Esfahanian, V. "Assessment of WENO schemes for multi-dimensional Euler equations using GPU", *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 76, pp. 961-981, (2014).
11. Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier Stokes equations and a multigrid method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, No. 3, pp. 387-411, (1982).
12. Bicudo, P. and Cardoso, N., "Time dependent simulation of the Driven Lid Cavity at High Reynolds Number", *Physics of Fluid Dynamics*, Vol. 1, pp. 1-20 (2009).
13. Erturk, E., "Discussions on Driven Cavity Flow", *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 60, pp. 275-294, 2009.
14. Poochinapan, K., "Numerical Implementations for 2D Lid-Driven Cavity Flow in Stream Function Formulation", *ISRN Applied Mathematics*, Vol. 2012, Article ID 871538, pp. 1-17, (2012).
15. Tiana, Z.F. and Geb, Y.B., "A Fourth-Order Compact ADI Method for Solving Two-Dimensional Unsteady Convection-Diffusion Problems", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 198, No. 1, pp. 268 - 286, (2007).
16. Erturk, E., "Numerical Performance of Compact Fourth Order Formulation of the Navier-Stokes equations", *Communications in Numerical Methods in Engineerin*, Vol. 24, pp. 2003-2019, (2008).

5- Boundary conditions

To satisfy equilibrium equations in each grid node, boundary conditions should be considered. In other words, compatibility relations should be satisfied in addition to the equilibrium equations for structural analysis. Compatibility relations are obtained from boundary conditions. These equations can be written according to displacements or forces. In general, compatibility relations consist of two parts. One of them is displacement's boundary conditions, while the other one is the force's compatibility relations.

If displacements of nodes are specified, their equilibrium equations are ignored in the system. In other words, DR relations are not written in these nodes. For example, equilibrium equations are not written in simple and clamp supports. The support displacements are considered by this method.

If load's value is specified in the boundaries, their effect should be considered in the equilibrium equations. These loads are called forces compatibility. In the finite difference procedure, the solution process is performed in two steps, which are the overall and exact approach to satisfy boundary conditions. At the first stage, problem is solved without force compatibility conditions. Force compatibility conditions are applied at the second step.

There are two methods for establishing force compatibility conditions. At the first technique, the specified boundary forces are directly applied to equilibrium equations of adjacent nodes. Another method is alteration force conditions with equivalent displacement relations.

6- The F factor

In this section, various bending plates are analyzed. The F factor is changed from 0.1 to 3. The variable damping is used for all samples. Note that the constant damping does not cause any change in the results. The convergence criterion is the velocity error, and the DR iterations are stopped when the velocity is less than 10^{-5} in X, Y and Z directions.

Numerical samples show that the following value can be used to estimate the F factor based on the plate deflection in the large-displacement theory. If the ratio of deflection to the thickness is less than 1.5, $F=2-3$. For the ratio between 1.5 to 2, $F=1.5-2$ and for the ratio greater than 2, $F=0.5-1$.

7- The constant and variable damping

Here, the constant and variable damping are compared. Previous samples are used. The convergence criteria utilized in this study are the velocity error, kinetic energy error and the displacement ratio of the two successive iterative steps. For the velocity error, DR iterations are stopped when the velocity is less than 10^{-5} in X, Y and Z directions. Based on the previous section, the F factor is set 0.75. In this paper, the numbers of total iterations and total analysis duration are compared.

Numerical results show that the variable damping decreases the number of iterations and analysis time

based on the velocity convergence criterion. The samples utilized in this study were ordinary plates in which the analysis duration is reduced 10% by using both the variable damping and the velocity criterion. If the plate's geometry is complex, this 10% reduction is very beneficial and significant.

8- Conclusion

The finite difference approach doesn't require the employment of stiffness matrix, element force vectors as well as assembling process. These are the advantages of finite difference procedure to other methods. Therefore, the number of iterations and the duration of analysis decrease. Moreover, computers with low processing power can be used. The finite difference scheme with the DR process is used to analyze geometric nonlinear bending plates. The fictitious mass is calculated by Cassell and Hobbs's method. Both constant and variable damping is assumed in this study. The damping is estimated by $c_{a_{i,j}} = m_{a_{i,j}} (F)^{-1}$. A value was determined for

F so that the convergence criteria is satisfied. It is worth emphasizing that the convergence rate is dependent on the load value and mesh, in addition to F. Results show that the convergence is satisfied for any load with fine mesh and $F=0.75$. In small-displacement theory, F factor can be chosen very greater than 0.75 so that the convergence rate increases.

Furthermore, samples were analyzed with the constant and variable damping by $F=0.75$. Three criteria for convergence of the variable damping method were utilized by the authors. These are the velocity error, kinetic energy error and the displacement ratio of the two successive iterative steps. The velocity criterion was applied for the constant damping. The loads were applied into forty increments. The previous increment results were used to increase the convergence rate. The allowable error was obtained by a trial-and-error process for the kinetic energy criterion and the displacement ratio of two successive iterative steps so that the deflection at the maximum load equals to the deflection based on the velocity criterion. Numerical results show that the proposed algorithm reduced the number of iterations and the analysis duration. The minimum decrease was 10%. Hence, it is recommended that both the variable damping and the velocity criterion be applied in the DR procedure with the finite difference scheme. Moreover, it was concluded that the displacement criterion had the minimal effect, and the answers were the worst ones.

Variable Damping in Geometric Nonlinear Plate Bending Analysis Using Dynamic Relaxation

M. Rezaiee-Pajand¹, H. Estiri²

1- Introduction

Bending plate structures are important in mechanical and civil engineering. Therefore, a great deal of research has been done to describe their behavior. Moreover, closed-form and numerical solutions are proposed for these structures.

The analysis of elastic plates with large deformations is very complicated and there are a few approaches for finding an exact solution. Numerical and approximate solution procedures have been developed for large displacements with the increasing processing power of modern computers. One of these tactics is called dynamic relaxation (DR). This method employs the Second-Order Richardson approach. This scheme was developed by Frankel. The static equilibrium equations are converted to a fictitious dynamic system in this way.

In this study, geometrically nonlinear bending analysis of plates is performed using DR and finite difference methods. At the first stage, the damping factor is obtained so that the convergence is achieved. It should be added that in the common DR formulation, the damping is constant in the DR iterations. Here, the variable damping is used. In this kind of damping, the constant mass and the variable mass are applied. The constant mass does not change during analysis, while the variable mass is updated at each iteration. In many problems, researchers applied the velocity criterion for the convergence of the plates' analysis by utilizing the DR and finite difference. Based on the velocity criterion, the structure will reach a static equilibrium if the velocity is less than the allowable error in the DR iterations. In this paper, three criteria are used to stop the analysis; the velocity, the kinetic energy and the displacement ratio of the two successive iterative steps. Afterwards, a comparison study is performed between them.

2- The dynamic relaxation method

Dynamic relaxation is one of the explicit methods to solve a system of simultaneous equations. In this process, a fictitious mass and a fictitious damping are added to static structural equations to obtain the following fictitious dynamic system:

$$[M]^n \left\{ \ddot{X} \right\}^n + [C]^n \left\{ \dot{X} \right\}^n + [S]^n \{X\}^n = \{f\}^n = \{P\} \quad (1)$$

The terms M and C are the fictitious mass matrix and the damping matrix, respectively. Both are diagonal. The displacement, velocity and acceleration are demonstrated by X , $\dot{X}$, and $\ddot{X}$, correspondingly. Moreover, the number of iterations is denoted by n . The stiffness matrix; external internal load vectors are shown by S , P and f , respectively. To solve Eq. (1), the inertia and damping forces should become zero.

In the DR approach, the velocity variations are assumed to be linear and the acceleration is supposed to be constant for each time step t . Thus, the following equalities can be obtained for the iterative relations of this tactic by using central finite differences:

$$\dot{X}_i^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2m_{ii}^n - C_{ii}^n t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} \dot{X}_i^{n-\frac{1}{2}} + \frac{2t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} (p_i - f_i^n) \quad (2)$$

$$X_i^{n+1} = X_i^n + t^{n+\frac{1}{2}} \dot{X}_i^{n+\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots, \text{ndof} \quad (3)$$

3- DR and bending plates

In this section, the DR finite difference formulas are obtained for geometric nonlinear bending plates. For this purpose, equilibrium differential equations, the strain-displacement relation, the curvature-displacement relation and internal forces' formula are applied. It should be emphasized that the middle surface has a strain in the large-deflection theory in contrast to the small-deflection theory. Eq. (4) shows the velocity for each degree of freedom.

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} \right)^a = \frac{1}{1 + C_\alpha^*} \left[(1 - C_\alpha^*) \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} \right)^b + \frac{t^a}{m_\alpha} (EQ_i) \right] \quad (4)$$

Here, the equilibrium differential equation at α direction is shown by EQ_i . The symbol α can be u , v and w , which are displacements in X , Y and Z directions, respectively. The in-plane displacements are denoted by u and v . Moreover, the lateral displacement (deflection) is w . Furthermore, $C_\alpha^* = \frac{c_\alpha t^a}{2m_\alpha}$, in which the term c_α is damping factor.

4- The DR Stability

Stability of dynamic relaxation iterations depends on the estimation of appropriate mass and damping matrices. In this research, the absolute values of the stiffness matrix entries in a row are calculated and summed to find the nodal mass in each iteration. This summation is established by two parts. One of them is constant during the analysis, whereas the other one should be calculated in each iteration. The in-plane forces' sign plays an important role in the numerical stability of sum of entries in the out-of-plane equilibrium differential equation. In other words, the stiffness is decreased if the in-plane force's sign is minus.

