ISSN 2008 - 918X

بررسی اثر تغییر زاویهٔ واگرایی یک شیپورهٔ متحرک بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران ۱

سهند گلرنگ - روح‌اله رفعی

شبیه‌سازی جریان آرام و درهم داخل کانال‌های واگرا با استفاده از روش ورتکسهای تصادفی (RVM) و بررسی تأثیر زاویهٔ واگرایی و عدد رینولدز بر جریان برگشتی درون کانال ۱۷

بهروز ظفرمند - یاسر نوری

ابزار ارتعاشی التراسونیک یک‌بعدی و دوبعدی ۳۵

سعید امینی - محمدرضا خسروجردی - مهدی محمدی‌مهر

بررسی اثرات تلفیق قطرات درجریان‌های بخارچگالشی ۵۱

اسماعیل لکزیان - سیما شعبانی

بهینه‌سازی شبه‌سه‌بعدی یک مرحلهٔ کمپرسور محوری به‌کمک الگوریتم ژنتیک ترکیبی ۶۳

محسن سرگلزایی - ابوالقاسم مسگرپور طوسی - رسول عسکری

بررسی تأثیر نقاط فوق هم‌گرای تنش برای بهبود حل و برآورد خطا در تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری ۷۹

احمد گنجعلی - بهروز حسنی

کاربرد یادگیری تقویتی در جهت¬یابی حرکت سرپنتین ربات مارمانند ۹۷

هادی کلانی - علیرضا اکبرزاده

بررسی اثر مکان شعله بر دمای شعله در احتراق ابر ذرات جریان پیش‌مخلوط متقابل(یادداشت پژوهشی) ۱۱۹

مهدی بیدآبادی - علی اسماعیل نژاد - یسنا پورمحمد

ابزار سوراخ‌کاری ارتعاشی و بررسی نیروی محوری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی آلومینیوم ۲۰۲۴-T۶ (یادداشت پژوهشی) ۱۲۹

حسین پاک طینت - سعید امینی- علیرضا بارانی - علیرضا فدائی تهرانی

سال ۲۶، شماره ۱

پاییز و زمستان، ۱۳۹۳

دانشگاه فردوسی مشهد

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

(نشریه دانشکده مهندسی)

(علمی - پژوهشی)

شماره پیاپی ۱۱

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

علمی ـ پژوهشی

ISSN: 2008-918X

سردبیر: دکتر محمدرضا مه‌پیکر

مدیر مسئول: دکتر حمید نیازمند

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیأت تحریریه:

دکتر محمد حسین ابوالبشری	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید احمدیان	استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مکانیک
دکتر اصغر برادران رحیمی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مسعود برومند	دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر محمود پسندیده فرد	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر مهران تاج فر	دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوا فضا
دکتر محمدرضا خلیلی	استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک
دکترمحمود سلیمی	استاد، دانشگاه اصفهان، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر ابراهیم شیرانی چهارسوقی	استاد، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
دکتر مسعود طهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر علی عابدیان	دانشیار، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا
دکتر مهران کدخدایان	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر محمدرضا مه‌پیکر	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک
دکتر حمید نیازمند	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

ویراستار علمی: دکتر محمدحسین ابوالبشری

مسؤول دفتر نشریه: تکتم هوشمند

ویراستار ادبی: الهام دهقان

ویرایش و صفحه‌آرایی: فائزه علی‌اکبری

این نشریه در کتابخانه منطقه‌ای علوم و تکنولوژی شیراز (ISC) نمایه می‌شود. http://www.srlst.com

نشانی: مشهد- دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - دفتر نشریه - صندوق پستی: ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵

تلفن : ۳۸۸۰۶۰۲۴-۰۵۱ دورنگار :۳۸۷۶۳۳۰۱-۰۵۱

پست‌الکترونیکی: **ejour@um.ac.ir** وب سایت: **http://jm.um.ac.ir**

شماره نامه مجوز وزارت علوم، تحقیقات و فناوری: ۱۳۳۳۷۵ مورخ ۱۳۹۰/۷/۱۹ چاپ: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

فهرست مطالب

بررسی اثرتغییر زاویهٔ واگرایی یک شیپورهٔ متحرک بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران	سهند گلرنگ روح‌اله رفعی	۱
شبیه‌سازی جریان آرام و درهم داخل کانال‌های واگرا با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی (RVM) و بررسی تأثیر زاویهٔ واگرایی و عدد رینولدز بر جریان برگشتی درون کانال	بهروز ظفرمند یاسر نوری	۱۷
ابزار ارتعاشی التراسونیک یک‌بعدی و دوبعدی	سعید امینی محمدرضا خسروجردی مهدی محمدی‌مهر	۳۵
بررسی اثرات تلفیق قطرات در جریان‌های بخار چگالشی	اسماعیل لکزیان سیما شعبانی	۵۱
بهینه‌سازی شبه‌سه‌بعدی یک مرحلهٔ کمپرسور محوری به‌کمک الگوریتم ژنتیک ترکیبی	محسن سرگلزایی ابوالقاسم مسگرپور طوسی رسول عسکری	۶۳
بررسی تأثیر نقاط فوق هم‌گرای تنش برای بهبود حل و برآورد خطا در تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری	احمد گنجعلی بهروز حسنی	۷۹
کاربرد یادگیری تقویتی در جهت‌یابی حرکت سرپنتین ربات مارمانند	هادی کلانی علیرضا اکبرزاده	۹۷
بررسی اثر مکان شعله بر دمای شعله در احتراق ابر ذرات جریان پیش‌مخلوط متقابل (یادداشت پژوهشی)	مهدی بیدآبادی علی اسماعیل نژاد یسنا پورمحمد	۱۱۹
ابزار سوراخ‌کاری ارتعاشی و بررسی نیروی محوری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی آلومینیوم 2024-T6 (یادداشت پژوهشی)	حسین پاک طینت سعید امینی علیرضا بارانی علیرضا فدائی تهرانی	۱۲۹

بررسی اثرتغییر زاویهٔ واگرایی یک شیپورهٔ متحرک بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران*

سهند گلرنگ(۱) روح‌اله رفعی(۲)

چکیده *در این مقاله به‌کمک حل عددی جریان، تأثیر مقدار زاویهٔ واگرایی شیپوره بر فاکتور بزرگ‌نمایی، نیروی پیش‌ران جانبی و نیروی پیش‌ران کل در یک سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران با شیپورهٔ متحرک (با مقطع برشی در ناحیهٔ مافوق‌صوت) مورد بررسی قرار گرفته است. نسبت مساحت خروجی به گلوگاه و مکان مقطع برشی ثابت در نظر گرفته شده است. در حل عددی معادلات از روش حجم محدود به‌همراه حل مرتبهٔ دو بالادست و روش AUSM برای گسسته‌سازی شار استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که برای دو زاویهٔ انحراف متفاوت، نتایج مدل RNG k-ε با دقت قابل قبولی با داده‌های تجربی تطابق دارند. نتایج هم‌چنین نشان می‌دهند که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، فاکتور بزرگ‌نمایی، نیروی پیش‌ران جانبی و نیروی پیش‌ران کل کاهش می‌یابند.*

واژه‌های کلیدی فاکتور بزرگ‌نمایی، شوک مایل، کنترل بردار نیروی پیش‌ران، شیپورهٔ متحرک.

Effects of Divergence Angle on Moveable Nozzle Performance in Thrust Vector Control System

S. Golrang R. Rafee

Abstract *In this paper, by numerical simulation of gas flow, effects of divergence angles on the amplification factor, side force and thrust vector magnitude of a moveable nozzle with supersonic split line have been investigated. The study is conducted for constant exit to throat area ratio and the location of the split line is also constant. The finite volume method with second order upwind scheme for spatial discretization and AUSM method for flux splitting have been used in numerical solution of the equations. It was observed that for two different deviation angles, the results of RNG k-ε turbulence model are in good agreement with experimental data. Results also show that by increasing the divergence angle of the nozzle, the amplification factor, side force and thrust vector magnitude will decrease.*

Key Words Amplification factor, Oblique shock, Thrust vector control, Moveable nozzle.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۲/٤/۱٤ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۱/۳۰ می‌باشد.

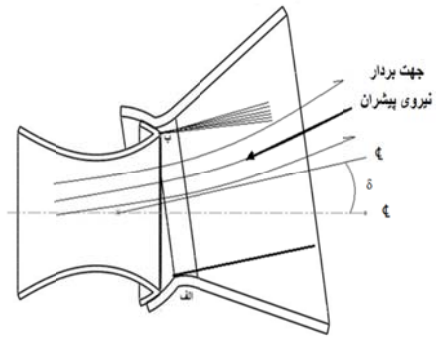
(۱) فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی هوا فضا، دانشگاه سمنان.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان. rafee@semnan.ac.ir

مقدمه

سیستم پیش‌رانش یکی از بخش‌های اصلی هواپیماهای جت و موشک‌های بالستیک می‌باشد و یکی از اجزای مهم این بخش شیپوره است. از شیپورهٔ متحرک (دارای دوران) برای جهت دادن به گازهای خروجی و تبدیل فشار زیاد ایجادشده در محفظهٔ احتراق به انرژی جنبشی استفاده می‌شود. امروزه برای تغییر مسیر یا وضعیت دورانی هواپیماهای جنگنده و موشک از سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران استفاده می‌شود. کنترل بردار نیروی پیش‌ران فقط در زمانی که سیستم پیش‌رانش عمل می‌کند، مؤثر است. در زمان پرواز، وقتی که سیستم پیش‌رانش فعال نمی‌باشد، کنترل بردار نیروی پیش‌ران غیرعملی خواهد بود و باید از مکانیزم‌های دیگری برای کنترل مسیر و رفتار هواپیما یا موشک استفاده نمود. تغییر مسیر حرکت مطابق با برنامهٔ قبلی و تغییر رفتار هواپیمای جت و موشک در هنگام پرواز موتور روشن می‌توانند از دلایل اصلی استفاده از سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران باشند.

از میان روش‌های کنترل بردار نیروی پیش‌ران می‌توان به تزریق یک سیال ثانویه در قسمت واگرای شیپوره، انحراف مکانیکی شیپوره، قرار دادن یک وسیلهٔ منحرف‌کنندهٔ جریان درخروجی شیپوره، شیپوره‌های جانبی تولید کنندهٔ نیروی پیش‌ران و کنترل بردار نیروی پیش‌ران به‌کمک چند شیپوره با دبی متغیر اشاره کرد. یکی از روش‌های کنترل بردار نیروی پیش‌ران که امروزه به‌صورت متداول از آن استفاده می‌شود، روش انحراف مکانیکی شیپوره از ناحیهٔ مافوق‌صوت می‌باشد (شکل ۱). در این مکانیزم به دلیل وجود پدیده‌هایی مانند موج ضربهٔ مایل (نقطهٔ الف در شکل ۱) و موج انبساطی (نقطه ب در شکل ۱)، جریان خروجی بیش از میزان انحراف شیپوره منحرف می‌شود. در این مقاله به مطالعه این روش کنترل بردار نیروی پیش‌ران پرداخته می‌شود.



شکل ۱ میدان جریان در شیپورهٔ متحرک با مقطع برشی در ناحیهٔ مافوق‌صوت با تنها انحراف پیچ

کمپبل و فارلی [1] رانش‌های واقعی و ایده‌آل با سرعت خروجی محوری را برای مجموعه‌ای از شیپوره‌های مخروطی مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، نیروی پیش‌ران کل کاهش می‌یابد. جسن و پیترز [2] به تحقیقاتی برای مقایسهٔ دو روش کنترل بردار نیروی پیش‌ران با شیپورهٔ متحرک پرداختند. در هر دو روش شیپوره به‌صورت مکانیکی جابه‌جا می‌شود، با این تفاوت که در حالت اول شیپوره از بالادست گلوگاه چرخش می‌کند و در حالت دوم شیپوره از پایین دست گلوگاه چرخش می‌کند. آن‌ها دریافتند که در حالت دوم وزن سازه سنگین‌تر می‌شود و گشتاور کنترلی به میزان پنجاه درصد افزایش می‌یابد. آن‌ها نتیجه گرفتند که در این حالت به‌دلیل آن‌که شیپوره از قسمت مافوق‌صوت جریان چرخانده می‌شود، بازدهی شیپوره قدری کاهش می‌یابد و هم‌چنین سایش در این ناحیه افزایش می‌یابد. البته این روش دارای یک مزیت برجسته است، زیرا در این حالت فاکتور بزرگ‌نمایی بزرگ‌تر از یک قابل دست‌رسی می‌باشد.

