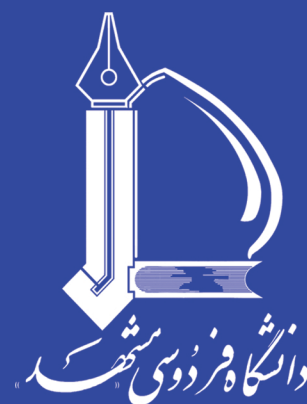


ISSN 2008 - 918X



نشریه علوم کاربردی و محاسباتی

در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

(علمی - پژوهشی)

شماره پیاپی ۱۵

سال ۲۸، شماره ۱

پاییز و زمستان، ۱۳۹۵

- ۱ مطالعه نظری و تجربی جریان در محفظه حلزونی کمپرسور
جریان شعاعی
محمد مجدم - علی حاجیلوی بنیسی
- ۱۵ شبیه سازی عددی مستقیم جریان لزج تراکم پذیر گذر از صوت و
ما فوق صوت با استفاده از طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی
صالح عباسی مود - سید مجید ملک جعفریان
- ۳۱ بررسی آماری مقدار انرژی تولید شده از مبدل پیزوالکتریک
متصل به پل
رضا فتحی - میر محمد اتفاق
- ۴۷ شبیه سازی انتقال حرارت جابه جایی اجباری نانوسیال غیر نیوتنی
محلول آبی کربوکسی متیل سلولز - اکسید آلومینیوم در یک
میکرولوله در رژیم لغزشی
سید علی سجادی فر - آرش کریمی پور - داوود طغرایی
- ۶۳ بررسی تأثیر انحنای گوشه گشودگی بر تمرکز تنش ناشی
از شار حرارتی
محمد جعفری - محمد باقر نظری
- ۷۵ روش مرز غوطه ور - شبکه بولتزمن برای شبیه سازی حرکت
ذره در سیالات غیر نیوتنی
امین امیری دلوثی - محمد حسن کیهانی - محسن نظری
- ۹۳ مدل سازی تحلیلی احتراق جریان متقابل نفوذی ابر ذرات
مهدی بیدآبادی - میلاد رمضان پور - علیرضا خویینی پورفر
- ۱۱۱ تعیین تجربی زبری سطح سلول سرطانی HT۲۹ با استفاده از
میکروسکوپ نیروی اتمی در جهت کاربرد در
نانومینیولیشن (یادداشت پژوهشی)
محرم حبیب نژاد کورایم - هدیه بادکوبه هزاوه - معین طاهری
- ۱۲۳ تعیین مسیر فشار بهینه در فرآیند هیدروفرمینگ ورق با استفاده
از روش تبرید تدریجی (یادداشت پژوهشی)
عباس هاشمی - محمد حسین پور - سید محمد حسین سید کاشی

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

علمی - پژوهشی



ISSN: 2008-918X

سر دبیر: دکتر محمدرضا مه پیکر

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیأت تحریریه:

استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر محمد حسین ابوالبشری
استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مکانیک	دکتر حمید احمدیان
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر اصغر برادران رحیمی
دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا	دکتر مسعود برومند
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر محمود پسندیده فرد
دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا	دکتر مهران تاج فر
استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک	دکتر محمدرضا خلیلی
استاد، دانشگاه اصفهان، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر محمود سلیمی
استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک	دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر مسعود طهانی
دانشیار، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا	دکتر علی عابدیان
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر مهران کدخدایان
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر محمدرضا مه پیکر
استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک	دکتر حمید نیازمند

مسئول دفتر نشریه: تکتیم هوشمند

ویراستار علمی: دکتر محمدحسین ابوالبشری

ویرایش و صفحه آرایی: فائزه علی اکبری

ویراستار ادبی: الهام دهقان

نشانی: مشهد - دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - دفتر نشریه - صندوق پستی: ۹۱۷۷۵-۱۱۱۱

دورنگار: ۰۵۱-۳۸۷۶۳۳۰۱

تلفن: ۰۵۱-۳۸۸۰۶۰۲۴

وب سایت: <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

پست الکترونیکی: ejour@um.ac.ir

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹ چاپ: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

نمایه شده در پایگاه های معتبر: EBSCO و Magiran، SID، ISC

فهرست مطالب

۱	محمد مجدم علی حاجیلوی بنیسی	مطالعه نظری و تجربی جریان در محفظه حلزونی کمپرسور جریان شعاعی
۱۵	صالح عباسی مود سید مجید ملک جعفریان	شبیه سازی عددی مستقیم جریان لزج تراکم پذیر گذر از صوت و ما فوق صوت با استفاده از طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی
۳۱	رضا فتحی میرمحمد اتفاق	بررسی آماری مقدار انرژی تولید شده از مبدل پیزوالکتریک متصل به پل
۴۷	سید علی سجادی فر آرش کریمی پور داوود طغرابی	شبیه سازی انتقال حرارت جابه جایی اجباری نانوسیال غیر نیوتنی محلول آبی کربوکسی متیل سلولز-اکسید آلومینیوم در یک میکرولوله در رژیم لغزشی
۶۳	محمد جعفری محمدباقر نظری	بررسی تأثیر انحنای گوشه گشودگی بر تمرکز تنش ناشی از شار حرارتی
۷۵	امین امیری دلویی محمد حسن کیهانی محسن نظری	روش مرز غوطه ور- شبکه بولتزمن برای شبیه سازی حرکت ذره در سیالات غیر نیوتنی
۹۳	مهدی بیدآبادی میلاذ رمضان پور علیرضا خوئینی پورفر	مدل سازی تحلیلی احتراق جریان متقابل نفوذی ابرذرات
۱۱۱	محرم حبیب نژاد کورایم هدیه بادکوبه هزاوه معین طاهری	تعیین تجربی زبری سطح سلول سرطانی HT29 با استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی در جهت کاربرد در نانومنیپولیشن (یادداشت پژوهشی)
۱۲۳	عباس هاشمی محمد حسین پور سید محمدحسین سیدکاشی	تعیین مسیر فشار بهینه در فرآیند هیدروفرمینگ ورق با استفاده از روش تیرید تدریجی (یادداشت پژوهشی)

مطالعه نظری و تجربی جریان در محفظه حلزونی کمپرسور جریان شعاعی*

محمد مجدم^(۱) علی حاجیلوی بنیسی^(۲)

چکیده به منظور طراحی بهینه و ساخت کمپرسورهای شعاعی، مطالعه میدان سرعت و فشار در اجزای این ماشین‌ها ضروری می‌نماید. جریان درون محفظه کاملاً سه‌بعدی و پیچیده است و می‌تواند عملکرد اجزای بالادست آن را تحت تأثیر قرار دهد. از این‌رو مطالعه جریان در این جزء می‌تواند به طراحی بهینه آن و ارتقای عملکرد کمپرسور بیانجامد. در این پژوهش، مطالعه نظری و تجربی جریان محفظه کمپرسور گریز از مرکز در جهت بررسی ساختار جریان و تلفات ناشی از آن صورت می‌گیرد. مدل‌سازی عددی شامل استخراج هندسه کمپرسور موجود، مدل‌سازی اجزاء، شبکه‌بندی و تحلیل جریان است. به منظور اعتبارسنجی مدل عددی، عملکرد محفظه با نصب حسگرهای فشار در مقاطع مختلف کمپرسور و ساختار میدان با استفاده از کاوشگر پنج‌راهه در مجرای محفظه بررسی می‌گردد. انحراف نتایج تجربی و عددی در پیش‌بینی افت فشار محفظه قابل قبول است و با افزایش دبی جرمی، این انحراف کاهش می‌یابد. نتایج میدان جریان، ضمن اینکه با دقت خوبی ساختار گردابه اجباری را در مقطع محفظه که از نوع نیمه‌خارجی است پیش‌بینی می‌کند، حاکی از تأثیر قابل توجه جریان خروجی از دیفیوزر بر ساختار جریان است که به‌عنوان یکی از دلایل تلفات در این نوع محفظه‌ها نسبت به محفظه‌های خارجی در نظر گرفته می‌شود.

واژه‌های کلیدی کمپرسور جریان شعاعی؛ محفظه؛ مطالعه میدان جریان؛ کاوشگر پنج‌راهه.

Experimental and Numerical Flow Investigation through a Radial Flow Compressor Volute

M. Mojaddam A. Hajilouy Benisi

Abstract An optimal design and fabrication of compressors requires flow investigation through the compressor components. Flow field inside the volute is fully three dimensional and turbulent. Better understanding of flow mechanism leads to improve the volute design procedure. In this research the experimental and numerical flow investigation through a radial flow compressor volute are performed to recognize flow field pattern and its effect on pressure loss. The whole compressor components are modeled and the flow field inside the volute is explored. Numerical studies are verified by measuring the pressures at different cross sections using pressure taps. Flow field investigation through volute cross sections at different operating range of the compressor is performed utilizing a five-hole probe. The experimental and numerical result differences for volute total pressure loss prediction are limited and decrease by mass flow rate increase. Flow field measuring results show the flow forced vortex structure at volute cross section. The effect of diffuser discharge on the fluid field in semi-external volute cross section is recognized as an extra pressure loss source in addition to creating the non-uniformity in velocity profile.

Key Words Radial flow compressor; Volute; Flow field; Five-hole probe.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۵/۳۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۹/۲۲ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.49279

(۱) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی. m_mojaddam@sbu.ac.ir

(۲) استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف.

مقدمه

کمپرسورهای جریان شعاعی به دلیل ویژگی‌هایی مانند افزایش فشار بیشتر در هر طبقه، محدوده وسیع عملکردی با بازده مطلوب، قابلیت اعتماد بالا و مقاوم در برابر آسیب اجسام خارجی و تأثیرپذیری کمتر بازده تحت اثر جریان گازی غیرتمیز، کاربرد فراوان دارند. هم‌چنین از آن‌جا که کمپرسورهای محوری در دبی‌های کم و با سطح جریان کوچک، به شدت افت بازده دارند و مشکلات ساخت پره‌های کوچک وجود دارد، در چنین ابعادی استفاده از کمپرسورهای شعاعی، بازده بیشتر و هزینه‌ای کمتر به دنبال خواهد داشت.

ارتقای محدوده عملکردی این نوع کمپرسور در کنار افزایش نسبت فشار و هم‌چنین بازده آن، نیازمند شناخت دقیق رفتار سیال در پروانه، دیفیوزر و محفظه است.

امکان استفاده از مدل‌های ساده یک‌بعدی، دوبعدی و شبه سه‌بعدی در پروانه و دیفیوزر، باعث شده است رفتار سیال در این دو جز با دقت قابل قبولی قابل پیش‌بینی باشد. با این حال، پیش‌بینی رفتار جریان درون محفظه به دلیل داشتن جریان کاملاً سه‌بعدی و به شدت آشفته، نیازمند مدل‌های سه‌بعدی و مطالعات بیشتر است و مدل‌های یک‌بعدی و دوبعدی پاسخ‌گوی نیاز طراحان نمی‌باشد [1,2].

توسعه تکنولوژی‌های اندازه‌گیری به‌منظور اندازه‌گیری دقیق جریان، محدود و هزینه‌بر است. با این حال استفاده از تکنیک‌های دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) و مدل‌سازی سه‌بعدی جریان، امکان بررسی ساختار جریان را فراهم می‌آورد.

در کنار توسعه روش‌های اندازه‌گیری نوری، استفاده از کاوشگرهای سه‌راهه (Three hole probes)، به‌منظور اندازه‌گیری فشار و مقدار سرعت و هم‌چنین کاوشگرهای پنج‌راهه (Five hole probes) به‌منظور اندازه‌گیری فشار و بردار سرعت به نتایج دقیق و قابل

اتکایی منجر می‌گردد [3].

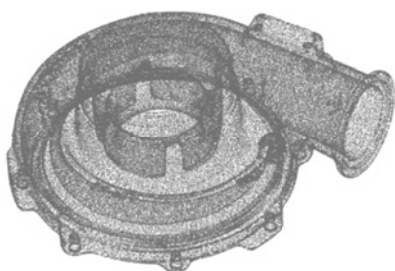
برام‌بوش و هند [4]، در پژوهشی با استفاده از یک کاوشگر سه‌راهه به اندازه‌گیری فشار استاتیکی در یک کانال مستقیم مخروطی به‌جای محفظه پرداختند. آن‌ها نشان دادند که سیالی که از ابتدای کانال وارد می‌شود، مقطع میانی حلزونی را پُر می‌کند و سیالی که پس از آن وارد محفظه می‌شود، در اطراف آن خواهد چرخید و همین روند ادامه می‌یابد. آن‌ها در وسط مقطع ساختار گردابه اجباری را گزارش کردند و در اطراف آن مقدار چرخش را تقریباً ثابت مشاهده کردند.

آیدر و همکاران [2]، میدان جریان در محفظه کمپرسور با مقطع بیضوی را با استفاده از یک کاوشگر سه‌راهه مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها یک مدل یک‌بعدی به‌منظور پیش‌بینی رفتار چرخشی جریان در محفظه را نیز توسعه دادند.

برام‌بوش و همکاران [5] پژوهشی را شامل مطالعه تجربی و عددی بر روی محفظه خارجی کمپرسور با مقطع مربعی انجام دادند. آن‌ها با استفاده از یک کاوشگر پنج‌راهه، میدان جریان را مطالعه کردند.

در پژوهش حاضر، مطالعه نظری و تجربی محفظه کمپرسور گریز از مرکز مورد مطالعه قرار می‌گیرد. پس از استخراج هندسه، تولید مدل و شبکه‌بندی، تحلیل جریان در کمپرسور جریان شعاعی متعلق به یک توربوچارجر انجام می‌گیرد. حلگر با استفاده از یک مسئله نمونه مربوط به پیش‌بینی رفتار درون محفظه، اعتبارسنجی می‌گردد. نتایج عملکردی با استفاده از نصب کاوشگرهای فشار سکون و استاتیک بر روی محفظه استخراج و تأثیر محفظه بر افت فشار در شرایط مختلف عملکردی استخراج می‌گردد. بررسی میدان جریان و فشار نیز با استفاده از کاوشگر پنج‌راهه اندازه‌گیری می‌شود. بدین منظور ابتدا ضرایب کالیبراسیون کاوشگر در تونل باد استخراج می‌گردد. اندازه‌گیری‌ها در محفظه کمپرسور جریان شعاعی مورد مطالعه در آزمایشگاه توربوچارجر دانشگاه صنعتی

شوند و تنها مسیر جریان به عنوان هندسه اصلی استخراج شود (مطابق شکل ۲). سپس با استفاده از مجرای جریان، هندسه محفظه جهت ایجاد شبکه، استخراج می گردد [6].



شکل ۱ ابر نقاط پوسته کمپرسور



شکل ۲ سطوح پیرامونی مجرای جریان در محفظه

برای تولید هندسه پروانه با دقت مناسب، از بازطراحی پروانه استفاده می گردد. در این روش با استفاده از قیودی که با اندازه گیری و عکس برداری حاصل می گردد، بازطراحی پروانه کمپرسور به منظور رسیدن به اطلاعات عملکردی در نقطه طراحی، با استفاده از نرم افزار ویستا (Vista CCD)، انجام می پذیرد. در فرآیند بازطراحی، چندین طرح برای پروانه استخراج می گردد و اطلاعات عملکردی هر یک از پروانه ها ارزیابی می شود و سپس طرحی که اطلاعات عملکردی آن بیشترین انطباق را با عملکرد پروانه موجود دارد و هندسه آن نزدیک ترین هندسه نسبت به هندسه منتج از عکس برداری است، انتخاب می گردد.

شریف انجام می شود و با استفاده از ضرایب کالیبراسیون، مشخصات جریان شناسایی می گردد.

مدل سازی

به منظور شبیه سازی جریان، از مدل سازی جریان در تمام اجزای کمپرسور جریان شعاعی استفاده گردید.

استخراج هندسه. به منظور ایجاد هندسه، مشخصات اجزای کمپرسور مورد نیاز است که برخی از آنها، مطابق جدول (۱) استخراج گردید.

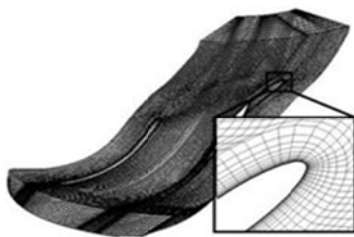
جدول ۱ مشخصات کمپرسور آزمون

پارامتر	مقادیر
تعداد پره ها	۱۲ (به همراه نیم پره)
زاویه ورودی پره	۶۰ درجه
زاویه خروجی پره	۳۰ درجه
قطر نوک در ورودی	۵۴ میلی متر
قطر ریشه در ورودی	۲۲ میلی متر
قطر خروجی پروانه	۸۲ میلی متر
عرض پره در خروجی	۵/۵ میلی متر
طول محوری پره	۲۷ میلی متر
طول محوری نیم پره	۱۸ میلی متر

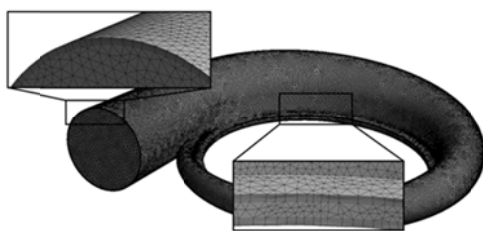
به منظور استخراج هندسه محفظه، از عکس برداری در دستگاه مولتی سیتی اسکن (X-ray Multi CT-scan Tomography) استفاده گردید. در این روش، عکس برداری در صفحات موازی در دو راستا با دقت ۰/۶ میلی متر صورت می گیرد و ابر نقاط (Point Cloud) به صورت سه یعدی، مطابق شکل (۱)، به عنوان خروجی ارائه می شود.

پس از پردازش اولیه، شامل تشخیص مرز قطعه، سطوح قطعه با استفاده از نرم افزارهای مدل سازی هندسه (CAD) تشخیص داده می شود. برای مدل سازی و تحلیل جریان در محفظه، مجرای عبور جریان مورد نیاز است. بنابراین لازم است قسمت های اضافی حذف

در شبکه‌بندی دیفیوزر، از شبکه‌ سازمان‌یافته متناسب با خروجی پروانه، شامل ۵ ردیف لایه مرزی و نسبت رشد ۱/۲ استفاده می‌گردد. حدود ۳ میلیون المان برای محفظه استفاده می‌گردد که در آن ۵ ردیف لایه مرزی و با نسبت رشد ۱/۲ تنظیم شده است. به‌منظور جلوگیری از ایجاد خطای ناشی از به‌وجود آمدن سطح تماس (Interface) در خروجی دیفیوزر و ورودی محفظه و تأثیر این مرز جدایش بر روی مطالعه جریان درون محفظه، ۱۰ درصد انتهایی دیفیوزر جزء محفظه در نظر گرفته می‌شود. نمونه شبکه‌بندی پروانه و محفظه به‌ترتیب مطابق شکل (۴ و ۵) است.



شکل ۴ نمونه شبکه‌بندی پروانه

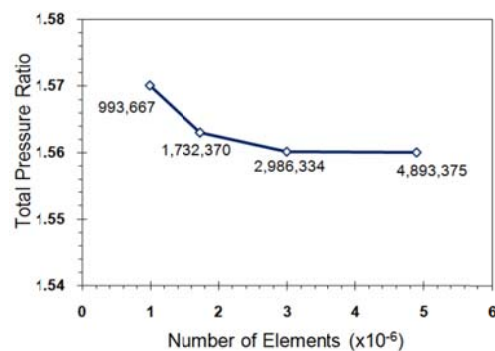


شکل ۵ شبکه‌بندی محفظه شامل لبه انتهایی دیفیوزر در ورودی محفظه

مدل‌سازی جریان. حل میدان جریان با استفاده از مدل سه‌بعدی و به روش حجم محدود بر روی معادلات ناویر-استوکس میانگین‌گیری‌شده (RANS) صورت می‌گیرد. تنش‌های رینولدز در معادلات انتقال با استفاده از مدل توربولانسی اس‌اس‌تی (Shear Stress Transport-SST) حل می‌گردد [8].

ایجاد شبکه. در این مدل‌سازی از شبکه‌بندی سازمان‌یافته برای پروانه استفاده می‌گردد. برای محفظه با توجه به پیچیدگی هندسی آن، از شبکه بی‌سازمان چهاروجهی استفاده می‌شود [7].

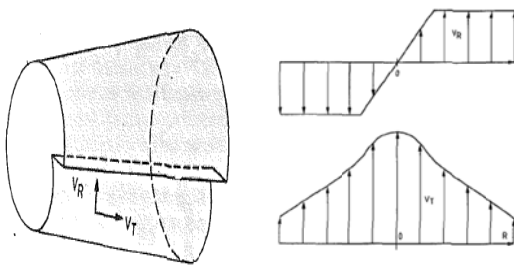
تعداد المان‌های شبکه بسته به نتایج مورد نیاز می‌تواند تنظیم شود، به‌طوری که برای استخراج نتایج عملکردی می‌توان از شبکه بزرگ‌تر و برای مطالعه میدان جریان می‌بایست از شبکه‌بندی ریزتر استفاده کرد به‌طوری که در هر حالت شرط استقلال از شبکه‌بندی (Mesh independency) ارضا شود. برای نمونه، استقلال شبکه برای مشخصه عملکردی نسبت فشار مطابق شکل (۳) است که ملاحظه می‌گردد با ریزتر شدن شبکه به سمت یک مقدار ثابت میل می‌کند و در این حالت، مسئله مستقل از شبکه خواهد بود.



شکل ۳ حساسیت نسبت فشار کمپرسور به تعداد شبکه

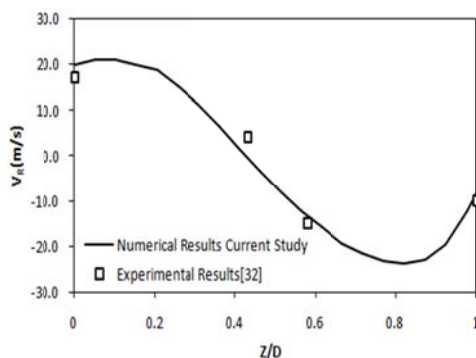
از حدود ۷۵۰ هزار شبکه برای هر کانال پروانه، شامل ورودی، پره (و نیم‌پره) و دیفیوزر استفاده می‌گردد. شبکه‌بندی پروانه، دارای شبکه نوع O-O (Type Grid) است که این توپولوژی یک حلقه بسته در اطراف پره با المان‌های متعامد را شامل می‌شود که ضخامت آن نصف عرض پره در هر مقطع تنظیم گردید. در اطراف پروانه ۱۲ ردیف لایه مرزی با نسبت رشد کمتر از ۱/۳ و اولین شبکه کنار دیواره در فاصله حدود ۰/۰۴ میلی‌متر است.

حذف انحنای موجود بین زبانه و مخروط خروجی است. جریان هوا از لوله ورودی دمیده می شود و پس از عبور از تیغه های راهنما که قابلیت تنظیم دارند وارد محفظه مستقیم می شود. یک تطابق تجربی میان محفظه واقعی و این مدل، برای تنظیم زاویه تیغه های هادی برای سه دبی جرمی کم، بهینه و زیاد نیز انجام گرفته است. طرحواره مؤلفه های شعاعی و مماسی سرعت در مقطع محفظه، با استفاده مدل ساده شده شکل (۶)، مطابق شکل (۷) است.



شکل ۷ طرحواره مؤلفه های سرعت در مدل ساده شده محفظه [4]

شکل های (۸ و ۹) به ترتیب نتایج مدل سازی عددی و نتایج تجربی را در مقطع $X/L = 0.45$ برای سرعت شعاعی و سرعت مماسی نشان می دهند. ساختار گردابه ای، مشابه گردابه جریان اجباری را با بررسی بردار شعاعی سرعت (شکل ۸) و همچنین شکل (۱۰) می توان تشخیص داد.

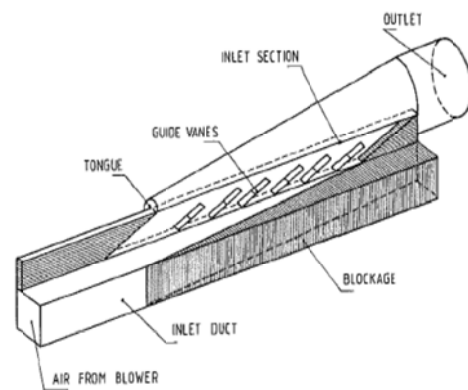


شکل ۸ مؤلفه شعاعی سرعت- نتایج مدل سازی در کنار نتایج تجربی

سیال کاری هوا و معادله حالت گاز ایده آل که ضریب گرمایی ویژه آن تابعی از دما است، استفاده می گردد. شرط مرزی، دبی جرمی و دمای سکون در ورودی و فشار استاتیک در خروجی در نظر گرفته می شود. همچنین بر اساس عدد رینولدز در ورودی پروانه، شدت آشفتگی (Turbulence Intensity) محاسبه گردید و تحلیل حساسیت نشان می دهد که مقدار ۵ درصد برای آن مناسب است. مقدار y^+ دیوار (Wall Y plus) در دامنه حل دوار کمپرسور، مقدار ۱۰ تا ۲۰ تنظیم می گردد. کلیه دیواره ها به صورت آدیاباتیک در نظر گرفته می شوند. دیواره های پروانه و دیفیوزر به صورت هموار (Smooth Wall) و برای محفظه زبری 0.2 میلی متر لحاظ می گردد. معیار هم گرایی پنج صد هزارم تنظیم می گردد.

اعتبارسنجی حلگر

به منظور اعتبارسنجی حلگر مورد استفاده، ابتدا یک مسئله نمونه مورد بررسی قرار می گیرد. مدل انتخابی یک دیفیوزر مخروطی، مطابق شکل (۶) است و برای بررسی ساختار جریان درون محفظه آزمایش شده است [4].

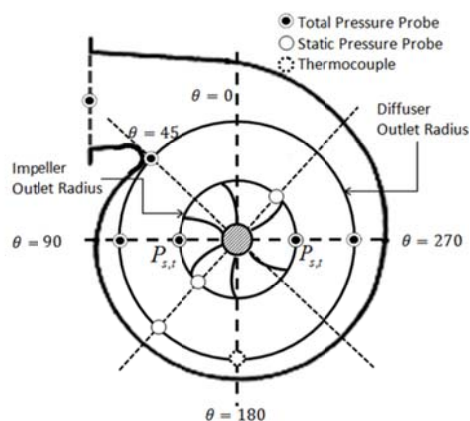


شکل ۶ مدل محفظه مستقیم [4]

این مدل، طرح ساده شده از محفظه کمپرسور یک توربوچارجر است و تفاوت آن با محفظه واقعی،

می توان تلفات انرژی در اجزای کمپرسور را محاسبه کرد.

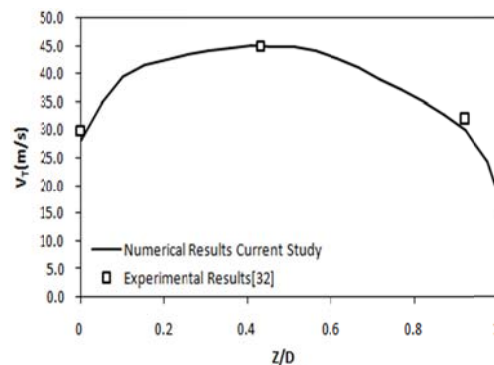
با در نظر گرفتن محدودیت فضا و راه های دسترسی و نیاز به جاسازی پایه حسگرها (Sensors)، موقعیت های اندازه گیری تعیین و وسایل اندازه گیری نصب گردید. شکل (۱۱)، ایستگاه های اندازه گیری و موقعیت آنها را نشان می دهد.



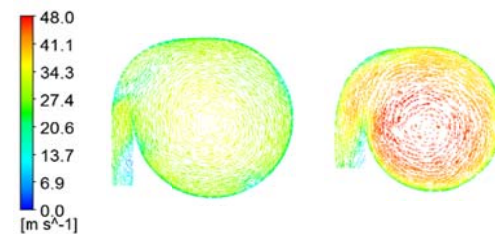
شکل ۱۱ ایستگاه های اندازه گیری بر روی پوسته کمپرسور

برای اندازه گیری فشار سکون با استفاده از لوله پیتوت، می بایست لوله در راستای جریان قرار گیرد تا فشار سکون جریان به درستی اندازه گیری شود. به همین منظور از لوله ای که قابلیت تنظیم داشته باشد استفاده می گردد به طوری که در محل نصب، نشت جریان رخ ندهد. با تنظیم لوله پیتوت، قرائت بیشینه فشار نشان دهنده راستای جریان در محل اندازه گیری است و مقدار فشار سکون خواهد بود.

جدول (۲)، مقادیر محاسبه شده بر مبنای داده های تجربی و نتایج مدل سازی سه بعدی را نشان می دهد. داده ها، مربوط به سه دبی جرمی ۰/۰۵، ۰/۰۸ و ۰/۱۱ کیلوگرم بر ثانیه در سرعت دورانی ۶۰ هزار دور بر دقیقه برای حسگرهای نصب شده در ورودی و خروجی محفظه هستند.



شکل ۹ مؤلفه شعاعی سرعت - نتایج مدل سازی در کنار نتایج تجربی



شکل ۱۰ بردار سرعت در مقاطع $X/L = 0.45$ (راست) و $X/L = 0.81$ (چپ)

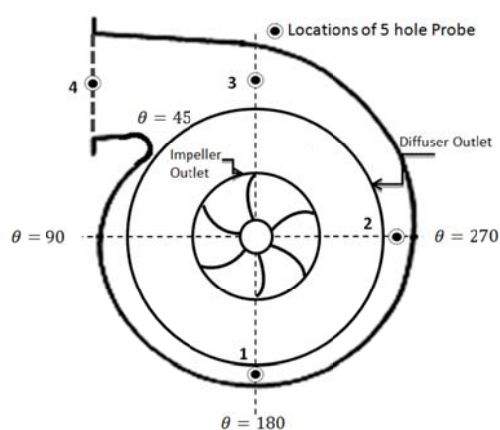
ملاحظه می گردد، نتایج مدل سازی، انطباق خوبی با نتایج تجربی دارد و به خوبی ساختار جریان درون محفظه را نشان می دهد.

مطالعات تجربی

مطالعات تجربی در بستر آزمون توربوچارجر آزمایشگاه توربوچارجر دانشگاه صنعتی شریف صورت می پذیرد. در این آزمایشگاه به منظور انجام آزمایش های عملکردی توربوچارجر، از روش شبیه سازی رفتار توربین با استفاده از هوای مtrakم استفاده می شود [9,10].

بررسی تأثیر محفظه بر افت فشار. برای بررسی تأثیر محفظه بر افت فشار و بازده کمپرسور، نیاز به اندازه گیری فشار و دما در ورودی و خروجی اجزای کمپرسور است. با اندازه گیری پارامترهای جریان

مطالعه میدان جریان. برای مطالعه میدان جریان در محفظه کمپرسور، چهار موقعیت بر روی محفظه به منظور اندازه گیری کمیت های جریان انتخاب گردید. شکل (۱۲) طرح واره این موقعیت ها را نشان می دهد. برای استفاده از کاوشگر، مجاری به قطر مناسب در اطراف محفظه ایجاد گردید. در هر موقعیت، اندازه گیری در چند موقعیت عرضی (جابه جایی در راستای محور کمپرسور)، با استفاده از یک مکانیزم تنظیم مختصات (Traverse)، صورت می گیرد. شکل (۱۳) کاوشگر نصب شده در موقعیت ۲، به همراه مکانیزم جابه جایی را نشان می دهد.



شکل ۱۲ موقعیت های در نظر گرفته شده برای نصب کاوشگر



شکل ۱۳ کاوشگر نصب شده در موقعیت ۲ (شکل ۱۲) و سیستم حرکت عرضی و چرخشی آن

جدول ۲ نتایج مربوط به افت فشار در محفظه

(۶۰ هزار دور بر دقیقه)

دبی جریان (kg/s)	نتایج عددی (Pa)	نتایج تجربی (Pa) ± 1.5 درصد خطای اندازه گیری	انحراف (%)
دبی کم - ۰/۰۵	۲۱۱۹	۲۳۰۰	۷/۸۶
دبی متوسط - ۰/۰۸	۳۷۸۱	۳۹۰۰	۳/۰۵
دبی زیاد - ۰/۱۱	۵۳۸۳	۵۵۰۰	۳/۹۴

ملاحظه می گردد که با افزایش دبی خطای پیش بینی عملکرد محفظه کاهش می یابد.

جدول (۳)، نتایج عددی و تجربی نسبت فشار را برای سه مقطع کمپرسور از ورودی تا به ترتیب ورودی دیفیوزر، خروجی دیفیوزر (ورودی محفظه) و خروجی محفظه نمایش می دهد. با افزایش سرعت دورانی، انحراف نتایج عددی از نتایج تجربی کاهش می یابد و انحراف محدود به ۳/۴ درصد می شود.

هم چنین در جدول (۳)، سهم محفظه از افت فشار سکونی که در محفظه و دیفیوزر رخ می دهد، ذکر گردیده است. ملاحظه می گردد که سهم محفظه و کمپرسور در افت فشار سکون در سرعت دورانی های گزارش شده، برابر است. لازم به ذکر است در هر سرعت دورانی، نتایج برای دبی جرمی که بیشترین بازده را سبب می شود، گزارش شده است.

جدول ۳ سهم محفظه از افت فشار اجزای ثابت

سرعت دورانی (rpm)	نسبت فشار از ورودی تا						نسبت محفظه (%)
	ورودی		خروجی		خروجی محفظه		
	غادی نسبت	غادی نسبت	غادی نسبت	غادی نسبت	غادی نسبت	غادی نسبت	
۵۰۰۰	۱/۳۲۹	۱/۲۸۶	۱/۳۲۰	۱/۲۷۷	۱/۳۱۱	۱/۲۶۸	۵۰/۰
۶۰۰۰	۱/۴۸۸	۱/۴۴۰	۱/۴۷۳	۱/۴۲۵	۱/۴۵۹	۱/۴۱۰	۴۸/۳
۷۰۰۰	۱/۶۳۹	۱/۶۱۸	۱/۶۱۶	۱/۵۹۶	۱/۵۹۴	۱/۵۷۶	۴۸/۹

استخراج ضرایب. تمامی تجهیزات اندازه‌گیری می‌بایست پیش از انجام آزمایش‌ها کالیبره گردند و روابط کالیبراسیون، برای تصحیح مقادیر اندازه‌گیری شده استخراج گردد. به همین منظور حسگرهای فشار با استفاده از مانومتر جیوه‌ای کالیبره می‌شوند. همچنین حسگرهای دما با استفاده از دستگاه مرجع (RTD Thermometer)، در محدوده دمای انجماد تا دمای جوش آب کالیبره و منحنی‌های آن استخراج می‌گردد [12].

ضرایب مورد نیاز کاوشگر پنج‌راهه، با استفاده از فشارهای قرائت‌شده در شرایط آزمون مشخص استخراج می‌گردد. بدین منظور از تونل باد آزمایشگاه مکانیک سیالات دانشگاه صنعتی شریف استفاده می‌گردد. به منظور تغییر راستای کاوشگر نسبت به راستای جریان، پایه کاوشگر طراحی و ساخته شد که امکان چرخش کاوشگر در دو صفحه گام و یاو فراهم گردد. بستر آزمون کالیبراسیون در تونل باد، در شکل (۱۶) مشاهده می‌گردد.

فشارهای قرائت‌شده برای محاسبه ضرایب بدون بعد به کار می‌روند، ضرایب به گونه‌ای تعیین می‌شوند تا بیانی مناسب از کمیت مورد بررسی باشند. ضرایب شامل، ضرایب بدون بعد یاو (C_Y)، گام (C_P)، فشار دینامیکی (C_V) و فشار کل (C_{PT}) است که با استفاده از پنج فشار قرائت شده P_{p1} تا P_{p5} و روابط (۱-۴) محاسبه می‌شوند [13].

$$C_Y = \frac{P_{p3} - P_{p2}}{P_{p1} - 0.25(P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{p5})} \quad (۱)$$

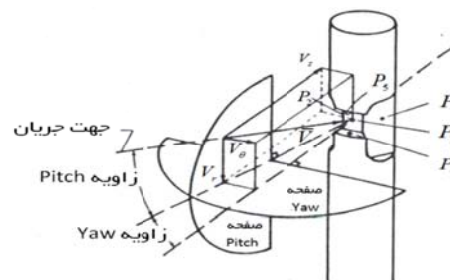
$$C_P = \frac{P_{p5} - P_{p4}}{P_{p1} - 0.25(P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{p5})} \quad (۲)$$

$$C_V = \frac{0.25(P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{p5}) - P_{ps}}{P_{p1} - 0.25(P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{p5})} \quad (۳)$$

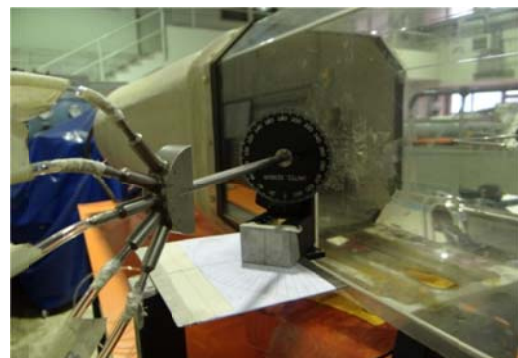
قسمت اصلی کاوشگر پنج‌راهه در شکل (۱۴) ملاحظه می‌گردد. قطر نوک این کاوشگر ۳/۲ میلی‌متر و طول آن ۲۵۰ میلی‌متر است. با استفاده از این کاوشگر می‌توان فشار کل، فشار استاتیک، سرعت جریان و زاویه‌های گام (Pitch) و یاو (Yaw) جریان را اندازه‌گیری کرد. مطابق شکل (۱۵)، مجاری فشار ۲ و ۳ برای سنجش زاویه یاو، مجاری ۴ و ۵ برای سنجش زاویه گام و مجرای ۱ برای اندازه‌گیری فشار کل است. به منظور اندازه‌گیری کمیت‌های جریان، راستای کاوشگر نسبت به یک مرجع مشخص، ثابت فرض می‌شود و زوایای یاو و گام نسبت به کاوشگر سنجیده می‌شود [11].



شکل ۱۴ نوک کاوشگر پنج‌راهه



شکل ۱۵ طرح‌واره کاوشگر و بردار سرعت ورودی



شکل ۱۶ بستر آزمون کالیبراسیون کاوشگر در تونل باد

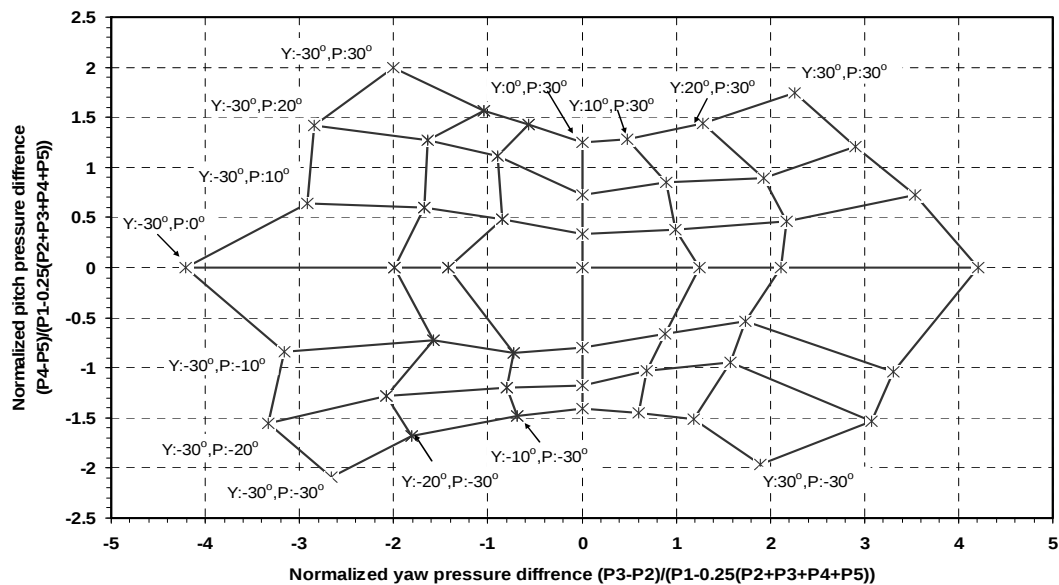
شرایط ایده‌آل می‌بایست از خطوط مستقیم افقی و عمودی تشکیل شده باشد که به دلیل مشکلات ساخت و ایجاد عدم تقارن در حالت واقعی، شبکه‌ای نامتقارن ایجاد می‌گردد [14].

ضریب بدون بعد فشار کل و ضریب بدون بعد فشار دینامیکی برحسب زاویه‌های گام و یاو به ترتیب در شکل‌های (۱۸ و ۱۹) نمایش داده شده‌است.

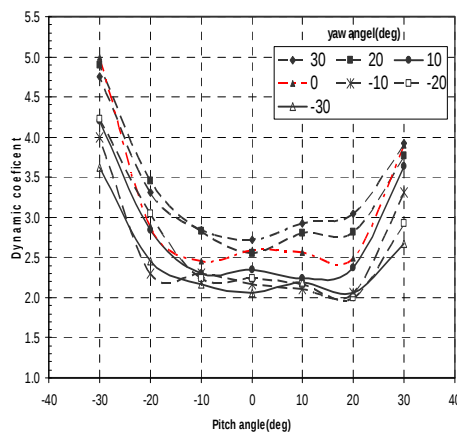
$$C_{PT} = \frac{P_{p1} - P_{pt}}{P_{p1} - 0.25(P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{p5})} \quad (4)$$

در استخراج ضرایب کالیبراسیون و هم‌چنین آزمون‌های میدان جریان داده‌برداری برای هر نقطه، سه مرتبه‌صورت گرفت و داده‌ها پس از میان‌گیری مورد استفاده قرار گرفت.

ضرایب بدون بعد گام و یاو برحسب زوایای مختلف در شکل (۱۷) نشان داده شده‌است. شبکه در

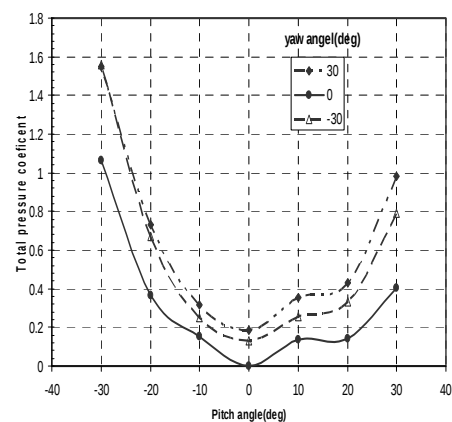


شکل ۱۷ ضرایب بدون بعد گام و یاو در زوایای مختلف قرارگیری کاوشگر [14]



شکل ۱۹ تغییرات ضریب بدون بعد فشار دینامیکی در زوایای

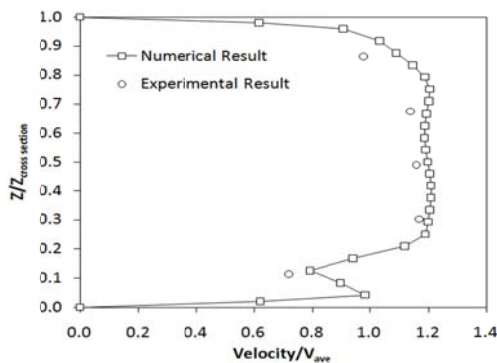
مختلف [14]



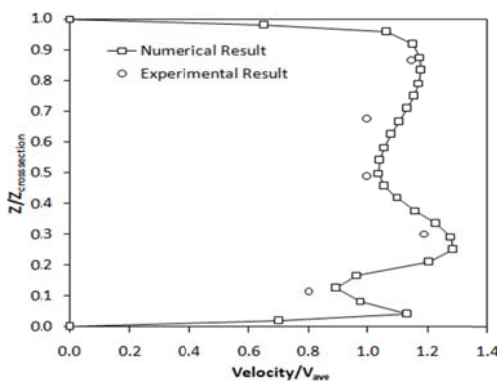
شکل ۱۸ تغییرات ضریب بدون بعد فشار کل در زوایای

مختلف [14]

گزارش می‌گردد. شکل‌های (۲۰ و ۲۱) اندازه بردار سرعت را که با استفاده از مقدار میانگین آن بی‌بعد شده است، به همراه نتایج عددی به ترتیب برای وضعیت ۱ و ۲ نشان می‌دهد و محور عمودی، z^* ، باز حرکتی بی‌بعدشده کاوشگر می‌باشد.



شکل ۲۰. نتایج تجربی و عددی اندازه سرعت در وضعیت ۱



شکل ۲۱. نتایج تجربی و عددی اندازه سرعت در وضعیت ۲

در وضعیت‌های مورد بررسی، ملاحظه می‌گردد که پروفیل سرعت در مقادیر بالای محور عمودی ($z^* > 0.2$)، نسبتاً یکنواخت است و در محدوده z^* بین ۰ تا ۰/۱۵، ناپیوستگی بر روی پروفیل ایجاد شده است.

در وضعیت ۱، در مقادیر $z^* > 0.2$ ، پروفیل سرعت یکنواخت‌تر است و نشان از توسعه یافتگی جریان با توجه به دبی زیادتر آن دارد در حالی که در وضعیت ۲، این پروفیل دارای یک کمینه است (در $z^* \approx 0.5$).

چنانچه کاوشگر در جریان قرار گیرد، با استفاده از پنج مقدار فشار اندازه‌گیری شده، ابتدا ضرایب گام و یاو محاسبه می‌گردند. با استفاده از شکل (۱۷)، زاویه‌های گام و یاو مشخص می‌شوند، که جهت جریان را نسبت به راستای کاوشگر نشان می‌دهند. با استفاده از این زوایا، ضرایب فشار کل و فشار دینامیکی با استفاده از نمودارهای شکل‌های (۱۸ و ۱۹) به دست خواهد آمد. با استفاده از ضرایب بدون بعد به دست آمده و روابط (۳ و ۴) مقادیر فشار سکون، فشار استاتیک جریان و اندازه سرعت قابل محاسبه خواهد بود.

از یک صفحه مدرج برای چرخاندن کاوشگر استفاده می‌شود. دلیل استفاده از این صفحه چرخاندن کاوشگر به منظور قرار گرفتن آن در محدوده‌ای است که ضرایب کاوشگر استخراج شده است. به دلیل این که مجاری داخلی کاوشگر بسیار نازک هستند (قطر کمتر از ۰/۴ میلی‌متر)، برای پایداری شرایط در کلیه مجاری کاوشگر می‌بایست زمان مشخصی هوای فشرده مورد نیاز سیستم تأمین گردد.

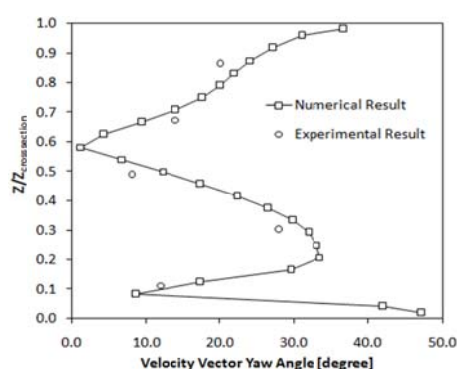
در هر نقطه، با استفاده از فشارهای قرائت شده و منحنی‌های کالیبراسیون، مقدار سرعت (V)، مقادیر فشار استاتیک و سکون و همچنین زوایای گام (β) و یاو (γ) به دست می‌آید و با استفاده از روابط زیر می‌توان مؤلفه‌های بردار سرعت را براساس شکل (۱۵) استخراج نمود.

$$\begin{aligned} V_z &= V \cos(\beta) \cos(\gamma) \\ V_r &= V \sin(\beta) \\ V_\theta &= V \cos(\beta) \sin(\gamma) \end{aligned} \quad (5)$$

اندازه‌گیری در موقعیت ۲، در دو نقطه مختلف کاری در سرعت‌های دورانی ۶۰ و ۷۰ هزار دور بر دقیقه به ترتیب در دبی جرمی ۰/۱۵ و ۰/۱۳ کیلوگرم بر ثانیه که وضعیت ۱ و وضعیت ۲ نامیده می‌شوند،

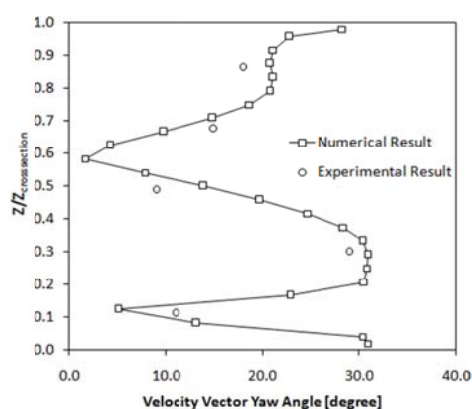
نمودارهای مشابهی در شکل‌های (۲۴ و ۲۵)،
قدر مطلق زاویه یاو را نشان می‌دهد.

مقادیر تجربی با توجه به محدوده کالیبراسیون
کاوشگر، در بازه $\pm 30^\circ$ درجه، الگوی تغییرات زاویه را
به‌خوبی نشان می‌دهند. بررسی زاویه یاو که در صفحه
عمود بر راستای کاوشگر قرار می‌گیرد، به‌خوبی
چرخش جریان را نشان می‌دهد. قدر مطلق زاویه به
سمت مرکز مقطع رفته‌رفته کم می‌شود و پس از آن
افزایش می‌یابد که ساختار گردابه اجباری در مقطع را
نشان می‌دهد. با نزدیک شدن به دیواره هاب، مقدار
زاویه در فاصله کوتاهی افزایش می‌یابد که این موضوع
نشان از قابل ملاحظه بودن سرعت شعاعی خروجی از
دیفیوزر نسبت به سرعت پیرامونی محفظه است و
باعث افزایش مقدار زاویه یاو می‌شود.



شکل ۲۴ نتایج تجربی و عددی قدر مطلق

زاویه یاو بردار سرعت در وضعیت ۱

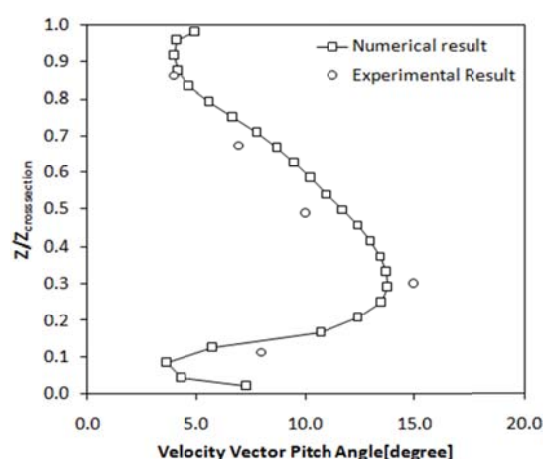


شکل ۲۵ نتایج تجربی و عددی قدر مطلق

زاویه یاو بردار سرعت در وضعیت ۲

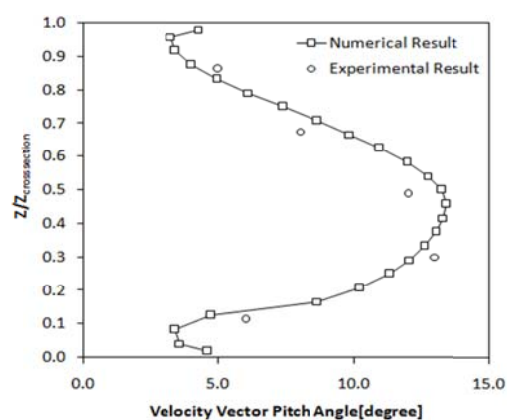
زاویه گام برای دو نقطه عملکردی اندازه‌گیری شده
مطابق شکل‌های (۲۲ و ۲۳) است.

ملاحظه می‌گردد که زاویه گام در بازه تقریباً 10°
درجه‌ای نوسان می‌کند و البته در وضعیت ۱، تغییرات
بیشتری را تجربه می‌کند. با این حال این زاویه مربوط
به صفحه گذرنده از راستای محور کاوشگر است و با
توجه به موقعیت قرارگیری کاوشگر نسبت به جریان،
بیانگر زاویه‌ای است که تأثیر کوچک‌ترین مؤلفه
سرعت را نشان می‌دهد، بنابراین مقدار و تغییرات آن
نسبت به زاویه یاو کمتر است.



شکل ۲۲ نتایج تجربی و عددی زاویه گام بردار سرعت

در وضعیت ۱



شکل ۲۳ نتایج تجربی و عددی زاویه گام بردار سرعت

در وضعیت ۲

جمع بندی

در این پژوهش مطالعه عددی و تجربی ساختار جریان و میدان فشار در محفظه کمپرسور گریز از مرکز صورت می گیرد. مدل سازی اجزای کمپرسور با استخراج هندسه و تحلیل جریان در پروانه، دیفیوزر و محفظه انجام می گردد و با استفاده از یک مسئله نمونه، مدل سازی عددی اعتبارسنجی می گردد.

میدان جریان در موقعیت های قابل اندازه گیری با استفاده از کاوشگر پنج راهه مورد مطالعه قرار می گیرد. به این منظور، ابتدا ضرایب کاوشگر با استفاده از تونل باد استخراج می شود و سپس توسط مکانیزم تغییر مختصات بر روی بستر آزمون نصب می گردد.

نتایج نشان می دهد که مدل عددی با دقت قابل قبولی افت فشار ناشی از وجود محفظه را پیش بینی می کند. همچنین مقایسه افت فشار در سرعت دورانی های مختلف نشان می دهد که در دبی جرمی ای که حداکثر بازده حاصل می گردد، محفظه و دیفیوزر سهم یکسان دارند.

اندازه گیری ها، به خوبی ساختار جریان را درون مجاری محفظه نشان می دهد. مطالعه ساختارهای جریان نشان می دهد که جریان پس از ورود به محفظه، شروع به چرخش در مقطع می کند و عامل این چرخش مؤلفه شعاعی سرعت در ورودی محفظه است. عامل ایجاد عدم یکنواختی مشاهده شده در پروفیل سرعت درون محفظه، تأثیرپذیری آن از جریان خروجی از دیفیوزر است که در محفظه های نیمه خارجی این تأثیر بیشتر است.

فهرست علائم

C_p ضریب بدون بعد گام

C_v ضریب بدون بعد یاو

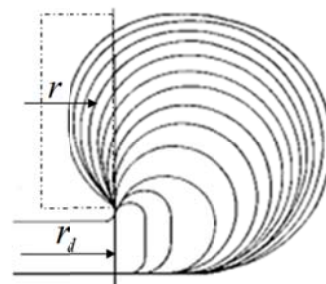
C_{PT} ضریب بدون بعد فشار کل

با توجه به موقعیت های اندازه گیری و دبی های جریان، خطای مدل عددی در نزدیک دیواره افزایش می یابد. البته می بایست خطای اندازه گیری توسط کاوشگر در نزدیکی دیواره به دلیل تأثیر دیواره را بر آن نیز در نظر گرفت.

شکل خاص محفظه سبب می شود در محدوده نزدیک به دیواره، ناپیوستگی بر روی پروفیل سرعت ایجاد گردد که ناشی از ورود سیال از ناحیه دیفیوزر است.

محفظة مورد بررسی، یک محفظه نیمه خارجی (semi external) است. به این معنی که مناطقی از سطح مقطع محفظه وجود دارد که فاصله آنها از محور ماشین کمتر از شعاع خروجی دیفیوزر است. در شکل ۲۶ که سطح مقطع های مختلف محفظه را بر روی یک صفحه نشان می دهد، ملاحظه می گردد که در مستطیل نشان داده شده، خواهیم داشت: $r < r_d$. درحالی که در محفظه های خارجی برای تمام r ها عبارت $r \geq r_d$ برقرار است.

ملاحظه می گردد، که در این نوع محفظه، تأثیر جریان خروجی از دیفیوزر که در واقع مؤلفه شعاعی سرعت است، بر عدم یکنواختی پروفیل سرعت در مقطع، قابل ملاحظه است و این غیر یکنواختی منجر به ایجاد یک افت فشار سکون اضافی خواهد شد. در محفظه های خارجی به دلیل دور شدن مقاطع از خروجی دیفیوزر، این تأثیر کاهش می یابد.



شکل ۲۶ محفظه نیمه خارجی

علامه یونانی	L طول مخروط در آزمون محفظه مستقیم
β زاویه گام	C_v ضریب بدون بعد فشار دینامیکی
γ زاویه یاو	V بردار سرعت جریان
زیر نویس ها	V_T مؤلفه مماسی سرعت در آزمون محفظه مستقیم
r مؤلفه سرعت در راستای کاوشگر	V_R مؤلفه شعاعی سرعت در آزمون محفظه مستقیم
θ مؤلفه سرعت مماس بر کاوشگر	X موقعیت طولی در آزمون محفظه مستقیم
z مؤلفه سرعت عمود بر کاوشگر	r موقعیت شعاعی نسبت به محور ماشین
$P1$: $P5$ فشارهای اندازه گیری از کاوشگر	r_d شعاع خروجی دیفیوزر (شعاع ورودی محفظه)
تقدیر و تشکر	z راستای اندازه گیری کاوشگر

نویسندگان از همکاری پرسنل آزمایشگاه توربوچارجر و آزمایشگاه مکانیک سیالات دانشگاه صنعتی شریف کمال تشکر را دارند.

مراجع

1. Mojaddam, M., Hajilouy-Benisi, A. and Movahhedy, M.R., "Optimal design of the volute for a turbocharger radial flow compressor", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace*, Vol. 229(6), pp. 993–1002, (2015).
2. Ayder, E., Van den Braembussche, R. and Brasz, J., "Experimental and theoretical analysis of the flow in a centrifugal compressor volute", *ASME 1992 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, Vol. 1, Cologne, Germany, June 1–4, (1992).
3. Pissasale, A. and Ahmed, N., "Theoretical calibration of a five hole probe for highly three dimensional flow", *International Journal of Measurement Science and Technology*, Vol. 13(7), pp. 1100-1107, (2002).
4. Van den Braembussche, R. and Hande, B., "Experimental and theoretical study of the swirling flow in centrifugal compressor volutes", *Journal of turbomachinery*, Vol. 112(1), pp. 38-43, (1990).
5. Van den Braembussche, R., Engeda, A., Keiper, R. and Rautenberg, M., "Experimental and numerical investigation of the flow in a centrifugal compressor volute", *Journal of turbomachinery*, Vol. 122, pp. 21-31, (2000).

6. Chondrokostas, C., "Calibration of pneumatic five-hole probes in the free-jet wind tunnel", Ph.D. Thesis, Vienna University of Technology, Austria, (2005).
7. Doustmohammadi, A.A., Hajilouy-Benisi, A. and Mojaddam, M., "Experimental and numerical investigation of losses in centrifugal compressor components", *Proceeding of ASME Turbo Expo Turbine Technical Conference and Exposition 2013*, Volume 6C, Texas, US, June 3-7, (2013).
8. Morrison, G., Schobeiri, M. and Pappu, K., "Five-hole pressure probe analysis technique", *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 9(3), pp. 153-158, (1998).
9. Hajilouy-Benisi, A., Rad, M. and Shahhosseini, M., "Flow and performance characteristics of twin-entry radial turbine under full and extreme partial admission conditions", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 79(12), pp. 1127-1143, (2009).
۱۰. مجدم، محمد، «طراحی و بهینه‌سازی محفظه کمپرسور گریز از مرکز و ارزیابی آن با نتایج تجربی»، رساله دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، (۱۳۹۳).
11. Mojaddam, M., Hajilouy-Benisi, A. and Movahhedy, M.R., "Experimental and numerical investigation of radial flow compressor volute shape effects in characteristics and circumferential pressure non-uniformity", *Scientia Iranica Transaction B Mechanical Engineering*, Vol. 20(6), pp. 1753-1763, (2013).
12. Nili-Ahmadabadi, M., Hajilouy-Benisi, A., Durali, M. and Ghadak, F., "Investigation of a centrifugal compressor and study of the area ratio and TIP clearance effects on performance", *Journal of Thermal Science*, Vol. 17(4), pp. 314-323, (2008).
13. Mojaddam, M., Benisi, A.H. and Movahhedi, M.R., "Investigation on effect of centrifugal compressor volute cross-section shape on performance and flow field", *Proceedings of ASME Turbo Expo-Turbine Technical Conference and Exposition 2012*, Volume 8, Copenhagen, Denmark, June 11-15, (2012).
14. Hajilouy - Benisi, A., Rad, M. and Shahhosseini, M.R., "Empirical assessment of the performance characteristics in turbocharger turbine and compressor", *Experimental Techniques*, Vol 34(3), pp. 54-67, (2010).

شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان لزج تراکم‌پذیر گذر از صوت و مافوق صوت با استفاده از طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی*

صالح عباسی مود^(۱) سید مجید ملک‌جعفریان^(۲)

چکیده مقاله حاضر به بررسی حل عددی معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر در حالت ناپایا و دوبعدی بر پایه روش حجم محدود با طرحی جدید می‌پردازد. لذا طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی (Kinetic Energy Preserving (KEP)) برای حل میدان جریان تراکم‌پذیر گذر از صوت و مافوق صوت خارجی روی شبکه‌های خیلی ریز (تعداد مش از مرتبه عدد رینولدز) بدون نیاز به جملات اتلاف مصنوعی، حتی در محل وقوع امواج ضربه‌ای معرفی می‌گردد. لازم به ذکر است که حل میدان جریان با طرح مورد نظر در این محدوده از سرعت، برای اولین بار ارائه می‌شود. لذا با انفصال معادلات حاکم بر اساس طرح KEP و حذف اثرات اتلافی، شبیه‌سازی عددی مستقیم (Direct Numerical Simulation) جریان امکان‌پذیر می‌گردد. نتایج به دست آمده از این حل، برای جریان مافوق صوت روی صفحه تخت و جریان گذر از صوت روی ایرفویل در اعداد رینولدز پایین نشان می‌دهد که روش KEP قادر است بدون هیچ اتلاف مصنوعی حتی در نواحی با امواج ضربه‌ای، حلی پایدار و غیرنوسانی ارائه دهد. بنابراین می‌توان از روش KEP به منظور شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان‌های آشفته (بدون نیاز به هیچ‌گونه مدل‌سازی پدیده آشفستگی) بهره برد.

واژه‌های کلیدی جریان لزج تراکم‌پذیر؛ روش حجم محدود؛ شبیه‌سازی عددی مستقیم؛ حفظ مقدار انرژی جنبشی.

Direct Numerical Simulation of Supersonic and Transonic Compressible Viscous Flow by Kinetic Energy Preserving Scheme

S. Abbasi-Mood S.M. Malek-Jafarian

Abstract Present paper investigates the numerical solution of two-dimensional unsteady compressible Navier-Stokes equations by a new scheme based on the finite volume method. Kinetic Energy Preserving (KEP) scheme is introduced for solving the supersonic and Transonic external compressible flow field on very fine grids (with a number of cells of the order of the Reynolds number) without artificial dissipation terms even in place of shock waves. It should be noted that the solution of flow field with this scheme in this range of speed, is presented for the first time. By discretization of the governing equations based on KEP scheme and elimination of dissipative effects, the Direct Numerical Simulation (DNS) of the flow is possible. The results of this solution for supersonic flow over flat plate and Transonic flow over the airfoil at low Reynolds numbers show that the KEP method can be presented stable and non-oscillatory solution by no artificial dissipation even in areas with shock waves. Therefore, the KEP method can be used for DNS of turbulent flows (without a modeling the turbulence phenomena itself).

Key Words Compressible Viscous Flow; Finite Volume Method; Direct Numerical Simulation; Kinetic Energy Preserving Scheme

* تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۱۰/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱/۱۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.30888

(۱) کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند. mmjafarian@birjand.ac.ir

مقدمه

امروزه در اکثر صنایع نیاز به حل عددی معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر امری عادی محسوب می‌شود؛ اما به علت ماهیت سهموی (Parabolic) و غیرخطی این معادلات، حل آنها در صورت وجود امواج ضربه‌ای یا ناپیوستگی‌های محل تماس می‌تواند گسسته باشد. حل مسائلی با این نقاط ناپیوستگی ممکن است یکتا (Unique) نباشد یا حلی ضعیف باشد [1]. از طرفی برای شبیه‌سازی جریان تراکم‌پذیر لازم است که شرط بقای جرم، مومنتوم و انرژی ارضا شوند. در برخورد با جریان‌های تراکم‌پذیر همراه با امواج ضربه‌ای، اهمیت انفصال معادلات در شکل بقایی آن بیشتر می‌شود؛ به‌طوری که بر طبق نظریه لکس (Lax) و وندورف (Wendroff) برای تضمین این‌که حل عددی شرایط درست وقوع موج ضربه‌ای (Shock Jump Conditions) را پیش‌بینی کند، کافی است که معادلات در شکل بقایی‌شان منفصل گردند. البته به شرطی که حل عددی در حالت حدی با ریزتر شدن شبکه، همگرا شود [2].

یکی از راهبردهای دینامیک سیالات محاسباتی برای تسخیر امواج ضربه‌ای یا تسهیل در پایداری جریان‌های تراکم‌پذیر، اضافه کردن جملات اتلاف مصنوعی (Artificial Dissipation Term) به معادلات حاکم است؛ اما اگر اضافه کردن لزجت مصنوعی، به‌طور کامل کنترل نشود و دقیقاً به جایی که نیاز است محدود نگردد، می‌تواند باعث میرایی (Dampening) در کل دامنه محاسباتی شود. در این صورت بعضی ویژگی‌های جریان از قبیل گردابه‌های جریان آشفته، می‌تواند به واسطه شبیه‌سازی، کاملاً حذف گردد [3]. لذا طرحی که کمترین میزان اتلاف مصنوعی را به معادلات اضافه کند، از نظر برقراری قوانین بقا، قابل اعتمادتر است و می‌تواند نتایج بهتری ارائه دهد.

برخی از محققان بر این نظرند که اگر یک طرح

انفصالی طوری ساخته شود که بتواند برآورد درستی از یک نوع انرژی کل را ارائه دهد، آن‌گاه حداقل باید برای حل‌های هموار (Smooth) بدون نیاز به لزجت مصنوعی پایدار باشد [2]. بنابراین می‌توان از طرحی استفاده کرد که در عین این‌که کمترین میزان اتلاف مصنوعی را (چه در حوالی امواج ضربه‌ای و چه در نواحی هموار میدان جریان) به معادلات اضافه می‌کند، برآورد درستی از حفظ مقدار انرژی جنبشی داشته باشد. انرژی جنبشی کمیتی مهم در جریان‌های سیال است که به‌وسیله لزجت فیزیکی از بین می‌رود. در جریان آشفته، انرژی جنبشی تزریق شده به سیال در مقیاس‌های بزرگ به‌صورت آبشاری به مقیاس‌های کوچک منتقل و سرانجام به‌وسیله لزجت نابود می‌شود. از این‌رو برای یک طرح عددی مطلوب است که حفظ مقدار انرژی جنبشی سازگار با معادلات ناویر-استوکس را به‌طور مطمئن ارائه دهد [1]. هر چند اعمال محدودیت (Bound) روی انرژی جنبشی، محدودیتی را در حل یک جریان تراکم‌پذیر تضمین نمی‌کند؛ اما در جایی که آبشار انرژی بین مقیاس‌های مختلف گردابه‌ها وجود دارد، ارزیابی صحیح حفظ انرژی جنبشی برای دقت شبیه‌سازی آشفته‌گی، لازم و تعیین‌کننده است [2].

در روش حجم محدود، شارهای لزج و غیرلزج در امتداد وجه هر سلول از شبکه باید محاسبه شود. در محاسبه این شارها می‌توان برخی خواص معادلات ناویر-استوکس از جمله حفظ مقدار انرژی جنبشی را در نظر گرفت. بر این اساس جیمسون (Jameson) طرح حجم محدودی ارائه کرده است که دقیقاً قانون حفظ مقدار کلی انرژی جنبشی را ارضا می‌کند [2]. طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی جیمسون (KEP) نشان می‌دهد که شارهای فصل مشترک یک طرح بقایی نیمه-منفصل (Semi-Discrete) می‌تواند طوری ساخته شود که معادله انفصالی انرژی جنبشی کل حاصل از این روش، دقیقاً متناظر با معادله انرژی جنبشی کل

در پژوهش حاضر برای اولین بار به منظور حل عددی مستقیم جریان تراکم‌پذیر گذر از صوت و مافوق صوت خارجی روی شبکه‌های خیلی ریز بدون نیاز به جملات اتلاف مصنوعی (حتی در محل وقوع امواج ضربه‌ای) از طرح KEP استفاده شده است. بدین منظور ابتدا شارهای لزج و غیرلزج معادلات ناویر-استوکس ناپایای تراکم‌پذیر در امتداد وجه هر سلول از شبکه مطابق با طرح KEP محاسبه می‌شود. در مورد پیشروی زمانی حل، از روش سه مرحله‌ای شو (Shu) با کوچک‌ترین گام زمانی سلول‌های شبکه که مرتبط با عدد کورانت (CFL) است، استفاده خواهد شد. سپس نتایج تحلیل دوبعدی جریان مافوق صوت روی صفحه تخت و جریان گذر از صوت روی ایرفویل در اعداد رینولدز پایین ارائه می‌گردد.

طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی در حالت کلی

در این قسمت طرح KEP برای جریان لزج تراکم‌پذیر سه‌بعدی بسط خواهد یافت. میدان سرعت به صورت u^i فرض می‌شود که از بالانویس i برای نشان دادن جهت مختصات استفاده می‌گردد. بنابراین معادلات ناویر-استوکس در شکل بقایی و نوشتار ماتریسی می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^i} F^i(W) = 0 \quad (1)$$

که در آن بردارهای حالت و شار برابرند با:

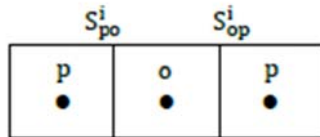
$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u^1 \\ \rho u^2 \\ \rho u^3 \\ \rho E \end{bmatrix}, F^i = \begin{bmatrix} \rho u^i \\ \rho u^i u^1 - \tau^{i1} + p \delta^{i1} \\ \rho u^i u^2 - \tau^{i2} + p \delta^{i2} \\ \rho u^i u^3 - \tau^{i3} + p \delta^{i3} \\ \rho u^i H - u^j \tau^{ij} - q^i \end{bmatrix} \quad (2)$$

در این رابطه ρ چگالی، p فشار و $E = e + \frac{1}{2}u^2$ انرژی کل مخصوص (بر واحد جرم) است که مجموع

باشد. ویژگی اصلی این شارها در طرح KEP برای تسخیر حفظ مقدار انرژی جنبشی، در نحوه محاسبه شار مومنتوم نهفته است. این نحوه محاسبه در طرح KEP موجب می‌شود تا جملات شار جابه‌جایی از معادله انرژی جنبشی حذف شود. در واقع طرح KEP برای ارزیابی شارهای لزج (تنش‌ها) و شارهای غیرلزج (جابه‌جایی) در فصل مشترک سلول‌ها از میانگین حسابی مقادیر هرکمیت در مرکز هر جفت سلول مجاور استفاده می‌کند. از طرفی طرح KEP، حفظ مقدار کلی انرژی جنبشی را در سرتاسر دامنه محاسباتی علاوه بر بقای جرم، مومنتوم و انرژی کل حفظ می‌کند. رعایت حفظ مقدار انرژی جنبشی در جریان‌های هموار و هم‌چنین جریان‌هایی که دارای ناپیوستگی (امواج ضربه‌ای) هستند، به اندازه کافی پایداری برای انجام محاسبات فراهم می‌کند.