¹ Corresponding Author: Professor, Department of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, mrpajand@yahoo.com

² PhD Student, Ferdowsi University of Mashhad

The SPL directivity patterns investigations show that for 0° angle of attack the sound pressure level has maximum value at the 0° and 180° directions and minimum at the 90° and 270° . The sound pressure field is shaped by the Aeolian tones that is related strongly to the lift fluctuations of the bluff body. For sound field that is generated by the lift, the sound waves radiates at $\pm 90^\circ$ directions in respect to the free stream. The sound pressure level originated due to the lift fluctuation at three values of far field distance and for Reynolds number of 5000 and 45° angle of attack is plotted in Figure 4.

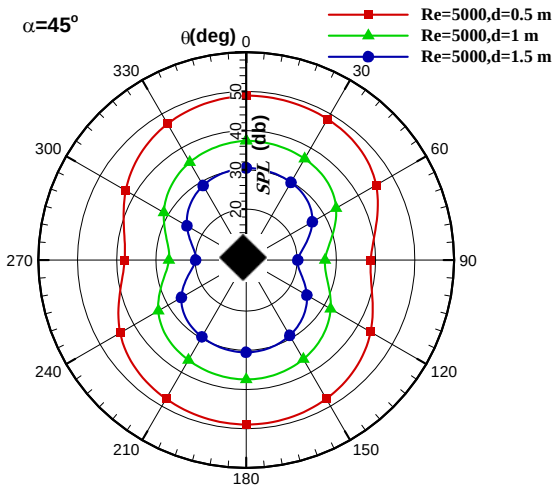


Fig.4. directivity patterns for $Re=5000$ at 45° angle of attack

Sound pressure level on the surface of a square cylinder at incidence are also investigated for six angles of attack. The results show that the SPL on the surface is not so correlated with the Reynolds number. The minimum sound pressure level on the surface occurs at 13° angle of attack, the same as the sound pressure level in the acoustical far field. Fig.5 shows the Sound pressure level on the rod surface for Reynolds numbers of 46000 and 69000 for 13° angle of attack.

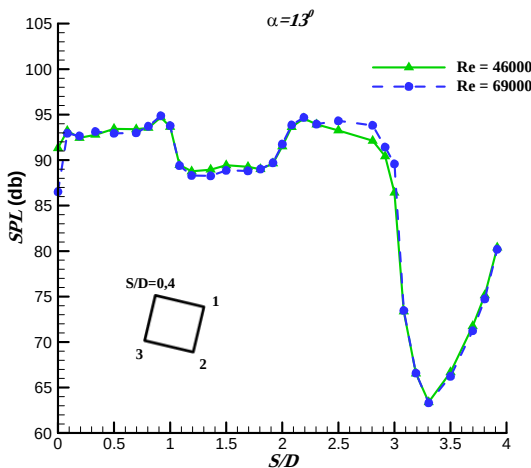


Fig.5. Sound pressure level on the rod surface for Reynolds numbers 46000 and 69000 at Angle of attack 13°

4- Conclusion

In the present study flow characteristics and SPL in the acoustical far field and on the surface of a square cylinder at incidence are investigated for six angles of attack. Flow around square cylinder is modelled using large eddy simulation method. The flow simulation is conducted using Fluent commercial software. The results of drag coefficient, mean and root mean squared (*rms*) value of lift coefficient, and sound pressure level in acoustical far field compared with the numerical and experimental results data from the literature. The results of the present study show good agreement with the available experimental and numerical results. The trend of SPL variation was in agreement with the other investigations and minimum of both *rms* of lift coefficient and SPL occurred at critical angle of attack.

It is noticed in the present study that Fluent commercial software cannot correctly evaluate the sound pressure level over the surface of a solid body. Hence, by capturing the pressure fluctuations on the surface, sound pressure level in the near field could be calculated by different equations which is used in Fluent. Numerical simulations showed a good trend of variation for sound pressure level (SPL) in acoustical far field. The sound pressure level predicted by numerical simulations has less than 10% difference with the published experimental results. The minimum of sound pressure level occurred at 13° angle of attack which is consistent with the fluctuating lift force acting on the rod which in turn generates the acoustic field. The turbulence level of the flow depends on Reynolds number. By increasing the Reynolds number, the sound pressure level also increases. Although the cost of this numerical simulations by LES (Large Eddy Simulation) is considerably higher than RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) methods, but its predicted flow characteristics as well as far field SPL agree well with the available experimental results.

Numerical Investigation of Flow Induced Sound Around a Square Cylinder at Various Incidence Angles

M. Mohamadrezai¹, A.A. Dehghan², A.Movahedi³

1-Introduction

Flow around bluff bodies such as cylinders in cross-flow is intrinsically unstable. Flow instability leads to fluctuations in the aerodynamic forces. In most cases this phenomenon is dominated by periodic vortex shedding which produces a whistling sound. Design of mitigation measures for noise generated by these bluff bodies requires fundamental understanding of the mechanism of sound generation.

Numerical simulation of turbulent flow is complicated and there is a relation between turbulent flow and acoustic field. The literatures contains few numerical studies reporting solving the details of the turbulent flow and the effect of angle of attack on the sound generated from flow around bluff bodies, specially square cylinder. In the present study flow characteristics and sound pressure level in the acoustical far field and also on the surface of a square cylinder at incidence are investigated for six angles of attack.

2- Geometry and Computational grid

The schematic of 3-D geometry and computational domain are shown in Fig. 1. Parameter D is rod width. The boundary conditions include the no-slip wall conditions on the edges of the cylinder and a uniform inlet velocity from the left face of the domain and zero gauge pressure at exit and up and down faces.

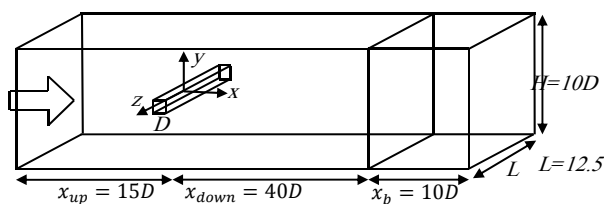


Fig.1. Computational domain

3- Results

The time averaged velocity magnitude in face $z = 0$ for 13° angle of attack shows that flow separation occurs on the front edges and reattachment of the flow occurs on the lower face of the rod. Due to flow separation and reattachment at 13° angle of attack, this angle is named critical angle. (Fig. 2)

When vortex shedding occurs; the acoustic noise originated by lift and drag fluctuations. The *rms* value of the lift coefficient variation at different angle of attack for three Reynolds numbers shows that it follows the same trend as the mean lift coefficient and drag coefficient. The *rms* of the lift coefficient decreases from a high initial value at 0° angle of attack to minimum value for critical angle of attack. The *rms* of the lift coefficient decreases from a high initial value at 0° angle of attack to minimum value for critical angle of attack and increases afterward.

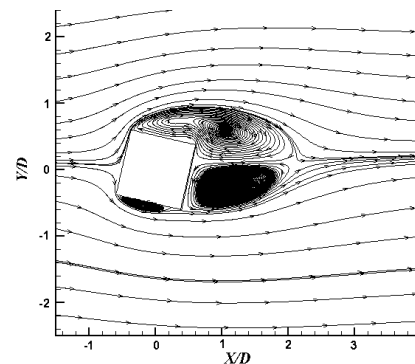


Fig2. The time averaged velocity magnitude in face $z = 0$ for 13° angle of attack

According to results obtained in this study and previous ones, the Strouhal number depends on the angle of attack. The behaviour of Strouhal number as a function of angle of attack show the same trend as *rms* value of lift coefficient for all Reynolds numbers. The Strouhal number increases with angle of attack from 0° to 13° . The maximum value of Strouhal number is occurred in 13° angle of attack and decreases as angle of attack increase from 13° to 45° .

The sound generated by air flow around the square cylinder shown in Fig. 1 is measured by two receivers. The Receivers positions are (0.21m, 0.55m, 0m) and (0.21m, -0.55m, 0m). It follows the same trend as the lift fluctuations. Sound pressure level (SPL), at various angles of attack for three Reynolds numbers is shown in figure 3.

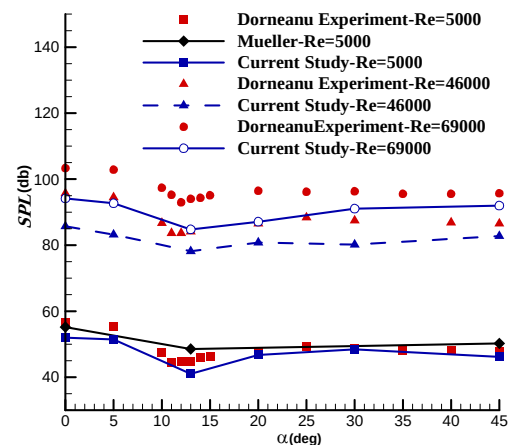


Fig.3. Far field sound pressure level for different angles of attack

¹ M.Sc., Department of mechanical engineering, Yazd University, Yazd, Iran

² Associate Professor, Department of mechanical engineering, Yazd University, Yazd, Iran, adehghan@yazd.ac.ir.