شرکت تیوکل [3] پس از انجام تحقیقات و آزمایش‌های مختلف کنترل بردار نیروی پیش‌ران، شیپوره با برش در قسمت مافوق‌صوت را به‌عنوان شیپورهٔ مرحلهٔ دوم برای نوعی موشک سوخت جامد

(MLV-SAT-1B-5A) به ناسا پیشنهاد کرد و انحراف قابل‌توجه بردار نیروی پیش‌ران و کم‌تر بودن بارهای وارد بر شیپوره را از مزایای این روش دانست. کیوچی و همکاران [4] به تحلیل عددی سه‌بعدی جریان دو فازه داخل یک موشک سوخت جامد با شیپورهٔ منحرف شونده‌ای که قسمت هم‌گرای آن داخل محفظهٔ موشک جابه‌جا می‌شود، پرداختند. تحلیل دو فازی آن‌ها به‌کمک روش اویلر- لاگرانژ بود و از مدل آشفتگی k-ε استفاده کردند. آن‌ها شیپورهٔ مورد مطالعه را ٦° منحرف کردند و مشاهده کردند که انحراف شیپوره یک عدم تقارن در شکل انتهای شیپوره ایجاد می‌کند که باعث چرخش جریان و ایجاد گردابه قبل از ورود به شیپوره می‌شود. برای این تحلیل وجود ذرات با دو قطر متفاوت را با یکدیگر مقایسه کردند و مشاهده کردند که ذرات با قطر کوچک تقریباً از مسیر جریان گاز تبعیت می‌کنند در حالی که ذرات با قطر بزرگ به‌دلیل اینرسی زیاد، از مسیر جریان گاز پیروی نمی‌کنند. ایکازا [5] با توجه به تحقیقاتی که بر روش‌های کنترل بردار نیروی پیش‌ران در هواپیماها داشت، به این نتیجه رسید که به‌ترین راه برای کنترل بردار نیروی پیش‌ران، انحراف مکانیکی قسمت مافوق‌صوت شیپوره می‌باشد، زیرا استفاده از این تکنولوژی باعث می‌شود که هواپیمای جنگنده زاویهٔ حملهٔ به‌تری در نقطهٔ پروازی مشخص و بار مشخص در پروازهای بدون تغییر ارتفاع داشته باشند، که نتیجهٔ آن کاهش نیروی درگ و کاهش مصرف سوخت هواپیما است. هم‌چنین در اثر انحراف بردار نیروی پیش‌ران می‌توان مسافت بلند شدن و فرود آمدن هواپیما را کاهش داد. ماهوی‌من و همکاران [6] به‌کمک روش حجم محدود جیمسون جریان گذرای درون نازلی سه‌بعدی متحرک را بررسی کردند. نازل مورد نظر با سرعت ثابت ۹۰ درجه بر ثانیه تنها در راستای پیچ از زاویهٔ اولیهٔ صفر درجه تا زاویهٔ نهایی ۲۰ درجه منحرف می‌شود. ایشان نتایجی که از میدان جریان و پارامترهای عملکردی نازل در حالت گذرا و حالت پایا به‌دست آمد، در زوایای انحرافی یکسان مورد مقایسه قرار دادند و به این نتیجهٔ بسیار مهم رسیدند که نتایج حاصل شده از تحلیل گذرا بسیار مشابه نتایج حاصل شده از تحلیل پایا می‌باشد. بنابراین جریان درون نازل کنترل بردار نیروی پیش‌ران مورد تحقیق می‌تواند به‌صورت پایا در نظر گرفته شود. لی و بائک [7] از تحلیل عددی برای به‌دست آوردن مشخصات کنترل بردار نیروی پیش‌ران استفاده کردند و کنترل بردار نیروی پیش‌ران به‌کمک شیپورهٔ انعطاف‌پذیر و تزریق ثانویه را با یکدیگر مقایسه کردند. آن‌ها با استفاده از مدل آشفتگی SST k-ω، مشاهده کردند که شیپورهٔ انعطاف‌پذیر، باعث کنترل دقیق‌تری در پرواز می‌شود و هم‌چنین باعث کاهش نیروی پیش‌ران می‌گردد، در حالی‌که از مزایای کنترل بردار نیروی پیش‌ران به‌کمک تزریق سیال ثانویه، کاهش وزن سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران و کاهش توان عملگرها می‌باشد. پارداسراهی و همکاران [8] به تحلیل دو بعدی شیپورهٔ متقارن محوری در زوایای واگرایی مختلف شیپوره پرداختند. در مطالعهٔ آن‌ها نسبت سطح گلوگاه به سطح ورودی و طول محوری برای همهٔ شیپوره‌ها ثابت در نظر گرفته شده است. آنها مشاهده کردند که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره عدد ماخ خروجی افزایش و شدت آشفتگی کاهش می‌یابد. بالاکریشنا و همکاران [9] نیز شیپورهٔ دوبعدی متقارن محوری را در زوایای واگرایی مختلف شیپوره مورد بررسی قرار دادند. در مطالعهٔ آن‌ها نسبت سطح خروجی به گلوگاه در همهٔ شیپوره‌ها ثابت در نظر گرفته شده است. آن‌ها مشاهده کردند که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، سرعت خروجی و شدت آشفتگی افزایش می‌یابد.

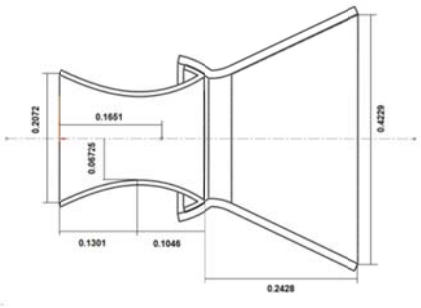
در این مقاله، ابتدا نتایج شبیه‌سازی جریان برای یک هندسهٔ مرجع با نتایج تجربی موجود در مراجع مقایسه شده و پس از انتخاب مدل آشفتگی مناسب،

اثرات تغییر زاویهٔ واگرایی شیپورهٔ مخروطی در یک میزان انحراف شیپوره (دوران قسمت متحرک شیپوره حول محورهای y و z) بر میدان جریان، فاکتور بزرگ‌نمایی و نیروی پیش‌ران کل و نیروی جانبی ایجادشده مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که تا کنون تأثیر زاویهٔ واگرایی بر عملکرد سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران دارای شیپورهٔ متحرک با مقطع برشی (سطح تماس دو قسمت ثابت و متحرک شیپوره) در ناحیهٔ مافوق‌صوت شیپوره مورد مطالعه قرار نگرفته است.

هندسهٔ مسألهٔ مورد بحث

استروم [10] در مرکز تحقیقاتی نیروی هوایی پیش‌رانش موشک با انجام آزمایش‌های بسیار به این نتیجهٔ موفقیت‌آمیز رسید که شیپوره‌های نوع متحرک با برش در ناحیه مافوق‌صوت دارای فاکتور بزرگ‌نمایی نیروی بزرگ‌تر از یک هستند، که این موضوع نشان می‌دهد زاویهٔ انحراف بردار نیروی پیش‌ران بیش‌تر از زاویه انحراف شیپوره می‌باشد. هدف وی از آزمایش به‌دست آوردن داده‌های تجربی برای نیروهای جانبی و گشتاور تحریک برای به‌دست آوردن میزان انحراف بردار نیروی پیش‌ران است. با توجه به نتایج به‌دست آمده، پیشنهاد شد که در سیستم‌هایی که نیازمند انحراف زیاد بردار نیروی پیش‌ران هستند یا فضای انحراف شیپوره در آن‌ها محدود است، از شیپوره با برش در ناحیهٔ مافوق‌صوت استفاده شود.

شکل (۲) هندسهٔ مورد استفاده در این آزمایش را نشان می‌دهد. در این شیپوره قطر ورودی ۰/۲۰۷۲ متر، قطر گلوگاه ۰/۱۳٤۵ متر، قطر خروجی ۰/٤۲۲۹ متر و فاصلهٔ نقطهٔ برش از گلوگاه برابر ۰/۱۰٤٦ متر می‌باشد. در مقالهٔ حاضر، نسبت سطح خروجی به سطح گلوگاه و مکان مقطع برشی شیپوره ثابت می‌باشد و زاویهٔ واگرایی شیپوره از مقطع برشی تا انتهای شیپوره تغییر داده می‌شود و نتایج مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در شکل (۲) تمامی اعداد بر حسب متر می‌باشند.



شکل ۲ هندسهٔ مورد استفاده در آزمایش استروم

انحراف شیپوره مورد نظر دارای زاویهٔ پیچ (Pitch) و یاو (Yaw) می‌باشد. بنابراین، زوایای انحرافی مورد بررسی شامل برآیند دو زاویهٔ انحرافی پیچ و یاو است.

معادلات حاکم. اگر معادلات بقای جرم، بقای ممنتوم، بقای انرژی و معادلهٔ حالت گاز کامل در حالت پایا به‌کار گرفته شوند و از متوسط‌گیری زمانی استفاده شود، این معادلات به‌ترتیب به‌صورت زیر بیان خواهند شد:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_L}{\partial x_L}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho\overline{u_i' u_j'}) \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(u_i(\rho E + P)\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[k_{eff}\frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i\left(\tau_{ij}\right)_{eff}\right] + S_h \qquad (۳)$$

$$P = \rho RT \qquad (٤)$$

که در آن δ_{ij} دلتای کرونکر، E انرژی کل، $k_{eff} = k + k_t$ ضریب هدایت حرارتی مؤثر و $(\tau_{ij})_{eff}$

تانسور تنش منحرف‌شده (Deviatoric stress tensor) می‌باشد که توسط رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff}(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) - \frac{2}{3}\mu_{eff}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \quad (۵)$$

استفاده از فرض بوزینسک یک روش معمول برای ایجاد رابطه بین تنش‌های رینولدز و گرادیان‌های متوسط سرعت می‌باشد، یعنی:

$$-\rho\overline{u_i'u_j'} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}(\rho k)\delta_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (۶)$$

که در آن S_{ij} تانسور نرخ کرنش متوسط است و توسط رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$S_{ij} = \frac{u_{i,j}+u_{j,i}}{2} \quad (۷)$$

مدل آشفتگی RNG k-ε. یاخوت و همکارانش [11] گونه‌ای از مدل k-ε را ارائه نموده‌اند که مشخصات و ویژگی‌های عملکردی آن در مقایسه با مدل استاندارد، در جریان‌هایی با نرخ کرنش سریع (Rapidly strained flow) و جریان‌های چرخشی (Swirling flow) بهینه شده است. هم‌چنین این مدل در جریان‌ها با رینولدز کم، نسبت به مدل استاندارد به‌تر عمل می‌کند. معادلات انتقال در این مدل که RNG k-ε نامیده می‌شود، به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[a_k\mu_{eff}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + G_k - \rho\varepsilon - Y_m + S_k \quad (۸)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[a_\varepsilon\mu_{eff}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}(G_k) - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (۹)$$

که در آن:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu\eta^3\left(1-\eta/\eta_0\right)}{1+\beta\eta^3}\frac{\varepsilon^2}{k} \quad (۱۰)$$

$$\eta = S\frac{k}{\varepsilon} \quad (۱۱)$$

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} = \sqrt{\frac{G}{\mu_t}} \quad (۱۲)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \quad (۱۳)$$

تابع دیوارهٔ بهبود یافته. برای ناحیهٔ نزدیک دیواره با ترکیب قوانین خطی و لگاریتمی دیواره، سرعت بی‌بعد با استفاده از تابع پیشنهادشده توسط کادر [12] به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$u^+ = e^{\Gamma}u_{lam}^+ + e^{1/\Gamma}u_{turb}^+ \quad (۱۴)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (۱۵)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (۱۶)$$

که تابع ترکیب کننده توسط رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$\Gamma = -\frac{a(y^+)^4}{1+by^+} \quad (۱۷)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (۱۸)$$

که در آن a=۰/۰۱ و b=۵ می‌باشد.

توابع دیوارهٔ دمایی بهبودیافته از همان روش ایجادشده برای پروفیل u^+ پیروی می‌کنند. فرمول‌بندی دمایی دیوارهٔ یکپارچه (Unified wall thermal formulation)، پروفیل‌های آرام و لگاریتمی را مطابق با روش کادر ترکیب می‌کند:

$$T^+ \equiv \frac{(T_w-T_p)\rho C_p u_T}{\dot{q}} = e^{\Gamma}T_{lam}^+ + e^{1/\Gamma}T_{turb}^+ \quad (۱۹)$$

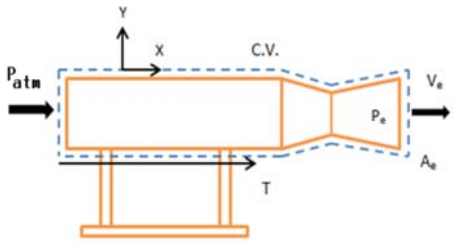
$$\Gamma = -\frac{a(Pry^+)^4}{1+bPr^3y^+} \quad (۲۰)$$

ضرایب a و b همان ضرایب تعریف شده در معادلهٔ (۱۵) می‌باشند.

فاکتور بزرگ‌نمایی. میزان مؤثر بودن شیپوره با سطح مقطع برشی در ناحیهٔ مافوق‌صوت، توسط پارامتر فاکتور بزرگ‌نمایی نیرو (Amplification factor) تعریف می‌شود. این پارامتر بیان‌کنندهٔ نسبت زاویهٔ انحراف بردار نیروی پیش‌ران به زاویهٔ انحراف شیپوره می‌باشد که توسط رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$AMF = \frac{F_s}{F_a \sin\delta} \qquad (۲۱)$$

که در آن F_s نیروی جانبی، F_a نیروی پیش‌ران کل، δ زاویهٔ چرخش ناحیهٔ مافوق‌صوت شیپوره می‌باشد. این پارامتر برای شیپوره‌ها با مقطع برشی در ناحیهٔ مافوق‌صوت باید بزرگ‌تر از یک باشد و بیان کنندهٔ این است که میزان انحراف جریان از میزان انحراف شیپوره بیش‌تر می‌باشد.