در تجربیات عددی طرح KEP توانسته است که امواج ضربه‌ای، ناپیوستگی محل تماس و ناحیه انبساط را با موفقیت بدون اضافه کردن هیچ نوع اتلاف مصنوعی حل کند؛ به شرطی که از شبکه‌ای به اندازه کافی ریز با تعداد نقاطی از مرتبه عدد رینولدز استفاده شود [2]. این طرح، اولین بار برای شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان تراکم‌پذیر لزج یک‌بعدی در یک لوله دارای امواج ضربه‌ای به کار برده شد [2]. در ادامه آلانیو (Allaneau) و جیمسون [3] از این طرح برای شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان تراکم‌پذیر لزج دوبعدی در یک لوله دارای امواج ضربه‌ای استفاده کردند. آلانیو و جیمسون [4] طرح KEP را برای شبیه‌سازی عددی مستقیم دوبعدی جریان تراکم‌پذیر زیر صوت لزج با عدد رینولدز پایین روی ایرفویل نوسانی به کار بردند. طرح KEP مجدداً توسط آلانیو و جیمسون [5] به روش گالرکین ناپیوسته با مراتب بالاتر تعمیم یافت و برای تحلیل یک‌بعدی در یک لوله دارای امواج ضربه‌ای استفاده شد.

تعریف، یک طرح عددی برای حل معادلات ناویر-استوکس لزج، زمانی مقدار انرژی جنبشی را حفظ می‌کند که فرم انفصالی رابطه (۶) را ارضا کند [3].



شکل ۱. نمایی از حجم کنترل یا گره o با گره‌های مجاور p

حال اگر فرض شود که میدان جریان با یک شبکه‌ی دلخواه از سلول‌ها پوشیده شده است، معادلات بقای (۱) می‌توانند با دیدگاه حجم محدود منفصل شوند. لذا مطابق با شکل (۱)، حجم کنترل‌هایی به‌صورت سلول در نظر گرفته می‌شود که گره‌ها در مرکز آنها واقع شده است. در این صورت هر حجم کنترل یا سلول o یک یا چند سلول همسایه p دارد که با وجه‌هایی محدود می‌شود. مساحت این وجه‌های جهت‌دار با S^i_{op} که وجه مشترک حجم کنترل‌های o و p است، نشان داده می‌شود. هر حجم کنترل یا گره مرزی b نیز به‌وسیله یک وجه خارجی با مساحت جهت‌دار S^i_b بسته می‌شود؛ در این جا S^i_b از منفی مجموع مساحت وجه‌های بین b و دیگر همسایه‌هایش به‌دست می‌آید؛ یعنی:

$$\begin{aligned} n^i_{op} &= -n^i_{po} \\ S^i_{op} &= A_{op} n^i_{op} \\ S^i_b &= -\sum_p S^i_{bp} \end{aligned} \quad (7)$$

در رابطه (۷) n^i_{op} بردار عمود بر سطح و A_{op} مساحت اسکالر وجه op می‌باشد. تقریب حجم محدود نیمه-منفصل معادلات بقای (۱) برای هر گره داخلی o به شکل زیر است:

انرژی درونی e و جنبشی $\frac{1}{2}u^i{}^2$ می‌باشد. هم‌چنین H مجموع انرژی کل مخصوص و E کار جریان $\frac{p}{\rho}$ است که انتالپی مخصوص نام دارد. تانسور تنش‌های لزج τ^{ij} و شارهای حرارتی q^j نیز به شکل زیر بیان می‌شوند:

$$\tau^{ij} = \mu \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u^k}{\partial x^k} \delta^{ij} \quad (3)$$

$$q^j = -k \frac{\partial T}{\partial x^j} \quad (4)$$

که در آن δ^{ij} دلتای کرونکر، T درجه حرارت، μ لزجت مولکولی و k هدایت حرارتی است. اگر انرژی جنبشی بر واحد حجم به‌صورت $K = \rho u^i{}^2 / 2$ تعریف شود؛ با مشتق‌گیری از K نسبت به زمان t، معادله (۵) استخراج می‌شود:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{u^i{}^2}{2} \right) = u^i \frac{\partial}{\partial t} (\rho u^i) - \frac{u^i{}^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (5)$$

با جایگزینی مشتق‌های زمانی نظیر، از معادلات پیوستگی و مومنتوم در رابطه (۵) و انتگرال‌گیری از آن روی یک میدان ثابت قرضی (D) در فضا، قانون حفظ مقدار کلی برای انرژی جنبشی به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_D K dV = & - \int_{\partial D} \left[u^j \left(p + \rho \frac{u^i{}^2}{2} \right) - u^i \tau^{ij} \right] \vec{n}^j dA \\ & + \int_D \left(p \frac{\partial u^j}{\partial x^j} - \tau^{ij} \frac{\partial u^i}{\partial x^j} \right) dV \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن $\vec{n}^j$ بردار عمود بر سطح، dA المان سطح، dV المان حجم سلول و ∂D کل سطح مرزی است. در اینجا فرض می‌شود که میدان D شامل هیچ نوع ناپیوستگی نمی‌باشد. اگر امواج ضربه‌ای در این میدان وجود داشته باشد؛ رابطه (۶) دیگر برقرار نیست. بنا به

و هم‌چنین اگر شارهای مذکور در مرزهای میدان به‌صورت زیر محاسبه گردند:

$$\begin{aligned}(\rho u^i)_b &= \rho_b u_b^i \\ (\rho u^i u^j)_b &= \rho_b u_b^i u_b^j \\ (p\delta^{ij} - \tau^{ij})_b &= p_b \delta^{ij} - \tau_b^{ij}\end{aligned}\quad (13)$$

آن‌گاه تقریب (۸)، شکل انفصالی قانون حفظ مقدار کلی انرژی جنبشی (۶) را به‌صورت زیر نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned}\sum_o \text{vol}_o \frac{dK_o}{dt} = & - \sum_b S_b^j \left(u_b^j \left(p_b + \rho_b \frac{u_b^{j2}}{2} \right) - u_b^i \tau_b^{ij} \right) \\ & + \sum_o p_o \sum_p \frac{u_o^i + u_p^i}{2} S_{op}^i \\ & - \sum_o \tau_o^{ij} \sum_p \frac{u_o^i + u_p^i}{2} S_{op}^i\end{aligned}\quad (14)$$

باید توجه داشت که در روابط فوق زیرنویس‌های o و p نشان‌دهنده محل گره داخلی، b نشانگر محل گره مرزی و op محل وجه داخلی است. لذا در شرایط (۱۱ و ۱۲) طرح KEP، ابتدا مجهولات سرعت، فشار و تنش در محل گره محاسبه شده سپس با گرفتن یک میانگین حسابی به محل وجه منتقل می‌شود؛ اما در مورد شرایط (۱۳) به‌دلیل قرار گرفتن گره بر روی وجه مرزی نیازی به گرفتن میانگین حسابی نیست و درنتیجه به‌طور مستقیم مقدار گره مرزی برای محاسبه شار لحاظ می‌گردد.

نحوه محاسبه شار جابه‌جایی در شرط (۱۱) کمی آزادی عمل به‌وجود می‌آورد؛ چرا که برای شار پیوستگی $(\rho u^i)_{op}$ شرط خاصی تعیین نشده است. بنابراین اگر میانگین حسابی یک کمیت مانند g بین

$$\text{Vol}_o \frac{dW_o}{dt} + \sum_p F_{op}^i S_{op}^i = 0 \quad (8)$$

در معادله (۸) Vol_o حجم سلول o است. بردارهای حالت و شار نیز برابرند با:

$$W_o = \begin{bmatrix} \rho_o \\ \rho_o u_o^1 \\ \rho_o u_o^2 \\ \rho_o u_o^3 \\ \rho_o E_o \end{bmatrix}, \quad F_{op}^i = \begin{bmatrix} (\rho u^i)_{op} \\ (\rho u^i u^1)_{op} + (p\delta^{i1} - \tau^{i1})_{op} \\ (\rho u^i u^2)_{op} + (p\delta^{i2} - \tau^{i2})_{op} \\ (\rho u^i u^3)_{op} + (p\delta^{i3} - \tau^{i3})_{op} \\ (\rho u^i H)_{op} + (u^j \tau^{ij} + q^j)_{op} \end{bmatrix} \quad (9)$$

در گره مرزی b باید سهم اضافه $F_b^i S_b^i$ نیز در نظر گرفته شود که در این‌جا بردار شار مرزی F_b^i به‌صورت زیر ارزیابی می‌شود:

$$F_b^i = F^i(W_b) \quad (10)$$

حال می‌توان با تعیین شرایط کافی برای المان F_{op}^i مقدار انرژی جنبشی را حفظ کرد و شکل انفصالی رابطه (۶) را به‌دست آورد؛ این شرایط، اساس طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی (KEP) را ارائه می‌دهد [2]. بنابراین اگر به‌ترتیب شارهای جابه‌جایی (غیرلزج) و شارهای لزج وجه‌های داخلی که در المان F_{op}^i رابطه (۹) وجود دارد، به شکل زیر محاسبه شود:

$$(\rho u^i u^j)_{op} = \frac{1}{2} (\rho u^i)_{op} (u_p^j + u_o^j) \quad (11)$$

$$\begin{aligned}(p\delta^{ij} - \tau^{ij})_{op} = & \frac{1}{2} (p\delta^{ij} - \tau^{ij})_o \\ & + \frac{1}{2} (p\delta^{ij} - \tau^{ij})_p\end{aligned}\quad (12)$$

همگرایی حل با دقت بیشتر، دیگر نیاز به اضافه کردن اتلاف مصنوعی نباشد.

طرح KEP برای حل میدان جریان تراکم‌پذیر در شبکه‌های خیلی ریز بدون نیاز به جملات اتلاف مصنوعی حتی در محل وقوع موج ضربه‌ای توسعه یافته است؛ به طوری که برای شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS) مناسب می‌باشد. این طرح نحوه محاسبه شارهای لزج و غیرلزج را مطابق با آنچه شرح داده شد، تغییر می‌دهد. لذا در این پژوهش ابتدا معادلات دوبعدی حاکم بر جریان تراکم‌پذیر با تقریب حجم محدود منفصل می‌شوند؛ سپس با اعمال شرایط (۱۱) تا (۱۳) طرح KEP در محاسبه شارهای عددی، ضمن حذف جملات اتلاف مصنوعی، یک کد عددی به دست می‌آید. در ادامه نیز از کد KEP برای اولین بار جهت تحلیل دوبعدی جریان لزج خارجی مافوق صوت روی صفحه تخت و گذر از صوت روی ایرفویل در اعداد رینولدز پایین استفاده شده و اثرات حذف جملات اتلاف مصنوعی بررسی می‌گردد. لازم به توضیح است که در حل مستقیم جریان، با افزایش عدد رینولدز تعداد نقاط شبکه نیز افزایش می‌یابد. این امر علاوه بر افزایش محاسبات عددی، ملزومات سخت‌افزاری با سرعت بیشتر را نیز می‌طلبد. لذا به دلیل عدم پرهیز از محاسبات طولانی و عدم دسترسی به سخت افزارهای با سرعت بالا، در کار حاضر سعی شده است که محاسبات محدود به اعداد رینولدز پایین باشد.

معادلات حاکم. در فرآیندهای حل عددی بهتر است از شکل بی بعد معادلات حاکم، تعریف شده براساس کمیت‌های جریان آزاد استفاده شود. لذا معادلات بی بعد جریان لزج تراکم‌پذیر در دوبعد به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial W}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} F(W) + \frac{\partial}{\partial y^*} G(W) = \frac{1}{Re_\infty} \left(\frac{\partial}{\partial x^*} R(W) + \frac{\partial}{\partial y^*} S(W) \right) \quad (17)$$

سلول‌های o و p به صورت $\bar{g}_{op} = (g_o + g_p)/2$ در نظر گرفته شود، شار پیوستگی برابر است با:

$$(\rho u^i)_{op} = \bar{\rho}_{op} \bar{u}_{op}^i \quad \text{or} \quad \bar{\rho} \bar{u}_{op}^i \quad (15)$$

سپس برای محاسبه شار جابه‌جایی از شرط (۱۱) استفاده می‌شود. از این آزادی عمل در محاسبه شار می‌توان برای ایجاد طرح‌هایی که خواصی غیر از مقدار انرژی جنبشی را حفظ می‌کنند، بهره برد. به طور مشابه با شرط (۱۱) می‌توان برای محاسبه شار انرژی $(\rho u^i H)_{op}$ به شکل زیر عمل کرد:

$$(\rho u^i H)_{op} = (\rho u^i)_{op} \bar{H}_{op} \quad (16)$$

در نهایت اگر شارهای داخلی رابطه (۹)، شرایط (۱۱ و ۱۲) و شارهای مرزی آن شرایط (۱۳) را ارضا کنند، مقدار انرژی جنبشی حفظ شده و طرح موسوم به KEP به دست می‌آید.

تحلیل دوبعدی جریان لزج تراکم‌پذیر

معمولاً در تحلیل عددی معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر، جملات شار غیرلزج در محل وجه‌های شبکه با طرح تفاضل مرکزی منفصل شده و شارهای لزج نیز به کمک روابط تفاضل محدود به طور مستقیم در محل وجه محاسبه می‌شوند. اما به دلیل وجود امواج ضربه‌ای در جریان تراکم‌پذیر، حل‌های عددی مذکور نیازمند استفاده از طرح‌های اتلاف مصنوعی همانند طرح اتلافی اسکالر (Scalar Dissipation Scheme) برای پیش‌بینی بهتر نواحی با تغییرات شدید هستند؛ به طوری که این نوع حل‌ها بدون وجود یک طرح اتلافی، حتی در شبکه‌های ریز هم واگرا می‌شوند. اما در کار حاضر هدف آن است که براساس طرح KEP حلی عددی بر پایه روش حجم محدود برای معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر ارائه شود تا علاوه بر

در معادله (۱۷) بردارهای حالت و شار عبارتند از:

$$\begin{aligned} W &= \begin{bmatrix} \rho^* \\ \rho^* u^* \\ \rho^* v^* \\ \rho^* E^* \end{bmatrix}, \\ F(W) &= \begin{bmatrix} \rho^* u^* \\ \rho^* u^{*2} + p^* \\ \rho^* u^* v^* \\ (\rho^* E^* + p^*) u^* \end{bmatrix}, \\ G(W) &= \begin{bmatrix} \rho^* v^* \\ \rho^* v^* u^* \\ \rho^* v^{*2} + p^* \\ (\rho^* E^* + p^*) v^* \end{bmatrix}, \\ R(W) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx}^* \\ \tau_{xy}^* \\ \tau_{xx}^* u^* + \tau_{yx}^* v^* + q_x^* \end{bmatrix}, \\ S(W) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx}^* \\ \tau_{yy}^* \\ \tau_{yy}^* v^* + \tau_{xy}^* u^* + q_y^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

لازم به ذکر است که x و y به ترتیب مؤلفه‌های افقی و عمودی دستگاه مختصات کارتزین، u و v نیز مؤلفه‌های سرعت متناظر با آنها محسوب می‌شود.

استخراج شارهای عددی براساس طرح KEP با انفصال معادله بی‌بعد (۱۷) روی یک شبکه دلخواه دوبعدی با گره‌های حجم کنترلی o ، گره‌های مجاور p و محل وجوه op مطابق با تقریب (۸)، شارهای جابه‌جایی غیرلزج در محل هر وجه از طریق طرح KEP به صورت میانگین حسابی هر کمیت به‌طور جداگانه، محاسبه می‌گردند؛ به‌عنوان مثال:

$$\begin{bmatrix} \rho^* u^* \\ \rho^* u^{*2} + p^* \\ \rho^* u^* v^* \\ (\rho^* E^* + p^*) u^* \end{bmatrix}_{op} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_{op}^* \bar{u}_{op}^* \\ \bar{\rho}_{op}^* \bar{u}_{op}^{*2} + \bar{p}_{op}^* \\ \bar{\rho}_{op}^* \bar{u}_{op}^* \bar{v}_{op}^* \\ \bar{\rho}_{op}^* \bar{u}_{op}^* \bar{H}_{op}^* \end{bmatrix} \quad (19)$$

جملات شار معادله انرژی با توجه به این‌که $H^* = E^* + \frac{p^*}{\rho^*}$ ، براساس طرح KEP،

در مورد شارهای ناشی از تنش‌های لزج نیز می‌توان به‌طور مشابه عمل کرد؛ برای مثال:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx}^* \\ \tau_{xy}^* \\ \tau_{xx}^* u^* + \tau_{yx}^* v^* + q_x^* \end{bmatrix}_{op} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\tau}_{xx,op}^* \\ \bar{\tau}_{xy,op}^* \\ \bar{\tau}_{xx,op}^* \bar{u}_{op}^* + \bar{\tau}_{yx,op}^* \bar{u}_{op}^* + \bar{q}_{x,op}^* \end{bmatrix} \quad (20)$$

پیشروی زمانی. در طرح KEP برای پیشروی زمانی حل، روش سه مرحله‌ای شو پیشنهاد شده است [2]. اگر تقریب نیمه-منفصل (۸) در دوبعد با سطح سلولی A_o ، به شکل زیر در نظر گرفته شود:

$$A_o \frac{\Delta W_o}{\Delta t} + F_{op}(W) = 0 \quad (21)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \Delta W_o &= W_o^{n+1} - W_o^n, \\ F_{op}(W) &= \sum_p F_{op}^i S_{op}^i \end{aligned}$$

روش شو براساس تقریب نیمه-منفصل (۲۱) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} W_o^0 &= W_o^n \\ W_o^1 &= W_o^0 - \alpha^1 \frac{\Delta t}{A_o} F_{op}(W^0) \\ W_o^2 &= \frac{3}{4} W_o^0 + \frac{1}{4} W_o^1 - \alpha^2 \frac{\Delta t}{A_o} F_{op}(W^1) \\ W_o^3 &= \frac{1}{3} W_o^0 + \frac{2}{3} W_o^2 - \alpha^3 \frac{\Delta t}{A_o} F_{op}(W^2) \\ W_o^{n+1} &= W_o^3 \end{aligned} \quad (22)$$

که ضرایب هر مرحله برابر است با:

$$\alpha^1 = 1, \quad \alpha^2 = \frac{1}{4}, \quad \alpha^3 = \frac{2}{3}$$

انبساط ناگهانی را بدون اضافه نمودن هیچ نوع جمله اتلاف مصنوعی با موفقیت حل کند؛ به شرطی که از شبکه‌ای به اندازه کافی ریز با تعداد نقاطی از مرتبه عدد رینولدز جریان استفاده شود.»

در ادامه سعی می‌شود تا ادعای مذکور با انجام آزمون‌هایی مورد بررسی قرار گیرد. سیال مورد نظر در این پژوهش، هوا می‌باشد که مشخصات آن در دمای ۲۸۸/۱۶ کلوین در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱ خواص سیال هوا در دمای ۲۸۸/۱۶ کلوین

ρ_{∞} ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)	$\mu_{\infty} \times 10^5$ ($\frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$)	$c_{p_{\infty}}$ ($\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$)	$\gamma = \frac{c_{p_{\infty}}}{c_{v_{\infty}}}$	Pr_{∞}	c_{∞} ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)
۱/۲۲۵	۱/۷۸۵	۱۰۰۶	۱/۴	۰/۷۲	۳۴۰/۲۷

جدول ۲ مشخصات جریان آزاد روی صفحه تخت

T_{∞} (K)	$\text{Ma}_{\infty} = \frac{U_{\infty}}{c_{\infty}}$	$\text{Re}_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} L}{\mu_{\infty}}$
۲۸۸/۱۶	۴	۱۰۰۰

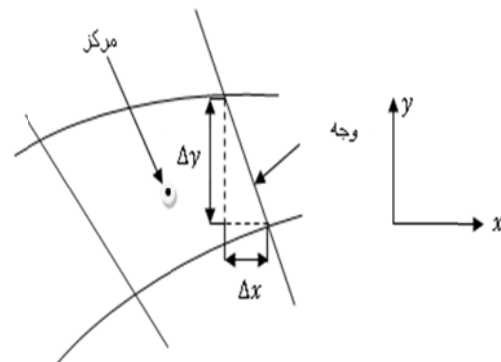
آزمون اول: صفحه تخت. در این مرحله، جریان تراکم‌پذیر مافوق صوت آرام (عدد ماخ بالا و عدد رینولدز پایین) روی یک صفحه تخت با شرط مرزی آدیاباتیک (عیق) در نظر گرفته می‌شود. مشخصات این جریان در جدول (۲) آمده است؛ این شرایط مطابق با مرجع [7] می‌باشد (به منظور مقایسه). لازم به ذکر است که روش عددی به کار رفته در مرجع [7]، روش صریح مک-کورمک می‌باشد.

دامنه حل جریان، یک مستطیل با طول و عرض بی بعد ۱ و ۰/۸ با شبکه‌ای کاملاً یکنواخت اختیار شده است. شرایط مرزی بدین صورت است که در مرزهای ورودی و بالایی، برای تمام متغیرهای جریان شرایط جریان آزاد اعمال می‌گردد و در مرز خروجی تمام

گام زمانی. حل عددی معادلات به روش KEP باید از دقت زمانی برخوردار باشد. بنابراین در این جا از کوچکترین گام زمانی سلول‌های شبکه حل که مرتبط با عدد کورانت (CFL) است، استفاده می‌شود. لذا ابتدا گام زمانی مجاز برای هر سلول شبکه حل محاسبه می‌گردد، سپس کوچکترین آن برای تمام حوزه حل انتخاب می‌شود. برای یک سلول دلخواه همانند شکل (۲) گام زمانی مجاز Δt به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Delta t = \frac{A_0 \times \text{CFL}}{\hat{\lambda}_x + \hat{\lambda}_y} \quad (23)$$

که در آن $\hat{\lambda}_x$ و $\hat{\lambda}_y$ به ترتیب میانگین شعاع ضمنی ماتریس‌های ژاکوبین شار در جهات x و y هستند [6].



شکل ۲ یک سلول دلخواه در یک شبکه دوبعدی

ارائه و بررسی نتایج

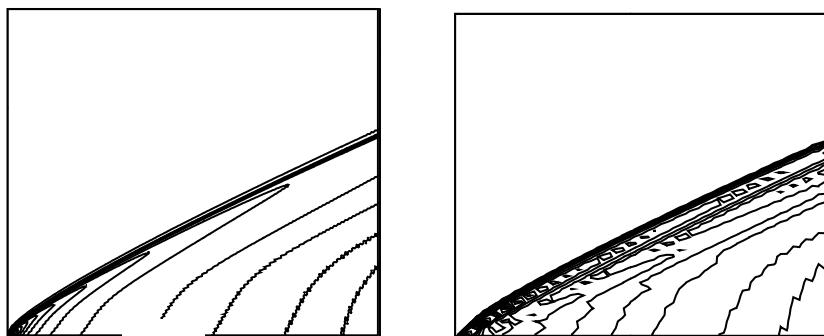
در این بخش، نتایج به دست آمده از حل عددی مستقیم معادلات دوبعدی جریان تراکم‌پذیر لزج روی صفحه تخت و ایرفویل براساس طرح KEP ارائه می‌شود. سپس به بررسی این طرح با محوریت نیاز یا عدم نیاز آن به جملات اتلاف مصنوعی برای پایداری حل و تسخیر موج ضربه‌ای پرداخته خواهد شد. جیمسون در مورد طرح KEP ادعا کرده است که [2]:

«در آزمون‌های عددی طرح KEP توانسته است امواج ضربه‌ای، ناپیوستگی‌های محل تماس و نواحی

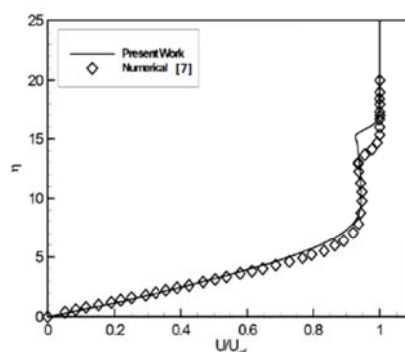
متغیرهای جریان برون‌یابی می‌شوند. شرط عدم لغزش نیز بر روی صفحه برای مؤلفه‌های سرعت وجود دارد. مقدار چگالی و فشار روی صفحه از مقادیر آنها در نقطه بالایی جایگزین می‌شود. در حل عددی از حداقل گام زمانی با عدد کورانت ۰/۵ برای پیشروی در زمان استفاده می‌شود. در ادامه نتایج حل عددی در شرایط پایا ارائه خواهد شد.

اثر افزایش نقاط شبکه. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، طرح KEP به دلیل حذف جملات اتلاف مصنوعی از معادلات، برای حل عددی مستقیم مناسب است. در چنین حل‌هایی با ریز کردن شبکه (به شرطی که تعداد گره آن از مرتبه عدد رینولدز جریان باشد)، نتایج

دقیق‌تری به دست می‌آید. بنابراین انتظار می‌رود دقت نتایج طرح KEP با افزایش نقاط شبکه بیشتر شود. در شکل (۳) توزیع خطوط فشار ثابت به دست آمده از طرح مذکور در دو شبکه درشت و ریز به ترتیب با تعداد نقاط (۶۰×۵۰) و (۲۰۰×۱۸۰) با هم مقایسه شده‌اند. توزیع فشار در شبکه درشت با حذف جملات اتلاف مصنوعی، به حلی نوسانی همگرا شده است (شکل ۳-الف). این برتری طرح KEP را می‌رساند؛ چرا که طرح‌های مرسوم عددی (مانند روش مک-کورمک به کار رفته در مرجع [7]) بدون اتلاف مصنوعی تحت هر شرایطی واگرا می‌شوند. با افزایش نقاط شبکه، نوسانات فشار به دست آمده تقریباً از بین می‌رود و توزیع مناسبی به دست می‌آید (شکل ۳-ب).

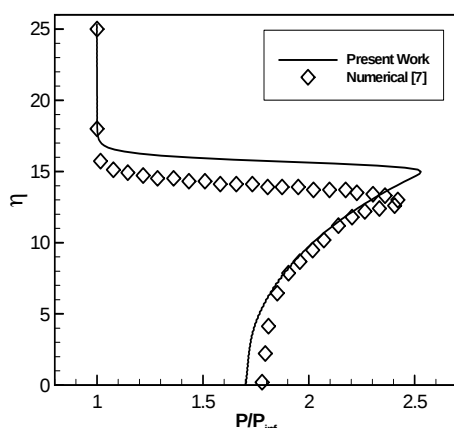


شکل ۳ توزیع خطوط فشار ثابت روی صفحه تخت ($Re_\infty = 1000$ ، $Ma_\infty = 4$)؛
(الف) شبکه (۶۰×۵۰)، (ب) شبکه (۲۰۰×۱۸۰)



شکل ۴ پروفیل بی‌بعد سرعت جریان در انتهای صفحه تخت برحسب متغیر η ($Re_\infty = 1000$ ، $Ma_\infty = 4$)

با دقت قابل قبولی، فارغ از هر گونه نوسان، همخوانی مناسبی با نتایج عددی مرجع مذکور ارائه می‌دهد.



شکل ۵: پروفیل بی‌بعد فشار جریان در انتهای صفحه تخت
برحسب متغیر η ($Re_\infty = 1000$ ، $Ma_\infty = 4$)

وابستگی طرح به شبکه و عدد رینولدز. طرح KEP زمانی می‌تواند بدون اتلاف ناپیوستگی‌ها را حل کند که تعداد نقاط شبکه، از مرتبه عدد رینولدز جریان باشد؛ به‌طوری که هم‌زمان با افزایش عدد رینولدز، نقاط شبکه هم متناسب با توانی از آن افزایش یابد [2]. در این زمینه از تعریف عدد رینولدز سلولی (Re_c) نیز می‌توان کمک گرفت:

$$Re_c = \frac{\rho_o V_o \sqrt{Vol_o}}{\mu_o} \quad (25)$$

لذا تعداد نقاط شبکه برای داشتن یک حل عددی پایدار و غیرنوسانی با طرح KEP باید به اندازه‌ای باشد که عدد رینولدز سلولی از مرتبه واحد شود [4]. در رابطه (۲۵) V_o سرعت کلی جریان در سلول o است. در جریان مافوق صوت آرام با شرایطی که در جدول (۲) آمده است، نتایج تقریباً خوبی با طرح KEP بدون اتلاف حاصل شد. در این حالت ($Re_\infty = 1000$)، شبکه 12000×7 نقطه دارد که تقریباً از مرتبه $Re_c^{\frac{7}{5}}$ می‌باشد.

پروفیل سرعت. شکل (۴) پروفیل سرعت بی‌بعد جریان مافوق صوت آرام را در انتهای صفحه تخت برحسب متغیر بی‌بعد η (تعریف شده به‌صورت زیر) نشان می‌دهد.

$$\eta = \frac{y}{x} \sqrt{Re_x} \quad (24)$$

که در آن:

$$Re_x = \frac{\rho_\infty U_\infty x}{\mu_\infty}$$

در این حالت به دلیل پایین بودن عدد رینولدز، جریان آرام است و پروفیل سرعت شیب ملایمی دارد. با رسیدن به لبه لایه ضربه‌ای (تقریباً در محل $\eta = 15$)، به دلیل اختلاف فشار طرفین این لایه، در پروفیل سرعت افزایش ناگهانی (شکستگی) به وجود می‌آید. لایه ضربه‌ای، ناحیه‌ای بین سطح و موج ضربه‌ای است که به دلیل بالا بودن عدد ماخ و صفر شدن سرعت جریان در ابتدای صفحه، تشکیل می‌شود. در شکل (۴) پروفیل سرعت به دست آمده از طرح KEP با حل عددی مرجع [7] مقایسه شده است. مطابقت خیلی خوب نتایج کاملاً مشهود می‌باشد. مشاهده می‌شود که هیچ نوسانی (ناشی از حذف جملات اتلاف مصنوعی) در پروفیل سرعت وجود ندارد.

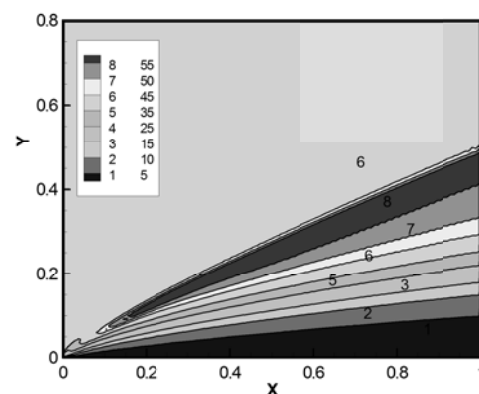
پروفیل فشار. شکل (۵) تغییرات فشار بی‌بعد جریان مافوق صوت آرام را برحسب متغیر بی‌بعد η در انتهای صفحه تخت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که فشار جریان به دلیل تشکیل لایه ضربه‌ای از روی سطح تا تقریباً $2/5$ برابر فشار جریان آزاد در لبه این لایه ($\eta = 15$) افزایش و به سرعت با خروج از آن تا فشار جریان آزاد کاهش می‌یابد. در شکل (۵) پروفیل به دست آمده از طرح KEP بدون اتلاف مصنوعی با حل عددی مرجع [7] مقایسه شده است؛ حل حاضر

صفحه تخت دارد، استفاده می‌گردد؛ شرایط جریان در جدول (۳) آمده است. به منظور کاهش محاسبات حل عددی، عدد رینولدز جریان پایین فرض می‌شود. نتایج طرح KEP در این حالت با نتایج میتال (Mittal) [8] (حل عددی معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر براساس روش‌های المان محدود پایدار) مقایسه می‌شود.

لازم به ذکر است که در این جا معادلات جریان براساس شرایط جریان آزاد و طول وتر ایرفویل، بی‌بعد می‌شوند. میدان جریان روی ایرفویل با یک شبکه غیریکنواخت منطبق بر هندسه، پوشیده شده است. این شبکه از نوع O-mesh است که از طریق حل معادلات پواسون (Poisson) روی هندسه ایرفویل به‌دست می‌آید. مرز بالایی اطراف ایرفویل به‌صورت دایره‌ای در نظر گرفته می‌شود. این مرز باید به اندازه کافی از سطح ایرفویل دور باشد تا امواج ضربه‌ای کاملاً درون شبکه قرار بگیرند و شرایط مرزی به‌درستی اعمال شود. شرایط جریان در مرز ورودی دامنه محاسباتی همان شرایط جریان آزاد و در خروج از آن، کل متغیرهای جریان برون‌یابی می‌شوند. شرط عدم لغزش روی سطح ایرفویل برای مؤلفه‌های سرعت جریان برقرار است. مقدار فشار و چگالی روی سطح ایرفویل از گره‌های بالای سطح برون‌یابی می‌شود.

اثر افزایش نقاط شبکه. شکل (۷) توزیع عدد ماخ حول ایرفویل، حاصل از طرح KEP بدون اضافه کردن اتلاف مصنوعی را نشان می‌دهد. نتایج به‌زای دو شبکه خیلی ریز (500×300) و شبکه متوسط (250×120) با هم مقایسه شده است. در شکل (۷-الف) مشاهده می‌شود که توزیع عدد ماخ حول ایرفویل ناشی از حذف جملات اتلاف مصنوعی، با شبکه متوسط به حلی هر چند نوسانی همگرا شده است که نشان از برتری طرح KEP نسبت به طرح‌های دیگر در عدم واگرایی دارد. با افزایش نقاط شبکه در شکل (۷-ب)، نوسانات حل به دلیل غلبه اتلافات ذاتی مورد تأیید [1]

شکل (۶) توزیع عدد رینولدز سلولی را در حالت مذکور نشان می‌دهد. در این شکل عدد رینولدز سلولی بین مقادیر ۵ تا ۵۵ (تقریباً از مرتبه واحد) متغیر است. مشاهده شد که در این حالت طرح KEP حلی تقریباً پایدار ارائه داده است. در شرایط یکسان و تنها با افزایش عدد رینولدز تا ۵۰۰۰، حل KEP (بدون جملات اتلاف مصنوعی) حتی با شبکه 200×180 واگرا می‌شود. این درحالی است که با افزایش نقاط شبکه تا 400×300 (تقریباً از مرتبه $Re^{\frac{2}{3}}$)، طرح KEP با دقت خوبی همگرا می‌شود. در این حالت ($Re_{\infty} = 5000$)، توزیع Re_c همانند شکل (۶) است و بین مقادیر ۱۰ تا ۱۴۰ متغیر می‌باشد. لذا وابستگی طرح KEP به عدد رینولدز و شبکه مورد استفاده برای رسیدن به حلی پایدار مورد تأیید قرار می‌گیرد.



شکل ۶ توزیع عدد رینولدز سلولی ($Ma_{\infty} = 4$)، در شبکه (100×120)

جدول ۳ مشخصات جریان آزاد روی ایرفویل

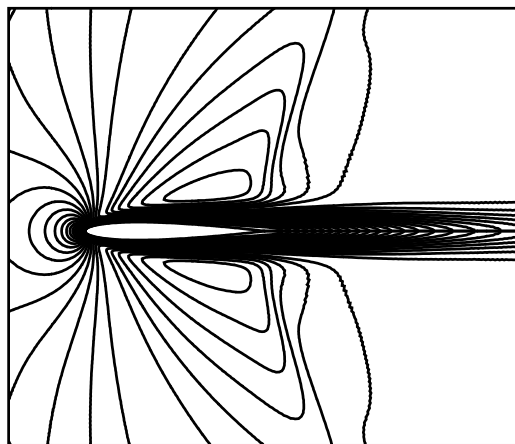
T_{∞} (K)	α (deg)	$Ma_{\infty} = \frac{U_{\infty}}{c_{\infty}}$	$Re_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} c}{\mu_{\infty}}$
۲۸۸/۱۶	۰/۰	۰/۸۵	۵۰۰

آزمون دوم: ایرفویل. به منظور بررسی قابلیت توانایی طرح KEP در شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان‌های تراکم‌پذیر، از این طرح برای بررسی جریان روی ایرفویل NACA۰۰۱۲ که هندسه پیچیده‌تری از

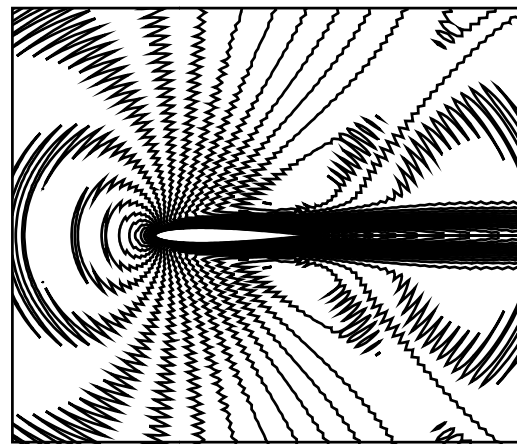
برای به دست آوردن حلی پایدار و غیرنوسانی از طرح KEP باید شبکه (۵۰۰×۳۰۰) مورد استفاده قرار گیرد. لذا در ادامه، نتایج ارئه شده براساس این شبکه خواهد بود.

کاملاً از بین می روند و توزیع بسیار بهتری به دست می آید.

مقایسه نتایج به دست آمده از شکل های (۳ و ۷) نشان می دهد که عملکرد طرح KEP در شبکه های ریز برای ارائه حلی پایدار و غیرنوسانی، بهتر می شود. با توجه به نتایج به دست آمده نتیجه می شود که

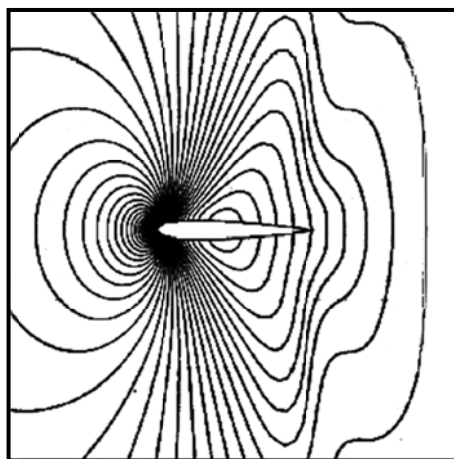


(ب)

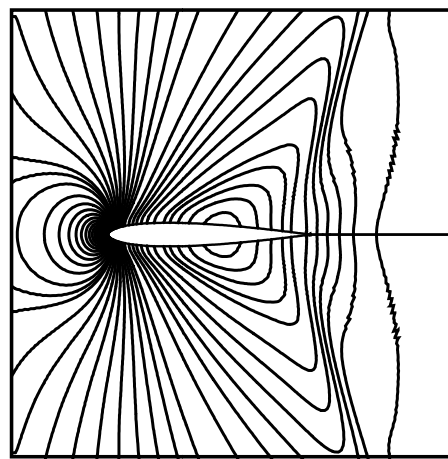


شکل ۷ توزیع عدد ماخ حول ایرفویل NACA ۰۰۱۲ ($Re_{\infty} = 500$ ، $Ma_{\infty} = 0.85$)؛

الف: شبکه (۲۵۰×۱۲۰)، ب: شبکه (۵۰۰×۳۰۰)



(ب)

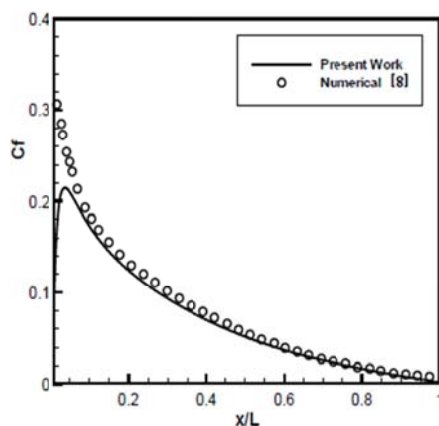


(الف)

شکل ۸ توزیع خطوط فشار ثابت حول ایرفویل NACA ۰۰۱۲ ($Re_{\infty} = 500$ ، $Ma_{\infty} = 0.85$)؛

الف: کار حاضر با شبکه (۵۰۰×۳۰۰)، ب: حل مرجع [8]

کاهش می‌یابد. در حالت کلی نتیجه حل عددی حاضر برای این مورد نیز دقت خوبی در مقایسه با حل مرجع [8] دارد.

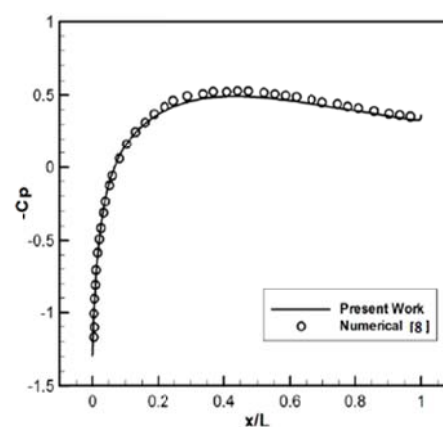


شکل ۱۰ تغییرات ضریب اصطکاک روی سطح ایرفویل NACA ۰۰۱۲؛ ($Re_\infty = 500$ ، $Ma_\infty = 0.85$)

توزیع عدد رینولدز سلولی. در تحلیل جریان روی ایرفویل با طرح KEP از شبکه (۵۰۰×۳۰۰) سلولی بدون اضافه کردن جملات اتلاف مصنوعی استفاده شد. تعداد نقاط این شبکه تقریباً از مرتبه Re_{10}^{19} است که نسبت به جریان روی صفحه تخت مرتبه بزرگتری دارد. این امری طبیعی است؛ چرا که هندسه ایرفویل پیچیده‌تر است و برای پایداری حل به شبکه ریزتری نیاز دارد.

شکل (۱۱) توزیع عدد رینولدز سلولی را حول ایرفویل NACA ۰۰۱۲ نشان می‌دهد. بازه تغییرات Re_c در کل دامنه محاسباتی تقریباً بین ۵ تا ۵۰ است. این بازه مشابه با بازه تغییرات Re_c در جریان روی صفحه تخت می‌باشد. بنابراین به نظر می‌رسد که طرح KEP برای ارائه دادن حلی پایدار و غیرنوسانی (بدون اضافه کردن هیچ‌گونه اتلاف مصنوعی به معادلات)، نیازمند شبکه‌ای است که در آن Re_c تقریباً از مرتبه واحد باشد. لذا باز هم وابستگی طرح KEP به شبکه مورد استفاده براساس عدد رینولدز تأیید می‌گردد.

توزیع خطوط فشار ثابت. در شکل (۸) توزیع خطوط فشار ثابت حاصل از طرح KEP در شرایط جریان مشابه با حل مرجع [8] مقایسه شده است. توزیع خطوط فشار در بالا و پایین ایرفویل کاملاً متقارن است؛ چرا که زاویه حمله جریان صفر می‌باشد. چنانچه مشاهده می‌شود توزیع فشار در طرح KEP با وجود حذف جملات اتلاfi، کاملاً غیرنوسانی است و در حالت کلی موافقت خوبی با حل مرجع [8] دارد.



شکل ۹ تغییرات ضریب فشار روی سطح ایرفویل NACA ۰۰۱۲؛ ($Re_\infty = 500$ ، $Ma_\infty = 0.85$)

تغییرات ضرایب فشار و اصطکاک سطحی. شکل (۹) تغییرات ضریب فشار روی سطوح بالایی و پایینی ایرفویل را نشان می‌دهد.

در جریان‌های تراکم‌پذیر وجود اتلاف مصنوعی حتی در نواحی هموار (بدون امواج ضربه‌ای) ضروری است؛ اما با توجه به شکل (۹) طرح KEP توانسته است با موافقت خیلی خوبی نسبت به حل مرجع [8]، حلی کاملاً غیرنوسانی (بدون وجود اتلاف مصنوعی) ارائه دهد.

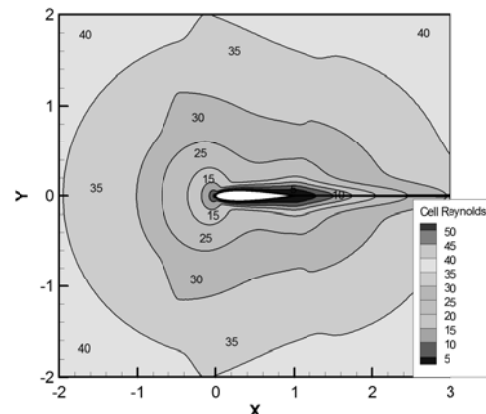
شکل (۱۰) تغییرات ضریب اصطکاک روی سطوح بالایی و پایینی ایرفویل را نشان می‌دهد. ضریب اصطکاک به جز افزایش جزئی، به دلیل کم بودن ضخامت لایه مرزی در ابتدای ایرفویل، تا انتهای آن

- در هر یک از آزمون‌های تعریف شده برای طرح KEP ثابت شد که اندازه شبکه به عدد رینولدز جریان و عدد رینولدز سلولی وابسته است. به عبارت دیگر، طرح KEP برای ارائه دادن حلی پایدار و غیرنوسانی (بدون اضافه کردن هیچ گونه اتلاف مصنوعی به معادلات)، نیازمند شبکه‌هایی است که در آن عدد رینولدز سلولی تقریباً از مرتبه واحد باشد. از طرفی برای رسیدن به نتایج مطلوب با طرح مذکور باید تعداد نقاط شبکه متناسب با توانی از عدد رینولدز جریان باشد.

با توجه به نتایج حاصل از آزمون‌ها می‌توان گفت که روش KEP قادر است بدون هیچ اتلاف مصنوعی حتی در نواحی با امواج ضربه‌ای، حلی پایدار و غیرنوسانی برای جریان تراکم‌پذیر ارائه دهد. لذا این روش می‌تواند بدون نگرانی از حذف برخی ویژگی‌های جریان آشفته (به واسطه وجود اتلاف مصنوعی) برای شبیه‌سازی عددی مستقیم آن (بدون نیاز به هیچ گونه مدل‌سازی پدیده آشفتگی) به کار رود.

فهرست علائم

a	زاویه حمله، (deg)
A	مساحت، (m^2)
c	سرعت صوت، (m/s)
C_f	ضریب اصطکاک سطحی، (بی‌بعد)
c_p	گرمای ویژه در فشار ثابت، (J/kg.K)
C_p	ضریب فشار سطحی، (بی‌بعد)
D	کل میدان جریان سیال
CFL	عدد کورانت، (بی‌بعد)
E	انرژی کل مخصوص، (J/kg)
e	انرژی درونی، (J/kg)
F	بردار شار معادلات جریان
H	انتالپی مخصوص، (J/kg)
k	هدایت حرارتی، (W/m.K)



شکل ۱۱ توزیع عدد رینولدز سلولی حول ایرفویل NACA ۰۰۱۲ با شبکه (500×300) ؛ ($Re_\infty = 500$ ، $Ma_\infty = 0.85$)

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در کار حاضر، معادلات جریان تراکم‌پذیر لزج براساس طرح حفظ مقدار انرژی جنبشی (KEP) منفصل شد؛ سپس از این طرح برای تحلیل عددی جریان مافوق صوت و گذر از صوت روی صفحه تخت و ایرفویل استفاده گردید. نتایج به دست آمده از پژوهش حاضر به شرح زیر است:

- اولین آزمون برای جریان مافوق صوت آرام روی صفحه تخت در عدد رینولدز ۱۰۰۰ نشان داد که این طرح بدون اضافه نمودن جملات اتلاف مصنوعی حتی در محل وقوع امواج ضربه‌ای، به خوبی می‌تواند وقوع موج ضربه‌ای در ابتدای صفحه و تشکیل لایه ضربه را پیش‌بینی کند.
- در آزمون دوم برای جریان گذر از صوت روی ایرفویل NACA ۰۰۱۲ در عدد رینولدز ۵۰۰، توزیع خطوط فشار ثابت و ضریب اصطکاک سطحی با وجود حذف جملات اتلاف مصنوعی، کاملاً غیرنوسانی بود و در حالت کلی موافقت خوبی با نتایج عددی موجود مشاهده شد.
- هر دو آزمون به وضوح نشان دادند که افزایش نقاط شبکه به بهبود پایداری، افزایش دقت حل و کاهش نوسانات کمک قابل توجهی می‌کند.

K	انرژی جنبشی بر واحد حجم، (J/m^3)	α^n	ضریب هر مرحله در روش رانگ-کوتا، $n = 1, 2, \dots$
L	طول مشخصه، (m)	γ	نسبت گرماهای ویژه حرارتی، (بی بعد)
Ma	عدد ماخ، (بی بعد)	δ_{ij}	تابع دلتای کرونگر
p	فشار، (Pa)	η	متغیر تشابهی در لایه مرزی، (بی بعد)
Pr	عدد پرانتل، (بی بعد)	λ	شعاع ضمنی ماتریس ژاکوبین شار، (بی بعد)
q_j	شار هدایت حرارتی در جهت دلخواه j ، (W/m^2)	μ	لزجت طبیعی سیال، $(kg/m.s)$
Re	عدد رینولدز، (بی بعد)	ρ	چگالی، (kg/m^3)
Re_c	عدد رینولدز سلولی، (بی بعد)	τ_{ij}	تانسور تنش های لزج، (Pa)
S	بردار مساحت هر وجه از سلول شبکه	زیرنویس ها	
t	زمان، (s)	∞	شرایط جریان آزاد
T	درجه حرارت، (K)	b	محل گره مرزی در شبکه
u_i	مؤلفه سرعت جریان در جهت دلخواه i ، (m/s)	o	محل گره در شبکه سه بعدی
U_∞	سرعت جریان آزاد، (m/s)	op	محل وجه، بعد گره o در شبکه سه بعدی
u, v	مؤلفه های افقی و عمودی سرعت در دستگاه مختصات کارتزین	p	محل گره های مجاور o
V	سرعت کلی جریان محلی، (m/s)	po	محل وجه، قبل گره o در شبکه سه بعدی
Vol	حجم یک سلول از شبکه، (m^3)	x, y	جهات افقی و عمودی در دستگاه مختصات کارتزین
W	بردار متغیرهای جریان	بالانویس ها	
x_j	مؤلفه مکان در جهت دلخواه j	$-$	میانگین حسابی یک متغیر جریان بین دو گره
x, y	جهات افقی و عمودی در دستگاه مختصات کارتزین	$*$	متغیر بی بعد شده
		i, j	جهات دستگاه مختصات کارتزین

علائم یونانی

مراجع

1. Chandrashekar, P., "Kinetic energy preserving and entropy stable finite volume schemes for compressible Euler and Navier-Stokes equations", TIFR Center for Applicable Mathematics, Bangalore, India, (2012).
2. Jameson, A., "Formulation of kinetic energy preserving conservative schemes for gas dynamics and direct numerical simulation of one-dimensional viscous compressible flow in a shock tube using

- entropy and kinetic energy preserving schemes", Aerospace Computing Laboratory, Report ACL 2007-2, Stanford University, (2007).
3. Allaneau, Y., Jameson, A., "Direct numerical simulations of a two dimensional viscous flow in a shock tube using a kinetic energy preserving schemes", 19th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA 2009-3797, San Antonio, Texas, June 22-25, (2009).
 4. Allaneau, Y., Jameson, A., "Direct numerical simulations of plunging airfoils", 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, AIAA 2010-728, Orlando, Florida, January 4-7, (2010).
 5. Allaneau, Y., Jameson, A., "Kinetic energy conserving discontinuous galerkin scheme", 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, AIAA 2011-198, Orlando, Florida, January 4-7, (2011).
 6. Swanson, R.C., Turkel, E., "On central difference and upwind scheme", J. Comp. Phys., 101, pp. 297- 306, (1992).
 7. Anderson, J.D., "Computational Fluid Dynamics the Basics with Applications", McGraw-Hill, New York, (1995).
 8. Mittal, S., "Finite element computation of unsteady viscous compressible flows", Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No. 157, pp. 157-175, (1998).

بررسی آماری مقدار انرژی تولیدشده از مبدل پیزوالکتریک متصل به پل *

رضا فتحی^(۱)میرمحمد اتفاق^(۲)

چکیده یکی از روش های جدید برای تأمین انرژی سیستم های پایش سلامت پلها استفاده از انرژی مکانیکی است. در این روش با استفاده از مبدل پیزوالکتریک، انرژی ناشی از ارتعاشات پل به الکتریسته تبدیل می شود. مزیت این روش عدم نیاز به تعویض یا شارژ باتری سیستم پایش سلامت می باشد. در تحقیقات پیشین، مطالعاتی بر روی تولید انرژی از ارتعاشات پلها انجام شده است ولی تحقیقی در زمینه بررسی آماری مقدار انرژی تولیدشده با در نظر گرفتن نامعینی در نوع و خواص خودروهای عبوری از روی پل انجام نشده است. بنابراین در این مقاله، مقادیر آماری ولتاژ تولیدشده بعد از مدل سازی مناسب پل-وسیله نقلیه و برداشت کننده انرژی در حضور تمامی نامعینی های موجود در وسیله نقلیه با استفاده از روش مونت کارلو، استخراج شده است.

واژه های کلیدی پیزوالکتریک؛ ارتعاشات پل - خودرو؛ آنالیز نامعینی؛ شبیه سازی مونت کارلو.

Statistical Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting in the Bridge Systems

R. Fathi

M.M Ettefagh

Abstract One of the new methods for electrical powering of the bridge health monitoring systems is applying energy harvesting systems using bridge vibration. In this method, the piezoelectric material is employed for converting mechanical energy into electrical energy. The advantage of this method is based on not implementing the battery charging system. In previous research, some studies have been done on the energy harvesting from vibration of bridges. However, research on statistical analysis of produced power with considering uncertain vehicle type and specifications has not been conducted. Therefore in this paper, after modelling the bridge-vehicle-piezoelectric system with complete vehicles uncertainties, the statistical analysis of produced voltage are carried out by Monte-Carlo simulation.

Key Words Piezoelectric; Vehicle-Bridge Vibration; Uncertainties Analysis; Monte-Carlo Simulation.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۹/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۴/۲۹ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.41606

(۱) دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز ettefagh@tabrizu.ac.ir

مقدمه

با توجه به اهمیت سازه‌هایی نظیر پل که وسایل نقلیه از روی آنها عبور می‌کنند پایش سلامتی آنها نه تنها از نظر جلوگیری از زیان‌های اقتصادی، بلکه برای حفظ جان انسان‌ها حائز اهمیت است. یکی از روش‌های کارآمد برای پایش سلامتی سازه‌هایی نظیر پلها استفاده از حسگرهای بی‌سیم است. همواره بحث تامین انرژی این حسگر بی‌سیم با مشکلاتی همراه بوده است. تامین انرژی به‌صورت مستقیم، با منبعی جداگانه مشکلاتی نظیر تعمیر و نگهداری سیستم‌ها را به‌همراه دارد. از طرفی دیگر استفاده از باتری‌ها هم با توجه به وزن زیاد، عمر محدودشان و همچنین مشکل تعویض آنها در جاهای غیرقابل دسترس، مثل بدنه پلها، همیشه امکان‌پذیر نیست. در سال‌های اخیر پشرفتهای سریع در فن‌آوری‌های مدارهای کم‌مصرف الکترونیکی نظیر سنسورها و سیستم‌های بی‌سیم امکان استفاده از سیستم‌های مستقل را برای پایش سلامت سازه‌ها به‌وجود آورده است. سیستم‌های مستقل برای تأمین انرژی خود نیازی به منبع مستقل انرژی ندارند و انرژی مورد نیاز خود را از منابع انرژی محیطی مانند انرژی خورشیدی، انرژی باد و گرادیان حرارتی [1-3] تأمین می‌کنند. هر یک از این منابع انرژی ذکر شده نیز با مشکلاتی همراه است. به‌عنوان نمونه برای تأمین انرژی با استفاده از انرژی خورشیدی باید نور آفتاب به مدت طولانی به سلول خورشیدی بتابد که این کار همیشه امکان‌پذیر نمی‌باشد. از این‌رو پژوهشگران تحقیقات اخیر را به‌سوی ارائه شیوه‌های جدید برای تأمین انرژی این سنسورها سوق داده‌اند. از جمله یکی از این روش‌ها استفاده از انرژی ناشی از ارتعاشات پل می‌باشد. در میان مکانیزم‌های مختلفی که برای تبدیل انرژی ارتعاشات به الکتریسیته وجود دارد از قبیل الکترومغناطیس، پیزوالکتریک و الکترواستاتیک، مکانیزم پیزوالکتریک به‌دلیل راحتی استفاده از آن و دارا

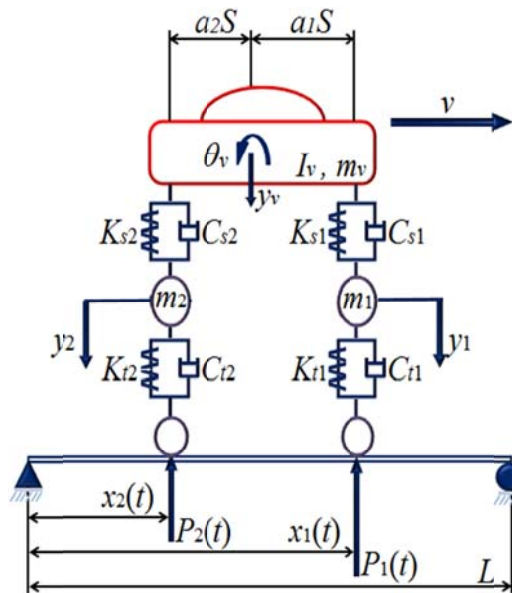
بودن خاصیت ذاتی کوپلینگ، بیشترین توجه را به خود اختصاص داده است.

یکی از تحقیقات اولیه در مورد امکان‌سنجی برداشت انرژی از ارتعاشات پل توسط ویلیامز و همکارانش [4] انجام پذیرفته است. آنها ابتدا ارتعاشات دو پل بتنی در هنگام عبور خودروها را اندازه گرفتند و آن را ورودی تحریک مدل گسسته یک درجه آزادی برداشت‌کننده انرژی در نظر گرفتند و مقدار توان خروجی آن را محاسبه کردند. ارتورک [5] سیستم پل-خودرو را به‌وسیله یک تیر با بار متمرکز متحرک مدل کرد و سپس با حل تحلیلی معادلات تیر، جابه‌جایی هر نقطه از آن را استخراج کرد. در ادامه مقدار ولتاژ تولیدشده را با توجه به جابه‌جایی تیر به‌وسیله مبدل پیزو را در دو حالت بررسی نمود. در حالت اول مبدل پیزو (تیر پوشیده شده از لایه پیزو) را در جاهای مختلف مدل پل قرار داد و مقدار انرژی تولیدشده را به‌دست آورد. در حالت دوم با پوشش قسمتی از پل با پیچ (patch) پیزو مقدار انرژی تولیدشده ناشی از نوسانات کرنش سطح پل را بررسی نمود. سائق [5] به بررسی تجربی امکان برداشت انرژی از ارتعاش پل و تبدیل آن به انرژی الکتریکی با استفاده از مواد پیزوالکتریک پرداخت. او با اعمال بار با دامنه و فرکانس‌های مختلف روی تیر، مدل عبوری خودرو با وزن و سرعت‌های مختلف را شبیه‌سازی نمود و مقدار ولتاژ خروجی را اندازه‌گیری کرد. علی و همکارانش [7] با در نظر گرفتن پل به‌صورت یک تیر و با اعمال نیروی متحرک متمرکز روی تیر به امکان برداشت انرژی از ارتعاشات تیر پرداختند. آنها همچنین به تعیین مکان بهینه برای برداشت حداکثری انرژی از ارتعاشات پل پرداختند. ژانگ و همکارانش [8] ابتدا معادلات کوپل شده حرکت سیستم پل-خودرو را استخراج نمودند و سپس با در نظر گرفتن ارتعاشات پل به‌عنوان نیروی تحریک تیر پیزو، به بررسی مقدار انرژی تولیدشده در اثر عبور کامیون از روی پل به‌ازای

خودرو با خصوصیات و کلاس بندی اتفاقی به کمک نرم افزار MATLAB و روش شبیه سازی مونت کارلو به دست آورده شده و مقدار توان تولید شده بر اثر این ارتعاشات محاسبه شده است.

تابع مدل سازی سیستم ارتعاشی پل - وسیله نقلیه

استخراج معادله حرکت خودرو. وسیله نقلیه ای که به صورت مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی که با سرعت ثابت v روی پل با تکیه گاه های ساده حرکت می کند، در شکل (۱) مدل شده است.



شکل ۱ سیستم پل - وسیله نقلیه

که جرم های فنربندی شده m_v ، جرم فنربندی نشده m_1 و m_2 ، گشتاور لختی I_v ، مقادیر سفتی K_s و K_t و میرایی C_s و C_t مربوط به سیستم تعلیق و تایرها، و مشخصات طولی خودرو a_1 ، a_2 و S در شکل نشان داده شده است.

دیاگرام آزاد مدل وسیله نقلیه شکل (۱)، به صورت شکل (۲) در نظر گرفته شده که در آن $a_1 S = l_B$ و $a_2 S = l_F$ می باشد.

سرعت های مختلف خودرو و چهار طول مختلف پل پرداختند. نتایج آنها نشان داد که توان خروجی مبدل برای پلها با طول دهانه کوچکتر افزایش می یابد و هم چنین وسط پل بهترین مکان برای نصب مبدل برداشت انرژی است. کاهیل و همکاران [9] امکان برداشت انرژی از پل بر اثر عبور قطار را بررسی نمودند. آنها با در نظر گرفتن سرعت های مختلف برای قطار، مقدار انرژی تولید شده را محاسبه کردند. دیویدسون و مو [10] در مقاله مروری، گزارش کاملی از پیشرفت های اخیر در سال های ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۳ را در زمینه برداشت انرژی برای تأمین انرژی سیستم های پایش سلامت ارائه نمودند.

از مرور تحقیقات پیشین مشخص می شود که تاکنون تحقیقی در زمینه تأثیر نامعینی پارامترهای مختلف خودرو مانند جرم، میرایی، سفتی سیستم تعلیق، ابعاد و سرعت خودروی عبوری از روی پل با ناهمواری های سطح جاده ای مختلف بر روی مقدار توان تولید شده در اثر ارتعاش پل به طور هم زمان صورت نپذیرفته است؛ بنابراین در این مقاله با ارائه مدل واقع بینانه تر یعنی در نظر گرفتن تمام نامعینی های خودروی عبوری، به بررسی آماری دقیقی بر روی مقدار توان تولید شده پرداخته شده است. به علاوه در این بررسی، تأثیر نامعینی در نوع و یا کلاس خودرو نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور سه کلاس مختلف سبک، نیمه سنگین و سنگین به صورت پارامترهای اتفاقی از خودروهای عبوری در نظر گرفته شده است. برای نیل به اهداف بالا، پل به صورت تیر دو سر مفصل اوپلر-برنولی مدل و به کمک روش المان محدود، گسسته سازی شده است. وسیله نقلیه نیز به صورت مدل نیمه خودروی چهار درجه آزادی در نظر گرفته شده است و از تعریف استاندارد ISO [11] برای شبیه سازی ناهمواری سطح جاده استفاده شده است. در انتها مقادیر میانگین، واریانس و حد بالا و پایین خیز، سرعت، شتاب و ولتاژ مبدل پیزوالکتریک بر اثر عبور

$$C_{V21} = \begin{bmatrix} -C_{s1} & I_B C_{s1} \\ -C_{s2} & -I_F C_{s2} \end{bmatrix}$$

$$C_{V22} = \begin{bmatrix} C_{s1} + C_{t1} & 0 \\ 0 & C_{s2} + C_{t2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V11} = \begin{bmatrix} K_{s1} + K_{s2} & I_F K_{s2} - I_B K_{s1} \\ I_F K_{s2} - I_B K_{s1} & I_B^2 K_{s1} + I_F^2 K_{s2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V12} = \begin{bmatrix} -K_{s1} & -K_{s2} \\ I_B K_{s1} & -I_F K_{s2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V21} = \begin{bmatrix} -K_{s1} & I_B K_{s1} \\ -K_{s2} & -I_F K_{s2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V22} = \begin{bmatrix} K_{s1} + K_{t1} & 0 \\ 0 & K_{s2} + K_{t2} \end{bmatrix}$$

$$C_t = \begin{bmatrix} C_{t1} & 0 \\ 0 & C_{t2} \end{bmatrix}, K_t = \begin{bmatrix} K_{t1} & 0 \\ 0 & K_{t2} \end{bmatrix}$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} (m_1 + a_2 m_v)g \\ (m_2 + a_1 m_v)g \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} K_{t1}(y_1 - w(x_1(t), t) - r(x_1(t))) \\ K_{t2}(y_2 - w(x_2(t), t) - r(x_2(t))) \end{bmatrix}$$

$$+ C_{t1}(\dot{y}_1 - \dot{w}(x_1(t), t) + w'(x_1(t), t)\dot{x}_1(t) - r'(x_1(t))\dot{x}_1(t))$$

$$+ C_{t2}(\dot{y}_2 - \dot{w}(x_2(t), t) + w'(x_2(t), t)\dot{x}_2(t) - r'(x_2(t))\dot{x}_2(t))$$

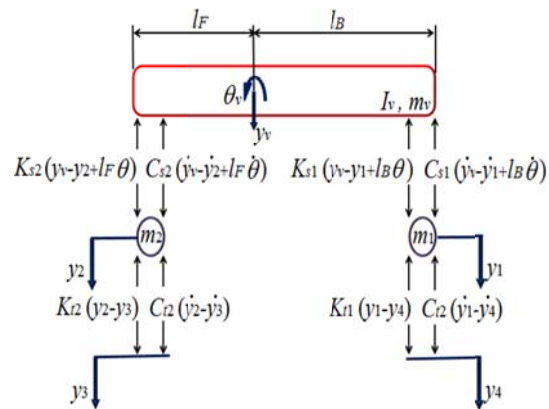
$$Y = \begin{bmatrix} y_v \\ \theta_v \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

ناهمواری سطح جاده. براساس معیارهای ISO،

ناهمواری سطح جاده در حوزه زمان را می توان با استفاده از رابطه (۲) شبیه سازی کرد:

$$r(x) = \sum_{k=1}^N \left(4S_d(f_0) \left(\frac{2\pi k}{L_c f_0} \right)^{-2} \frac{2\pi}{L_c} \right)^{\frac{1}{2}} \cos \left(\frac{2\pi k}{L_c} x + \theta_k \right) \quad (2)$$

در معادله اخیر، L_c دو برابر طول پل و f_0 فرکانس ناپوستگی معادل با $1/2\pi$ cycle/m است. θ_k عددی تصادفی بین ۰ و 2π می باشد که دارای توزیع یکنواخت است. $S_d(f_0)$ ضریب ناهمواری با واحد m^3/cycle است. طبقه بندی های سطح جاده براساس



شکل ۲. دیاگرام آزاد سیستم پل- وسیله نقلیه

چهار درجه آزادی این وسیله نقلیه شامل موارد حرکت عمودی y_1 جرم فنربندی نشده m_1 ، حرکت عمودی y_2 جرم فنربندی نشده m_2 ، حرکت عمودی y_v جرم فنربندی شده m_v (حرکت عمودی) و حرکت زاویه ای θ_v جرم فنربندی شده (حرکت کله زنی) می باشد. این سیستم ارتعاشی تابع تحریک پایه است که توسط جابه جایی های y_3 و y_4 تأمین شده است. همه جابه جایی ها نسبت به وضعیت استاتیکی خود سنجیده می شوند و تغییر زاویه θ_v کوچک فرض می شود. به کمک قانون دوم نیوتن معادله حرکت خودرو به صورت رابطه (۱) به دست می آید [12]:

$$\begin{bmatrix} M_{V1} & 0 \\ 0 & M_{V2} \end{bmatrix} \ddot{Y} + \begin{bmatrix} C_{V11} & C_{V12} \\ C_{V21} & C_{V22} \end{bmatrix} \dot{Y} + \begin{bmatrix} K_{V11} & K_{V12} \\ K_{V21} & K_{V22} \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 0 \\ P(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

که پارامترهای رابطه اخیر به صورت زیر تعریف می شوند:

$$M_{V1} = \begin{bmatrix} m_v & 0 \\ 0 & I_v \end{bmatrix}, M_{V2} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$C_{V11} = \begin{bmatrix} C_{s1} + C_{s2} & I_F C_{s2} - I_B C_{s1} \\ I_F C_{s2} - I_B C_{s1} & I_B^2 C_{s1} + I_F^2 C_{s2} \end{bmatrix}$$

$$C_{V12} = \begin{bmatrix} -C_{s1} & -C_{s2} \\ I_B C_{s1} & -I_F C_{s2} \end{bmatrix}$$

$$H_i = \left\{ \begin{array}{l} 2\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^3 - 3\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^2 + 1 \\ \frac{(x_j(t)-(i-1)l)^3}{l^2} - 2\frac{(x_j(t)-(i-1)l)^2}{l} + (x_j(t)-(i-1)l) \\ -2\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^3 + 3\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^2 \\ \frac{(x_j(t)-(i-1)l)^3}{l^2} - \frac{(x_j(t)-(i-1)l)^2}{l} \end{array} \right\} \quad (4)$$

استاندارد ISO بر پایه مقادیر ضرایب ناهمواری است. پنج کلاس سطح جاده که نمایانگر کیفیت‌های متنوع سطح جاده‌اند و عبارتند از: خیلی خوب A، خوب B، متوسط C، بد D و خیلی بد E که مقادیر عددی ضریب ناهمواری متناظر با هر کدام از کلاس‌های ذکر شده در جدول (۱) ارائه شده است [13]:

جدول ۱ طبقه‌بندی ناهمواری سطح جاده

نوع	A	B	C	D	E
$S_d(f_0)$ (cm^3/cycle)	۶	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴

در پژوهش حاضر مقدار متناظر $S_d(f_0)$ مربوط به سطح جاده صاف، صفر فرض شده است.

استخراج معادله حرکت پل. برای المان خمشی، یک ماتریس تابع شکل مکعبی به صورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود [14]:

$$H = \left\{ \begin{array}{l} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 2\frac{x^3}{l^3} - 3\frac{x^2}{l^2} + 1 \\ \frac{x^3}{l^2} - 2\frac{x^2}{l} + x \\ -2\frac{x^3}{l^3} + 3\frac{x^2}{l^2} \\ \frac{x^3}{l^2} - \frac{x^2}{l} \end{array} \right\} \quad (3)$$

این توابع شکل نشان‌دهنده تغییرات v در راستای طول المان به علت مقادیر واحد جابه‌جایی‌های گرهی است. این توابع شکل که از روش درونیابی به دست آمده است، به «توابع شکل مکعبی درونیاب هرمیتی» معروفند.