³ Ph.D. student, Department of mechanical engineering, Yazd University, Yazd, Iran

$$[D(\omega)]\{c\} = \begin{bmatrix} -\lambda^3 & k_1 & \lambda^3 & k_1 \\ -k_2 & -\lambda & -k_2 & \lambda \\ -\cos(\lambda L) & \sin(\lambda L) & \cosh(\lambda L) & \sinh(\lambda L) \\ -\sin(\lambda L) & -\cos(\lambda L) & \sinh(\lambda L) & \cosh(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

where $k_1 = \frac{k_w}{EI}$ and $k_2 = \frac{k_\theta}{EI}$. By solving characteristic equation, i.e. $|D(\omega)| = 0$, natural frequencies are obtained. In the following an identification approach is proposed using $[D(\omega)]$. First one can write $[D(\omega)]$ as,

$$D(\omega) = \bar{D}(\omega) + K_j \quad (13)$$

K_j may be expressed as $K_j = k_1 u_1 v_1^T + k_2 u_2 v_2^T$ where,

$$[u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

By substituting natural frequencies $\omega_j, j = 1, 2, \dots, n$ in equation (13) we have,

$$D(\omega_j) = \hat{D}_s(\omega_j) + k_s u_s v_s^T, \quad s = 1 \text{ or } 2 \quad (15)$$

Based on characteristic equation $|D(\omega_j)| = 0$ which will results in the following equation in term of unknown parameters of boundary condition,

$$P_j(k_1, k_2) = P_j(\{k\}) = |\hat{D}_s(\omega_j)| (1 + k_s v_s^T \hat{D}(\omega_j)^{-1} u_s) = 0 \quad (16)$$

$j = 1, 2, \dots, n, \quad s = 1 \text{ or } 2$

The boundary condition parameters can be identified by solving above equation.

4-Identification Using Simulated Results

A beam structure having rectangular cross section is modelled and analyzed in ANSYS in order to obtain its natural frequencies. By substituting natural frequencies in equation (16) and solving it iteratively, the parameters of the boundary condition are identified. The variation of objective function and support parameters during identification are shown in figure 2. The identified parameters are $k_w = 5.829 \times 10^5 \text{ N/m}$ and $k_\theta = 175.229 \text{ Nm/rad}$. The natural frequencies are compared in table 1.

5-Identification Using Experimental Results

In this section a steel beam as shown in figure 3 is considered. The natural frequencies are measured by doing experimental modal analysis. A measured FRF is shown in figure 4. Using the natural frequencies in equation (16) the boundary condition parameters are identified as $k_w = 7.983 \times 10^6 \text{ N/m}$ and $k_\theta = 4060.7 \text{ Nm/rad}$. Figure 2 shows the objective function and support parameters during identification.

In table 1 the experimental and identified natural frequencies are compared.

6- Conclusions

In this paper boundary condition parameter identification of elastically supported beams were considered. An identification approach was proposed based on using the natural frequencies in characteristic equation. The applicability of the proposed method was verified using simulated and experimental results which indicates acceptable accuracy in identification.

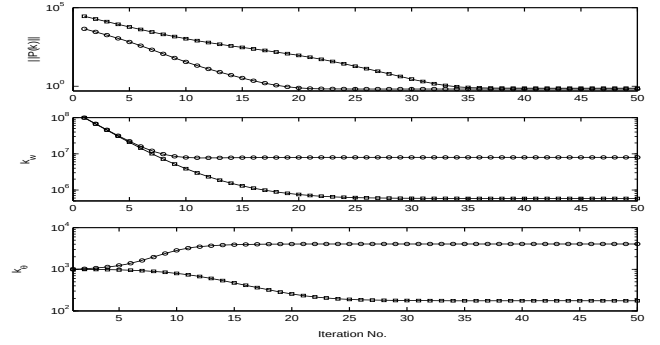


Fig. 2. Variation of objective function and support parameters, simulated (□), experiment (o)

Table 1. Comparison of identified results with simulated and measured natural frequencies

	1 st mode	2 nd mode	3 rd mode	4 th mode
Simulated	24.41	227.80	694.73	1384.9
Identified	24.40	230.43	670.24	1234.8
Error (%)	-0.02	1.16	-3.46	-10.41
Measured	52	329	924	1832
Identified	52	331.29	913.27	171.04
Error (%)	-0.01	0.69	-1.16	-6.64

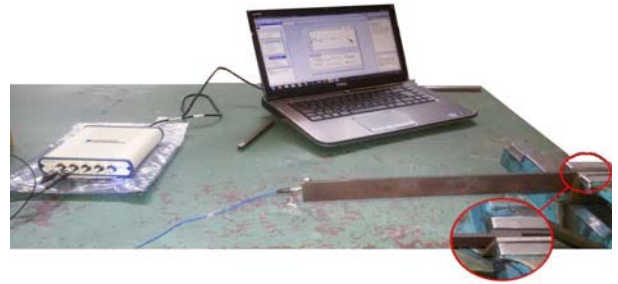


Fig. 3. Modal test set up

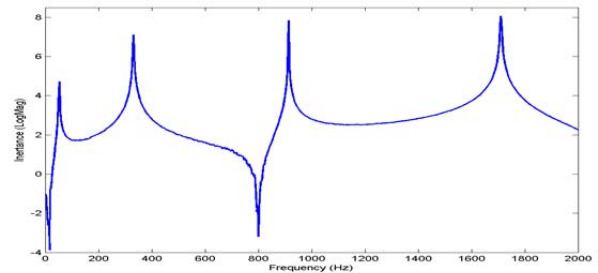


Fig. 4. Measured FRF

Boundary Condition Identification of a Clamped Beam in Flexible Support

H. Jalali¹, F. Noohi²

1-Introduction

Boundary conditions play a key role in dynamic response and modal characteristics of mechanical structures. Since modeling and dynamic analysis of real structures containing real boundary conditions and joints is a difficult task to do in structural dynamics, it is important to have accurate dynamic models for boundary conditions and joints. Many methods proposed for identification of joints or boundary condition parameters in the past. It is worth mentioning that having an accurate physical understanding of the structure is vital in successfully using the identification methods.

Identification of joints and boundary conditions parameters has been studied and many methods have been proposed including the model updating based methods. In this paper identification of stiffness parameters of boundary conditions are considered using simulation and experimental results. Dynamic modeling of a beam containing elastic boundary condition is constructed in order to extract its characteristic equation. An identification method for boundary condition parameters is proposed using the characteristic equation. First, the accuracy of the proposed method is verified using simulation results. The natural frequencies and estimations for stiffness parameters of boundary conditions are obtained using a FE model. Using the natural frequencies in the proposed method the boundary condition stiffness parameters are identified and are compared with the estimated values. Next, experimental results are used for identification of the boundary condition parameters. In the next section the problem statement is described.

2- Problem statement

A beam-like structure with rectangular cross section which is fixed by a flexible support in one end and free at the other end is considered (Fig 1a). The stiffness parameters of flexible support change modal characteristics like natural frequencies and mode shapes of the beam. Therefore, using of experimental or simulation modal characteristics and employing an identification approach the stiffness parameters of the support can be identified. In mathematical modeling shown in Fig 1b the beam section is considered using Euler-Bernoulli beam theory and the elastic support is represented by two lateral and torsional springs which are the equivalent stiffness of the elastic support. Their

stiffness coefficients affect the dynamic characteristics and natural frequencies of the beam.

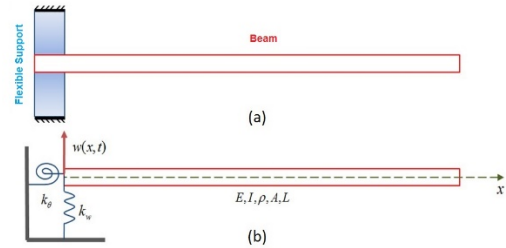


Fig. 1. (a) Beam with elastic support, (b) its mathematical representation

3-Dynamic Modeling

The dynamic modeling of the structure which will be used in natural frequency calculation is presented in this section. The equation governing free vibration of the beam is,

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

where $w(x, t)$, E , I , ρ and A are respectively lateral displacement, modulus of elasticity, cross sectional moment of inertia, density and cross sectional area. The boundary conditions are,

$$EI \left. \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \right|_{x=0} + k_w w(x, t)|_{x=0} = 0 \quad (2)$$

$$EI \left. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} - k_\theta \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

$$EI \left. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (4)$$

$$EI \left. \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \right|_{x=L} = 0 \quad (5)$$

k_w and k_θ are stiffness of the boundary condition. By considering the free vibration response as $w(x, t) = Y(x) \sin(\omega t) - Y(x)$ and ω are respectively mode shape and natural frequency- and substituting it in equations (1-5) one obtains,

$$Y''''(x) - \lambda^4 Y(x) = 0, \quad \lambda^4 = \rho A \omega^2 / EI \quad (6)$$

$$EI Y'''(0) + k_w Y(0) = 0 \quad (7)$$

$$EI Y''(0) - k_\theta Y'(0) = 0 \quad (8)$$

$$EI Y''(L) = 0 \quad (9)$$

$$EI Y'''(L) = 0 \quad (10)$$

By solving equation (6) the mode shapes are obtained as,

$$Y(x) = C_1 \sin(\lambda x) + C_2 \cos(\lambda x) + C_3 \sinh(\lambda x) + C_4 \cosh(\lambda x) \quad (11)$$

The mode shape defined in equation (11) has to satisfy equations (7-10). By substituting equation (11) into equations (7-10) a set of algebraic equation is obtained as follows.