شکل ۳ نازل متصل به زمین به‌عنوان حجم کنترل

محاسبهٔ نیروی پیش‌ران. با در نظر گرفتن کل موتور و شیپوره به‌عنوان حجم کنترل (شکل ۳) و با نوشتن معادلهٔ انتگرالی ممنتوم در حالت پایا، بدون در نظر گرفتن نیروی‌های حجمی در راستای X خواهیم داشت:

$$T_x - \oint_{C.S} P dA = \oint_{C.S} V_x(\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}) \qquad (۲۲)$$

که در آن:

$$T_x - \int_{exit} P_e dA + P_{atm}A_e = \int_{C.S} V_x d\dot{m} \qquad (۲۳)$$

با تعریف فشار میانگین‌گیری شدهٔ سطحی و سرعت میانگین‌گیری شدهٔ جرمی به‌صورت زیر خواهیم داشت:

$$(\overline{V}_x)_{M.W} = \frac{\int_{C.S} V_x d\dot{m}}{\dot{m}} \qquad (۲۴)$$

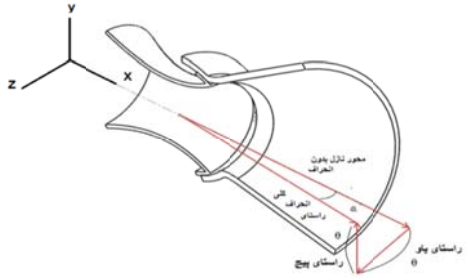
$$\overline{P}_{A.W} = \frac{\int_{exit} P_e dA}{A_e} \qquad (۲۵)$$

محاسبهٔ نیروی پیش‌ران کل در راستای x برای نازلی که قسمت متحرک آن نسبت به قسمت ثابت بدون انحراف می‌باشد به‌صورت زیر خواهد بود:

$$T_x = (\overline{P}_{A.W} - P_{atm})A_e + ((\overline{V}_x)_{M.W})\dot{m} \qquad (۲۶)$$

به‌همین ترتیب محاسبهٔ نیروی پیش‌ران در راستاهای دیگر نیز صورت می‌گیرد با این تفاوت که میزان چرخش نازل در جملهٔ نیروی فشاری باید درنظر گرفته شود.

در تحقیق مورد بررسی، مطابق شکل (٤) قسمت متحرک نازل به‌طور مساوی حول محورهای Y و Z دوران می‌یابد. θ میزان انحراف مؤلفه‌های پیچ و یاو می‌باشد و φ برآیند این دو زاویهٔ انحرافی است.



شکل ٤ گردش نازل حول محورهای پیچ و یاو

می‌توان اثبات کرد که براساس شکل (٤) میزان نیروی پیش‌ران در هر راستا به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_x = (\overline{P}_{A.W} - P_{atm})A_e\cos\varphi + ((\overline{V}_x)_{M.W})\dot{m} \qquad (۲۷)$$

$$T_y = \left(\bar{P}_{A.W} - P_{atm}\right) A_e \sin\theta + \left[\left(\bar{V}_y\right)_{M.W}\right] \dot{m} \quad (۲۸)$$

$$T_z = \left(\bar{P}_{A.W} - P_{atm}\right) A_e \sin\theta\cos\theta + \left[\left(\bar{V}_z\right)_{M.W}\right] \dot{m} \quad (۲۹)$$

با توجه به روابط محاسبهٔ نیروی پیش‌ران، به‌ترتیب نیروی جانبی و نیروی پیش‌ران کل به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$T_y^2 + T_z^2 = F_s^2 \quad (۳۰)$$

$$T_y^2 + T_z^2 + T_x^2 = F_a^2 \quad (۳۱)$$

حل تحلیلی موج ضربه. با مشخص بودن عدد ماخ ورودی M_1 و زاویهٔ چرخش جریان θ ، میزان زاویه شوک مایل β توسط رابطهٔ (۲۹) قابل محاسبه می‌باشد:

$$\tan\theta = 2\cot\beta \frac{M_1^2 \sin^2\beta - 1}{M_1^2(\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (۳۲)$$

با داشتن M_1، β، θ و به‌ترتیب به‌کمک روابط (۳۳-۳۵) عدد ماخ بعد از موج مایل قابل محاسبه می‌باشد:

$$M_{n,1} = M_1 \sin\beta \quad (۳۳)$$

$$M_{n,2}^2 = \frac{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_{n,1}^2}{\gamma M_{n,1}^2 - \frac{\gamma-1}{2}} \quad (۳۴)$$

$$M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} \quad (۳۵)$$

$M_{n,1}$ و $M_{n,2}$ به‌ترتیب عدد ماخ عمودی قبل و بعد از شوک مایل می‌باشند.

مدل آشفتگی LES. جریان‌های آشفته، با ادی‌هایی با گسترهٔ بسیار بزرگی از مقیاس‌های طولی و زمانی مشخص می‌شوند. بزرگ‌ترین ادی‌ها معمولاً از نظر اندازه با طول مشخصهٔ جریان متوسط قابل قیاس هستند. کوچک‌ترین مقیاس‌ها مسئول اضمحلال انرژی جنبشی آشفته می‌باشد. در مدل LES ادی‌های بزرگ به‌صورت مستقیم حل می‌شوند، در حالی که ادی‌های کوچک مدل می‌شوند. بر اساس منطق LES، اندازهٔ حرکت، جرم، انرژی و دیگر متغیرهای عددی تأثیرپذیر، معمولاً به‌وسیلهٔ ادی‌های بزرگ منتقل می‌شوند و هم‌چنین این ادی‌های بزرگ به‌وسیلهٔ هندسهٔ مسأله و نوع شرایط مرزی جریان به مسأله اعمال می‌شوند، در حالی که ادی‌های کوچک کم‌تر به هندسهٔ مسأله وابسته‌اند و تمایل دارند که بیش‌تر همسانگرد باشند.

تنش‌های مقیاس زیر شبکه‌ای (sub grid scale stress) از مجهولات عملیات فیلتر کردن نتیجه می‌شوند و نیازمند مدل‌سازی می‌باشند. مدل آشفتگی مقیاس زیرشبکه‌ای همانند مدل‌های RANS از فرض بوسینسک استفاده می‌کند:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\mu_t\left(S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij}\right) \quad (۳۶)$$

که در آن μ_t لزجت آشفته مقیاس زیرشبکه‌ای و S_{ij} از رابطهٔ (۷) محاسبه می‌شود. برای محاسبهٔ μ_t از مدل اسماگرینسکی- لیلی (Smagorinsky-Lilly model) [13] استفاده شده است، در این مدل لزجت به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\bar{S}| \quad (۳۷)$$

$$L_s = \min(kd, C_s\Delta) \quad (۳۸)$$

$$\Delta = V^{1/3} \quad (۳۹)$$

L_s طول اختلاطی مقیاس‌های زیرشبکه‌ای، $|\bar{S}|$ از روابط (۱۲ و ۷) محاسبه می‌شود و k ثابت ون کارمن، d فاصله از نزدیک‌ترین دیواره، C_s ثابت اسماگرینسکی، Δ مقیاس شبکهٔ محلی و V حجم سلول محاسباتی می‌باشد.

روش عددی

حلگر مورد استفاده پایهٔ چگالی (Density based) می‌باشد که به‌صورت همزمان معادلات پیوستگی، ممنتوم، انرژی و معادلهٔ حالت گاز ایده‌آل را حل می‌کند و الگوریتم ضمنی این روش برای حل دستگاه مورد نظر استفاده شده است.

گسسته‌سازی مکانی به‌روش بالادست مرتبهٔ دو (Second order upwind) می‌باشد [14]. در این روش دقت مراتب بالاتر در وجه سلول‌ها توسط بسط تیلور در مرکز سلول، حول مرکز سلول به‌دست می‌آید. بنابراین φ_f مقدار وجه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\varphi_{f,SOU} = \varphi + \nabla\varphi \cdot \vec{r} \qquad (40)$$

که در آن، φ و $\nabla\varphi$ مقادیر مرکز سلول و گرادیان آن در سلول بالادست می‌باشد و $\vec{r}$ بردار جابه‌جایی از مرکز سلول بالادست به مرکز وجه می‌باشد. در این رابطه برای محاسبهٔ گرادیان‌ها از روش گرین گوس بر مبنای گره‌ای (Green-Gauss node based) استفاده شده است که در شبکه‌بندی بدون ساختار باعث ایجاد دقت بیش‌تری می‌شود.

در گسسته‌سازی شار از روش AUSM استفاده شده است [15]. این روش دارای ویژگی‌هایی چون تحلیل دقیق در ناپیوستگی‌های موجود در جریان مانند موج ضربه می‌باشد و از سوی دیگر در زمان تحلیل انواع موج ضربه بدون نوسان (Free of oscillation) عمل می‌کند.

اگر معادلات حاکم در حالت برداری در مختصات کارتزین برای یک حجم کنترل دلخواه به‌صورت زیر بیان شوند:

$$\oint[\vec{F} - \vec{G}] \cdot dA = \int_V \vec{H} dV \qquad (41)$$

که در آن بردارهای $\vec{F}$ و $\vec{G}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv + p\hat{i} \\ \rho vv + p\hat{j} \\ \rho wv + p\hat{k} \\ \rho vE + pv \end{bmatrix} \vec{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xi} \\ \tau_{yi} \\ \tau_{zi} \\ \tau_{ij}v_j + q \end{bmatrix} \qquad (42)$$

در روش AUSM شار عددی $\vec{F}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = m_f\varphi + P_i \qquad (43)$$

که در آن m_f شار جرمی عبوری از فصل مشترک است و توسط یک تابع بر حسب عدد ماخ در سمت چپ و راست فصل مشترک سلول‌ها به‌وسیلهٔ یک چند جمله‌ای درجهٔ چهار محاسبه می‌شود، P_i شار فشاری و $\vec{F}$ بردار شار می‌باشد.

شرایط مرزی

جدول (۱) نوع و مقدار شرایط مرزی به‌کار رفته در نرم‌افزار انسیس فلوئنت (ANSYS FLUENT) را نشان می‌دهد. خواص و ویژگی‌های سوخت و سیال به‌کار رفته با توجه به مراجع [10,16] انتخاب شده‌اند. سوخت مورد استفاده LPC-614a می‌باشد که سوخت جامد است. در این مقاله از تقریب تک‌فاز به‌جای دوفاز استفاده شده است.

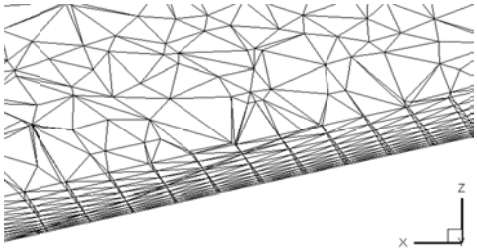
در معادلهٔ ممنتوم شرط مرزی عدم لغزش در تمام دیواره‌ها در نظر گرفته شده است و هم‌چنین دیواره‌ها غیر قابل نفوذ می‌باشند.

جدول ۱ نوع و مقادیر شرایط مرزی تنظیم‌شده

ناحیه	شرط مرزی	فشار کل (KPa)	فشار استاتیک (KPa)	دما (°C)	قطر هیدرولیکی (m)	شدت آشفتگی (درصد)
ورودی	ورودی فشار	٤٨٢٧/٣	٤٦٣٨/٦	٣١٧٣	٠/٢١	٥

استقلال حل از شبکه

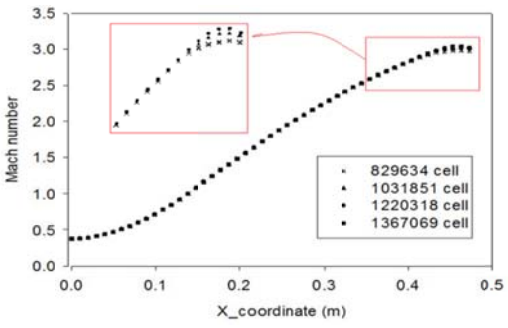
شبکه‌بندی به‌صورت سه‌بعدی است و در نرم‌افزار انسیس انجام شده است (شکل ۵). شبکه‌بندی مورد نظر بی‌سازمان است و از نوع هرمی (T-Rex) می‌باشد.



شکل ۵ نمایش شبکه‌بندی لایهٔ مرزی در مقطعی از شیپوره

جدول ۲ استقلال حل از شبکه برای فاکتور بزرگ‌نمایی

مورد	تعداد سلول	فاکتور بزرگ‌نمایی	درصد خطا نسبت به حالت قبل
۱	۸۲۹۶۳٤	۱/۰۹۰۱٦	–
۲	۱۰۳۱۸۵۱	۱/۰۹۱۵۲	۰/۱۲
۳	۱۲۲۰۳۱۸	۱/۰۹۳۰۳	۰/۱٤
٤	۱۳٦۷۰٦۹	۱/۰۹۳۰٦	۰/۰۰۲



شکل ٦ استقلال حل از شبکه، تغییرات عدد ماخ در محور نازل

در ابتدا استقلال حل از شبکه برای شیپورهٔ دارای میزان انحراف ۵/۰٦ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه بررسی شد. فاکتور بزرگ‌نمایی به‌دست آمده با شبکه‌های مختلف در جدول (۲) آمده است. با توجه به جدول (۲) مشاهده می‌شود استقلال حل از شبکه، برای شبکه‌ای با تعداد سلول ۱۳٦۷۰٦۹ به‌دست آمده است. علاوه بر آن، برای نشان دادن استقلال جواب‌ها از شبکه، تغییرات عدد ماخ بر روی محور اصلی نازل برای شبکه‌های مختلف نیز در شکل (٦) نشان شده است.

اعتبارسنجی

پیش از اعتباردهی به تحقیق اصلی، لازم است که ابتدا اعتبار روش عددی در تسخیر صحیح شوک مایل مورد بررسی قرار گیرد. حل تحلیلی جریان مافوق‌صوت دوبعدی بر روی یک گوه، یک روش برای اعتبارسنجی دقت نرم‌افزار انسیس فلوئنت در تسخیر موج ضربه می‌باشد. به‌دلیل آن‌که هدف توانایی نرم‌افزار انسیس فلوئنت برای تسخیر شوک مایل و ناپیوستگی در جریان است، جریان به‌صورت غیر لزج برای سیال هوا در نظر گرفته شده است.