می‌توان تابع هرمیتی را با توجه به رابطه (۳) به صورت رابطه (۴) نوشت [15]:

که $x_j(t)$ موقعیت j امین نیرو روی i امین المان در زمان t و l طول المان است که از رابطه $(i-1) < x_j(t) < i$ تبعیت می‌نماید. ماتریس موقعیت نیز به صورت رابطه (۵) بیان می‌شود:

$$H_b = \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & \dots & 0 & \dots & H_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & H_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{array} \right\}_{N_p \times n} \quad (5)$$

که N_p تعداد نیروهای روی سازه و n تعداد درجات آزادی سیستم است. این ماتریس با انعطاف‌پذیری که دارد می‌تواند خصوصیات روی المان را به گره‌ها انتقال دهد. لازم به توضیح است که H_1 و H_2 از رابطه (۴) استخراج می‌گردند. هم‌چنین مشتق ماتریس موقعیت نیز به صورت رابطه (۶) در نظر گرفته می‌شود:

$$H'_b = \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \dots & \frac{\partial H_2(x)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_2(t)} & \hat{x}_2(t) \\ \frac{\partial H_1(x)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_1(t)} & \hat{x}_1(t) & \dots & 0 \\ \dots & 0 & \dots & 0 \end{array} \right\}_{N_p \times n} \quad (6)$$

سازه پل به صورت تیر اوپلر-برنولی با تکیه‌گاه‌های ساده مدل و به m المان گسسته‌سازی می‌شود. ماتریس‌های جرم و سفتی المان‌های تیر با استفاده از توابع شکل درونیاب هرمیتی قابل استخراج هستند. در نتیجه برای هر المان داریم [14]:

نیروی است که روی سیستم اثر می‌کند. این ماتریس‌ها از روابط (۱۱-۱۴) قابل محاسبه‌اند:

$$M(t) = \begin{bmatrix} M_b & 0 & H_b M_{V2} \\ 0 & M_{V1} & 0 \\ 0 & 0 & M_{V2} \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

$$C(t) = \begin{bmatrix} C_b & H_b C_{V21} & H_b (C_{V22} - C_t) \\ 0 & C_{V11} & C_{V12} \\ C_t H_b^T & C_{V21} & C_{V22} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

$$K(t) = \begin{bmatrix} K_b & H_b K_{V21} & H_b (K_{V22} - C_t) \\ 0 & K_{V11} & K_{V12} \\ K_t H_b^T & K_{V21} & K_{V22} \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} H_b P_0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{t1} r(\hat{x}_1(t)) \dot{\hat{x}}_1(t) + K_{t1} r(\hat{x}_1(t)) \\ C_{t2} r(\hat{x}_2(t)) \dot{\hat{x}}_2(t) + K_{t2} r(\hat{x}_2(t)) \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

Z ، $\dot{Z}$ و $\ddot{Z}$ به ترتیب بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب سیستم ارتعاشی پل-وسیله نقلیه‌اند که بردار جابه‌جایی به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شود:

$$Z = \begin{bmatrix} R \\ Y \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

استخراج معادله مبدل پیزوالکتریک

همان‌طور که در شکل (۳) نشان داده شده است تیر یک سرگیردار با دو لایه پیزوالکتریک، که متداول‌ترین وسیله برداشت‌کننده انرژی از ارتعاشات می‌باشد

$$K_t = \frac{2EI}{l^3} \begin{bmatrix} 6 & 3l & -6 & 3l \\ 3l & 2l^2 & -3l & l^2 \\ -6 & -3l & 6 & -3l \\ 3l & l^2 & -3l & 2l^2 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

$$M_t = \frac{\rho l A}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

با ادغام ماتریس‌های مربوط به هر المان در یک ماتریس کلی، ماتریس جرم و سفتی برای کل سازه به دست می‌آید. با در نظر گرفتن میرایی ریلی برای سازه پل و اعمال شرایط مرزی، معادله ارتعاشی کل تیر را می‌توان به صورت رابطه (۹) نوشت [12]:

$$M_b \ddot{R} + C_b \dot{R} + K_b R = H_b P \quad (۹)$$

که M_b ، C_b و K_b به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سفتی سازه پل، و R ، $\dot{R}$ و $\ddot{R}$ به ترتیب بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب گره‌های سازه پل هستند. عبارت $H_b P$ معادل بردار بار روی گره، ناشی از نیروی برهم‌کنشی پل-وسیله نقلیه است.

استخراج معادله حرکت پل-وسیله نقلیه. با ترکیب معادلات حرکت پل و وسیله نقلیه می‌توان معادله حرکت سیستم پل-وسیله نقلیه را به دست آورد. این معادله ارتعاشی را می‌توان به صورت رابطه (۱۰) نوشت:

$$M(t) \ddot{Z} + C(t) \dot{Z} + K(t) Z = F(t) \quad (۱۰)$$

که $M(t)$ ، $C(t)$ و $K(t)$ ماتریس‌های متغیر با زمان سیستم ارتعاشی پل-وسیله نقلیه‌اند و $F(t)$ بردار

ممان خمشی داخلی تیر است که می‌توان به صورت رابطه (۱۸) بیان کرد:

$$M(x, t) = b \left(\int_{-h_p/2}^{h_s/2} T_1^p z dz + \int_{h_s/2}^{h_p/2} T_1^s z dz + \int_{h_p/2}^{h_p+h_s/2} T_1^p z dz \right) \quad (18)$$

که در آن b عرض تیر، h_p و h_s به ترتیب ضخامت لایه پیزوالکتریک و تیر است. همچنین T_1^p تنش محوری در لایه پیزوالکتریک و T_1^s تنش محوری در تیر می‌باشد. با جاگذاری روابط تنش و در نظر گرفتن اتصال موازی لایه‌ها و انجام برخی ساده‌سازی‌ها، رابطه (۱۸) به رابطه (۱۹) تبدیل می‌شود:

$$M(x, t) = -YI \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) (H(x) - H(x-L)) \quad (19)$$

در رابطه (۱۹) ϑ ترم کوپلینگ الکترومکانیکی و YI سفتی خمشی مقطع تیر کامپوزیتی است که از معادلات (۲۱ و ۲۰) به دست می‌آیند [16]:

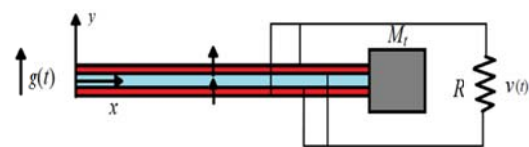
$$\vartheta = \frac{Y_p d_{31} b}{h_p} \left[\left(h_p + \frac{h_s}{2} \right)^2 - \frac{h_s^2}{4} \right] \quad (20)$$

$$YI = \frac{2b}{3} \left[Y_s \frac{h_s^3}{8} + Y_p \left(\left(h_p + \frac{h_s}{2} \right)^2 - \frac{h_s^2}{8} \right) \right] \quad (21)$$

در معادلات اخیر Y_p ، d_{31} و Y_s به ترتیب ثابت پیزوالکتریک، مدول الاستیسیته لایه پیزوالکتریک و مدول الاستیسیته تیر می‌باشند. در نهایت با جاگذاری رابطه (۱۹) در رابطه (۱۷) معادله حرکت مکانیکی با کوپلینگ الکتریکی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$YI \frac{\partial^4 w_{rel}(x, t)}{\partial x^4} + c_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial t^2} - \vartheta v(t) \left[\frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx} \right] = -[m + M_l \delta(x-L)] \frac{\partial^2 w_b(x, t)}{\partial t^2} \quad (22)$$

به عنوان استحصال کننده انرژی در نظر گرفته شده است. تیر مذکور از طریق الکترودهای کاملاً رسانا و با ضخامت ناچیز به یک مدار ساده متصل شده که فقط شامل یک مقاومت الکتریکی به عنوان مصرف کننده توان است. در این روش اتصال پایه تیر به پل مورد نظر، باعث ارتعاش تیر می‌شود و کرنش دینامیکی ایجاد شده در لایه‌های پیزوالکتریک منجر به تولید ولتاژ الکتریکی می‌گردد. ولتاژ تولیدی به وسیله الکترودهایی که سطح لایه پیزوالکتریک را می‌پوشانند، جمع‌آوری و ذخیره می‌گردد.



شکل ۳ تیر با دو لایه پیزوالکتریک

برای استخراج معادلات تیر مورد نظر، حرکت عرضی تیر را می‌توان به صورت رابطه (۱۶) در نظر گرفت:

$$w(x, t) = w_{rel}(x, t) + w_b(x, t) \quad (16)$$

که در آن $w_{rel}(x, t)$ و $w_b(x, t)$ به ترتیب جابه‌جایی پایه تیر و جابه‌جایی عرضی تیر نسبت به انتهای گیردار است. در این مقاله با در نظر گرفتن مدل تیر اویلر-برنولی معادله حرکت تیر تحت تحریک پایه به صورت معادله (۱۷) بیان می‌شود:

$$-\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} + c_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial t^2} = -[m + M_l \delta(x-L)] \frac{\partial^2 w_b(x, t)}{\partial t^2} \quad (17)$$

که در آن m جرم واحد طول تیر، c_a ضریب میرایی خارجی یا میرایی ویسکوز، $c_s I$ ضریب میرایی سازه‌ای معادل برای سطح مقطع تیر کامپوزیتی و $M(x, t)$

برای به دست آوردن معادله مدار الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی، از روابط پیزوالکتریک به صورت رابطه (۲۳) استفاده می شود.

$$D_3 = d_{31}T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (23)$$

در رابطه بالا D_3 جابه جایی الکتریکی، ϵ_{33}^T ظرفیت الکتریکی در تنش ثابت و E_3 میدان الکتریکی است. زیرنویس های ۱ و ۳ به ترتیب منطبق بر محوره های x و y است. با جایگذاری $E_3 = -\frac{V}{h_p}$ و نیز $\epsilon_{33}^s = \epsilon_{33}^T - d_{31}^2 Y_p$ رابطه (۲۳) به صورت رابطه (۲۴) بازنویسی می شود.

$$D_3(x, t) = d_{31} Y_p s_1(x, t) - \epsilon_{33}^s \frac{v(t)}{h_p} \quad (24)$$

با در نظر گرفتن کرنش خمشی متوسط لایه پیزوالکتریک به صورت رابطه (۲۵) و جاگذاری آن در رابطه (۲۴) و انتگرال گیری از آن، بار الکتریکی به دست می آید.

$$s_1(x, t) = -\left(\frac{h_p + h_c}{2}\right) \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial t^2} \quad (25)$$

در نهایت پس از به دست آوردن بار الکتریکی، مقدار ولتاژ برابر است با:

$$v(t) = R \frac{dq(t)}{dt} = -R d_{31} Y_p b \left(\frac{h_p + h_c}{2}\right) \int_{x=0}^L \frac{\partial^3 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx - R \frac{\epsilon_{33}^s b L}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} \quad (26)$$

برای حل معادلات استخراج شده از روش جمع زدن مودها بر پایه جداسازی متغیرها به صورت رابطه (۲۷) استفاده می شود:

$$w_{rel}(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t) \quad (27)$$

در رابطه بالا $\phi_r(x)$ تابع مد و $\eta_r(t)$ پاسخ زمانی است. تابع مد r ام برای تیری با جرمی در انتهای آن برابر است با:

$$\phi_r(x) = C_r \left[\cos\left(\frac{\lambda_r}{L} x\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_r}{L} x\right) + \sigma_r \left(\sin\left(\frac{\lambda_r}{L} x\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_r}{L} x\right) \right) \right] \quad (28)$$

در رابطه اخیر،

$$\sigma_r = \frac{\sin \lambda_r - \sinh \lambda_r + \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\cos \lambda_r - \cosh \lambda_r)}{\cos \lambda_r + \cosh \lambda_r - \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\sin \lambda_r - \sinh \lambda_r)} \quad (29)$$

و λ_r پارمتر بی بعد فرکانس طبیعی است که از معادله زیر به دست می آید:

$$1 + \cos(\lambda_r) \cosh(\lambda_r) + \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\cos \lambda_r \sinh \lambda_r - \sin \lambda_r \cosh \lambda_r) - \frac{\lambda_r^3 I_t}{mL^3} (\cosh \lambda_r \sin \lambda_r + \sinh \lambda_r \cos \lambda_r) + \frac{\lambda_r^4 M_t I_t}{m^2 L^4} (1 - \cos \lambda_r \cosh \lambda_r) = 0 \quad (30)$$

برای به دست آوردن C_r در رابطه (۲۸) از خاصیت تعامد به صورت زیر استفاده می گردد:

$$\int_0^L m \phi_s(x) \phi_r(x) dx + M_t \phi_s(L) \phi_r(L) + \left[\frac{d\phi_s(x)}{dx} I_t \frac{d\phi_r(x)}{dx} \right]_{x=L} = \delta_{rs} \\ \int_0^L Y I \phi_s(x) \frac{d^4 \phi_r(x)}{dx^4} dx - \left[\phi_s(x) Y I \frac{d^3 \phi_r(x)}{dx^3} \right]_{x=L} + \left[\frac{d\phi_s(x)}{dx} Y I \frac{d^2 \phi_r(x)}{dx^2} \right]_{x=L} = \omega_r^2 \delta_{rs} \quad (31)$$

$$P(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad (37)$$

که می‌توان میانگین توان تولیدی را از رابطه بالا محاسبه نمود.

بررسی آماری مقدار توان تولیدی از مبدل

پیزوالکتریک متصل به پل

برآورد به وسیله فاصله‌های اطمینان. فاصله اطمینان عبارت است از برآورد کران‌های خطا برای ایجاد فاصله‌ای از مقداری که انتظار می‌رود شامل مقدار واقعی پارامتر باشد [17]. برای این منظور فرض می‌شود $X_1, X_2, \dots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی و θ یک پارامتر نامعلوم جامعه باشد. هر فاصله اطمینان برای θ ، فاصله‌ای به صورت (L, U) است که از روی مشاهدات نمونه‌ای $X_1, X_2, \dots, X_n$ محاسبه می‌شود، به طوری که قبل از انجام نمونه‌گیری، این فاصله شامل مقدار واقعی نامعلوم θ با احتمال زیاد و مشخصی است. این احتمال که با $\langle\langle 1-\alpha \rangle\rangle$ نشان داده می‌شود، معمولاً 0.95 ، 0.99 یا 0.999 در نظر گرفته می‌شود؛ به عبارت دیگر فرض می‌شود که $\langle\langle 1-\alpha \rangle\rangle$ مشخص باشد و (L, U) توابعی از $X_1, X_2, \dots, X_n$ باشند، به طوری که:

$$P[L < \theta < U] = 1 - \alpha \quad (38)$$

آن‌گاه فاصله (L, U) یک فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای پارامتر است، و $(1-\alpha)$ سطح اطمینان مربوط به فاصله نامیده می‌شود. برای روشن شدن این مفاهیم، فاصله اطمینانی برای میانگین μ جامعه، وقتی که حجم نمونه بزرگ است و انحراف معیار σ معلوم است، فرض می‌شود. در قسمت بعد σ نامعلوم فرض می‌شود که منجر به فرمول‌بندی واقع بینانه‌تری از مسئله می‌شود. حکم احتمالی درباره میانگین نمونه بر مبنای توزیع نرمال، پایه‌ای برای شرح

که در آن I_t ممان اینرسی جرم M_t حول سر آزاد تیر یکسرگیردار می‌باشد. δ_{rs} معرف تابع دلتای کرونگر است. هم‌چنین ω_r فرکانس طبیعی نامیرای سیستم است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{YI}{mL^4}} \quad (32)$$

با بسط پاسخ تیر براساس رابطه (27) و هم‌چنین استفاده از شرایط تعامد موده‌ها، معادلات کوپل الکترومیکانیکی به صورت روابط (34 و 33) استخراج می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \eta_r(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r(t) + \theta_r v(t) \\ = -\frac{d^2 g(t)}{dt^2} \left(m \int_0^L \phi_r(x) dx + M_t \phi_r(L) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

$$C_p^{eq} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = \sum_{r=1}^{\infty} \theta_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (34)$$

در روابط اخیر ζ_r نسبت میرایی مودال، θ_r کوپلینگ الکترومکانیکی مودال و C_p^{eq} ظرفیت معادل الکتریکی داخلی لایه‌های پیزو الکتریک است که از معادلات زیر قابل محاسبه است:

$$\theta_r = -2e_{31}b \frac{(h_p + h_s)}{2} \frac{d\phi_r}{dx} \Big|_{x=L} \quad (35)$$

$$C_p^{eq} = 2\epsilon_{33}^s \frac{bL}{h_p} \quad (36)$$

که در آن ϵ_{33} ثابت دی الکتریک و $e_{31} = Y_p d_{31}$ است. حال با حل عددی معادلات (34 و 33) به‌ازای شتاب نقطه وسط پل (فرض می‌شود محل نصب مبدل پیزو در نقطه وسط پل در نظر گرفته شده است)، مقدار ولتاژ تولیدی به‌دست می‌آید. پس از استخراج ولتاژ، توان تولیدی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \quad (40)$$

که در آن S ، انحراف معیار نمونه است و در مورد نوع توزیع جامعه، هیچ فرضی غیر از متناهی بودن σ لازم نیست.

شبیه سازی سیستم پل - خودرو

در مقاله حاضر، با در نظر گرفتن نامعینی در خصوصیات مختلف خودروی عبوری از پل، پاسخ های سیستم ارتعاشی با استفاده از روش عددی نیومارک-بتا و روش مونت کارلو استخراج می شود و به تبع آن مقدار ولتاژ تولیدی از مبدل پیزوالکتریک، محاسبه می شود. برای این منظور، داده های متعددی مربوط به خودروهای مختلف، از بانک اطلاعاتی نرم افزار CARSIM [18] استخراج شده و خودروها برحسب متغیرهایشان به سه کلاس سبک، نیمه سنگین و سنگین طبقه بندی شده اند. این متغیرها عبارتند از: جرم های فنربندی شده m_v ، جرم های فنربندی نشده m_1 و m_2 ، گشتاور لختی I_v ، مقادیر سفتی K_s و K_t و میرایی C_s و C_t مربوط به سیستم تعلیق و تایرها، و مشخصات طولی خودرو a_1 ، a_2 و S . بازه تغییرات خصوصیات انتخابی خودروهای کلاس بندی شده را می توان در جدول (۲) ملاحظه نمود.

با در دست داشتن بازه های مقادیر جدول (۲)، ماتریس های $M(t)$ و $K(t)$ مربوط به رابطه (۱۰) را می توان به دست آورد. برای به دست آوردن ثابت های میرایی ریلی، فرض شده است که نسبت دمپینگ برای تمام مودها، 0.2 و سه فرکانس غالب پل به ترتیب $f_1 = 1.03$ ، $f_2 = 4.75$ و $f_3 = 10.11$ هرگز می باشد که از طریق این ضرایب، میرایی ریلی مربوط به پل و به تبع آن ماتریس $C(t)$ نیز به دست می آید. با جاگذاری ماتریس های $M(t)$ ، $K(t)$ و $C(t)$ در رابطه (۱۰)، معادله حرکت سیستم ارتعاشی پل - وسیله نقلیه

و بسط فاصله های اطمینان فراهم می کند. بر طبق قضیه حد مرکزی، توزیع $\bar{X}$ را می توان با تقریب خوبی برابر $N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ گرفت که در آن $\sigma/\sqrt{n}$ عددی معلوم است. این توزیع تقریب خوبی برای نمونه گیری بزرگ از جامعه های غیرنرمال است، ولی وقتی که توزیع جامعه نرمال است، توزیع $\bar{X}$ به طور دقیق به ازای تمام مقادیر n برقرار است. در نتیجه احکام احتمالی برای جامعه های نرمال به طور دقیق و برای جامعه های غیر نرمال به طور تقریبی، درحالی که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. به طور کلی وقتی که n بزرگ و σ معلوم است، فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای μ از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (39)$$

که اصطلاحاً $Z_{\alpha/2}$ نقطه $\alpha/2$ بالای توزیع نرمال استاندارد را نشان می دهد. یعنی مساحت سمت راست $Z_{\alpha/2}$ برابر با $\alpha/2$ است. مقادیر مذکور را می توان از جداول آماری پیوستی در منبع [17] به دست آورد.

فاصله اطمینان مبتنی بر نمونه بزرگ برای μ با σ نامعلوم. حال که مفاهیم اساسی مربوط به فاصله های اطمینان بیان گردید، به حالت واقع بینانه تری روی آورده می شود که در آن انحراف معیار جامعه نامعلوم است. اگر حجم نمونه بزرگ باشد، رابطه (۳۹) هم چنان صحیح است، ولی چون σ نامعلوم است، این فاصله را نمی توان از روی داده های نمونه محاسبه نمود و بنابراین به عنوان یک فاصله اطمینان قابل استفاده نمی باشد. در نتیجه چون n بزرگ است، جایگزینی σ به وسیله برآوردکننده آن، یعنی S ، تأثیر قابل ملاحظه ای در حکم احتمالی نخواهد داشت. به طور خلاصه وقتی که n بزرگ است و σ جامعه نامعلوم است، فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای μ عبارت است از:

برداشت‌کننده در نظر گرفته شده و نسبت میرایی برای تمام مودها، 0.01 فرض شده است.

جدول ۳ خصوصیات تیر برداشت‌کننده انرژی

پیزوالکتریک	تیر	پارامترها
۶۱	۶۱	L (mm)
۰/۵	۰/۹۴	h (mm)
۳۵	۳۵	b (mm)
۶۱	۷۰	Y (Gpa)
۷۷۵۰	۲۷۰۰	ρ (kg/m ³)
-	۰/۰۳۱۲	M_t (kg)
۱۳/۳	-	ϵ_{33}^s (nF/m)
-۱۰/۴	-	ϵ_{31} (C/m ²)

در ادامه با به‌کارگیری روش مونت کارلو و با استفاده از روش‌های آماری که پیش از این توضیح داده شد، حد بالا و پایین برای جابه‌جایی، سرعت و شتاب نقطه محل نصب مبدل متناظر با عبور ۱۰۰ خودرو با خصوصیات اتفاقی در پنج کلاس مختلف سطح جاده خیلی بد، بد، متوسط، خوب و خیلی خوب به کمک کدنویسی در MATLAB به دست آورده می‌شود. برای این منظور فاصله اطمینان ۹۵٪ در نظر گرفته شده است. همچنین با استفاده از نتایج شبیه‌سازی استخراج‌شده مذکور، مشخصات آماری ولتاژ تولیدشده توسط مبدل حاصل می‌گردد.

بررسی نتایج و بحث

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی که در شکل‌های (۶-۴) نشان داده شده بر پایه این فرض بنا نهاده شده است که تمامی پارامترهای تأثیرگذار روی پاسخ دینامیکی سیستم ارتعاشی و به تبع آن روی ولتاژ تولیدشده، از جمله نوع خودروی عبوری، جرم، سرعت، ابعاد، میرایی و در نهایت سفتی خودرو به صورت اتفاقی انتخاب می‌شوند. نوع خودروی

استخراج می‌شود. برای حل این معادله از روش نیومارک-بتا استفاده می‌شود که در این روش $\beta = 0.25$ و $\gamma = 0.5$ فرض می‌شود. مشخصات پل نیز به قرار زیر فرض می‌شود:

$$\rho A = 5 \times 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}, EI = 2.5 \times 10^{10} \text{ Nm}^2, l = 30 \text{ m}$$

جدول ۲ خصوصیات استخراج‌شده خودروها از بانک

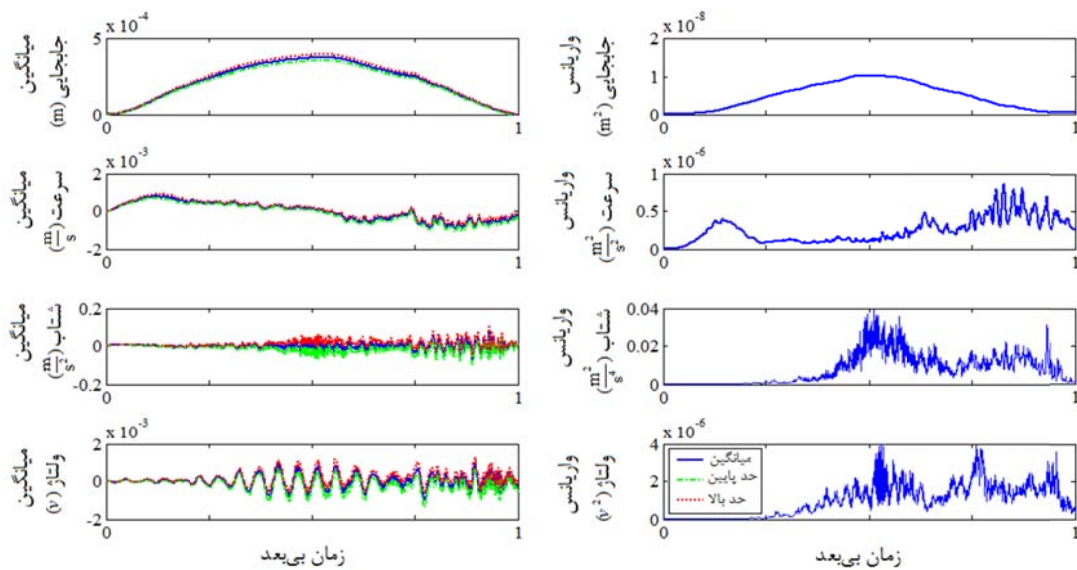
اطلاعاتی نرم‌افزار CARSIM

سنگین	نیمه سنگین	سبک	نوع خودرو خصوصیات	
			min	Max
۶۰۰۰	۲۴۰۰	۶۸۰	min	m_v (kg)
۱۸۰۰۰	۶۰۰۰	۲۴۰۰	Max	
۱۵۰	۹۰	۱۸	min	m_1, m_2 (kg)
۱۵۰۰	۱۵۰	۹۰	Max	
۲۰۰۰	۱۸۱۶	۵۰۰	min	I_v (kgm ²)
۱۴۷۰۰۰	۶۰۰۰	۴۳۳۱	Max	
۳/۵	۲/۵	۱/۲۲۳	min	S (m)
۸	۴	۲/۶۶۷	Max	
۰/۴۵	۰/۳۵	۰/۴	min	a_1
۰/۵۵	۰/۵۲	۰/۵۵	Max	
۲۳۰۰۰۰	۲۳۰۰۰۰	۷۰۰۰۰	min	$K_{t1} \text{ \& } K_{t2}$ (N/m)
۴۶۰۰۰۰	۳۰۵۰۰۰	۳۰۵۰۰۰	Max	
۲۰۰۰۰۰	۳۴۰۰۰	۱۰۲۰۰	min	$K_{s1} \text{ \& } K_{s2}$ (N/m)
۴۳۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۵۵۰۰۰	Max	
۷۵۰	۵۰۰	۲۵۰	min	$C_{t1} \text{ \& } C_{t2}$ (Ns/m)
۴۵۰۰	۳۵۰۰	۳۰۰۰	Max	
۱۰۰۰۰	۳۰۰۰	۲۲۵۰	min	$C_{s1} \text{ \& } C_{s2}$ (Ns/m)
۴۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۴۰۰۰	Max	

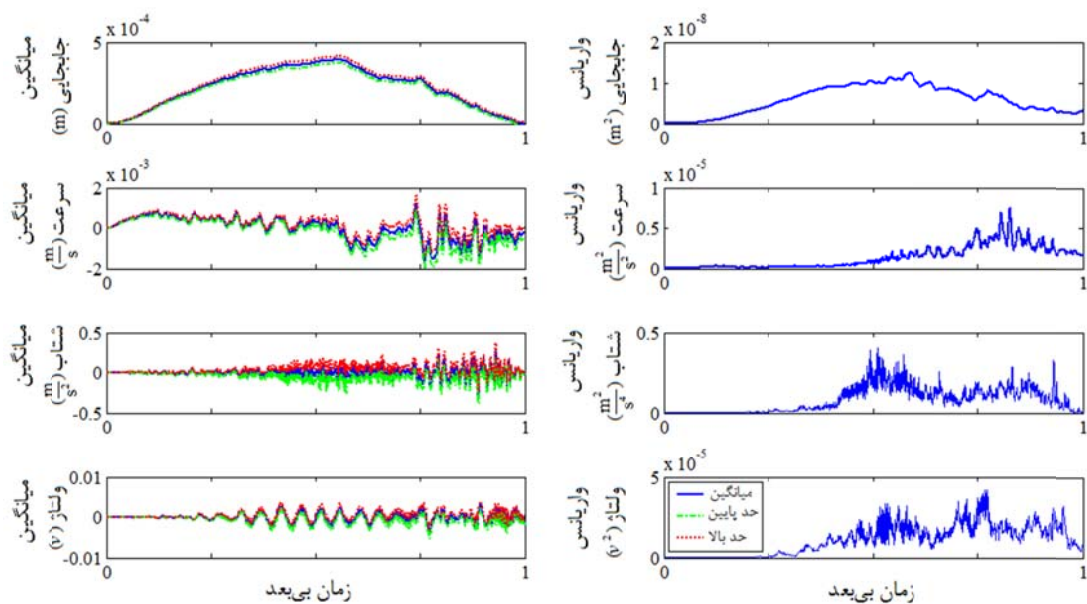
در هر مرحله شبیه‌سازی، پس از حل معادله سیستم پل-خودرو به کمک روش نیومارک-بتا، مقدار ارتعاش وسط پل به عنوان تحریک پایه تیر برداشت‌کننده انرژی در نظر گرفته می‌شود. با داشتن مقدار شتاب پایه تیر برداشت‌کننده انرژی و به‌ازای پارامترهایی که در جدول (۳) ملاحظه می‌شود، معادلات (۳۳ و ۳۴) حل می‌گردد و مقدار ولتاژ خروجی به دست می‌آید. در این حل، سه مود اول تیر

مربوط به زمان نرمال شده می باشد که در این حالت زمان ورود تا خروج هر خودرو برابر ۱ واحد در نظر گرفته می شود. لازم به توضیح است که نتایج نشان داده شده در شکل های مذکور، نمونه ای از نتایج کلی شبیه سازی برای کلیه سطوح جاده می باشد.

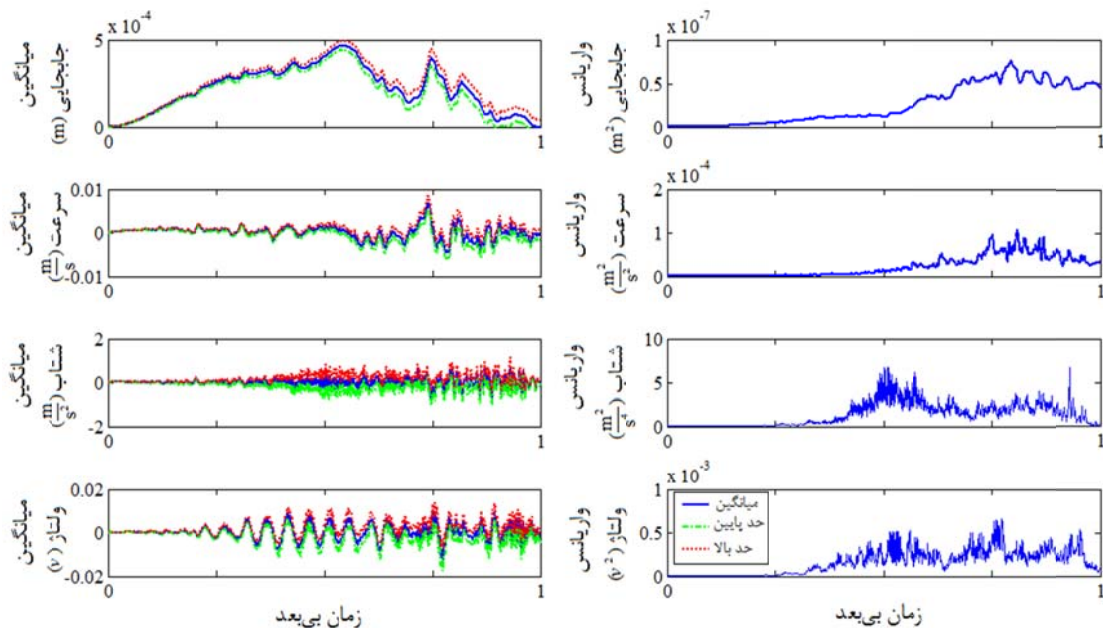
عبوری از روی پل به کمک تابع توزیع یکنواخت انتخاب می شود، بنابراین تمامی خودروها شانس برابری برای عبور از روی پل دارند. همچنین پارامترهای متغیر مربوط به خودروها نیز با توجه به بازه تغییرات درج شده در جدول (۲) به کمک تابع توزیع نرمال اختیار می شوند. محور افقی در شکل های مذکور



شکل ۴ نتایج آماری مرتبط با پاسخ های دینامیکی نقطه وسط پل و ولتاژ تولیدی مربوط به جاده با سطح خیلی خوب



شکل ۵ نتایج آماری مرتبط با پاسخ های دینامیکی نقطه وسط پل و ولتاژ تولیدی مربوط به جاده با سطح متوسط



شکل ۶ نتایج آماری مرتبط با پاسخهای دینامیکی نقطه وسط پل و ولتاژ تولیدی مربوط به جاده با سطح خیلی بد

جدول ۴ مقادیر آماری میانگین توان تولید شده برحسب نانوات به ازای کیفیت سطوح مختلف سطح جاده

نوع کیفیت سطح جاده	حد پایین	میانگین	حد بالا	فاصله حدود بالا و پایین
A	۰/۸۷	۱/۱۰	۱/۳۲	۰/۴۵
B	۲/۱۹	۲/۷۷	۳/۳۶	۱/۱۷
C	۹/۷۲	۱۲/۰۷	۱۴/۴۱	۴/۶۹
D	۳۶/۲۶	۴۵/۷۲	۵۵/۱۸	۱۸/۹۲
E	۱۳۴/۵۰	۱۷۱	۲۰۷/۵۰	۷۳

لازم به توضیح است نتایج به دست آمده در مرجع [8] نشان می دهد برای عبور یک خودرو بدون در نظر گرفتن نامعینی های موجود در آن، با افزایش ناهمواری ها میانگین توان تولیدی توسط مبدل پیزوالکتریک افزایش می یابد، ولی نتایج پژوهش اخیر نشان داد که با ارائه مدل واقع بینانه تر، یعنی در نظر

با دقت در شکل های (۶-۴) می توان نتیجه گرفت که افزایش ناهمواری جاده سبب افزایش شتاب محل نصب مبدل پیزوالکتریک می شود. در اثر افزایش شتاب تحریک، مقدار میانگین ولتاژ تولید شده نیز افزایش می یابد، ولی باتوجه به نمودارهای واریانس، با افزایش ناهمواری جاده، مقدار واریانس ولتاژ نیز افزایش پیدا می کند که این امر سبب می شود قابلیت اطمینان مقدار ولتاژ تولید شده کاهش یابد. به علاوه نتایج مربوط به میانگین مقدار توان تولید شده و حدود بالا و پایین متناظر در هر یک از ۵ نوع سطح جاده در جدول (۴) آورده شده است. همان طور که در این جدول مشاهده می شود، افزایش ناهمواری سطح جاده، سبب افزایش مقدار توان متوسط تولید شده از برداشت کننده انرژی متصل به پل می شود و در عین حال باتوجه به حدود بالا و پایین، سبب کاهش قابلیت اطمینان توان خروجی می گردد.

گرفتن تمامی نامعینی‌های خودروی عبوری، هرچند افزایش ناهمواری سطح جاده سبب افزایش مقدار میانگین توان تولیدشده از برداشت‌کننده انرژی متصل به پل می‌شود، ولی در عین حال باتوجه به حدود بالا و پایین، قابلیت اطمینان توان تولیدی نیز کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با در نظر گرفتن تمامی نامعینی‌های ممکن در سیستم دینامیکی پل-وسیله نقلیه و با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، مقادیر آماری توان تولیدشده توسط برداشت‌کننده انرژی متصل به نقطه وسط سازه پل محاسبه شده است. به‌همین منظور با استفاده از نرم‌افزار CARSIM، تعریف نامعینی‌های کاملی از وسایل نقلیه عبوری از پل طوری انجام گرفته که شرایط واقعی‌تری قابل شبیه‌سازی باشد. تمامی نامعینی‌ها با استفاده از تابع توزیع گاوسی و با مقادیر میانگین و واریانس استخراج‌شده از نرم‌افزار CARSIM تولیدشده است. با استفاده از مدل‌سازی المان محدود پل و معادلات اندرکنش پل-وسیله نقلیه، روش

نیومارک-بتا برای شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی با کدنویسی در MATLAB به‌کار گرفته شده است و به‌طور هم‌زمان با وارد کردن شتاب نقطه میانی پل به‌عنوان تحریک پایه مبدل، مقدار ولتاژ تولیدی استخراج شده است. سپس پارامترهای آماری از قبیل میانگین و واریانس خیز، سرعت، شتاب و ولتاژ تولیدشده توسط مبدل استخراج گردیده است. از مهم‌ترین نتایج حاصل می‌توان به‌دست آوردن حد بالا و حد پایین برای مقادیر میانگین خیز، سرعت و شتاب و در نتیجه استخراج حد بالا و حد پایین برای توان تولیدشده توسط مبدل اشاره کرد. آگاهی از فاصله حدود این مقادیر و استخراج داده‌های مورد نظر از این نمودارها برای بررسی قابلیت اطمینان تأمین انرژی سیستم‌های سلامت‌سنجی پل از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. یکی دیگر از نتایج مهم این است که هر چند با افزایش ناهمواری سطح جاده مقدار توان تولیدی از مبدل افزایش می‌یابد ولی قابلیت اطمینان توان تولیدشده نیز کاهش پیدا می‌کند.

مراجع

1. Nagayama, T., Jung, H.J., Spencer, B.F., Jang, S., Mechi-tov, K., Cho, S. and Y. Fujino, "International collaboration to develop a structural health monitoring system utilizing wireless smart sensor network and its deployment on a cable-stayed bridge", *5th World Conference on Structural Control and Monitoring*, pp. 1-10, (2010).
2. Park, J.W., Jung, H.J., Jo, H., Jang and Billie, F. and Spencer, J.r., "Feasibility study of wind generator for smart wireless sensor node in cable-stayed bridge", *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring*, International Society for Optics and Photonics, 764747, (2010).
3. Farinholt, K.M., Miller, N., Sifuentes, W., MacDonald, J., Park, G., Farrar, C.R., "Energy harvesting and wireless energy transmission for embedded SHM sensor nodes", *Structural Health Monitoring*, Vol. 9, pp. 269-280, (2010).

4. Williams, C. B., Pavic, A., Crouch, R. S., and Woods, R. C., "Feasibility study of vibration-electric generator for bridge vibration sensors", Society for Experimental Mechanics, Inc, *16th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 1111-1117, (1998).
5. Erturk, A, "Piezoelectric energy harvesting for civil infrastructure system applications: Moving loads and surface strain fluctuations", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, pp. 1959-1973, (2011).
6. Kim, S.H., Ahn, J.H., Chung, H.M. and Hyung-Won Kang, "Analysis of piezoelectric effects on various loading conditions for energy harvesting in a bridge system", *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 167, pp. 468-483, (2011).
7. Ali, S. F., Friswell, M. I., and Adhikari, S., "Analysis of energy harvesters for highway bridges", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, pp. 1929-1938, (2011).
8. Zhang, Ye, Steve CS Cai and Lu Deng. "Piezoelectric-based energy harvesting in bridge systems", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 25, pp. 1414-1428, (2013).
9. Cahill, P., Nuallain, N. A. N., Jackson, N., Mathewson, A., Karoumi, R. and Pakrashi, V., "Energy Harvesting from Train-Induced Response in Bridges", *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 19, 04014034, (2014).
10. Davidson, J. and Mo, C., "Recent Advances in Energy Harvesting Technologies for Structural Health Monitoring Applications", *Smart Materials Research*, Vol. 2014, pp. 1-14, (2014).
11. ISO 8606:1995(E), Mechanical vibration – road surface profiles – reporting of measured data, (1995).
12. Law, S. S., Bu, J. Q., Zhu, X. Q., and Chan, S. L., "Vehicle axle loads identification using finite element method", *Engineering Structures*, Vol. 26, pp. 1143-1153, (2004).
13. Henchi, K., Fafard, M., Talbot, M., and Dhatt, G., "An efficient algorithm for dynamic analysis of bridges under moving vehicles using a coupled modal and physical components approach", *Journal of Sound Vibration*, Vol. 212, pp. 663–83, (1998).
14. W. Weaver, P. R. Johnstone, "*Structural Dynamics by Finite Elements*", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, (1987).
15. Wu, S.Q. and Law., S.S. "Vehicle axle load identification on bridge deck with irregular road surface profile", *Engineering Structures*, Vol. 33, pp. 591–601, (2011).
16. Erturk, Alper and Daniel J. Inman, "*Piezoelectric energy harvesting*", Wiley, Chichester, UK, (2011).
17. Bhattacharyya, G.K. and Richard, A. "*Statistical Concepts and Methods*", Johnson John Wiley and Sons, New York, (1977).
18. CARSIM Software, Version 8.2, Mechanical Simulation Corporation, 755 Phoenix Drive, Ann Arbor MI, 48108, USA, (2013).

شبیه سازی انتقال حرارت جابه جایی اجباری نانوسیال غیرنیوتنی محلول آبی کربوکسی متیل سلولز-اکسید آلومینیوم در یک میکرولوله در رژیم لغزشی*

سید علی سجادی فر^(۱) آرش کریمی پور^(۲) داوود طغرایی^(۳)

چکیده در تحقیق حاضر جریان و انتقال حرارت نانوسیال غیرنیوتنی محلول آبی کربوکسی متیل سلولز-اکسید آلومینیوم با کسر حجمی های مختلف نانوذرات در یک میکرولوله دوبعدی شبیه سازی می شود. شرایط مرزی سرعت لغزشی و پرش دمایی روی دیواره میکرولوله نیز در نظر گرفته می شود. اعتبار داده های حاصل در مقایسه با داده های محققان پیشین مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج حاصل به صورت خطوط هم دما، عدد ناسلت، پروفیل های دما و سرعت در مقاطع مختلف میکرولوله ارائه می گردد. مشاهده می شود که عدد ناسلت با افزایش ضریب لغزش و درصد حجمی نانوذرات جامد افزایش می یابد و نرخ این افزایش در مقادیر بالای عدد رینولدز بیشتر است.

واژه های کلیدی نانوسیال غیرنیوتنی؛ میکرولوله؛ سرعت لغزشی؛ پرش دمایی.

Simulation of the Forced Convection Heat Transfer Non-Newtonian Nanofluid, Aqueous Solution of Carboxymethyl Cellulose-Aluminum Oxide, in Slip Flow Regime Through a Microtube

S.A. Sajadifar

A. Karimipour

D. Toghraie

Abstract At present study the flow and heat transfer of Non-Newtonian nanofluid, aqueous solution of carboxymethyl cellulose-Aluminum oxide with different volume fractions of nano particles in a two dimensional microtube is simulated for the first time. Slip velocity and temperature jump boundary conditions are also considered along the microtube walls. The achieved results accuracy is investigated by comparison with those of previous data. The results are presented as isothermal contours, Nusselt number and the profiles of temperature and velocity at different cross sections of the microtube. It is observed that Nusselt number increases with slip velocity coefficient and volume fraction of nano particles; while its rate is more sensitive at higher values of Reynolds number.

Key Words Non-Newtonian nanofluid; Micro tube; Slip velocity; Temperature jump.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۴/۱۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۷/۲۰ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.48222

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

(۲) نویسنده مسئول، استادیار مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

arashkarimipour@gmail.com

(۳) استادیار مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، ایران.

مقدمه

انتقال حرارت نقش بسیار مهمی در کاربری‌های متعدد و گوناگون ایفا می‌کند و با پیشرفت صنعت یکی از نیازهای اساسی در صنایع و کارهای تحقیقاتی، استفاده از روش‌های جدید انتقال حرارت با بازده حرارتی بالا می‌باشد. به عنوان مثال در فرآیندهای صنعتی مانند سرمایش و گرمایش منابع حرارتی و فرآیندهای تولیدی اعم از پاستوریزاسیون مواد غذایی و صنایع خودروسازی، داروسازی و حمل و نقل و سیستم‌های میکروالکترومکانیک و نانوالکترومکانیک نقش بسزایی دارند. در سال‌های اخیر این جریان در ابعاد کوچک بسیار مورد توجه قرار گرفته است و تلاش‌های زیادی برای کوچک کردن ابعاد دستگاه‌ها و افزایش راندمان آنها انجام شده است.

از آنجایی که در اکثر این کاربردها انتقال حرارت درون برخی تجهیزات تبادل حرارت مانند مبدل‌ها، چگالنده‌ها و مخازن گرمایی صورت می‌گیرد، با افزایش بازده حرارتی، فضای اشغال‌شده توسط این وسایل نیز کاهش می‌یابد. این موضوع در کاربردهایی است که به فضای کوچک‌تر و تراکم بیشتر نیاز دارند، مهم است. تغییر خواص ترموفیزیکی سیال عامل، تغییر شرایط مرزی و نوع هندسه جریان روش‌های مختلف برای بازدهی حرارتی می‌باشد. با پیشرفت صنعت و با کوچک‌تر شدن دستگاه‌های الکترونیکی، تحقیقات در زمینه جریان سیال و انتقال حرارت در مقیاس میکرو توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است که در بسیاری از کاربردهای مهندسی و پزشکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدون شک پیشرفت‌های اخیر را در تولیدات ذرات نانو می‌توان یک تحول در روش‌های افزایش انتقال حرارت دانست زیرا اندازه کوچک ذرات و کسر حجمی پایین مورد استفاده مسائلی نظیر کلوخه شدن و افت فشار را حل می‌کند. علاوه بر این سطح نسبی بزرگ ذرات نانو، پایداری ذرات را افزایش

می‌دهد و مسئله ته‌نشینی را کاهش می‌دهد و هزینه‌های لازم برای نگهداری و انتقال سیالات را کم می‌کند. همچنین به صورت نظری مشخص است هرچه ذرات ریزتر باشند، سطح نسبی انتقال حرارت آنها بیشتر می‌شود و در نتیجه بازدهی حرارتی ذرات معلق که تابعی از سطوح انتقال حرارت می‌باشد با کاهش اندازه ذرات افزایش می‌یابد. در سیالات غیریوتنی برخلاف سیالات نیوتنی رابطه تنش برشی با نرخ برش خطی نیست و مدل‌های مختلفی برای بیان رفتار آنها وجود دارند که یکی از متداول‌ترین آنها، مدل پاورلا می‌باشد.

مروری بر پژوهش‌های پیشین

تحقیقات متعددی رفتار جریان و انتقال حرارت را در کانال‌ها و میکروکانال‌ها در سطح مقطع‌های مختلف بررسی کرده‌اند. بخش عمده‌ای از این تحقیقات به بررسی تأثیر پارامترهایی چون عدد رینولدز، شکل سطح مقطع کانال و مشخصات هندسی پرداخته‌اند [1-5]. میکرو جریان‌ها برحسب میزان عددی نادسن

$(Kn = \frac{\lambda}{D_H})$ طبقه‌بندی می‌شوند. D_H قطر هیدرولیکی (طول مشخصه) و λ فاصله پویش آزاد متوسط ملکولی است [6]. بررسی آزمایشگاهی خواص حرکتی و حرارتی جریان، منجر به ارائه حدود مشخصی برای رژیم‌های مختلف جریان برحسب عدد نادسن شده است [7]. به ازای $Kn < 0.001$ سیال پیوسته است و معادلات ناویر-استوکس صادق می‌باشد. اما برای $Kn > 10$ ، $0.1 < Kn < 10$ و یا $0.001 < Kn < 0.1$ حرکت سیال به ترتیب به عنوان یک جریان آزاد مولکولی، گذرا و لغزشی در نظر گرفته می‌شود. معمولاً از جریان و انتقال حرارت سیال در رژیم‌های لغزشی به عنوان یک میکرو جریان لغزشی نیز یاد می‌گردد [8-9]. کشاورز و همکارانش [10] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در نانوسیال غیریوتنی تک‌فازی در

یک لوله افقی تحت شار حرارتی ثابت به روش عددی را مورد بررسی قرار دادند. آنها بیان کردند که با استفاده از تغییراتی در غلظت و قطر نانو سیال می‌توان انتقال حرارت جابه‌جایی را افزایش داد. آنها به بررسی اثر عدد رینولدز در میزان انتقال حرارت پرداختند و به این نتیجه رسیدند که افزایش عدد رینولدز و پرانتل می‌تواند باعث افزایش ضریب انتقال حرارت و در نتیجه افزایش نرخ انتقال حرارت شود. همچنین یک معادله برای عدد ناسلت به وسیله اعداد بی بعد به دست آورده شده است. چوی و همکارانش [11] به بررسی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم و جریان آرام در یک لوله با خم ۹۰ درجه پرداخته‌اند. نتایج نشان داده است که با افزایش عدد رینولدز و پرانتل، عدد ناسلت میانگین افزایش پیدا می‌کند و همچنین عدد ناسلت میانگین در خم لوله بیشتر از نواحی ورودی و خروجی لوله می‌باشد و عدد ناسلت میانگین تابعی از عدد پرانتل می‌باشد. تهیر و همکاران [12] به بررسی عددی جابه‌جایی اجباری در یک جریان آرام توسعه یافته نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک لوله دایروی با شار حرارتی ثابت پرداختند و اثر قطر ذرات، عدد رینولدز و کسر حجمی نانو ذرات بر روی ضریب انتقال حرارت میانگین را بررسی کردند و نشان دادند که ضریب انتقال حرارت با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی به طور خطی افزایش می‌یابد و با افزایش اندازه ذرات به طور غیر خطی کاهش می‌یابد. اکبری‌نیا و همکاران [13] مطالعه عددی روی انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی جریان آرام نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک لوله دایره‌ای شکل را انجام دادند. آنها از مدل مخلوط دوفازی استفاده کردند و تأثیر قطر ذرات نانو را روی رفتارهای حرارتی و حرکتی نانوسیال بررسی کردند. آنها نشان دادند که

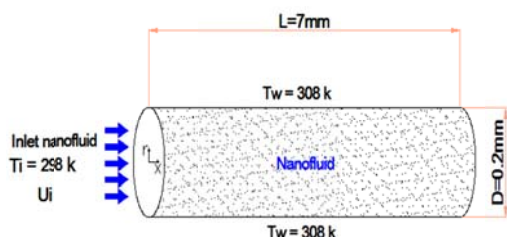
برای یک کسر حجمی مشخص، با افزایش قطر ذرات نانویی عدد ناسلت و ضریب اصطکاک پوسته‌ای کاهش می‌یابد. حجت و همکاران [14] به بررسی جابه‌جایی اجباری نانوسیال غیرنیوتنی در یک میکرولوله با شرایط مرزی دما ثابت پرداخته‌اند که در نتیجه، ضریب انتقال حرارت و عدد ناسلت نانوسیال نسبت به سیال پایه افزایش یافته است و همچنین عدد ناسلت نانوسیال غیرنیوتنی تابعی از عدد رینولدز و عدد پرانتل می‌باشد. کومار و همکاران [15] به بررسی عددی نرخ انتقال حرارت جریان ترکیبی یک نانوسیال تک‌فازی آب-اکسید آلومینیوم داخل یک لوله پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ذرات نانویی به یک سیال پایه نرخ انتقال حرارت و عدد ناسلت میانگین افزایش یافته است. اکبری‌نیا و همکاران [16] به بررسی جابه‌جایی اجباری نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک میکروکانال مستطیلی دوبعدی همراه با لغزش و عدم لغزش پرداختند و افزایش انتقال حرارت بر اثر افزودن ذرات نانو را به سیال پایه در اعداد رینولدز پایین مورد مطالعه قرار دادند و بیان کردند که عدد رینولدز در میکروکانال تحت تأثیر سرعت ورودی و ویسکوزیته سینتیکی نانوسیال است و ویسکوزیته با افزایش کسر حجمی نانو ذرات افزایش می‌یابد. منگ رولکار و همکاران [17] انتقال حرارت نانو سیالات در کانال را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها بیان کردند که با استفاده از تغییراتی در هندسه جریان، شرایط مرزی و یا افزایش رسانایی حرارتی سیال، می‌توان انتقال حرارت جابه‌جایی را افزایش داد. آنها به بررسی اثر عدد رینولدز، کسر حجمی و اندازه ذرات در میزان انتقال حرارت پرداختند و به این نتیجه رسیدند که افزایش عدد رینولدز و پرانتل می‌تواند باعث افزایش ضریب انتقال حرارت و در نتیجه باعث افزایش نرخ انتقال حرارت شود. همچنین نشان دادند که با استفاده

از افزودن ذرات نانو به سیال پایه می‌توان ضریب هدایت حرارتی سیال را افزایش داد. سانترا و همکاران [18] به بررسی عددی انتقال حرارت و جریان آرام نانوسیال آب-اکسید مس در میان دو صفحه موازی هم‌دما پرداخته‌اند. این تحلیل در رینولدز و کسر حجمی‌های مختلف انجام گرفته است و نتایج نشان می‌دهد که عملکرد حرارتی با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد و نانوسیال نیز در مقایسه با آب خالص برای خنک‌سازی مفیدتر خواهد بود. برخورداری و همکاران [19] جابه‌جایی اجباری جریان لغزشی نانوسیال غیرنیوتنی در یک میکروکانال را تحت شرایط مرزی دما ثابت و شار ثابت مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند افزایش سرعت لغزشی ذرات جامد، موجب کاهش سرعت در مرکز لوله شده است درحالی‌که عدد ناسلت افزایش یافته است و همچنین تأثیر سرعت لغزشی در شرط مرزی شار ثابت بیشتر از شرط مرزی دما ثابت بوده است. بهزاد مهر و همکاران [20] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش در یک لوله دایره‌ای شکل، با نانو سیال آب-اکسید مس را به صورت عددی مطالعه کردند. آنها در این مطالعه، مدل مخلوط دوفازی را به کار بردند. با مقایسه نتیجه‌های محاسبه‌شده با مقادیر تجربی، نشان دادند که مدل مخلوط دوفازی دقیق‌تر از مدل تک‌فازی است. همچنین چرخش محوری جریان و پروفیل‌های سرعت توسعه‌یافته را در عددهای رینولدز مختلف بررسی کردند. دینگ و همکاران [21] به مطالعه جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان آرام در نانولوله‌های کربنی با شرط مرزی عدم لغزش پرداختند و قدرت خنک‌کنندگی آب خالص و نانوسیال آب-مس را مورد بررسی قرار دادند. همچنین اثرات تغییرات عدد رینولدز، کسر حجمی را نیز مورد مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند به دلیل نسبت هندسی بالای

میکرولوله، ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد. رئیسی و همکاران [22] به مطالعه عددی جابه‌جایی اجباری جریان آرام نانوسیال در یک میکروکانال با شرایط مرزی سرعت لغزشی و عدم لغزش پرداختند و قدرت خنک‌کنندگی آب خالص و نانوسیال آب-اکسید مس را مورد بررسی قرار دادند. همچنین اثرات تغییرات عدد رینولدز، کسر حجمی و ضریب لغزش در انتقال حرارت به فرم جابه‌جایی اجباری را نیز مورد مطالعه قرار دادند. رحمان و همکاران [23] انتقال حرارت یک جریان دوبعدی، پایدار و لغزشی را برای دو نانوسیال مختلف در یک گوه به صورت عددی انجام داده‌اند. آنها نشان دادند با افزایش ضریب لغزش عملکرد حرارتی افزایش خواهد یافت. احمد و همکاران [24] به بررسی عددی انتقال حرارت و افت فشار نانو سیال آب-مس در یک کانال هم‌دما پرداختند و با استفاده از شبیه‌سازی عددی به روش تفاضل محدود اثرات افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی بر انتقال حرارت را بررسی کردند و نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی انتقال حرارت افزایش می‌یابد درحالی‌که افت فشار اندک خواهد بود. جانگ و همکاران [25] جابه‌جایی اجباری برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم را در یک میکروکانال مستطیلی مورد بررسی قرار دادند. آنها اثرات افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی ذرات جامد بر میزان انتقال حرارت را مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که افزایش کسر حجمی باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود. همچنین عدد ناسلت نیز با افزایش عدد رینولدز افزایش خواهد یافت. افشار و همکاران [26] به حل تحلیلی معادلات ناویر استوکس و انرژی برای جریان سیال در یک میکروکانال در رژیم جریان لغزشی پرداختند. آنها پروفیل‌های سرعت و دما را ارزیابی کردند و تأثیر پارامترهای مختلف را روی انتقال

بیان مسئله

شکل (۱) هندسه مورد نظر را در تحقیق حاضر که یک میکرولوله است نشان می‌دهد. طول میکرولوله $L=7\text{mm}$ و قطر آن $D=0.2\text{mm}$ است. طول میکرولوله در مقایسه با قطر آن زیاد است. نانوسیال غیرنیوتنی کربوکسی متیل سلولز-اکسید آلومینیوم با دمای 298K و با سرعت ثابت (U_i) وارد میکرولوله می‌شود و پس از خنک‌سازی دیواره‌های میکرولوله از انتهای آن خارج می‌شود. قطر ذرات نانوسیال اکسید آلومینیوم برابر 25nm نانومتر می‌باشد.



شکل ۱ شکل شماتیک میکرولوله

نانوذرات آلومینیوم دارای شکل یکنواخت و کروی هستند و جریان در میکرولوله به صورت آرام، غیرنیوتنی و تراکم‌ناپذیر و با شرط مرزی سرعت لغزشی و پرش دمایی در دیواره‌ها تحت دمای دیواره ثابت فرض می‌شود و اثرات تشعشع قابل چشم‌پوشی است. سیال پایه محلول آبی کربوکسی متیل سلولز با درصد وزنی 0.5% می‌باشد. خواص ترموفیزیکی نانوسیال در دمای 298K درجه کلون در جدول (۱) نشان داده شده است. در این تحقیق پارامترهای سیالاتی و انتقال حرارت با اعداد رینولدز $Re=1$ ، $Re=10$ و $Re=20$ و با کسر حجمی 1.5% و 0.5% و سه عدد ضریب لغزش $\beta^*=0.01$ ، $\beta^*=0.1$ و $\beta^*=0.0$ بررسی می‌شود.

حرارت و پراکندگی ذرات نانو بررسی کردند. نتایج نشان دادند که می‌توان با کنترل اختلاف فشار و موقعیت ورودی ذرات نانو و همچنین توزیع همگن ذرات در جریان، انتقال حرارت را با افزودن ذرات نانو افزایش داد. کلتسه و همکاران [27] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان آرام نانوسیال آب-مس در یک میکروکانال هم‌دم را به صورت عددی بررسی کردند. آنها نانو سیال را با مدل دوفازی اویلری مدل کردند. معادلات حاکم برای فازها را با استفاده از روش حجم محدود حل کردند. آنها تفاوت بین سرعت و دما بین فازهای مایع و ذرات نانو را بررسی کردند و مشاهده کردند که سرعت و دمای نسبی فازها، خیلی کم و قابل صرف‌نظر است. همچنین نشان دادند که توزیع کسر حجمی ذرات نانو، یکنواخت است و افزایش انتقال حرارت برای مدل دوفازی، در مقایسه با مدل همگن بیشتر است. نایو و همکاران [28] به بررسی انتقال حرارت یک نانوسیال غیرنیوتنی در یک میکرولوله پرداخته‌اند. آنها شرط مرزی سرعت لغزشی را روی دیواره‌های میکرولوله در نظر گرفتند و نشان دادند عدد ناسلت با افزایش ضریب سرعت لغزشی افزایش می‌یابد.

در تحقیق حاضر نیز برای نخستین بار به مطالعه جابه‌جایی اجباری جریان آرام نانوسیال غیرنیوتنی کربوکسی متیل سلولز-اکسید آلومینیوم در رژیم لغزشی پرداخته شده است. در این مطالعه عملکرد حرارتی نانوسیال تحت تأثیر نیروی برشی، غلظت ذرات نانو، ضریب لغزش بررسی شده است. نتیجه‌های به‌دست آمده مسئله مفروض، با استفاده از پروفیل‌های سرعت، دما و مقادیر عدد نوسلت موضعی و متوسط ارائه شده‌اند. نوآوری پژوهش حاضر با کار نایو و همکاران [28]، در نظر گرفتن شرط مرزی پرش دمایی روی دیواره‌های میکرولوله می‌باشد.

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re_{nf}} \times \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right)^n + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \left(\frac{\partial V}{\partial R} \right)^n \right) - \frac{V^2}{R} \quad (۳)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Re_{nf} Pr_{nf}} \times \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^n + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right)^n \right) \quad (۴)$$

در معادلات فوق از پارامترهای بی بعد زیر استفاده می شود.

$$P = \frac{p}{\rho_{nf} u_i^2} \quad V = \frac{v}{u_i} \quad X = \frac{x}{D} \quad (۵)$$

$$\theta = \frac{T - T_i}{T_w - T_i} \quad U = \frac{u}{u_i} \quad R = \frac{r}{D}$$

اعداد رینولدز و پراکتل مطابق فرمول های زیر محاسبه می شوند [30].

$$Re_{nf} = \frac{\rho_f u_i^{2-n} D^n}{K} \quad Pr_{nf} = \frac{C_p \left(\frac{u_i}{D} \right)^{n-1} K}{k_{nf}} \quad (۶)$$

که در معادلات فوق n و K ضریب و اندیس قاعده توانی و k_{nf} ضریب هدایت حرارتی و u_i نانوسیال می باشد.

از رابطه زیر برای محاسبه چگالی نانوسیال استفاده می شود [31].

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (۷)$$

که ρ_f چگالی سیال پایه و ρ_s چگالی نانوذرات اکسید آلومینیوم می باشد.

از قانون قاعده توانی برای محاسبه لزجت نانوسیال استفاده می شود [32].

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی نانوسیال

	$\phi=0.5\%$	$\phi=1.5\%$	
$C_{pnf}(J/kg)$	4121	4012	
$K_{nf}(W/mk)$	0.6262	0.66	
$\rho_{nf}(kg/m^3)$	1013.5	1040.5	

هم چنین با توجه به غیریوتنی بودن سیال پایه مقادیر n و K ، یعنی ضریب و اندیس قاعده توانی در دمای 298k در جدول (۲) نشان داده شده است [29].

جدول ۲ ضریب و اندیس قاعده توانی در غلظت های مورد نظر

	$\phi=0.5\%$	$\phi=1.5\%$
n	0.48	0.51
K	0.22	0.24

همان طور که مشاهده می شود اندیس قاعده توانی n برای سیال پایه مورد تحقیق کوچکتر از یک است و بنابراین این سیال غیریوتنی از نوع شبه پلاستیک و نازک شونده است.

فرمول بندی

معادلات حاکم. معادلات بی بعد حاکم شامل معادلات پیوستگی، ممتوم و انرژی است که برای حالت دائم و آرام و سیال غیریوتنی به صورت زیر حل می شوند.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad (۱)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re_{nf}} \times \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^n + \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\partial U}{\partial R} \right)^n \right) \quad (۲)$$

در رابطه فوق q'' شار حرارتی دیواره و T_w دمای دیواره و T_b دمای بالک می‌باشد.

برای محاسبه عدد ناسلت میانگین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم [35].

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx \quad (13)$$

شرایط مرزی هیدرو دینامیکی و حرارتی

با توجه به هندسه میکرولوله، شرط عدم لغزش و عدم پرش دمایی ممکن است برای جریان در مقیاس میکرو مناسب نباشد. درواقع در رژیم‌های لغزش در همسایگی دیواره ناحیه‌ای وجود دارد که ملکول‌های سیال دارای نوسان هستند. این ناحیه لایه نادسن نامیده می‌شود و ضخامت آن متناسب با فاصله پوش آزاد ملکولی است. در نادسن‌های کوچک اثرات لایه نادسن قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد اما در رژیم‌های لغزشی اثرات لایه نادسن باید در نظر گرفته شود چرا که شرط مرزی لغزش بین سیال و مرز جامد می‌تواند تأثیر سطح و فعالیت ذرات ملکولی را بازتاب نماید. سرعت لغزشی و پرش دمایی در دیواره یک میکرولوله به وسیله فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند [36-39]. برای حل سرعت لغزشی β ، u_s و F_m به ترتیب ضریب سرعت لغزشی و سرعت لغزشی و ضریب انطباق حرارتی می‌باشد.

$$u_s = -\frac{2-F_m}{F_m} \beta \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_0} \quad (14)$$

ضریب انطباق حرارتی را برابر یک در نظر می‌گیریم و معادله را بی‌بعد می‌کنیم.

$$U_s = -\beta^* \left(\frac{\partial U}{\partial R} \right)_{R=R_0} \quad (15)$$

$$\eta_{nf} = K (\gamma')^{n-1} \quad (8)$$

که در آن γ' نرخ برش و n و K ضرایب قاعده توانی هستند.

ضریب پخش حرارتی مؤثر نانوسیال با فرمول زیر محاسبه می‌شود [33].

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (9)$$

ظرفیت گرمای ویژه نانوسیال با فرمول زیر محاسبه می‌شود [16].

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (10)$$

برای محاسبه ضریب هدایت گرمایی مؤثر نانوسیال برای محلول‌هایی که دارای ذرات کروی شکل هستند از رابطه چون و همکاران استفاده می‌شود [34].

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + 64.7 \phi^{0.7476} \left(\frac{d_f}{d_s} \right) \left(\frac{k_s}{k_f} \right)^{0.7476} \times Pr^{0.9955} Re^{1.2321} \quad (11)$$

که در رابطه (۱۱) اثر حرکت براونی و هم‌چنین اندازه ذرات در تعیین مقدار ضریب هدایت حرارتی مورد توجه قرار می‌گیرد. این رابطه برای ذراتی با اندازه‌های ۱۱ تا ۱۵۰ نانومتر معتبر است. d_f قطر ذرات ملکولی سیال پایه و d_s قطر ذرات ملکولی نانوذرات جامد و k_s ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و k_f ضریب هدایت حرارتی نانو ذرات می‌باشد.

برای محاسبه عدد ناسلت موضعی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم [35].

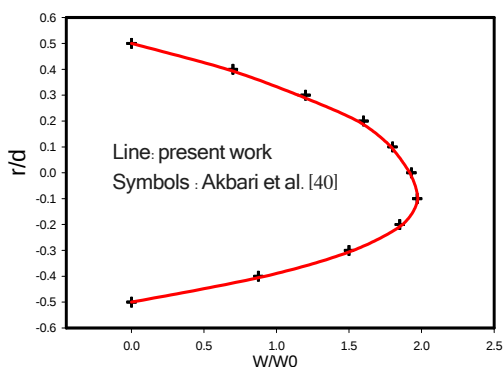
$$Nu_x = \frac{q''_w}{k_{eff} (T_w - T_b)} \quad (12)$$

جدول ۳ سرعت و دما در شبکه‌های مختلف برای

$Re=1$ و $\phi=0.5\%$

	30×750	40×1000	50×1250
U	1.6458	1.6464	1.6468
θ	0.8905	0.8906	0.8906

برای اعتبارسنجی مسئله، پروفیل‌های سرعت توسعه‌یافته نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم درون یک لوله برای مقادیر $Gr = 5 \times 10^5$ و $\phi=2\%$ ، با نتایج اکبری و همکاران [40] در شکل (۲) مقایسه شده است. بیشترین اختلاف کار حاضر با مرجع [40] 8% می‌باشد.



شکل ۲ اعتبارسنجی حل با مقایسه پروفیل‌های سرعت توسعه‌یافته

هم‌چنین برای اعتبارسنجی مسئله ضریب انتقال حرارت متوسط نانو سیال غیریوتنی زانتان-اکسید آلومینیوم در یک لوله برای کسر حجمی 4% و عدد رینولدز $Re=1510$ با نتایج کشاورز و همکاران [41] در شکل (۳) مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد هم‌خوانی مناسبی بین کار حاضر و کار کشاورز و همکاران وجود دارد. بیشترین اختلاف کار حاضر با مرجع [41] 7% می‌باشد.

در رابطه فوق β^* ضریب سرعت لغزشی بی‌بعد

می‌باشد که برابر با $\frac{\beta}{D}$ می‌باشد.

برای شرط مرزی حرارتی T_s, T_w, γ به ترتیب نسبت گرمای ویژه، پرش دمایی، دمای دیواره و ضریب انطباق حرارتی می‌باشد.

$$T_s - T_w = -\frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\beta}{Pr} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} \quad (16)$$

ضریب انطباق حرارتی و نسبت گرمایی ویژه را برابر یک در نظر می‌گیریم و معادله را بی‌بعد می‌کنیم.

$$\theta_s - \theta_w = -\frac{\beta^*}{Pr} \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=R_0} \quad (17)$$

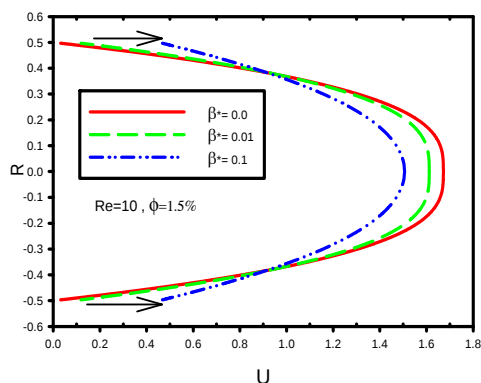
برای حل معادلات حاکم و گسسته‌سازی ناحیه حل، از شبکه سازمان‌یافته استفاده شده است برای گسسته‌سازی معادلات حاکم از روش حجم محدود استفاده شده است. برای ارتباط بین میدان سرعت و فشار، الگوریتم سیمپل به کار برده شده است. طرح اختلاف بالادست مرتبه دوم برای گسسته‌سازی عبارات نفوذ و جابه‌جایی معادلات حاکم، استفاده شده است. زمانی که مقادیر باقی‌مانده همه پارامترها کمتر از 10^{-8} شود، حل مسئله همگرا می‌شود و محاسبات به نتیجه می‌رسد.

نتایج و بحث

استقلال نتایج از شبکه و اعتبارسنجی حل عددی. مقادیر سرعت بی‌بعد و دمای بی‌بعد در نقطه (0.0025, 0) در جدول (۳) در شبکه‌های مختلف 30×750، 40×1000 و 50×1250 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که اختلاف بین شبکه‌های 40×1000 و 50×1250 کم می‌باشد. در نتیجه شبکه 40×1000 برای محاسبات در نظر گرفته شده است.