¹Corresponding Author: Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, jalali@arakut.ac.ir

²M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology

loading curves (fig.3). An insignificant leakage at tube ends will cause dropping the internal pressure and, process failure. Isolating tube ends is provided via rings of polyurethane. Internal pressure of 700 (bar) is introduced by the manual pump. The internal pressure of the forming container is displayed by the barometer installed on the manual pump. The axial feeding levels and simultaneous progress of punches are controlled by the hydraulic circuit. Ohmic rules installed on each punch will detect their displacements and the values are compared to each other by the electronic board which controlled by LABVIEW.

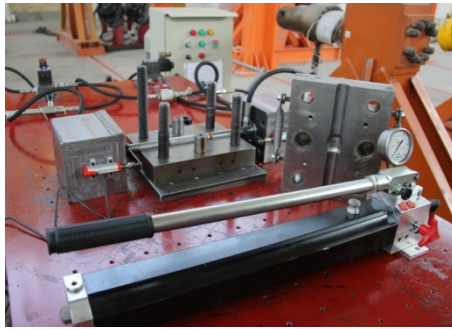


Fig. 3. General view of the tube hydroforming machine.

5. Results and Discussions

In this section, simulation results of the dual-layer hydroforming process are analyzed and compared at different loading curves. Single-layer and dual-layer hydroforming are also compared. Likewise, simulation results will be benchmarked with experimental data.

5.1. Linear loading curve

In this case and without applying any axial feeding, the maximal thinning of the aluminum tube is equal to 57.1% and 49.25% for the copper tube. It is evident that due to the fast thinning, the tube fills the die by a less pressure compared to when the axial feeding impedes the fast thinning. To reduce the thinning, axial feeding curves are equally introduced to the tube ends. However, since the axial feeding prevents the fast thinning, the required pressure for filling the die at each axial feeding value will be different.

6. Conclusion

In this paper, aluminum-copper tube hydroforming was studied by a finite element simulation. Also tube hydroforming in various loading paths was performed using a setup designed for this process. Concluded remarks of this simulation and experimental study are as follow

1- The linear loading curve with axial feeding of 6 mm and final pressure of 28 (MPa) leads to the maximum thinning of 9.3% and 7.5% for aluminum and copper tubes, respectively. While increasing the axial feeding up to 3 mm and decreasing the thinning, the required pressure for filling the die corners are raised.

2- The minimum thinning among the loading curves is associated with the stepwise loading curve (5.6% and 7% for the aluminum and copper tubes, respectively) but there is a high fluctuation in the middle thickness of tube. Also the eliminated wrinkles at the calibration stage play a key role in the tube thinning.

3- Results show that the pressure calculated from analytical relations are much higher than the required pressure for forming the corners so that the calibration pressure was found as 140 (MPa) based on analytical relations, but the needed pressure in measurements was 28 (MPa) (fig.4).

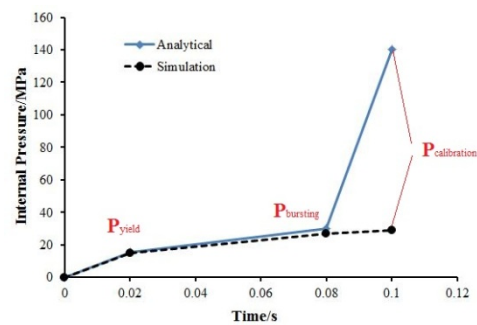


Fig 4. Stepwise loading curve.

4- The perfect sample in experiments was provided by using the linear loading curve. Axial feeding of 5.5 mm was applied at both sides of tubes and the maximum internal pressure of 280 (bar) was exerted on two tubes. The maximal thinning in the simulation for aluminum and copper tubes was 11.5% and 9%, respectively. Also the sample results are presented in Table 1. The discrepancy between experimental results and simulations was 4.3% which is an acceptable level.

Table 1. Comparison of experimental and simulation results.

The maximum difference between experimental results at a given point (mm)	-0.747
The measured thickness at that point (mm)	1.72
The maximum error of the simulated process with respect to the experiments (%)	4.3

5- Experimental results show that the most important reason for tube bursting is the lack of applying a proper axial feeding at the internal pressure introduced to the part as well as not following the loading curve.

Experimental Study and Simulation of Tube Hydroforming Process of Bi-layered Aluminum-Copper with Axial Feeding

M. Gh. Payganeh¹, O. Chaeichi siahkal²

K. Malekzadeh Fard³, J. Shahbazi Karami⁴

1. Introduction

Tube hydroforming is a process in which tubular sections of different geometries are produced from base circular tubes. At recent years, the use of hydroforming products in aircraft and automotive industries have been increased due to their advantages over products of conventional processes. Advantages of this process include an integrated product, reduced weight, high toughness and structural strength, lower-cost tools, less demand of additional treatment, and high dimensional precision. Tube hydroforming can be defined as a process which is started by a straight or bended tube. Then tube ends are isolated and the tube is formed into the die-cavity as a result of the internal fluid pressure (Fig.1). Water is usually used with an anti-corrosion complementary for applying an internal pressure.

The main success of the hydroforming process is mostly dependent on material characteristics of the tube. Properties such as composition, type of the weld, tensile strength, yield extreme, flexibility, and anisotropy should be determined before the process. In this work, aluminum according to the A1050ASTM standard for the outer wall and copper according to the 11000 ASTM Standard for the inner wall were chosen. increasing the friction coefficient, which is dependent on material of the external tube and die wall, results in local decrease of the tube wall thickness at the corner areas of hydroformed parts which in turn leads to early choking. Therefore, measurements performed during the friction moderation cause an improved operable and reliable extension of the process.

2. Process Simulation

In order to acquire a proper loading curve for deforming the dual aluminum-copper tube, it is needed to assess the tube deformation at the time of applying forming forces. By observing the created deformation in the tube,

loading curves are varied such that a perfect part is produced. Since it's difficult to analytically achieve this aim, a finite element method was used. Tube hydroforming is classified as the metal plate forming. It is suggested in ABAQUS manual that if the thickness to the whole structure index ratio is less than 0.1, the object can be modeled as a cortex. Since multi-task elements are suitable for modelling large membrane strains in the cortex, element S4R as one of the multi-task elements was chosen for modeling the plate.

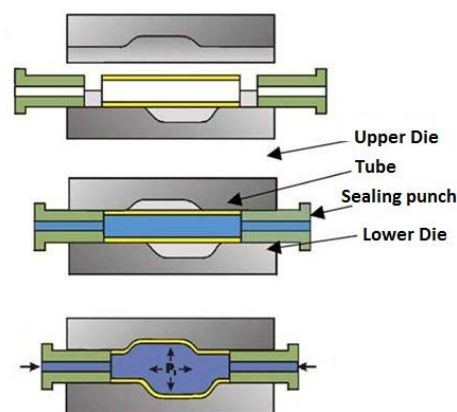


Fig. 1. Schematic of tube hydroforming process

3. Loading Curves

In linear loading curve, the final pressure is increased without using the axial feeding until die corners become totally full. After identifying of the required pressure for filling the die corners, different values of axial feeding were employed simultaneously with applying pressure in order to lessen the thinning (fig.2).

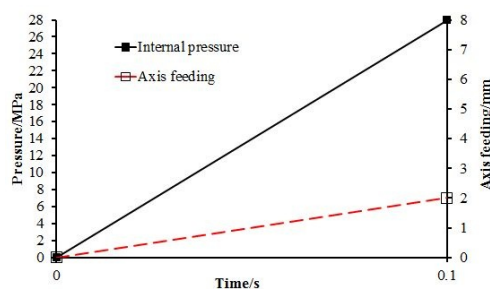


Fig. 2. Linear loading curve.

In stepwise loading, axial feeding is not applied at the beginning of the process. At the end of process when the calibration pressure is used for filling the corners, the effect of axial feeding is insignificant and its value does not changed.

4. Experimental Setup

Tube hydroforming machine was designed and developed with the capability of utilizing different

¹ Corresponding Author: Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University (SRTTU), Tehran, IRAN
G.Payganeh@srttu.edu

² Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University (SRTTU), Tehran, IRAN

³ Department of Structural Analysis and Simulation, Space Research Institute, MalekAshtar University of Technology, Tehran, IRAN

⁴ Faculty of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University (SRTTU), Tehran, IRAN

temperature, it produces a higher temperature region on the flare wall. As the wind speed changes, the position of the maximum temperature on the flare wall is also changed which can cause significant thermal stresses and also possible fatigue damages. Fig. 7 shows a damaged flare of this type in the refinery.

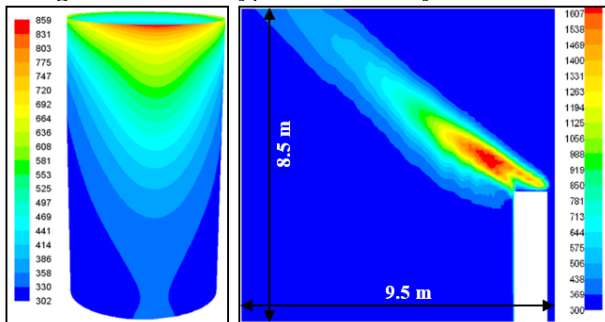


Fig. 2. Flame shape and the temperature distribution of the flare wall at wind speed of 2 m/s.