اعتبارسنجی تسخیر صحیح موج ضربه. برای آن‌که اعتبار روش عددی به‌کار رفته در این مطالعه اثبات گردد، ابتدا جریان مافوق صوت بر روی یک گوه به‌صورت عددی بررسی شده و نتایج آن با حل تحلیلی موجود مقایسه گردیده است. زاویهٔ گوه ۵ درجه و عدد ماخ ورودی برابر ۳/٤ می‌باشد. به‌کمک روابط تحلیلی (۳۲-۳۵)، با این شرایط ورودی جریان، موج مایل تحت زاویهٔ ۲۰/۷۱ درجه و عدد ماخ خروجی ۳/۱۱ تولید می‌شود. درصد خطای زاویه شوک مایل β و عدد ماخ بعد از موج ضربه نسبت به حل تحلیلی به‌طور خلاصه در جدول (۳) آمده است.

جدول۳ اعتبارسنجی تسخیر صحیح موج ضربه

	حل عددی	حل تحلیلی	درصد خطا
عدد ماخ بعد از موج ضربه	۳/۱	۳/۱۱	۰/۱۵
زاویهٔ موج ضربه(درجه)	۲۰/۵۵	۲۰/۷۱	۰/۷۵

اعتبارسنجی مدل آشفتگی. جدول (٤) نشان‌دهندهٔ نتایج عددی به‌دست آمده برای زاویه انحراف ۳/۹ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه می‌باشد که برای مدل مذکور با حل مرتبهٔ دو بالادست دارای ۸/۷٦ درصد خطای نیروی جانبی، ٦/۳۵ درصد خطای نیروی پیش‌ران کل و ۱/۹۷ درصد خطای فاکتور بزرگ‌نمایی می‌باشد. جدول (۵) نتایج عددی به‌دست آمده برای میزان انحراف ۵/۰٦ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه را نشان می‌دهد و بیان می‌کند که مدل آشفتگی RNG k-ε دارای ۷/۵ درصد خطای نیروی جانبی، ۷/۱۹ درصد خطای نیروی پیش‌ران کل و ۰/۹۳ درصد خطای فاکتور بزرگ‌نمایی می‌باشد.

همان‌گونه که در جداول (۵ و ٤) دیده شد، با در نظرگرفتن دو زاویهٔ انحراف ۳/۹ درجه و ۵/۰٦ درجه در زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه با استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف به‌کمک حل مرتبهٔ دو بالادست، مدل آشفتگیRNG k-ε به‌کمک تابع دیوارهٔ بهبود یافته و روش AUSM برای گسسته‌سازی شار، با دقت قابل قبولی با نتایج تجربی تطابق دارند. مدل آشفتگی RSM نیز پس از مدل آشفتگیRNG k-ε دارای جواب‌های نزدیک به نتایج آزمایشگاهی می‌باشد و می‌تواند نشان دهندهٔ این نکته باشد که انتخاب مدل آشفتگی در این تحلیل عددی دارای اهمیت است. مدل RSM لزوماً همیشه و در همهٔ جریان‌ها، نسبت به مدل‌های ساده‌تر نظیر RNG k-ε جواب‌های به‌تری نمی‌دهد. برتری این مدل عمدتاً در جریان‌های مغشوش غیر ایزوتروپ (از قبیل جریان داخل سیکلون‌ها و جریان‌های دارای چرخش زیاد در محفظه‌های احتراق) است.

جدول ٤ اعتبارسنجی در زاویهٔ انحراف ۳/۹ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه

آزمایش / مدل‌های آشفتگی	نیروی پیش‌ران کل (KN)	نیروی جانبی(KN)	فاکتور بزرگ‌نمایی	درصد خطای نیروی جانبی	درصد خطای نیروی پیش‌ران کل	درصد خطای فاکتور بزرگ‌نمایی
Realizable k-ε	۹۹/۳۱	۷/۱۷	۱/۰٦۱٦	۹/۸۹	٦/۳۲	۳/۰٦
RNG k-ε	۹۹/۳٤	۷/۱	۱/۰۵۰۳	۸/۷٦	٦/۳۵	۱/۹۷
RSM	۹۹/٤۷	۷/۱٦	۱/۰۵۸٦	۹/۷۵	٦/٤۹	۲/۷۷
SST k-ω	۹۹/۳۳	۷/۱٦	۱/۰٦۰٤	۹/۷۹	٦/۳٤	۲/۹۵
اسپالارت–آلماراس	۹۹/۰٤	۷/۲۲	۱/۰۷۱۳	۱۰/۵۸	٦/۰۲	٤/۰۱
آزمایش استروم	۹۳/٤۱	٦/۵۳	۱/۰۳	۰	۰	۰

جدول ۵ اعتبارسنجی در زاویهٔ انحراف ۵/۰٦ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه

آزمایش / مدل‌های آشفتگی	نیروی پیش‌ران کل (KN)	نیروی جانبی(KN)	فاکتور بزرگ‌نمایی	درصد خطای نیروی جانبی	درصد خطای نیروی پیش‌ران کل	درصد خطای فاکتور بزرگ‌نمایی
Realizable k-ε	۹۹/۱٤	۹/۲٦	۱/۰۵۹۳	۸/٤۵	۷/۱۵	۱/۸٦
RNG k-ε	۹۹/۱۸	۹/۱۸	۱/۰٤۹۷	۷/۵۱	۷/۱۹	۰/۹۳
RSM	۹۹/۳	۹/۲٤	۱/۰۵۵۵	۸/۲۵	۷/۳۳	۱/٤۹
SST k-ω	۹۹/۱٦	۹/۲۷	۱/۰۵۹۷	۸/۵۱	۷/۱۷	۱/۹
اسپالارت–آلماراس	۹۸/۸۵	۹/۳۵	۱/۰۷۲۰	۹/٤۳	٦/۸٤	۳/۰۸
آزمایش استروم	۹۲/۵۲	۸/۵٤	۱/۰٤	۰	۰	۰

در تحلیل دوبعدی نازل متقارن محوری از مدل LES نیز استفاده گردید. با توجه به جدول (٦) استقلال حل از شبکه برای این مدل با تعداد سلول ۳۰۰۰۰ به‌دست آمد و میزان نیروی پیش‌ران محوری محاسبه‌شده با نتایج تجربی مقایسه گردید.

مطابق با جدول (۷) مشاهده می‌شود که به‌کارگیری مدل LES دارای ۵/۸۵ درصد خطا و مدل RNG k-ε دارای ۵/٦۹ درصد خطا نسبت به نتایج تجربی برای نیروی پیش‌ران محوری است. بنابراین می‌توان بیان کرد که انتخاب مدل آشفتگی RNG k-ε به‌عنوان دقیق‌ترین مدل در تحلیل سه‌بعدی به‌درستی صورت گرفته است.

جدول ٦ استقلال حل از شبکه برای نازل متقارن محوری و مدل LES

میزان نیروی پیش‌ران محوری (KN)	تعداد سلول
۹۹/۷۹	۱۷۰۰۰
۹۹/۸۱	۲٤۰۰۰
۹۹/۸۲	۳۰۰۰۰
۹۹/۹۱	۱۳۰۰۰۰

جدول ۷ مقایسه میزان نیروی پیشران در تحلیل دو بعدی متقارن محوری بین مدل LES و RNG k-ε

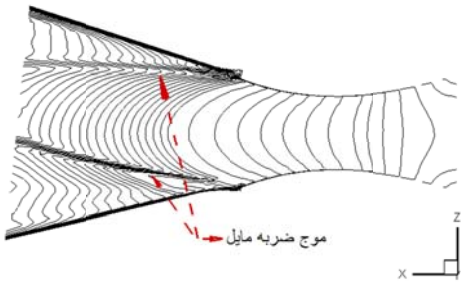
مدل آشفتگی/ آزمایش	نیروی پیشران محوری (KN)	درصد خطا
LES	۹۹/۹۱	۵/۹۵
RNG k-ε	۹۹/٦۷	۵/٦۹
آزمایش استروم	۹٤/۳	-

نتایج و بحث

مطابق با تئوری شبه یک‌بعدی [17] میزان نیروی پیش‌ران تولیدشده توسط یک شیپورهٔ مخروطی، متناسب با سرعت محوری خروجی از شیپوره می‌باشد. از آن‌جایی که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره مقدار سرعت محوری کاهش می‌یابد، بنابراین نیروی پیش‌ران کل نیز کاهش می‌یابد.

همان‌طور که در مقدمه بیان شد، نتایج به‌دست آمده از کار کمپبل و فارلی [1] برای شیپورهٔ مخروطی بدون انحراف در ناحیهٔ مافوق‌صوت آن می‌باشد. در تحلیل حاضر، علاوه بر تغییرزاویهٔ واگرایی شیپوره، ناحیهٔ مافوق‌صوت شیپوره در مقطع برشی به‌میزان ۵/۰٦ درجه حول محورهای z و y دوران می‌یابد و نتایج مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

یکی از ویژگی‌های جریان در شیپورهٔ سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران وجود موج شوک مایل می‌باشد که در شکل (۷) قابل مشاهده است. این موج مایل سه‌بعدی است و به‌شدت میدان جریان پایین‌دست گلوگاه شیپوره را تحت تأثیر قرار می‌دهد و باعث انحراف بردار نیروی پیش‌ران بیش از میزان انحراف شیپوره می‌شود.

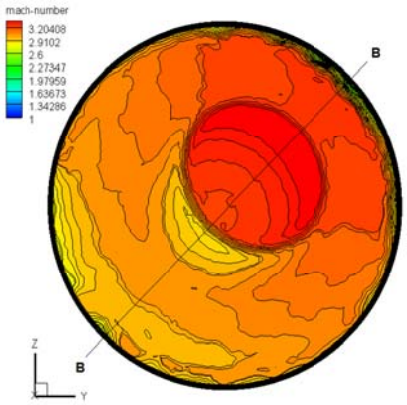


شکل ۷ کانتور عدد ماخ در شیپوره با میزان انحراف ۵/۰٦ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۵/۲٤ درجه

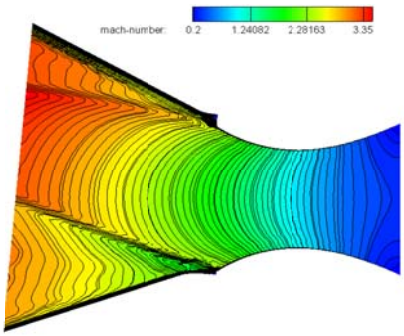
برای آن‌که تأثیر زاویهٔ واگرایی شیپوره به‌تنهایی مورد بررسی قرار گیرد، نسبت سطح خروجی به گلوگاه و مکان مقطع برشی در تمامی زوایای واگرایی شیپوره ثابت در نظر گرفته شدند، بنابراین طول محوری شیپوره متغیر می‌باشد.

به‌دلیل آن‌که نسبت سطح مقطع برشی به سطح مقطع گلوگاه ثابت است، عدد ماخ در مقطع برشی با تغییر زاویهٔ واگرایی شیپوره تقریباً ثابت می‌ماند ولی با

افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، چرخش جریان در ناحیهٔ مافوق‌صوت کم‌تر می‌شود و در نتیجه زاویهٔ موج مایل کم‌تر می‌گردد که نشان‌دهندهٔ آن است که شدت تغییر سرعت و فشار در گذر از موج ضربهٔ مایل کاهش یافته است. شکل‌های (۹ و ۸) اثر تغییر زاویهٔ واگرایی را برای شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه در مقاطع مختلف نشان می‌دهند. در کانتورهای (۸- ب و ۹- ب) مشاهده می‌شود که در زاویهٔ واگرایی ۲۳/۹٤ درجه خطوط مشخصهٔ عدد ماخ تراکم بیش‌تری نسبت به زاویهٔ واگرایی ۳۰/۱۷ درجه دارند که نشان‌دهندهٔ این نکته است که با کاهش زاویهٔ واگرایی شیپوره موج مایل در ناحیهٔ واگرای شیپوره قوی‌تر می‌شود.

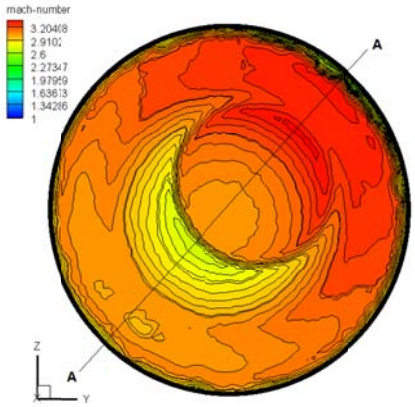


شکل ۸-الف کانتور عدد ماخ در صفحهٔ خروجی شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه و زاویهٔ واگرایی ۲۳/۹٤ درجه

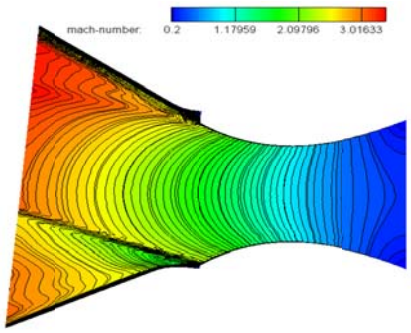


شکل ۸- ب کانتور عدد ماخ در مقطع B-B

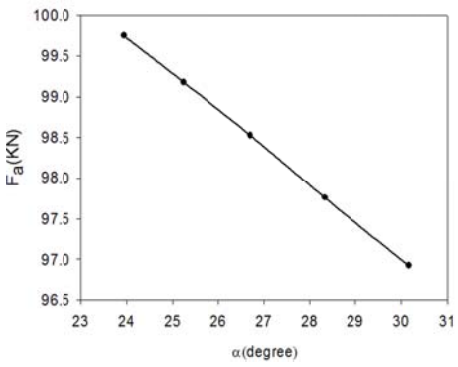
با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، احتمال جدایش جریان و وجود گردابه در خروجی شیپوره افزایش می‌یابد. به‌طوری که در تحلیل عددی حاضر افزایش زاویهٔ واگرایی به بیش از ۳۰/۱۷ درجه مقدور نبوده است.