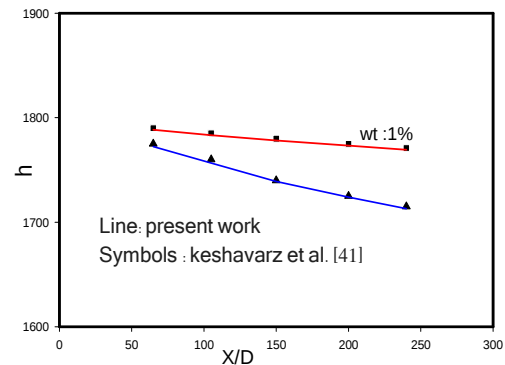
میکرولوله همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، تحت دمای T_w قرار گرفته‌اند. نانوسیال غیریوتنی کربوکسی متیل سلولز اکسید آلومینیوم با دمای 298k و با سرعت ثابت (U_i) وارد میکرولوله می‌شود و پس از خنک‌سازی دیواره‌های میکرولوله از انتهای آن خارج می‌شود.

شکل (۵) تأثیرات مقادیر مختلف ضریب لغزش را بر پروفیل سرعت در امتداد خط عمودی وسط میکرولوله، نشان می‌دهد. به دلیل وجود رژیم لغزش، نانوسیال روی دیواره‌های میکرولوله دارای سرعت می‌باشد. لذا سرعت نانوسیال روی دیواره‌های میکرولوله دارای مقدار غیرصفر می‌باشد و هرچه ضریب لغزش افزایش می‌یابد، مقدار سرعت نانوسیال روی دیواره‌ها بیشتر می‌شود. مقدار ماکزیمم سرعت روی خط عمودی وسط میکرولوله نیز با افزایش ضریب لغزش به دلیل قانون بقای جرم کاهش می‌یابد. در این نمودار، جریان نانوسیال با پروفیل‌های سهمی شکل توسعه داده شده است و به دلیل وجود شرایط مرزی لغزش روی دیواره‌های میکرولوله، نانوسیال روی دیواره‌های میکرولوله دارای سرعت می‌باشد.



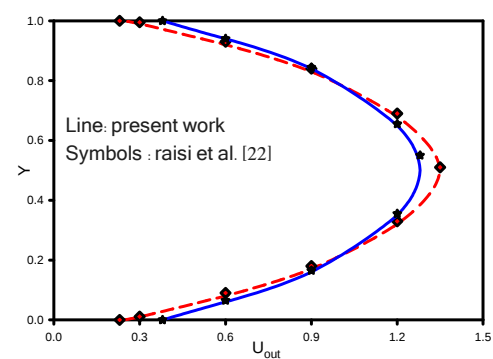
شکل ۵ تغییرات سرعت نانوسیال روی خط عمودی وسط میکرولوله ($X=L/2$)، برای مقادیر مختلف ضریب لغزش، در $Re=10$, $\phi=1.5\%$

شکل (۶) تأثیرات مقادیر مختلف ضریب لغزش را بر پروفیل دما (θ) در طول خط عمودی وسط



شکل ۳ اعتبارسنجی حل با مقایسه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط برای مقادیر مختلف درصد وزنی محلول آبی زانتان در $Re=1510$

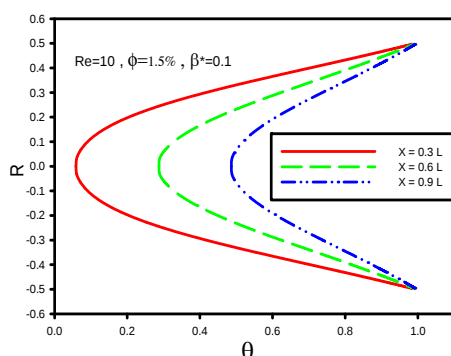
هم‌چنین پروفیل سرعت توسعه‌یافته نانوسیال آب-اکسید مس درون یک میکروکانال در رژیم لغزشی برای مقادیر مختلف ضریب لغزشی در $Re=50$ و ϕ 5% با نتایج رئیسی و همکاران در شکل (۴) مقایسه شده است. خطوط کار حاضر و نشانه‌ها مربوط به مقاله رئیسی و همکاران می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد هم‌خوانی مناسبی بین کار حاضر و کار رئیسی و همکاران وجود دارد. بیشترین اختلاف کار حاضر با مرجع [22] 11% می‌باشد.



شکل ۴ اعتبارسنجی حل با مقایسه پروفیل‌های سرعت توسعه‌یافته برای مقادیر مختلف ضریب لغزش

تأثیر ضریب لغزشی. در این تحقیق انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال غیریوتنی در یک میکرولوله افقی مطالعه شده است. دیواره‌های

شکل (۸) تغییرات دمای نانوسیال روی مقاطع مختلف میکرولوله را برای $Re=10, \phi=1.5\%$ و $\beta^*=0.1$ نشان می‌دهد. با افزایش X ، مقدار دمای بی‌بعد در خط مرکزی میکرولوله افزایش می‌یابد. پروفیل دما نشان می‌دهد دمای نانوسیال ورودی به میکرولوله به دلیل تبادل گرما با دیواره‌های میکرولوله که تحت دمای 308 K قرار دارد به صورت یکنواخت گرم شده‌اند و با افزایش X افزایش می‌یابد. این افزایش به دلیل انتقال حرارت از دیواره‌های میکرولوله به جریان نانوسیال در طول میکرولوله می‌باشد. پروفیل دما نشان می‌دهد که دمای نانوسیال در نزدیکی دیواره‌های گرم افزایش می‌یابد.

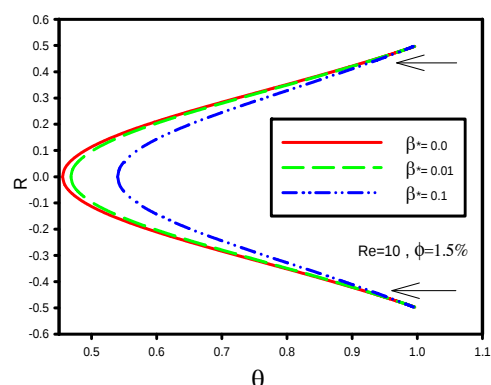


شکل ۸ تغییرات دمای نانوسیال روی مقاطع مختلف میکرولوله برای $Re=10$ و $\phi=1.5\%$ ، $\beta^*=0.1$

با مقایسه شکل (۷) و شکل (۸) نیز مشخص می‌گردد که دمای بی‌بعد در یک مقطع مشخص با افزایش ضریب لغزش، افزایش می‌یابد.

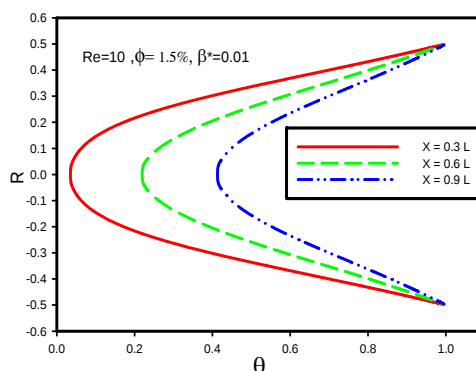
تأثیر کسر حجمی نانوسیال. شکل (۹) تأثیرات کسر حجمی نانوسیال را بر روی پروفیل دما در $(X=L/2)$ در $Re=10$ و $\beta^*=0.1$ در درصد های حجمی مختلف نشان می‌دهد. با افزودن ذرات نانویی به سیال پایه، به دلیل بالا بودن قابلیت حرارتی این ذرات، نفوذ حرارت از دیواره بیشتر می‌شود. با توجه به نمودار مشاهده می‌شود افزایش کسر حجمی نانوذرات جامد،

میکرولوله نشان می‌دهد. به دلیل وجود پرش دمایی روی دیواره‌های میکرولوله، دمای نانوسیال روی دیواره‌های میکرولوله با دمای دیواره برابر نمی‌باشد. مقدار دما روی خط عمودی وسط میکرولوله نیز با افزایش ضریب لغزش افزایش می‌یابد.



شکل ۶ تغییرات دمای نانوسیال روی خط عمودی وسط میکرولوله $(X=L/2)$ ، برای مقادیر مختلف ضریب لغزش، در $Re=10$ ، $\phi=1.5\%$

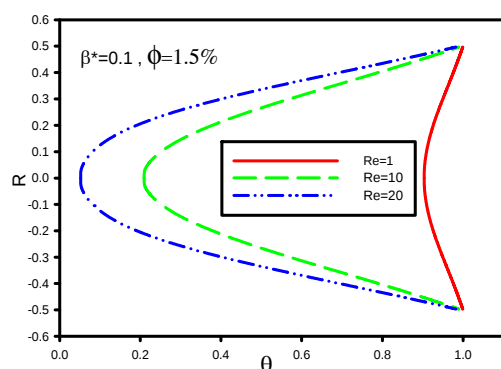
شکل (۷) تغییرات دمای نانوسیال را روی مقاطع مختلف میکرولوله در $Re=10$ ، $\phi=1.5\%$ و $\beta^*=0.01$ نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش X ، مقدار دمای بی‌بعد در خط مرکزی میکرولوله افزایش می‌یابد.



شکل ۷ تغییرات دمای نانوسیال روی مقاطع مختلف برای $\beta^*=0.01$ و $Re=10$ ، $\phi=1.5\%$

سرعت ذرات نانویی و کاهش تبادل انتقال حرارت، کاهش می‌یابد.

در سرعت‌های بالا زمان کافی برای تبادل انتقال حرارت بین دیواره‌های میکرولوله و نانوسیال وجود ندارد. در $Re=1$ به دلیل سرعت پایین ذرات تبادل گرما بیشتر است. با افزایش عدد رینولدز، تغییرات قابل توجهی در پروفیل‌های دما مشاهده می‌شود. دلیل این رفتار سرعت نانوسیال و نرخ تبادل انتقال حرارت بین نانوسیال و دیواره‌های میکرولوله می‌باشد.

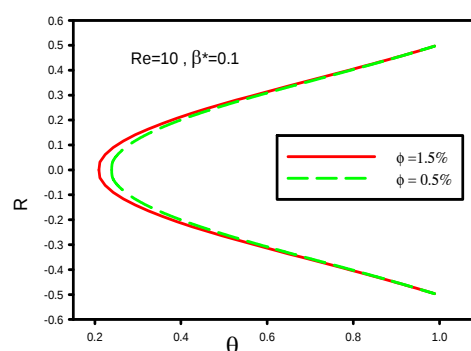


شکل ۱۱ تغییرات دمای نانوسیال روی خط عمودی میکرولوله در $(X=L/2)$ برای مقادیر مختلف Re در $\beta^*=0.1, \phi=1.5\%$

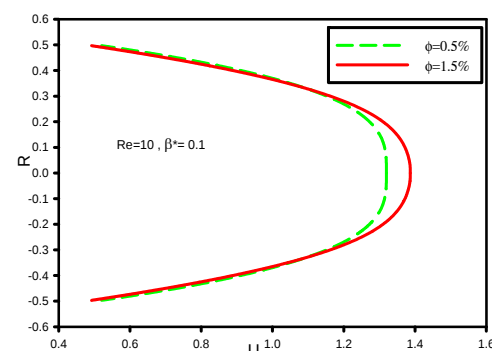
شکل (۱۲) تأثیرات مقادیر مختلف ضریب لغزش را بر روی سرعت لغزشی U_s در $(X=L/2)$ در $Re=10$ و $\phi=1.5\%$ نشان می‌دهد. باتوجه به نمودار مشاهده می‌شود که سرعت لغزشی دیواره در ورودی میکرولوله مقدار ماکزیمم است و در طول کمی از دیواره ورودی میکرولوله با افزایش x کاهش می‌یابد و سپس به یک مقدار ثابت می‌رسد و کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی می‌شود. ضریب لغزش تأثیر قابل توجهی بر سرعت لغزشی نانوسیال در نزدیکی دیواره‌های میکرولوله دارد. به گونه‌ای که با افزایش ضریب لغزش جریان به رژیم لغزشی نزدیکتر می‌شود و سرعت لغزشی در طول دیواره‌های میکرولوله افزایش می‌یابد. در $\beta^*=0.0$ سرعت لغزشی صفر می‌باشد.

باعث افزایش دمای بدون بعد نانوسیال به دلیل افزایش ضریب هدایت گرمایی نانوسیال می‌شود.

شکل (۱۰) تأثیرات کسر حجمی نانوسیال را بر روی پروفیل سرعت نشان می‌دهد. با توجه به نمودار مشاهده می‌شود که با توجه به ثابت بودن عدد رینولدز با افزایش کسر حجمی، سرعت نانوسیال افزایش می‌یابد.



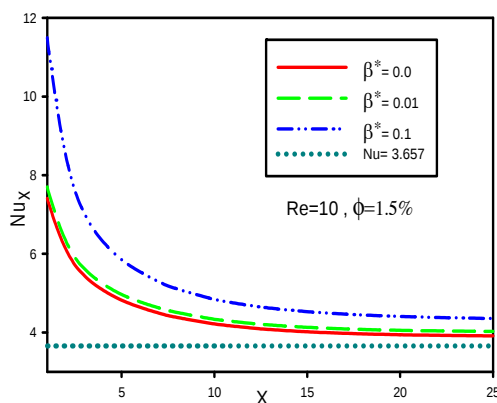
شکل ۹ تغییرات دمای نانوسیال روی خط عمودی وسط میکرولوله $(X=L/2)$ ، برای مقادیر مختلف کسر حجمی، در $Re=10, \beta^*=0.1$



شکل ۱۰ تغییرات سرعت نانوسیال روی خط عمودی میکرولوله برای مقادیر مختلف کسر حجمی در $Re=10, \beta^*=0.1$

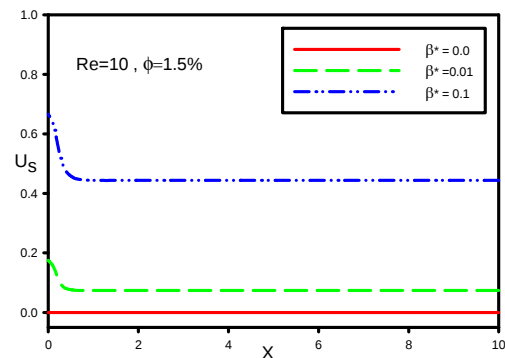
تأثیر رینولدز، کسر حجمی و ضریب لغزش شکل (۱۱) تأثیرات عدد رینولدز را بر روی پروفیل دما در $(X=L/2)$ در $\beta^*=0.1$ و $\phi=1.5\%$ نشان می‌دهد. با افزایش عدد رینولدز دمای بی‌بعد به دلیل افزایش

مقادیر مختلف β^* را بر عدد ناسلت موضعی در طول دیواره میکرولوله در $Re=10$ و $\phi=1.5\%$ نشان می‌دهد. نتیجه‌ها نشان می‌دهد افزایش ضریب لغزش موجب افزایش عدد ناسلت می‌گردد زیرا با افزایش ضریب لغزش، گرادیان دما در طول دیوار گرم‌شده میکرولوله افزایش می‌یابد. عدد ناسلت در ورودی میکرولوله به دلیل بیشترین اختلاف دما بین نانوسیال و دیواره‌های میکرولوله دارای مقدار ماکزیمم می‌باشد و در طول میکرولوله با افزایش X به دلیل افزایش دمای نانوسیال، کاهش می‌یابد. در خروجی میکرولوله که دمای نانوسیال و دمای دیواره میکرولوله بسیار به هم نزدیک می‌شوند، مقدار عدد ناسلت بسیار کم می‌شود.



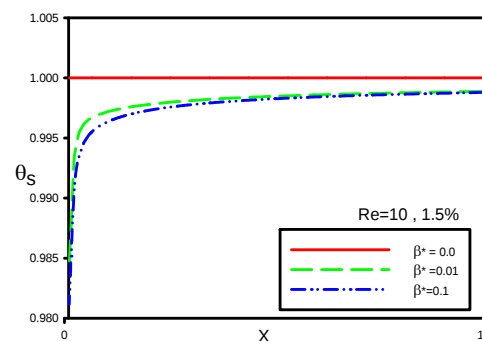
شکل ۱۴ تغییرات عدد ناسلت موضعی برای مقادیر مختلف ضریب لغزشی در $Re=10$, $\phi=1.5\%$

شکل (۱۵) تأثیرات مقادیر مختلف عدد Re را بر عدد ناسلت موضعی در طول دیواره میکرولوله در $\beta^*=0.1$ و $\phi=1.5\%$ نشان می‌دهد. نتیجه‌ها نشان می‌دهد افزایش عدد رینولدز موجب افزایش عدد ناسلت می‌گردد. زیرا گرادیان دما در طول دیوار گرم‌شده میکرولوله افزایش می‌یابد. در عدددهای رینولدز پایین افزایش عدد ناسلت کمتر می‌باشد. سرعت نانوسیال در نزدیکی دیواره‌های میکرولوله کم می‌باشد و زمان کافی برای تبادل انتقال حرارت بین نانوسیال و دیواره‌های میکرولوله وجود دارد و دمای



شکل ۱۲ تغییرات سرعت لغزشی نانوسیال در امتداد دیواره‌های میکرولوله در $Re=10$, $\phi=1.5\%$ در کسر حجمی‌های مختلف

شکل (۱۳) تأثیرات مقادیر مختلف ضریب لغزش را بر روی پرفش دمایی در $(X=L/2)$ در $\phi=1.5\%$ و $Re=10$ نشان می‌دهد. باتوجه به نمودار مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب لغزش، پرفش دمایی دیواره بیشتر می‌شود ولی به هر حال در طول میکرولوله روند کاهشی دارد. در $\beta^*=0.0$ دمای نانوسیال روی دیواره، دمای دیواره است.



شکل ۱۳ تغییرات پرفش دمایی نانوسیال در امتداد دیواره‌های میکرولوله در $Re=10$, $\phi=1.5\%$ در کسر حجمی‌های مختلف

مقادیر عدد ناسلت نانوسیال روی دیوار میکرولوله برای مقادیر مختلف ضریب لغزش سرعت در شکل (۱۴) ارائه شده است. عدد ناسلت لوله در شرایط مرزی دما ثابت در جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته مقدار $Nu=3.657$ محاسبه شده است. این شکل تأثیرات

ذرات نانو، نیروی برشی، ضریب لغزش سرعت بر روی میدان جریان و نرخ انتقال حرارت بررسی گردید. سرعت لغزشی و پرش دمایی با افزایش ضریب لغزش، افزایش می‌یابد اما مقدار عدد ناسلت در خروجی میکرولوله کاهش می‌یابد. مقدار ماکزیمم عدد ناسلت در ورودی رخ می‌دهد و سپس طی یک روند کاهشی به‌طور مجانبی به سمت یک مقدار ثابت در راستای میکرولوله میل می‌کند. ضریب لغزش تأثیر قابل توجهی بر سرعت لغزشی و پرش دمایی نانوسیال در نزدیکی دیواره‌های میکرولوله دارد. به گونه‌ای که با افزایش ضریب لغزش، جریان به رژیم لغزشی نزدیکتر می‌شود و سرعت لغزشی و پرش دمایی در طول دیواره‌های میکرولوله افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

β^* ضریب لغزش سرعت بدون بعد، $\beta^* = \beta/h$

C_p گرمای ویژه، J/kgK

d قطر میکرولوله، m

K ضریب هدایت حرارتی، W/mk

l طول میکرولوله، m

L طول بدون بعد میکرولوله، m

Nu_x عدد نوسلت موضعی

P فشار سیال، P_a

Pr عدد پراوتل

q'' شار حرارتی، W/m²

Re عدد رینولدز

T دما، k

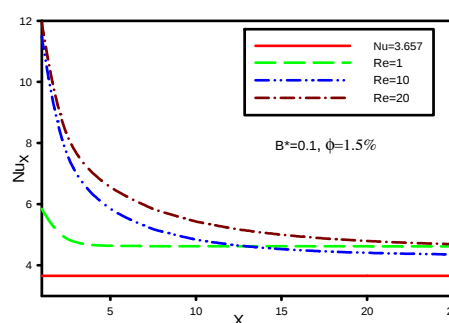
u سرعت افقی، s⁻¹m

U سرعت افقی بدون بعد، $U = u/u_i$

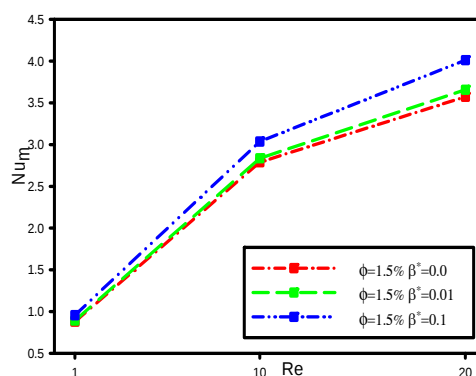
u_s سرعت لغزشی، s⁻¹m

نانوسیال افزایش می‌یابد و به دمای دیواره‌های میکرولوله می‌رسد و اختلاف دمای نانوسیال و دیواره‌های میکرولوله کاهش می‌یابد. ماکزیمم عدد ناسلت روی دیواره‌های میکرولوله در $Re=20$ و $\beta^*=0.1$ به دست می‌آید.

مقادیر عدد ناسلت میانگین نانوسیال روی دیوار میکرولوله برای مقادیر مختلف ضریب لغزش سرعت در شکل (۱۶) ارائه شده است. مشاهده می‌شود با افزایش ضریب لغزش عدد ناسلت افزایش می‌یابد.



شکل ۱۵ تغییرات عدد ناسلت موضعی برای مقادیر مختلف عدد رینولدز در $\phi=1.5\%$, $\beta^*=0.1$



شکل ۱۶ تغییرات عدد ناسلت میانگین برای مقادیر مختلف β^*

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق، انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال غیرنیوتنی محلول آبی CMC-اکسید آلومینیوم در یک رژیم لغزشی بررسی گردید. تأثیرات غلظت

علائم یونانی		v سرعت عمودی، $s^{-1}m$
β ضریب لغزش سرعت، $s^{-1}m$		$V=v/u_c$ سرعت عمودی بدون بعد، $V=v/u_c$
ϕ کسر حجمی نانوذرات جامد		x مختصه افقی، m
η لزجت دینامیکی، $Pa.S$		$X=x/d$ مختصه افقی بدون بعد، $X=x/d$
$\theta = (T - T_0)/(T_w - T_0)$ دمای بدون بعد، θ		r مختصه عمودی، m
ρ دانسیته، kgm^{-3}		$R=r/d$ مختصه عمودی بدون بعد، $R=r/d$

مراجع

1. Li, J. and Kleinstreuer, C., "Thermal performance of nanofluid flow in microchannels", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1221-1232, (2008).
2. Pawan Singh, K., Harikrishna, P.V., Sundararajan, T. and Sarit Das, K., "Experimental and numerical investigation into the hydrodynamics of nanofluids in microchannels", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 42, pp. 174-186, (2012).
3. Jung, Ju., Oh, H. and Kwak, H., "Forced convective heat transfer of nanofluids in microchannels", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 466-472, (2009).
4. Aminossadati, S.M., Raisi, A. and Ghasemi, B., "Effect of magnetic field on nanofluid forced convection in a partially heated microchannel", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 46, pp. 1373-1382, (2011).
5. Shariat, M., HosseinNezhad, A.A., Behzadmehr, A. and Laur, R., "Numerical study of two phase laminar mixed convection nanofluid in elliptic ducts", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31, pp. 2348-2359, (2011).
6. Gad-el Hak, M., "Flow physics in MEMS", *Rev. Mec. Ind.*, 2, 313-341, (2001).
7. Adams, T.M., Abdel-Khalik, S.I., Jeter, S.I. and Qureshi, Z.H., "An experimental investigation of single-phase forced convection in microchannel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 851-857, (1998).
8. Xuan, Y., Li, Q. and Ye, M., "Investigation of convection heat transfer in ferrofluidmicroflows using lattice-Boltzmann approach", *International Journal of Heat and Mass Transfer Thermal Sciences*, Vol. 46, pp. 105-111, (2007).
9. Ho, C. and Tia, Y., "Micro-electro-mechanical-system(MEMS) And fluid flows", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 579-612, (1998).
10. Keshavarz, M., Hossein Haddad, S.M. and Darabi, M., "Modeling of Force Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Nanofluid in the Horizontal Tube Under Constant Heat Flux With Computational Fluid Dynamics", *Internatinal Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 995-999, (2012).
11. Choi, Z. and Zhang, Y., "Numerical simulation of laminar forced convection heat transfer Al₂O₃-water nanofluid in a pipe with return bend", Vol. 55, pp. 90-102, (2012).

12. Tahir, S. and Mital, M., "Numerical investigation of laminar nanofluid developing flow and heat transfer in a circular channel", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 39, pp. 8-14, (2012).
13. Akbarinia, A. and Laur, R., "Investigating the diameter of solid particles effects on a laminar nanofluid flow in a curved tube using a two phase approach", *International Journal of Heat and Fluid flow*, Vol. 30, pp. 706-718, (2009).
14. Hojati, M., Etemad, S.GH., Bagheri, R. and Thibault, J., "Convection Heat Transfer of Non-Newtonian Nanofluid Through a Uniformly Circular Tube", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 35, pp. 1351-1356, (2011).
15. Kumar P. and Ganesan, R., "A CFD Study of Turbulent Convection Heat Transfer Enhancement in Circular Pipeflow", *Internatinal Journal of Civil and Environmental Engineering*, Vol. 7, pp. 385-392, (2012).
16. Akbarinia, A., Abdolzadeh, M. and Laur, R., "Critical investigation of heat transfer enhancement using nanofluids in microchannels with slip and non-slip flow regimes", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31, pp. 556-565, (2011).
17. ChidanandMangrulkar, K. and VilayatraiKriplani, M., "Nanofluid Heat Transfer-A Review", *International Journal of Engineering and Technology*, Vol. 3, pp. 136-142, (2013).
18. Santra, A., Sen, S. and Chakraborty, N., "Study of Heat Transfer Due to Lminar Flow of Copper-Water Nanofluid Through Two Isothermally Heated Parallel Plates", *Internatinal Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 391-400, (2009).
19. Barkhordari, M. and Etemad, S.GH., "Numerical Study of Slip Flow Heat Transfer of Non-Newtonian Fluids in Circular Microchanel", *Internatinal Journal of Heat nad Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 1027-1033, (2007).
20. Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M. and Galanis, N., "Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 211-219, (2007).
21. Ding, Y., Alias, H., Wen, D. and Williams, R., "Heat Transfer of Aqueous Suspension of Carbon Nanotube", *Internatinal Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 240-250, (2006).
22. Raisi, A., Ghasemi, B., S Aminossadati, M., "A Numerical Study on the Forced Convection of Laminar Nanofluid in a Microchannel with Both Slip and No-Slip Conditions", *International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 59, pp. 114-129, (2012).
23. Rahman, M.M., Al-Lawatia, M.A., Eltayeb, I.A. and Al-Salti, N., "Hydromagnetic slip flow of water based nanofluids past a wedge with convective surface in the presence of heat generation or absorption", *Internatinal Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 46, pp. 1373-1382, (2011).
24. Ahmed, M.A., Shuaib, N.H., Yusoff, M.Z. and Al-Falahi, A.H., "Numerical investigations of flow and heat transfer enhancement in a corrugated channel using nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 1368-1375, (2011).
25. Jung, J., Oh, H. and Kwak, H., "Forced convective heat transfer of nanofluids in microchannels", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 466-472, (2009).
26. Afshar, H., Shams, M., Nainian, S.M.M. and Ahmadi, G., "Microchannel heat transfer and dispersion of nanoparticles in slip flow regime with constant heat flux", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 1060-1066, (2009).

27. Kalteh, M. and Abbassi Saffar-Avval, A.,M.,J., "Eulerian-Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid laminar forced convection in a microchannel", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, pp. 107-116, (2011).
28. Niu, J., Fu, C. and Tan, W., "slip flow and heat transfer pf a Non-Newtonian nanofluid in a microtube", *Plos one*, Vol. 7, 99-106, (2012).
29. Hojati, M., Etemad, S.GH., Bagheri, R. and Thibault, J., "Rheological Characteristics of Non-Newtonian nanofluids: Experimental investigation", *Internatinal Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 144-148, (2011).
30. Shayam, R. and Chhabra, R.P., "Effect of Prandtl number on heat transfer from tandem square cylinders immersed in power-law fluids in the low Reynolds number regime", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 57, pp. 742-755, (2013).
31. J Han, C., Zhang, Y.M., "High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 513-523, (1992).
32. Kamali, R. and Binesh, A.R., "Numerical Investigation of Heat Transfer Enhancement Using Carbon Nanotube Non-Newtonian Nanofluids", *Internatinal Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1153-1157, (2010).
33. Brinkman, H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solution", *J. Chem. Phys.*, Vol. 20, pp. 571-581, (1952).
34. Chon, C.H., Kihm, K.D., Lee, S.P. and Choi, S.U.S., "Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (AL₂O₃) thermal conductivity enhancement", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 87, pp. 1-3, (2005).
35. Mirmasomi, S. and Behzadmehr, A., "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in a horizontal tube using two-phase mixture model", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 717-727, (2007).
36. Hadjiconstantinou, N.G. and Simek, O., "Constant-wall-temperature nusselt number in micro nano-channels", *Transactions of ASME*, Vol. 124, pp. 356-364, (2002).
37. Beskok, A. and Karniadakis, G.E., "Simulation of heat and momentum transfer in complex microgeometries", *J. Thermophys Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 647-655, (1994).
38. Satapathy, A.K., "Slip flow heat transfer in an infinite microtube with axial conduction", Vol. 49, pp. 153-160, (2010).
39. Vandadi, V., Vandadi, A. and Aghanajafi., C., "Slip-Flow heat transfer circular microchannel with Viscous dissipation", *IJRRAS*, Vol. 6, pp. 176-181, (2011).
40. Akbari, M., Behzadmehr, A. and Shahraki, F., "Fully developed mixed convection in horizontal and inclined tubes with uniform heat flux using nanofluid", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 545-556, (2008).
41. Keshavarz, M., Hossein Haddad, S.M. and Darabi, M., "Modeling of Force Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Nanofluid in the Horizintal Tube Under Constant Heat Flux With Computational Fluid Dynamics", *Internatinal Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 995-999, (2012).

بررسی تأثیر انحناى گوشه گشودگی بر تمرکز تنش ناشی از شار حرارتی*

محمد جعفری^(۱) محمدباقر نظری^(۲)

چکیده بر پایه تئوری ترموالاستیسیته دوبعدی حالت پایدار میدان تنش در اطراف گشودگی‌های مختلف در یک صفحه نامحدود همسان‌گرد مورد بررسی قرار می‌گیرد. صفحه در بی‌نهایت تحت جریان حرارتی یکنواخت است و مرز گشودگی مرکزی عایق است. با استفاده از توابع پتانسیل مختلط و به‌کارگیری نگاشت هم‌نوا و حل معادلات انتگرالی، تأثیر انحناى گوشه گشودگی بر توزیع تنش اطراف گشودگی مطالعه می‌شود. روش حل بر پایه بسط روش گودیر و فلورنس است. آنها از روش متغیر مختلط برای تحلیل تنش ورق نامحدود همسان گوشه گرد حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضی‌شکل استفاده کردند. برای سادگی استفاده از انتگرال کوشی ورق نامحدود شامل گشودگی غیردایره‌ای به ناحیه درون دایره‌ای به شعاع واحد نگاشته می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهند که انحناى گوشه گشودگی تأثیر بسزایی بر توزیع تنش دارد. **واژه‌های کلیدی** نرمی گشودگی؛ تنش حرارتی؛ نگاشت هم‌نوا؛ حل تحلیلی؛ شار حرارتی.

A Study of the Effect of Curvature of the Corner of Hole on Stress Concentration Caused by Uniform Heat Flux

M. Jafari M.B. Nazari

Abstract On the basis of the steady-state two-dimensional theory of thermoelasticity, stress field around various holes in infinite isotropic plate is discussed. The plate is subjected to uniform heat flux and thermal insulated condition along the hole boundary is assumed. by using the complex potential functions and by applying the conformal mapping and solving the integral equations, the effect of bluntness on stress distribution around the hole is studied. The used method is the expansion of the Goodier and Florence's method. They used complex variable method for stress analysis of infinite isotropic plates with elliptical and circular holes. For simplicity of using the Cauchy integral formula, the infinite area external to the non-circular hole can be represented by the area outside the unit circle. The results obtained demonstrate the effect of bluntness on stress distribution around the holes.

Key Words Bluntness; Complex Variable Method; Conformal Mapping; Analytical Solution; Uniform Heat Flux.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۱۱/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۷/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.43711

(۱) نویسنده مسئول: استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود. m_jafari821@shahroodut.ac.ir

(۲) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

مقدمه

ورق‌ها به دلیل کاربرد وسیع در صنایع مختلف از اهمیت بسیاری برخوردار هستند. ورق‌ها کاربرد عملی مهمی در ساخت توربین‌های جدید بخار و گاز، موتورهای موشک و جت و راکتورهای هسته‌ای دارند. اجزای این قبیل سازه‌ها عمدتاً تحت بارگذاری حرارتی قرار می‌گیرند. این نوع بارگذاری باعث گرادیان دمایی و انبساط حرارتی غیریکنواخت بین اجزای مختلف می‌شود. در صورتی که انبساط حرارتی غیریکنواخت آزادانه نتواند پیشرفت کند؛ در یک جسم الاستیک باعث تنش‌های حرارتی می‌شود. به عبارت دیگر یک ورق نامحدود تحت جریان حرارتی پایدار با یک گرادیان حرارتی ثابت در صورتی که تحت هیچ قید مکانیکی در لبه‌های خارجی قرار نگیرد و هیچ گشودگی نداشته باشد؛ تحت هیچ تنش حرارتی قرار نمی‌گیرد. تنش حرارتی وقتی ایجاد می‌شود که جریان حرارتی یکنواخت در حضور یک گشودگی عایق مغشوش شود. وجود عیوب و ناپیوستگی‌هایی مانند گشودگی در ورق‌هایی که تحت جریان حرارتی یکنواخت قرار می‌گیرند باعث تجمع تنش در اطراف آنها می‌شود و در عمر مفید و ضریب اطمینان سازه تأثیرگذار است. تعیین مقدار و محل این تنش‌ها برای دستیابی به طراحی منطقی و واقع‌بینانه این اجزا ضروری است. لذا تحقیق در مورد تمرکز تنش ایجادشده در اطراف گشودگی‌های مختلف در مواد الاستیک که تحت جریان حرارتی یکنواخت قرار می‌گیرند در طراحی پیشرفته سازه‌های مهندسی بسیار مهم است.

تحقیقات متعددی در مورد مسئله ترموالاستیک ورق‌های همسان‌گرد حاوی گشودگی یا نقص هندسی از روش متغیر مختلط انجام شده است. بخشی از این تحقیقات شامل بررسی تأثیر وجود گشودگی یا میان‌بار (inclusion) در تحلیل تنش ورق‌های نامحدود و تحت

بارگذاری حرارتی است و بخش دیگر تحقیقات، به بررسی حضور ترک می‌پردازد. گودیر و فلورنس [1] و موشخلیشویلی [2] پایه‌گذار تئوری‌های مربوط به حل مسائل ترموالاستیک دوبعدی با استفاده از روش متغیر مختلط هستند. فلورنس و گودیر [1,3] تنش‌های حرارتی برای یک ورق الاستیک همسان‌گرد شامل گشودگی دایره‌ای و بیضی‌شکل را با استفاده از روش متغیر مختلط حل کردند. رائو [4] از روش تحلیلی ارائه‌شده توسط لی [5] مسئله سه‌بعدی تعیین تنش‌های حرارتی را در اطراف گشودگی بیضی‌شکل عایق در یک ورق ضخیم و تحت جریان حرارتی یکنواخت در دستگاه مختصات بیضوی حل کرد. تاکیوتی و سومی [6] با به‌کارگیری روش متغیر مختلط و استفاده از توابع تنش مختلط توانستند توزیع تنش حرارتی را در ورق‌هایی با ابعاد محدود و دارای گشودگی دایره‌ای به‌دست آورند. نتایجی عددی برای محاسبه تنش در ورق مستطیلی‌شکل با نسبت‌های مختلف شعاع گشودگی به ابعاد ورق ارائه شد. در این تحقیق، شرایط مرزی متفاوتی برای لبه‌های ورق و مرز گشودگی مورد بررسی قرار گرفت. نیستانی و همکارانش [7] حلی برای یک ورق نامحدود دارای گشودگی دایره‌ای و تحت شار حرارتی یکنواخت به‌دست آوردند. کاتیس و همکارانش [8] مسئله ترموالاستیک میان‌بارها یا گشودگی‌های واقع در یک زمینه الاستیک نامحدود را مورد بررسی قرار دادند. آنها مرزهای مسئله را با استفاده از نگاشت همنوای مشخصی به داخل دایره‌ای به شعاع واحد تبدیل کردند. در مقاله‌ای توسط هاسبه و همکارانش [9] روابط مربوط به حل مسئله ترموالاستیک دوبعدی برای ورق حاوی گشودگی به‌صورت کامل تشریح شد. ورق از ماده الاستیک خطی همگن و همسان‌گرد ساخته شده است و از قانون هوک تبعیت می‌کند. در این مقاله، آنها از روش متغیر مختلط برای ارائه روابط خود استفاده کردند. توابع پتانسیل مختلط برای توابع نگاشت مورد استفاده در

مقاله و هم چنین برای شرایط مرزی و دمایی مختلف استخراج شدند. حلّ عمومی برای مسائل با شرایط مرزی نیرویی، جابه جایی و ترکیبی تحت شار حرارتی یکنواخت و یا تحت یک منبع حرارتی نقطه ای به دست آمد.

بهولار [10] مدل دوبعدی مسئله ترموالاستیک در یک ناحیه شش ضلعی با یک گشودگی بیضی شکل را مورد بررسی قرار داد. مرز خارجی تحت جریان حرارتی یکنواخت در نظر گرفته شد. در این تحقیق فرض شد که گشودگی بیضی شکل در مرکز ناحیه قرار گرفته و عایق است. آسری [11] از روش متغیر مختلط برای به دست آوردن توابع پتانسیل و توابع گورست برای یک ورق الاستیک نامحدود دارای گشودگی هایی با اشکال مختلف استفاده کرد. به منظور دسترسی به حلّ صریح، این گشودگی ها با استفاده از تابع نگاشتی مناسب و همونوا به خارج دایره ای به شعاع واحد نگاشته می شوند. بهولار و گز [12] و همکارش با فرض تنش صفحه ای تحلیل تنش حرارتی در یک ورق همسان گرد با یک گشودگی شبه بیضی را بررسی کردند. آنها از روش متغیر مختلط و از شرایط همدمایی در مرز گشودگی استفاده کردند. تنش ماکزیمم در اطراف گشودگی های مختلف محاسبه شد. در مورد مواد ناهمسان گرد از تعمیم تئوری های ارائه شده توسط اشترو و لخنیتسکی برای تحلیل صفحات حاوی گشودگی های مختلف و تحت جریان حرارتی یکنواخت استفاده شد. وو [13] تأثیر دما بر تغییر شکل صفحه ای در یک جسم الاستیک ناهمسان گرد را بررسی کرد. مسئله تنش های حرارتی در یک جسم ناهمسان گرد تحت جریان حرارتی یکنواخت که به وسیله یک گشودگی بیضی شکل یا ترک دچار آشفته گی می شد توسط هوو [14] مورد بررسی قرار گرفت. یوشیکاوا و هاسبه [15] توابع گرین مربوط به یک مسئله ترموالاستیسیته دوبعدی را برای یک ورق نامحدود با گشودگی دل خواه و با شرایط دمایی

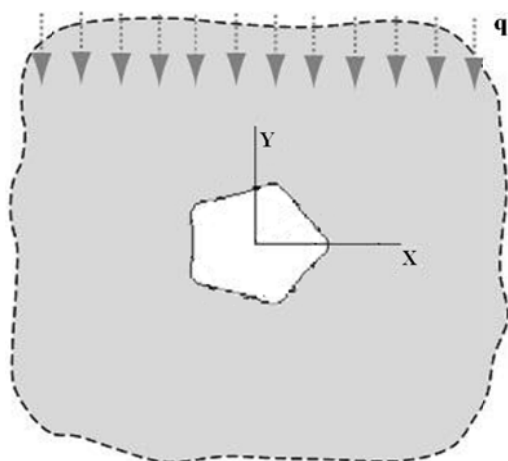
آدیاباتیک و ایزوترمال به دست آوردند. ورق ناهمسان گرد نامحدود حاوی گشودگی بیضی شکل تحت جریان حرارتی یکنواخت با استفاده از فرمول بندی لخنیتسکی و نگاشت همونوا در مقاله ای توسط چاو و گائو [16] حل شد. تحلیل تنش و میدان مغناطیسی برای یک ورق نازک نامحدود از جنس مواد فرومغناطیس نرم، پارامغناطیس و دیامغناطیس با یک گشودگی بیضی شکل تحت جریان الکتریکی پایدار توسط هاسبه [17] ارائه شد. به جز فرض تنش صفحه ای که به دلیل نازک بودن ورق در نظر گرفته شد؛ در تحقیق آنها هیچ فرض دیگری برای تحلیل صورت نگرفت. هاسبه و همکارانش [18] با استفاده از روش متغیر مختلط و تابع نگاشت کسری مناسب مسئله توزیع جریان الکتریکی، دما و تنش های حرارتی در یک ورق هادی نامحدود را تحلیل کردند. جریان الکتریکی یکنواخت در بی نهایت به یک ورق هادی نامحدود شامل یک گشودگی بیضی شکل که در مرز گشودگی دارای یک ترک لبه ای است؛ اعمال شد. جریان الکتریکی باعث ایجاد گرما و شار حرارتی و در نهایت تنش حرارتی در ورق شد. ضرایب شدت تنش نیز در این مقاله محاسبه شدند. وانگ و چائو [19] به کمک ترموالاستیسیته صفحه ای حلّی تحلیلی برای ورق حاوی میان باری که شکلی نزدیک به دایره دارد؛ ارائه کردند. در این تحقیق از روش متغیر مختلط و تئوری اغتشاشات برای ارائه نتایج استفاده شد. هاسبه و همکارانش [20] مسئله مقدار مرزی ترموالاستیک برای یک میان بار صلب در تقابل با یک ترک خطی را در یک ورق نامحدود تحت جریان حرارتی یکنواخت مطالعه کردند. در این مقاله سعی شد تا چرخش صلب میان بار نیز بررسی شود. مسئله با استفاده از روش متغیر مختلط و با ارائه تابع نگاشتی کسری حل شد. در مورد صفحات همسان گرد حاوی ترک می توان به تحقیقات زیر اشاره کرد.

مورد مطالعه قرار دهد؛ وجود ندارد. با معرفی تابع نگاشتی مناسب در این تحقیق امکان بررسی گشودگی‌های مختلف و بررسی انحنای گوشه گشودگی براحتی فراهم می‌شود. در این تحقیق سعی می‌شود تا به مطالعه تأثیر این پارامتر بر روی توزیع تنش اطراف انواع گشودگی‌ها پرداخته شود.

خواص مکانیکی ماده به کار رفته و فرضیات

در این تحلیل از یک صفحۀ حاوی گشودگی مرکزی استفاده شده است. گشودگی چنان در نظر گرفته شده است که مسئله به شکل صفحۀ نامحدود درآید (اندازه گشودگی در مقابل ابعاد صفحۀ کوچک است).

ماده دارای رفتار الاستیک خطی است و باتوجه به شرایط مرزی (عدم وجود منبع حرارتی داخل گشودگی) تنها تنش ایجادشده در مرز گشودگی σ_θ است. صفحۀ تحت شار یکنواخت تک‌جهتی q مطابق شکل (۱) قرار گرفته است. جریان حرارتی یکنواخت که در بی‌نهایت اعمال می‌شود در اثر وجود گشودگی عایق، واقع در مرکز صفحۀ مغشوش می‌شود. این امر باعث ایجاد تنش در اطراف گشودگی می‌گردد. روش مورد استفاده روش متغیر مختلط است.



شکل ۱ صفحۀ بی‌نهایت تحت جریان یکنواخت q با گشودگی مرکزی پنج ضلعی

چن [21] مسأله یک ترک به شکل کمائی از دایره در یک ورق نامحدود را تحت بارگذاری حرارتی به کمک تابع پتانسیل متغیر مختلط و روش معادلۀ انتگرالی حل کرد. وین و همکارانش [22] تقابل بین یک گشودگی ترک‌دار و یک ترک خطی تحت جریان حرارتی یکنواخت را بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که تقابل بین گشودگی ترک‌دار و ترک خطی تحت جریان حرارتی یکنواخت منتهی به حذف ضرایب شدت تنش در نوک ترک لبه‌ای گشودگی می‌شود. این امر برای تقابل بین گشودگی ترک‌دار و ترک خطی تحت کشش یکنواخت در دوردست دیده نشد. گائو و همکارانش [23] حلی دقیق برای تحلیل تنش ورق پیزوالکتریک دارای گشودگی بیضی‌شکل یا ترک ارائه کردند. ابتدا با تعمیم مسئلۀ دوبعدی براساس نسخه پیشرفته فرمول‌بندی اشترو-اشلبای، یک گشودگی بیضی‌شکل در یک جسم ترموپیزوالکتریک و تحت جریان حرارتی یکنواخت و بارهای الکتریکی-مکانیکی در بی‌نهایت مطالعه شد. سپس با میل دادن ابعاد گشودگی به سمت ترک حل‌هایی دقیق برای ضرایب شدت میدان در نزدیکی نوک ترک و میدان الکتریکی درون ترک ارائه شد. لی و کاردوماتیس [24] با استفاده از فرمول‌بندی نابه‌جایی اشترو، پیشرفت ترک برای یک ماده ناهمسان‌گرد را تحت بارهای ترکیبی مکانیکی و حرارتی مورد بررسی قرار دادند. اخیراً نیز با استفاده از روش متغیر مختلط و حل معادلات انتگرالی با استفاده از انتگرال کوشی و استفاده از توابع نگاشتی کسری گشودگی‌های مختلف واقع در صفحات نامحدود همسان‌گرد مطالعاتی انجام شده است [25].

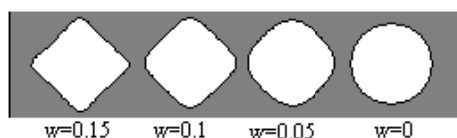
اگرچه تحقیقات زیادی در زمینه ورق‌های حاوی گشودگی و تحت جریان حرارتی یکنواخت انجام شده است؛ ولی بیشتر نتایج ارائه شده برای گشودگی‌هایی با شکل‌های خاص مانند دایره و بیضی است. به نظر مؤلفان این مقاله تحقیقی که به صورت کامل تأثیر شعاع انحنای گوشه گشودگی‌های مختلف بر توزیع تنش را

$$z = w(\zeta) = x + iy \quad (1)$$

که در رابطه فوق x و y به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} x &= \lambda(\cos(\theta) + w\cos(n\theta)) \\ y &= -\lambda(\sin(\theta) - w\sin(n\theta)) \end{aligned} \quad (2)$$

در رابطه فوق، پارامترهای مختلفی از قبیل λ ، c ، n و w دیده می شود. این پارامترها نوع شکل، بزرگی و تیزی یا نرمی آن را نشان می دهند. $n+1$ تعداد اضلاع گشودگی را نشان می دهد. c میزان کشیدگی گشودگی (نسبت طول به عرض گشودگی) را نشان می دهد. λ بزرگی گشودگی را نشان می دهد. پارامتر w برای تعیین میزان تیزی و یا نرمی گوشه های گشودگی تعریف شده است. به عبارت دیگر w نشان دهنده انحنای گوشه های گشودگی می باشد و مطابق شکل (۳) با کاهش آن، گشودگی به دایره ($w=0, c=1$) یا بیضی ($w=0, c \neq 1$) تبدیل می شود. در حقیقت شکل (۳) ترسیم معادله (۲) برای w های مختلف و $c=1$ است.



شکل ۳ تأثیر پارامتر w بر روی شکل گشودگی مربعی

برای جلوگیری از ایجاد گشودگی با لبه های تیز باید w در بازه $0 \leq w \leq 1/n$ قرار گیرد. مطابق رابطه مذکور حداکثر مقدار w برای مثلث با $n=2$ نباید بیشتر از ۰.۵ باشد اما همانند شکل (۴) اگر مقدار w خارج از محدوده فوق در نظر گرفته شود اضلاع گشودگی در نقاطی یکدیگر را قطع خواهند کرد. تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی در شکل (۵) نشان داده شده است.

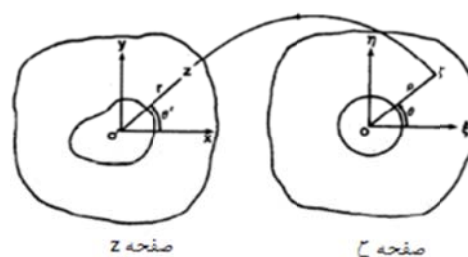
باتوجه به این که تمرکز تنش در صفحات همسان گرد دارای گشودگی مستقل از جنس و خواص مکانیکی ماده می باشد، بنابراین نتایج این پژوهش را می توان برای صفحات همسان گرد از سایر جنس ها نیز استفاده کرد. نتایج ارائه شده در این تحقیق برای ورق فولادی است. خواص مکانیکی ماده به کار رفته در این تحلیل برای فولاد مورد نظر، در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱ خواص مکانیکی ماده به کار رفته

نوع ماده	α_0 ($\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$)	K ($\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$)	ν	E (GPa)
فولاد	۱۱/۱	۵۰/۲	۰/۳	۲۱۰

تابع نگاشت

همان طور که قبلاً بیان شد، فلورنس و گودیر [1,3] توزیع تنش را برای گشودگی های دایره ای و بیضی شکل از روش تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. به منظور بسط روابط ارائه شده توسط فلورنس و گودیر برای به دست آوردن توزیع تنش اطراف سایر گشودگی ها و هم چنین برای محاسبه راحت تر انتگرال کوشی در هنگام محاسبه تنش، بهتر است مرکز گشودگی به دایره ای به شعاع واحد تبدیل شود. لذا به وسیله نگاشت هم نوا تبدیل ناحیه خارج گشودگی در مختصات فیزیکی z به محدوده خارج گشودگی دایره ای به شعاع واحد در صفحه ζ با تابع انتقال زیر صورت می گیرد (شکل ۲).



شکل ۴ نگاشت گشودگی

$$F(x, y) = \operatorname{Re}[\bar{z}\varphi(z) + \chi(z)] \quad (5)$$

که در آن $z=x+iy$ متغیر مختلط و $\bar{z}=x-iy$ مزدوج آن است. $\varphi(z)$ و $\chi(z)$ توابع پتانسیل تحلیلی هستند که باتوجه به شرایط مرزی و دمایی و پیوستگی جابه‌جایی قابل محاسبه می‌باشند. با توجه به روابط فوق، مؤلفه‌های تنش برحسب توابع پتانسیل با فرض $\chi'(z) \equiv \psi(z)$ به صورت زیر قابل ارائه هستند [2].

$$\begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}] \\ &= 4\operatorname{Re}[\varphi'(z)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)]$$

تابع پتانسیل دمایی مختلط $\Omega(z)$ برای یک ماده همسان‌گرد دوبعدی تابعی هولومورفیک است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Omega(z) = T(x, y) + i\theta(x, y) \quad (7)$$

با در نظر گرفتن معادله هدایت حرارتی حالت پایدار، تابع دمایی $T(x, y)$ در حالت دوبعدی باید معادله زیر را برآورده کند.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

چون $T(x, y)$ قسمت حقیقی $\Omega(z)$ است پس می‌توان رابطه زیر را نوشت:

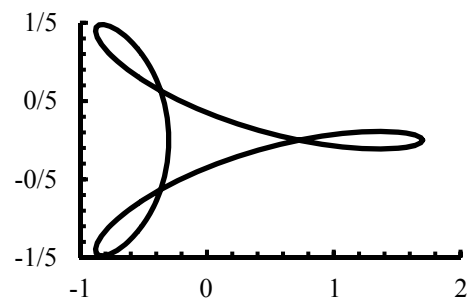
$$T(x, y) = \frac{1}{2}[\Omega_0(z) + \overline{\Omega_0(z)}] \quad (9)$$

مؤلفه‌های شار حرارتی q_x و q_y در جهات x و y به صورت زیر تعریف می‌شود.

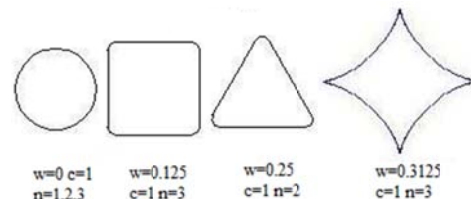
$$q_x - iq_y = -k\Omega_0'(z) \quad (10)$$

انحنای گوشه‌های گشودگی (w) یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر توزیع تنش اطراف گشودگی است که در این مقاله تأثیر این پارامتر بررسی می‌شود. معادلات اساسی مسئله ترموالاستیسیته در حالت صفحه‌ای مؤلفه‌های تنش با استفاده از تابع تنش ایری $F(x, y)$ به صورت زیر قابل ارائه است:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (3)$$



شکل ۴ شکل مثلث با $w=0.7$



شکل ۵ تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی

معادله سازگاری در حالت دوبعدی برحسب تابع تنش F به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (4)$$

موشخلسبولی [2] با استفاده از روش متغیر مختلط حل زیر را برای معادله فوق پیشنهاد کرد:

باتوجه به رابطه فوق، برای تعیین توابع پتانسیل نیاز به تعیین تابع دمایی $\Omega(\zeta)$ است. با فرض عایق بودن مرز گشودگی و با استفاده از رابطه (۱۰) تابع $\Omega(\zeta)$ به صورت زیر به دست می آید.

$$\Omega(\zeta) = -\frac{q\lambda}{2\kappa} \left[e^{-i\delta} (b\zeta + 2w\zeta^2) + e^{i\delta} \left(\frac{b}{\zeta} + \frac{2w}{\zeta^2} \right) \right] \quad (13)$$

که در آن، $b=c+1$. با در نظر گرفتن نقاط مرزی $\zeta = \sigma$ ، شرایط مرزی مربوط به تنش و جابه جایی برحسب توابع پتانسیل به ترتیب به صورت زیر بیان می شود [3]:

$$\begin{aligned} \phi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\phi'(\sigma)} - \overline{\psi(\sigma)} &= 0 \\ \kappa\phi(\sigma) - \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\phi'(\sigma)} - \overline{\psi(\zeta)} &= 2G\alpha' \int \Omega(\sigma)\omega'(\sigma)d\zeta \end{aligned} \quad (15)$$

آنچه که برای اولین بار در این مقاله مورد مطالعه قرار گرفته است بررسی شعاع انحنای گوشه های انواع گشودگی های مختلف است.

بررسی درستی جواب ها

همان طور که اشاره شد با انتخاب $w=0$ و $c=1$ گشودگی به دایره تبدیل می شود، حال آن که با انتخاب $w=0$ و c مخالف یک گشودگی به بیضی تبدیل خواهد شد.

برای تأیید درستی نتایج، مقایسه ای بین حل تحلیلی حاضر (با انتخاب w و c مناسب) و نتایج ارائه شده در [1, 3] که توسط فلورنس و گودیر ارائه شدند؛ صورت گرفته است. فلورنس و گودیر تنش های حرارتی موضعی را در یک صفحه بی نهایت تحت شار حرارتی یکنواخت در اطراف گشودگی دایره ای بررسی

در یک مسئله ترموالاستیسیته دوبعدی، تابع دمایی $T(x,y)$ باعث ایجاد میدان جابه جایی حرارتی می شود. میدان جابه جایی حرارتی با استفاده از معادله زیر قابل محاسبه است [3].

$$u + iv = \frac{1}{2} G [\kappa\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\psi(z)} + \alpha' \int \Omega_0(z)dz] \quad (11)$$

که در آن $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ نشان دهنده مدول برشی ماده است. α' و κ ضرایبی هستند که بسته به نوع فرض تنش صفحه ای یا کرنش صفحه ای به صورت زیر تعیین می شوند. ν نسبت پواسون و α_0 ضریب انبساط حرارتی ورق است.

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{3-\nu}{1+\nu} & \alpha' &= \alpha_0 & \text{تنش صفحه ای} \\ \kappa &= 3-4\nu & \alpha' &= (1+\nu)\alpha_0 & \text{کرنش صفحه ای} \end{aligned}$$

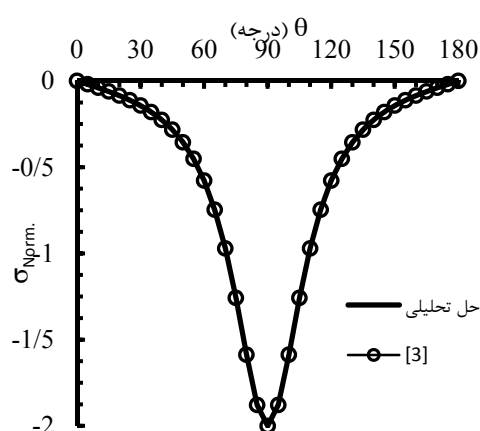
معادلات اساسی در صفحه نگاشت

برای محاسبه ساده تر معادلات انتگرالی از روش کوشی، در این قسمت سعی می شود تا با استفاده از تابع نگاشت معرفی شده $z = w(\zeta)$ کلیه معادلات و شرایط مرزی در صفحه نگاشت ارائه شود. مؤلفه های تنش و جابه جایی برحسب توابع پتانسیل در صفحه نگاشت به صورت زیر قابل محاسبه است [3].

$$\begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4\text{Re} \left[\frac{\phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right] \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2 \left[\frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} \left\{ \frac{\phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right\}' + \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$u + iv = \frac{1}{2} G \left[\kappa\phi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \phi'(\zeta) - \overline{\psi(\zeta)} + \alpha' \int \Omega(\zeta)\omega'(\zeta)d\zeta \right]$$

می‌باشد. در شکل (۷) نتایج برای حالت $c=3$ باهم مقایسه شده است. نتایج حل تحلیلی حاضر و [3] به‌طور کامل منطبق بر یکدیگر هستند. تحقیقات فلورنس و گودیر تنها برای گشودگی‌هایی به شکل دایره و بیضی صورت گرفته و تأثیر پارامتر w در آن لحاظ نشده است؛ حال آن‌که در این مقاله شعاع انحنای گوشه گشودگی (w) برای انواع گشودگی‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

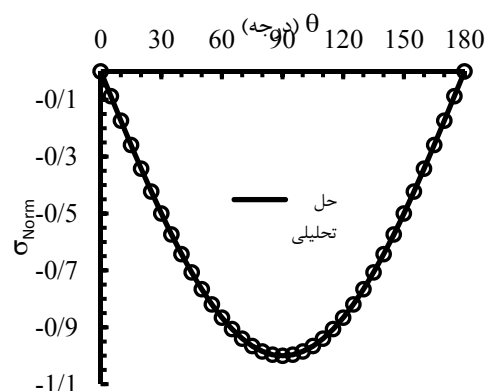


شکل ۷ مقایسه روش تحلیلی حاضر و [3] برای گشودگی بیضی‌شکل

در شکل (۸) مقایسه حل تحلیلی حاضر و حل عددی به‌وسیله نرم‌افزار آباکوس (Abaqus) برای گشودگی مثلی آمده است. نتایج تطابق قابل قبولی با یکدیگر دارند.

مقایسه دیگری بین حل تحلیلی حاضر (با انتخاب w و λ مناسب) و نتایج ارائه‌شده در مرجع [19]، صورت گرفته است. وانگ [18] از روش پرتوییشن (Perturbation) تنش‌های حرارتی موضعی را در یک ورق بی‌نهایت تحت شار حرارتی یکنواخت با زاویه ۹۰ درجه، در اطراف گشودگی‌هایی که شکل آنها به دایره نزدیک است؛ مورد بررسی قرار داد. نتیجه این مقایسه در شکل (۹) نشان داده شده است. مطابق این

کردند [1]. مقایسه حل تحلیلی حاضر و تحقیقات فلورنس و گودیر در شکل (۶) آمده است. در واقع این شکل توزیع تنش محیطی بی‌بعد شده را در اطراف گشودگی نشان می‌دهد.



شکل ۶ مقایسه روش تحلیلی حاضر و [1] برای گشودگی دایره‌ای

منظور از تنش بی‌بعد در این تحقیق $\sigma_{\text{Norm.}} = \frac{\sigma_{\theta}}{E \alpha q \lambda / k}$ است. که در آن E مدول یانگ، α ضریب انبساط حرارتی، q شار حرارتی، k ضریب هدایت حرارتی و λ نشان‌دهنده اندازه گشودگی است.

نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر و نتایج به‌دست آمده از [1] به‌طور کامل بر یکدیگر منطبق هستند. لازم به توضیح است که این نتایج با انتخاب $w=0$ و $c=1$ که معادل گشودگی دایره‌ای می‌باشد، به‌دست آمده است.

فلورنس و گودیر [3] تنش‌های حرارتی موضعی را در یک ورق نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت، حول یک گشودگی بیضی‌شکل بررسی کردند. مقایسه حل تحلیلی حاضر و این تحقیقات در شکل (۷) آمده است.

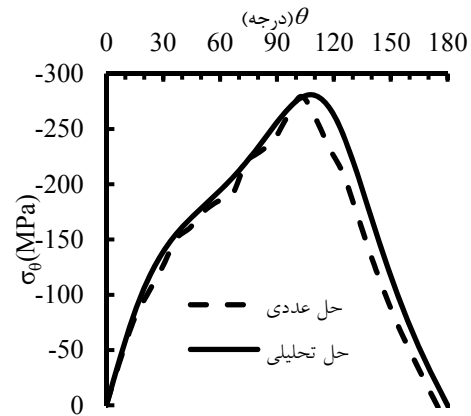
لازم به توضیح است که فلورنس و گودیر در مقاله خود تأثیرات کشیدگی را با m نشان داده‌اند؛ حال آنکه در این مقاله c نشان‌دهنده مقدار کشیدگی گشودگی

ندارد و فقط به هندسه گشودگی بستگی دارد. با عنایت به این موضوع تأثیر نرمی گشودگی در گشودگی‌های مختلف به صورت جداگانه بررسی می‌شود.

گشودگی مثلثی

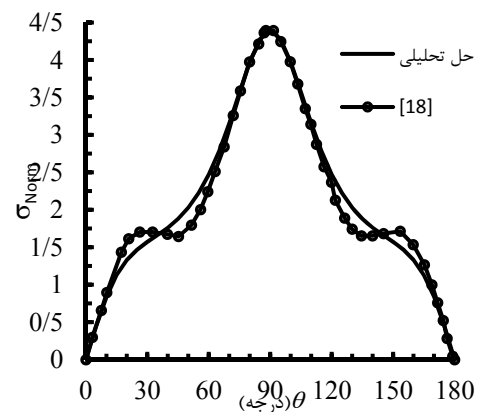
همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد اثر نرمی گشودگی با پارامتر w در معادله (۲) مشخص می‌شود. مطابق آنچه در شکل (۳) نشان داده شده است، با کمتر شدن w گشودگی ملایم‌تر می‌شود و در $w=0$ گشودگی، به دایره تبدیل می‌شود. البته این شکل برای گشودگی شبه‌مربعی است ولی برای سایر گشودگی‌ها اثر w به همین صورت است. با تغییر انحنای گشودگی (w)، در هر w خاص یک تنش بی‌بعد ماکزیمم به دست می‌آید، پس اگر انحنای گشودگی از صفر تا $1/n$ تغییر کند به ازای هر انحنای گشودگی یک تنش بی‌بعد ماکزیمم در اطراف گشودگی وجود دارد. از بین این تنش‌های بی‌بعد ماکزیمم، کمترین و بیشترین مقدار به ترتیب تنش مطلوب و تنش نامطلوب نامیده شده است. در طراحی‌ها باید از تنش نامطلوب اجتناب کرد و به شرایط تنش مطلوب نزدیک شد. شعاع انحنايي (w) که تنش مطلوب در آن اتفاق می‌افتد، w بهینه نام دارد. در مورد گشودگی مثلثی همان‌طور که در شکل (۱۰) دیده می‌شود، با کمتر شدن w یا ملایم‌تر شدن گشودگی تنش کاهش می‌یابد، طوری که کمترین مقدار تنش (تنش مطلوب) در کمترین w ($w=0$) که معادل گشودگی دایره‌ای است رخ می‌دهد. این امر نشان‌دهنده آن است که انحنای گشودگی، پارامتر مهمی در کاهش شدت تنش در اطراف گشودگی است و همواره تنش بی‌بعد در گشودگی دایره‌ای کمتر از تنش بی‌بعد در صفحه نامحدود حاوی گشودگی مثلثی است.

شکل؛ نتایج حاصل از دو روش برای گشودگی مربعی با $w=0.05$ و $\lambda = 3.4$ با دقت خوبی برهم منطبقند.



شکل ۸ مقایسه روش تحلیلی حاضر و حل عددی برای گشودگی مثلثی

نتایج مراجع مختلف با نتایج حاصل از این مقاله تطابق قابل قبولی با همدیگر دارند که تأکیدی بر درستی نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر است.

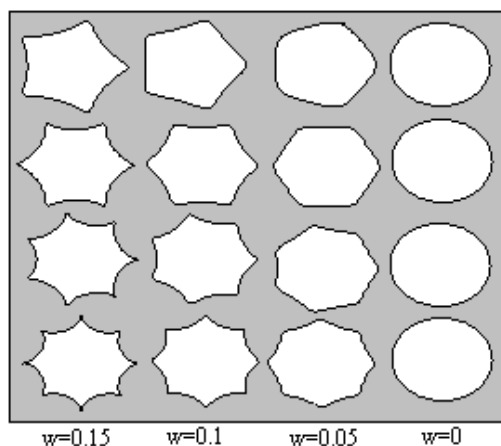


شکل ۹ مقایسه روش حل تحلیلی حاضر و مرجع [19] برای گشودگی مربعی

نتایج

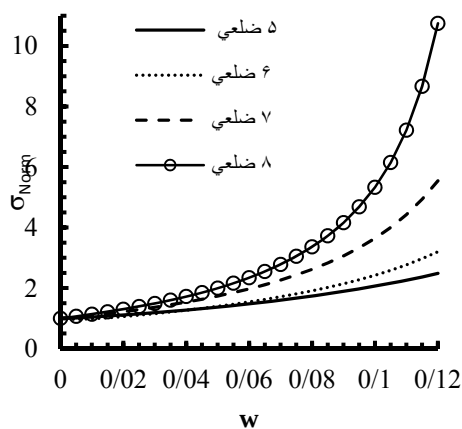
تأثیر نرمی گشودگی بر توزیع تنش بسته به نوع گشودگی متفاوت خواهد بود. لازم به توضیح است که در مورد مواد همسان‌گرد رفتار به نوع ماده بستگی

و مربعی به کار برده شد، نتایج آورده می شود. ابتدا در شکل (۱۲) تأثیر w بر روی شکل ظاهری گشودگی های مختلف نشان داده شده است.

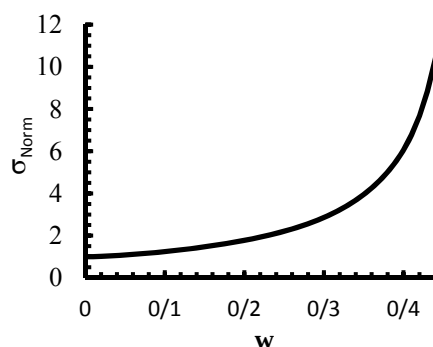


شکل ۱۲ تأثیر پارامتر w بر روی شکل گشودگی های n ضلعی

در شکل (۱۳) تأثیر w بر روی تنش ارائه شده است. برای گشودگی های ۵، ۷ و ۸ ضلعی مطابق شکل (۱۳) با کمتر شدن w تنش کاهش می یابد، طوری که تنش مطلوب در کمترین w ($w=0$) اتفاق می افتد. با افزایش تعداد اضلاع گشودگی شیب تغییرات تنش بی بعد با w نیز افزایش می یابد.



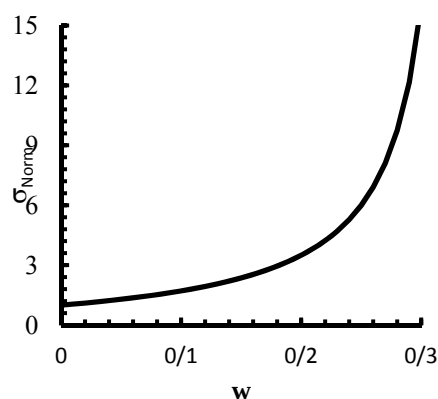
شکل ۱۳ تأثیر معیار تیزی روی تنش بی بعد در گشودگی های n ضلعی



شکل ۱۰ تأثیر معیار تیزی روی تنش در گشودگی مثلثی

گشودگی مربعی

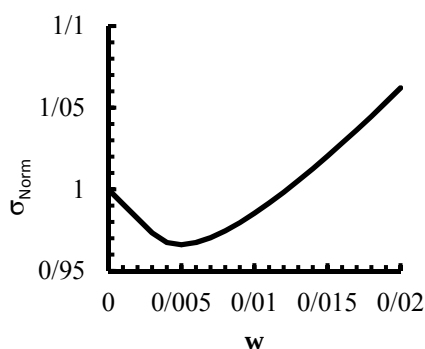
برای گشودگی مربعی همان طور که در شکل (۱۱) نشان داده شده است، رفتاری مشابه با گشودگی مثلثی دیده می شود.



شکل ۱۱ تأثیر معیار تیزی روی تنش در گشودگی مربعی

گشودگی های n ضلعی

در گشودگی مربعی نیز تنش با کمتر شدن w یا ملایم تر شدن گشودگی کاهش می یابد، طوری که کمترین مقدار تنش در w بهینه صفر و گشودگی دایره ای رخ می دهد. با عبور از مقدار مشخصی برای w افزایش تنش بی بعد با شدت بیشتری رخ می دهد. این رفتار برای گشودگی مثلثی نیز مشهود است. برای این گونه گشودگی ها نیز مطابق با روندی که در ارائه نتایج گشودگی های مثلثی



شکل ۱۴ تأثیر معیار تیزی روی تنش در گشودگی شش ضلعی

نتیجه گیری

در این مقاله تأثیر نرمی و تیزی گشودگی‌های مختلف در صفحات تحت شار حرارتی یکنواخت با استفاده از روش تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. در حالت کلی می‌توان از این تحقیق چنین نتیجه گرفت که اولاً نوع گشودگی و نرمی یا تیزی گشودگی در مقدار تنش بی‌بعد ماکزیمم تأثیر بسزایی دارد و در گشودگی‌ها با شکل‌های متفاوت این ماکزیمم در نقاط متفاوتی رخ می‌دهد. ثانیاً با نرم‌تر شدن شعاع انحنا برای برخی از گشودگی‌ها، تنش بی‌بعد ماکزیمم کاهش می‌یابد. ثالثاً برای بعضی از گشودگی‌ها مانند شش ضلعی، با در نظر گرفتن w بهینه می‌توان به تنش بی‌بعد ماکزیمم کمتری از گشودگی دایره‌ای دست یافت.