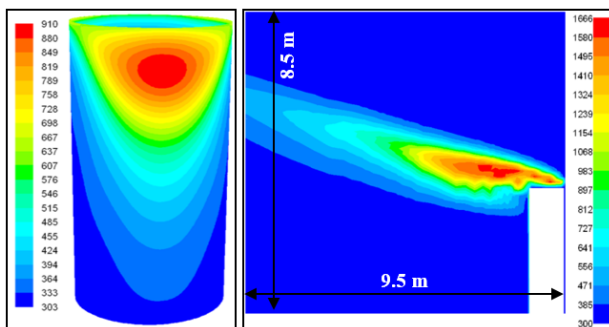


Fig. 3. Flame shape and the temperature distribution of the flare wall at wind speed of 5 m/s.

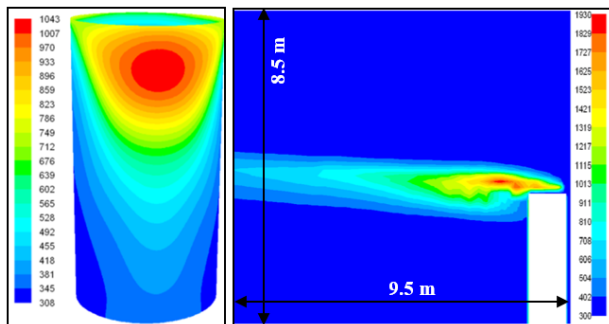


Fig. 4. Flame shape and the temperature distribution of the flare wall at wind speed of 10 m/s.

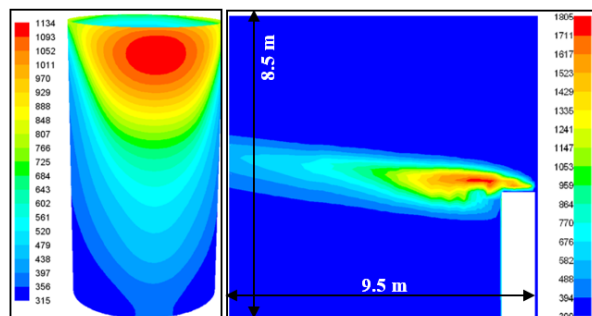


Fig. 5. Flame shape and the temperature distribution of the flare wall at wind speed of 15 m/s.

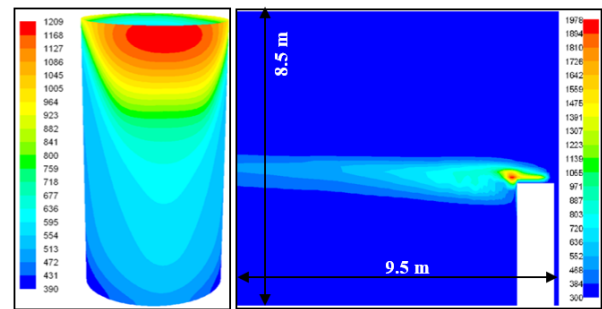


Fig. 6. Flame shape and the temperature distribution of the flare wall at wind speed of 30 m/s.

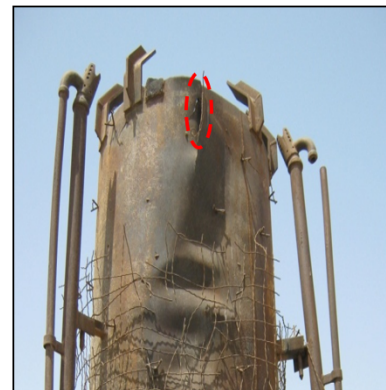


Fig. 7. A damaged flare at the refinery.

5- Conclusions

In this study, the wind effects on the flame shape and also the temperature distribution of the Sarkhoon and Qeshm refinery are studied numerically. The governing equations of the turbulent reacting fluid flows are solved using the commercial software Fluent, where the RSM turbulence model is used for considering turbulence effects. The beta-PDF model is used for considering the turbulence effects on the rate of chemical reactions and the DO model is used for considering the radiation heat transfer. Results show that as the wind speed increases, the maximum flame temperature decreases. However, the flame bends towards the horizontal direction and gets closer to the flare wall. The variations of the flare wall maximum temperature and its location at various wind speeds, leads to significant thermal stresses and possible damage of the flare.

Numerical Investigation of Wind Effects on the Flame Shape of Sarkhoon and Qeshm's Refinery Flares

M. Javadi¹ M. Anbarsooz²
A. Ghobadi³ M. Kahrom⁴

1- Introduction

Combustion flares are widely used in oil and gas refinery units in order to burn the unwanted and unused gases. Due to high volumes of the flares feed gases and also the large heights of the flares (even more than 100 meters), appropriate way of providing the combustion air and air-fuel mixing, have significant effects on the flare combustion efficiency and pollutants emissions. One of the main affecting parameters is the wind speed at the site, where the flare is mounted. As the wind speed increases, not only the combustion efficiency of the flare decreases, but also the flame lies on the flare wall and results in increased temperature of the flare wall. Repeated occurrence of this phenomenon can lead to severe damages in the flare wall, as has been observed in Sarkhoon and Qeshm's refinery.

In this study, a CFD simulation of the Sarkhoon and Qeshm refinery flare has been performed with special focus on the wall temperature distributions at various wind speeds. The main novelty of the present study is in two fold: a) the simulations are performed at real dimensions, while all the previous studies have been performed on the laboratory scales, b) temperature distributions in the flare wall have been determined at various wind speeds.

2- Governing Equations and Solution Procedure

The governing equation of turbulent reacting flows are solved using the Fluent commercial software for the steady-state condition using the pressure-based solver. Reynolds-averaged equations are used to consider the turbulence effects. The numerical results obtained using the Reynolds Stress Model (SSM) show the best agreement with the experiments in comparison with other turbulence models. Effects of flame radiation are also considered using the Discrete Ordinate (DO) model. The flow turbulence effects on the chemical reaction rates are taken into account using the Probability Density Function (PDF) model with the chemical equilibrium assumption and the Beta distribution for the probability density function.

3- Geometry and Boundary Conditions

The geometry and dimensions of the computational domain are depicted in Fig. 1. The height of Sarkhoon and Qeshm flare is 60 m, its inner diameter is 0.814 m and the outer diameter is 1 m. For the simulations, only the flare's tip is taken into account which its high is 3.6 m, as shown in Fig. 1. The applied boundary conditions are also depicted in this figure. The simulations are performed for various wind speeds, from 2 up to 30 m/s. The chemical composition of the burning gases is given in Table 1. These gases are exiting from the flare with a speed of 0.503 m/s.

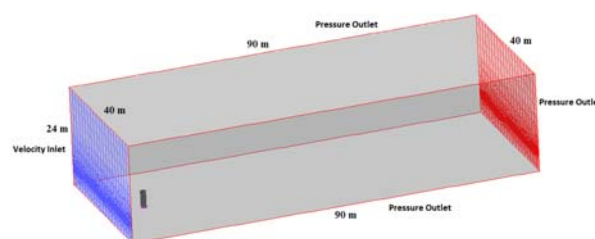


Fig. 1. Computational domain and boundary conditions.

Table 1. The chemical composition of the burning gases of the Sarkhoon and Qeshm refinery.

Species	Mole Fraction
CH ₄	75.399
C ₂ H ₆	9.788
C ₃ H ₈	5.651
C ₄ H ₁₀	3.365
C ₅ H ₁₂	1.554
C ₆ H ₁₄	0.559
C ₇ H ₁₆	0.001
N ₂	1.647
CO ₂	1.584
H ₂ O	0.164

4- Results and Discussion

Figures 2-5 shows the flame shape and the temperature distributions of the flare wall at various wind speeds. Figures show that as the wind speed increases, the flame axis deviates from the vertical direction and bends towards the horizontal direction. At low wind speeds, the buoyancy forces and also the momentum of the flare gases, outweighs the momentum of the wind. Hence, the flame axis is close to the vertical direction. However, as the wind speed increases, the wind momentum gains weight and causes the flame axis to bend toward the horizontal direction. This causes the flame to get closer to the flare wall and increases its temperature, as can be seen in the figures. In other words, although increasing the wind speed decreases the maximum flame

¹ Assistant Professor, Quchan University of Advanced Technology, Quchan, Iran.

² Corresponding Author: Assistant Professor: Quchan University of Advanced Technology, Quchan, Iran. anbarsouz@qiet.ac.ir

³ Master of Science in Mechanical Engineering, Sarkhun and Qeshm Gas Refinery

⁴ Mashhad Grid Management Company, Mashhad, Iran.

4-1 Oblique Crack and Varying Properties in the Lateral Direction

Variation of the elastic modulus, fracture stress and strain, geometric dimensions and crack orientation are shown in Figure 1.

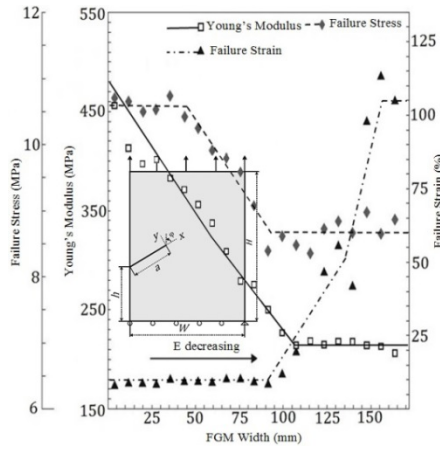


Fig. 1. Geometric dimensions of FGM plate with oblique crack and variation of properties in the lateral direction

The resulting of SIFs and crack initiation angle is compared with the experimental results in Table 1.