شکل ۹- الف کانتور عدد ماخ در خروجی شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه و زاویهٔ واگرایی ۳۰/۱۷ درجه

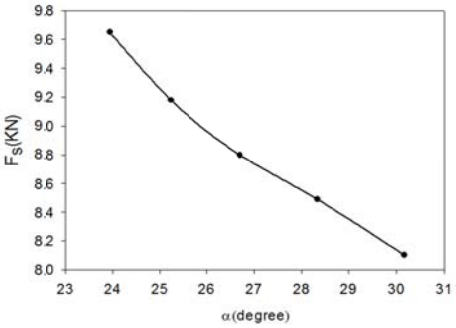


شکل ۹- ب کانتور عدد ماخ در مقطع A-A

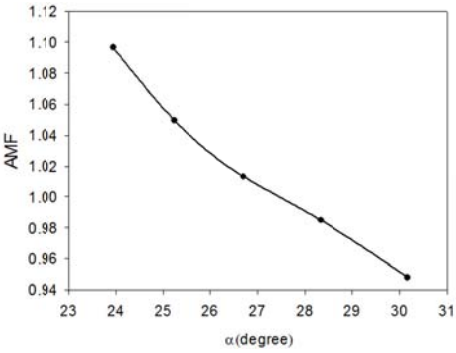


شکل ۱۰ تغییرات نیروی پیش‌ران کل بر حسب زاویهٔ واگرایی شیپوره برای شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه

شکل (۱۰) نتایج به‌دست آمده برای نیروی پیش‌ران کل را نشان می‌دهد. از آن‌جایی که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، سرعت میانگین محوری خروجی کاهش می‌یابد، بنابراین مقدار نیروی پیش‌ران کل نیز کاهش می‌یابد. شکل (۱۱) نیز نتایج به‌دست آمده برای نیروی جانبی را نشان می‌دهد. با توجه به آن‌که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره طول ناحیهٔ واگرای شیپوره کاهش می‌یابد، بنابراین سطح مؤثر کم‌تری در این ناحیه چرخش می‌کند و در نتیجه تحت تأثیر نیروی کم‌تری ناشی از موج مایل قرار می‌گیرد. هم‌چنین با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره چرخش جریان در ناحیهٔ مافوق‌صوت کم‌تر می‌شود. در نتیجه، زاویهٔ موج مایل کم‌تر می‌شود که نشان‌دهندهٔ کم‌تر شدن شدت تغییر فشار در گذر از موج مایل می‌باشد. بنابراین، نیروی جانبی وارد بر شیپوره کاهش می‌یابد.



شکل ۱۱ تغییرات نیروی جانبی بر حسب زاویهٔ واگرایی شیپوره برای شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه



شکل ۱۲ تغییرات فاکتور بزرگ‌نمایی بر حسب زاویهٔ واگرایی شیپوره برای شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه

شکل (۱۲) نتایج به‌دست آمده برای فاکتور بزرگ‌نمایی را نشان می‌دهد و بیان می‌کند که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره فاکتور بزرگ‌نمایی کاهش خواهد یافت. افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره باعث کاهش طول ناحیهٔ واگرای شیپوره می‌گردد و سطح خروجی به مقطع برشی نزدیک می‌شود. بنابراین، شوک مایل ایجادشده توانایی ایجاد نیروی جانبی مورد نیاز برای انحراف جریان بیش از انحراف شیپوره را نخواهد داشت. در نتیجه، فاکتور بزرگ‌نمایی کوچک‌تر از یک می‌شود. با توجه به شکل (۱۲) مشاهده می‌شود که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره به بیش از ۲۷ درجه فاکتور بزرگ‌نمایی کم‌تر از یک خواهد شد.

جدول (۸) نشان‌دهندهٔ درصد کاهش پارامترهای عملکردی (فاکتور بزرگ‌نمایی، نیروی پیش‌ران کل، نیروی جانبی) برای شیپوره با میزان انحراف ۵/۰۶ درجه، در هر زاویهٔ واگرایی نسبت به زاویهٔ واگرایی α=۲۳/۹۴ می‌باشد.

با توجه به جدول (۸) درصد کاهش فاکتور بزرگ‌نمایی، نیروی پیش‌ران کل و نیروی جانبی با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره افزایش می‌یابد. بنابراین با آن‌که با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، طول و جرم شیپوره کاهش می‌یابد که بسیار از نظر هزینهٔ تولید به‌صرفه می‌باشد ولی باید میزان کاهش نیروی پیش‌ران کل و فاکتور بزرگ‌نمایی را در نظر داشت.

جدول ۸ درصد کاهش هر پارامتر نسبت به زاویهٔ واگرایی α=۲۳/۹٤

نیم زاویهٔ واگرایی شیپوره	درصد کاهش نیروی پیش‌ران کل	درصد کاهش نیروی جانبی	درصد کاهش فاکتور بزرگ‌نمایی
α=۲۵/۲٤	۰/۵۸	٤/۸۲	٤/۲۷
α=۲٦/۷	۱/۲۳	۸/۷۳	۷/۵۹
α=۲۸/۳۳	۲	۱۱/۹۹	۱۰/۱۹
α=۳۰/۱۷	۲/۸۵	۱٦	۱۳/۵۳

نتیجه‌گیری

با در نظرگرفتن دو زاویهٔ انحراف متفاوت و با استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف به‌کمک حل مرتبهٔ دو بالادست، مشاهده شد که در تحلیل عددی حاضر، مدل آشفتگی RNG k-ε به‌کمک تابع دیوارهٔ بهبودیافته و روش AUSM برای گسسته‌سازی شار، با دقت قابل‌قبولی با نتایج تجربی تطابق دارند.

نتایج نشان می‌دهد که به‌علت دوران قسمت متحرک شیپوره، در قسمت مافوق‌صوت یک شوک مایل سه‌بعدی به‌وجود می‌آید که بر عملکرد شیپوره بسیار تأثیرگذار است. با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، سرعت میانگین محوری خروجی کاهش می‌یابد و بنابراین مقدار نیروی پیش‌ران کل نیز کاهش می‌یابد. با ثابت ماندن نسبت سطح مقطع برشی به گلوگاه، عدد ماخ در مقطع برشی با تغییر زاویهٔ واگرایی شیپوره ثابت می‌ماند ولی با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، چرخش جریان در ناحیهٔ مافوق‌صوت کم‌تر می‌گردد. در نتیجه، زاویهٔ موج مایل کم‌تر می‌شود که نشان‌دهندهٔ کم‌تر شدن شدت تغییر سرعت و فشار در گذر از موج ضربهٔ مایل می‌باشد و هم‌چنین با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، طول شیپوره کاهش می‌یابد. بنابراین، سطح مؤثری که بر آن نیروی جانبی وارد می‌شود کاهش می‌یابد. در نتیجه، نیروی جانبی و فاکتور بزرگ‌نمایی نیز با افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره کاهش می‌یابند.

یکی از مزایای افزایش زاویهٔ واگرایی شیپوره، کاهش طول شیپوره است، که باعث کاهش وزن شیپوره و هزینهٔ تولید می‌شود. البته باید کاهش نیروی پیش‌ران و کاهش فاکتور بزرگ‌نمایی را نیز در نظر گرفت.

با توجه به نتایج به‌دست آمده از شیپورهٔ مورد نظر، در سیستم کنترل بردار نیروی پیش‌ران با مقطع برشی (محل جدا شدن قسمت‌های ثابت و متحرک) در ناحیهٔ فراصوتی برای آن‌که فاکتور بزرگ‌نمایی بزرگ‌تر از یک شود، نباید زاویهٔ واگرایی شیپوره بیش از ۲۷ درجه باشد.

مراجع

1. Campbell, C.E., Farley, J.M., "Performance of Several Conical Convergent Divergent Rocket Type Exhaust Nozzle", Lewis Research Center, NASA-TM-X-39, Ohio, (1960).
2. Jessen, F.C, Peters, M.T, "Comparison between Swiveling Nozzles with Split Lines Upstream and Downstream of the Throat", Rocket Propulsion Establishment, Technical Memorandum No.269, Virginia, (1963).
3. Thiokol Chemical Corporation, "TVC System Study Program", NASA Lewis Research Center, NASA CR-72727, Utah, (1970).
4. Ciucci, A., Laccarino, G. and Amato, M., "Numerical Investigation of 3D Two Phase Turbulent Flow in Solid Rocket Motors", 34th AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, July (1998).
5. Ikaza, D., "Thrust Vectoring Nozzle for Modern Military Aircraft", 22nd Congress of International Council of the Aeronautical Sciences, Harrogate, May (2000).
6. Hui-man, M., Si-ai, F. and Han-ping, C., "Numerical Study of Unsteady Flow in Thrust Vectoring Nozzle", International Journal of Turbo and Jet Engines, Vol. 22, pp. 31-40, (2005).
7. Lee, S.N. and Baek, S.W., "Thrust Vector Control by Flexible Nozzle and Secondary Fluid Injection", ICCES, Vol. 10, No. 4, pp. 81-90, (2009).

8. Pardhasaradhi, N., Kumar, V.R. and Rao, Y.V., "Flow Analysis of the Rocket Nozzle Using Computational Fluid Dynamic", International Journal of Engineering Research and Applications, Vol. 2, pp. 1226-1235, (2012).
9. Balakrishna, B., Indana, S. and Reddy, R.P., "Investigation of Supersonic Flow through Conical Nozzle with Various Angles of Divergence", International Journal of Mechanical Engineering, Vol. 2, pp. 9-16, (2013).
10. Strome, R.K., "Test Firing of Supersonic Split-Line Nozzle", Air Force Rocket Propulsion Laboratory, Technical Report AFRPL-TR-69-203, California, (1969).
11. Orszag, S.A., Yakhot, V., Flannery, W.S., Boysan, F., Choudhury, D., Maruzewski, J. and Patel B., "Renormalization Group Modeling and Turbulence Simulations", In International Conference on Near-Wall Turbulent Flows, Tempe, March (1993).
12. Kader B., "Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 1541–1544, (1981).
13. Smagorinsky, J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations. I. The Basic Experiment", Monthly Weather Review, Vol. 91, pp. 99–164, (1963).
14. Barth, T.J. and Jespersen, D., "The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes", AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, January (1989).
15. Liou, M.S., "A Sequel to AUSM: AUSM+", Journal of Computational Physics, Vol. 129, pp. 364–382, (1996).
16. Ellison, J.R., "Evaluation of Titan III AFT Closure Insulation", Air Force Rocket Propulsion Laboratory, Technical Report AFRPL-TR-70-89, California, (1970).
17. Hill, P. and Peterson, C., "Mechanics and Thermodynamics of Propulsion", Addison-Wesley, New York, pp. 521-523, (1992).

شبیه‌سازی جریان آرام و درهم داخل کانال‌های واگرا با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی (RVM) و بررسی تأثیر زاویهٔ واگرایی و عدد رینولدز بر جریان برگشتی درون کانال*

بهروز ظفرمند [۱] یاسر نوری [۲]

چکیده *این مقاله ارائهٔ نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی جریان‌های آرام و درهم درون کانال‌های واگرا می‌باشد که با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی (Random Vortex Method) صورت گرفته است. روش ورتکس‌های تصادفی (RVM) روشی است که معادلات ناویر-استوکس را به‌صورت تابعی از زمان حل می‌کند و بدون نیاز به شبکه‌بندی بر روی هندسه و هم‌چنین بدون نیاز به تعیین سرعت در تمام میدان سیال، سرعت در هر نقطه از کانال را تعیین می‌نماید. سرعت پتانسیل به‌عنوان شرط اولیه در تحلیل جریان به روش ورتکس‌های تصادفی است که در این مقاله با استفاده از تبدیل همدیس شوارتز-کریستوفل به‌دست آمده است. نتایج حاصل از این روش با کدنویسی به زبان برنامه‌نویسی Fortran صورت گرفته و با نتایج نرم‌افزار Fluent مقایسه شده است که نشان‌دهندهٔ تطابق بسیار خوبی می‌باشد. هم‌چنین با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی تأثیر زاویهٔ واگرایی کانال و نیز تأثیر عدد رینولدز بر جدایی جریان درون کانال‌های واگرا بررسی شده و نتایج بسیار مفیدی به‌دست آمده است.*

واژه‌های کلیدی ورتکس‌های تصادفی، معادلات ناویر-استوکس، سرعت پتانسیل، تبدیل همدیس شوارتز-کریستوفل، زاویهٔ واگرایی، عدد رینولدز.