برای گشودگی شش ضلعی همان‌طور که در شکل (۱۴) نشان داده شده است، رفتار متفاوتی نسبت به سایر گشودگی‌ها دیده می‌شود. در این نوع گشودگی با نرم‌تر شدن گشودگی یا کاهش w تا مقدار مشخصی تنش کاهش، سپس با کاهش مجدد w و میل کردن آن به سمت صفر، مقدار تنش افزایش می‌یابد. در این حالت گشودگی دایره‌ای بهترین شکل گشودگی نمی‌باشد. بنابراین با افزایش w و انتخاب شعاع انحنا مناسب می‌توان به تنش مطلوبی حتی کمتر از گشودگی دایره‌ای رسید. برای گشودگی شش ضلعی تنش تا $w=0.012$ کمتر از تنش ناشی از گشودگی دایره‌ای ($w=0$) است؛ کمترین تنش در $w=0.005$ اتفاق می‌افتد. مقدار کمترین تنش بی‌بعد در $w=0.005$ برابر 0.966 می‌باشد. لازم به یادآوری است که در حالت $w=0$ یا گشودگی دایره‌ای مقدار تنش بی‌بعد ۱ می‌باشد. با بیشتر شدن w از مقدار 0.012 مقدار تنش افزایش می‌یابد. پس این‌گونه نیست که همیشه گشودگی دایره‌ای بهترین گشودگی باشد. گشودگی‌های خاصی وجود دارد که تحت آنها می‌توان به تنش کمتری نسبت به گشودگی دایره‌ای رسید.

مراجع

- 1 Florence, A.L. and Goodier, J.N., "Thermal stress at spherical cavities and circular holes in uniform heat flow", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 26, pp. 293-294, (1995).
- 2 Muskhelishvili, N.I., "Some basic problems of mathematical theory of elasticity", 4th edition, Noordhoff, Netherlands, pp.361-366, (1963).
- 3 Florence, A.L. and Goodier, J.N., "Thermal stresses due to disturbance of uniform heat flow by an insulated ovaloid hole", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 27, pp. 635-639, (1960).
- 4 BapuRao, M.N., "Thermal stresses around an elliptic hole in an infinite thick plate subjected to a uniform heat flow", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 35, pp. 299-307, (1975).
- 5 Lee, C.W., "Thermal stresses in a thick plate", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 6, pp. 605-615, (1970).
- 6 Takeuti, Y. and Sumi, N., "Thermal stresses in rectangular plate with a circular hole based on an improve complex variable approach", *Mechanics Research Communication*, Vol. 3, pp. 133-138, (1976).

- 7 Nisitani, H., Saimoto, A., Noguchi, H. and Chert, D.H., "Method of analysis of two-dimensional stationary thermo-elastic problem by a body force method-1st Report, The Basic Theory", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 57, No. 542, pp. 2561-2567, (1991).
- 8 Kattis, M.A., "Thermoelastic plane problems with curvilinear boundaries", *Acta Mechanica*, Vol. 87, pp. 93-103, (1991).
- 9 Hasebe, N., Tamai, K. and Nakamura, T., "Analysis of a kinked crack under uniform heat flow", *Journal of engineering mechanics (ASCE Transaction)*, Vol. 112, pp. 31-42, (1986).
- 10 Bhullar, S.K., "Thermal stresses in a hexagonal region with an elliptic hole", *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, Vol. 6, pp. 245-256, (2006).
- 11 Aseeri, S.A., "Goursat functions for a problem of an isotropic plate with a curvilinear hole", *International Journal of Open Problems in Computer Science*, Vol. 1, No. 3, pp. 266-285, (2008).
- 12 Bhullar, S.K. and Wegner, J.L., "Thermal stresses in a plate with hyper-elliptical hole", *Journal of Engineering and Technology Research*, Vol. 8, pp. 152-170, (2009).
- 13 Wu, C.H., "Plane anisotropic thermoelasticity", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 51, pp. 724-726, (1984).
- 14 Hwu, C., "Thermal stresses in an anisotropic plate disturbed by an insulated elliptic hole or crack", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 916-922, (1990).
- 15 Yoshikawa, K. and Hasebe, N., "Green's function of the displacement boundary value problem for a heat source in an infinite plane with an arbitrary shaped rigid inclusion", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 227-239, (1999).
- 16 Chao, C.K. and Gao, B., "Mixed boundary-value problems of two-dimensional anisotropic thermoelasticity with elliptic boundaries", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 5975-5994, (2001).
- 17 Hasebe, N., "Magneto-elastic stress induced by an electric current in an infinite thin plate with an elliptical hole", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 80, pp. 1353-1370, (2010).
- 18 Hasebe, N., Bucher, C.H. and Heuer, R., "Heat conduction and thermal stress induced by an electric current in an infinite thin plate containing an elliptical hole with an edge crack", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, pp. 138-147, (2010).
- 19 Wang, C.H. and Chao, C.K., "On perturbation solutions for nearly circular inclusion problems in plane thermoelasticity", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 36-44, (2002).
- 20 Hasebe, N., Wang, X.F., Saito, T. and Sheng, W., "Interaction between a rigid inclusion and a line crack under uniform heat flux", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, pp. 2426-2441, (2007).
- 21 Chen, Y.Z., "General solution for arc crack problem in thermoelastic medium", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 40, pp. 2223-2234, (2002).
- 22 Vinh, P.C., Hasebe, N., Wang, X.F. and Saito, T., "Interaction between a cracked hole and a line crack under uniform heat flux", *International Journal of Fracture*, Vol. 131, pp. 367-384, (2005).
- 23 Gao, C.F., Zhao, Y.T. and Wang, M.-Zh., "An exact and explicit treatment of an elliptic hole problem in thermopiezoelectric media", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, pp. 2665-2685, (2002).
- 24 Li, R. and Kardomateas, G. A., "Thermo-elastic crack branching in general anisotropic media", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, pp. 1091-1109, (2005).
- 25 Seddeek M. A., Abdou M. A. , El-Sayed W. G. and El-Saedy F. M., "Complex Potential Functions and Integro-Differential Equation in Elastic Media Problem in Presence of Heat", *American Journal of Fluid Dynamics*, Vol. 2, pp. 31-41, (2012).

روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی حرکت ذره در سیالات غیرنیوتنی*

امین امیری دلویی^(۱)محمد حسن کیهانی^(۲)محسن نظری^(۳)

چکیده در مطالعه حاضر روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن غیرنیوتنی برای شبیه‌سازی نیروهای وارد بر ذره و همچنین محاسبه سرعت حرکت ذره در مجاورت سیالات غیرنیوتنی مختلف، توسعه داده شده است. در این تحقیق، اثرات نیروی اضافی ناشی از وجود جرم شتابدار نیز در معادلات حرکت غیرنیوتنی ذره لحاظ شده‌اند. دو مسئله کاربردی شامل جریان سیال غیرنیوتنی توانی از روی سیلندر ثابت با سطح مقطع مربعی و سقوط یک ذره مربعی در سیالات غیرنیوتنی با خواص مختلف رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که نیروی وارد بر سیلندر در حالت ثابت و سرعت حد ذره در حال سقوط با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی به ترتیب افزایش و کاهش قابل ملاحظه‌ای را تجربه خواهند نمود.

واژه‌های کلیدی روش مرز غوطه‌ور؛ روش شبکه بولتزمن؛ شبیه‌سازی عددی مستقیم؛ سیال غیرنیوتنی توانی؛ سطح مقطع مربعی.

Simulation of Particle Motion in Non-Newtonian Fluids by Immersed Boundary Lattice Boltzmann Method

A. Amiri Delouei M.H. Kayhani M. Nazari

Abstract In the current study, the immersed boundary – non-Newtonian lattice Boltzmann method is developed for simulation of forces act on a particle and also for computation of the particle velocity in vicinity of non-Newtonian fluids. In this research, the effect of extra force due to accelerated mass is also considered in non-Newtonian particle motion equations. Two applied problems of power-law non-Newtonian fluid flow over a stationary cylinder with square cross-section and a square falling particle in non-Newtonian fluids with different shear-thinning and shear-thickening behaviour are investigated. Results indicate that the force act on stationary cylinder and ultimate velocity of falling particle will experience considerable increase and decrease with growth of power-law non-Newtonian behaviour index, respectively.

Key Words Immersed boundary method; Lattice Boltzmann method; Direct numerical simulation; Power-law non-Newtonian fluids; Square cross-section.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۲/۳۰ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۷/۱۴ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.46922

(۱) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بجنورد. a.amiri@ub.ac.ir

(۲) استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود.

(۳) دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود.

مقدمه

جریان‌های ذره‌ای کاربردهای گسترده‌ای در صنایع مختلف و تحقیقات علمی نظیر مهندسی شیمی (مانند بستریهای سیال در رآکتورهای شیمیایی و شکافت هیدرولیکی مخازن)، بیولوژی (مانند گرفتگی رگ‌ها و حرکت گلبول‌های قرمز در شریان‌ها و وریدها)، زمین‌شناسی و علوم مرتبط با محیط زیست (مانند طوفان‌های شنی، حرکت ذرات معلق در بستر رودخانه‌ها) و غیره دارد. اهمیت و کاربرد گسترده این نوع جریان‌ات منجر به تحقیقات گسترده آزمایشگاهی و عددی در زمینه اثرات متقابل ذره و سیال گردیده است [1]. اگرچه کارهای زیادی در زمینه جریان‌های ذره‌ای در سیالات نیوتنی انجام شده است اما تحقیقات انجام‌شده برای سیالات غیرنیوتنی بسیار کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این در حالی است که بسیاری از جریان‌های ذره‌ای نظیر حرکت ذره صلب درون محلول‌های پلیمری و یا مذاب‌ها، حرکت ذرات درون سیالات بیولوژیک بایستی با در نظر گرفتن بحث سیالات غیرنیوتنی مورد مطالعه قرار گیرند. آنچه که ضرورت بررسی جریان‌های غیرنیوتنی ذره‌ای را بیشتر نمایان می‌کند، پیچیدگی‌های بسیاری است که در حرکت ذره درون سیال غیرنیوتنی وجود دارد و رفتار آن را تا حدود زیادی متمایز از حرکت متناظرش در سیال نیوتنی می‌نماید [2]. شایان ذکر است که اکثر کارهای انجام شده در مورد حرکت ذره چه در سیال نیوتنی و چه در سیال غیرنیوتنی در هندسه دایروی بوده است. این در حالی است که در کاربردهای واقعی، هندسه‌های غیر دایروی نیز سهم بسزایی را به خود اختصاص داده‌اند که ضرورت پرداختن به حرکت ذرات با هندسه‌های متفاوت نظیر ذرات مربعی را آشکار می‌سازد. در مورد حل جریان‌های ذره‌ای تا کنون سه رویکرد مختلف ارائه شده است [3]:

(۱) مدل پیوسته (The continuum model)،
 (۲) مدل ذره‌ای گسسته‌ای (Discrete particle model) و (۳) مدل شبیه‌سازی عددی مستقیم (The direct numerical solution). در روش اول هم فاز سیال و هم فاز جامد به صورت یک مدل پیوسته در نظر گرفته می‌شوند که البته نیازمند مشخص بودن ضریب پسا و ویسکوزیته ظاهری فاز جامد می‌باشد. در روش دوم، معادلات حرکت لاگرانژی به صورت جداگانه برای محاسبه سرعت و مکان فاز جامد به کار می‌رود. در این روش، اثر وجود ذرات متحرک از طریق اضافه نمودن عبارات نیرویی به معادلات پیوستگی و مومنتوم به میدان سیال منتقل می‌شود. در روش سوم، میدان سیال توسط معادلات ناویر استوکس مشخص می‌شود در حالی که حرکت جسم جامد به صورت هم‌زمان و با استفاده از مسئله مقدار اولیه بررسی می‌شود [4]. در خصوص جریان‌های ذره‌ای غیرنیوتنی، روش عددی مستقیم می‌تواند به عنوان بهترین گزینه مطرح باشد زیرا این توانایی شبیه‌سازی تمامی اثرات غیرخطی ایجادشده به دلیل وجود جسم جامد در سیال غیرنیوتنی را دارد. روش شبیه‌سازی عددی مستقیم می‌تواند به آسانی اثرات پارامترهایی نظیر اینرسی، رقیق‌شوندگی و یا الاستیسیته را به صورت جزء به جزء بررسی نماید که منجر به فهم بهتر مکانیزم حرکت ذرات داخل سیال نیوتنی و غیرنیوتنی خواهد گردید [5]. شبیه‌سازی مستقیم جریان‌های ذره‌ای ابتدا توسط هو و همکاران [6] انجام گرفت و پس از آن پیشرفت‌های قابل توجهی در این خصوص انجام شده است.

مسئله شبیه‌سازی مستقیم جریان‌های ذره‌ای می‌تواند به دو زیرمجموعه تقسیم گردد [7]: (۱) رویکرد شبکه متحرک (The moving mesh approach) که در آن شبکه مش بندی شده منطبق با جسم با حرکت ذره بازسازی می‌شود و (۲) رویکرد شبکه ثابت (The fixed mesh approach) که در آن مش محاسباتی بدون حرکت باقی می‌ماند. کاملاً واضح

است که شیوه اول بسیار زمان‌بر است زیرا در هر گام زمانی، یک مش جدید منطبق بر تمامی مرزهای موجود در مسئله بایستی ایجاد گردد. دو مورد از متداول‌ترین روش‌های منطبق بر رویکرد اول و دوم به ترتیب روش اویلری-لاگرانژی قراردادی (Arbitrary [8] Langrangian Eulerian method) و روش دامنه مجازی (Fictitious domain method) است [9-11]. هو [8] یک روش عددی بر پایه تکنیک المان محدود گالرکین و روش اویلری-لاگرانژی قراردادی برای شبیه‌سازی حرکت ذرات جامد در داخل جریان سیال نیوتنی ارائه داده است. این روش بر پایه شبکه‌های غیرساختاریافته متحرکی استوار است که در هر گام زمانی بر پایه سرعت محاسبه شده مش به‌روز می‌شوند. اما اگر هرگونه نقصی در یکی از المان‌های شبکه مشاهده شود، بایستی از ابتدا عمل مش‌بندی انجام شود که هیچ‌گونه وابستگی به مش قدیمی‌تر ندارد و البته میدان سیال نیز بایستی با این مش جدید دوباره تطابق داده شود. کاملاً واضح است که این مراحل بسیار وقت‌گیر است. پاتانکار و همکاران [9] یک الگوریتم جدید بر پایه روش دامنه مجازی برای جریان ذره‌ای داخل سیال نیوتنی ارائه داده‌اند. در روش عددی ارائه شده توسط آنها، تانسور نرخ کرنش در گره‌های سیالی که در داخل دامنه جامد قرار دارند مساوی صفر فرض شده‌اند. این فرمولاسیون جدید حتی برای حالتی که جرم سیال و جرم جامد برابر باشند، مناسب است. یک روش دامنه مجازی توسط گلووانسکی و همکاران [10] معرفی شده است که می‌تواند جریان‌های غیرقابل تراکم نیوتنی گذرنده از روی اجسام جامد متحرک را شبیه‌سازی کند. آنها نشان دادند که روش آنها اجازه مدل‌سازی مستقیم پدیده‌های پیچیده مرتبط با جریان ذره‌ای را دارد. یک روش مرز مجازی چندشبکه‌ای برای شبیه‌سازی مستقیم جریان‌های ذره‌ای در حالت دوبعدی توسط ون و تورک [11] ارائه شده است. در روش آنها جریان با

استفاده از شیوه المان محدود چند شبکه‌ای حل شده است. آنها بیان داشته‌اند که روش آنها مستقل از شکل، اندازه و تعداد ذرات است.

اخیراً بعضی روش‌های جدید بر پایه ایده مرز غوطه‌ور پسکین [12] گسترش یافته‌اند، که به‌طرز موفق برای جریان‌های ذره‌ای عمل می‌نمایند. روش مرز غوطه‌ور (Immersed boundary method) می‌تواند به‌عنوان ساده‌ترین روش در گروه رویکردهای مش ثابت در نظر گرفته شود. این روش ابتدا برای شبیه‌سازی حرکت ماهیچه‌های قلب و جریان خون ناشی از آن معرفی گردید و پس از آن به کاربردهای مختلفی از جمله جریان‌های ذره‌ای گسترش یافت. در حالت کلی، روش مرز غوطه‌ور می‌تواند به‌عنوان یک روش غیرمنطبق بر جسم معرفی شود که شرط مرزی عدم لغزش را با اعمال یک عبارت چگالی نیرویی (Force density) به معادلات حاکم سیال ارضا می‌کند. از نقطه‌نظر عددی، میدان سیال در این روش به‌صورت یک شبکه اویلری ثابت در نظر گرفته می‌شود که تمام دامنه حل شامل داخل و خارج ذرات را در بر می‌گیرد و از طرفی دیگر ذرات توسط گره‌های لاگرانژی جداگانه ردیابی می‌شوند. نقاط لاگرانژی روی مرز جسم غوطه‌ور قرار دارند و جرمی معادل جرم کل جسم غوطه‌ور را دارا می‌باشند. میدان جریان اویلری در روش مرز غوطه‌ور می‌تواند با حل معادلات ناویر استوکس با استفاده از روش‌های متداول محاسبات عددی مانند روش تفاضل محدود و یا روش حجم محدود حل شود و یا تکنیک‌های عددی جایگزین مانند روش شبکه بولتزمن (Lattice Boltzmann method) را استفاده نماید.

روش شبکه بولتزمن خصوصیات منحصربه‌فردی مانند سادگی، قابلیت موازی سازی، عملگرهای ساده جبری و سرعت بالا را داراست که آن را از سایر روش‌های متداول محاسباتی متمایز می‌نماید. مفاهیم بنیادی این روش و کاربردهای آن برای دینامیک

آن داشت تا مجموع این دو روش را به عنوان یک روش ترکیبی و کارآمد معرفی نمایند. فنگ و میخائیلدز [1]، اولین محققانی بودند که روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن (IB-LBM) را معرفی نمودند. در روش آن‌ها وجود مرز غوطه‌ور از طریق روش پنالتی (Penalty method) اعمال می‌شد که مرزهای صلب را به صورت انعطاف‌پذیر با ثابت سختی بالا در نظر می‌گرفت. هم‌چنین آن‌ها یک مطالعه مقایسه‌ای با روش‌های شبکه بولتزمن متداول انجام دادند. آن‌ها نشان دادند که IB-LBM معرفی‌شده نوسانات نیرویی را که در روش‌های متداول LBM معمول بود از خود بروز نمی‌دهد.

در مورد شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای، الگوریتم محاسبه نیروی مرزی بسیار تأثیرگذار است، زیرا این نیرو نقش مهمی در محاسبات مربوط به معادلات حرکت ذره ایفا می‌کند. تاکنون، سه الگوریتم متفاوت در قالب روش IB-LBM برای این منظور استفاده شده است: ۱) روش اعمال نیروی فیدبک (Feed-back forcing method) [1]، ۲) روش اعمال نیروی مستقیم (Direct-forcing method) [2,3] و ۳) روش تبادل مومنتوم (Momentum exchange method) [18]. در روش اول، از پروسه‌های فیدبک براساس مکان (و/یا سرعت) نقاط روی مرز برای تعیین چگالی نیروی مرزی استفاده می‌شود [1]. روش اعمال نیروی مستقیم ابتدا توسط موحد یوسف [19] برای شبیه‌سازی مرزهای پیچیده ثابت ارائه شد. فنگ و میخائیلدز [3] یک روش IB-LBM با اعمال نیروی مستقیم برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای ارائه دادند. با استفاده از این روش جدید، دیگر نیازی به تعیین پارامترهای آزاد مانند ضریب سختی در روش پنالتی وجود ندارد. نیو و همکاران [18] یک روش IB-LBM براساس اصل تبادل مومنتوم برای شبیه‌سازی جریان‌های لزج ارائه داده‌اند. در روش آن‌ها، عبارت نیرویی براساس اصل تبادل

سیالات محاسباتی توسط سوشی [13] ارائه گردیده است. روش شبکه بولتزمن پیشرفت‌های زیادی در زمینه شبیه‌سازی جریان‌های سیال نیوتنی در سال‌های اخیر داشته است. برخلاف سیالات نیوتنی، ویسکوزیته سیالات غیرنیوتنی تابعی از تنش برشی است که می‌تواند منجر به بروز ناپایداری در روند حل گردد [14]. از آنجایی که روش شبکه بولتزمن براساس تئوری انرژی جنبشی استوار است، قادر است که نرخ برش محلی را با دقت مرتبه ۲ (به صورت مستقل از میدان سرعت ماکروسکوپی) محاسبه نماید [15]. این ویژگی به پایداری بیشتر حل جریان‌های ذره‌ای در سیالات غیرنیوتنی کمک شایانی می‌کند. اوهارنو و رتمن [16] توانایی روش شبکه بولتزمن در حل جریان‌های غیرنیوتنی توانی را برای اولین بار نشان دادند. لُد [17] اولین کسی بود که روش شبکه بولتزمن را برای بررسی جریان‌های ذره‌ای در محلول‌ها به کار برد. از آن به بعد مطالعات زیادی درخصوص شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای با روش شبکه بولتزمن ارائه شده است. در این روش، برهم‌کنش بین سیال و جامد از طریق قانونی موسوم به «بازگشت به عقب» (Bounce-back) انجام می‌شود [17]. در این روش گره‌های مرزی از طریق مجموعه‌ای از گره‌های میانی نشان داده می‌شود، که بایستی بین گره‌های سیال و جامد قرار داشته باشند. اگرچه روش LBM مشکل پروسه مش مجدد را که در روش‌های معمول محاسباتی وجود دارد حل کرده است، اما هنوز از مشکلات دیگری نظیر نوسانات نیروی محاسبه‌شده در سطح ذره، نیاز به تعداد زیاد نقاط مرزی برای نمایش مرزهای فیزیکی دقیق، الگوریتم قدم‌به‌قدم و محدودیت عدد رینولدز پایین رنج می‌برد [1,3]. درواقع می‌توان گفت، شبیه‌سازی شبکه بولتزمن برای جریان‌های ذره‌ای بسیار شبیه به روش‌های مش متحرک است [7]. خصوصیت مشترک «شبکه کارتزین ثابت» برای دو روش شبکه بولتزمن و مرز غوطه‌ور محققان را بر

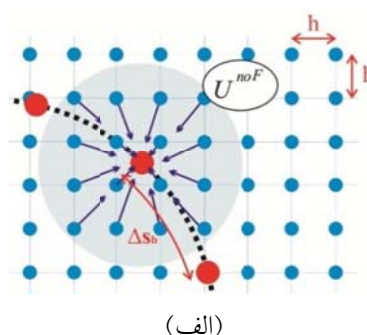
مونتوم برای توابع توزیع احتمال چگالی در نقاط مرزی میان‌یابی شده، محاسبه می‌شود. اگرچه که آنها از روش LBM با زمان آسایش چندگانه استفاده کردند، اما دقت روش تغییر چندانی نکرده است. هم‌چنین در این روش، چگالی نقاط مرزی لاگرانژی حتماً بایستی بیشتر از نقاط اویلری روی شبکه کارتزین باشد تا از نشی جلوگیری شود.

می‌کند. کنگ [22] مطالعه کاملی درخصوص الگوریتم‌های شارپ و دیفیوز و مقایسه بین آنها انجام داده است. او گزارش داده است که هم الگوریتم شارپ و هم الگوریتم دیفیوز می‌توانند برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک به کار روند اما الگوریتم میان‌یابی شارپ نوسانات نادرست در نیروی مرزی تولید می‌کند. کنگ [22] پیشنهاد می‌کند که الگوریتم شارپ بیشتر برای شبیه‌سازی مرزهای ثابت پیچیده و یا مسائل مرز متحرک با سرعت کم استفاده شود.

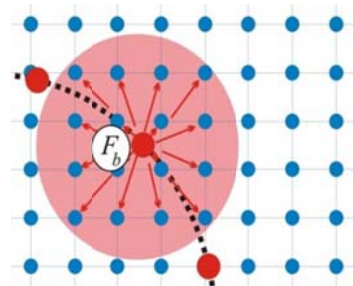
تاکنون چند مطالعه با رویکرد شبیه‌سازی عددی مستقیم برای جریان‌های ذره‌ای در سیالات غیرنیوتنی انجام شده است که محدود به روش اویلری لاگرانژی قراردادی [23] و روش دامنه مجازی [24] هستند. امیری دلویی و همکاران [21] از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای مدل‌سازی جریان از روی موانع ثابت دایروی استفاده کرده‌اند.

هدف اصلی این مطالعه، توسعه روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن غیرنیوتنی (IB-NLBM) با اعمال نیروی مستقیم برای شبیه‌سازی حرکت مرزهای متحرک در سیالات غیرنیوتنی رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی است. از آنجایی که اکثر کارهای مشابه قبلی منحصر به حرکت ذرات با سطح مقطع دایروی بوده‌اند، در مطالعه حاضر به بررسی حرکت ذرات مربعی نیز پرداخته شده است. در این تحقیق حرکت ذرات نتیجه برهم کنش بین جامد و سیال، نیروهای حجمی مانند نیروی وزن و هم‌چنین نیروی اضافی ناشی از شتاب ذره است. روش ارائه شده در این

مونتوم برای توابع توزیع احتمال چگالی در نقاط مرزی میان‌یابی شده، محاسبه می‌شود. اگرچه که آنها از روش LBM با زمان آسایش چندگانه استفاده کردند، اما دقت روش تغییر چندانی نکرده است. هم‌چنین در این روش، چگالی نقاط مرزی لاگرانژی حتماً بایستی بیشتر از نقاط اویلری روی شبکه کارتزین باشد تا از نشی جلوگیری شود.



(الف)



(ب)

شکل ۱ (الف) انتقال سرعت از گره‌های اویلری به نقاط لاگرانژی و (ب) توزیع چگالی نیروی مرزی از نقاط لاگرانژی به گره‌های اویلری، ناحیه سایه‌زده شده محدوده‌ای از گره‌های اویلری را نشان می‌دهد که تحت تأثیر یک گره لاگرانژی قرار گرفته است

همان‌گونه که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، به دلیل عدم تطابق نقاط مرزی (لاگرانژی) و گره‌های محاسباتی سیال (اویلری) یک الگوریتم واسطه بایستی تعریف شود تا ارتباط بین گره‌های مرزی و سیال را فراهم کند. در مورد IB-LBM با اعمال نیروی مستقیم، الگوریتم‌های واسطی که تاکنون استفاده شده است را در دو گروه می‌توان تقسیم‌بندی کرد. (۱) الگوریتم واسطه شارپ (sharp interface)

تحقیق شامل موارد زیر است:

(۱) روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم که یک روش اویلری-لاگرانژی با شبکه غیرمنطبق بر جسم است. این روش قادر است اثرات غیرخطی ناشی از حضور ذرات در سیال غیرنیوتنی را تعیین کند و یک درک مستقیم از مکانیک محلول‌های غیرنیوتنی ارائه دهد.

(۲) روش شبکه بولتزمن که بر پایه تئوری انرژی جنبشی گازها استوار است و قادر است نرخ برش محلی را با دقت مرتبه دو برای سیالات غیرنیوتنی (با ویسکوزیته متغیر) محاسبه نماید.

(۳) مدل توانی (power-law model) که معمول‌ترین مدل غیرنیوتنی مورد استفاده است و می‌تواند به طرز قابل قبولی خواص رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی را در محدوده متوسطی از نرخ‌های برش محاسبه نماید. (۴) الگوریتم واسط چهار نقطه‌ای که یک روش میان‌یابی مناسب برای ارتباط مناسب بین نقاط متحرک لاگرانژی و گره‌های ثابت اویلری است بدون این‌که مشکل ناپایداری و یا نوسانات نادرست ایجاد شود (شکل ۱). (۵) الگوریتم اعمال نیروی چندمرحله‌ای که قابلیت بازیابی معادلات ناویر استوکس را با دقت مرتبه دو داراست [25].

(۶) معادلات حرکت ذره که اثرات نیروی اضافه شده ناشی از وجود جرم شتاب‌دار را نیز لحاظ می‌کند.

در مطالعه حاضر، تمام روش‌های ذکر شده در بالا با یکدیگر ترکیب شده‌اند تا یک حل عددی مستقیم برای شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی ذره‌ای به دست آید که تمام خواص لیست‌شده در بالا را دارا باشد. برای صحت‌سنجی کار حاضر یک روش گام‌به‌گام شامل جریان سیال غیرنیوتنی در کانال، جریان سیال نیوتنی از روی مانع با سطح مقطع مربعی و سقوط ذره دایره‌ای در سیال نیوتنی استفاده شده است. در ادامه مسئله جریان سیال غیرنیوتنی نامحدود از روی سیلندر ثابت با سطح مقطع مربعی شبیه‌سازی شده است، تا

اثرات متفاوت خواص غیرنیوتنی رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی بر نیروهای وارد بر ذرات غوطه‌ور بررسی گردد. همچنین مسئله سقوط یک ذره مربعی در سیال غیرنیوتنی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است و نحوه تغییر سرعت این ذرات نسبت به خواص غیرنیوتنی سیال به تفصیل بحث شده است.

روش عددی

روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن غیر نیوتنی با اعمال نیروی مستقیم. معادله شبکه بولتزمن برای میدان سرعت شامل یک عبارت نیروی خارجی ناپایا و غیریکنواخت (به دلیل وجود مرز جامد) در بعد زمان (t) و مکان ($\bar{x}$) به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شود [25]:

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\bar{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\bar{x}, t) - f_i^{(eq)}(\bar{x}, t)] + F_i(\bar{x}, t) \Delta t, \quad (1-1)$$

$$f_i^{(eq)} = w_i \rho \left[1 + \frac{3}{c^2} (\bar{e}_i \cdot \bar{u}) + \frac{9}{2c^4} (\bar{e}_i \cdot \bar{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \bar{u}^2 \right] \quad (2-1)$$

$$F_i(\bar{x}, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) w_i \times \left[3 \frac{\bar{e}_i - \bar{u}(\bar{x}, t)}{c^2} + 9 \frac{\bar{e}_i \cdot \bar{u}(\bar{x}, t)}{c^4} \bar{e}_i \right] \cdot \bar{F}(\bar{x}, t), \quad (3-1)$$

$$\rho \bar{u} = \sum_i \bar{e}_i f_i + \frac{\Delta t}{2} \bar{F} \quad (4-1)$$

که $\bar{e}_i$ بردار سرعت ذره در جهت i ام سرعت شبکه است. در کار حاضر از مدل شبکه بولتزمن دوبعدی با نه جهت سرعت مستقل (D2Q9) استفاده شده است. $f_i(\bar{x}, t)$ و $F_i(\bar{x}, t)$ به ترتیب توزیع چگالی ذره و تابع توزیع گسسته نیروی خارجی در جهت i ام است. زمان

آسایش بی‌بعد (τ)، نرخ را نشان می‌دهد که توزیع چگالی ذره به حالت تعادل محلی $f_i^{(eq)}$ می‌رسد. $\rho \bar{u}$ چگالی مومنتوم سیال را نشان می‌دهد. سرعت‌های ذره محلی به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$[\bar{e}_i] = c \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

که c سرعت شبکه است. ضرایب وزنی نیز به صورت $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1/9$ ، $w_0 = 4/9$ و $w_5 = w_6 = w_7 = w_8 = 1/36$ تعریف می‌شود. به منظور در نظر گرفتن اثرات هم‌زمان شبکه گسسته شده و عبارت نیرویی اضافه شده در معادله مومنتوم سیال از الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای استفاده شده است. توضیحات کامل تر در این خصوص را می‌توان در مطالعه امیری دلویی و همکاران [21] مشاهده نمود. با استفاده از بسط چاپمن-اینسکاک مرتبه اول، ویسکوزیته دینامیکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\nu = (2\tau - 1)/6 \quad (3)$$

ویسکوزیته شبکه نقشی مستقیم روی گام زمانی حل (Δt_{phy}) بازی می‌کند:

$$\Delta t_{phy} = (\Delta x_{phy})^2 \frac{\nu}{\nu_{phys}} \quad (4)$$

که Δx_{phy} و ν_{phy} به ترتیب اندازه شبکه و ویسکوزیته دینامیکی (در مقیاس فیزیکی واقعی) می‌باشند.

در سیالات نیوتونی ویسکوزیته در تمامی نرخ برش‌ها عددی ثابت است در حالی که سیالات غیرنیوتونی از یک رابطه غیرخطی بین تنش برشی و نرخ کرنش برشی، مخصوصاً در نرخ برش پایین، پیروی می‌کنند.

مدل توانی یکی از معمول‌ترین مدل‌های غیرنیوتنی است که برای بیان رفتار سیالات غیرنیوتنی استفاده می‌شود. در این مدل غیرنیوتنی رابطه بین ویسکوزیته و نرخ کرنش برشی به صورت زیر است [27]:

$$\nu = m |\dot{\gamma}|^{n-1}, \quad (5)$$

که m و n به ترتیب شاخص سازگاری و شاخص رفتار غیرنیوتنی هستند. ویسکوزیته سیال با افزایش شاخص m زیاد می‌شود. هنگامی که $n < 1$ است، ویسکوزیته سیال با افزایش نرخ برش کاهش خواهد یافت. سیالاتی با چنین رفتاری را به عنوان سیالات شبه پلاستیک یا رقیق برشی معرفی می‌کنند. از سویی دیگر هنگامی که $n > 1$ است، ویسکوزیته با افزایش نرخ کرنش زیاد خواهد شد که چنین سیالاتی به سیالات دیلاتنت یا ضخیم برشی معروف هستند. در حالت خاص $n=1$ و $m=\mu_0$ ، سیال رفتاری نیوتنی خواهد داشت. در مورد سیالاتی با ویسکوزیته وابسته به نرخ برش، τ می‌تواند از ثابت دوم تانسور نرخ کرنش به دست آید:

$$\dot{\gamma} = 2\sqrt{D_{II}} \quad (6)$$

که

$$D_{II} = \sum_{\alpha, \beta=1}^2 S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}, \quad (7)$$

مقادیر برش در هر نقطه بایستی محاسبه گردد. تانسور نرخ کرنش در حضور نیروی خارجی می‌تواند به صورت ماکروسکوپی (معادله ۸-۱) [28] و یا مزوسکوپی (معادله ۸-۲) به دست آید:

$$S_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\nabla_\beta u_\alpha + \nabla_\alpha u_\beta). \quad (1-8)$$

شبیه سازی های دوبعدی، δ_h می تواند به صورت حاصل ضرب دو تابع تک متغیره (که با اندازه طولی شبکه h بی بعد شده اند) بیان شود.

$$\delta_h(\bar{x}) = 1/h^2 \phi(x_1/h) \times \phi(x_2/h). \quad (1-10)$$

که x_1 و x_2 مؤلفه های کارترین بردار مکان هستند. در کار حاضر از الگوریتم میان یابی چهار نقطه ای که توسط پسکین [29] پیشنهاد شده است بهره برده ایم:

$$\phi(r) = \begin{cases} 1/8(3-2|r| + \sqrt{1+4|r|-4r^2}), & 0 \leq |r| < 1, \\ 1/8(5-2|r| - \sqrt{-7+12|r|-4r^2}), & 1 \leq |r| < 2, \\ 0, & \text{Otherwise,} \end{cases} \quad (2-10)$$

همان گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، تنها تعداد محدودی از گره های اوپلری تحت تأثیر هر کدام از نقاط لاگرانژی قرار دارد. شایان ذکر است که δ_h در دو مرحله مورد استفاده قرار می گیرد؛ اولاً برای انتقال سرعت ها قبل از اعمال نیرو از گره های اوپلری به نقاط لاگرانژی،

$$\bar{u}_b^{noF} = \sum \bar{u}^{noF} \delta_h(\bar{x} - \bar{x}_b) h^2, \quad (1-11)$$

و محاسبه چگالی نیروی مرزی در نقاط لاگرانژی (معادله ۹) و ثانیاً برای توزیع چگالی نیروی مرزی به دست آمده از نقاط لاگرانژی به نقاط اوپلری مجاور،

$$\bar{F} = \sum \bar{F}_b \delta_h(\bar{x} - \bar{x}_b) \Delta s_b, \quad (2-11)$$

و استفاده در معادله (۱-۱) که سرعت های جدید بعد از اعمال نیرو را نشان می دهند. شایان ذکر است که متغیر u^{noF} در معادله (۱-۱۱)، نشانگر سرعت ها در گره های اوپلری است که در حالت عدم حضور ترم نیروی

$$S_{\alpha\beta} = -\frac{1}{\tau 2c_s^2 \rho \Delta t} \times \left(\sum_{i=0}^8 c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(neq)} + \frac{1}{2} (u_\alpha F_\beta + u_\beta F_\alpha) \Delta t \right) \quad (2-8)$$

معادله (۲-۸) از بسط چاپمن-اینسکاک قابل استخراج است. در این مطالعه، به منظور مطالعه اثرات حضور جسم غوطه ور روی دامنه سیال از روش اعمال نیروی مستقیم استفاده شده است. سرعت دل خواه بایستی شرایط عدم لغزش روی مرز را تأمین کند. با در نظر گرفتن این حقیقت و همچنین الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله ای که برای حل میدان سرعت سیال استفاده شده است، فرمول مربوط به اعمال نیروی مستقیم به دست خواهد آمد [20]:

$$\bar{F}_b(\bar{x}_b, t + \Delta t) = 2\rho(\bar{x}_b, t + \Delta t) \frac{\bar{U}^d - \bar{u}_b^{noF}(\bar{x}_b, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (9)$$

که u^d و u_b^{noF} به ترتیب سرعت دل خواه جسم غوطه ور و سرعت قبل از اعمال نیرو در گره های لاگرانژی هستند. هم چنین $\bar{x}_b$ مختصات مربوط به نقاط لاگرانژی روی مرز غوطه ور را نشان می دهد. با توجه به این که گره های اعمال نیرو روی گره های محاسباتی قرار دارند و لزوماً روی مرز جسم جامد نیستند، یک الگوریتم واسط برای به دست آوردن سرعت در گره های محاسباتی (باتوجه به شرط عدم لغزش روی مرز جامد) مورد نیاز است. الگوریتم واسط می تواند با در نظر گرفتن توابع توزیع گسسته (δ_h) به دست آید. تابع توزیع گسسته با استفاده از تابع دلتای دیراک (ϕ) تعریف می شوند. پسکین [29] مطالعات کامل و جامعی در خصوص نحوه ساخت δ_h و اصول مشخصی که باید رعایت شود، ارائه داده است. مطابق با مطالعات پسکین [29]، در

حجمی به دست آمده‌اند $(\vec{u}^{noF} = \frac{1}{\rho} \sum_i \vec{e}_i f_i)$. قبل از پایان این قسمت بایستی بیان داشت که نیروی سطحی وارد بر مرز غوطه‌ور به راحتی توسط رابطه زیر قابل بیان است [20]:

$$\begin{aligned} \vec{F}_s &= - \sum \vec{F}_b(\vec{x}_b, t + \Delta t) \Delta s_b \\ &= \sum \vec{F}(\vec{x}, t + \Delta t) h^2, \end{aligned} \quad (12)$$

که Δs_b فاصله بین نقاط لاگرانژی واقع در روی منحنی مرز غوطه‌ور می‌باشد (به شکل ۱-الف مراجعه شود). در ضمن تفاوتی بین برآیند اولی و یا دومی در معادله (۱۲) وجود ندارد. بایستی توجه نمود که عبارت $\vec{F}(\vec{x}, t + \Delta t)$ روی تمامی نقاط اویلری و عبارت $\vec{F}_b(\vec{x}_b, t + \Delta t)$ برای تمام نقاط لاگرانژی محاسبه می‌شوند.

معادلات حرکت ذره شتابدار. برخلاف روش‌های شبکه بولتزمن متداول برای شبیه‌سازی حرکت ذرات، در روش IB-LBM، ذره می‌تواند به صورت پیوسته درون دامنه محاسباتی حرکت کند بدون این که نگرانی درخصوص مکان گره‌های اویلری متناظر وجود داشته باشد. درواقع، در روش IB-LBM ذره با یکسری گره‌های لاگرانژی که دارای وزنی معادل با کل جسم غوطه‌ور هستند، جای‌گزین می‌شود. برای شبیه‌سازی حرکت ذره، بایستی معادلات حرکت ذره مد نظر قرار گیرد. معادله نیوتنی حرکت ذره خطی به صورت زیر نوشته می‌شود [22]:

$$M_s \frac{d\vec{U}_c}{dt} = - \int_A \vec{\sigma} \cdot d\vec{A} + (\rho_s - \rho_f) V_s \vec{g} \quad (13)$$

که $\vec{U}_c$ بردار سرعت مرکز جرم ذره می‌باشد. A ، M و V به ترتیب جرم، سطح، حجم و چگالی ذره را نشان می‌دهند. هم‌چنین زیرنویس‌های f و s

به ترتیب نشانگر جامد و مایع می‌باشد. عبارت اولی در سمت راست معادله (۱۳) نشانگر نیروی است که از طرف مایع به جامد وارد می‌شود. این نیرو شامل (۱) نیرویی که بر سطح جسم ثابت وارد می‌شود و (۲) نیروی ناشی از جرم اضافه‌شده در اثر شتاب ذره است. بنابراین داریم [22]:

$$- \int_A \vec{\sigma} \cdot d\vec{A} = - \int_V \vec{F}_b dV + M_f \cdot \frac{d\vec{U}_c}{dt} \quad (14)$$

هم‌چنین معادله نیوتنی حرکت زاویه‌ای ذره به صورت زیر خواهد بود:

$$I_s \cdot \frac{d\vec{\Omega}_c}{dt} = - \int_V (\vec{x}_b - \vec{x}_c) \times \vec{F}_b dV + I_f \cdot \frac{d\vec{\Omega}_c}{dt} \quad (15)$$

که $\vec{\Omega}_c$ سرعت زاویه‌ای، $I_f = \mu_f R_s^2$ و I_s ، $\vec{x}_b$ و $\vec{x}_c$ بردارهای مکان مربوط به گره‌های لاگرانژی روی دیواره و مرکز ذره می‌باشد. معادلات (۱۵ و ۱۴) به صورت زیر گسسته‌سازی شده‌اند [22]:

$$\begin{aligned} \vec{U}_c^{n+1} &= \vec{U}_c^n + \frac{1}{M_s} \left[- \sum_b \vec{F}_b^n \Delta V_b + (M_s - M_f) \vec{g} \right] \Delta t \\ &+ \frac{M_f}{M_s} (\vec{U}_c^n - \vec{U}_c^{n-1}) \end{aligned} \quad (16)$$

و

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_c^{n+1} &= \vec{\Omega}_c^n + \frac{1}{I_s} \left[- \sum_b (\vec{x}_b - \vec{x}_c) \times \vec{F}_b^n \Delta V_b \right] \Delta t \\ &+ \left(\frac{I_f}{I_s} \right) (\vec{\Omega}_c^n - \vec{\Omega}_c^{n-1}) \end{aligned} \quad (17)$$

بنابراین مکان مرکز ذره در گام زمانی $n+1$ به صورت زیر قابل بیان خواهد بود:

$$\vec{x}_c^{n+1} = \vec{x}_c^n + \frac{1}{2} (\vec{U}_c^{n+1} + \vec{U}_c^n) \Delta t \quad (18)$$

هم‌چنین مؤلفه‌های سرعت روی نقاط لاگرانژی در

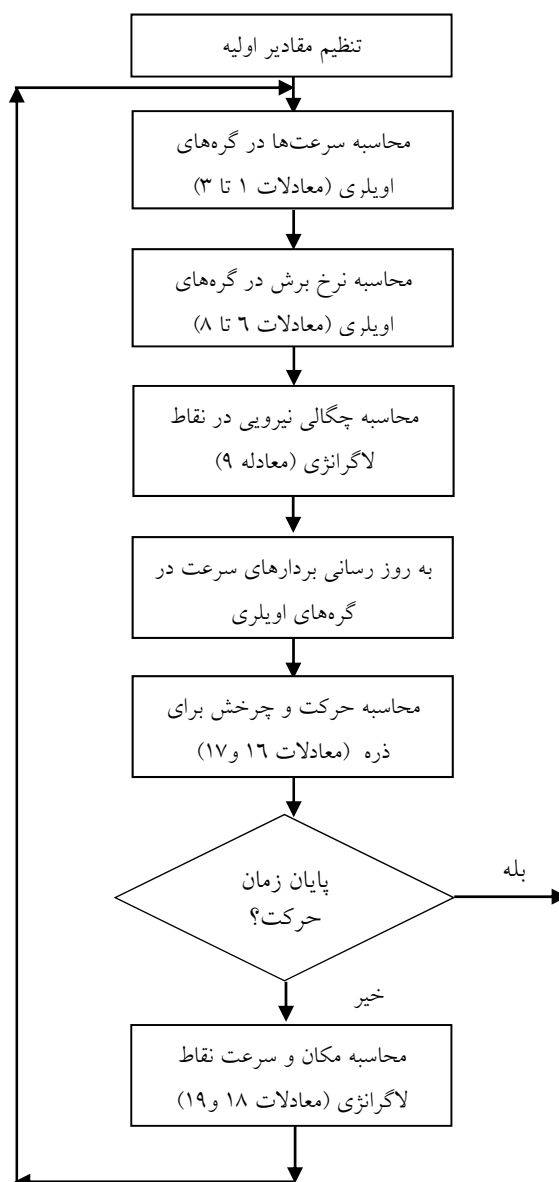
در گام زمانی بعد برای هر یک از گره‌های لاگرانژی محاسبه شود.

در پایان این بخش به‌طور خلاصه الگوریتم کلی روش IB-NLBM که در بخش‌های پیشین شرح داده شد در شکل (۲) نشان داده شده است.

نقاط اعمال نیروی $\vec{X}_b$ ، در گام زمانی بعدی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\vec{u}_b^{n+1} = \vec{U}_c^{n+1} + \vec{Q}_t^{n+1} \times (\vec{X}_b - \vec{X}_c) \quad (19)$$

این سرعت‌های جدید در معادله اعمال نیروی مستقیم (معادله ۹) به‌کار خواهد رفت تا نیروی مرزی

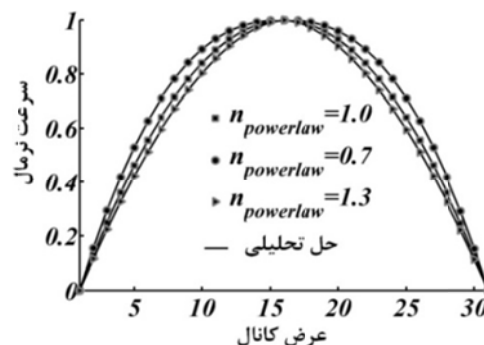


شکل ۲ الگوریتم روش IB-NLBM برای شبیه‌سازی حرکت ذره در سیال غیرنیوتنی

صحت‌سنجی

در این قسمت از یک فرآیند گام‌به‌گام برای راستی‌آزمایی حل حاضر استفاده شده است که شامل: (۱) جریان سیال غیرنیوتنی در کانال، (۲) جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی سیلندر با سطح مقطع مربعی و (۳) سقوط ذره دایره‌ای در یک محفظه حاوی سیال نیوتنی می‌باشد.

جریان سیال غیرنیوتنی در کانال. به‌منظور صحت‌سنجی بخش غیرنیوتنی حل عددی ارائه‌شده، مسئله جریان سیال غیرنیوتنی در کانال که حل تحلیلی دقیق آن موجود است [30] انتخاب شده است. شکل (۳) پروفیل سرعت سیال در مقطع عرضی کانال را نشان می‌دهد. چنان‌چه در این شکل مشهود است، نتایج حاصل از حل حاضر و حل تحلیلی تطابق بسیار خوبی را نشان می‌دهند.



شکل ۳ پروفیل سرعت مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی در کانال

جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی سیلندر ثابت با مقطع مربعی. با توجه به اطلاعات موجود درخصوص جریان سیال نیوتنی نامحدود نیوتنی از روی سیلندر ثابت با سطح مقطع مربعی، استفاده از این اطلاعات برای صحت‌سنجی روش حاضر در مواجهه با ذره‌های با سطح مقطع مربعی، در دستور کار قرار گرفته است. جدول (۱) مقادیر ضریب پسا را برای یک ذره

مربع‌شکل در معرض جریان سیال نیوتنی نشان می‌دهد. چنان‌چه از جدول (۱) برمی‌آید نتایج حاضر تطابق قابل قبولی با کارهای گذشته نشان می‌دهد.

جدول ۱ مقایسه مقادیر ضریب پسا در جریان نامحدود

از روی سیلندر مربعی

نویسنده	روش	ضریب پسا
دیهمان و همکاران [31]	حجم محدود	۱/۷۶۷
کاترجی و کاترجی [32]	حجم محدود (فلوئنت)	۱/۸۰۸
کار حاضر	IB-NLBM	۱/۷۶۳

سقوط ذره دایره‌ای در محفظه حاوی سیال نیوتنی. مسئله سقوط ذره دایره‌ای در سیال نیوتنی به‌عنوان یک آزمایش مبنا برای بررسی حرکت ذره در سیال توسط بسیاری از محققان مورد استفاده قرار گرفته است. در کار حاضر از این مسئله برای صحت‌سنجی معادلات حرکت استفاده‌شده در روش مورد استفاده این پژوهش بهره برده‌ایم. هندسه محفظه شامل یک محفظه $6\text{cm} \times 2\text{cm}$ است که توسط یک دامنه محاسباتی با 600×200 گره پوشش داده شده است. قطر ذره 0.25cm و چگالی آن $1/25\text{ g/cm}^3$ است. این محفظه با یک سیال با ویسکوزیته 1 g/cm.s و چگالی 1 g/cm^3 پر شده است. ذره ابتدا در مکان $(4\text{cm}, 1\text{cm})$ است و از حالت سکون رها می‌شود. ذره در اثر نیروی جاذبه به سمت پایین حرکت می‌کند و شتاب می‌گیرد تا این‌که پس از مدتی به سرعت ثابت حدی می‌رسد. در کار حاضر از 50 نقطه لاگرانژی که به‌صورت یکنواخت بر سطح سیلندر گسترده شده‌اند برای نشان دادن مرز جامد استفاده شده است. زمان آسایش $\tau = 0.65$ در نظر گرفته شده است که معادل 5×10^{-5} ثانیه برای هر گام زمانی می‌باشد. شکل (۴) نتایج حاصل از روش حاضر را با نتایج ارائه‌شده توسط وو و شو [7] و ون و تورک [11] مقایسه می‌نماید. این

نتایج و بحث

در این قسمت توانایی روش IB-NLBM با اعمال نیروی مستقیم برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای با سطح مقطع مربعی در سیالات غیرنیوتنی مختلف مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. برای این منظور دو هندسه متفاوت شامل جریان غیرنیوتنی از روی سیلندر ثابت و سقوط ذره در کانال حاوی سیالات غیرنیوتنی در نظر گرفته شده است.

جریان سیال غیرنیوتنی نامحدود از روی سیلندر ثابت با مقطع مربعی. مسئله جریان سیال غیرنیوتنی از روی سیلندر ثابت دایروی قبلاً توسط امیری دلویی و همکاران [21] به‌طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است. همانند مطالعه امیری دلویی و همکاران [21]، هندسه این مسئله نیز شامل یک دامنه محاسباتی $60L \times 40L$ با 1800×1200 گره محاسباتی برای جریان پایا و یک دامنه محاسباتی $50L \times 40L$ با 2000×1600 گره محاسباتی برای جریان ناپایا است. این دامنه بزرگ به‌خوبی شرط نامحدود بودن جریان را تضمین می‌کند. L معرف طول ضلع مربع است. عدد رینولدز برای سیالات توانی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

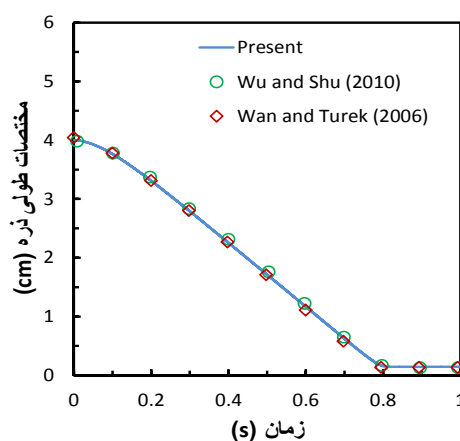
$$Re_{pl} = \frac{U_{\infty}^{(2-n)} L^n}{m} \quad (20)$$

که u_{∞} سرعت جریان آزاد سیال است. هم‌چنین به‌منظور بررسی دقیق‌تر اثر هندسه سطح مقطع و خواص غیرنیوتنی روی دقت حل، خطای عددی روش به‌صورت زیر تعریف شده است:

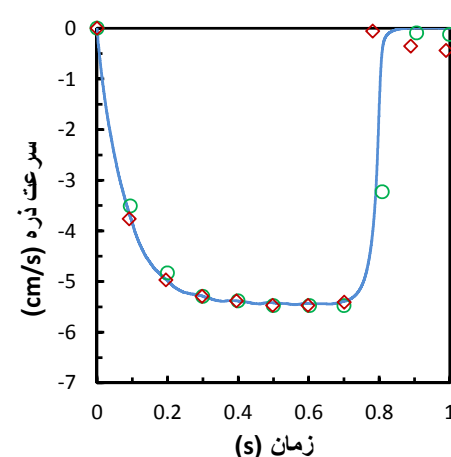
$$H.B.E. = \sqrt{\frac{1}{N_{ij}} \sum_i \sum_j (\bar{u}_b^p(i,j) - \bar{u}_b^e(i,j))^2}, \quad (21)$$

که N_{ij} نشانگر تعداد گره‌های دامنه حل است. u_b^e و

نمودارها برای مختصات طولی و سرعت ذره رسم شده‌اند. با توجه به شکل (۴) کاملاً واضح است که نتایج حاصل از کار حاضر و نتایج وو و شو [7] و ون و تورک [11] در تمامی پارامترهای ذکرشده کاملاً بر یکدیگر منطبق هستند. تفاوت‌های جزئی مشاهده‌شده در زمان‌های پایانی مربوط به مکانیزم‌های مختلف برخورد ذره-دیواره است که در هر یک از مطالعات متفاوت است. در کار حاضر از مدل برخورد ذره-دیواره بر پایه تئوری لنارد-جونز [18] برای شبیه‌سازی برهم‌کنش بین ذره و دیواره استفاده شده است.

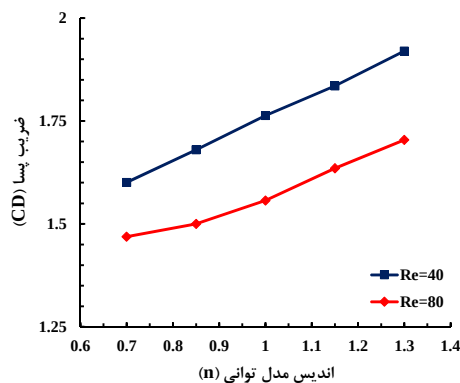


(الف)



(ب)

شکل ۴ تغییرات (الف) مختصات طولی ذره و (ب) سرعت ذره با زمان در حرکت سقوط آزاد در محفظه حاوی سیال نیوتنی



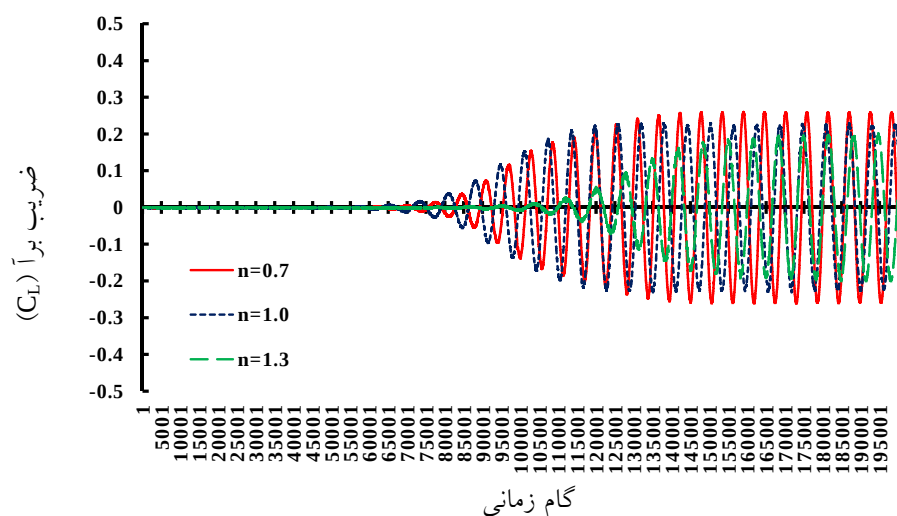
شکل ۵ ضریب پسا برای جریان سیال نیوتنی و غیرنیوتنی نامحدود از روی سیلندر مربعی در حالت پایا ($Re=40$) و ناپایا ($Re=80$)

جدول ۲ مقادیر خطای عددی برای جریان سیال نیوتنی و غیرنیوتنی نامحدود از روی سیلندر مربعی در حالت پایا ($Re=40$) و ناپایا ($Re=80$)

نوع سیال	شاخص رفتار غیرنیوتنی	$Re=40$	$Re=80$
رقیق‌برشی	۰/۷	$7/71 \times 10^{-3}$	$7/01 \times 10^{-3}$
	۰/۸۵	$7/59 \times 10^{-3}$	$6/83 \times 10^{-3}$
نیوتنی	۱/۰	$7/48 \times 10^{-3}$	$6/75 \times 10^{-3}$
ضخیم‌برشی	۱/۱۵	$7/33 \times 10^{-3}$	$6/66 \times 10^{-3}$
	۱/۳۰	$7/16 \times 10^{-3}$	$6/61 \times 10^{-3}$

شکل (۶) تغییرات ضریب برآ را نسبت به گام زمانی حل در جریان سیال نامحدود از روی سیلندر مربعی نشان می‌دهد. این شکل برای سه نوع سیال رقیق‌برشی، نیوتنی و ضخیم‌برشی در $Re=80$ رسم گردیده است. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، در زمان‌های کم (تقریباً قبل ۱۵۰۰۰) ضریب برآ رفتاری غیر متناوب دارد درحالی‌که بعد از گذشت زمان‌های کافی (این زمان بستگی به نوع سیال دارد) به‌صورت متناوب می‌شود. با توجه به شکل (۶)، با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی و حرکت به‌سمت سیالات با خواص غیرنیوتنی ضخیم‌برشی بیشتر، زمان تناوب نیز افزایش می‌یابد.

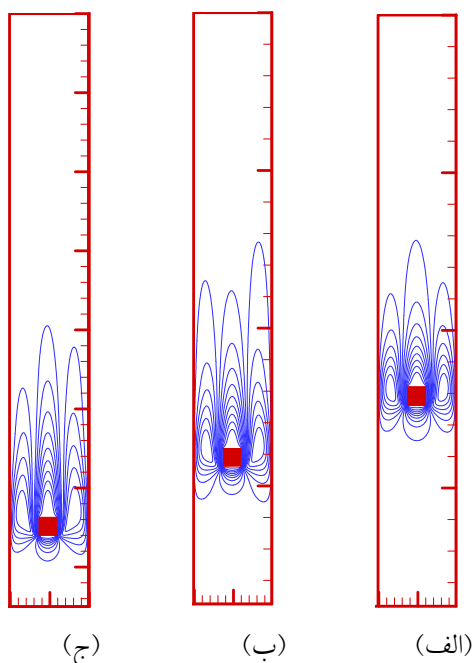
U_b^n به ترتیب مربوط به سرعت دقیق (در حالت سیلندر ثابت این سرعت صفر خواهد بود) و سرعت ناشی از نتایج حل عددی حاضر هستند. شکل (۵) تغییرات ضریب پسا به وجود آمده در حرکت سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی از روی مانع مربعی برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی را در جریان‌های پایا ($Re=40$) و ناپایا ($Re=80$) نشان می‌دهد. هم‌چنین جدول (۲) مقادیر خطای عددی را در جریان‌های پایا ($Re=40$) و ناپایا ($Re=80$) برای سیالات مختلف رقیق‌برشی، نیوتنی و ضخیم‌برشی نشان می‌دهد. چنان‌چه از شکل (۵) برمی‌آید ضریب پسا با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی افزایش می‌یابد. ضریب پسا در جریان سیال حول استوانه از دو بخش ضریب پسا اصطکاکی پوسته‌ای و ضریب پسا فشاری تشکیل می‌شود. ضریب پسا اصطکاکی بیشتر در مورد جریان‌های با عدد رینولدز پایین مؤثر است درحالی‌که برای جریان‌های با عدد رینولدز بالاتر (مانند بحث حاضر)، علاوه بر ضریب پسا اصطکاکی، ضریب پسا فشاری نیز حایز اهمیت است. ضریب پسا فشاری به دلیل پدیده جدایش جریان و ایجاد گردابه در پشت استوانه به وجود می‌آید. گردابه ایجاد شده در پشت استوانه با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی، افزایش می‌یابد که منجر به افزایش مقادیر ضریب پسا می‌شود. شایان ذکر است که در حالت ناپایا، ضریب پسا متوسط محاسبه شده است. هم‌چنین، با توجه به جدول (۲) مقدار عددی خطای مرزی در سیالات با خواص رقیق‌برشی بیشتر، افزایش می‌یابد و بالعکس با حرکت به سمت خواص نیوتنی و سپس ضخیم‌برشی، کاهش می‌یابد. این امر به دلیل افزایش سرعت جریان با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی است. افزایش سرعت هم‌چنین باعث افزایش خطای حل در جریان‌های با عدد رینولدز بالاتر خواهد گردید.



شکل ۶ مقادیر ضریب برآ برحسب گام زمانی حل برای سیالات رقیق‌برشی، نیوتنی و ضخیم‌برشی

$$Ar_{pl} = \frac{gL^{\frac{2+n}{2}}}{m^{2-n}} (\rho_r - 1) \quad (22)$$

که در آن ρ_r نسبت چگالی ذره به سیال است.



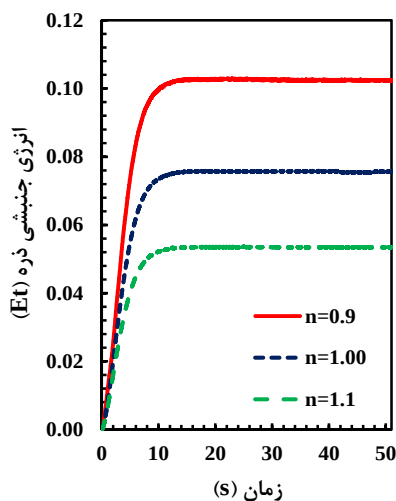
شکل ۷ خطوط جریان حول ذره مربعی در محفظه حاوی سیال:

الف) ضخیم‌برشی ($n=1/9$)، ب) نیوتنی ($n=1.0$), ج) رقیق‌برشی ($n=0.9$) در زمان $t=5.0s$

سقوط ذره با سطح مقطع مربعی در سیالات

غیرنیوتنی مختلف. هدف از این شبیه‌سازی بررسی اثرات خواص رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی روی حرکت و سرعت حد یک ذره با سطح مقطع مربعی است. دامنه محاسباتی شامل یک محفظه با طول بلند $20\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ (برای اطمینان از رسیدن به سرعت حد خصوصاً برای سیالات رقیق‌برشی) شامل 200×200 گره محاسباتی است. خواص فیزیکی سیال و ذره همانند مساله سقوط ذره دایره‌ای در محفظه حاوی سیال نیوتنی ارائه شده برای صحت‌سنجی می‌باشد. طول ضلع ذره مربعی برابر با 0.25 cm در نظر گرفته شده است. در حالت اولیه، سیال و ذره هر دو در حالت سکون قرار دارند. مانند بسیاری از مطالعات پیشین انجام‌شده در زمینه بررسی سقوط ذرات [34,35]، از عدد ارشمیدس برای مقایسه بین پارامترهای مختلف مربوط به سقوط ذره مربعی در سیالات ساکن با خواص مختلف نیوتنی، رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی استفاده شده است. در کار حاضر از تعریف زیر برای محاسبه عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته (Ar_{pl}) استفاده شده است:

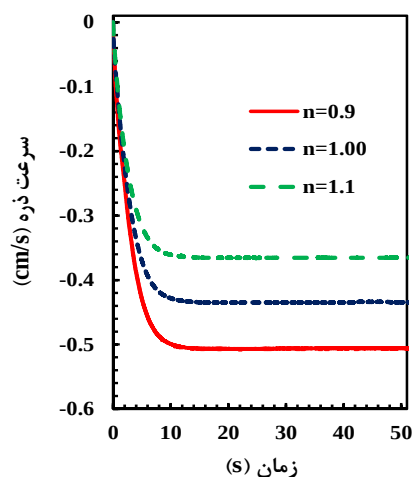
هم‌چنین همان‌گونه که در شکل (۹) نشان داده شده است، با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی و در نتیجه آن افزایش سرعت طولی متناظر (شکل ۸)، انرژی جنبشی ذره $E_t = 0.5M(u_p^2 + v_p^2)$ نیز افزایش خواهد یافت. که M جرم ذره است و u_p و v_p نمایانگر مؤلفه‌های سرعت ذره می‌باشند.



شکل ۹ انرژی جنبشی ذره برحسب زمان برای سیالات مختلف غیرنیوتنی و نیوتنی ($Ar_{pl}=10^3$)

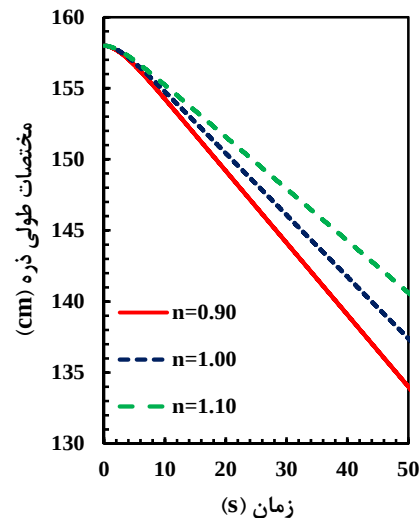
شکل (۱۰) مختصات مکان مرکز ذره را برحسب زمان برای حرکت در سیالات توانی مختلف در ۵۰ ثانیه نخست حرکت نشان می‌دهد. تمامی ذرات از ارتفاع ۱۸ cm بالای کف ظرف تحت نیروی گرانش رها می‌شوند و شتاب می‌گیرند تا این‌که پس از مدتی به سرعت حد خود می‌رسند. همان‌گونه که از شکل (۱۰) برمی‌آید، حتی با وجود اختلاف نسبتاً کم بین شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی، اختلاف ارتفاع قابل توجهی بین سیالات مختلف رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی وجود دارد. همان‌طور که قبلاً نیز بحث شد، این اختلاف ارتفاع زیاد ناشی از تفاوت چشمگیر مقادیر سرعت سقوط ذره در سیالات غیرنیوتنی مختلف است.

شکل (۷) خطوط جریان را حول ذره با سطح مقطع مربع در سیالات با خواص مختلف ضخیم‌برشی، نیوتنی و رقیق‌برشی در زمان ۵۰ ثانیه پس از شروع حرکت نشان می‌دهد. تمام ذرات تحت عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته $Ar_{pl}=10^3$ رها شده‌اند. تفاوت بین ساختارهای جریان و سرعت برای شاخص‌های مختلف مدل توانی به‌خوبی در شکل (۷) مشهود است. با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی، و یا به بیان دیگر با حرکت از سمت خواص ضخیم‌برشی به نیوتنی و سپس رقیق‌برشی، سرعت ذره افزایش می‌یابد (شکل ۸) و خطوط جریان کشیده‌تر می‌شوند. این تغییرات سرعت ذره به‌راحتی توسط تغییرات نرخ برش در مجاورت ذره قابل تفسیر می‌باشد. به‌عنوان مثال درخصوص سقوط ذره در سیالات ضخیم‌برشی، از آنجایی که بیشترین تغییر شکل سیال در نزدیکی مرز غوطه‌ور صورت می‌گیرد، بالاترین مقدار ویسکوزیته در اطراف ذره وجود دارد. بنابراین یک لایه از سیال با ویسکوزیته بالا اطراف ذره را احاطه خواهد کرد که این امر باعث کندتر شدن حرکت ذره در سیال ضخیم‌برشی (در مقایسه با حالت مشابه سیال نیوتنی) خواهد شد. برای سیالات غیرنیوتنی رقیق‌برشی روند پدیده‌ها کاملاً برعکس است.



شکل ۸ سرعت طولی ذره برحسب زمان برای سیالات مختلف غیرنیوتنی و نیوتنی ($Ar_{pl}=10^3$)

در مجاورت سیالات با خواص غیرنیوتنی رقیق‌برشی و ضخیم‌برشی توسعه داده شده است. روش ترکیبی حاضر تمامی خواص منحصر به فرد مربوط به روش‌های مرز غوطه‌ور (IB) و شبکه بولتزمن (LBM) را دارا می‌باشد. دو ویژگی مهم روش IB-NLBM شامل شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS) و محاسبه محلی ویسکوزیته، آن را به عنوان گزینه‌ای مناسب برای شبیه‌سازی حرکت اجسام در سیالات غیرنیوتنی مطرح می‌کند. برخلاف اکثر کارهای قبلی، اثرات نیرویی ناشی از جرم اضافه شده در حرکت شتابدار ذره (با چگالی متفاوت با سیال) نیز در معادلات حرکت در نظر گرفته شده است. از طرفی نتایج نشان می‌دهند که روش پیشنهادی نتایج قابل قبولی برای جریان سیال در مجاورت شکل‌های غیردایروی مانند ذره مربعی ارائه می‌دهد. دقت روش IB-NLBM توسط یک فرآیند صحت‌سنجی گام‌به‌گام شامل جریان سیال غیرنیوتنی در کانال، جریان سیال نیوتنی از روی سیلندر مربعی ثابت و سقوط ذره مربعی در سیال نیوتنی بررسی شده است. دو مسئله کاربردی شامل جریان سیال غیرنیوتنی از روی سیلندر مربعی ثابت و حرکت ذره مربعی شکل داخل سیال غیرنیوتنی مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهند که با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی دقت حل مسئله عددی کاهش می‌یابد. هم‌چنین نتایج تأثیر بسیار زیاد خواص غیرنیوتنی رقیق‌برشی و یا ضخیم‌برشی بر نیروهای وارد بر سیلندر ثابت و سرعت حرکت ذره متحرک را گزارش می‌دهد. در مورد جریان سیال غیرنیوتنی از روی سیلندر مربعی ثابت، ضریب پسا با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی هم برای جریان‌های پایا و هم ناپایا افزایش می‌یابد. هم‌چنین زمان تناوب ضریب برآ برای جریان‌های ناپایا از روی سیلندر ثابت، با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی افزایش خواهد یافت. در خصوص سقوط اجسام مربعی درون سیالات غیرنیوتنی ساکن، سرعت حد ذره با افزایش خواص



شکل ۱۰ مختصات طولی ذره برحسب زمان برای سیالات مختلف غیرنیوتنی و نیوتنی ($Ar_{pl}=10^3$).