Table 1 Comparison of SIFs and crack initiation with the experimental results for FGM plate with oblique crack and variation of properties in the lateral direction

Result	K_I (MPa $\sqrt{m}$)	K_{II} (MPa $\sqrt{m}$)	Initiation angle	Error (%)
Exp.	0.755	0.179	-28 ± 1.5	
$\sigma_{\theta\theta_{Max}}$	0.735	0.225	-29.53	5.46
$G(\theta)_{Max}$	0.735	0.225	16.61	159.32
$S(\theta)_{Min}$	0.735	0.225	-28.04	0.14

4-2 Horizontal Crack and Varying Properties Perpendicular to Crack

Specification of model is illustrated in Figure 2. Achieved SIFs and crack angle is compared with the experimental results. Table 2 shows the comparison.

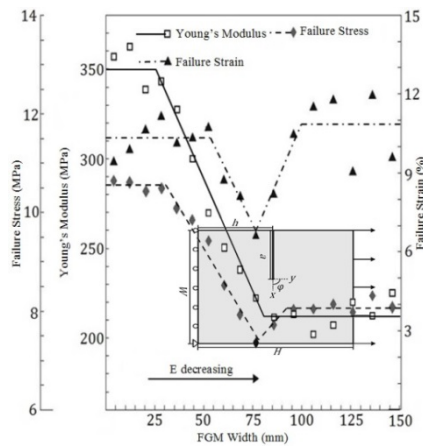


Fig. 2 Geometric dimensions of FGM plate with horizontal crack and variation of properties perpendicular to the crack

Table 2 Comparison of SIFs and crack initiation with the experimental results for FGM plate with horizontal crack and variation of properties perpendicular to the crack

Result	K_I (MPa $\sqrt{m}$)	K_{II} (MPa $\sqrt{m}$)	Initiation angle	Variance (°)
Exp.	0.554	0.039	0 ± 1.5	
$\sigma_{\theta\theta_{Max}}$	0.560	-0.007	1.43	1.43
$G(\theta)_{Max}$	0.560	-0.007	-0.75	-0.75
$S(\theta)_{Min}$	0.560	-0.007	1.43	1.43

4-3 Oblique Crack and Varying Properties in the Crack Direction

Variation of the Young's modulus, failure stress and strain, geometric dimensions and crack orientation are displayed in Figure 3. Also, Comparison of the results with the experiments is shown in Table 3:

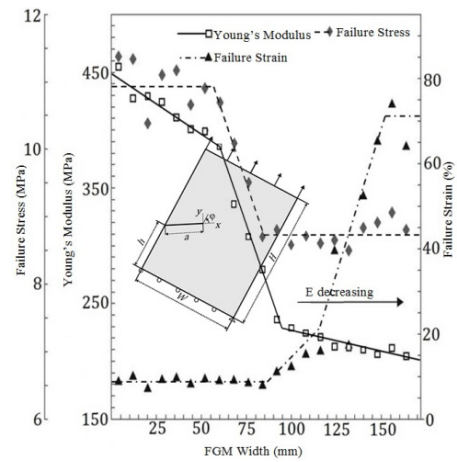


Fig. 3 Geometric dimensions of FGM plate with oblique crack and variation of properties in the crack direction

Table 3 Comparison of SIFs and crack initiation with the experimental results for FGM plate with oblique crack and variation of properties in the crack direction

Result	K_I (MPa $\sqrt{m}$)	K_{II} (MPa $\sqrt{m}$)	Initiation angle	Error (%)
Exp.	0.969	0.224	-19 ± 1.5	
$\sigma_{\theta\theta_{Max}}$	0.915	0.210	-23.65	24.47
$G(\theta)_{Max}$	0.915	0.210	12.99	168.36
$S(\theta)_{Min}$	0.915	0.210	-22.74	19.68

5- Concluding Remarks

In this paper, FGM behavior was studied and SIFs were calculated for different crack orientation and mechanical properties, using interaction integration. Crack initiation angle was obtained from different criteria and evaluated by achieved numerical results. Results revealed that predictions of maximum tangential stress and minimum strain energy density are close, but minimum strain energy density has better accuracy. The less accuracy of the maximum strain energy release rate criterion is due to the influence of non-singular term such as T-stress has been ignored. In fact, whatever ψ is closer to zero and conditions are closer to first mode of failure, this criterion shows more precise results.

Evaluation of Crack Growth Criteria in Functionally Graded Polymer using Finite Element Method

M. Najimi¹, F. Haji Aboutalebi², H. Beheshti³

1-Introduction

Functionally graded materials (FGMs) are composites that their properties change as a continuous function of position. For the first time in 1984, the Japan aerospace laboratory employed the materials which were produced with heterogeneous microstructure and their mechanical properties gradually and continuously varied from one surface to another. Due to the continuity in change, residual stresses and the stress intensity factors (SIFs) are reduced. FGMs include wide range of commercial applications such as tools, biomedical devices, optical fibers and coatings resistant to abrasion and heat. Researches reveal that the most common failure mode in these materials is crack initiation and its growth.

2- Fracture Criteria

Stress field near crack is considered to be linear elastic in FGMs and can be expressed as the following relations:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{3}{2} K_{II} \left(\sin \theta - 2 \tan \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad (2)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] \quad (3)$$

Important note about the stress fields in the FGMS is that they behave like a homogeneous material since the field is studied near the crack tip and due to the small size of the study area. The local homogeneity makes possible to use homogeneous fracture criteria for the FGMs with the difference that the conditions are investigated near the crack tip.

2-1-Maximum Tangential Stress Criterion

According to this criteria, crack will propagate in direction of the maximum tangential stress ($\sigma_{\theta\theta}$) and in this direction, shear stress ($\sigma_{r\theta}$) is zero. The crack

initiation angle is achieved through the following equation:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (4)$$

2-2 Maximum Strain Energy Release Rate

In accordance with this criterion, crack will propagate in the direction of maximum energy release rate and it will begin to grow when the maximum energy release rate reaches a critical value:

$$\frac{\partial \mathcal{G}(\theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 \mathcal{G}(\theta)}{\partial \theta^2} < 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (5)$$

2-3 Minimum Strain Energy Density

This criterion predicts that crack grows in the direction which the strain energy density factor S is minimized. Therefore, crack initiation angle, θ_0 is determined as follows:

$$\frac{\partial S(\theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial^2 S(\theta)}{\partial \theta^2} > 0 \rightarrow \theta = \theta_0 \quad (6)$$

3- Interaction Integral Method

Interaction integral method is an accurate method to calculate SIFs in the FGMs. This method applies auxiliary field such as displacement (u^{aux}), strain (ϵ^{aux}) and stress (σ^{aux}) field to estimate SIFs in mixed mode. Interaction integral is obtained from the J-independent integral, provided by Rice for cracked FGMs in the elastic and both real and auxiliary condition as follows:

$$M = \int_A \{ \sigma_{ij} u_{i,1}^{aux} + \sigma_{ij}^{aux} u_{i,1} - \sigma_{ik} \epsilon_{ik}^{aux} \delta_{1j} \} \cdot q_{,j} dA + \int_A \{ \sigma_{ij}^{aux} u_{i,1} - C_{ijkl,1} \epsilon_{kl} \epsilon_{ij}^{aux} \} q dA \quad (7)$$

4-Finite Element Simulation

Fracture analysis software FRANC2D is used to simulate crack initiation and propagation. The material property variations are defined as linear functions such as elastic modulus, Poisson's ratio, fracture toughness, thickness (if needed), etc. After finite element simulation, achieved numerical results are compared with the experimental results of Abanto and Lambros. It should be noted that the stresses in the un-cracked plate are numerically determined and the accuracy of FGM behavior is validated.

¹ Corresponding author, MSc. Student, Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

² Assistant professor, Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

Email: f.hajiaboutalebi@eng.ui.ac.ir

³ Associate professor, Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

3-Results and Discussions

Forming Temperatures

According to the microscopic images of the press formed samples, forming at low temperatures results in buckling of fibers in the inner surface of bend region (compressive strains region). This defect reduces products strength and quality. Increase of forming temperature reduces this defect and at temperature of 160°C forming is done without any fibers buckling or wrinkling. Optic microscope images of 160°C press formed samples are shown in Fig. 2.

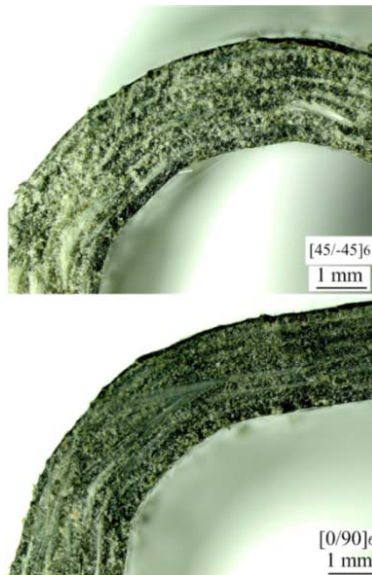


Fig. 2. Optic microscope images of 160°C press formed composite laminates

Geometrical Defects of Roll Forming Process

Spring back of the roll formed profiles increases linearly by increase of the roll forming angle. Conversely, spring back of sheet metals reduces by increase of the forming angle. This difference is because of the lack of plastic strains during forming of composite laminates. Indeed, elastic strains creation at elevated temperatures (low strength condition) and cooling down of the products to higher strength creates permanent strains. Spring back of the single stand roll formed profiles is presented in Fig. 3.