Simulating of Laminar and Turbulent Flows Inside Diverging Channels with Random Vortex Method (RVM) and Investigating the Effects of the Angle of Divergence and the Reynolds Number on the Recirculating Flow Inside the Channels

B. Zafarmand Y. Noori

Abstract *This paper presents the results of numerical simulations of the laminar and turbulent flows inside diverging channels using random vortex methods (RVM). Random Vortex Method is a mesh-free method which solves unsteady vorticity equation instead of solving Navier-stokes equations directly to determine the velocity field. In this paper, the velocity potential, which is used as the initial condition, is derived by the Schwarz-Christoffel mapping. A FORTRAN code is developed to solve the equations and good agreement is achieved by comparing the results with the CFD code of the FLUENT. Furthermore, the effects of the angle of divergence of the channel and the Reynolds number on the flow separation are investigated.*

Key Words Random Vortex, Navier-Stokes Equations, Potential Velocity, Schwarz-Christoffel Mapping, Reynolds Number

*تاریخ دریافت مقاله ۹۲/٤/۱۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۱/۲۷ می‌باشد.

(۱) استادیار، موسسه آموزشی پژوهشی صنعت آب و برق، مشهد.

(۲) نویسندهٔ مسئول، کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد. noori.yaser@gmail.com

مقدمه و مروری بر تحقیقات گذشته

یکی از روش‌های موفق، دقیق و در عین حال جذاب در بررسی جریان لزج در رژیم‌های آرام و درهم که در گسترهٔ وسیعی از اعداد رینولدز مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش ورتکس‌های تصادفی است که بر پایهٔ شبیه‌سازی جریان لزج درون اجسام مختلف، با استفاده از تئوری جریان پتانسیل و صفر نمودن سرعت مماسی روی دیواره (شرط عدم لغزش) توسط ورتکس‌ها و هم‌چنین صفر نمودن مؤلفهٔ عمودی سرعت توسط تصاویر ورتکس‌ها صورت می‌پذیرد.

همانند هر روش عددی، روش ورتکس‌های تصادفی نیز مزیت‌ها و معایبی دارد. از بین مزیت‌های فراوان این روش می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱- در این روش برای شبیه‌سازی جریان سیال، نیاز به شبکه بندی بر روی هندسهٔ مورد نظر نیست در حالی که روش‌های متداول CFD همواره نیازمند شبکه‌بندی دقیق بر روی هندسه می‌باشند. این روش را روش بدون مش (Meshless) نیز می‌خوانند [1].

۲- در این روش، به‌جای استفاده از متغیرهای اصلی نظیر فشار و سرعت، از ورتیسیته و معادلهٔ انتقال ورتیسیته (Vorticity Transport Equation) استفاده می‌شود و ازاین‌رو می‌توان حرکت سیال را بدون اطلاع از میدان سرعت یا فشار، شبیه‌سازی نمود.

۳- در این روش امکان بررسی جریان سیال در گسترهٔ وسیعی از اعداد رینولدز، اعم از رژیم‌های آرام و درهم میسر است.

٤- در این روش به مدل‌های شبیه‌سازی جریان درهم نظیر $K-\zeta$ و $K-\omega$ و استفاده از معادلات کمکی نیاز نمی‌باشد.

۵- از آن‌جایی که در این روش معادلهٔ انتقال ورتیسیته و حرکت ذرات با دیدگاه لاگرانژی صورت می‌گیرد، مشکلات مربوط به ترم‌های غیرخطی معادلات ناویر- استوکس از بین می‌رود و می‌توان معادلات حاکم را به‌صورت لحظه‌ای حل کرد.

٦- در این روش هیچ‌گونه ساده‌سازی در معادلات وجود ندارد.

۷- یکی از مشخصه‌های برجستهٔ این روش، حل معادلات تابع زمان است.

۸- از آن‌جایی که در این روش از دیدگاه لاگرانژی استفاده می‌شود، در مناطقی که گرادیان‌های سرعت بزرگ دارند، می‌توان توزیع سرعت را به‌سادگی به‌دست آورد.

۹- با این روش می‌توان مناطق بزرگ چرخشی را قابل مشاهده نمود.

علیرغم تمام مزیت‌های شمرده شدهٔ این روش می‌توان دست کم به دو مورد اشاره کرد که جزء معایب این روش است:

۱- به‌دلیل طبیعت لاگرانژی این روش، زمان محاسبه بسیار طولانی خواهد بود.

۲- این روش برای جریان‌های سه‌بعدی و جریان‌های محوری کاربرد ندارد.

روش عددی ورتکس‌های تصادفی برای حل معادلات حرکت دوبعدی و تابع زمان سیالات غیرقابل تراکم در جریان‌های آرام و درهم به خدمت گرفته می‌شود. اساس این روش مبتنی بر حل معادلهٔ ورتیسیته وابسته به زمان است که این معادله از تأثیر اپراتور کرل (Curl Operator) روی معادلات ناویر-استوکس و ادغام آن با معادلهٔ پیوستگی حاصل می‌شود [1].

شرط عدم لغزش یا صفر بودن سرعت نسبی روی دیواره در هر لحظه از زمان، به‌عنوان شرط مرزی حل معادلات جریان سیال می‌باشد. در روش ورتکس‌های تصادفی، به‌منظور صفر کردن مؤلفهٔ مماسی سرعت روی دیواره، تعدادی ورتکس با چرخش ثابت و معین تولید می‌گردد که حرکت این ورتکس‌ها با دیدگاه لاگرانژی (Lagrangian Description) و براساس دو مکانیزم جابه‌جایی (Convection) و پخش (Diffusion) صورت می‌گیرد [1].

حرکت هر ورتکس ناشی از سرعت پتانسیل سیال، به‌علاوه مجموع سرعت‌های لحظه‌ای القا شده توسط ورتکس‌های دیگر و هم‌چنین تصاویر آن‌ها در مرکز ورتکس مورد نظر می‌باشد. به همین ترتیب سرعت لحظه‌ای در هر نقطه از سیال نیز با استفاده از سرعت‌های لحظه‌ای القا شده توسط ورتکس‌ها، تصاویر آن‌ها و سرعت پتانسیل عبوری از آن نقطه به‌دست می‌آید.

حرکت ورتکس‌ها در تمام محیط اطراف خود و هم‌چنین دیواره، سرعت القایی ایجاد می‌نمایند. مؤلفهٔ عمودی سرعت القایی روی دیواره با استفاده از تصویر ورتکس‌ها با چرخش ثابت و معکوس صفر می‌گردد. این عمل در هر لحظه از زمان صورت می‌گیرد. در نهایت توزیع ورتیسیته، جریان سیال لزج را در حالت آرام و درهم با گذشت زمان شبیه‌سازی می‌نماید.

ارائهٔ روش ورتکس‌های تصادفی را به چورین [2] (Chorin) در سال ۱۹۷۳ نسبت می‌دهند که به‌منظور مدل کردن جریان درهم اطراف یک استوانه مطرح کرد. او این روش را در سال ۱۹۷۸ [3] به‌منظور وارد نمودن شرایط مرزی در محاسبات و تحلیل لایهٔ مرزی، اصلاح نمود و آن را روش ورتکس‌های تصادفی نام‌گذاری نمود. از این پس بود که روش ورتکس‌های تصادفی جای خود را به‌عنوان یک روش عددی برای حل جریان باز کرد. تحقیقاتی راجع به افزایش دقت و هم‌گرایی این روش توسط بیل (Beal) و مجدا (Majda) (سال ۱۹۸۱[4]) و توسط بنفاتو (Benfatto) و پولویرنتی (Pulvirenti) (سال ۱۹۸٤) [5] انجام گرفت. قونیم (Ghoniem) و کنت (Kenneth) (سال ۱۹۸٦) [6]، با استفاده از این روش، اختلاط لایه‌های مرزی داخل یک کانال را بررسی نمودند و در ناحیهٔ اختلاط، تنش‌های برشی را محاسبه کردند. این روش توسط چیر (Cheer) [7] (سال ۱۹۸۹) روی سیلندر دوار و در رینولدزهای ۳۰۰۰ و ۹۵۰۰ با حرکت ضربه‌ای به‌کار گرفته و کامل شد. گاگنون (Gagnon) و جیووانینی (Giovannini) (سال ۱۹۹۳) [1] با استفاده از این روش به شبیه‌سازی عددی و تجزیه و تحلیل فیزیکی جریان‌های چرخشی با رینولدز بالا در کانال با انبساط ناگهانی پرداختند.

در میان تحقیقات اخیر، می‌توان به کتاب منتشر شده توسط کاتت (Cottet) و کوموتسکاس (Koumoutskos) (سال ۲۰۰۰) [8] دربارهٔ روش ورتکس اشاره نمود. مرتضوی (Mortazavi) و جیووانینی (Giovannini) (سال ۲۰۰۱) [9] یک جت دوبعدی را در عدد رینولدز بالا به‌کمک ترکیبی از روش ورتکس‌های تصادفی و روش المان محدود مدل نموده‌اند. هم‌چنین می‌توان تحقیقات راماچاندران (Ramachandran) (سال ۲۰۰٤) [10] را در خصوص شبیه‌سازی جریان سیال در کانال با انبساط ناگهانی و نیز بر روی استوانه به روش ورتکس‌های تصادفی بیان کرد.

در دههٔ گذشته در ایران تحقیقات و مطالعات خوبی در زمینهٔ روش ورتکس‌های تصادفی صورت گرفته است. کرباس فروش (سال ۱۳۷۹) [۱۱] با استفاده از این روش، شبیه‌سازی جریان آرام و درهم داخل کانال با انبساط ناگهانی را بررسی نمود. نوری و شادمان (سال ۱۳۸۲) [۱۲] به تحلیل دینامیک میکروحباب‌ها حول استوانهٔ در جریان تراکم ناپذیر با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی پرداختند. سبزپوشانی (سال ۱۳۸۵) [۱۳] حل عددی جریان لزج اطراف ایرفویل را به‌همراه اسپویلر با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی و تبدیلات همدیس متوالی بیان نمود. ظفرمند و کهرم (سال ۱۳۸۷) [١٤] به محاسبهٔ تنش‌های رینولدز در جریان پشت (دنباله) و روی یک استوانه با مقطع مستطیلی با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی پرداختند. هم‌چنین میرمفیدی (سال ۱۳۸۷) [۱۵] شبیه‌سازی جریان لزج مغشوش در اطراف استوانه را با استفاده از الگوهای جریان پتانسیل، چشمه‌ها و چاه‌ها با استفاده از روش ورتکس‌های

تصادفی بیان نمود. قدیرزاده (سال ۱۳۸۸) [۱۶] جریان لزج مغشوش در اطراف ایرفویل بیضوی را با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی بررسی نمود. هم‌چنین ظفرمند و کهرم (سال ۱۳۸۸) [۱۷] به بررسی جریان توربولنس دوفازی (مایع-حباب) داخل یک کانال با اتصال T و محاسبهٔ نرخ جدایی فازها با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی پرداختند. تدینی (سال ۱۳۸۸) [۱۸] به بررسی میدان جریان آرام و درهم در داخل یک حفره با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی پرداخت. زابلی (سال ۱۳۸۹) [۱۹] شبیه‌سازی جریان درهم بر روی دو استوانه متوالی را با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی بیان نمود.

معادلات حاکم

همان‌طور که گفته شد اساس کار و معادلهٔ حاکم بر روش ورتکس‌های تصادفی، معادلهٔ انتقال ورتیسیته می‌باشد که این معادله از تأثیر اپراتور کرل روی معادلات ناویر- استوکس و ادغام آن با معادلهٔ تراکم‌ناپذیر پیوستگی حاصل می‌شود. آن‌چه که در این قسمت بیان می‌گردد، چگونگی یافتن معادلهٔ انتقال ورتیسیته می‌باشد.

معادلات حاکم بر جریان سیال نیوتنی و غیرقابل تراکم، معادلات بقای جرم و ناویر- استوکس می‌باشند (با صرف‌نظر از نیروهای جسمی). اگر در معادلات ناویر- استوکس در حالت دوبعدی، بردار سرعت $V=(u,v)$ توسط سرعت مرجع U_∞، بردار موقعیت $X=(x,y)$ توسط طول مرجع H، τ زمان توسط $\frac{H}{U_\infty}$ و P فشار توسط ρU_∞^2 بی‌بعد شوند، فرم بی‌بعد شدهٔ این رابطه به‌صورت زیر بیان خواهد شد [20]:

$$\frac{\partial V}{\partial \tau}+V.\nabla V=-\nabla P+\frac{1}{Re}\nabla^2 V \qquad (۱)$$

در رابطهٔ فوق $Re=\frac{\rho U_\infty H}{\mu}$ عدد رینولدز است که در آن μ لزجت دینامیکی می‌باشد. شرایط مرزی عبارتند از:

$$V=(0,0) \qquad \text{بر روی دیواره} \qquad (۲)$$

$$V=(1,0) \qquad \text{ورودی کانال} \qquad (۳)$$

ورتیسیتهٔ کمیتی برداری است که با بررسی میدان ورتیسیته می‌توان جریان سیال را به‌خوبی شبیه‌سازی نمود. بردار ورتیسیته به‌صورت زیر بیان می‌شود [20]:

$$\omega=\nabla\times V=\operatorname{curl} V \qquad (٤)$$

در این رابطه V بردار سرعت سیال می‌باشد که از مؤلفه‌های u، v و w تشکیل شده است که به‌ترتیب سرعت در راستای x، y و z می‌باشند.