جدول ۳ مقادیر سرعت حد ذره مربعی نسبت به شاخص رفتار

غیرنیوتنی توانی در $Ar_{pl}=10^3$

نوع سیال	شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی	سرعت ذره (cm/s)
رقیق‌برشی	۰/۷	۰/۵۸۹
	۰/۸	۰/۵۶۲
	۰/۹	۰/۵۰۶
نیوتنی	۱/۰	۰/۴۳۴
ضخیم‌برشی	۱/۱	۰/۳۶۵
	۱/۲	۰/۳۰۳
	۱/۳	۰/۲۴۸

جدول (۳) تغییرات سرعت حد ذره را برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی نشان می‌دهد. چنان‌که بررسی‌های بالا نیز نشان داد سرعت حد ذره با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی افزایش می‌یابد.

نتیجه‌گیری

روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن غیرنیوتنی (IB-NLBM) برای شبیه‌سازی نیروهای بین سیال و جامد برای ذره ثابت و متحرک با سطح مقطع مربعی

رقیق‌برشی سیال به‌شدت افزایش می‌یابد. در پایان
خاطر نشان می‌شود که بررسی و فهم دقیق مکانیک
سیالات مربوط به بسیاری از جریان‌های ذره‌ای موجود
در کاربردهای صنعتی و بیولوژیکی نیازمند اطلاعات
کافی در خصوص برهم‌کنش بین سیال و جامد
غیردایروی در جریان‌های غیرنیوتنی است. روش
IB-NLBM و نتایج حاصل از آن می‌تواند به‌عنوان
ابزاری مناسب در این راستا مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

1. Feng, Z.G. and Michaelides, E.E., "The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems", *Journal of Computational Physics*, Vol. 195, pp. 602-628, (2004).
2. Leal, L.G., "The Motion of Small Particles in Non-Newtonian Fluids", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 5, pp. 33-78, (1979).
3. Feng, Z.G. and Michaelides, E.E., "Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 202, pp. 20-51, (2005).
4. Feng, J., Hu, H.H. and Joseph, D.D., "Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid. Part 1: sedimentation", *J. Fluid Mech.*, Vol. 261, pp. 95-134, (1994).
5. Yu, Z., Phan-Thien, N., Fan, Y. and Tanner, R.I., "Viscoelastic mobility problem of a system of particles", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 104, pp. 87-124, (2002).
6. Hu, H.H., Joseph, D.D. and Crochet, M.J., "Direct simulation of fluid particle motions", *Theor. Comp. Fluid Dyn.*, Vol. 3, pp. 285-306, (1992).
7. Wu, J. and Shu, C., "Particulate Flow Simulation via a Boundary Condition-Enforced Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Scheme", *Commun. Comput. Phys.*, Vol. 7, No. 4, pp. 793-812, (2010).
8. Hu, H.H., "Direct Simulation of Flows of Solid-Liquid Mixtures", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 22, No. 2, pp. 335-352, (1996).
9. Patankar, N.A., Singh, P., Josepha, D.D., Glowinski, R. and Panc, T.-W., "A New Formulation of the Distributed Lagrange Multiplier/Fictitious Domain Method for Particulate Flows", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 26, pp. 1509-1524, (2000).
10. Glowinski, R., Pan T.W., Hesla, T.I., Joseph, D.D. and Periaux, J., "A Fictitious Domain Approach to the Direct Numerical Simulation of Incompressible Viscous Flow past Moving Rigid Bodies: Application to Particulate Flow", *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, pp. 363-426, (2001).
11. Wan, D. and Turek, S., "Direct Numerical Simulation of Particulate Flow via Multigrid FEM Techniques and the Fictitious Boundary Method", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 51, pp. 531-566, (2006).
12. Peskin, C.S., "Flow patterns around heart valves: a digital computer method for solving the equations of motion", PhD thesis, Physiol, Albert Einstein Coll. Med., Univ. Mi- crofilms, (1972).
13. Succi, S., "The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond", Oxford Univ.Press, New York, (2001).
14. Artoli, A.M. and Sequeira, A., "Mesoscopic simulations of unsteady shear-thinning flows", in: *Lecture Notes in Comput. Sci. Springer*, Berlin. Vol. 3992, pp. 78-85, (2006).
15. Gabbanelli, S., Drazer, G. and Koplik, J., "Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (Power-Law) fluids", *Phys. Rev. E*, Vol. 72, pp. 046312, (2005).
16. Aharonov, E. and Rothman, D.H., "Non-Newtonian flow (through porous-media): a lattice Boltzmann method", *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 20, pp. 679-682, (1993).

17. Ladd, A.J.C., "Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. I. Theoretical foundation", *J. Fluid Mech.*, Vol. 271, pp. 285-310, (1994).
18. Niu, X.D., Shu, C., Chew, Y.T. and Peng, Y., "A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows", *Physics Letters A*, Vol. 354, pp. 173-182, (2006).
19. Mohd-Yusof, J., "Combined immersed boundaries/B-splines methods for simulations of flows in complex geometries", Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University, (1997).
20. Kang, S.K. and Hassan, Y.A., "A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 66, pp. 1132-1158, (2011).
21. Amiri Delouei, A., Nazari, M., Kayhani, M.H. and Succi, S., "Non-Newtonian unconfined flow and heat transfer over a heated cylinder using the direct-forcing immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method", *Physical Review E*, Vol. 89, pp. 053312-1 - 053312-13, (2014).
22. Kang, S.K., "Immersed Boundary Methods in The Lattice Boltzmann Equation for Flow Simulation", Ph.D. thesis, Texas A&M University, (2010).
23. Leal, L.G., "The Motion of Small Particles in Non-Newtonian Fluids", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 5, pp. 33-78, (1979).
24. Huang, P.Y., Hu, H.H. and Joseph, D.D., "Direct simulation of the sedimentation of elliptic particles in Oldroyd-B fluids", *J. Fluid Mech.*, Vol. 362, pp. 297-325, (1998).
25. Guo, Z., Zheng, C. and Shi, B., "Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method", *Physical Review E*; Vol. 65, pp. 046308, (2002).
26. Qian, Y.H., d'Humieres, D. and Lallemand, P., "Lattice BGK model for Navier-Stokes equation", *Europhys. Lett.*, Vol. 17, pp. 479-484, (1992).
27. Scott Blair, G.W., Hening, J.C. and Wagstaff, A., "The flow of cream through narrow glass tubes", *Phys. Chem.*, Vol. 43, No. 7, pp. 853-864, (1939).
28. Chopard, B. and Droz, M., "*Cellular Automata Modeling of Physical Systems*", Cambridge University Press, Cambridge, UK, (1998).
29. Peskin, C.S., "The immersed boundary method", *Acta Numerica*, pp. 479-517, (2002).
30. Wang, C-H. and Ho, J.R., "A lattice Boltzmann approach for the non-Newtonian effect in the blood flow", *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 62, pp. 75-86, (2011).
31. Dhiman, A.K., Chhabra, R.P. and Eswaran V., "Steady Flow of Power-Law Fluids Across a Square Cylinder", *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 84, pp. 300-310, (2006).
32. Chatterjee, D. and Chatterjee, K., "Unconfined Flow and Heat Transfer around a Square Cylinder at Low Reynolds and Hartmann Numbers", *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 40, pp. 71-90, (2013).
33. Wu, J., Shu, C. and Zhao, N., "Simulation of Thermal Flow Problems via a Hybrid Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method", *J. Appl. Math.*, Vol. 2012, pp. 161484-1 161484-11, (2012).
34. Best, A.C., "Empirical formulae for the terminal velocity of water drops falling through the atmosphere", *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 76, pp. 302-311, (1950).
35. Chhabra, R.P., "*Bubbles, Drops and Particles in Non-Newtonian Fluids*", Second ed., FL: CRC Press, Boca Raton, (2006).

مدل سازی تحلیلی احتراق جریان متقابل نفوذی ابر ذرات *

مهدی بیدآبادی^(۱) میلاد رمضانپور^(۲) علیرضا خوئینی پورفر^(۳)

چکیده در این پژوهش، مدل سازی احتراق جریان متقابل ابر ذرات نفوذی مورد بررسی قرار گرفت. مدل ارائه شده مبتنی بر این فرض است که ذرات سوخت ابتدا تبخیر می شوند تا سوخت گازی را برای ورود به واکنش با اکساینده تولید نمایند. واکنش صورت گرفته مفروض، از قانون آرنیوس پیروی می کند. معادلات بقا به صورت تحلیلی حل شدند و دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه شد. همچنین روند تغییر موقعیت شعله با تغییر اعداد لوئیس مورد ارزیابی قرار گرفت و مشخص شد که دمای شعله با افزایش اعداد لوئیس سوخت و اکساینده، کاهش می یابد به طوری که با افزایش عدد لوئیس سوخت از ۰/۱ تا ۱/۴، دمای شعله درج از ۱۹۴۳ به ۱۴۷۳ درجه کلوین کاهش می یابد.

واژه های کلیدی احتراق ابر ذرات؛ جریان متقابل؛ شعله نفوذی؛ حل تحلیلی.

Analytical Modeling of a Counterflow Diffusion Flame of a Dust Cloud

M. Bidabadi

M. Ramezanzpour

A. Khoeini Poorfar

Abstract Diffusion Flame in a Dust cloud combustion in a Counterflow configuration is investigated in this research. It is presumed that the fuel particles vaporize first to yield a gaseous fuel to oxidize with the gas phase. The reaction rate is assumed to be of the Arrhenius type. Conservation equations for the non-unity Lewis number are solved and the flame temperature with the variations of different Lewis numbers of fuel and oxidizer is proposed. Furthermore, the variations of flame position with the variation of Lewis number are evaluated. It has been found that the flame temperature decreases with increasing of fuel and oxidizer Lewis numbers, which for rise of fuel Lewis number from 0.1 to 1.4, the flame temperature decreases from 1943 to 1473K.

Key Words Dust Cloud Combustion; Counterflow; Diffusion Flame; Analytical Solution.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۹/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۴ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.51770

(۱) استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۲) دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۳) دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران. alirezapoofar@iust.ac.ir

مقدمه

مواد جامد می‌توانند در هوا بسوزند که شدت و سرعت سوزش آنها با افزایش درجه کوچکی این مواد جامد افزایش می‌یابند به گونه‌ای که برای ذرات ریز در ابعاد میکرومتر و نانومتر، این واکنش احتراقی می‌تواند شکل انفجار به خود بگیرد. انفجار ذرات پدیده‌ای است که شعله از بین ابرذرات در هوا منتشر می‌شود که با توجه به عدم کنترل آن در بسیاری از موارد طی ۱۵۰ سال اخیر به عنوان خطری برای جوامع بشری شناخته می‌شود. معادن زغال‌سنگ و انبارهای آرد و غلات به سبب وجود ذرات ریز با قابلیت سوزش در هوا به عنوان اکساینده، مکان‌هایی هستند که در صورت وقوع جرقه و یا تأمین انرژی اولیه برای انجام واکنش‌های احتراقی، امکان وقوع یک واکنش اولیه احتراقی را دارند که گسترش آن می‌تواند منجر به یک واکنش ثانویه انفجاری شود [1-3]. در صنایعی که با ذرات احتراقی سر و کار دارند، دانشی دقیق از خطرات احتمالی این ذرات مورد نیاز می‌باشد. مطالعه احتراق ترکیبات دو فازی شامل ذرات جامد در اکساینده، به دلیل امکان احتراق و یا انفجار ناگهانی که پیش‌تر عنوان شده بود، از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشند، چه آن‌که این خاصیت احتراقی می‌تواند به عنوان منبع انرژی در کاربردهایی که نیاز به احتراق و انرژی حاصل از آن وجود دارد به کار گرفته شود و یا در جایی که امکان وقوع احتراق ناخواسته وجود دارد، کنترل شود. بنابراین پیش‌بینی خاصیت احتراقی ذرات مختلف و کیفیت احتراق آنها از اهمیت بالایی در سطوح مهندسی به منظور مدل‌سازی آنها برخوردار است. بدین صورت که به واسطه پیچیدگی‌های موجود در مطالعات تجربی و آزمایشگاهی، مدل‌های ریاضی می‌توانند به عنوان جایگزین مناسب بسط داده شوند. در بحث مطالعه ساختار احتراقی ذرات، مشکلات و پیچیدگی‌هایی موجود می‌باشد. یکی از مهم‌ترین

مشکلات، پیچیدگی فرآیندهای احتراقی ابرذرات می‌باشد که به سبب خواص فیزیکی و شیمیایی سوخت و اندازه و کیفیت توزیع ذرات به وجود می‌آید [3, 4]. نظر به اهمیت بررسی کیفیت احتراق ابرذرات، پژوهش‌های تجربی، عددی و تحلیلی به منظور مدل‌سازی احتراق ابرذرات در اکساینده صورت گرفته است. لیو و همکاران [5] انتشار شعله را در محفظه احتراقی حاوی ترکیبی از ابرذرات زغال‌سنگ و متان مورد بررسی قرار دادند. در این کار، سرعت انتشار شعله و حداکثر دمای شعله ترکیب مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در مطالعه‌ای دیگر، پروست [6] سرعت سوزش و حداکثر دمای شعله ترکیب ابرذرات- هوا را شامل ترکیباتی از ذرات لایکوپودیوم - هوا، سولفور- هوا، آرد- هوا و نشاسته- هوا مورد محاسبه قرار داد. در این مطالعه سرعت سوزش و دمای شعله حاصل از احتراق ابرذرات پیش آمیخته در اکساینده مورد آزمایش قرار گرفت و مشخص شد که با افزایش غلظت جرمی ذرات موجود در هوا در نسبت‌های هم‌ارزی پایین‌تر از یک و یا نزدیک به آن، دمای شعله و سرعت سوزش افزایش می‌یابند.

ساختار انتشار شعله پیش‌آمیخته شامل ذرات فراری که به صورت یکنواخت در محیط اکساینده گازی توزیع شده‌اند، توسط ششادری و همکاران [7] مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. سرعت سوزش ذرات، دمای شعله و دمای آدیاباتیک شعله از جمله مواردی بودند که در کار ششادری برای ذراتی با نسبت هم‌ارزی اولیه بالاتر از یک به صورت تحلیلی مورد ارزیابی قرار گرفتند. بیدآبادی و رهبری [8] نیز به صورت تحلیلی انتشار شعله را در بین ابرذرات لایکوپودیوم موجود در هوا مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، اثر اختلاف دمای بین ذره و گاز روی کیفیت احتراق ذرات مورد ارزیابی قرار گرفت. هم‌چنین در پژوهشی دیگر از بیدآبادی و رهبری [9]، اثر اتلاف حرارتی و تغییر عدد لوئیس سوخت روی

کیفیت احتراق مورد بررسی قرار گرفت.

حقیری و بیدآبادی [10]، مدلی ریاضی را از انتشار شعله در بین ابرذرات ارگانیک ارائه دادند. در این مدل، اثر تشعشع حرارتی بر احتراق ابرذرات ارگانیک در اعداد لوئیس و دامکولر مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت و سرعت انتشار شعله محاسبه گردید. به منظور دستیابی به این مدل سازی، مدلی چهار ناحیه ای از ساختار شعله ارائه گردید که شامل نواحی پیش گرم، تبخیر، شعله و پس از شعله می باشد [10]. نتایج کار برای ابرذرات لایکوپودیوم با قطر ۳۱ میکرون ارائه گردید.

در بحث مدل سازی احتراق جریان متقابل، دائو و همکاران [11] به مدل سازی اثر اتلاف حرارتی در احتراق جریان متقابل پیش مخلوط پرداختند. در مدل دوبعدی ارائه شده در این پژوهش، واکنش یک مرحله ای آرهینیوسی مد نظر قرار گرفت و اثرات اتلاف حرارتی و کرنش بر شعله پیش مخلوط تجزیه و تحلیل گردید. فرآیند فوق به دو روش تحلیلی و عددی صورت گرفت. در روش تحلیلی، انرژی فعال سازی با مقدار بالا و نرخ کرنش با مقداری پایین فرض شد و در مدل سازی عددی، انرژی فعال سازی با مقدار پایین فرض گردید. همچنین فرشادی [۱۲] به مدل سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات پیش مخلوط ارگانیک پرداخت. در این پژوهش دو مدل سه ناحیه ای و چهار ناحیه ای از احتراق جریان متقابل ابرذرات پیش مخلوط ارائه گردیدند. در مدل سه ناحیه ای، نواحی پیش گرم و تبخیر، شعله و پس از شعله به عنوان سه ناحیه اصلی ساختار شعله مورد تحلیل قرار گرفتند و در مدل چهار ناحیه ای نواحی پیش گرم، تبخیر، شعله و پس از شعله، چهار ناحیه اصلی ساختار شعله را شامل می شدند. در این پژوهش، فرض شده است که ذرات لایکوپودیوم به عنوان ذرات ارگانیک به صورت یکنواخت در اکساینده توزیع شده اند و با تبخیرشان وارد واکنش احتراقی می شوند، به عبارتی دیگر از واکنش های سطحی صرف نظر شده است.

لینان [13] با تجزیه و تحلیل کیفیت اختلاط سوخت و اکساینده ای که از دو سوی جت های مقابل با هم به سمت یکدیگر حرکت می کنند و همچنین واکنش شیمیایی بین آن دو، به مدل سازی احتراق جریان متقابل نفوذی پرداخت. در این مطالعه، انرژی های فعال سازی با مقادیر بزرگ مفروض بودند و واکنش بازگشت ناپذیر یک مرحله ای آرهینیوس در نظر گرفته شد. حداکثر دمای شعله برحسب عدد دامکولر در رژیم های مختلف جریانی محاسبه گردید.

شصادری [14] ساختار مجانبی از شعله نفوذی جریان متقابل را در مقادیر بالای انرژی فعال سازی مورد ارزیابی قرار دارد و نتایج کار خود را برای نسبت های بسیار کوچک جرم سوخت به اکسیژن ارائه داد. در این مطالعه، حداکثر دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده برای یک سوخت گازی مشخص با ساختار شیمیایی از پیش تعیین شده ارائه گردید و همچنین، حد خاموشی شعله نیز مورد محاسبه قرار گرفت.

دورجتسکی و گرینبرگ [15] ساختار احتراق جریان متقابل را برای سوخت اسپری مورد ارزیابی قرار دادند. در این پژوهش، اثر تغییرات عدد لوئیس سوخت بر حداکثر دمای شعله برای یک سوخت اسپری با ویژگی های مشخص مورد ارزیابی قرار گرفت. ویچمن و یانگ [16] نیز به صورت تحلیلی و عددی اقدام به مدل سازی شعله متشکل از سوخت و اکساینده اسپری در احتراق جریان متقابل نفوذی نمودند [15, 16].

دائو و همکاران [17] اثر اتلاف حرارتی را به صورت تحلیلی و عددی در احتراق جریان متقابل نفوذی مورد ارزیابی قرار دادند. در این مطالعه، اثر اتلاف حرارتی تحت یک مطالعه مجانبی روی انتشار یک شعله سه گانه در یک ساختار جریان متقابل در چگالی ثابت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج تحلیلی از سرعت، نرخ سوزش، شکل و پیشانی شعله در نرخ های کوچک کرنش و انرژی فعال سازی بزرگ

برای اعداد لوئیس نزدیک به یک ارائه گردید. نتایج تحلیلی به دست آمده به همراه نتایج حاصل از مدل سازی عددی ساختار شعله در رژیم های با نرخ کرنش پایین برای اعداد لوئیس غیر یک به منظور مقایسه نتایج حاصل ارائه گردیدند.

باتوجه به فعالیت های صورت گرفته در حوزه مدل سازی احتراق جریان متقابل در یک ساختار نفوذی، در این پژوهش، برای اولین بار در سطح دنیا، مدل سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات نفوذی مورد بررسی قرار گرفت. در مدل ارائه شده، فرض شده است که با تجزیه حرارتی ابرذرات ارگانیک، سوخت گازی تشکیل می شود که این سوخت گازی وارد فرآیند واکنش با اکساینده می گردد. از آنجایی که سوخت و اکساینده از دو سوی مقابل یکدیگر به سمت صفحه سکون حرکت می کنند، موقعیت شعله بسته به شرایط اولیه سوخت و اکساینده، می تواند در طرفین صفحه سکون قرار بگیرد. ناحیه ای حدی برای تبخیر ذرات در این پژوهش مفروض است، بدین صورت که ذرات در یک ناحیه بسیار نازک حدی تبخیر می شوند و سوخت گازی که وارد فرآیند واکنش می شود را ایجاد می نمایند. معادلات بقای جرمی سوخت جامد، سوخت گاز، اکساینده و معادله بقای انرژی به صورت تحلیلی برای اعداد لوئیس غیرواحد حل گردیدند و دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه شدند. هم چنین روند تغییر موقعیت شعله با تغییر اعداد لوئیس مورد ارزیابی قرار گرفت و پروفیل های دما و کسر جرمی سوخت و اکساینده رسم گردیدند.

معادلات حاکم بر مسئله

در این پژوهش ساختار جریان متقابل به صورتی در نظر گرفته شده است که ذرات ارگانیک از سمت $-\infty$ به سمت صفحه سکون حرکت می کنند و مسیر حرکتی جریان اکساینده که شامل جریان هوا می باشد، از $+\infty$ است. ذرات سوخت در ابتدا تبخیر می شوند تا یک

سوخت گازی با ساختار شیمیایی معین را تولید کند و در این بین از واکنش سطحی صرف نظر می شود. سپس، سوخت گازی وارد فرآیند احتراق با اکساینده می شود. محل تشکیل شعله بسته به شرایط اولیه مسئله می تواند در سمت چپ و یا راست صفحه سکون یعنی نزدیک به منبع اکساینده و یا سوخت باشد و با تغییر شرایط اولیه این موقعیت نیز جابه جا خواهد شد.

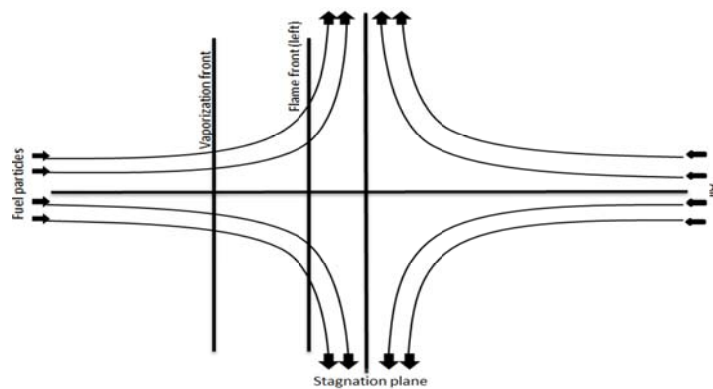
شکل (۱) طرحی از ساختار احتراق جریان متقابل نفوذی ذرات ارگانیک را در مدلی با ناحیه نازک واکنش و تبخیر نشان می دهد. در این شکل ذرات سوخت در ناحیه ای حدی که پیشانی تبخیر نام دارد، به صورت ناگهانی تبخیر می شوند و پس از آن سوخت گازی تشکیل می شود. سوخت گازی مورد نظر با جریان اکساینده در ناحیه ای حدی که پیشانی شعله نام دارد، واکنش می دهد. محل تشکیل شعله می تواند در طرفین صفحه سکون باشد و این به شرایط اولیه مسئله برمی گردد. در نمای فوق، موقعیت شعله در سمت چپ صفحه سکون نمایش داده شده است که می توان این موقعیت را در سمت راست صفحه سکون نیز تصور نمود.

در احتراق ذرات ارگانیک، نرخ تبخیر به عنوان جرم سوخت گازی تولید شده در واحد حجم و واحد زمان، یک پارامتر مؤثر کنترل کننده فرآیند احتراق می باشد. در این پژوهش نرخ تبخیر از رابطه زیر پیروی می کند [10].

$$\omega_v = \frac{Y_s}{\tau_{vap}} H(T - T_v) \quad (1)$$

که در معادله فوق، Y_s کسر جرمی ذرات، τ_{vap} زمان ثابت مشخصه تبخیر ذرات، H تابع هویساید، T دمای سوخت و T_v دمای آغاز تبخیر ذرات می باشند. تابع هویساید مطابق تعریف به صورت زیر می باشد:

$$H(n) = \begin{cases} 0, & @n < 0 \\ 1, & @n > 0 \end{cases}$$



شکل ۱ طرحی از ساختار احتراق جریان متقابل نفوذی

که u و v سرعت را در جهات X و Y نمایش می‌دهند و a به عنوان گرادیان سرعت در نقطه سکون می‌باشد که نمایانگر نرخ کرنش نیز می‌باشد [14]. در صورتی که نرخ کرنش کوچک باشد، مسئله را می‌توان به صورت یک بعدی فرض نمود و تنها در جهت x در نظر گرفت.

برای سادگی فرض می‌شود که جریان اکساینده و سوخت دارای سرعت یکسان می‌باشند، مقادیر مربوط به چگالی، گرمای ویژه و سایر ضرایب انتقالی ثابت فرض می‌شوند [14].

معادله بقای جرم سوخت فاز گازی حاصل از تبخیر ذرات ریز ارگانیک:

$$-aX \frac{dY_F}{dX} = D_F \frac{d^2 Y_F}{dX^2} - \frac{\omega_F}{\rho} + \omega_v \quad (5)$$

در معادله فوق، D_F ضریب نفوذ جرمی سوخت، Y_F کسر جرمی سوخت در فاز گازی و ω_F نرخ واکنش شیمیایی می‌باشد که از قانون آرهینوس پیروی می‌کند و نسبت به سوخت و اکساینده در مرتبه اول می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود [13, 18]:

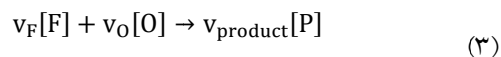
$$\omega_F = B \rho^2 v_F v_O \bar{Y}_F \bar{Y}_O \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (6)$$

در رابطه فوق B یک ضریب ثابت فرکانسی

عامل دیگری که پدیده احتراق را کنترل می‌نماید، نسبت هدایت به نفوذ جرم است. این نسبت که عدد لوئیس نامیده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Le_i = \frac{\lambda}{\rho C D_i} \quad (2)$$

که در رابطه فوق، λ ضریب هدایت حرارتی، ρ چگالی، C گرمای ویژه و D_i ضریب نفوذ جرمی سوخت گازی شکل و یا اکساینده می‌باشند. در این پژوهش اعداد لوئیس سوخت و اکساینده غیر واحد فرض شدند و اثر تغییرات آن بر شعله مورد ارزیابی قرار گرفته است. سینتیک شیمیایی به صورت یک واکنش کلی تک مرحله‌ای در نظر گرفته شده است:



که نمادهای $[F]$ ، $[O]$ و $[P]$ به ترتیب معرف سوخت، اکساینده و محصولات می‌باشند. کمیت‌های v_F ، v_O و $v_{product}$ نیز به ترتیب بیانگر ضرایب استوکیومتری سوخت، اکساینده و محصولات می‌باشند.

میدان سرعت به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$(u, v) = (-aX, aY) \quad (4)$$

می باشد و تعریف $\bar{Y}_F$ و $\bar{Y}_O$ به صورت زیر می باشد:

$$\bar{Y}_F = Y_F \frac{m}{v_F m_F} \quad (۷)$$

$$\bar{Y}_O = Y_O \frac{m}{v_O m_O} \quad (۸)$$

که در رابطه فوق Y_F و Y_O به ترتیب نشانگر کسر جرمی سوخت و اکساینده می باشند، m_F و m_O وزن مولکولی سوخت و اکسیژن را نمایش می دهند و m نشانگر وزن مولکولی مخلوط می باشد.

معادله بقای کسر جرمی ذرات سوخت جامد. با توجه به اینکه فرض شد ذرات جامد واکنش نمی دهند، معادله بقای جرم ذرات سوخت جامد به صورت زیر در می آید:

$$-aX \frac{dY_s}{dX} = -\omega_v \quad (۹)$$

که در رابطه فوق Y_s کسر جرمی ذرات ریز جامد می باشد. هم چنین ω_v نرخ تبخیر می باشد که در رابطه (۱) تعریف شده است.

• معادله بقای انرژی مخلوط:

$$-aX \frac{dT}{dX} = D_T \frac{d^2 T}{dX^2} + \frac{\omega_F \cdot Q}{\rho C} - \frac{\omega_v \cdot Q_v}{C} \quad (۱۰)$$

در رابطه فوق Q گرمای آزاد شده در واحد جرم سوخت مصرفی، Q_v گرمای نهان تبخیر ذرات، $D_T = \frac{\lambda}{\rho C}$ ضریب نفوذ حرارتی و C ظرفیت حرارتی مخلوط می باشد که از ترکیب ظرفیت حرارتی فاز گازی (C_a) و ظرفیت حرارتی ذره جامد (C_p) به صورت زیر به دست می آید:

$$C = C_a + \frac{4\pi r^3 C_p \rho_p n_p}{3\rho} \quad ()$$

در رابطه فوق ρ_p چگالی ذره جامد و n_p تعداد ذرات در واحد حجم می باشند. از طرفی $\rho = \rho_a + \frac{4}{3}\pi r_p^3 n_p \rho_p$

• معادله بقای جرم اکساینده:

$$-aX \frac{dY_O}{dX} = D_O \frac{d^2 Y_O}{dX^2} - \theta \frac{\omega_F}{\rho} \quad ()$$

در معادله فوق، D_O ضریب نفوذ جرمی اکساینده، Y_O کسر جرمی اکساینده و θ نسبت جرمی استوکیومتریک اکسیژن به سوخت می باشد.

بی بعدسازی معادلات. متغیرهایی که به منظور بی بعدسازی معادلات فوق، تعیین گردیده اند به شکل زیر می باشند:

$$\theta = \frac{C(T-T_\infty)}{Q Y_{FF-\infty}} \quad Y_F = \frac{Y_F}{Y_{F-\infty}} \quad Y_O = \frac{Y_O}{\theta Y_{F-\infty}} \quad (۱۳)$$

$$y_s = \frac{Y_s}{Y_{F-\infty}} \quad x = \frac{X}{\sqrt{\frac{\lambda}{\rho C a}}}$$

با اعمال تغییر متغیرهای فوق در روابط (۵)، (۹)، (۱۰) و استفاده از تعاریفی که برای نرخ واکنش شیمیایی (۶)، نرخ تبخیر (۱) و عدد لوئیس (۲) بیان شد، مطابق با [14, 16] خواهیم داشت:

• معادله بقای جرم سوخت فاز گازی حاصل

از تبخیر ذرات ریز ارگانیک:

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + x \frac{dy_F}{dx} + \frac{y_s}{a\tau_{vap}} H(T - T_v) = D_c Y_F Y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \quad (۱۴)$$

• معادله بقای جرم ذرات سوخت جامد:

$$x \frac{dy_s}{dx} = \frac{y_s}{a\tau_{vap}} H(T - T_v) \quad (۱۵)$$

• معادله بقای جرمی اکساینده:

$$\begin{aligned} x \frac{dy_0}{dx} + \frac{1}{Le_0} \frac{d^2 y_0}{dx^2} \\ = D_c y_F y_0 \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \end{aligned} \quad ()$$

• معادله بقای انرژی مخلوط:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} + x \frac{d\theta}{dx} - \frac{q}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) \\ = -D_c y_F y_0 \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه فوق $q = \frac{Q_v}{Q}$ می باشد. همچنین D_c مطابق با تعریف [14] به صورت زیر تعریف می شود:

$$D_c = \rho B \theta_0 Y_{F-\infty} / m_{Fa} \quad (18)$$

که در رابطه فوق θ_0 تعداد مولهایی از اکسیژن است که در شرایط استوکیومتری یک با یک مول از سوخت واکنش می دهند و m_{Fa} وزن مولکولی سوخت می باشد.

تعیین شرایط مرزی. برای حل معادلات، لازم است تا نواحی مختلف با شرایط مرزی مختلف مشخص شوند. برای این کار، تقسیم بندی زیر برای نواحی مختلف در نظر گرفته می شوند:

$R_1: -\infty < x \leq x_v$ ناحیه پیش گرم:

$R_2: x_v \leq x \leq x_f$ ناحیه پس از تبخیر:

$R_3: x_f \leq x < \infty$ ناحیه اکساینده:

x_v نشانگر موقعیت تشکیل ناحیه نازک حدی تبخیر می باشد و x_f موقعیت تشکیل شعله را نشان می دهد. در نواحی فوق از عبارات های واکنش و تبخیر در مقابل نفوذ و جابه جایی صرف نظر می شود. تبخیر محدود به ناحیه نازک در موقعیت x_v می باشد و عبارت واکنش نیز محدود به ناحیه ای نازک در موقعیت x_f می باشد. تبخیر ذرات سوخت جامد به گونه ای فرض

می شود که در یک ناحیه بسیار نازک حدی، جایی که به دمای تبخیر ذرات می رسد رخ دهد. بنابراین، در رابطه با کیفیت حضور ذرات جامد، می توان فرض زیر را در نظر گرفت، بدین معنی که پیش از شروع ناحیه تبخیر، ذرات جامد در محیط موجود می باشند، ولی پس از آن هیچ گونه ذره جامدی در محیط وجود ندارد:

$$\begin{aligned} -\infty < x \leq x_v: \quad y_s = 1 \\ x_v \leq x < \infty: \quad y_s = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به توضیحات عنوان شده و نواحی مختلفی که برای حل مسئله در نظر گرفته شده اند، شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} y_F = 0, y_0 = 0, y_s = 1, \theta = 0 @ \\ x \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} y_F = 0, y_0 = \alpha, y_s = 0, \theta = 0 \\ @ \quad x \rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} [y_F] = [y_0] = [\theta] = 0 \\ -\frac{q}{Le_F} \left[\frac{dy_F}{dx} \right] = \left[\frac{d\theta}{dx} \right] = qx_v, \quad \left[\frac{dy_0}{dx} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$@ \quad x = x_v \quad (22)$$

α در رابطه (21) که به عنوان کسر جرمی اولیه اکساینده در نظر گرفته می شود، به صورت زیر تعریف می شود [14]:

$$\alpha = \frac{Y_{0,\infty}}{\theta Y_{F-\infty}} \quad (23)$$

هم چنین [] در رابطه (21) نشانگر پیوستگی عبارت درون آن، در نقطه مورد نظر می باشد.

با انجام اعمالی مشابه برای رابطه (۱۶) و با انتگرال گیری از رابطه فوق در حد فاصل x_f^+ و x_f^- به عنوان شرط پرشی داریم:

$$\left[\frac{1}{Le_F} \frac{dy_F}{dx} \right] = \left[\frac{1}{Le_O} \frac{dy_O}{dx} \right] = - \left[\frac{d\theta}{dx} \right] \quad ()$$

بنابراین می توان شروط مرزی در x_f را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\left[\frac{1}{Le_F} \frac{dy_F}{dx} \right] = \left[\frac{1}{Le_O} \frac{dy_O}{dx} \right] = - \left[\frac{d\theta}{dx} \right], \quad ()$$

$$[y_F] = [y_O] = [\theta] = 0 \quad @ x = x_f$$

برای حل معادلات بقای کسر جرمی و انرژی در نواحی مختلف، متغیرهای Z و Z_i که F یا $i = 0$ به صورت زیر تعریف می شوند و برای تغییر فرم روابط براساس متغیرهای فوق، اقدام می شود [14]:

$$\frac{d^2 Z}{dx^2} + x \frac{dZ}{dx} = 0 \quad ()$$

$$\frac{1}{Le_i} \frac{d^2 Z_i}{dx^2} + x \frac{dZ_i}{dx} = 0 \quad ()$$

با توجه به این که معادلات فوق باید شرایط مرزی زیر را تأمین نمایند:

$$x \rightarrow -\infty \quad @ Z = Z_i = 1 \quad ()$$

$$x \rightarrow +\infty \quad @ Z = Z_i = 0 \quad ()$$

جواب های معادلات کمکی فوق به صورت زیر در می آیند:

$$Z = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x/\sqrt{2}) \quad ()$$

با فرض ناحیه ای حدی برای تبخیر و صرف نظر از عبارت های واکنش و جابه جایی در مقابل عبارت های تبخیر و نفوذ، از معادلات (۱۴، ۱۶ و ۱۷) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{q}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + \frac{1}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{1}{Le_O} \frac{d^2 y_O}{dx^2} = 0 \quad (26)$$

با انتگرال گیری از روابط فوق در حد فاصل x_v^+ و x_v^- هم چنین فرض مقدار $a\tau_{vap} = 1$ خواهیم داشت:

$$-\frac{q}{Le_F} \left[\frac{dy_F}{dx} \right] = \left[\frac{d\theta}{dx} \right] = qx_v, \left[\frac{dy_O}{dx} \right] = 0 \quad ()$$

معادله فوق، در واقع نشان دهنده شرط جهشی است که در بخشی از رابطه (۲۲) عنوان شده است. در ناحیه تشکیل شعله و محل x_f نیز با توجه به فرض حدی بودن ناحیه شعله، شرط پرشی مطرح می شود که روند استخراج آن از معادلات (۱۴، ۱۶ و ۱۷) به صورت زیر می باشد، بدین صورت که از عبارت های جابه جایی و تبخیر در مقابل نفوذ و واکنش صرف نظر می شود:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = -D_c y_F y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \quad ()$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} = D_c y_F y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \quad ()$$

با جمع کردن دو معادله فوق با یکدیگر داریم:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + x \frac{dy_F}{dx} = 0 \quad ()$$

$$Z_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(x \sqrt{\frac{Le_i}{2}}\right) \quad ()$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر:

$$\frac{dy_F}{dx} = \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{dZ_F}{dx} \quad ()$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_F}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{dy_F}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy_F}{dZ_F} \frac{dZ_F}{dx} \right) \\ &= \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{d^2 Z_F}{dx^2} + \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left(\frac{dZ_F}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad ()$$

معادله (۴۳) را می توان به صورت زیر تغییر داد:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + x \frac{dy_F}{dx} &= \frac{1}{Le_F} \left[\frac{dy_F}{dZ_F} \frac{d^2 Z_F}{dx^2} + \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left(\frac{dZ_F}{dx} \right)^2 \right] \\ + x \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{dZ_F}{dx} &= \frac{dy_F}{dZ_F} \left[\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 Z_F}{dx^2} + x \frac{dZ_F}{dx} \right] + \\ \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left(\frac{dZ_F}{dx} \right)^2 &= \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left(\frac{dZ_F}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad (۴۶)$$

بازنویسی معادله مربوط به اکساینده نیز مشابه معادله فوق برای سوخت می باشد. بدین ترتیب، معادلات بقای مربوط به سوخت گازی، انرژی و اکساینده در سه ناحیه که از اثرات تبخیر و واکنش در مقابل نفوذ و جابه جایی صرف نظر شده است به صورت زیر می باشد:

$$\frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 = 0 \quad (۴۷)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left(\frac{dZ_F}{dx} \right)^2 = 0 \quad (۴۸)$$

حال با استفاده از معادلات کمکی فوق، معادلات اصلی را در قالب جدید بازنویسی می نماییم. توجه به این نکته ضروری است که در نواحی سه گانه R_1 ، R_2 و R_3 از اثر عبارت های واکنش و تبخیر در مقایسه با عبارت های جابه جایی و نفوذی صرف نظر می شود. با فرض فوق، از رابطه (۱۷) به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + x \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad ()$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dZ} \frac{dZ}{dx} \quad ()$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{d\theta}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\theta}{dZ} \frac{dZ}{dx} \right) \\ &= \frac{d\theta}{dZ} \frac{d^2 Z}{dx^2} + \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad ()$$

می توان رابطه (۳۹) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} + x \frac{d\theta}{dx} &= \frac{d\theta}{dZ} \frac{d^2 Z}{dx^2} + \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \\ + x \frac{d\theta}{dZ} \frac{dZ}{dx} &= \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \\ + \frac{d\theta}{dZ} \left(\frac{d^2 Z}{dx^2} + x \frac{dZ}{dx} \right) &= \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad ()$$

هم چنین با صرف نظر از عبارت های واکنش و تبخیر در نواحی سه گانه، می توان رابطه (۱۴) را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{Le_0} \frac{d^2 y_0}{dZ_F^2} \left(\frac{dZ_0}{dx} \right)^2 = 0 \quad (49)$$

معادلات مربوط به بقای انرژی، بقای کسر جرمی سوخت گازی و بقای کسر جرمی اکساینده، در هر یک از این نواحی مورد تحلیل قرار گیرند:

معادلات دما در نواحی مختلف

• ناحیه $0 \leq Z \leq Z_f$ یا $x_f \leq x < \infty$

در ناحیه اکساینده با استفاده از معادله (۵۴) و شرط مرزی (۵۰) داریم:

$$\theta = AZ + B, \quad Z = 0 : \theta = 0, Z = Z_f : \theta = \theta_f \quad (57)$$

با اعمال شروط مرزی فوق:

$$\theta = \left(\frac{\theta_f}{Z_f} \right) Z \quad (58)$$

• در ناحیه $Z_f \leq Z \leq Z_v$ یا $x_v \leq x \leq x_f$

در ناحیه مربوط به پس از تبخیر با استفاده از معادله (۵۴) داریم:

$$\theta = AZ + B, \quad Z = Z_v : \theta = \theta_v, Z = Z_f : \theta = \theta_f \quad (59)$$

با اعمال شرایط مرزی فوق در معادله داریم:

$$\theta = \frac{\theta_f - \theta_v}{Z_f - Z_v} Z + \frac{\theta_v Z_f - \theta_f Z_v}{Z_f - Z_v} \quad (60)$$

• در ناحیه $Z_v \leq Z \leq 1$ یا $-\infty \leq x \leq x_v$

در ناحیه پیش گرم با استفاده از معادله (۵۶) و شرط مرزی (۵۱) داریم:

با توجه به تغییر متغیرهای فوق، شرایط مرزی از معادلات (۲۰ و ۲۱) در قالب جدید به صورت زیر تغییر می یابند:

$$y_F = 0, \theta = 0, y_O = \alpha @ Z = Z_i = 0 \quad (50)$$

$$y_F = 0, \theta = 0, y_O = 0 @ Z = Z_i = 1 \quad (51)$$

با توجه به مشتق گیری از معادلات (۳۷ و ۳۸)، عبارت های $\left(\frac{dZ}{dx} \right)^2$ و $\left(\frac{dZ_i}{dx} \right)^2$ که در روابط (۴۷-۴۹) تعریف شده اند، به صورت زیر بر حسب x به دست می آیند:

$$\left(\frac{dZ}{dx} \right)^2 = \frac{1}{2\pi} (e^{-\frac{1}{2}x^2})^2 \quad (52)$$

$$\left(\frac{dZ_i}{dx} \right)^2 = \frac{Le_i}{2\pi} (e^{-\frac{1}{2}x^2 Le_i})^2 \quad (53)$$

با جای گذاری روابط (۵۲ و ۵۳) در روابط (۴۷-۴۹) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta}{dZ^2} = 0 \quad (54)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} = 0 \quad (55)$$

$$\frac{1}{Le_0} \frac{d^2 y_0}{dZ_0^2} = 0 \quad (56)$$

حل معادلات حاکم. اکنون لازم است با توجه به تعیین نواحی سه گانه و شرایط مرزی مربوط به هر یک از این نواحی، با استفاده از معادلات (۵۴-۵۶)،

$$y_F = AZ_F + B, \quad Z_F = Z_{Ff} : y_F = 0, \quad Z_F = Z_{Fv} : y_F = y_{Fv} \quad (67)$$

$$\theta = AZ + B, \quad Z = Z_v : \theta = \theta_v, \quad Z = 1 : \theta = 0 \quad (61)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادله فوق داریم:

$$y_F = \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - Z_{Ff}} Z_F - \frac{y_{Fv} Z_{Ff}}{Z_{Fv} - Z_{Ff}} \quad (68)$$

$$\theta = \frac{\theta_v}{Z_v - 1} Z - \frac{\theta_v}{Z_v - 1} \quad (62)$$

معادلات بقای جرمی اکساینده در نواحی مختلف

• در ناحیه $-\infty \leq x \leq x_v$ یا $Z_{Fv} \leq Z_F \leq 1$

با استفاده از معادله (۵۵) و شرایط مرزی داریم:

$$y_F = AZ_F + B, \quad Z_F = Z_{Fv} : y_F = y_{Fv}, \quad Z_F = 1 : y_F = 0 \quad (69)$$

• در ناحیه $0 \leq Z_0 \leq Z_{Of}$ یا $x_f \leq x \leq \infty$

با استفاده از معادله (۵۶) و شرط مرزی (۵۰) داریم:

$$y_0 = AZ_0 + B, \quad Z_0 = 0 : y_0 = \alpha, \quad Z_0 = Z_{Of} : y_0 = 0 \quad (73)$$

با اعمال شرایط مرزی در رابطه فوق، داریم:

$$y_F = \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - 1} Z_F - \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - 1} \quad (70)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادله فوق داریم:

$$y_0 = \alpha \left(1 - \frac{Z_0}{Z_{Of}}\right) \quad (64)$$

در معادلات (۵۸، ۶۰، ۶۲، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۸ و ۷۰)، ۷ مجهول داریم که عبارتند از: Z_{Ff} ، Z_{Fv} ، y_{Fv} و Z_{Of} و Z_v و Z_f و θ_f . لازم به ذکر است که θ_v به عنوان مقداری مشخص فرض می شود.

۷ مجهول فوق خود به صورت کلی تابعی از ۴ مجهول θ_f ، x_f ، x_v و y_{Fv} می باشند.

برای یافتن ۴ مجهول فوق نیاز به تعریف ۴ شرط مرزی داریم که از شرط های پرش مربوط به تبخیر و واکنش یعنی معادلات (۲۷ و ۳۲) حاصل می شوند. از طرفی داریم [14,19]:

$$Z_i = \frac{0.174}{t_i} \left(1 - \frac{0.276}{t_i}\right) + \frac{2.15}{t_i^2} \exp\left(-\frac{x^2 Le_i}{2}\right) \quad (71)$$

$$0 < x < \infty$$

در ناحیه $-\infty < x \leq x_f$ یا $Z_{Of} \leq Z_0 \leq 1$

$$y_0 = 0 \quad (65)$$

معادلات بقای جرمی سوخت در نواحی مختلف

در ناحیه $0 \leq Z_F \leq Z_{Ff}$ یا $x_f \leq x < \infty$

$$y_F = 0 \quad (66)$$

• در ناحیه $x_v \leq x \leq x_f$ یا $Z_{Ff} \leq Z_F \leq Z_{Fv}$

با استفاده از رابطه (۵۵) و تعیین شرایط مرزی

داریم:

با حل معادلات (۷۷، ۷۸، ۷۹ و ۸۰) چهار مجهول به دست می آیند و معادلات به صورت کامل حل می شوند. جایگزینی مجهولات فوق در معادلات مربوط به کسر جرمی سوخت و اکساینده در نواحی مختلف و همچنین معادلات مربوط به دما در نواحی سه گانه، منجر به تکمیل معادلات و رسم پروفیل های مختلف دمایی و کسر جرمی می شود.

یادآور می شود که برای حل معادلات چهارگانه فوق، لازم است تا همه مجهولات برحسب x نوشته شوند. برای حل معادلات فوق به صورت هم زمان باید از روش های عددی استفاده نمود. بدین منظور از روش های موجود حل عددی برای حل دستگاه معادلات غیرخطی استفاده شده است [20].

نتایج

برای رسم نتایج حاصل شده از این مدل، سوخت ارگانیک مورد استفاده ذره لایکوپودیوم در نظر گرفته می شود و مقادیر کمیت های به کار رفته در معادلات بقا از پژوهش های انجام شده توسط راکول، شاداری و پروست استخراج می شود [6, 14, 21]. لازم به ذکر است که این ذرات از جنس مواد ارگانیک می باشند که در اثر حرارت دیدن، گازهای قابل اشتعال از خود خارج می کنند. پودر لایکوپودیوم از هاگ های پر خز گیاه کلاب ماس (گیاه کبریت) تولید می شود. این ماده در گذشته در اوایل دوره عکاسی به عنوان ماده انفجاری بی خطر در فلش های عکاسی مورد استفاده قرار می گرفته است و در حالت ساکن و به صورت کپه ای به خوبی مشتعل نمی شود و نیازمند سطح تماس بالا با اکسیدکننده دارد. بنابراین برای داشتن یک شعله مناسب، بهتر است این ذرات از طریق یک افشانه در مقابل شعله پاشیده شوند و یا در یک محفظه با ایجاد جریان پایای هوا، ابری از ذرات لایکوپودیوم را در هوا ایجاد کرده و سپس با ایجاد جرقه، احتراق در کل محفظه ممکن خواهد شد.

$$\frac{Z_i}{Z} = \frac{1}{\sqrt{Le_i F_i}} \exp\left[x^2 \frac{1 - Le_i}{2}\right] \quad (72)$$

$$F_i \equiv F_i(x, Le_i) = \frac{t_i}{t\sqrt{Le_i}} \frac{1 - \frac{0.276}{t} + \frac{2.15}{t^2}}{1 - \frac{0.276}{t_i} + \frac{2.15}{t_i^2}} \quad (73)$$

$$t_i = 1 + 0.33333x\sqrt{Le_i} \quad (74)$$

$$t = 1 + 0.33333x \quad (75)$$

استفاده از شرط پرش در محل تشکیل شعله x_f با استفاده از رابطه (۳۲) می توان روابط زیر را به عنوان دو معادله استخراجی از شرایط پرشی نمایش داد:

$$F_{Ff} \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - Z_{Ff}} \frac{Z_{Ff}}{Z_f} = \frac{\theta_v Z_f - \theta_f Z_v}{Z_f(Z_f - Z_v)} \quad (76)$$

$$\theta_f = \frac{1}{Z_v} [F_{Of}\alpha(Z_v - Z_f) + \theta_v Z_f] \quad (77)$$

با ترکیب دو رابطه (۷۶ و ۷۷) خواهیم داشت:

$$Z_{Ff} = \frac{F_{Of}\alpha Z_{Fv}}{(F_{Ff} y_{Fv} + F_{Of}\alpha)} \quad (78)$$

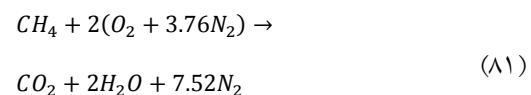
استفاده از شرط پرش در محل تبخیر سوخت x_v با استفاده از رابطه (۲۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} -F_{Fv} \left[\frac{y_{Fv}[Z_{Fv} - Z_{Ff}] - y_{Fv}(Z_{Fv} - 1)}{Z_{Fv} - Z_{Ff} - 1 + \frac{Z_{Ff}}{Z_{Fv}}} \right] \\ = \frac{x_v Z_v}{\left(\frac{dz}{dx}\right)_{x_v}} \\ \left[\frac{(\theta_v - \theta_{-\infty})(Z_v - Z_f) - (\theta_v - \theta_f)(Z_v - 1)}{Z_v - Z_f - 1 + \frac{Z_f}{Z_v}} \right] \\ = \frac{qx_v Z_v}{\left(\frac{dz}{dx}\right)_{x_v}} \end{aligned}$$

جدول ۱ لیستی از ثابت‌های به‌کار رفته در حل مسئله

ρ_p	$1000 \frac{kg}{m^3}$
ρ_a	$1.164 \frac{kg}{m^3}$
C_p	$5.677688 \frac{kJ}{kg.K}$
C_a	$1.00416 \frac{kJ}{kg.K}$
Q	$64895.4 \frac{kJ}{kg}$

هم‌چنین، مطابق با کارهای سشادری [14] و راکول [21]، سوخت گازی خارج شده از ذرات جامد، متان فرض شده است:



برای مخلوط قابل احتراق ذرات سوخت و هوا که در آن از تبخیر ذرات سوخت گاز متان تولید می‌شود، نسبت تعادل سوخت موجود در ذرات ϕ_u از رابطه زیر به‌دست می‌آید [21]:

$$\phi_u = \frac{17.18Y_{F-\infty}}{1 - Y_{F-\infty}} \quad (82)$$

که $Y_{F-\infty}$ برحسب تعداد ذرات موجود n_p و شعاع آن r_p به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Y_{F-\infty} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_p^3 n_p \rho_p}{\rho} \quad (83)$$

همان‌طور که در شکل (۲) نمایش داده شده است، دمای شعله برحسب تغییرات عدد لوئیس سوخت برای سه غلظت جرمی مختلف از ذره رسم شده است.

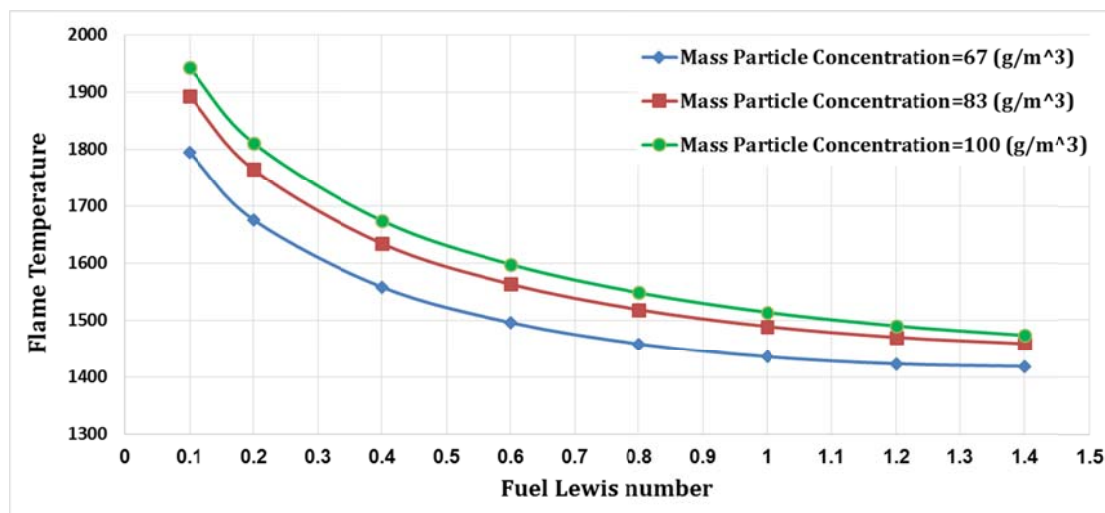
مقدار عدد لوئیس اکساینده برابر با ۱ فرض شده است. طبق تعریف، عدد لوئیس معادل با نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرم می‌باشد و افزایش عدد لوئیس سوخت معادل با کاهش ذخیره کسر جرمی سوخت می‌باشد که دمای شعله را کاهش می‌دهد. بنابراین با افزایش عدد لوئیس از ۰/۱ تا ۱/۴، دمای سوخت به‌تدریج از ۱۹۴۳ درجه کلوین در عدد لوئیس سوخت ۰/۱ به ۱۴۷۳ درجه کلوین در عدد لوئیس سوخت ۱/۴ برای لایکوپودیوم با غلظت جرمی ذره $100 \frac{gr}{m^3}$ می‌رسد. هم‌چنین افزایش غلظت جرمی ذره از $67 \frac{gr}{m^3}$ به $100 \frac{gr}{m^3}$ منجر به افزایش دمای شعله می‌شود. برای رسم این نمودار، دمای تبخیر ذرات سوخت مورد نیاز است. دمای تبخیر مورد نیاز از نتایج کارهای پروست استخراج گردید و برای تعیین دمای تبخیر، مقداری برای θ_v از کار پروست [6] فرض گردید. مقادیر ارائه شده از دمای شعله توسط پروست برای غلظت‌های جرمی مختلفی از ذرات با قطر ۳۱ میکرومتری ارائه گردید که در این‌جا برای سه مقدار مختلف از دماهای تبخیر استحصالی از کار پروست در سه نسبت هم‌ارزی مختلف، دمای شعله استخراج گردید. مطابق با کار پروست نیز، با افزایش غلظت جرمی ذره، دمای شعله افزایش می‌یابد. در غلظت‌های جرمی ذره که در محدوده نسبت‌های هم‌ارزی کمتر از یک و یا نزدیک به آن قرار دارند، افزایش غلظت جرمی ذره، منجر به در دسترس بودن سوخت بیشتری در معرض اکساینده می‌شود که در این محدوده نسبت هم‌ارزی، میزان بالاتری از سوخت را محترق می‌سازد. با افزایش میزان سوخت محترق شده در اکساینده، دمای شعله حاصل نیز افزایش می‌یابد.

شکل‌های (۳ و ۴) به‌ترتیب تغییرات دمای شعله و تغییر موقعیت تشکیل شعله را براساس تغییرات مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

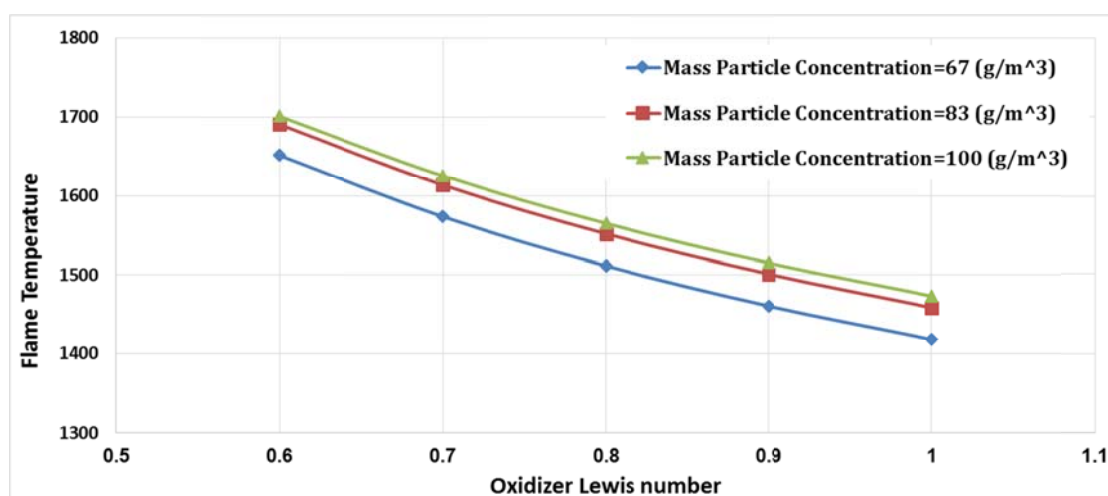
نشان می‌دهند.

۱۶۹۰ درجه کلوین به ۱۴۵۸ درجه کلوین می‌رسد و موقعیت شعله به تدریج از ۰/۲۳- به ۰/۱۰- سوق پیدا می‌کند. با افزایش غلظت جرمی ذره، دمای شعله مقادیر بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد و موقعیت شعله نیز در یک عدد لوئیس مشخص برای اکساینده، در غلظت‌های جرمی بالاتر ذره نسبت به نسبت‌های پایین‌تر، در سمت راست قرار دارد. مقادیر مربوط به دمای تبخیر در این دو شکل نیز مشابه با شکل (۲) از نتایج کارهای پروست [6] استخراج گردید.

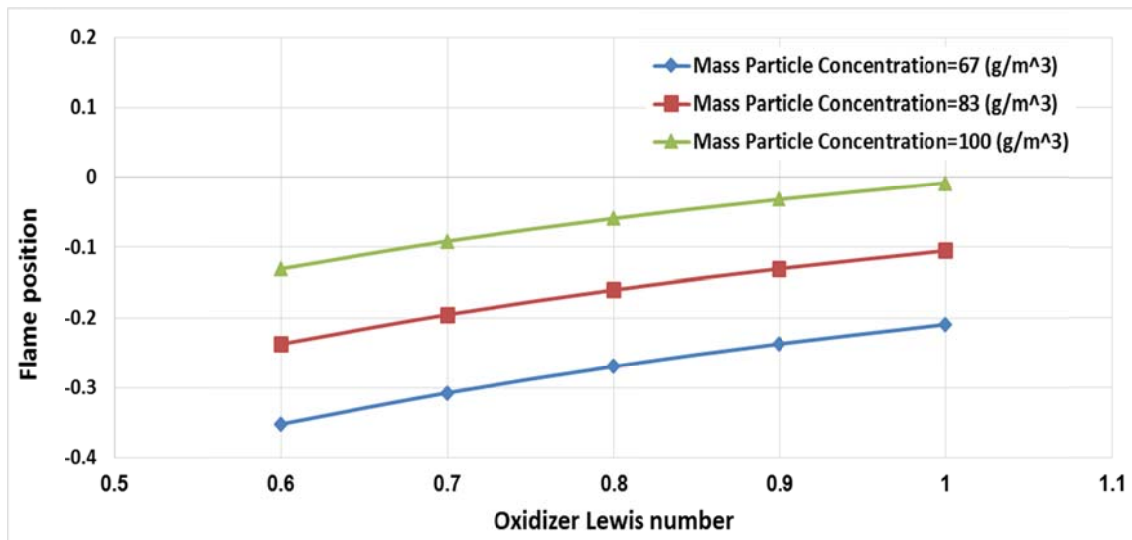
مقدار عدد لوئیس سوخت برابر با ۱ فرض شده است. طبق تعریف، عدد لوئیس معادل با نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرم می‌باشد و برای یک مقدار ثابت از عدد لوئیس سوخت، افزایش عدد لوئیس اکساینده معادل با کاهش ذخیره کسر جرمی اکساینده می‌باشد که دمای شعله را کاهش می‌دهد و موقعیت شعله را به سمت راست یعنی به سمت اکساینده سوق می‌دهد. برای یک مقدار ثابت از غلظت جرمی ذره در $\frac{gr}{m^3}$ ۸۳ با تغییر عدد لوئیس اکساینده از ۰/۶ تا ۱ دمای شعله از



شکل ۲ تغییرات دمای شعله با تغییر مقدار لوئیس سوخت در غلظت‌های جرمی مختلف ذره



شکل ۳ تغییرات دمای شعله با تغییر مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

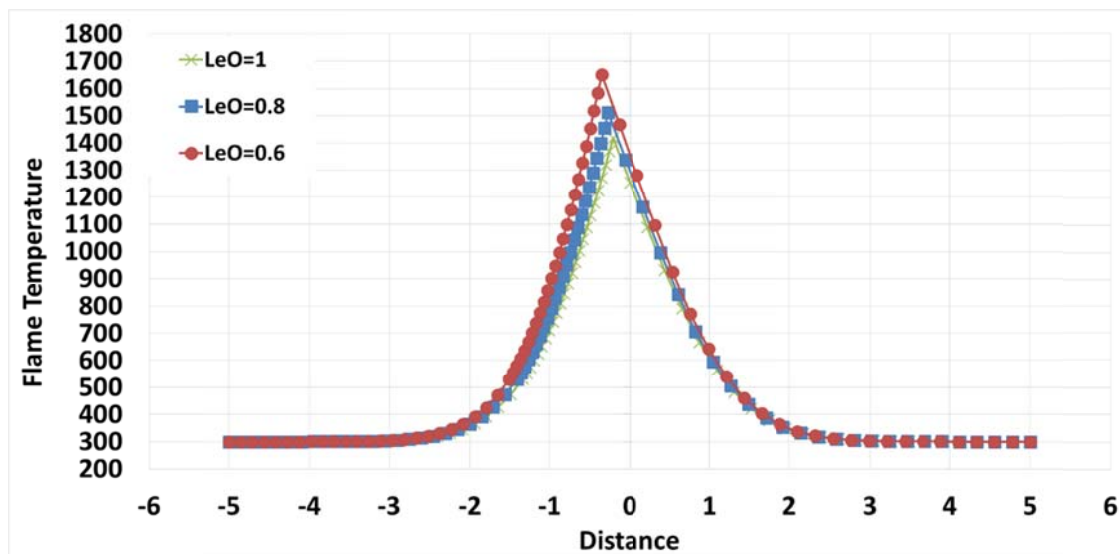


شکل ۴ تغییرات موقعیت شعله با تغییر مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

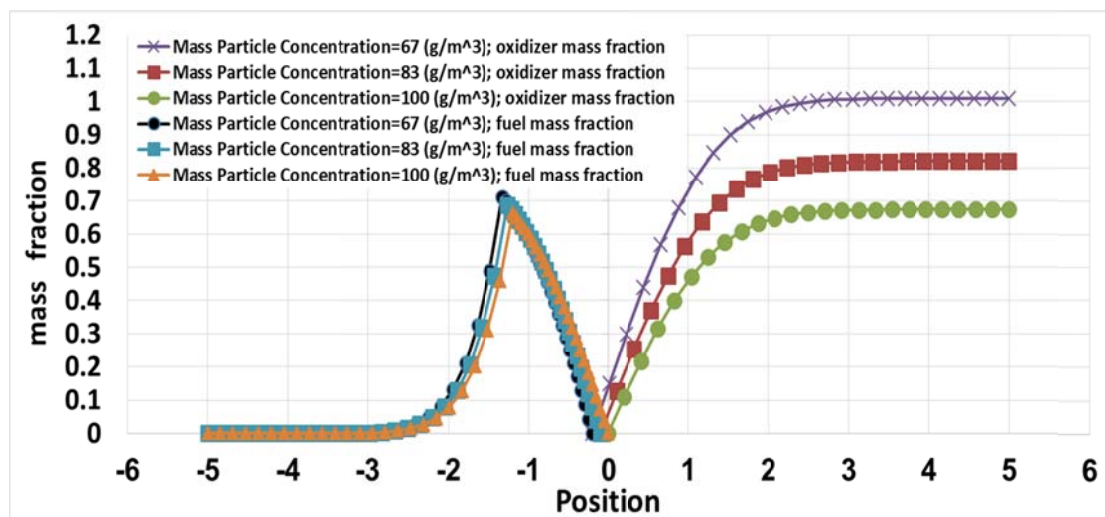
در شکل زیر نمایش داده شده است، با افزایش میزان نسبت هم‌ارزی طرف راست شکل که نمایشگر کسر جرمی اکساینده می‌باشد، مقدار حداکثر کمتری را به خود اختصاص می‌دهد و با نزدیک شدن به محل تشکیل شعله، کسر جرمی اکساینده به تدریج کاهش پیدا می‌کند تا در محل تشکیل شعله به مقدار صفر برسد. به صورت مشابه در سمت چپ نمودار کسر جرمی سوخت گازی برای مقادیر مختلف مقدار نسبت هم‌ارزی رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است، کسر جرمی سوخت ابتدا به یک نقطه حداکثر در محل تبخیر سوخت می‌رسد و سپس به صورت تدریجی کاهش می‌یابد تا به مقدار صفر در محل تشکیل شعله برسد. افزایش مقدار غلظت جرمی ذره، مقدار کسر جرمی سوخت را در نقطه تبخیر کاهش می‌دهد و موقعیت آن را به سمت اکساینده جابه‌جا می‌نماید. همان‌طور که از شکل مشخص است، افزایش مقدار غلظت جرمی ذره موقعیت تشکیل شعله را به سمت اکساینده یعنی سمت راست، سوق می‌دهد.

شکل (۵) نمایشگر پروفیل دمای سوخت گازی حاصل از تبخیر ذرات سوخت جامد و هم‌چنین پروفیل دمای اکساینده می‌باشد که برای سه مقدار مختلف از عدد لوئیس اکساینده رسم شده است. همان‌طور که در شکل زیر مشاهده می‌شود، دمای سوخت گازی و اکساینده که به ترتیب در سمت چپ و راست نمودار می‌باشند، به تدریج افزایش می‌یابد تا به میزان دمای شعله برسد. کاهش میزان عدد لوئیس اکساینده از مقدار ۱ به $0/8$ و سپس $0/6$ منجر به افزایش دمای شعله و جابه‌جایی شعله به سمت چپ می‌شود که در شکل‌های (۳ و ۴) به صورت مفصل شرح داده شده است.