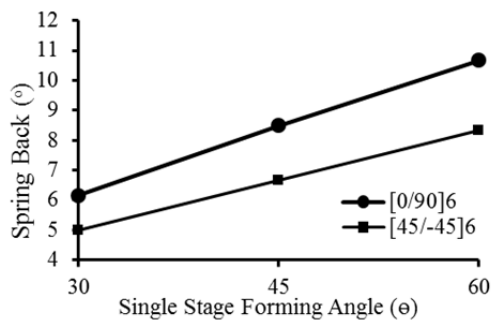


Fig. 3. Spring back of single stand roll formed profiles

Increase of forming angle also increases both flange waviness and warping defects. A permanent strain on

the flanges of the formed profiles result in compressive stresses and these stresses cause warping and waviness (buckling) of the flange. Therefore, higher forming angles cause higher permanent strains and as a result, both defects increase. The effect of forming angles on these defects are shown in Fig. 4.

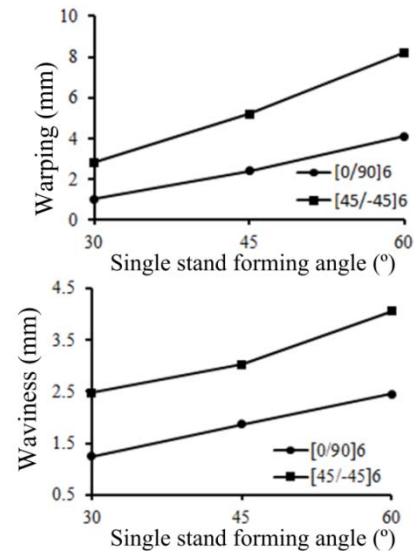


Fig. 4. Warping and waviness of single stand roll formed profiles

Warping and waviness defects in [45/-45] layout is higher than [0/90], while, its spring back is lower. This is due to the higher viscoelastic behavior of [45/-45] which results in higher permanent strains. For [0/90]6 layout, multi stand roll forming defects are approximately equal to single stand roll forming of 30 degree. However, for [-45/45]6 layout, defects in different stands are stacked and higher defects occur in multi stand roll forming.

4- Conclusion

In this article, formability and roll forming of PVC based composite laminates are studied. For this, composite laminates with [-45/45]6 and [0/90]6 layouts are produced using film stacking procedure and then roll formed into channel section successfully. The main achievements of this paper are:

- Warping and waviness defects of [45/-45] layout are higher than [0/90] layout due to its higher viscoelasticity, while, spring back of [0/90] layout is higher.
- Permanent strains are created due to viscoelastic strains at elevated temperatures and cooling down to room temperature (higher stiffness), therefore, increase of forming angle results in higher elastic strains and spring backs.
- For multi stand roll forming of [0/90] layout, final stand has the dominant role on the defects, while, for [45/-45], defects of all stands are stacked.
- 160°C is the lowest proper temperature for forming of PVC based composite laminates.

Experimental Study of the Roll Forming of PVC / Glass Fabric Composite Laminates

V. Zal¹, H. Moslemi Naeini², A.R. Bahramian³,
B. Shirani⁴, A.H. Behraves⁵

1-Introduction

Roll forming process is one of the most used methods to produce different metallic profiles with high speed and efficiency. Due to high interest in replacing metallic products by polymeric composites, this process can be used to produce composite laminates profiles efficiently. For this purpose, researchers have used semi crystalline thermoplastic matrix composite laminates in roll forming process which resulted in a lot of forming defects.

Amorphous thermoplastic PVC doesn't have a specific melting point and also recrystallization. So, it softens gradually by heating up without melting and also gets stiffer by cooling. Therefore, in comparison with semi crystalline thermoplastics, its formability is better and has a more forming temperature window. As a result, PVC based composite laminates also have a very good formability and can be formed with lower defects and difficulties. Besides higher formability, PVC based composite laminates have a very good mechanical properties and bonding strength between PVC and glass fibers due to polar functional groups of PVC matrix. Despite the advantages of amorphous thermoplastic PVC to increase the formability of composite laminates, there isn't any report on the formability study of this material. Therefore, in this research for the first time proper forming temperature of PVC/ woven glass fabric composite laminates are evaluated and roll forming of these materials are studied.

2-Experimentals Procedure and Design of Experiments

PVC thermoplastic films with thickness of 0.2mm, glass transition temperature (T_g) of 74°C and degradation temperature of 296°C are used as matrix phase of the composite laminates. Plain weave E glass fabrics with density of 200 g/m² are also used as the reinforcing phase. Film stacking procedure is used to produce the composite laminates. Six glass fabrics with [90/0]₆ and [-45/45]₆ layups are alternately placed between 7 PVC

films and by applying temperature of 230°C, pressure of 1.5 MPa during 5 minutes, consolidated composite laminates with thickness of 2.25mm are produced.

Firstly, samples with dimensions of 11×10 cm are prepared from the composite laminates, and press formed into channel section at different temperatures. Using optic microscope images of the bent cross section of the samples, it is determined that temperature of 160°C achieves as the proper forming temperature of the composite laminates.

A conventional 7 stand roll forming machine with some modifications is used for the roll forming of the composite laminates. An oven is installed before the forming stands which the samples with dimension of 80×12 cm are heated up to 170°C during 10 minutes and then are fed between forming rolls. A water spray cooling system is also installed at the end of the machine which is used to cool down the formed samples rapidly. Forming is done with a linear speed of 40 mm/second using rolls of 185mm diameter and stands distances of 375mm.

Single stand roll forming with forming angles of 30, 45 and 60 degrees are done to determine the flower pattern of the process. Later, multi stands roll forming with forming angles of 0, 30, 60 and 86 degrees are done for both layups to produce channel sections with two different dimensions. Three single stands and two multi stands roll forming for each of the layups result in 10 roll forming conditions. Geometrical defects including spring back, flange waviness and warping are measured for each of the samples. These defects are illustrated in Fig. 1.

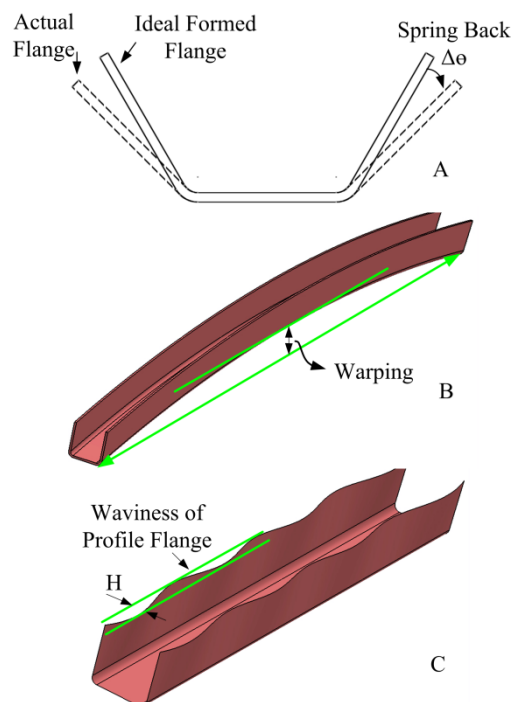


Fig. 1. Roll forming defects A: spring back, B: warping and C: flange waviness

¹ Ph.D. Student of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

² Corresponding Author: Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, Moslemi@modares.ac.ir.

³ Associate Professor, Department of Chemical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

⁴ Department of Mechanical Engineering, Daneshpajohan Higher Education Institute, Isfahan

⁵ Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran



Fig. 3: How to install sensors

4-The Partially-Admitted Turbine Characteristic Curves

Fig. 4 shows the turbine characteristic curve in terms of efficiency changes according to the turbine pressure ratio in different rotational speeds.

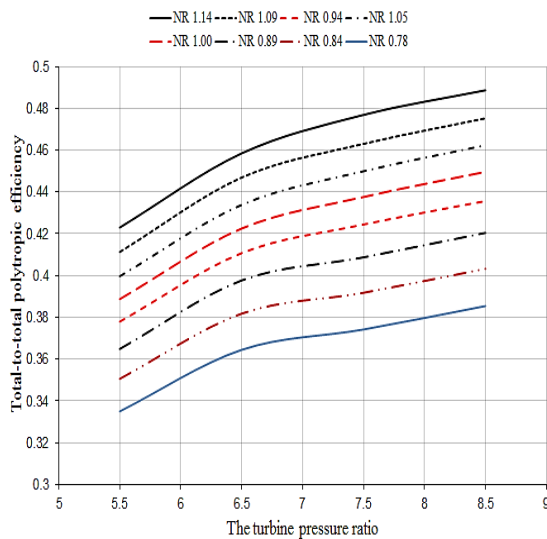


Fig. 4: The turbine characteristic curve in different rotational speeds

Fig. 5 represents another characteristic curve for the turbine. This figure indicates that the nozzle pressure ratio is decreased slightly due to the increased rotational speed. The interesting point in this graph is that when the turbine pressure ratio exceeds the design value, the nozzle pressure ratio is reduced. Reduced nozzle pressure ratio is due to further expansion of flow in the stator-rotor axial gap, which leads to the stagnation pressure recovery. This conditions lead to improvement of the turbine efficiency.