برای حالت دوبعدی بردار ورتیسیته به‌صورت زیر خواهد بود [1]:

$$\omega=\nabla\times V=(0,0,\omega)=\left(0,0,\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (۵)$$

با استفاده از روابط بردارها و مشتق مادی برای رابطهٔ (۱) و تأثیر اپراتور کرل روی این رابطه و با توجه به این که کرل هر کمیت اسکالر صفر است و هم‌چنین با استفاده از معادلهٔ بقای جرم سیال غیرقابل تراکم ($\nabla.V=0$)، در نهایت معادلهٔ انتقال ورتیسیتهٔ دوبعدی به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau}+V.\nabla\omega=\frac{1}{Re}\nabla^2\omega \qquad (٦)$$

که در این معادله ω بردار ورتیسیته، V بردار سرعت سیال و Re عدد رینولدز می‌باشد. آن‌چه که در این معادله بسیار مورد توجه و با اهمیت است عدم حضور فشار به‌عنوان مجهول در معادله می‌باشد؛ این موضوع بیان می‌کند که میدان‌های ورتیسیته و جریان

سیال بدون نیاز به میدان فشار و یافتن آن، قابل محاسبه می‌باشند.

در این روش، معادلات غیردائم جریان در گام‌های زمانی حل می‌شوند. هر گام زمانی به دو نیم‌گام تقسیم می‌شود که هر کدام ساختار خاص خود را دارا می‌باشند. نیم‌گام زمانی اول که اثرات لزجت در آن نادیده گرفته می‌شود به‌وسیلهٔ مکانیزم جابه‌جایی طی می‌گردد و سپس در نیم‌گام زمانی دوم اثرات لزجت به‌صورت حرکت تصادفی حباب‌های ورتکس توسط مکانیزم پخش تأثیر داده می‌شود که به همین علت به این روش، روش گرابه‌های تصادفی گفته می‌شود [8]. این دو مرحله در حل معادلهٔ انتقال ورتیسیته (رابطهٔ ٦) به‌ترتیب به‌صورت زیر بیان می‌گردند [1]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + V.\nabla\omega = 0 \qquad (۷)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} = \frac{1}{Re}\nabla^2\omega \qquad (۸)$$

حل کلی معادلهٔ انتقال ورتیسیته با جمع حل‌های روابط (۸ و ۷) به‌دست می‌آید.

رابطهٔ (۷) به‌وسیلهٔ جابه‌جایی لاگرانژی تعداد زیادی ورتکس (که در واقع توزیع ω هستند) حل می‌شود. این حل با کمک تعریف تابع جریان ψ و قانون بایوت- ساوارت (Biot-Savart) به‌صورت زیر است [1]:

$$V(X) = \int K(X - X')\omega(X')dX' \qquad (۹)$$

در رابطهٔ فوق $dX' = dxdy$ و K کرنل رابطهٔ پواسون تابع جریان می‌باشد که به‌صورت زیر بیان می‌شود [1]:

$$K(X) = K(x,y) = -\frac{1}{2\pi}\frac{(y,-x)}{r^2} \qquad (۱۰)$$

در رابطهٔ فوق $r^2 = x^2 + y^2$ می‌باشد. رابطهٔ (۹) سرعت را به توزیع ورتیسیته ربط می‌دهد. با استفاده از تئوری کلوین- هلمهولتز (Kelvin-Holmholtz Theory) می‌توان یک فرم لاگرانژی از رابطهٔ (۷) داشت [1]. بدین منظور اگر $\chi(X_0,\tau)$ موقعیت ذره‌ای باشد که در لحظهٔ τ از نقطهٔ X_0 می‌گذرد و $\omega(X_0)$ توزیع ورتیسیته در لحظه $\tau = 0$ باشد، در این صورت رابطهٔ (۷) معادل است با:

$$\omega(\chi(X_0,\tau)) = \omega(X_0) = \omega(X_0,0) \qquad (۱۱)$$

χ در رابطهٔ فوق از حل معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید [1]:

$$\frac{d\chi}{d\tau} = V(\chi(X,\tau)) \quad , \quad \chi(X_0,0) = X_0 \qquad (۱۲)$$

این توصیف لاگرانژی معادلهٔ انتقال حرکت، مشکلات مربوط به عبارات غیرخطی معادلات حاکم یعنی معادلات ناویر- استوکس را برطرف می‌کند. رابطهٔ (۱۲) سیستمی متشکل از بی‌نهایت معادلهٔ دیفرانسیلی معمولی است. به‌منظور کاهش تعداد این معادلات دیفرانسیل به تعدادی محدود، میدان ورتیسیته به تعدادی المان‌های کوچک سطح و به‌منظور تشکیل المان‌های ورتکس تجزیه می‌شود. هر کدام از این المان‌ها یک چرخش (Circulation) ثابت و محدود Γ_{max} را منتقل می‌نمایند. مفهوم چرخش بر روی یک سطح بسته با رابطهٔ زیر بیان می‌شود [20]:

$$\Gamma = \oint V.dl \qquad (۱۳)$$

که dl بیان‌کنندهٔ یک المان جزء از سطح بسته است. سطح A مربوط به دیواره‌ها به N المان با سطح مقطع δA تقسیم می‌شود و چرخش هر المان با استفاده از تعریف اصلی چرخش از رابطهٔ زیر محاسبه می‌گردد [1]:

$$\Gamma_i = \int_{\delta A_i} \omega(x,y)\,dA \cong \omega(X_i)\,\delta A_i \qquad (14)$$

به‌منظور حذف نقطهٔ منفرد مرکز هر ورتکس، توزیع ورتیسیته در هر المان بر اساس یک تابع هسته (Core Function) با شعاع محدود δ بیان می‌شود [1]. این تابع می‌تواند فرم‌های مختلفی داشته باشد به‌قسمی که نقطهٔ منفرد در مرکز ورتکس را از بین ببرد. طبق نظریهٔ چورین (Chorin) و برنارد (Bernard) [1]، با استفاده از تابع هسته، توزیع ورتیسیته به شکل زیر تقریب زده می‌شود:

$$\omega(x,y) = \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i f_\delta(x,y) \qquad (15)$$

که در رابطهٔ فوق f_δ همان تابع هسته و δ شعاع هر ورتکس است. تابع هسته تابع شعاعی و متقارن است. با جای‌گذاری رابطهٔ (15) در رابطهٔ (9)، سرعت القا شده توسط میدان ورتیسیته به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [1]:

$$\begin{aligned} V(x,y) &= \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i K_\delta(x-x', y-y') \\ &= \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i K_\delta(X-X') \end{aligned} \qquad (16)$$

که در رابطهٔ فوق داریم:

$$K_\delta(x,y) = -\frac{1}{2\pi}\frac{(y,-x)}{r^2} K\left(\frac{r}{\delta}\right) \qquad (17)$$

و

$$K(r) = 2\pi \int_0^r r f(r)\,dr \qquad (18)$$

نتیجه این‌که با استفاده از تابع هسته توزیع ورتیسیته در داخل المان ورتکس مشخص می‌شود و سرعت در مرکز هر ورتکس مقدار محدودی خواهد شد. تابع f اولین بار توسط چورین به‌صورت زیر پیشنهاد شده است و معمولاً به همین فرم انتخاب می‌شود [1]:

$$f(r) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi r} & ,r \le \delta \\ 0 & ,r > \delta \end{cases} \quad , \quad K(r) = \begin{cases} r & ,r \le \delta \\ 1 & ,r > \delta \end{cases} \qquad (19)$$

حال حرکت ورتکس‌ها توسط تعداد محدودی از معادلات دیفرانسیل و به‌صورت لاگرانژی صورت می‌گیرد:

$$\frac{dX_j}{d\tau} = \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i K_\delta(X_j - X_i) \quad ,j = 1,\ldots,N \qquad (20)$$

با جای‌گزینی رابطهٔ (17) در رابطهٔ (20)، سرعت القا شده بر روی ورتکس j‌ام به‌دست می‌آید. اگر N تعداد ورتکس‌ها، $w = u + iv$ سرعت مختلط و $z = x + iy$ موقعیت مختلط که $i = \sqrt{-1}$ باشد، سرعت القا شده از سوی ورتکس‌ها بر روی ورتکس *j*‌ام از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [17و3,14-1]:

$$\bar{w}(z_j) = \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{N} \frac{-i\Gamma_i |z_j - z_i|}{2\pi \max(|z_j - z_i|, \delta)} \frac{1}{z_j - z_i} \qquad (21)$$

که در رابطهٔ فوق $\bar{w} = u - iv$ مزدوج سرعت مختلط w، δ شعاع و Γ_i سیرکولاسیون هر ورتکس می‌باشد. برای صفر کردن سرعت عمودی بر روی دیواره، از انتقال هم‌دیس شوارتز-کریستوفل استفاده می‌شود. این انتقال کانال و ناحیهٔ داخلی آن را که در صفحهٔ z قرار دارد به روی محور حقیقی و نیمهٔ بالایی صفحه انتقال *t* می‌نگارد. برای از بین بردن سرعت قائم القا شده توسط ورتکس‌ها از تصویر ورتکس استفاده می‌شود. اگر U_s سرعت مماسی بر روی دیواره باشد، سیرکولاسیون مورد نیاز برای از بین بردن این سرعت عبارت است از [1]:

$$\Gamma = -\oint U_s.ds \qquad (۲۲)$$

در رابطهٔ فوق s جهت مماس بر سطح دیواره است. بدین ترتیب ورتکس‌ها به خاطر صفر شدن سرعت لغزشی روی دیواره به‌وجود می‌آیند و توسط مکانیزم پخش از دیواره جدا و وارد جریان اصلی می‌شوند و در مرحلهٔ بعد توسط هر دو مکانیزم پخش و جابه‌جایی به حرکت خود ادامه می‌دهند.

دومین گام انتقال ورتیسیته (رابطهٔ ۸) با جابه‌جایی تصادفی ورتکس‌ها براساس یک متغیر تصادفی گوسی انجام می‌گیرد. حل یک‌بعدی رابطهٔ (۸) توسط تابع گرین به‌صورت زیر بیان می‌شود [1]:

$$Gr(x,\tau) = \left(\frac{Re}{4\pi\tau}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Re}{4\tau}x^2\right) \qquad (۲۳)$$

که دقیقاً با تابع چگالی احتمال متغیر گوسی با متغیر تصادفی η، مقدار متوسط صفر و انحراف از معیار σ یکسان است [1]:

$$P(\eta,\sigma) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\eta^2\right) \qquad (۲۴)$$

با مقایسهٔ دو رابطهٔ اخیر می‌توان دریافت که این دو معادله کاملاً یکسانند اگر $\sigma = \sqrt{\frac{2\tau}{Re}}$ باشد. در حالت دوبعدی نیز همین حکم صادق است. بنابراین حل مرحلهٔ پخش انتقال ورتیسیته عبارتست از دو جابه‌جایی عمود بر هم که در واقع متغیرهای تصادفی با توزیع گوسی، مقدار متوسط صفر و انحراف از معیار $\sigma = \sqrt{\frac{2\Delta\tau}{Re}}$ هستند که $\Delta\tau$ گام زمانی می‌باشد [1].

انتقال کلی المانای ورتکس در یک گام زمانی $\Delta\tau$، از جمع دو تغییر مکان حاصل از جابه‌جایی و پخش صورت می‌گیرد. بنابراین اگر $Z_j(\tau)$ موقعیت ورتکس jام در زمان τ باشد، موقعیت آن در زمان $\tau+\Delta\tau$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [1]:

$$Z_j(\tau+\Delta\tau) = Z_j(\tau) + w_j\Delta\tau + \eta_j \qquad (۲۵)$$

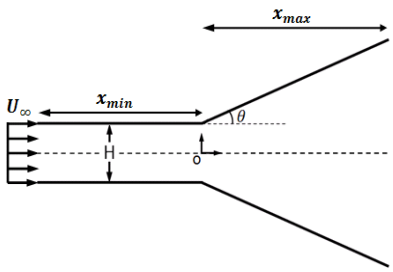
که در این رابطه $\eta_j = \eta_x + i\eta_y$ و η_x و η_y متغیرهای تصادفی گوسی هستند. w نیز از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$\bar{w}(z_j) = \left[\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N} w(t_j,t_i) - \sum_{i=1}^{N} w(t_j,\bar{t}_i) + w_p(t_j)\right] F(t_j) \qquad (۲۶)$$

در رابطهٔ فوق جملهٔ اول مجموعه سرعت‌های القا شده توسط کلیهٔ ورتکسهٔا بر روی ورتکس jام است که همان رابطهٔ (۲۱) می‌باشد، جملهٔ دوم مجموعه سرعت‌های القا شده توسط تصاویر کلیهٔ ورتکس‌ها بر روی ورتکس jام و جملهٔ سوم مقدار سرعت پتانسیل عبوری از نقطهٔ z_j می‌باشند. هم‌چنین t مختصات مختلط در صفحهٔ انتقال، $\bar{t}$ مزدوج t و $F(t_j)$ نیز تابع انتقال شوارتز-کریستوفل می‌باشند [21].

مشخصات هندسهٔ مورد نظر و یافتن سرعت پتانسیل

این مقاله ارائهٔ نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی جریان‌های آرام و درهم درون کانال‌های واگرا می‌باشد. شکل (۱) کانالی با مشخصات نشان داده شده می‌باشد. همان‌طور که از این شکل پیداست زاویهٔ واگرایی کانال θ در نظر گرفته شده است. سرعت جریان ورودی U_∞ و ارتفاع ورودی کانال H می‌باشد.