شکل (۶) نشانگر پروفیل کسر جرمی سوخت گازی حاصل از تبخیر ذرات سوخت جامد و هم‌چنین کسر جرمی اکساینده از منابع سوخت و اکساینده تا محل تشکیل شعله می‌باشد که برای سه مقدار مختلف از غلظت جرمی ذره رسم شده است. افزایش میزان غلظت جرمی ذره منجر به کاهش مقدار α به عنوان میزان اولیه کسر جرمی اکساینده می‌شود. همان‌طور که



شکل ۵ پروفیل دمای سوخت گازی و اکساینده در فواصل مختلف از محل تشکیل شعله با تغییر اعداد لوئیس مختلف اکساینده



شکل ۶ پروفیل کسر جرمی سوخت گازی و اکساینده در فواصل مختلف از محل تشکیل شعله برای سه مقدار مختلف غلظت جرمی ذره

نتیجه گیری

می‌گردد. از آنجایی که سوخت و اکساینده از دو سوی مقابل یکدیگر به سمت صفحه سکون حرکت می‌کنند، موقعیت شعله بسته به شرایط اولیه سوخت و اکساینده، می‌تواند در طرفین صفحه سکون قرار بگیرد. ناحیه‌ای حدی برای تبخیر ذرات در این پژوهش مفروض است، بدین صورت که ذرات در یک ناحیه بسیار نازک حدی تبخیر می‌شوند و سوخت گازی که وارد فرآیند واکنش می‌شود را ایجاد می‌نمایند. معادلات بقای جرمی سوخت جامد، سوخت گاز، اکساینده و معادله

در این پژوهش، مدل‌سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات نفوذی برای اولین بار در سطح دنیا مورد بررسی قرار گرفت و مطالعه‌ای پارامتری بر عوامل تأثیرگذار بر دما و کسر جرمی سوخت و اکساینده ارائه گردید. در مدل ارائه شده، فرض شد که ابرذرات ارگانیک ابتدا تبخیر می‌شوند و سوخت گازی تشکیل شده از این تبخیر، وارد فرآیند واکنش با اکساینده

وزن مولکولی سوخت	m_f	باقای انرژی به صورت تحلیلی برای اعداد لوئیس غیر
وزن مولکولی اکسیژن	m_o	واحد حل گردیدند و دمای شعله برحسب تغییرات
وزن مولکولی مخلوط	m	اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه گردیدند.
ضریب استوکیومتری سوخت	v_F	مشخص گردید که با افزایش مقدار اعداد لوئیس
ضریب استوکیومتری اکساینده	v_O	سوخت و اکساینده، دمای شعله افزایش می یابد و با
ضریب استوکیومتری محصولات	$v_{product}$	افزایش مقدار عدد لوئیس سوخت، موقعیت شعله به
عدد لوئیس	Le	سمت منبع اکساینده یا سمت راست صفحه سکون
ضریب هدایت حرارتی	λ	جابه جا می شود. هم چنین نشان داده شد که افزایش
چگالی	ρ	غلظت جرمی ذره، منجر به افزایش دمای شعله
ضریب نفوذ جرمی سوخت گازی شکل	D_F	می شود.
ضریب نفوذ جرمی اکساینده	D_O	
گرمای آزاد شده در واحد جرم سوخت مصرفی	Q	
گرمای نهان تبخیر ذرات	Q_v	
ضریب نفوذ حرارتی	D_T	
ظرفیت حرارتی فاز گازی	C_a	
ظرفیت حرارتی ذره جامد	C_p	
چگالی ذره جامد	ρ_p	
تعداد ذرات در واحد حجم	n_p	
تعداد مولهایی از اکسیژن است که در شرایط		
استوکیومتری با یک مول از سوخت واکنش	θ_O	
می دهند		
کسر جرمی اولیه اکساینده	α	

فهرست علائم

ω_v	نرخ تبخیر ذرات ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
Y_s	کسر جرمی ذرات
Y_F	کسر جرمی سوخت گازی
H	تابع هویساید
τ_{vap}	زمان ثابت مشخصه تبخیر ذرات
T	دمای سوخت
T_v	دمای آغاز تبخیر ذرات
Y_F	کسر جرمی سوخت
Y_O	کسر جرمی اکساینده

مراجع

1. Eckhoff, R., "Dust explosions in the process industries: identification, assessment and control of dust hazards", Gulf professional publishing, pp. 1-3, (2003).
2. Han, O.-S., Yashima, M., Matsuda, T., Matsui, H., Miyake, A. and Ogawa, T., "Behavior of flames propagating through lycopodium dust clouds in a vertical duct", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13, No. 6, pp. 449-457, (2000).
3. Cashdollar, K.L., "Overview of dust explosibility characteristics", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13, No. 3, pp. 183-199, (2000).
4. Hanai, H., Kobayashi, H. and Nioka, T., "A numerical study of pulsating flame propagation in mixtures of gas and particles", *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, No. 1, pp. 815-822, (2000).
5. Liu, Y., Sun, J. and Chen, D., "Flame propagation in hybrid mixture of coal dust and methane," *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 20, No. 4, pp. 691-697, (2007).
6. Proust, C., "Flame propagation and combustion in some dust-air mixtures", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 19, No. 1, pp. 89-100, (2006).
7. Seshadri, K., Berlad, A.L. and Tangirala, V., "The structure of premixed particle-cloud flames,"

- Combust. Flame*, Vol. 89, No. 3, pp. 333–342, (1992).
8. Bidabadi, M. and Rahbari, A., “Modeling combustion of lycopodium particles by considering the temperature difference between the gas and the particles”, *Combust. Explos. Shock Waves*, Vol. 45, No. 3, pp. 278–285, (2009).
 9. Bidabadi M. and Rahbari, A., “Novel analytical model for predicting the combustion characteristics of premixed flame propagation in lycopodium dust particles”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 23, No. 9, pp. 2417–2423, (2009).
 10. Haghiri, A. and Bidabadi, M., “Modeling of laminar flame propagation through organic dust cloud with thermal radiation effect”, *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 49, No. 8, pp. 1446–1456, (2010).
 11. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., “Effect of heat-loss on flame-edges in a premixed counterflow,” *Combust. Theory Model.*, Vol. 7, No. 2, pp. 221–242, (2003).
 ۱۲. فرشادی، سیروس، “احتراق جریان متقابل ابرذرات ارگانیک”، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۹۲).
 13. Linan, A., “The asymptotic structure of counterflow diffusion flames for large activation energies,” *Acta Astronaut.*, Vol. 1, No. 7, pp. 1007–1039, (1974).
 14. Seshadri, K. and Trevino, C., “The influence of the Lewis numbers of the reactants on the asymptotic structure of counterflow and stagnant diffusion flames”, *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 64, No. 4–6, pp. 243–261, (1989).
 15. Dvorjetski, A. and Greenberg, J.B., “Influence of non-unity Lewis numbers and droplet loading on the extinction of counter-flow spray diffusion flames”, *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, No. 1, pp. 1047–1054, (2000).
 16. Wichman, I.S. and Yang, M., “Double-spray counterflow diffusion flame model”, *Strain*, Vol. 2, p. 2, (1998).
 17. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., “The effect of heat loss on flame edges in a non-premixed counterflow within a thermo-diffusive model”, *Combust. Theory Model.*, Vol. 8, No. 4, pp. 683–699, (2004).
 18. Fendell, F.E., “Ignition and extinction in combustion of initially unmixed reactants”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 21, No. 02, pp. 281–303, (1965).
 19. Abramowitz, M. and Stegun, I.A., “Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55. Tenth Printing,” (1972).
 20. Burden, R.L. and Faires, J.D., “Numerical analysis. 2001”, *Brooks/Cole, USA*, (2001).
 21. Rockwell, S.R. and Rangwala, A.S., “Modeling of dust air flames”, *Fire Saf J.*, Vol. 59, pp. 22–29, (2013)

تعیین تجربی زبری سطح سلول سرطانی HT29 با استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی در جهت کاربرد در نانومنیپولیشن* (یادداشت پژوهشی)

محرم حبیب نژاد کورایم^(۱) هدیه بادکوبه هزاوه^(۲) معین طاهری^(۳)

چکیده در این مقاله زبری سطح سلول سرطانی HT29 با استفاده از تحلیل تصاویر توپوگرافی به دست آمده توسط میکروسکوپ نیروی اتمی تعیین شده است. بر مبنای نتایج آنالیز زبری انجام شده و معادلات تئوری زبری رابینوویچ، شعاع متوسط برجستگی‌های سطح نمونه و سطح مبنای تعیین شده است. این مقادیر در روابط مدل دینامیک منیپولیشن ذرات زیر وارد شده و مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن سلول‌ها شبیه‌سازی شده است. بر مبنای نتایج، مدخلشی مد غالب در شروع به حرکت سلول است و تحلیل بر مبنای مدل رابینوویچ نسبت به مدل رامپ مقادیر نیرو و زمان بحرانی کمتری را پیش‌بینی می‌کند.

واژه‌های کلیدی زبری سطح؛ سلول سرطانی HT29؛ میکروسکوپ نیروی اتمی؛ نانومنیپولیشن.

Experimental Determination of HT29 Cancerous Cell Surface Roughness by Atomic Force Microscopy to be Applied in Nanomanipulation

M. Habibnejad Korayem

H. Badkoobeh Hezaveh

M. Taheri

Abstract In this paper, surface roughness of HT29 cancerous is determined using topography images obtained by Atomic Force Microscopy (AFM). The mean radiuses of cell and substrate surface asperities are determined, based on results of conducted roughness analysis and Rabinovich roughness theory. These values have been applied in the equations of rough particle nanomanipulation dynamic model and the amounts of critical force and time are simulated. Based on results, the rolling mode is the dominant dynamic mode at the onset of cells movement and the analysis based on rabinovich model predict lower amounts of critical force and time compared to Rumpf model based analysis.

Key Words Surface roughness; HT29 cancerous cell; Atomic Force Microscopy; Nanomanipulation.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۸/۲۰ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۲/۱۲ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.40826

(۱) استاد، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۲) کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۳) نویسنده مسئول: استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه اراک. m-taheri@araku.ac.ir

مقدمه

یکی از مشخصه‌هایی که در شناسایی نانوذرات زیستی مورد استفاده قرار می‌گیرد، زبری سطح آنها می‌باشد. این مشخصه به عنوان یک شناسه بسیار جالب وضعیت سلامتی سلول مطرح می‌باشد [1]. زبری سطح غشای سلول‌ها قبل و بعد از فرآیندهای سطحی سلولی مانند ترکیب با آنتی بادی‌ها با تغییر در ترکیب شیمیایی غشای سلولی تغییر می‌کند. برای مثال افزایش زبری سطح غشای سلول نشان از ترکیب موفق سلول با آنتی بادی‌ها دارد. هم‌چنین بررسی زبری سطح سلول در یک دوره زمانی مشخص می‌تواند مشخص کننده اتصال یا ورود نانوذرات دارویی به غشای سلول هدف در فرآیندهای دریافت دارویی در ابعاد سلولی باشد. بنابراین آنالیز زبری سطح غشای سلول‌ها و دیگر نمونه‌های زیستی در بسیاری از تحقیقات پزشکی و دارویی کاربرد دارد [2].

وجود مجموعه متنوعی از زبری‌ها در ابعاد و اشکال مختلف بر روی سطح سلول‌ها و سایر ذرات بیولوژیکی نقش بسیار مهمی در برهم‌کنش‌های میان سلول - سلول و سلول - سطح مبنا ایفا می‌کند. وضعیت هندسی و زبری سطح نانوذرات و هم‌چنین سطوح در تماس با آنها، در شرایط چسبندگی و تغییر شکل میان آنها نیز، تأثیر به‌سزایی دارد و بنابراین شرایط چسبندگی ذرات زیستی نیز در چگونگی انواع فرآیندهای سطحی مرتبط با آنها ازجمله بیومنیپولیشن نمونه‌های زیستی، دارای اهمیت بسیار قابل‌توجهی است و منظور نمودن آن در بررسی‌ها و تحقیقات دقیق در این زمینه ضرورت می‌یابد. میکروسکوپ نیروی اتمی توانایی بررسی زبری سطح غشای سلولی را با جزئیات و دقت بالا و بدون آسیب رساندن به آن، فراهم می‌کند.

مگ و همکاران [3]، در پژوهشی بیان نمودند که تغییر شکل سلول‌ها نقش بسیار مهمی در بسیاری فرآیندهای سلولی ایفا می‌کند و چسبندگی بسیار بر این

امر تأثیرگذار است. سپس با اشاره به وابستگی چسبندگی میان سلول‌ها و سلول‌ها با سایر سطوح به زبری این سطوح در مقیاس کمتر از میکرون، روشی ساده و هدفمند برای مطالعه میکروگراف‌های الکترونی به‌منظور تعیین زبری سطح کانتور سلول‌ها، ارائه نمودند.

کاول-قانعکار و همکاران [4] در تحقیقی به اندازه‌گیری‌های متفاوت توپوگرافی و مورفولوژی سطح سلول‌ها ازجمله سلول‌های تومور سرطان سینه با استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی (AFM) و میکروسکوپ روبش الکترونی (SEM) پرداختند. در قسمت نتایج این پژوهش بیان شده است که اندازه‌گیری‌های زبری نشان می‌دهد که با بالا رفتن مرحله پیشرفت سرطان (از مرحله ۱ تا مرحله ۳) زبری سطح سلول‌ها در مقایسه با بافت سالم و نرمال آنها که دارای توپوگرافی سطح بسیار هموارتری می‌باشند، افزایش می‌یابد.

در تحقیق دیگری آنتونیو و همکاران [1]، اشاره نمودند که اندازه‌گیری‌های زبری با استفاده از AFM دارای وابستگی ابعادی می‌باشد؛ به این معنی که به پارامترهای اندازه‌گیری از جمله ناحیه اسکن شده و اندازه گام (step size) بسیار بستگی دارد. در این پژوهش اعلام شده که کاهش وابستگی ابعادی مقدار زبری با استفاده از تکنیک‌های فیلتر نمودن اطلاعات که در ابعاد نانو استاندارد نشده‌اند و به‌ویژه برای ذرات بیولوژیکی قابل انجام است. در این تحقیق محققان روش جدیدی بر مبنای تغییرات مقادیر برخی پارامترهای زبری سطح (مانند ریشه میانگین مربعات زبری (root mean square roughness) و کجی (skewness) به‌عنوان تابع فیلتر فرکانس‌ها برای استفاده در جهت بهینه‌سازی فرآیند فیلتر نمودن داده‌ها در محاسبه زبری غشای سلولی معرفی نمودند. با استفاده از نتایج به‌کارگیری روش مذکور در این تحقیق، مقدار زبری سطح غشای سلول در قالب پارامتر ریشه میانگین مربعات زبری مستقل از شکل سلول،

انحرافات ابعادی غشای سلول و شرایط و پارامترهای اندازه گیری به دست می آید.

از جمله دیگر فرآیندهای دینامیکی که بر روی سلول ها و سایر ذرات بیولوژیکی با اهدافی از قبیل شناخت خواص دینامیکی ذرات بیولوژیکی، ساخت داروها، تحقیقات برهم کنش های میان پروتئین ها، ژن ها و سلول های زنده در محیط های فیزیولوژیکی انجام می گیرد، فرآیند نانومنیپولیشن با استفاده از AFM می باشد. یکی از انواع روش های منیپولیشن با استفاده از پروب AFM، منیپولیشن به روش راندن بر روی سطح است. در این روش پروب با ذره هدف تماس برقرار می کند و آن را بر روی سطح مینا می راند و با استفاده از تحلیل داده های دریافتی از فیدبک نیرو طی این فرآیند دینامیکی اطلاعات مفید مختلفی استخراج می شود و یا به این ترتیب جابه جایی هدفمند واحدهای میکرو/نانوذرات انجام می پذیرد. تاکنون تحقیقات زیادی پیرامون مدل سازی و چگونگی تأثیرگذاری پارامترهای مختلف محیطی و ابعادی ذره و سطح مینا بر دینامیک این فرآیند انجام شده است.

کورایم و ذاکری [5] بر مبنای اولین مدل دینامیکی ارائه شده برای این فرآیند با در نظر گرفتن نیروهای سطحی توسط سیتی و همکاران، با مطالعه ی دقیق تر این فرآیند مدلی به منظور آنالیز حساسیت پارامترهای نیرو و زمان بحرانی فرآیند منیپولیشن نسبت به سایر پارامترهای مستقل مؤثر بر فرآیند استخراج نمودند. در تحقیق دیگری کورایم و ذاکری [6] مدل دینامیک فرآیند راندن با استفاده از AFM برای میکرو/نانو ذرات کروی شکل بر روی سطح را با در نظر گرفتن زبری برای سطح مینا، توسعه دادند.

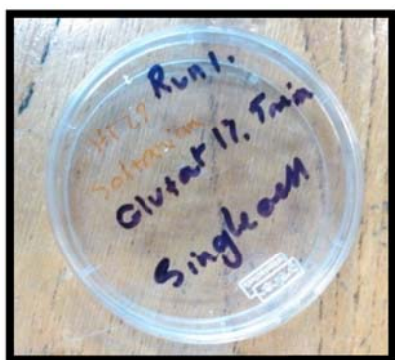
در این مقاله، ابتدا به طور مختصر به نحوه آماده سازی نمونه سلول سرطانی HT29 به منظور تصویربرداری با استفاده از AFM پرداخته شده است. سپس تصاویر توپوگرافی سطح به دست آمده با استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی از سطح سلول و سطح مینا تحلیل زبری شده و بر مبنای مقادیر به دست آمده

برای پارامتر زبری سطح ریشه میانگین مربعات زبری و روابط تئوری چسبندگی زبری رابینوویچ، شعاع متوسط برجستگی های سطح نمونه سلول سرطانی و سطح مینا تخمین زده شده است. سپس مقادیر عددی شعاع زبری ها در روابط مدل دینامیک فرآیند منیپولیشن با استفاده از AFM مورد استفاده قرار گرفته و مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن برای سلول سرطانی مورد مطالعه با در نظر گرفتن زبری حقیقی سطح این سلول، شبیه سازی شده است.

آماده سازی سلول سرطانی HT29 برای

تصویربرداری با AFM

رده سلولی HT29 از بافت تومور سرطانی روده بزرگ انسان جداسازی شده است. این سلول ها از بانک ملی سلول ایران (NCBI) واقع در مؤسسه پاستور ایران تهیه شده و در دمای 37°C (۹۵ درصد هوا و ۵ درصد CO_2) در محیط RPMI-1640 (Sigma8758) تغذیه شده با ۵ درصد سرم جنین گاوی (Gibco) و ۱ درصد پنی سیلین (Gibco) نگهداری شده است. سپس به منظور تصویربرداری در محیط هوا، سلول های کشت شده بر روی سطح ثابت شده و در مد غیرتماسی میکروسکوپ نیروی اتمی از آن تصویربرداری شد. شکل (۱) تصویر نمونه سلول سرطانی HT29 ثابت شده بر روی سطح ظرف نمونه را نشان می دهد.



شکل ۱ سلول سرطانی HT29 ثابت شده بر روی سطح ظرف نمونه

آنالیز تجربی زبری سطح نمونه زیستی

و سطح مبنا

در این قسمت با استفاده از نرم افزار DME به آنالیز زبری سطح نمونه سلول سرطانی تصویربرداری شده پرداخته شده است.

زبری سطوح حقیقی با استفاده از انحرافات یک پروفیل دوبعدی اندازه گیری شده (مقادیر ارتفاع (z) اندازه گیری شده برای یک سطح توسط میکروسکوپ نیروی اتمی) نسبت به یک سطح ایده آل، ارزیابی می شود. پارامترهای متفاوتی برای بیان زبری سطح عنوان شده و قابل اندازه گیری هستند. از جمله رایج ترین آنها در تحقیقات مختلف از نقطه نظر آماری شامل متوسط زبری (S_q)، ریشه میانگین مربعات زبری (rms یا S_q)، کجی زبری سطح ارزیابی شده (S_{sk})، تیزی (Kurtosis) پروفیل ارزیابی شده (S_{ku})، ارتفاع قله - قله (S_z و S_y و S_v) به صورت ماکزیم عمق فرو رفتگی های سطح یا همان دره ها و S_p ماکزیم ارتفاع برآمدگی یا همان قله ها می باشد. از میان پارامترهای متفاوت مطرح شده، یکی از پرکاربردترین و مورد توجه ترین آنها، به موجب حساسیت بالای این پارامتر به انحرافات جدا شده از پروفیل مبنا، پارامتر ریشه میانگین مربعات زبری (rms) می باشد، که معادله ارائه شده برای آن به صورت معادله (۱) می باشد [11].

$$R_{rms} = \sqrt{\frac{1}{m'} \sum_{i=1}^{m'} |z_i|^2} \quad (1)$$

که m' تعداد نقاط داده ها و z_i انحراف ارتفاع نقطه i ام از سطح میانگین تعریف شده به گونه ای که حاصل جمع حسابی تمامی ارتفاع ها برابر صفر می باشد. با هدف کاربردی تر کردن روابط قبلی مورد استفاده جهت محاسبه نیروی چسبندگی سطوح زبر و باتوجه به آن که پارامتر زبری سطح rms ، از داده های تجربی به دست

آمده از تصویربرداری AFM قابل استخراج است؛ رابینوویچ و همکارانش، معادله ای بین این پارامتر و شعاع برجستگی های زبری و همچنین ارتفاع زبری ها ارائه نمودند [7]. معادلات (۴-۲) به ترتیب معادله نیروی چسبندگی و معادلات بین پارامتر rms و شعاع برجستگی های زبری و همچنین ارتفاع زبری ها ارائه شده توسط رابینوویچ و همکاران [7, 12, 13] می باشند. در معادلات سینماتیکی و دینامیکی مدل دینامیکی توسعه داده شده برای ذرات زبر، پارامتر شعاع برجستگی های سطح (شعاع و ارتفاع برجستگی در مدل توسعه داده شده بر مبنای مدل زبری رابینوویچ) وارد می شود [6, 7]. بنابراین در بررسی منیپولیشن ذرات، با استخراج پارامتر زبری سطح rms از تصاویر گرفته شده از سطح ذرات با استفاده از AFM و با استفاده از معادله مذکور بین این پارامتر و شعاع و ارتفاع برجستگی های روی سطح ذره، شرایط واقعی زبری سطح ذره مانند سایر خصوصیات مکانیکی حقیقی ذره در شبیه سازی فرآیند منیپولیشن وارد می شوند. نتایج شبیه سازی های مذکور در بخش شبیه سازی ارائه شده اند.

$$F_{Rabin.}^{ad} = \frac{A_H}{6Z_0^2} \left(\frac{rR}{r+R} + \frac{R}{(1+y_{max}/Z_0)^2} \right) \quad (2)$$

$$r = 1.485rms \quad (3)$$

$$y_{max} = 1.82rms \quad (4)$$

که در این معادلات r و y_{max} به ترتیب شعاع و ماکزیم ارتفاع برجستگی های کروی شکل زبری، R شعاع ذره کروی، A_H ثابت هماکر و Z_0 فاصله جدایش می باشند. مقادیر پارامتر زبری rms با انتخاب مساحت برابری از سطح مبنا و سطح سلول در تصاویر خام AFM با استفاده از منوی زبری نرم افزار rms محاسبه شد و استخراج گردید. نمونه تصویر به دست آمده از توپوگرافی سطح سلول و سطح مبنا با استفاده از AFM در شکل (۲) نشان داده شده است.

شد. با وارد نمودن این مقادیر شرایط حقیقی سطح نمونه زیستی مد نظر برای منیولیشن در شبیه سازی وارد می گردد.

$$r_{sub.} = 1.485 r_{ms_{sub.}} = 1.48 \times 87.3 = 129.2(nm) \quad (5)$$

$$r_{cell} = 1.485 r_{ms_{cell}} = 1.48 \times 103.6 = 153.3(nm) \quad (6)$$

$$y_{max, cell} = 1.82 r_{ms_{cell}} = 1.82 \times 103.6 = 188.5(nm) \quad (7)$$

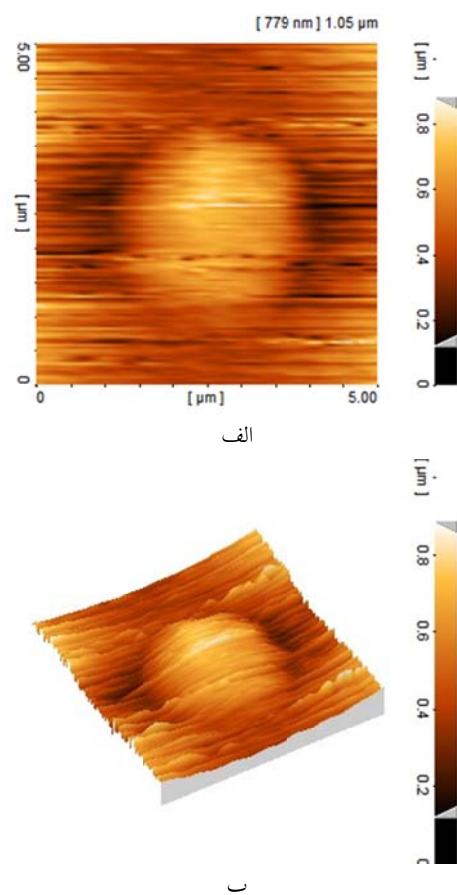
$$y_{max, sub.} = 1.82 r_{ms_{sub.}} = 1.82 \times 87.3 = 158.9(nm) \quad (8)$$

مقادیر سایر پارامترهای زبری محاسبه شده از محدوده تصویر که مربوط به سطح سلول می باشد، به شرح زیر می باشد:

$$\begin{aligned} s_a &= 87.34(nm) & s_{sk} &= 0.7 \\ s_{ku} &= 4.3 & s_y &= 667.8(nm) \end{aligned}$$

مدل دینامیک منیولیشن میکرو/نانو ذرات

در این بخش به طور مختصر به توضیح مدل دینامیک منیولیشن میکرو/نانوذرات پرداخته شده است. در تحقیقات گذشته مدل دینامیکی فرآیند منیولیشن به روش راندن با استفاده از AFM برای ذرات کروی و به طور محدودی برای ذرات دارای هندسه های غیرکروی مانند استوانه ای و در محیط های هوا و مایع ارائه شده است. همچنین، شبیه سازی هایی در شرایط گوناگون ابعاد ذره، همچنین در تحقیقات محدودی برای برخی ذرات زیستی هم چون دی ان ای و در محیط هوا، آب و برخی سیالات بیولوژیکی انجام شده است [8-10]. همچنین با هدف هرچه نزدیک تر نمودن مدل به واقعیت و با توجه به تأثیر زیاد منظور نمودن زبری سطح در فرآیندهای دینامیکی شامل تأثیرات چسبندگی و در ابعاد نانو، کورایم و همکاران [6, 7] مدل دینامیک نانومینیولیشن با استفاده از AFM را ابتدا



شکل ۲ تصویر توپوگرافی سطح سلول سرطانی HT29 و سطح مبنا (الف) دوبعدی و (ب) سه بعدی با استفاده از AFM در مد غیرتماسی

با بررسی تصاویر به دست آمده، هندسه سلول مورد بررسی با تقریب بسیار خوبی کروی دیده می شود و بنابراین در مراحل بعدی تحقیق مدل های مکانیک تماس مربوط به این هندسه در مدل دینامیکی و شبیه سازی استفاده شده است. همچنین شعاع دقیق سلول با استفاده از نرم افزار DME ۳/۱۵۸ میکرومتر به دست آمد. سپس مقدار شعاع و ارتفاع برجستگی های سطح و سلول به ترتیب با استفاده از معادلات (۴ و ۳) به صورت معادلات (۸-۵) به دست می آیند. با توجه به آن که مقدار rms سطح در نواحی مختلف سطح با مقداری تفاوت به دست می آید، محاسبات زبری تعداد دفعاتی تکرار شد و میانگین مقادیر به دست آمده به عنوان rms تقریبی سطح به صورت زیر در نظر گرفته

با در نظر گرفتن زبری سطح بر روی سطح مبنا سپس با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره هدف توسعه دادند.

منیپولیشن ذره به وسیله AFM، با شروع حرکت صفحه مبنا با سرعت ثابت آغاز می شود که به موجب آن ذره چسبیده به آن نیز شروع به حرکت می نماید و در تماس با سوزن قرار می گیرد. در نتیجه این حرکت، نیروهای اعمالی بر ذره و عکس العمل آن بر رأس سوزن پروب شروع به افزایش می کنند که این نیروی عکس العملی موجب خمش و پیچش در کانتیلور می گردد. با افزایش تغییر شکل کانتیلور و نیروهای عکس العمل وارد بر ذره، ذره شروع به حرکت بر روی صفحه مبنا می کند.

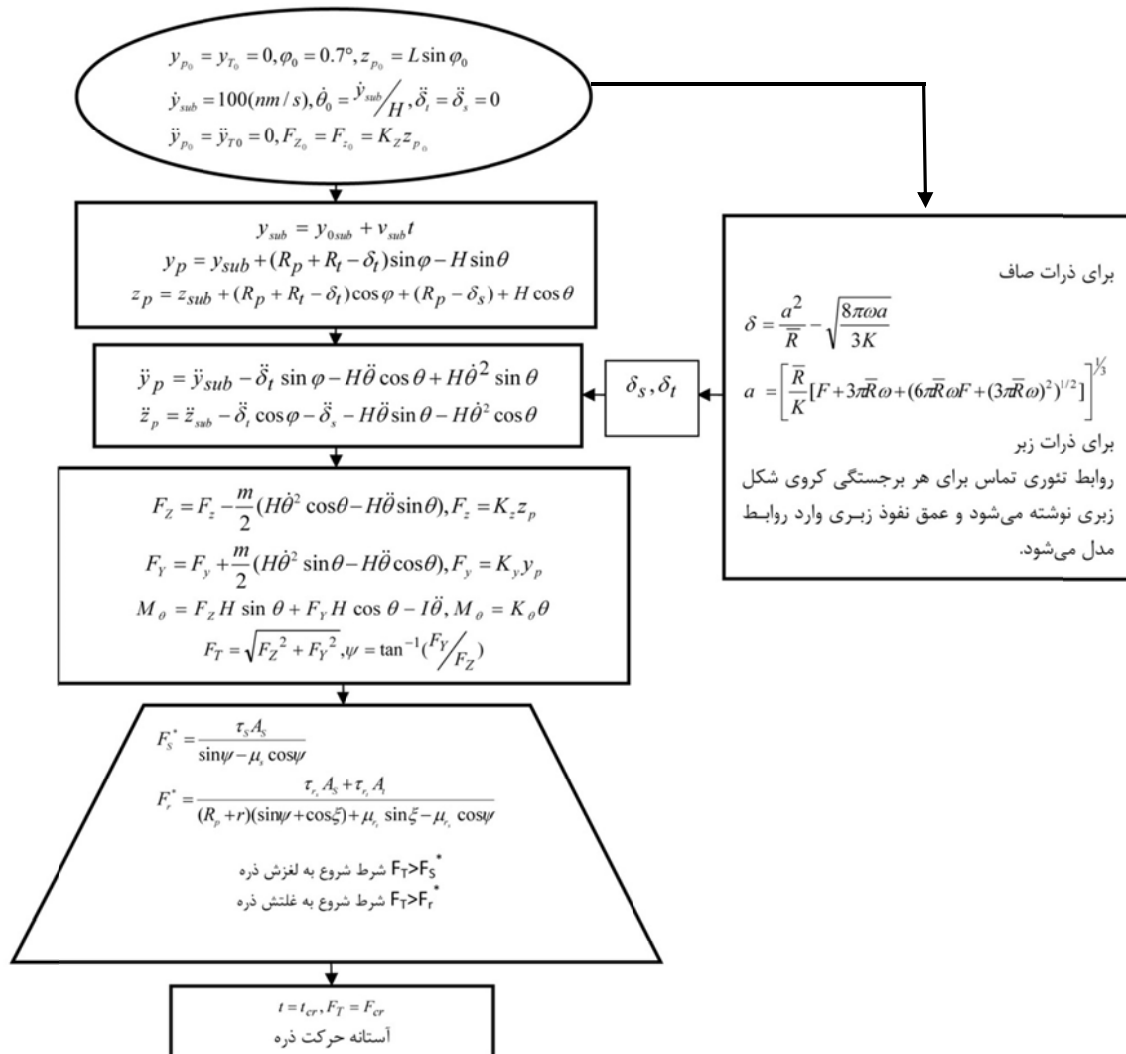
روابط مدل دینامیکی فرآیند راندن میکرو/نانوذرات با استفاده از پروب AFM، برای ذرات کروی و استوانه ای شکل دارای سطح ایده آل صاف و ذرات زبر، بر مبنای روابط ارائه شده در تحقیقات گذشته در قالب الگوریتم شکل (۳) ارائه شده است. در ادامه بر مبنای این الگوریتم شبیه سازی مقادیر نیرو و زمان بحرانی حرکت برای سلول سرطانی HT29 به عنوان ذره هدف در این فرآیند انجام شده است.

در معادلات ارائه شده در الگوریتم شکل (۳)، y_p و z_p موقعیت افقی و قائم پروب AFM و y_{sub} و v_{sub} به ترتیب موقعیت و سرعت حرکت سطح مبنا می باشند. H ارتفاع سوزن پروب و R_p و R_t نیز به ترتیب معرف شعاع ذره هدف و سوزن پروب که در تماس با ذره قرار می گیرد، می باشد. δ_s و δ_t به ترتیب تغییر شکل میان ذره - سطح مبنا و ذره - سوزن می باشند و از رابطه تغییر شکل تئوری تماسی JKR برای ذرات کروی و با جایگزینی شعاع تماس از رابطه ارائه شده در همین تئوری مطابق معادله ارائه شده در الگوریتم به دست می آیند. هم چنین مقدار ω معرف کار چسبندگی معادل در محیط کاری مد نظر است.

الگوریتم ارائه شده در شکل (۳) در حقیقت دو الگوریتم مرتبط با یکدیگر را شامل می شود. سمت راست شکل، شامل محاسبه عمق نفوذ ذره در شرایط

هندسی مختلف مانند منظور نمودن زبری را نشان می دهد که ورودی آن شرایط اولیه و خروجی آن مقادیر عمق نفوذ می باشند. سپس این مقادیر خروجی علاوه بر شرایط اولیه به عنوان ورودی الگوریتم اصلی منیپولیشن وارد می شوند. بنابراین حل معادلات مربوط به این بخش مقدم بر حل معادلات الگوریتم اصلی منیپولیشن (سمت چپ شکل) می باشد. در الگوریتم اصلی محاسبه مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن نیز، پس از ارائه روابط سینماتیکی و با جایگزینی مشتقات مقادیر موقعیت افقی و عمودی پروب در معادلات نیوتن-اوایلر معادلات دینامیکی فرآیند حاصل می شوند. در معادلات دینامیکی، F_x ، F_y و F_z به ترتیب مؤلفه های نیروی وارد بر ذره از طرف پروب AFM یا بالعکس در راستای افقی و قائم و نیروی برآیند وارد بر ذره از طرف پروب می باشند. نیروی بحرانی F_{cr} و زمان بحرانی F_{cr} نیز نیروی برآیند و زمان در لحظه حرکت ذره، معادل مقدار F_T در لحظه غلبه بر نیروهای حدی F_s^* یا F_r^* است و تابعی از ψ زاویه نیروی راندن ذره، ϕ زاویه تماس پروب و ذره، ثابت های اصطکاکی μ ، τ ، و سطح تماس بین سوزن/ذره و ذره/صفحه مبنا A_s و A_t است و شروع حرکت ذره در هر مد دینامیکی منوط به برقراری نامعادله مربوط به آن مد خواهد بود. به این ترتیب که با استفاده از روابط، مقادیر نیروی بحرانی لغزشی و غلشی محاسبه شده و با مقدار نیروی برآیند مقایسه می شوند. در شرایطی که مقدار نیروی برآیند بر مقدار نیروی بحرانی حرکت غلبه کند، منیپولیشن آغاز می گردد. هم چنین در این معادلات θ زاویه پیچش تیر مربوط به پروب در حین اعمال نیرو به ذره می باشد که برای استخراج موقعیت پروب در روابط سینماتیکی به کار می رود.

توضیح دقیق تر چگونگی توسعه مدل و استخراج روابط دینامیکی فرآیند با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح مبنا و سطح ذره به ترتیب در مراجع [6, 7] ارائه شده است.



شکل ۳ الگوریتم مدل دینامیک مینیولیشن میکرو/نانوذرات استوانه ای زبر به وسیله AFM

شبیه سازی نیرو و زمان بحرانی مینیولیشن سلول

سرطانی HT29 با استفاده از AFM

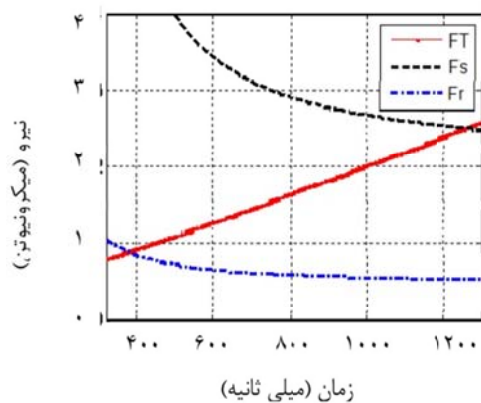
در این بخش به شبیه سازی مقادیر نیرو و زمان بحرانی مینیولیشن سلول سرطانی HT29 به صورت ذرات کروی دارای سطح صاف ایده آل و با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره و سطح مبنا بر مبنای الگوریتم شکل (۳) پرداخته شده است.

اطلاعات اصلی شامل مشخصات هندسی و خواص مکانیکی AFM و اطلاعات تریبولوژیکی بین

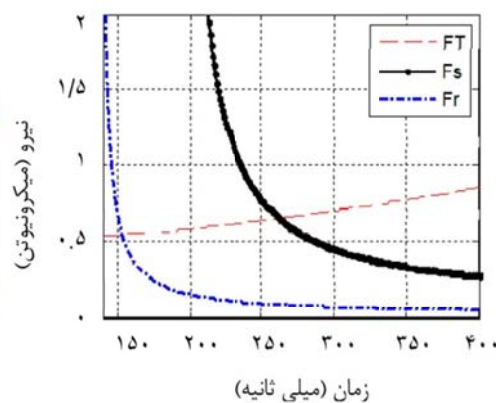
ذره و سطح و بین ذره و سوزن و همچنین شرایط اولیه در شبیه سازی فرآیند مشابه اطلاعات ارائه شده در مرجع [7] استفاده شده است. سلول سرطانی هدف نیز با استفاده از آنالیز انجام شده در بخش قبل به صورت کره با شعاع ۳/۱۵۸ میکرومتر فرض شده است.

به منظور بررسی تأثیر در نظر گرفتن زبری برای میکرو/نانوذرات هدف در فرآیند مینیولیشن، نتایج شبیه سازی مقادیر نیروی برآیند و نیروی بحرانی در فرآیند مینیولیشن، برای نانوذرات کروی HT29 به شعاع مقطع ۳/۱۵۸ میکرومتر در دو حالت دارای سطح

ایده آل صاف و سطح دارای زبری ریز به صورت برجستگی های کروی شکل به شعاع $۱۵۳/۳$ نانومتر (بر مبنای مدل رامپ)، در شکل (۴) ارائه شده است. همان طور که در شکل (۴) مشاهده می شود، در قسمت (الف)، نیروی برآیند نمودار نیروی بحرانی لغزشی را در $t_{cr} = ۱۲۶۰ (ms)$ و $F_{cr} = ۲/۵ (\mu N)$ و نمودار نیروی بحرانی غلتشی را در $t_{cr} = ۳۸۰ (ms)$ و $F_{cr} = ۰/۸۷ (\mu N)$ قطع می کند و در قسمت (ب)، نیروی برآیند در $t_{cr} = ۲۶۲ (ms)$ و $F_{cr} = ۰/۶۵ (\mu N)$ نمودار نیروی بحرانی لغزشی و نمودار نیروی بحرانی غلتشی را در $t_{cr} = ۱۵۳ (ms)$ می باشد.

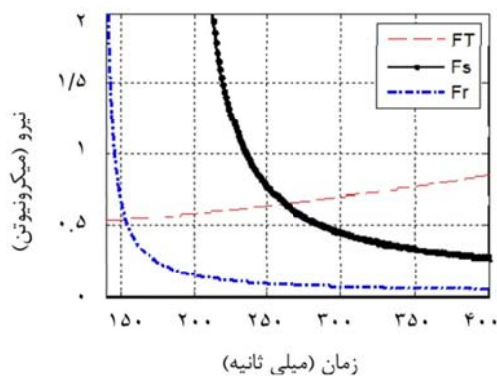


(الف)

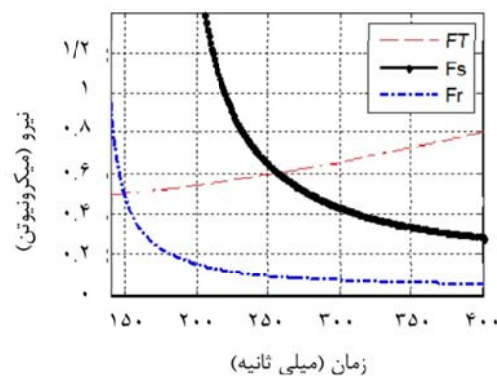


(ب)

شکل ۴ مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 (الف) بدون در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره مدل (ب) با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره بر مبنای مدل رامپ



(الف)



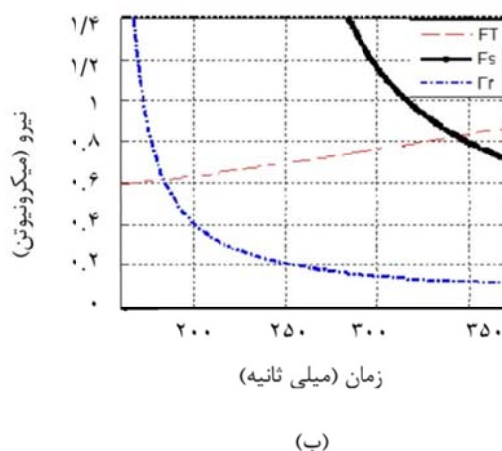
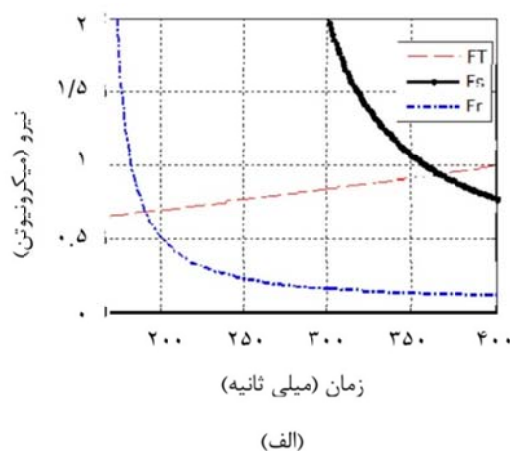
(ب)

شکل ۵ مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره بر مبنای (الف) مدل رامپ و (ب) رایینوویچ

شکل (۵) مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 را با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره بر مبنای مدل زبری رامپ (الف) و رابینوویچ (ب) و با استفاده از مقادیر شعاع و ارتفاع برجستگی ذره، به دست آمده در بخش قبل نشان می دهد. بر مبنای نتایج شبیه سازی ها، مقادیر زمان و نیروی بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره هدف با استفاده از مدل زبری رامپ در مد لغزشی و غلتشی به ترتیب $t_{cr} = 262 (ms)$ و $F_{cr} = 0.65 (\mu N)$ و همچنین $t_{cr} = 153 (ms)$ و $F_{cr} = 0.54 (\mu N)$ و با به کارگیری مدل زبری رابینوویچ و در مد لغزشی برابر با $t_{cr} = 257 (ms)$ و $F_{cr} = 0.6 (\mu N)$ و در مد غلتشی $t_{cr} = 150 (ms)$ و $F_{cr} = 0.5 (\mu N)$ به دست آمده است.

شکل (۶) نیز مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح مینا، بر مبنای مدل زبری رامپ (الف) و رابینوویچ (ب) و با استفاده از مقادیر عددی زبری به دست آمده در بخش قبل برای سطح مینا را نشان می دهند. مقادیر زمان و نیروی بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با در نظر گرفتن زبری بر روی

سطح مینا به دست آمده در شبیه سازی ها با استفاده از مدل زبری رامپ در مد لغزشی $t_{cr} = 367 (ms)$ و $F_{cr} = 0.93 (\mu N)$ و در مد غلتشی $t_{cr} = 191 (ms)$ و $F_{cr} = 0.67 (\mu N)$ و با استفاده از مدل زبری رابینوویچ و در مد لغزشی برابر با $t_{cr} = 343 (ms)$ و $F_{cr} = 0.82 (\mu N)$ و در مد غلتشی $t_{cr} = 184 (ms)$ و $F_{cr} = 0.62 (\mu N)$ می باشند. در نتایج به دست آمده در شکل های (۵ و ۶) نیز مقدار نیروی برآیند وارد بر ذره هدف توسط پروب AFM در هر دو حالت شبیه سازی و با در نظر گرفتن زبری، ابتدا به مقدار نیروی بحرانی منیپولیشن در مد غلتشی و سپس به مقدار نیروی بحرانی لغزشی می رسد. به این ترتیب شروع به حرکت ذره با غلتش ذره بر روی سطح مینا تأیید می شود. هم چنین مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن با در نظر گرفتن زبری بر مبنای مدل رابینوویچ کمتر از این مقادیر بر مبنای مدل رامپ به دست می آید. این امر باتوجه به آنکه در مدل رابینوویچ علاوه بر تأثیر ارتفاع زبری ها، پهنای آنها نیز در توصیف از زبری در مقیاس نانو در نظر گرفته شده، قابل توجیه است.



شکل ۶ مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح مینا بر مبنای (الف) مدل رامپ و (ب) رابینوویچ

بحث و نتیجه گیری

قابلیت‌های ویژه میکروسکوپ نیروی اتمی در انجام وظایف مختلف هم‌چون جابه‌جایی و مونتاژ در ابعاد میکرو و نانو با اهداف متفاوت و در شرایط محیطی مختلف خلاء، هوا و محیط مایع بیولوژیکی و فیزیولوژیکی، منجر به رشد سریع کاربرد این دستگاه در حوزه‌های متفاوت تحقیق و صنعت شده است.

مدل‌سازی و شبیه‌سازی دینامیکی فرآیند راندن بر روی سطح با استفاده از AFM، گام بسیار مهمی در شناخت و کنترل دقیق این فرآیند می‌باشد. چگونگی اجرای فرآیند منیپولیشن و کنترل دقیق آن بر مبنای شناخت تأثیر پارامترهای متفاوت مستقل فرآیند بر پارامترهای اساسی خروجی فرآیند که از جمله مهم‌ترین آنها نیرو و زمان بحرانی فرآیند می‌باشد، ممکن می‌شود. در این تحقیق به بررسی و شبیه‌سازی فرآیند منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با استفاده از AFM پرداخته شده است. برای این منظور ابتدا آنالیز زبری سطح سلول سرطانی HT29 با استفاده از AFM انجام شده سپس با به‌کارگیری اطلاعات عددی زبری به‌دست آمده از تصاویر توپوگرافی سطح این سلول به شبیه‌سازی مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن بر این مبنای پرداخته شده است.

مقادیر عددی شعاع و ارتفاع زبری سطح طی آنالیز زبری انجام‌شده با استفاده از نرم‌افزار DME برای سطح سلول سرطانی HT29 به ترتیب $153/3$ و $188/5$ نانومتر و برای سطح مبنای نیز به ترتیب $129/2$ و $158/9$ نانومتر به‌دست آمد.

با توجه به مقادیر عددی نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن به‌دست آمده در کلیه شبیه‌سازی‌ها، شروع به حرکت ذره در دو حالت در نظر گرفتن زبری بر روی سطح مبنای و سطح ذره و همچنین بدون در نظر گرفتن زبری برای سطح ذره و سطح مبنای، در مد غلتشی و به عبارت دیگر با غلتش ذره بر روی سطح مبنای می‌باشد.

این امر مطابق نتایج تحقیقات قبلی است که مد دینامیکی شروع به حرکت ذرات دارای ابعاد در حدود میکرو را مد غلتشی اعلام می‌کند.

مطابق نتایج به‌دست آمده در شبیه‌سازی‌ها، با منظور نمودن زبری سطح ریز بر روی سطح نانوذرات کروی سلول سرطانی HT29 با شعاع مقطع $158/3$ میکرومتر، مقادیر بحرانی نیرو و زمان در مد لغزشی منیپولیشن به ترتیب 74% و 79% و در مد غلتشی به ترتیب $45/3\%$ و $59/7\%$ کاهش را نشان می‌دهد؛ که این امر نشانگر کاهش قابل‌ملاحظه نیروی چسبندگی به‌واسطه کاهش سطح تماس مؤثر در تماس میان ذره و سطح مبنای با منظور نمودن زبری سطح می‌باشد.

هم‌چنین اختلاف میان نیرو و زمان‌های بحرانی در دو مد دینامیکی لغزش و غلتش با منظور نمودن زبری سطح برای ذره کاهش می‌یابد و بیانگر این امر است که با افزایش زبری ذره، احتمال وقوع لغزش به‌جای غلتش افزایش می‌یابد.

هم‌چنین بر مبنای نتایج شبیه‌سازی‌های انجام‌شده در بخش قبل، مقادیر زمان و نیروی بحرانی منیپولیشن سلول سرطانی HT29 با در نظر گرفتن زبری بر روی سطح ذره هدف و یا سطح مبنای با تحلیل زبری بر مبنای مدل رابینوویچ ۸ درصد نسبت به مقادیر به‌دست آمده در این شرایط و با تعریف زبری بر مبنای مدل رامپ کمتر پیش‌بینی می‌شود. این امر نیز با توجه به دقیق‌تر بودن هندسه توصیف زبری در مدل زبری رابینوویچ نسبت به مدل رامپ قابل توجیه است و بنابراین مقادیر دقیق‌تری را نتیجه می‌دهد.

بنابراین شرایط هندسی سطح میکرو/نانو ذره هدف از جمله هندسه زبری روی سطح آن در رفتار دینامیکی آن در فرآیند منیپولیشن و مقادیر نیرو و زمان بحرانی منیپولیشن، بسیار تأثیرگذار است و لحاظ نمودن این پارامترها در مدل دینامیکی دقیق فرآیند ضروری می‌باشد. برای دقیق‌تر نمودن مدل ارائه‌شده در این پژوهش می‌توان تأثیر زبری سوزن را نیز در

ریشه میانگین مربعات زبری	Rms	مدل سازی وارد نمود و هم چنین مدل سازی و
شعاع ذره کروی	R	شبیه سازی ها را برای سلول سرطانی HT29 با
متوسط زبری	s_a	به کارگیری مدل تماسی اجسام نرم که برای این ذرات
کجی زبری سطح ارزیابی شده	s_{sk}	مناسب تر می باشند نیز انجام داد و با نتایج حاصل از
تیزی پروفیل ارزیابی شده	s_{ku}	به کارگیری سایر مدل های تماسی مقایسه نمود.
ارتفاع قله - قله زبری	s_z, s_t, s_y	هم چنین می توان شبیه سازی ها را برای ذرات از
ریشه میانگین مربعات زبری	s_q	جنس های دیگر و در محیط های کاری دیگر AFM نیز
ماکزیم عمق فرورفتگی های سطح یا همان	s_v	انجام داد تا تأثیر این عوامل نیز در نظر گرفته شود.
دره ها		
ماکزیم ارتفاع برآمدگی یا همان قله ها	s_p	
ماکزیم ارتفاع برجستگی ها کروی شکل زبری	y_{max}	فهرست علائم
فاصله ی جدایش	z_0	ثابت هماکر A_H
انحراف ارتفاع نقطه i ام از سطح میانگین	z_i	تعداد نقاط داده ها m'
		شعاع برجستگی های سطح r

مراجع

1. D Antonio, P., Lasalvia, M., Perna, G., & Capozzi, V., "Scale-independent roughness value of cell membranes studied by means of AFM technique", *Biochimica et Biophysica Acta (BBA)-Biomembranes*, Vol. 1818(12), pp. 3141-3148, (2012).
2. Guduru, R. "In situ AFM Imaging of Nanoparticle-Cellular Membrane Interaction for a Drug Delivery Study", Master of Science thesis in biomedical engineering. Florida International University, (2011).
3. Mege, J. L., Capo, C., Benoliel, A. M., Foa, C., Galindo, R., & Bongrand, P., "Quantification of cell surface roughness; a method for studying cell mechanical and adhesive properties", *Journal of theoretical biology*, Vol. 119(2), pp. 147-160, (1986).
4. Kaul-Ghanekar, R., Singh, S., Mamgain, H., Jalota-Badhwari, A., Paknikar, K. M., & Chattopadhyay, S., "Tumor suppressor protein SMAR1 modulates the roughness of cell surface: combined AFM and SEM study", *BMC Cancer*, Vol. 9(1), pp. 1-12, (2009).
5. Korayem, M.H. & Zakeri, M., "Sensitivity analysis of nanoparticles pushing critical conditions in 2-D controlled nanomanipulation based on AFM", *J Adv. Manuf. Technol*, Vol. 41, pp. 714-726, (2009).
6. Korayem, M.H. & Zakeri, M., "Dynamic modeling of manipulation of micro/nanoparticles on rough surfaces", *J Applied Surface Science*, Vol. 257(15), pp. 6503-6513, (2011).
7. Korayem, M.H., Badkoobeh Hezaveh, H. and Taheri, M., "Dynamic Modeling and Simulation of Rough Cylindrical Micro/Nanoparticle Manipulation with Atomic Force Microscopy", *Microscopy and Microanalysis*, Vol. 20 (6), pp. 1692-1707, (2014).

8. Sitti, M. & Hashimoto, H., "Force controlled pushing of nanoparticles: Modeling and experiments", *In International Conference of Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 13-20, (1999) Sep 19, Atlanta, GA.
9. Korayem, M.H., Motaghi, A. and Zakeri, M., "Dynamic modeling of submerged nanoparticle pushing based on atomic force microscopy in liquid medium", *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 13(10), 5009-5019, (2011).
10. Korayem, M.H., and Geramizadeh, M., "DNA Manipulation in Biological Liquid Environment Based on Atomic Force Microscopy", *Nanoscience and Nanotechnology*, Vol. 2(4), 109-115, (2012).
11. Beach, E.R., Tormoen, G.W., Drelich, J. and Han, R., "Pull-off Force Measurements between Rough Surfaces by Atomic Force Microscopy", *Journal of Colloid and Interface Science* 247, pp. 84–99, (2002).
12. Rabinovich, Y.I., Adler, J.J., Ata, A., Singh, R.K. & Moudgil, B.M. (2000a). Adhesion between nanoscale rough surfaces: I. Role of asperity geometry. *J Colloid Interface Sci* 232, 10–16, (2000).
13. Rabinovich, Y.I., Adler, J.J., Ata, A., Singh, R.K. & Moudgil, B.M. (2000b). Adhesion between nanoscale rough surfaces: II. Measurement and comparison with theory. *J Colloid Interface Sci* 232, 17–24, (2000).

تعیین مسیر فشار بهینه در فرآیند هیدروفرمینگ ورق با استفاده از روش تبرید تدریجی*

(یادداشت پژوهشی)

(۱) عباس هاشمی

(۲) محمد حسین پور

(۳) سید محمدحسین سیدکاشی

چکیده در فرآیندهای شکل‌دهی ورق، تولید قطعات مخروطی-استوانه‌ای در یک مرحله و با دقت بالا به دلیل وجود عیوب چروکیدگی و پارگی بسیار دشوار است. یکی از کاراترین روش‌ها در میان فرآیندهای هیدروفرمینگ ورق به منظور تولید قطعات مخروطی-استوانه‌ای، روش کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی است. در این مقاله مسیر فشار شکل‌دهی به عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر در این فرآیند، مورد بررسی قرار گرفت و در یک روش جدید با ترکیب روش اجزای محدود با استفاده از نرم‌افزار انسیس و بهینه‌سازی با الگوریتم تبرید تدریجی، مسیر بهینه فشار به دست آمد.

واژه‌های کلیدی قطعات مخروطی-استوانه‌ای؛ کشش عمیق هیدرودینامیکی؛ الگوریتم تبرید تدریجی؛ روش اجزای محدود؛ مسیر فشار.

Determination of Optimal Pressure Path in Sheet Hydroforming Process Using Simulated Annealing Method

A. Hashemi

M. Hoseinpour

S.M.H. Seyedkashi

Abstract In sheet metal forming processes, one-stage production of conical-cylindrical parts with high accuracy is very difficult due to wrinkling and rupturing. Hydrodynamic deep drawing assisted by radial pressure is one of the most applicable procedures in sheet hydroforming process on the point of producing conical-cylindrical parts. In this paper, forming pressure path is investigated as one of the most important parameters of this process. The optimized pressure path is obtained utilizing a new procedure by combination of the finite element method using ANSYS/LS-DYNA and an optimization method using simulated annealing.

Key Words Conical-Cylindrical Parts; Hydrodynamic Deep Drawing; Simulated Annealing Algorithm; Finite Element Code; Pressure path.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۹/۴ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۶/۲۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.41691

(۱) دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

(۲) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی. m.hoseinpour@srutu.edu

(۳) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند.

مقدمه

قطعات مخروطی و سهموی در صنعت هوا و فضا، صنایع نظامی، صنایع خودروسازی، لوازم آشپزخانه و دیگر صنایع کاربردهای فراوانی دارند. هم‌چنین در صنعت هوایی (موتورهای پیستونی، موتور جت، توربین گاز، بالگردها و تجهیزات پرتاب‌کننده‌های موشک به فضا) و در صنعت دریایی و ناوبری (کشتی‌های سطحی و زیردریایی‌ها) و در صنایع نظامی (تانک‌ها و موشک‌ها) و در ماشین‌آلات صنعتی (تجهیزات اسپینینگ، کمپرسورها و ماشین‌آلات قالب‌گیری) و در تجهیزات کشاورزی و وسایل نقلیه (اسنوموبیل‌ها و قایق‌ها) از قطعات مخروطی متنوعی استفاده می‌شود. شکل‌دهی این قبیل قطعات با روش‌های متداول کشش عمیق به راحتی امکان‌پذیر نیست و با مشکلاتی همراه است. دو مشکل عمده در تولید قطعات مخروطی، پارگی و چروکیدگی هستند. سطح تماس کم ورق و سنبه در مراحل اولیه شکل‌دهی تنش زیادی در ناحیه تماس ورق با سر سنبه ایجاد می‌کند و موجب پارگی ورق می‌گردد. از طرفی سطح آزاد ورق در ناحیه بین نوک سنبه و ورق‌گیر موجب می‌شود تا در هنگام کشیده شدن ورق، در ناحیه مخروطی چروک ایجاد شود [1]. در سال‌های اخیر فن‌آوری هیدروفرمینگ به منظور تولید قطعات متنوع و پیچیده، در کاربردهای مختلف به‌ویژه در تولید قطعات خودرو، هواپیما و تجهیزات الکتریکی مورد توجه زیادی قرار گرفته است [2]. ابداعات متعددی در زمینه هیدروفرمینگ ورق ارائه شده است که می‌توان به هیدروفرمینگ استاندارد [3]، هیدروریم [4]، کشش عمیق هیدرودینامیکی [5]، کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی [6] و کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی [7] اشاره نمود. فرآیند کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی، با تغییر اندکی در ساختار ابزار در فرآیند کشش عمیق هیدرودینامیکی توسعه یافته است که

شماتیکی از این فرآیند در شکل (۱) نمایش داده شده است [7]. در هر دو فرآیند مذکور، ورق توسط عمل مکانیکی سنبه به داخل محفظه قالب شکل داده می‌شود. نفوذ سنبه به داخل محفظه روغن، افزایش فشاری را ایجاد می‌کند که با استفاده از یک شیر کنترل فشار قابل تنظیم است. ورق کشیده شده به علت ایجاد فشار در زیر آن، به طور کامل به طرف سنبه پرس می‌شود. این امر اصطکاک بین سنبه و ورق را افزایش می‌دهد و بنابراین نیروهای بالاتری در مقایسه با کشش عمیق سنتی به ناحیه تغییر شکل انتقال داده می‌شود [8]. در ضمن سیال در محفظه قالب می‌تواند از فاصله بین ورق و قالب به سمت بیرون جریان یابد. در این شرایط به علت کوچک بودن گپ بین قالب و ورق‌گیر، فشار سیال در اطراف ورق ایجاد می‌شود. این فشار شعاعی در اطراف ورق، نیروی کشش را کاهش و نسبت کشش را افزایش می‌دهد. هم‌چنین به کمک این فرآیند مزیت‌های بسیاری از قبیل کیفیت سطح مطلوب، دقت ابعادی بالا و شکل‌دهی قطعات با منحنی‌های پیچیده حاصل می‌شود. ابزار به کار رفته در این روش در مقایسه با سایر فرآیندهای هیدروفرمینگ ورق، بسیار ساده‌تر و بدون نیاز به وسایل آب‌بندی خاص است [9].

در زمینه بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر در فرآیند هیدروفرمینگ ورق برای قطعات مخروطی-استوانه‌ای تحقیقات محدودی انجام شده است. پالانسیوامی و همکارانش [10] با ترکیبی از روش اجزای محدود و بهینه‌سازی معمولی، ابعاد بهینه ورق را به منظور کاهش برگشت فنری قطعه نهایی به دست آوردند. لنگ و همکارانش [11] در فرآیند هیدروفرمینگ ورق آلومینیومی، با در نظر گرفتن پارامترهای شبیه‌سازی شامل ضریب استحکام، توان کرنش سختی، اصطکاک بین ورق-سنبه و اصطکاک بین ورق-قالب، برخی پارامترهای کلیدی فرآیند شامل ابعاد قالب و فشار پیش‌الغ را با مدل‌سازی معکوس مورد بررسی قرار دادند و

مواد و مراحل آزمایش

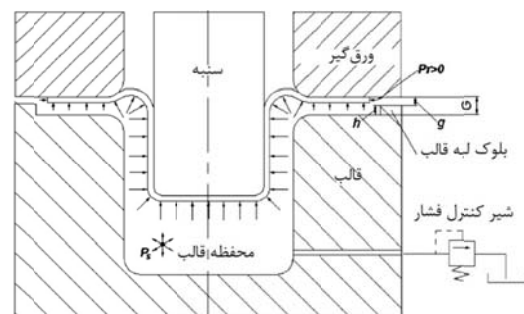
مواد. برای انجام آزمایش‌ها از ورق مس خالص (۹۹/۹٪) با ضخامت ۱ میلی‌متر و قطر گرده ۱۱۸ میلی‌متر، به منظور شکل‌دهی فنجان‌های مخروطی-استوانه‌ای در یک مرحله با روش کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی استفاده شد. برای تعیین خواص مکانیکی مواد، آزمون کشش بر روی یک نمونه انجام شد که نتایج و برخی مشخصات فیزیکی آن در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱ خواص فیزیکی و مکانیکی ورق و اجزای قالب

ماده	مس خالص	اجزای قالب
مدول یانگ (GPa)	۱۱۷	۲۱۰
ضریب پواسون	۰/۳۲	۰/۳
تنش تسلیم (MPa)	۱۲۳	-
ضریب استحکام (MPa)	۵۳۰/۹۸	-
توان کرنش سختی	۰/۴۴	-

آزمایش. برای انجام آزمایش‌ها از یک دستگاه پرس هیدرولیک با ظرفیت ۲۰۰ KN استفاده شد. در هنگام انجام آزمایش‌ها با حرکت سنبه به درون محفظه قالب، فشار سیال افزایش می‌یابد و بدین صورت فشار مورد نیاز برای شکل‌دهی تأمین می‌گردد. برای بهبود بخشیدن به جریان فلز در ابتدای فرآیند، فشار اولیه محدودی توسط واحد هیدرولیکی در زیر ورق اعمال می‌گردد و سپس هم‌زمان با حرکت سنبه و افزایش فشار درون محفظه قالب، ورق به داخل قالب کشیده می‌شود. پس از رسیدن فشار سیال به مقدار بیشینه، شیر کنترل فشار عمل می‌کند و از آن پس عملیات شکل‌دهی با فشار ثابت انجام می‌گیرد. در این پژوهش، گپ بین قالب و ورق‌گیر (G) با ایجاد بلوکی در لبه ورق‌گیر ایجاد شده و از هیچ اورینگ برای آب‌بندی استفاده نشده است و تماس بین ورق‌گیر و قالب (g) به صورت فلز با فلز است.

بهینه نمودند. چوی و همکارانش [12] با ترکیب تحلیل اجزای محدود تطابقی با الگوریتم کنترل فازی، پارامترهای فشار هیدرولیکی و نیروی ورق‌گیر در هیدروفرمینگ گرم را برای قطعات استوانه‌ای بررسی نمودند. یعقوبی و همکارانش [13] با استفاده از ترکیب الگوریتم تبرید تدریجی و آموزش شبکه عصبی، مسیر فشار بهینه را در فرآیند هیدروفرمینگ مورد بررسی قرار دادند.

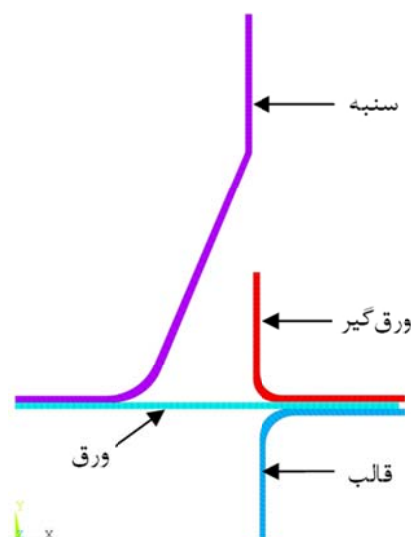


شکل ۱ اجزای قالب فرآیند کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی [7]

برای شکل‌دهی قطعه مخروطی سالم در فرآیند کشش عمیق هیدرودینامیکی با فشار شعاعی، مسیر فشار نقش مهم و تعیین‌کننده‌ای ایفا می‌کند. در این مقاله روش جدیدی با عنوان تبرید تدریجی برای بهینه‌سازی مسیر فشار فرآیند مذکور پیشنهاد شد. به منظور دستیابی به مسیر فشار مناسب، الگوریتم تبرید تدریجی به عنوان یک روش بهینه‌سازی فراابتکاری در ترکیب با کد اجزای محدود ANSYS/LS-DYNA مورد استفاده قرار گرفت. در این روش با تصدیق مدل اجزای محدود در یک معیار شکست، دستیابی به قطعه مطلوب با بهترین توزیع ضخامت به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شد. نتایج حاصل از الگوریتم تبرید تدریجی با نمونه تجربی حاصل از مسیر بهینه فشار به صورت توزیع ضخامت در قطعه نهایی مقایسه و اعتبارسنجی شد.

مدل اجزای محدود

به منظور کاهش زمان اجرای کد اجزای محدود در حین فرآیند بهینه سازی، المان دوبعدی متقارن PLANE 162 در نرم افزار انسیس استفاده شد. نمونه ای از مدل اجزای محدود در شکل (۲) نمایش داده شده است. قالب، ورق گیر و سنبه به صورت جسم کاملاً صلب تعریف شد. در حالی که ورق از خواص مواد پلاستیسیته قانون توان تبعیت می کند. مواد ورق که به صورت همسان گرد فرض شده و خواص مواد سایر اجزای مجموعه قالب (قالب، ورق گیر و سنبه) در جدول (۱) ارائه شده است. قالب و ورق گیر به طور کامل مقید شده است و سنبه می تواند تنها در راستای عمودی منطبق با محور مرکزی خود حرکت کند. قید فشار در تمام سطح زیرین ورق و همچنین در لبه ورق اعمال شده است. نتایج حاصل از آنالیز حساسیت نشان داد که تعداد المان ها در راستای طولی برابر طول ورق و در راستای ضخامت چهار برابر ضخامت ورق مطلوب خواهد بود. مقدار ضریب اصطکاک در مدل اجزای محدود برای سطح تماس سنبه-ورق برابر 0.14 و برای سطوح مشترک ورق-قالب و ورق-ورق گیر 0.04 در نظر گرفته شده است [14].



شکل ۲ مدل المان بندی شده در شبیه سازی

روش بهینه سازی تبرید تدریجی

روش تبرید تدریجی نخستین بار توسط کرکپاتریک و همکارانش [15] در سال ۱۹۸۳ در حل مسائل بهینه سازی ترکیبی پیشنهاد شد. این روش توسعه ای بر روش مونت کارلو بود که توسط متروپلیس به منظور تعیین وضعیت تعادل از مجموعه اتم ها در هر دمای داده شده ارائه گردید [16]. بهینه سازی با الگوریتم تبرید تدریجی در مسائل مهندسی به طور وسیعی گسترش یافته است. در الگوریتم تبرید تدریجی از عملیات حرارتی آنیل کردن الهام گرفته می شود که در این فرآیند وقتی یک فلز سرد می شود، به یک ساختار بلوری با حداقل انرژی و اندازه بلور بزرگ تر منجمد می شود و عیوب در ساختار فلزی کاهش می یابد [17]. در الگوریتم تبرید تدریجی فرض می شود سیستم از یک دمای بالا با انرژی زیاد، به آرامی در حال سرد شدن است. در حقیقت این الگوریتم به صورت جستجوی تصادفی به دنبال یافتن کمترین مقدار انرژی در هر دما برای تابع هدف می باشد [18]. مهم ترین مزیت این روش در مقایسه با روش های تکرارشونده مشابه توانایی جستجو در فضاهای بزرگ و امکان بالاروی و خروج از کمینه های محلی است. ساختار کلی الگوریتم تبرید تدریجی می تواند به صورت زیر بیان شود [19]:

- الف) تعریف دمای اولیه.
- ب) تعریف دمای نهایی.
- ج) تعریف تابع سرمایه.
- د) تعریف تعداد زنجیره مارکوف.
- ه) تعریف متغیر تصادفی اولیه.
- و) تکرار الگوریتم جستجو در یک دمای ثابت به اندازه تعداد زنجیره مارکوف (ایجاد متغیر جدید و بررسی آن با شرط پذیرش).
- ز) کاهش دما.
- ح) تصدیق شرایط همگرایی و در غیر این صورت به مرحله (و) رجوع شود.
- ط) پایان.

چهارچوب اصلی الگوریتم تبرید تدریجی براساس متغیرهای ورودی، تابع هدف، معیار شکست، تابع پذیرش و زمان‌بندی الگوریتم تعریف می‌شود. در این پژوهش متغیر ورودی در بهینه‌سازی فرآیند هیدروفرمینگ ورق، فشار بیشینه در نظر گرفته شد. در واقع تولید قطعه سالم با استفاده از فشار بیشینه بهینه، هدف اصلی فرآیند هیدروفرمینگ ورق تعریف می‌شود. بنابراین، تابع هدف، دستیابی به قطعه مطلوب با بهترین توزیع ضخامت بیان می‌شود. هنگامی که قطعه‌ای کمترین مقدار نازک‌شدگی را داشته باشد، به عنوان قطعه مطلوب با بهترین توزیع ضخامت انتخاب می‌شود. در چنین شرایطی با محاسبه فاصله گره‌های المان‌های دو سطح بیرونی ورق از یکدیگر می‌توان کمترین مقدار نازک‌شدگی حاصل از پس‌پردازشگر اجزای محدود در هر قطعه را به دست آورد. بنابراین در هر مرحله، با در نظر گرفتن یک فشار بیشینه جدید به عنوان متغیر ورودی، انرژی جدید از تحلیل اجزای محدود حاصل خواهد شد. در شرایطی که کمترین مقدار نازک‌شدگی تعیین گردد، فشار بیشینه بهینه به دست خواهد آمد.

در الگوریتم تبرید تدریجی احتمال این که متغیر پیشنهادشده مورد قبول واقع شود براساس معیار پذیرش متروپلیس $P(\Delta E)$ تعیین می‌گردد [۱۵]. در شرایطی که تغییرات انرژی منفی باشد متغیر پیشنهادشده پذیرفته می‌شود و در غیر اینصورت احتمال پذیرش آن توسط رابطه $P(\Delta E)$ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در صورتی که احتمال پذیرش متروپلیس از یک مقدار تصادفی در بازه صفر و یک بیشتر باشد، متغیر پیشنهادشده پذیرفته می‌شود و جایگزین وضعیت جاری می‌گردد و در غیر این صورت با رد متغیر پیشنهادشده، وضعیت جاری بدون تغییر باقی می‌ماند و مجدداً متغیر جدید دیگری پیشنهاد می‌شود. این چرخه به منظور دستیابی به داده‌های مناسب تا رسیدن الگوریتم به شرایط انجماد ادامه می‌یابد.

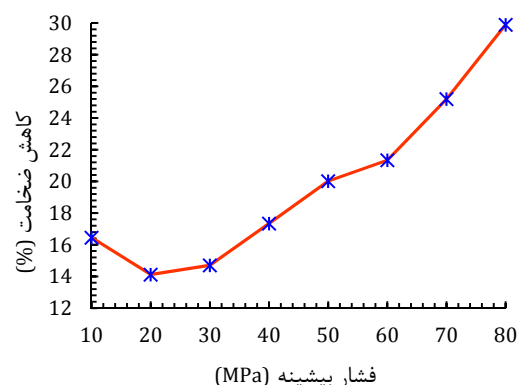
الگوریتم بهینه‌سازی توسط یک کد واسط (در محیط نرم‌افزار MATLAB) با نرم‌افزار ANSYS/LS-DYNA با استفاده از زبان طراحی پارامتریک انسیس (APDL) ترکیب می‌شود و خروجی‌های حاصل از تحلیل نرم‌افزار ANSYS را بررسی می‌نماید و بر همین اساس متغیرهای جدید را انتخاب می‌کند. پیش از این که متغیر جدید توسط احتمال پذیرش متروپلیس در الگوریتم بهینه‌سازی مورد بررسی قرار گیرد، ابتدا نتیجه متغیر جدید حاصل از مدل اجزای محدود توسط معیار شکست کنترل می‌شود. در صورتی که نتیجه حاصل از مدل اجزای محدود در معیار شکست تعریف شده صدق کند، می‌تواند به عنوان یک متغیر جدید در شرط احتمال پذیرش $P(\Delta E)$ بررسی شود. در این پژوهش معیار شکست براساس معیار حداکثر نازک‌شدگی به همراه انطباق شکل نهایی قطعه با سنبه تعریف شده است. سطح نازک‌شدگی ۳۰٪ به عنوان حداکثر مقدار احتمالی برای قطعه نهایی در معیار شکست فرض شد [20]. با در نظر گرفتن این معیار در شرایطی که ضخامت ورق از مقدار ۰/۷ میلی‌متر کمتر شود (ضخامت اولیه ورق ۱ میلی‌متر)، متغیر پیشنهادشده مورد قبول واقع نخواهد شد. انطباق شکل نهایی قطعه با سنبه با محاسبه فاصله گره‌های المان‌های سطح بالایی ورق نسبت به گره‌های المان‌های بیرونی سنبه در قسمت مخروطی کنترل می‌شوند. در صورتی که فاصله این گره‌ها از مقدار ۰/۲ میلی‌متر بیشتر باشد، این نتیجه از چرخه الگوریتم حذف خواهد شد. علت تعریف این معیار انطباق به جهت جلوگیری از وجود هرگونه عیب شامل چروکیدگی و عدم دقت ابعادی شکل نهایی قطعه با سنبه در شکل‌دهی با فشارهای بیشینه پایین است.