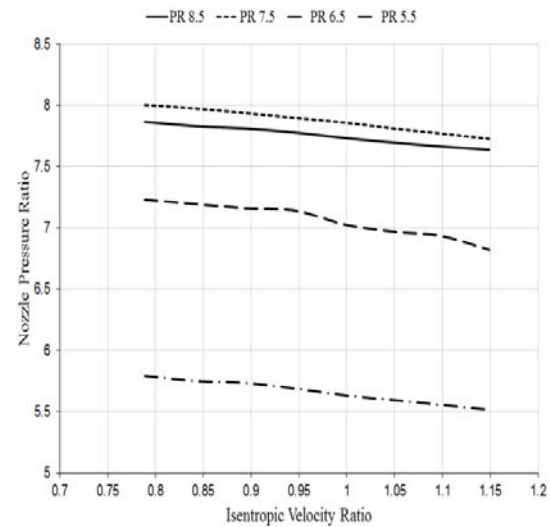


Fig. 5: The nozzle pressure ratio via isentropic velocity ratio in different turbine pressure ratios

According to Fig. 4, in the turbine pressure ratio of 5.5, both the turbine and the nozzle pressure ratios are nearly the same at high velocity ratios.

5-Error Analysis and Uncertainty in Measurements

In this section an example of error and uncertainty in the analysis presented for rpm of 5000. According to the mean value obtained for efficiency, absolute error for turbine efficiency is about 0.87%.

The overall uncertainty in efficiency works out to a maximum of $\pm 1.16\%$ for the worst combinations of pressures and temperatures measured in the entire test range.

6-Conclusion

Any review and evaluation of partial admission effects on the turbine performance, requires the characteristic curves of the turbine. This curve is produced in the turbine test rig. The similarity conditions will facilitate the testing conditions, for example, reducing the power, frequency, working temperatures, simplifying the stand design, inexpensive tests, and, etc.

Experimental Evaluation of the Partially-Admitted Supersonic Turbine Characteristic Curves in Turbine Test-Rig

R. Aghaei Tough¹ A.M. Tousi²

1- Introduction

In order to prevent the horseshoe vortex and secondary flow losses in small supersonic turbines, the partial-admission technique is used. It is obvious that the partially injection of flow creates a new type of loss which is called partial-admission loss. Therefore, in the design process, the partial-admission degree and flow injection configuration should be evaluated accurately. To that end, it is necessary to produce the characteristic curves of the turbine in this condition. These curves are provided in the form of turbine performance parameters and represent the turbine behavior in different operational conditions.

In this paper, a relatively complete process of supersonic turbine test rig based on gas-dynamic similarity method is presented. Some examples of the turbine characteristic curves that are produced in this test rig are evaluated and compared with the other works that is an example of the innovations presented in this work.

2- The Similarity Conditions and Related Calculations

The simulated design parameters of the turbine are temperature, inlet and outlet pressure, mass flow rate, rotational speed and the shaft power.

In order to establish the similarity between the model and the actual turbine flow, the following requirements must be provided:

Geometric similarity, equality of Mach numbers (absolute, relative and blade tip speed) and Reynolds number.

These conditions can be achieved through the similarity of the velocity-triangles.

In this work, the turbine geometry is preserved and the gas dynamic similarity is achieved.

3-The Test Rig Components

Compressors feed the high pressure tanks. The air is heated in the heat exchanger, enters the turbine and after producing the shaft power, discharges into the atmosphere. A dynamometer absorbs the turbine power. The flow temperature and pressure is measured before

and after each component. The mass flow is measured at the upstream of the heat exchanger. In Fig.1 a schematic view of the test rig components are shown.

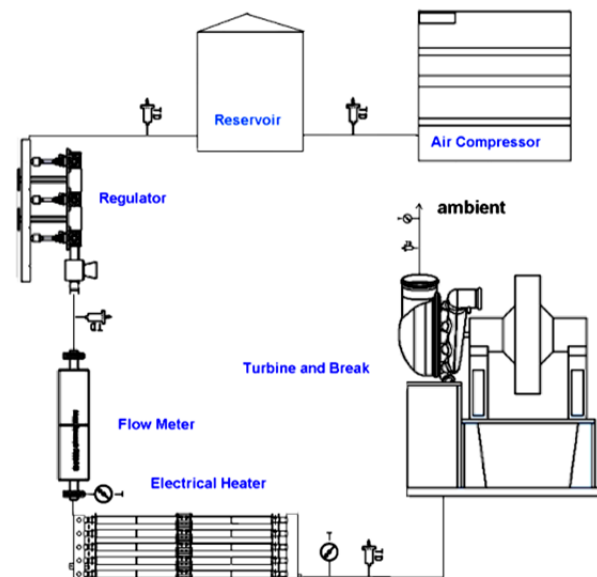


Fig. 1. Schematic diagram of turbine test rig

Fig. 2 shows the ice formed on the external surface of the regulator pipe caused by the drastic reduction of temperature due to flow expansion.



Fig. 2. Ice formed on the pipe after pressure regulation

Pressures and temperatures are measured in different locations in the test rig. Fig. 3 shows how to install the sensors.

¹ Corresponding Author: Assistant professor in Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Tehran Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, reza_tog@srbiau.ac.ir.

² Associate Professor, Center of Excellence on Computational Aerospace Engineering, Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

CONTENTS

Experimental Evaluation of Supersonic Turbine Characteristic Curve at Full and Partial Admission in Turbine Test Rig	R. Aghaei tog A.M. Tousi	1
Experimental Study of the Roll Forming of PVC / Glass Fabric Composite Laminates	V. Zal H. Moslemi Naeini A.R. Bahramian B. Shirani A.H. Behravesht	21
Evaluation of Crack Growth Criteria in Functionally Graded Polymer using Finite Element Method	M. Najimi F. Haji Aboutalebi H. Beheshti	35
Numerical Investigation of Wind Effects on the Flame Shape of Sarkhoon and Qeshm's Refinery Flares	S. M. Javadi M. Anbarsooz A. Ghobadi M. Kahrom	51
Experimental Study and Simulation of Tube Hydroforming Process of Bi-layered Aluminum-Copper with Axial Feeding	G .Payganeh K. Malekzadeh Fard J. Shahbazi Karami O. Chaeichi Siahkal	65
Boundary Condition Identification of a Clamped Beam in the Flexible Support	H. Jalali F. Noohi	85
Numerical Investigation of Flow Induced Sound Around a Square Cylinder at Various Incidence Angles	M. Mohamadrezaei A.A. Dehghan A. Movahedi	97
Variable Damping in Geometric Nonlinear Plate Bending Analysis using Dynamic Relaxation Method	M. Rezaiee-Pajand H. Estiri	115
Improvement of Stability Transformation Method for First Order Reliability Analysis (Research Note)	B. Keshtegar	143
Parallel Thomas Approach in Computational Fluid Dynamics with GPUs -Lid-driven Cavity (Research Note)	P. Akbarzadeh H. Mahmoodi Darian M. Nazari M. Souri	153



JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. M.R. Mahpeykar

General Director: Dr. H. Niazmand

Published: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

M.H. Abolbashari	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Ahmadian	Professor	Iran University of Science & Technology
A. Baradaran Rahimi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Boroomand	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M. Pasandideh Fard	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Taj Far	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M.R. Khalili	Professor	K. N. Toosi University of Technology
M. Salimi	Professor	Isfahan University
E. Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
M. Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
A. Abedian	Associate professor	Sharif University of Technology
M. Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M.R. Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. M.H. Abolbashari and E. Dehghan

Administrative Director: T. Hooshmand

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN

Tel : +98 51 38806024

Fax : +98 51 38763301

Email: ejour@um.ac.ir

Web site : <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

Indexed in: ISC, SID, Magiran and EBSCO.



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of
Applied and
Computational Sciences
in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

Serial No. 16

ISSN 2008 - 918X

Experimental Evaluation of Supersonic Turbine Characteristic Curve at Full and Partial Admission in Turbine Test Rig R. Aghaei tog - A.M. Tousi	1
Experimental Study of the Roll Forming of PVC / Glass Fabric Composite Laminates V. Zal - H. Moslemi Naeini - A.R. Bahramian - B. Shirani A.H. Behravesht	21
Evaluation of Crack Growth Criteria in Functionally Graded Polymer using Finite Element Method M. Najimi - F. Haji Aboutalebi - H. Beheshti	35
Numerical Investigation of Wind Effects on the Flame Shape of Sarkhoon and Qeshm's Refinery Flares S. M. Javadi - M. Anbarsooz - A. Ghobadi M. Kahrrom	51
Experimental Study and Simulation of Tube Hydroforming Process of Bi-layered Aluminum-Copper with Axial Feeding G. Payganeh - K. Malekzadeh Fard - J. Shahbazi Karami O. Chaeichi Siahkal	65
Boundary Condition Identification of a Clamped Beam in the Flexible Support H. Jalali - F. Noohi	85
Numerical Investigation of Flow Induced Sound Around a Square Cylinder at Various Incidence Angles M. Mohamadrezaei - A.A. Dehghan - A. Movahedi	97
Variable Damping in Geometric Nonlinear Plate Bending Analysis using Dynamic Relaxation Method M. Rezaiee-Pajand - H. Estiri	115
Improvement of Stability Transformation Method for First Order Reliability Analysis (Research Note) B. Keshtegar	143
Parallel Thomas Approach in Computational Fluid Dynamics with GPUs- Lid-driven Cavity (Research Note) P. Akbarzadeh - H. Mahmoodi Darian - M. Nazari M. Souri	153

Vol. 28, No.2,
Spring & Summer, 2017