تابع سرمایش، دمای اولیه، دمای نهایی و زنجیره مارکوف از جمله پارامترهای مؤثر در زمان‌بندی الگوریتم هستند. هرکدام از این پارامترها در فرآیند جستجو می‌تواند در رسیدن به کمینه هم‌گرایی اصلی و

جلوگیری از به دام افتادن در نواحی کمینه محلی مؤثر باشد. در این مقاله برای تابع سرمایش از رابطه لگاریتمی (۱) استفاده شد [21].

$$T_k = \frac{T_{k-1}}{1 + \ln(k+1)}, k = 1, 2, \dots \quad (1)$$

دمای اولیه به عنوان یکی از مهم ترین پارامترهای زمان بندی الگوریتم بهینه سازی، بر مبنای اختلاف بیشترین و کمترین مقادیر تابع هدف ($\max \Delta E$) بدون در نظر گرفتن معیار شکست به ازای احتمال ۵۰ درصدی پذیرش متغیرهای تصادفی (P_0)، برابر ۵ درجه در نظر گرفته شد [22]. دمای نهایی (شرایط انجماد) الگوریتم بر مبنای حداکثر تعداد دماهای استفاده شده ۲۰ مرتبه و حداقل اختلاف انرژی ۰/۰۰۱ تعریف شد. طول زنجیره مارکوف به صورت ثابت و برابر ۳۰ در نظر گرفته شد. طول زنجیره مارکوف، تعداد تکرار حلقه داخلی در یک دمای ثابت به منظور جستجوی کمترین مقدار انرژی می باشد. بهترین شیوه برای انتخاب مناسب این پارامترها سعی و خطا انجام است.



شکل ۳ نمودار حاصل از اعمال مسیر فشارهای با فشار بیشینه مختلف در شبیه سازی

در این پژوهش به منظور تعیین فضای جستجو، مسیرهای بارگذاری با فشارهای بیشینه مختلف در شبیه سازی اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج حاصل از مدل اجزای محدود نشان داد که بازه ۵ تا ۸۰ MPa در معیار ۳۰٪ نازک شدگی صدق می کند، اما با توجه به روند صعودی درصد کاهش ضخامت در فشارهای بالا، به منظور کاهش زمان الگوریتم می توان کران بالای فضای جستجو را به ۴۰ MPa کاهش داد (شکل ۳).

نتایج و بحث

به منظور بررسی تأثیر مسیر فشار به عنوان یکی از عوامل بسیار مهم در قابلیت شکل پذیری قطعات مخروطی در فرآیند هیدروفرمینگ، دو نوع روش بهینه سازی مسیر بارگذاری شامل نوع اول: مسیر فشار با سرعت متغیر سنبه، نوع دوم: مسیر فشار با سرعت ثابت سنبه مورد بررسی قرار گرفت.

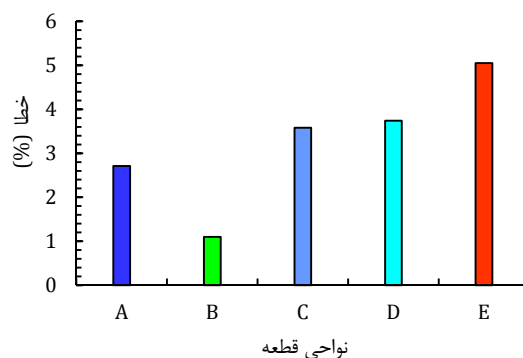
مسیر فشار با سرعت متغیر سنبه. در این نوع بارگذاری، با تغییر فشار بیشینه به طور هم زمان سرعت سنبه نیز تغییر می کند. در این شرایط بعد از انجام تعداد ۲۰۱ تحلیل اجزای محدود و صدق نمودن در معیار شکست، شرط همگرایی ارضا می شود و تابع هدف (کمینه نازک شدگی) به مقدار ۱۳/۰۳ درصد همگرا می شود. نتیجه حاصل از بهینه سازی با الگوریتم تبرید تدریجی، مقدار ۲۱/۱ MPa برای فشار بیشینه نهایی می باشد.

مسیر فشار با سرعت ثابت سنبه. سرعت ثابت مورد استفاده در این حالت برابر با شیب بهینه شده حاصل از بارگذاری نوع دوم می باشد. با استفاده از بارگذاری نوع دوم علاوه بر تعیین فشار بیشینه بهینه شده، مسیر فشار بهینه نیز حاصل خواهد شد. در این شرایط بعد از تعداد ۲۱۵ شبیه سازی مورد قبول در معیار شکست، تابع هدف در مقدار ۱۳/۰۲ درصد همگرا می شود. بهینه فشار بیشینه در این نوع بارگذاری، مقدار ۲۱ MPa به دست آمد.

نتیجه گیری

در این پژوهش روش ترکیبی الگوریتم تبرید تدریجی و تحلیل اجزای محدود به منظور بهینه سازی مسیر فشار برای هر نوع قطعه مخروطی و استوانه ای به عنوان یک روش جدید در فرآیند هیدروفرمینگ ورق، پیشنهاد شد و تدوین و اعتبارسنجی گردید. برای دستیابی به دقت بالاتر در این الگوریتم، پارامترهای اصلی آن شامل تابع سرمایش، دمای اولیه، شرایط انجماد و طول زنجیره مارکوف مطابق با فرآیند مناسب سازی شد. بهینه سازی مسیر فشار با دو نوع بارگذاری سرعت متغیر و سرعت ثابت سنبه انجام گردید. در ابتدا بهینه مسیر فشار با سرعت متغیر سنبه با استفاده از الگوریتم به دست آمد و سپس شیب حاصل از این نوع بارگذاری در روش سرعت ثابت سنبه مورد استفاده قرار گرفت. در نهایت مقدار بهینه فشار حاصل از ترکیب الگوریتم تبرید تدریجی و تحلیل اجزای محدود، $21/1 \text{ MPa}$ برای بارگذاری مسیر فشار با سرعت متغیر سنبه و 21 MPa برای بارگذاری مسیر فشار با سرعت ثابت به دست آمد. مسیر فشار حاصل از بهینه سازی در نمونه آزمایشگاهی هیدروفرمینگ ورق اعمال شد. مقایسه کمی ضخامت در قطعه تحت مسیر فشار بهینه در نمونه آزمایشگاهی و بهینه سازی، صحت روش ترکیبی بهینه سازی و تحلیل اجزای محدود در این پژوهش را دلالت نمود. بنابراین الگوریتم تبرید تدریجی به عنوان یک روش ترکیبی در فضاهای جستجوی وسیع در روش هیدروفرمینگ ورق، بازدهی مناسبی را در تعیین مسیر فشار مطلوب و طراحی سایر پارامترهای مؤثر در آن فرآیند خواهد داشت.

نتایج حاصل از بهینه سازی نشان می دهد که مقادیر همگرا شده تابع هدف در هر دو نوع بارگذاری، اختلاف بسیار ناچیزی ($0/01$ درصد) دارد. بنابراین کافی است نتایج حاصل از بهینه سازی یکی از روش های بارگذاری برای اعتباربخشی با نتایج روش تجربی مقایسه شود. در پژوهش حاضر شکل هندسی قطعه مخروطی به پنج ناحیه تقسیم بندی می شود: انتهای تخت مخروط ناقص (A)، شعاع نوک مخروطی (B)، دیواره مخروطی (C)، شعاع گذار مخروطی - استوانه ای (D) و دیواره استوانه ای (E). با توجه به شکل (۴) بیشترین مقدار نازک شدگی در ناحیه شعاع نوک مخروطی (B) به عنوان بحرانی ترین ناحیه رخ می دهد، بنابراین خروجی تحلیل اجزای محدود به ازای پارامتر ورودی فشار بیشینه، مقدار نازک شدگی در این ناحیه است. بیشترین و کمترین مقدار خطا برابر $5/05$ و $1/1$ درصد، به ترتیب مربوط به نواحی E و B می باشد. با توجه به این که ناحیه B در مقایسه با سایر نواحی قطعه، دارای کمترین مقدار خطا یعنی $1/1$ درصد می باشد و خروجی تحلیل اجزای محدود نیز در این ناحیه واقع است، می توان نتیجه گرفت تطابق مناسبی بین نتایج تجربی و بهینه سازی وجود دارد.



شکل ۴ بیشترین درصد اختلاف بین منحنی های توزیع ضخامت نمونه های بهینه سازی و تجربی

مراجع

1. Hashemi, A., Mashhadi, M., Bakhshi Jooybari, M. and Gorji, A., "Study of the effect of material properties and sheet thickness on formability of conical parts in hydro-mechanical deep drawing

- assisted by radial pressure", *Advanced Materials Research*, Vol. 445, pp. 149-154, (2012).
2. Lang, L., Danckert, J. and Nielsen, K.B., "Study on hydromechanical deep drawing with uniform pressure onto the blank", *Int. J. Machine Tools & Manufacture*, Vol. 44, pp. 495-502, (2004).
 3. Thiruvurudchelvan, S. and Lewis, W., "A note on hydroforming with constant fluid pressure", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 88, pp. 51-56, (1999).
 4. Zhang, S.H., Wang, Z.R., Xu, Y., Wang, Z.T. and Zhou, L.X., "Recent developments in sheet hydroforming technology", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 151, pp. 237-241, (2004).
 5. Lang, L.H., Wang, Z.R., Kang, D.C., Yuan, S.J., Zhang, S.H., Danckert, J. and Nielsen, K.B., "Hydroforming highlights: sheet hydroforming and tube hydroforming", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 151, pp. 165-177, (2004).
 6. Thiruvurudchelvan, S. and Travis, F.W., "Hydraulic pressure enhanced cup drawing processes an appraisal", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 140, pp. 70-75, (2003).
 7. Lang, L. and Danckert, J., "Investigation into hydrodynamic deep drawing assisted by radial pressure Part I. Experimental observations of the forming process of aluminum alloy", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 148, pp. 119-131, (2004).
 8. Khandeparkar, T. and Liewald, M., "Hydromechanical deep drawing of cups with stepped geometries", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 202, pp. 246-254, (2008).
 9. Lang, L., Danckert, J. and Nielsen, K.B., "Investigation into hydrodynamic deep drawing assisted by radial pressure Part II. Numerical analysis of the drawing mechanism and the process parameters", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 166, pp. 150-161, (2005).
 10. Palaniswamy, H., Ngaile, G. and Altan, T., "Optimization of blank dimensions to reduce springback in the flexforming process", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 146, pp. 28-34, (2004).
 11. Lang, L., Li, T., Zhou, X., Kristensen, B.E., Danckert, J. and Nielsen, K.B., "Optimized decision of the exact material modes in the simulation for the innovative sheet hydroforming method", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 177, pp. 692-696, (2006).
 12. Choi, H., Koc, M. and Ni, J., "Determination of optimal loading profiles in warm hydroforming of lightweight materials", *J. Materials Processing Technology*, Vol. 190, pp. 230-242, (2007).
 13. Yaghoobi, A., Baseri, H., Bakhshi-Jooybari, M., Gori, A., "Optimization of Pressure Path in Sheet Hydroforming Process Using Artificial Intelligence and Simulated Annealing", *Advanced Materials Research*, Vol. 622, pp. 772-779, (2014).
 14. Liu, X., Xu, Y. and Yuan, Sh., "Effects of Loading Paths on Hydrodynamic Deep Drawing with Independent Radial Hydraulic Pressure of Aluminum Alloy Based on Numerical Simulation", *J. Material Science and Technology*, Vol. 24, pp. 395-399, (2008).
 15. Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, Vol. 220, pp. 671-680, (1983).
 16. Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A. and Teller, E., "Equation of state calculations by fast computing machines", *J. Chemical Physics*, Vol. 21, pp. 1087-1092, (1953).
 17. Yang, X.Sh., "Nature-Inspired Optimization Algorithms", pp. 67-75, Elsevier, (2014).
 18. Seyedkashi, S.M.H., Moslemi Naeni, H., Liaghat, G.H., Mosavi Mashhadi, M. and Moon, Y.H., "Numerical and experimental study on the effect of expansion ratio, corner fillets and strain rate in warm hydroforming of aluminium tubes", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 5, pp. 122-131, (2012). (In Persian)

19. Mirzaali, M., Seyedkashi, S.M.H., Liaghat, G.H., Moslemi Naeini, H., Shojaee, K. and Moon, Y.H., "Application of simulated annealing method to pressure and force loading optimization in tube hydroforming process", Int. J. Mechanical Sciences, Vol. 55, pp. 78–84, (2012).
20. Papadia, G., Del Prete, A., Spagnolo, A. and Anglani, A., "Pre-Bulging influence on an inverse drawn shape obtained with Hydromechanical Deep Drawing(HDD)", Int. J. Material Forming, Vol. 3, pp. 287- 290, (2010).
21. Seyedkashi, S.M.H., Moslemi Naeini, H., Liaghat, G.H., Mosavi Mashhadi, M., Mirzaali, M., Shojaee, K. and Moon, Y.H., "The effect of tube dimensions on optimized pressure and force loading paths in tube hydroforming process", J. Mechanical Sciences and Technology, Vol. 26, No.6, pp. 1817–1822, (2012).
22. Seyedkashi, S.M.H., Moslemi Naeini, H., Liaghat, G.H., Mosavi Mashhadi, M., Shojaee Ghandashtani, K., Mirzaali, M. and Moon, Y.H., "Experimental and Numerical Investigation of Simulated Annealing Technique in Optimization of Warm Tube Hydroforming, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers", Part B, J. Engineering Manufacture, Vol. 226, No.11, pp. 1869–1879, (2012).

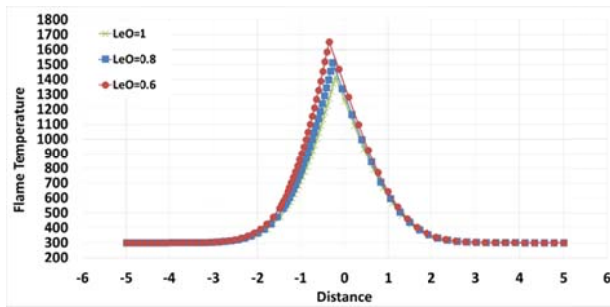


Fig. 2. The oxidizer and gaseous fuel Temperature profile as a function of distance

4- Conclusion

In the present study, modeling counterflow diffusion flame is investigated and a novel approach is presented. Flame features of diffusion flame such as temperature and mass fraction of the fuel and oxidizer are studied. It is considered that the organic dust cloud vaporized and generated a gaseous fuel that then reacts with air as the oxidizer. Since the fuel and oxidizers are at the opposite sides of the counterflow configuration and flow toward the stagnation plate, the location of the flame depends on the initial conditions of the fuel and oxidizer. Therefore, the flame can be formed in either side with regards to the stagnation plate. Conservation equations are analytically solved for various Lewis numbers and the flame temperature in terms of the change of the Lewis numbers of the fuel and oxidizer is investigated.

Analytical Modeling of a Counterflow Diffusion Flame of a Dust Cloud

M. Bidabadi¹, M. Ramezanzpour²,
A. Khoeini Poorfar³

1- Introduction

Due to the importance of investigation of flame features of combustion dust cloud, many studies have been performed analytically, numerically and experimental to model the phenomenon of combustion of dust particles with the oxidizer.

In the concept of modeling of counterflow combustion, Daou et al. studied counterflow combustion of premixed gaseous flames with the consideration of heat losses. In the presented two-dimensional model, a first order Arrhenius model was considered and the influences of heat losses and strain rate on premixed flame were studied. Also, Fashadi et al. studied counterflow combustion of premixed organic flames. In his research, two three-zone and four-zone combustion models in counterflow combustion of premixed flame were investigated. Linan studied counterflow diffusion flames. In his research, two streams of fuel and oxidizer from opposite sides that react chemically at a certain location were investigated. Also, Seshadri et al. studied the structure of counterflow diffusion flames at high values of activation energy. They presented their results for small ratios of mass of gaseous fuel to that of oxygen. Greenberg et al. investigated counterflow combustion for the spray of gaseous fuel from nozzles. In this research, they studied the effects of change of Lewis numbers of the fuel on the maximum adiabatic temperature where fuels were being sprayed from nozzles. Witchman and Yang also analytically investigated modeling of a counterflow diffusion flame consisting of fuel and oxidizers spraying from nozzles in a counterflow system. With regards to numerous investigations on the concept of counterflow combustion of diffusion flames, counterflow combustion of diffusion flame of dust particles is presented with a novel approach in the present research study. In this model, it is assumed that with vaporization of organic dust cloud, gaseous fuel will be obtained which will undergo reaction with the oxidizer. As the fuel and oxidizer streams flow towards the stagnation plane from the

opposite sides from the two nozzles, the position of the generated flame can be formed in either side of the stagnation plate depending on the initial conditions of the fuel and oxidizer.

2- Governing equations

The governing conservation equations of mass and energy are presented. To solve these equations, non-dimensional parameters are proposed. The conservation equations are rewritten based on the new parameters. To solve the equations analytically, a new coordinate system is proposed. The conservation equations are rewritten in the new coordinate system. Equations in the three zones: preheat, after vaporization and oxidizer, are solved completely with using boundary conditions in these zones and jump conditions at the interface of the zones.

3- Results

In Figure 1, the variations of flame temperature is shown as a function of fuel Lewis number for different values of mass particle concentration. It has been assumed that the oxidizer Lewis number is unity. It has been shown that the flame temperature decreases with the rise of fuel Lewis number. For example with increasing of fuel Lewis number from 0.1 to 1.4, the flame temperature decreases from 1943 K to 1473 K for mass particle concentration equal to $100 \frac{gr}{m^3}$. Also, with increasing of mass particle concentration from $67 \frac{gr}{m^3}$ to $100 \frac{gr}{m^3}$, the flame temperature increases.

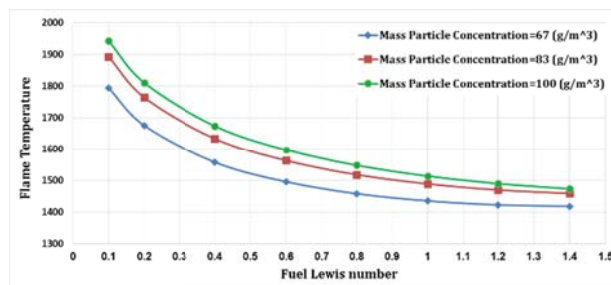


Fig. 1. The variation of flame temperature as a function of fuel Lewis number for different values of mass particle concentration

In figure 2 the temperature profile of gaseous fuel formed from the vaporization of solid fuel particles and the temperature profile of oxidizer is illustrated. It is shown that the flame temperature of gaseous fuel is rising from left to right and the oxidizer temperature is rising from right to left to achieving the flame temperature. Also it has been shown that the decreasing of oxidizer Lewis number from 1 to 0.8 and to 0.6, increases the flame temperature and moves the temperature location to left.

¹ Professor, School of Mechanical Engineering, Department of Energy Conversion, Iran University of Science and Technology (IUST), Narmak, 16846-13114, Tehran, Iran

² Ph.D. Student, School of Mechanical Engineering, Department of Energy Conversion, Iran University of Science and Technology (IUST), Narmak, 16846-13114, Tehran, Iran

³ Corresponding Author: Research Scholar, School of Mechanical Engineering, Department of Energy Conversion, Iran University of Science and Technology (IUST), Narmak, 16846-13114, Tehran, Iran

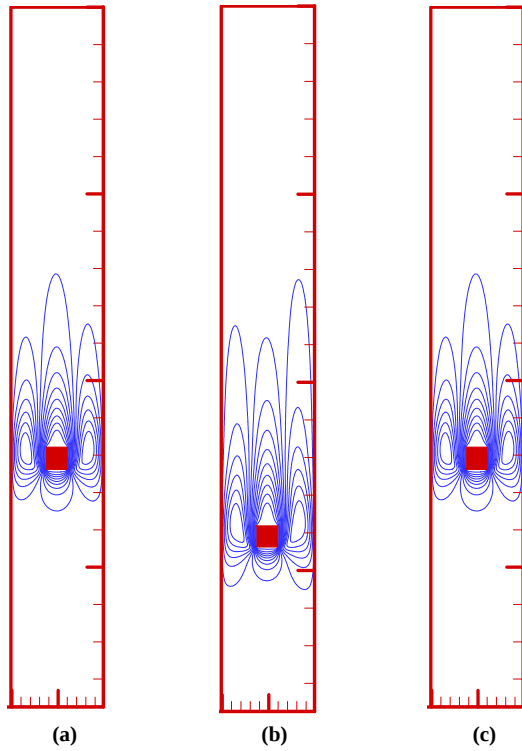


Fig. 2. stream lines near the square cylinder in channel filled with shear-thinning ($n=0.9$), Newtonian ($n=1.0$), and shear-thickening fluids ($n=1.1$), $Ar_{pl}=10^3$.

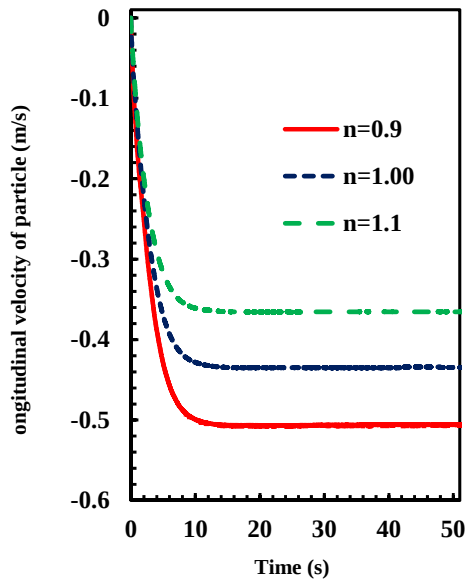


Fig. 3. Time evaluation of particles' longitudinal position for shear-thinning ($n=0.9$), Newtonian ($n=1.0$), and shear-thickening fluids ($n=1.1$).

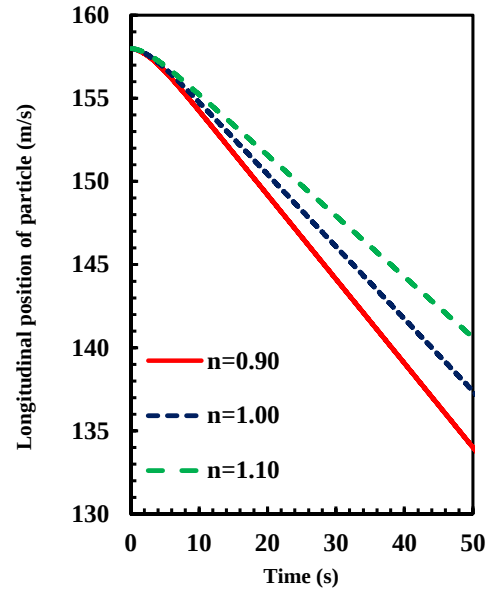


Fig. 4. Time evaluation of particles' longitudinal velocity for shear-thinning ($n=0.9$), Newtonian ($n=1.0$), and shear-thickening fluids ($n=1.1$).

5. Conclusion

The immersed boundary – non-Newtonian lattice Boltzmann method (IB-NLBM) is utilized to simulate the interface forces of fluid and solid structure. Two practical problems of non-Newtonian flow over stationary square obstacle and motion of square particle in non-Newtonian fluid are studied in details. The results show that the reduction of non-Newtonian behavior index leads to decreased accuracy of the problem. Also, the results indicate the significant effect of non-Newtonian behavior on forces acting on stationary square obstacles and velocity of moving particles. For the case of non-Newtonian fluid flow over a stationary square cylinder, drag coefficient is increased by the growth of non-Newtonian behavior index for both steady and unsteady flows. Also the periodic time of lift coefficient for unsteady flows over stationary cylinder reduces by diminishing of non-Newtonian behavior index. In the case of falling particle in non-Newtonian power-law fluid, the terminal velocity of the particle increases with a reduction of shear-thickening behavior.

Simulation of Particle Motion in Non-Newtonian fluids by Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method

A. Amiri Delouei¹, M.H. Kayhani², M. Nazari³

1. Introduction

Particle flows have wide applications in various industries and sciences such as chemistry, biology, geology, environmental sciences and so on. Although numerous studies have been carried out in the field of particle flow, a few research studies have considered non-Newtonian behaviors. It is worth noting that most of the work done on particle motion phenomena in both Newtonian and non-Newtonian fields are in the circular geometry. In real applications, non-circular geometries have also contributed to the field and it is necessary to investigate the motion of particles with different geometries, such as square particles.

2. Numerical Method

The lattice Boltzmann method is used to simulate non-Newtonian fluid flow and the immersed boundary method is utilized to model the motion of particle in fluid flow. Generally, the immersed boundary method can be defined as a non-body-conformal grid method that satisfies the no-slip boundary condition by implementing a force density term to the flow governing equation. In order to study the effects of immersed body, the direct-forcing algorithm is applied. Since the forcing nodes are placed on the computational points and they are not located on solid boundaries, an interface algorithm is needed for achieving the velocity on computational nodes. In the current study, the four-point interpolation scheme is applied to link between the Eulerian fluid nodes and Lagrangian particle points. The general forces acting on the particle are, (1) the forces acting on the surface of fixed particle and (2) the force resulting from accelerated mass.

3. Validation

To validate the proposed method, a step by step process is used. The validation consists of three benchmark problems i.e. (1) non-Newtonian fluid flow in a channel, (2) Newtonian fluid flow over an infinite cylinder with square cross-section, (3) falling of circular particle in a channel filled with Newtonian fluid. The current results have a good agreements with the previous study on all of the above-mentioned problems.

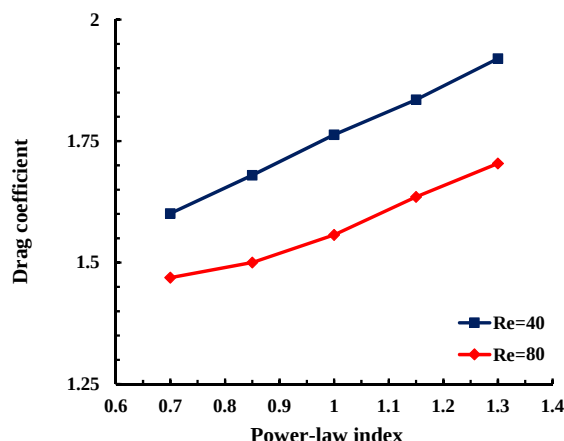


Fig. 1: Drag coefficient for Newtonian and non-Newtonian fluid flow over the square cylinder in steady (Re=40) and unsteady flows (Re=80).

4. Results and Discussion

Two different geometries including non-Newtonian flow over a stationary cylinder and falling particle in a channel filled with non-Newtonian fluids are considered.

4-1- Non-Newtonian flow over an infinite stationary cylinder with square cross-section

Fig. 1 shows the variation of drag coefficient with respect to non-Newtonian behavior index in Newtonian and non-Newtonian fluid flow over a square obstacle. Fig. 1 is depicted for both steady (Re=40) and unsteady (Re=80) flows. According to this Figure, the drag coefficient increases with the growth of non-Newtonian behavior index.

4.2. Falling of square particle in different power-law fluids

Fig. 2 shows the stream lines near the moving square cylinder in different shear-thinning, Newtonian and shear-thickening fluids after 50 seconds of beginning of motion. The differences of streamlines for different non-Newtonian behavior indices are considerable.

Also, the time histories of longitudinal velocity and position for a falling square particle in different power-law fluids are presented in Figures 3 and 4, respectively. Although the differences in the variation of power-law index in Figs. 3 and 4 are rather small, they have remarkable variations on the presented results. This shows the significant effect of non-Newtonian behavior on particle motion.

¹ Corresponding author: Mechanical Engineering Department, University of Bojnord, Bojnord, Iran. amiri@ub.ac.ir

^{2,3} Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

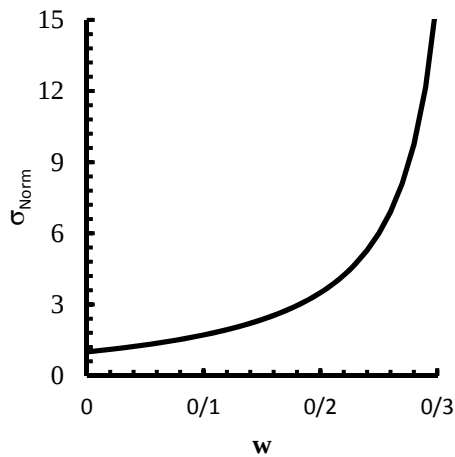


Fig. 3. Variation of dimensionless stress with bluntness parameters for square hole

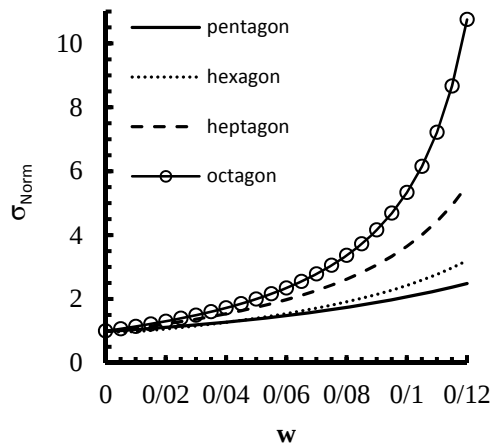


Fig. 4. Variation of dimensionless stress with bluntness parameters for n-gonal holes

3- Results

The main results are listed as follows, (a) the cutout shape and the bluntness of the cutout corners have significant effects on the maximum dimensionless stress. Moreover, the location of the maximum dimensionless stress depends on the cutout shape. (b) The greater curvature radius decreases the maximum dimensionless stress. (c) For some cutout shapes, such as hexagonal cutout, finding a w that causes the maximum dimensionless stress to be less than that of a circular cutout is possible. This means that the circular cutout is not always the best. For a certain noncircular cutout, a w may be found which leads to achieving a less maximum dimensionless stress in comparison with a circular cutout. For a hexagonal cutout, the maximum dimensionless stress for w up to 0.012 is less than that of a circular cutout ($w=0$) while it increases for w greater than 0.012. The least one equals to 0.996 when compared with circle cutout occurs for $w=0.005$.

4- Conclusion

In this study, the effect of bluntness parameters for different holes under uniform heat flux was studied. The results indicate that the hole curvature has a great effect on stress distribution around the different holes. In designing the perforated plates, effective parameters can be selected in order to achieve desirable stress. The results presented herein indicate that for a wide range of bluntness (w), the desirable stress holes is less than that of similar plates with a circular hole.

A Study of the Effect of Curvature of the Corner of Hole on Stress Concentration Caused by Uniform Heat Flux

M. Jafari¹, M.B. Nazari²

1-Introduction

Plates have extensive applications in the production of various structures. Plates have important practical applications in designing new steam and gas turbines, jet and rocket engines, and nuclear reactors. Components of such structures are subjected to thermal loading and this type of loading causes temperature gradients and unequal thermal expansion of various components. If the non-uniform thermal expansion in an elastic material cannot proceed freely, thermal stresses are created. When the uniform heat flux is disturbed by the presence of an insulated hole, local intensification of the stress around the hole is caused. Determining the amount and location of these stresses in modern engineering design process is essential to achieve accurate design and to predict the service life and reliability of structures.

In this study, stress field around a triangular hole in an infinite isotropic plate is discussed based on the steady-state two-dimensional theory of thermo-elasticity. A plate subjected to a remote uniform heat flux and thermal insulated condition along the hole boundary is assumed. The used method is the expansion of the Goodier and Florence's method. An infinite plate containing a noncircular cutout is mapped to a unit circle. In this paper, a conformal mapping function is proposed to study the effect of the bluntness of the cutout corners and cutout shape on the stress distribution around a hole.

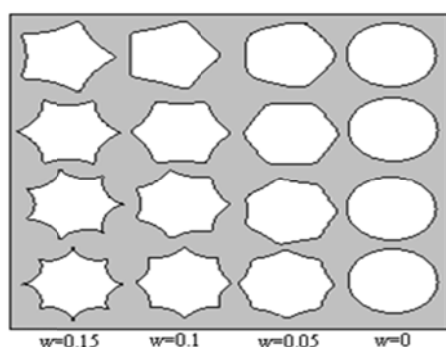


Fig. 1. The effect of bluntness of the cutout corners on its shape

Although a lot of research has been done on the study of perforated plate under the uniform heat flux, there is no article with a focus on the evaluation of the bluntness of the cutout corners. In the present study will try to investigate the influence of bluntness on the stress distribution around a hole. In Fig.1, the bluntness of the cutout corners (w) is shown.

2-Analytical Solution

An analytical solution method based on the complex variable method is used to investigate the effect of bluntness parameter. Florence and Goodier studied the stress distribution around a circular and elliptical hole by employing the analytical method. In order to apply this method to other hole shapes, establishing a relation between any hole and a circular hole is necessary. A special conformal transformation can be used to map the external area of different holes in the z -plane into the area outside the unit circle in the mapped plane. To verify the analytical results, the finite element method is implemented in the ABAQUS software. In the software, an infinite plate is modeled as a finite plate with length to the hole characteristic length equal to 20. The mechanical proprieties such as Young modulus, Poisson's ratio and thermal expansion coefficient are considered as a function of temperature. The upper and lower boundaries of the plate are exposed to a unit uniform heat flux while the lateral edges and the traction free edge of the hole are assumed to be thermally insulated.

In this paper the bluntness parameter is displayed with w . the variations of the dimension stress with w are shown in Figs. 2 to 4 for different shapes of hole.

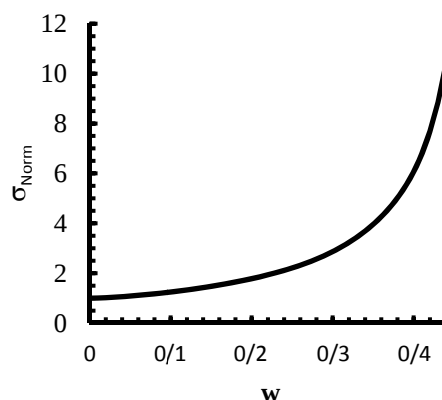


Fig. 2. Variation of dimensionless stress with bluntness parameters for triangular hole

¹ Corresponding author: Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran. m_jafari821@shahroodut.ac.ir

² Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

condition. The temperature on the walls of the microtube has been considered to be constant. Recently, researchers have shown that no-slip and temperature jump boundary conditions may not be appropriate for flows in microscale channels, because a microscale flow of a liquid is different from a macroscale flow.

4. Results and Discussion

Figure 2 shows a graph of local Nusselt numbers versus the dimensionless lengths of the microtube. It can be seen that with the slip coefficient increasing, the Nusselt number increases since the temperature gradient increases along the walls of the microtube. The Nusselt number has the maximum value at the inlet of the microchannel due to the highest temperature difference between the nanofluid and the walls of the microchannel. The velocity of the nanofluid is low around the walls of the microtube. As a result, there is enough time for heat exchange between the nanofluid and the walls of the microtube. Thus, the nanofluid's temperature increases and reaches the temperature of the microtube's walls thereby reducing the temperature difference between the nanofluid and the walls of the microtube. In general, the Nusselt number increases with the increased volume fraction of nanoparticles and increased Reynolds number.

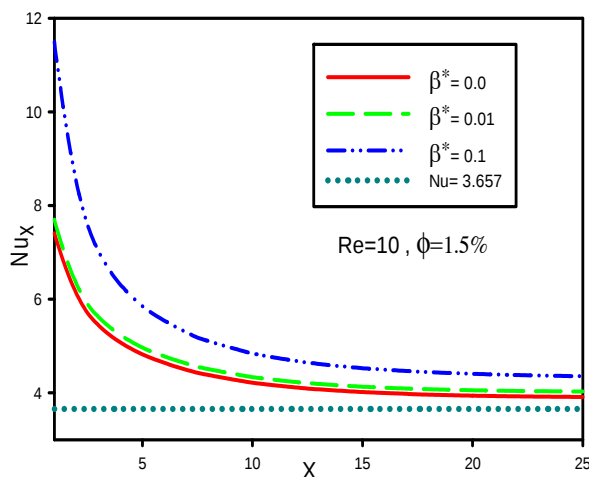


Fig. 2. Changes in the local Nusselt number versus different values of slip coefficient

Average Nusselt numbers of the nanofluid on the walls of the microtube for different values of slip coefficient can be seen in Figure 3. The results show that an increase in the slip coefficient increases the Nusselt number. For all values of Reynolds number,

the average Nusselt number increases with the increased β^* . Because with the increased wt% of the solid nanoparticles, the thermal conductivity coefficient of the nanofluid increases, thus increasing the thermal performance of the nanofluid. The average Nusselt number is a dimensionless number that represents the ratio of the heat transferred by convection to the heat transfer by conduction.

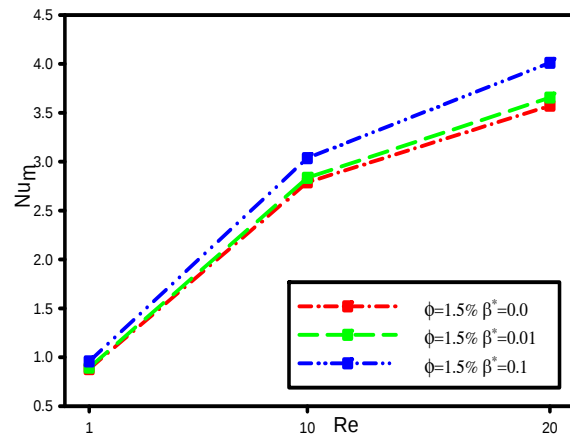


Fig. 3. Changes in the average Nusselt number versus different values of slip coefficient

5. Conclusion

The present problem dealt with investigating the heat transfer of carboxymethyl cellulose-aluminum oxide aqueous solution in a slip regime. We investigated parameters such as the Reynolds number, Nusselt number, and the volume fraction of solid nanoparticles in different areas of the microtube's walls. The Brownian motion of the nanoparticles was taken into consideration in the computations being used in the model, to calculate the thermal conductivity of the nanofluid. The heat transfer rate increases at high Reynolds numbers. With the volume fraction of the solid nanoparticles increasing, the thermal performance of the nanofluid increases, which is due to the increased volume of nanoparticles with higher relative thermal conductivity. The significant increase in the Nusselt number due to the increased volume fraction of solid nanoparticles is more manifest at higher Reynolds numbers.

Simulation of The Forced Convection Heat Transfer Non-Newtonian Nanofluid, Aqueous Solution of Carboxymethyl Cellulose-Aluminum Oxide, in Slip Flow Regime Through a Microtube

S.A. Sajadifar¹, A. Karimipour²,

D. Toghraie³

1- Introduction

In the present study the flow and heat transfer of Non-Newtonian nanofluid, aqueous solution of carboxymethyl cellulose-Aluminum oxide with different volume fractions of nano particles in a two dimensional microtube is simulated for the first time. Slip velocity and temperature jump boundary conditions are also considered along the microtube walls. The accuracy of the results obtained is investigated by comparison with those of previous data. The results are presented as isothermal contours, Nusselt number and the profiles of temperature and velocity at different cross sections of the microtube. It is observed that Nusselt number increases with slip velocity coefficient and volume fraction of nano particles; while its rate is more sensitive at higher values of Reynolds number.

Nowadays, due to the use of microscale tools and components in industries such as: the electronics industry, aviation industry, medical and laboratory industries, it is necessary to develop and employ new and high efficiency methods in the field of heat transfer in these tools. Due to their small geometric dimensions, and depending on their applications, these tools are not able to transfer the heat flux generated by conventional methods. Hence, by employing new methods with high efficiency, we can benefit from the advantages of these tools in the industry. New methods may include use of microchannels and nanoparticle powders being added in the cooling fluid, which is one of the high-efficiency methods in cooling micro-scale tools. Nowadays, air cooling is the most common method of cooling. However, this method does not work in transferring high heat fluxes. Therefore, engineers have become interested in liquid cooling methods. The cooling liquids are usually water, ethylene glycol, different types of refrigerants, liquid nitrogen, and other coolants, depending on specific applications. These liquids usually have poor heat transfer properties, and they definitely will not be used much in the future to transfer ultra-high cooling loads.

Microchannels are increasingly used in many industrial applications in order to achieve more compact geometries for heat transfer. Especially, microchannels; as a solution to decelerate the ozone layer depletion process, enable us to use lower doses of environmentally-harmful fluids in our applications while maintaining the efficiency. To solve the governing Navier-Stokes equations and discretization of the solution domain, the numerical method of finite volume and SIMPLE algorithm have been employed. To discretize all of the terms of the equations, second order upwind has been used. Slip velocity and temperature jump boundary conditions are also considered along the microtube walls. Walls of the microtube are under a constant temperature.

Results of the current work show a good agreement with the numerical and experimental studies of other researchers. Data are presented in the form of velocity and temperature profiles, streamlines and temperature contours as well as amounts of slip velocity, temperature jump and Nusselt number. The results show that local Nusselt number along the length of the microchannel increases with the increase in Reynold number. It is also noted that rise in slip coefficient and volume fraction of nanoparticles leads to an increase in Nusselt number, which is greater for higher Reynolds numbers.

2. Problem Definition

The problem being studied is a two-dimensional microtube, as shown in Figure 1. The intended nanofluid contains carboxymethyl cellulose aqueous solution, and solid nanoparticles of aluminum oxide. Nanoparticles are all spherical and have a diameter equal to $d_p = 10\text{nm}$. The cool nanofluid with a temperature of 298 degrees Kelvin and constant velocity of u_i enters the microtube, and exits from its end after cooling the wall. The nanofluid flow in the microtube has been considered to be laminar, steady, non-Newtonian, and incompressible.

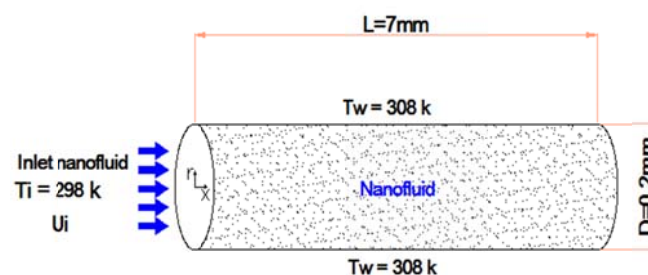


Fig. 1. A schematic of the problem

3. Boundary conditions

The boundary conditions applied to the microtube, include inlet and outlet boundary conditions and walls. In the inlet boundary condition, the flow has been considered to be uniform at unit dimensionless speed and temperature. And hydrodynamic and thermal development conditions are used in the outlet boundary

¹ Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

² Corresponding Author, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran. arashkarimipour@gmail.com

³ Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

Carlo for simulation and Newmark-Beta method for the solving process. This acceleration has been considered as the input excitation for the base of the energy harvester beam. By obtaining the mentioned acceleration and also by considering the specifications of the energy harvester beam, harvester equations have been solved. Then, the output voltage has been acquired. So, calculation of acceleration for the attaching point of the energy harvester (bridge mid-span) has been carried out for five different classes of road surface roughness and for passing of 100 vehicles with various random specifications in this study. The road surface qualities has been considered as very poor, poor, average, good and very good. Also, the confidence interval is considered to be 95%.

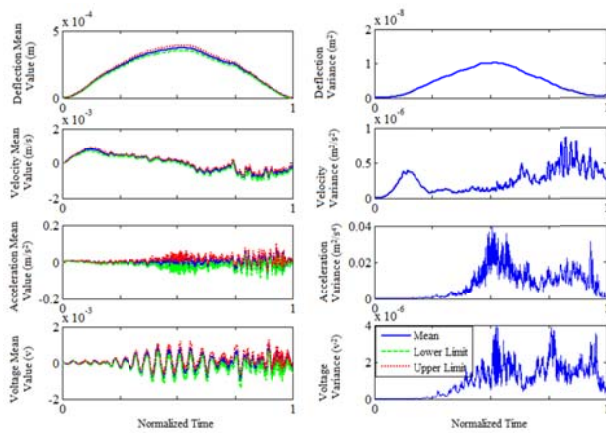


Fig. 2. Statistical results for dynamic response of bridge mid-span point and output voltage associated with very good surface quality of the road

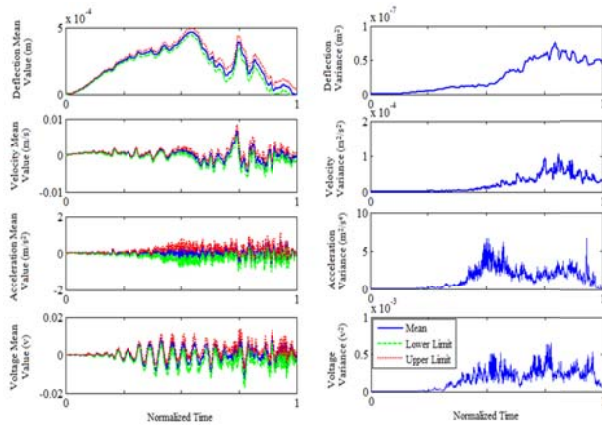


Fig. 3. Statistical results for dynamic response of bridge mid-span point and output voltage associated with very poor surface quality of the road

By considering these Figures, it can be seen that increasing the road surface roughness causes a growth in the amplitude of acceleration. As a result, by increasing the (excitation) acceleration amplitude, the mean value of the output voltage increases. On the other hand, it can be seen from variance diagrams that increasing of the surface roughness also causes growth in output voltage variance. This point leads to a low level of reliability for the output voltage.

4- Conclusion

Nowadays, the application of low power electricity sensors and wireless communication systems has increased in various industrial applications such as Structural Health Monitoring (SHM). One of the new methods of powering these low-power electronic devices is applying energy harvesting systems. In this paper, after the modeling of bridge-vehicles and harvester systems, a statistical analysis of the energy harvester power output has been carried out by considering all possible uncertainties that are effective in the dynamic response of the bridge. In this analysis, the Monte-Carlo method has been used for the simulation of the stochastic system with the energy harvester attached to the mid-span point of the bridge. Then, the main statistical parameters such as mean and variance values of deflection, velocity, acceleration and energy harvester voltage output have been calculated. It should be noted that the important result is the effect of road surface roughness in power production. The results of this section have shown that by increasing surface roughness, more power has been harvested from bridge vibration energy. However, a reduction has been observed in reliability of the harvested power at the same time.

Statistical Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting in Bridge Systems

R. Fathi¹, M.M Ettefagh²

1- Introduction

In recent years, application of low power electricity sensors and wireless communication systems has increased in various industries such as Structural Health Monitoring (SHM). Health monitoring of the traffic induced bridges is an essential requirement for life safety and also for prevention of economic losses. One of the effective methods for bridge structural health monitoring is the utilization of wireless sensors. Energy Supplying for wireless sensors with separate sources such as batteries is undesirable for many reasons, e.g., they are quite bulky, have a limited life and include a finite quantity of energy .

Nowadays, progresses in compact circuit technologies such as sensors and wireless systems have made it possible to use autonomous systems. These systems do not require an independent source for supplying the required energy and acquire it from environmental energy resources such as solar energy, wind energy and thermal gradients. However, each of the above mentioned environmental resources has its own problems. For example, in the case of solar energy, insufficient light is one of the disadvantages of this kind of energy source. Thus, another sources of energy should be considered. It is for these reasons that several researchers have proposed new methods of supplying energy which can convert mechanical vibration to electrical power. Among the various mechanisms which are used to convert vibrational energy to electrical energy, such as electromagnetic, piezoelectric and electrostatic, the method of implementing piezoelectric material has been noticed more than the others, due to the simple structure and convenient usage.

A comprehensive review of the other scientific articles in this field has been done and this review has revealed that a statistical analysis of the voltage output from bridge-energy harvester system under general uncertain parameters (such as mass, stiffness, damping, suspension, speed and dimensions of crossing vehicles) with different road surface roughness have not been simultaneously carried out. Therefore, in this study, all of the uncertainties related to the crossing vehicles have been considered in a pervasive model and a detailed statistical analysis has been carried out for the mentioned power. Also, the effect of the uncertain parameter associated with the class of the vehicle has been carefully investigated.

The mentioned classes are divided into light, medium and heavy crossing vehicles which have been defined with proper random parameters in the simulation. Moreover, the bridge has been modeled as a simply supported Euler-Bernoulli beam for the mentioned purpose, and the finite element method has been applied for discretization. It should be noted that in the modeling and simulation section of this study, the vehicle has been considered as a four degree of freedom mass-spring system and the ISO standard has been used for road surface roughness simulation. Finally, the mean and variance values and confidence interval of the deflection along with velocity, acceleration and voltage of the piezoelectric harvester in a point with random characteristics and classifications have been obtained by the Monte-Carlo simulation method. This simulation has been carried out by a program developed in MATLAB. Then, the harvested power from these vibrations has been calculated.

2- Simulation of the bridge-vehicle and harvester system

In this paper, the dynamic response of the assumed node on the bridge has been obtained by considering the uncertainty effects of the passing vehicle and by applying the Newmark-Beta method for numerical solution. In addition, the Monte-Carlo method has been used for simulation and then the output voltage of the piezoelectric harvester has been calculated. For this purpose, a program has been written in MATLAB and also the main data associated with several classes of vehicles have been extracted from the database of CarSim software. The vehicles have been classified into three classes based on their variables. The equation of motion of the bridge-vehicle system has been solved using the Newmark-Beta method in which, β and γ have been assumed to be 0.25 and 0.5, respectively.

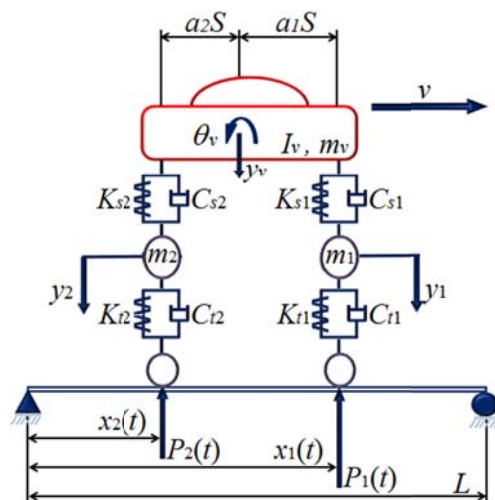


Fig. 1. Bridge-vehicle system model

3- Results and Discussions

In this section, vibration (upper and lower limits for the mean values of deflection, velocity and acceleration) of the bridge mid-span has been obtained by using Monte-

¹- PhD student of Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Iran.

²- Corresponding Author, Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Iran, ettefagh@tabrizu.ac.ir

Pressure coefficient and skin friction variations

Fig.2 shows surface pressure coefficient distribution around the airfoil. In numerical simulation of compressible flows, the existence of artificial viscosity is essential even in smooth area (without shock waves). According to Fig.2, the KEP has been able to show the non-oscillating solution (without artificial viscosity). The pressure is in good agreement compared with the Mittal results ("numerical [8]" on Fig.2).

Fig. 3 shows the variation of skin friction on the above and bottom of the airfoil. Except for a slight increase (due to the low thickness of the boundary layer at the leading edge), skin friction decreases to the trailing edge of the airfoil. Generally, the results of the present numerical simulation are also in good agreement with the Mittal results.

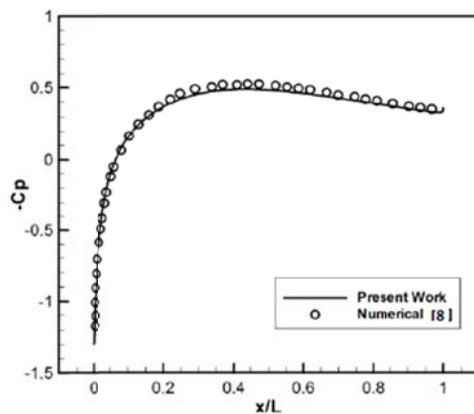


Fig. 2. Pressure coefficient distribution over NACA 0012
($Re_{\infty} = 500$, $Ma_{\infty} = 0.85$)

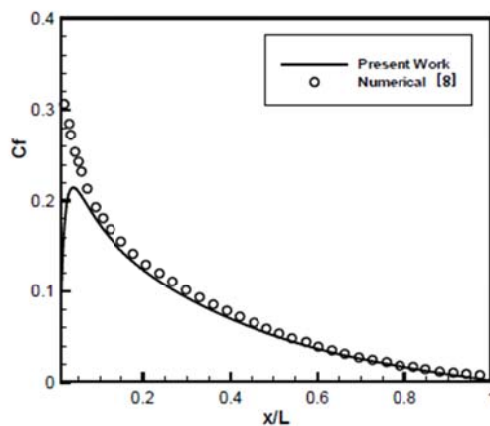


Fig. 3. Skin friction coefficient distribution over NACA 0012
($Re_{\infty} = 500$, $Ma_{\infty} = 0.85$)

3- Conclusion

In the present work, viscous compressible flow equations based on the kinetic energy preserving scheme (KEP) were discretized. Then, the scheme was used for simulation of supersonic and transonic flows. The results of this study are as follows:

- The first test for supersonic laminar flow over a flat plate at Reynolds number of 1000 and Mach number 4 showed that the KEP can capture shock waves without

adding artificial dissipation even at the place of shock waves.

- The second case (transonic flow over a NACA 0012 airfoil at Reynolds number 500 and Mach number 0.85) showed non-oscillatory pressure contours and skin friction coefficient distribution, even in the absence of dissipation terms.

- According to the results we can say that the KEP method is capable of presenting non-oscillating and stable solution without any artificial dissipation terms, even in the vicinity of shock waves. So, KEP can be used for direct numerical simulation of compressible flows without any worry about deletion of some turbulent flow characteristics (due to the presence of artificial dissipation terms).

Direct Numerical Simulation of Supersonic and Transonic Compressible Viscous Flow by Kinetic Energy Preserving Scheme

S. Abbasi Mood¹, M. Malek Jafarian²

1- Introduction

Viscous and inviscid fluxes must be calculated across a cell face in the finite volume method. In calculating these fluxes, we can consider some features of the N-S equation like kinetic energy preservation (KEP). Recently, Jameson showed that the interface fluxes of a semi-discrete conservative scheme can be constructed in an alternative way which assures that the global discrete kinetic energy evolves in a manner that exactly corresponds to the true equation for kinetic energy. There is some latitude in the definition of the fluxes for such scheme (KEP), provided that the fluxes for the continuity and momentum equations satisfy a compatibility condition. The main feature of these fluxes in the KEP scheme for capturing of kinetic energy preservation lies in momentum flux estimation. This calculation method causes the deletion of convective flux terms of the kinetic energy equation. In fact, the KEP scheme uses arithmetic mean value of each pair of adjacent cells for estimation of viscous and inviscid fluxes. On the other hand, the KEP scheme conserves the total amount of kinetic energy throughout the computational domain, in addition to mass, momentum and total energy. Implementation of KEP with a fine mesh in smooth flows and flows with discontinuity (shock waves) provides a sufficiently stable condition for the calculation.

The present paper investigates the numerical solution of two-dimensional unsteady compressible Navier-Stokes equations by the kinetic energy preserving (KEP) scheme. It is introduced for solving the supersonic flow over a flat plate and transonic flow over an airfoil at low Reynolds numbers on very fine grids (with a number of cells of the order of the Reynolds number) without any artificial dissipation terms even in place of shock waves. It should be noted that the solution of the flow field with the desired scheme in this range of speed, is presented for the first time. By discretization of the governing equations based on the KEP scheme and elimination of dissipative effects, the Direct Numerical Simulation (DNS) of the flow is possible.

2- Results

In order to evaluate the ability of KEP in the DNS simulation of compressible flow, we used this scheme for flow around a NACA 0012 airfoil. The flow conditions are shown in Table (1). In order to reduce the numerical calculations, the low Reynolds number

assumption is used. The KEP results are compared with the Mittal results (Finite element computation of unsteady viscous compressible flows).

Table 1. Free stream information around the airfoil

T_∞ (K)	α (deg)	$Ma_\infty = \frac{U_\infty}{c_\infty}$	$Re_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty c}{\mu_\infty}$
288.16	0.0	0.85	500

Pressure contours distribution

The pressure contours of KEP are compared with the Mittal results in Fig.1. The pressure contours are perfectly symmetrical above and below the airfoil because the angle of attack is zero. As can be seen, the pressure distribution of KEP (Fig.1.a) is absolutely non-oscillating in the absence of dissipative terms and generally is in good agreement with the Mittal solution (Fig.1.b).

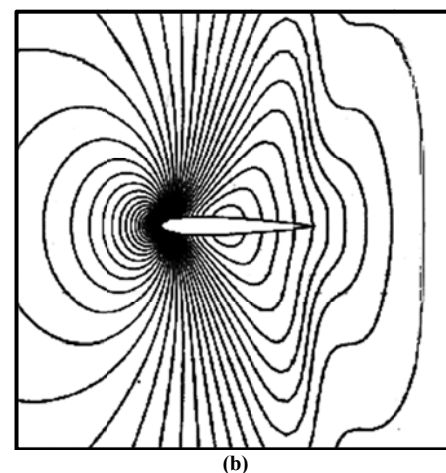
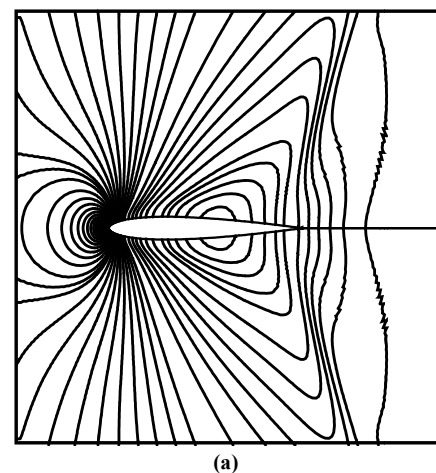


Fig. 1. Pressure contours around NACA 0012 ($Re_\infty = 500$ · $Ma_\infty = 0.85$)
a) Present work (500×300) Grid b) Mittal results

¹ M. Sc. Student, university of Birjand

² Corresponding Author, Associated Professor, University of Birjand, mmjafarian@birjand.ac.ir

4.2. Flow field Study

For measuring the pressure and velocity through the volute cross section, four stations are considered at the volute casing. Traversing a five-hole probe at each station, the flow field characteristics are obtained. Fig. 2 shows the installed probe at one of the measurement stations with its traversing mechanism.

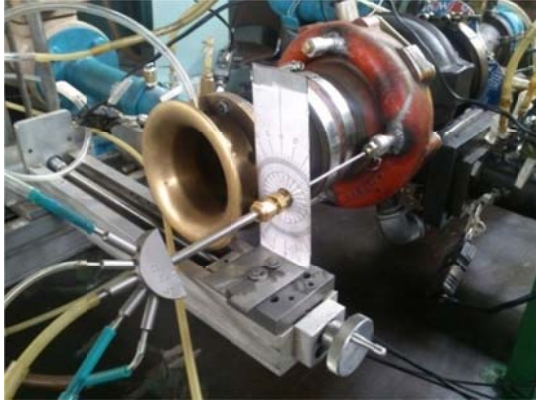


Fig. 2. The five-hole probe and traverse mechanism installed at the compressor test rig

Using the five-hole probe, five pressure values are measured which are then used for obtaining the total pressure, static pressure, velocity magnitude and the yaw and pitch angles to be used in the velocity vector calculation.

The typical results are shown in Fig. 3 and Fig. 4. The numerical and experimental values of velocity ratios (the magnitude of velocity to the mean of velocity at the cross section) are plotted at different traverse positions. The results are reported for two different conditions with 0.15kg/s and 0.13 kg/s mass flow rates at 60,000 rpm and 70,000 rpm, respectively.

The results show a good agreement between the numerical results and the experimental ones. The velocity vector profiles are used for assessing the fluid structure inside the volute and are further used to recognize the loss mechanism in the volute.

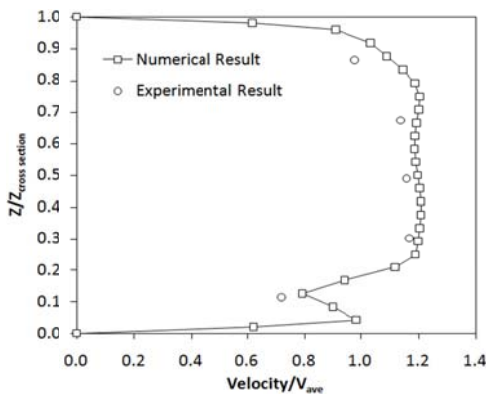


Fig. 3. Numerical and experimental results- the velocity profile at 0.15 kg/s mass flow rate

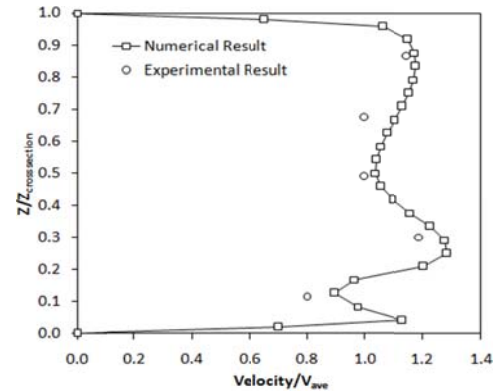


Fig. 3. Numerical and experimental results- the velocity profile at 0.13 kg/s mass flow rate

5. Conclusion

In this research, experimental and numerical flow investigations are performed through a radial flow compressor volute in order to recognize the flow structure and its effect on volute pressure losses.

Flow field investigation through the volute cross sections at different operating range of the compressor is performed utilizing a five-hole probe.

Numerical studies are verified by measurement data which shows good consistency.

The results show that the flow pattern at each volute cross section is a forced vortex structure generated from the radial component of the velocity vector at the volute inlet. However, the diffuser's discharge flow changes the structure at the hub wall. The effect of diffuser discharge on the fluid structure in semi-external volute cross section is recognized as an extra pressure loss source in this type of volute.

Experimental and Numerical Flow Investigation through a Radial Flow Compressor Volute

M. Mojaddam¹, A. Hajilouy Benisi²

1. Introduction

Having a high pressure ratio, appropriate efficiency and broad operating range are the main concerns for the radial flow compressor designers who need a good understanding of flow behavior in compressor components including impeller, diffuser and volute. As the flow in a compressor volute is turbulent and fully three dimensional, performance prediction of this component requires more attention using 3D models where the previous 1D and 2D models are not satisfactory.

Besides the development of optical measurement techniques, conventional measuring instruments such as three-hole probes for measuring pressure and velocity magnitude and also five-hole probes for measuring the pressure and velocity vector are widely used since their results are precise and acceptable.

In the current study, the flow field is investigated experimentally and numerically through a semi external volute of a radial flow compressor in a turbocharger. After obtaining the compressor component geometries, creating the model and meshing the parts, flow field simulation is performed by solving the Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations using the SST turbulence model.

Volute performance is obtained using pressure taps on compressor spiral case to evaluate the volute losses at different operating conditions. Furthermore, the flow field is explored by implementing a five-hole probe traversing at different cross sections of the volute.

2. Modeling

For compressor modeling, all components including inlet, impeller, vane-less diffuser and volute are considered. Multi-Slice CT scan of the spiral case and impeller are performed to obtain the geometries. Constructing the geometry of the impeller needs more attention. Hence the impeller is re-designed to meet the geometry requirements which are obtained through scanning analysis.

Creating the compressor component models, the mapped structured hexahedral elements are implemented for the impeller and vane-less diffuser section grids and the unstructured tetrahedral elements for volute meshes (Fig. 1).

For performance prediction simulation, coarse grids are adequate since they can lead to decreased cost of numerical calculations. However, finer meshes are required for flow field investigations. Hence, both coarse and fine grids are explored to satisfy the mesh independency requirements.

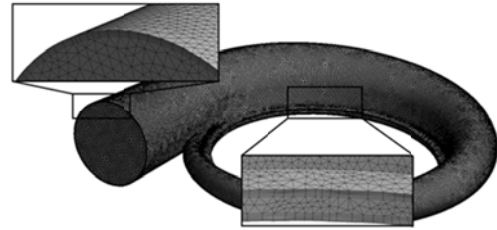


Fig. 1. Volute mesh

A three dimensional viscous flow solver is used in which the Reynolds averaged Navier-stokes equations are solved using the shear-stress transport (SST) turbulence model.

The discretization of the equations is done via segregated implicit method and the SIMPLEC algorithm is used for coupling pressure and velocity.

3. Experimental study

The test rig at the Sharif University of Technology's turbocharger laboratory is used to perform the experimental studies.

Total and static pressures are measured by three precision strain gauge transducers and 'scanivalve' channel selector system. Calibrated J type thermocouples are used to measure temperatures.

The appropriate stations are considered for measurement devices to obtain the desired data at each compressor components.

4. Result and discussion

4.1. The effect of volute on pressure losses

Pressures and temperatures are measured at the inlet and discharge of the compressor components including the impeller, diffuser and volute, in order to study the effect of each component in total pressure losses.

The sample results are presented here in Table 1. The numerical and experimental results are the total pressure losses at the volute for 0.05, 0.08 and 0.11 kg/s mass flow rates at the rotational speed of 60,000.

It is clearly seen that the deviations of numerical and experimental results are decreased with increasing of the rotational speed.

Table 1. Experimental and numerical results-Total pressure loss at the volute

Mass Flow rate (kg/s)	Numerical Results (Pa)	Experimental Results (± 1.5 Error) (Pa)	Deviation (%)
0.05	2119	2300	7.86
0.08	3781	3900	3.05
0.11	5283	5500	3.94

¹ Corresponding Author, Assistant Professor, Mechanical Engineering and Energy Department, Shahid Beheshti University, m_mojaddam@sbu.ac.ir

² Professor, Mechanical Engineering Department, Sharif University of Technology

CONTENTS

Experimental and Numerical Flow Investigation through a Radial Flow Compressor Volute	M. Mojaddam A. Hajilouy Benisi	1
Direct Numerical Simulation of Supersonic and Transonic Compressible Viscous Flow by Kinetic Energy Preserving Scheme	S. Abbasi-Mood S.M. Malek-Jafarian	15
Statistical Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting in the Bridge Systems	R. Fathi M.M Ettefagh	31
Simulation of the Forced Convection Heat Transfer Non-Newtonian Nanofluid, Aqueous Solution of Carboxymethyl Cellulose-Aluminum Oxide, in Slip Flow Regime Through a Microtube	S.A. Sajadifar A. Karimipour D. Toghraie	47
A Study of the Effect of Curvature of the Corner of Hole on Stress Concentration Caused by Uniform Heat Flux	M. Jafari M.B. Nazari	63
Simulation of Particle Motion in Non-Newtonian Fluids by Immersed Boundary Lattice Boltzmann Method	A. Amiri Delouei M.H. Kayhani M. Nazari	75
Analytical Modeling of a Counterflow Diffusion Flame of a Dust Cloud	M. Bidabadi M. Ramezanpour A. Khoeini Poorfar	93
Experimental Determination of HT29 Cancerous Cell Surface Roughness by Atomic Force Microscopy to be Applied in Nanomanipulation (Research Note)	M. Habibnejad Korayem H. Badkoobeh Hezaveh M. Taheri	111
Determination of Optimal Pressure Path in Sheet Hydroforming Process Using Simulated Annealing Method (Research Note)	A. Hashemi M. Hoseinpour S.M.H. Seyedkashi	123



JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. M.R. Mahpeykar

General Director: Dr. H. Niazmand

Published: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

M.H. Abolbashari	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Ahmadian	Professor	Iran University of Science & Technology
A. Baradaran Rahimi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Boroomand	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M. Pasandideh Fard	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Taj Far	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M.R. Khalili	Professor	K. N. Toosi University of Technology
M. Salimi	Professor	Isfahan University
E. Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
M. Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
A. Abedian	Associate professor	Sharif University of Technology
M. Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M.R. Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. M.H. Abolbashari and E. Dehghan

Administrative Director: T. Hooshmand

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN

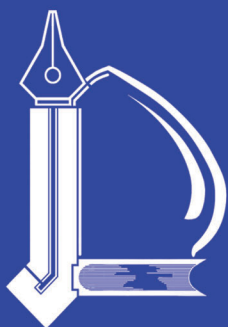
Tel : +98 51 38806024

Fax : +98 51 38763301

Email : ejour@um.ac.ir

Web site : <http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir>

Indexed in: ISC, SID, Magiran, EBSCO.



Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of
Applied and
Computational Sciences
in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

Serial No. 15

ISSN 2008 - 918X

**Experimental and Numerical Flow Investigation
through a Radial Flow Compressor Volute**

M. Mojaddam - A. Hajilouy Benisi

**Direct Numerical Simulation of Supersonic and
Transonic Compressible Viscous Flow
by Kinetic Energy Preserving Scheme**

S. Abbasi-Mood - S.M. Malek-Jafarian

**Statistical Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting
in the Bridge Systems**

R. Fathi - M.M Ettefagh

**Simulation of the Forced Convection Heat Transfer
Non-Newtonian Nanofluid, Aqueous Solution of
Carboxymethyl Cellulose-Aluminum Oxide,
in Slip Flow Regime Through a Microtube**

S.A. Sajadifar - A. Karimipour - D. Toghraie

**A Study of the Effect of Curvature of the Corner
of Hole on Stress Concentration Caused by
Uniform Heat Flux**

M. Jafari - M.B. Nazari

**Simulation of Particle Motion in Non-Newtonian Fluids
by Immersed Boundary Lattice Boltzmann Method**

A. Amiri Delouei - M.H. Kayhani - M. Nazari

**Analytical Modeling of a Counterflow Diffusion Flame
of a Dust Cloud**

M. Bidabadi - M. Ramezanpour - A. Khoeini Poorfar

**Experimental Determination of HT29 Cancerous Cell
Surface Roughness by Atomic Force Microscopy to be
Applied in Nanomanipulation (Research Note)**

M. Habibnejad Korayem - H. Badkoobeh Hezaveh
M. Taheri

**Determination of Optimal Pressure Path in Sheet
Hydroforming Process Using Simulated Annealing
Method (Research Note)**

A. Hashemi - M. Hoseinpour - S.M.H. Seyedkashi

Vol. 28, No.1,
Autumn & Winter, 2017