شکل ۱ ترسیمه‌ای از کانال واگرا با زاویهٔ θ

در جریان سیال داخلی، عدد رینولدز بر مبنای ارتفاع ورودی (H) محاسبه می‌شود بنابراین می‌توان عدد رینولدز را به‌صورت زیر نشان داد:

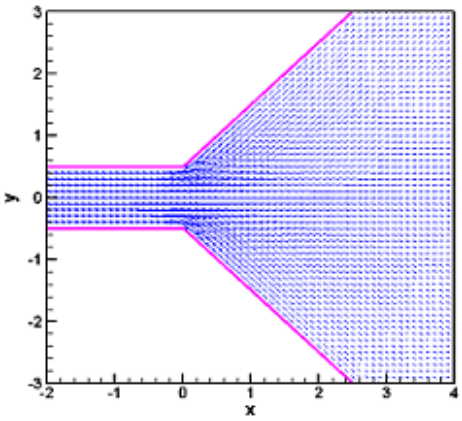
$$\mathrm{Re}=\frac{\rho U_\infty H}{\mu}=\frac{U_\infty H}{\vartheta} \qquad (۲۷)$$

در رابطهٔ فوق، ρ چگالی، μ لزجت دینامیکی و ϑ لزجت سینماتیکی سیال است. تمامی سرعت‌ها نسبت به سرعت ورودی (U_∞) و تمامی طول‌ها نسبت به طول ورودی (H) بی‌بعد شده‌اند.

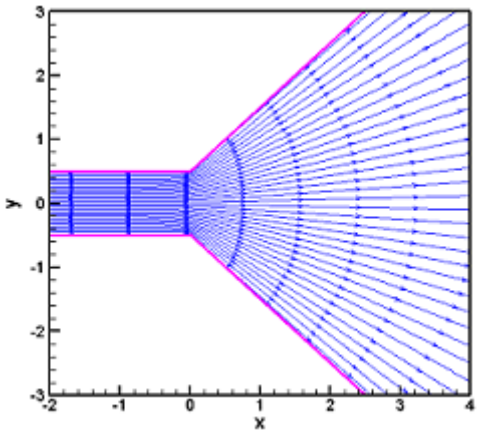
همان‌طور که پیش از این بیان گردید برای یافتن جریان پتانسیل به‌عنوان شرط اولیه، از تابع تبدیل هم‌دیس شوارتز-کریستوفل استفاده می‌شود که برای کانال واگرا با زاویهٔ θ به فرم کلی زیر به‌دست می‌آید [21]:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\sqrt[b]{1-t^2}}{\pi t} \qquad (۲۸)$$

در رابطهٔ فوق با فرض واحد درجه برای زاویه θ و برای محدودهٔ $0<\theta<90$، $b=\frac{180}{\theta}$ خواهد بود. شکل (۲) بردار سرعت پتانسیل و شکل (۳) خطوط جریان پتانسیل را برای کانال با زاویهٔ ٤٥ درجه نشان می‌دهد.



شکل ۲ بردار سرعت پتانسیل برای کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه



شکل ۳ خطوط جریان پتانسیل برای کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه

نتایج

محاسبه با شرط اولیهٔ جریان پتانسیل درون تمام کانال آغاز و با ارضای شرط عدم لغزش بر روی دیواره‌ها با تولید ورتکس‌ها روی دیواره برای صفر کردن سرعت مماسی و استفاده از تصویر ورتکس‌ها برای صفر کردن سرعت نرمال، ورتکس‌ها به میدان جریان راه می‌یابند. حرکت ورتکس‌ها توسط هر دو مکانیزم جابه‌جایی و پخش صورت می‌پذیرد. ورتکس‌هایی که به‌واسطهٔ حرکتشان از فضای محاسباتی خارج می‌شوند در محاسبات تأثیری نخواهند داشت و کنار گذاشته می‌شوند. پس از آنکه ورتکس‌ها تمام فضای محاسباتی را پر کردند تعداد آن‌ها تقریباً ثابت می‌شود. یعنی $\frac{dN}{d\tau}\approx 0$ (N تعداد ورتکس‌ها درون فضای محاسباتی است). از این لحظه به بعد می‌توان سرعت در هر نقطه از جریان را از رابطه ای مشابه رابطهٔ (۲٦) (بدون محدودیت $i\neq j$ در جملهٔ اول) به‌دست آورد. چنین میدان سرعتی، لحظه‌ای است و برای به‌دست آوردن سرعت متوسط باید در چندین گام زمانی، محاسبه را تکرار و سپس متوسط‌گیری نمود.

برای حصول به یک نتیجهٔ دقیق بایستی تعداد

ورتکس‌ها در دامنهٔ فیزیکی زیاد باشد. به همین خاطر مقدار سیرکولاسیون اختصاص داده شده به هر ورتکس $\Gamma_m = 0.01$ در نظر گرفته شده است. هم‌چنین گام زمانی $\Delta\tau$ در این روش نقش اساسی دارد و هر چه مقدار آن کوچک‌تر باشد جواب دقیق‌تری خواهد بود. در این تحقیق $\Delta\tau = 0.1$ فرض شده است. البته این نکته را نیز نباید فراموش کرد که با کوچک‌تر فرض نمودن Γ_m و $\Delta\tau$، زمان اجرای برنامه طولانی‌تر خواهد شد.

در روش ورتکس‌های تصادفی می‌توان توزیع لحظه‌ای ورتکس‌ها را در هر لحظهٔ دلخواه مشاهده نمود. این توزیع که همان توزیع ورتیسیته است، حرکت جریان سیال را در هر لحظه از زمان به نمایش می‌گذارد که مشاهدهٔ پیوسته این توزیع، جذابیت خاص و بسیار جالبی را به‌همراه خواهد داشت.

در این تحقیق کانال‌های واگرا با زوایای ۳، ٦، ۱۰، ۲۰ و ٤٥ درجه برای اعداد رینولدز مختلف مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل از کد نوشته شده به‌دلیل نبودن نتایج آزمایشگاهی، با نتایج نرم‌افزار FLUENT مقایسه گردیده است. مشاهدهٔ نتایج حل عددی کد نوشته شده به روش ورتکس‌های تصادفی و نتایج نرم‌افزار FLUENT، تطابق بسیار خوب و قابل‌قبولی را بین این نتایج نشان می‌دهد.

شکل (٤) توزیع لحظه‌ای ورتکس‌ها را در سه زمان مختلف ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ گام زمانی، شکل (٥) بردار سرعت لحظه‌ای و خطوط جریان لحظه‌ای را در سه زمان مختلف ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ گام زمانی و شکل (٦) بردار سرعت متوسط و خطوط جریان مربوط را درون کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه برای رینولدز ۵۰ نشان می‌دهند. متوسط‌گیری بر روی ۲۰۰ گام زمانی صورت گرفته است.

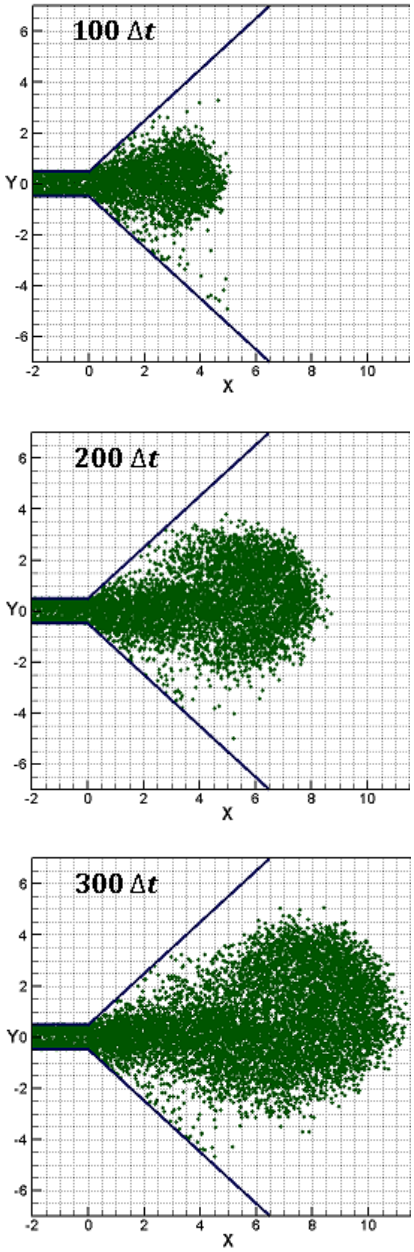
شکل (۷) توزیع لحظه‌ای ورتکس‌ها را در سه زمان مختلف ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ گام زمانی، شکل (۸) بردار سرعت لحظه‌ای و خطوط جریان لحظه‌ای را در سه زمان مختلف ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ گام زمانی و شکل (۹) بردار سرعت متوسط و خطوط جریان مربوط را درون کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه برای رینولدز ۵۰۰۰۰ نشان می‌دهند. متوسط‌گیری بر روی ۵۰۰ گام زمانی صورت گرفته است.

با مشاهده و مقایسهٔ شکل‌های (۷ و ٤) می‌توان به این نتیجه رسید که برای محدودهٔ اعداد رینولدز کم (جریان آرام)، توزیع ورتکس‌ها آرام است و در زمان‌های مختلف تقریباً مشابه هستند. در مقابل برای اعداد رینولدز بالا (جریان درهم)، توزیع ورتکس‌ها در زمان‌های مختلف کاملاً غیرهمسان است و موقعیت ورتکس‌ها کاملاً به زمان بستگی خواهد داشت و از آن‌جایی که توزیع سرعت سیال نتیجهٔ حرکت این‌گونه ورتکس‌ها می‌باشد (القای سرعت توسط ورتکس‌ها) بار دیگر وابستگی سرعت‌ها و دیگر متغیرهای حرکت به زمان آشکار می‌شود.

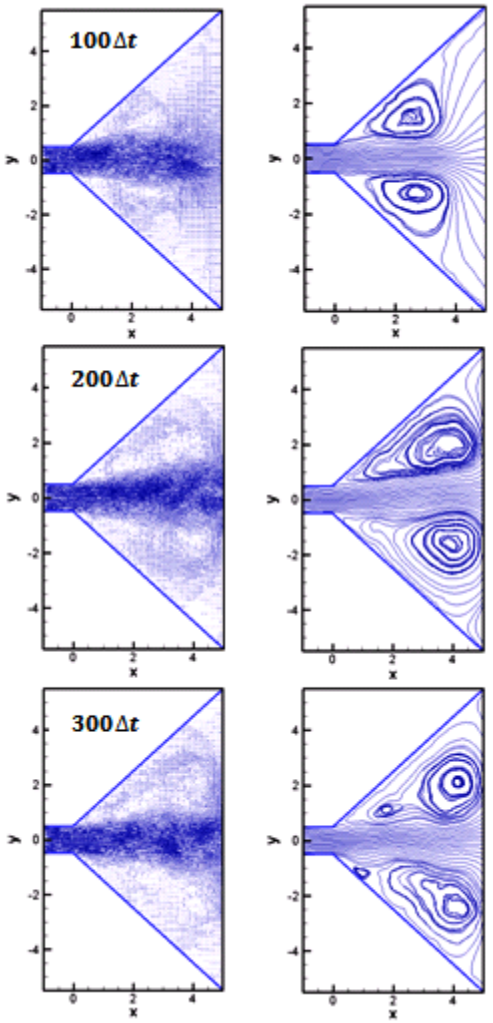
همان‌طور که می‌دانیم در جریان آرام توزیع سرعت لحظه‌ای و توزیع سرعت متوسط یکسان اند و تفاوتی ندارند اما در روش ورتکس‌های تصادفی، تعداد ورتکس‌ها در فضای محاسباتی در لحظات مختلف یکسان نیستند (اما از یک مرتبهٔ بزرگی هستند و به هم نزدیکند)، بنابراین در توزیع سرعت تفاوت وجود خواهد داشت (مشاهدهٔ شکل ٦ و مقایسهٔ آن با شکل ٥). هر چه تعداد ورتکس‌ها در محدودهٔ محاسباتی زیادتر باشد، به عبارت دیگر سیرکولاسیون اختصاصی داده شده به هر ورتکس را کوچک در نظر بگیریم، توزیع‌های لحظه‌ای و متوسط به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند (البته این عمل باعث طولانی‌تر شدن زمان اجرای برنامه می‌شود). نکتهٔ جالب در این روش اینست که در جریان آرام نوسانات سرعت خیلی خیلی کوچکند. از طرفی برای جریان درهم بین توزیع سرعت لحظه‌ای و توزیع سرعت متوسط تفاوت چشم‌گیری وجود دارد که نشان دهندهٔ اینست که

نوسان‌های سرعت کوچک نیستند و قابل ملاحظه می‌باشند (مشاهدهٔ شکل ۹ و مقایسهٔ آن با شکل ۸).

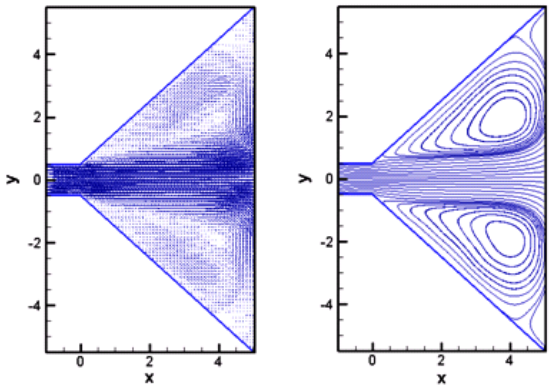
با یافتن سرعت افقی متوسط می‌توان پروفیل آن را برای حالات مختلفی از زوایای واگرایی و اعداد رینولدز رسم نمود. شکل‌های (۱۳-۱۰) پروفیل‌های سرعت افقی متوسط را در ٤ مقطع مختلف برای کانال واگرا با زوایای مختلف و برای اعداد رینولدز متفاوت نشان می‌دهند که با نتایج حاصل از نرم‌افزار Fluent مقایسه شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها پیداست نتایج حاصل از مدل با نتایج حاصل از نرم‌افزار Fluent تطابق بسیار خوب و قابل‌قبولی دارند.



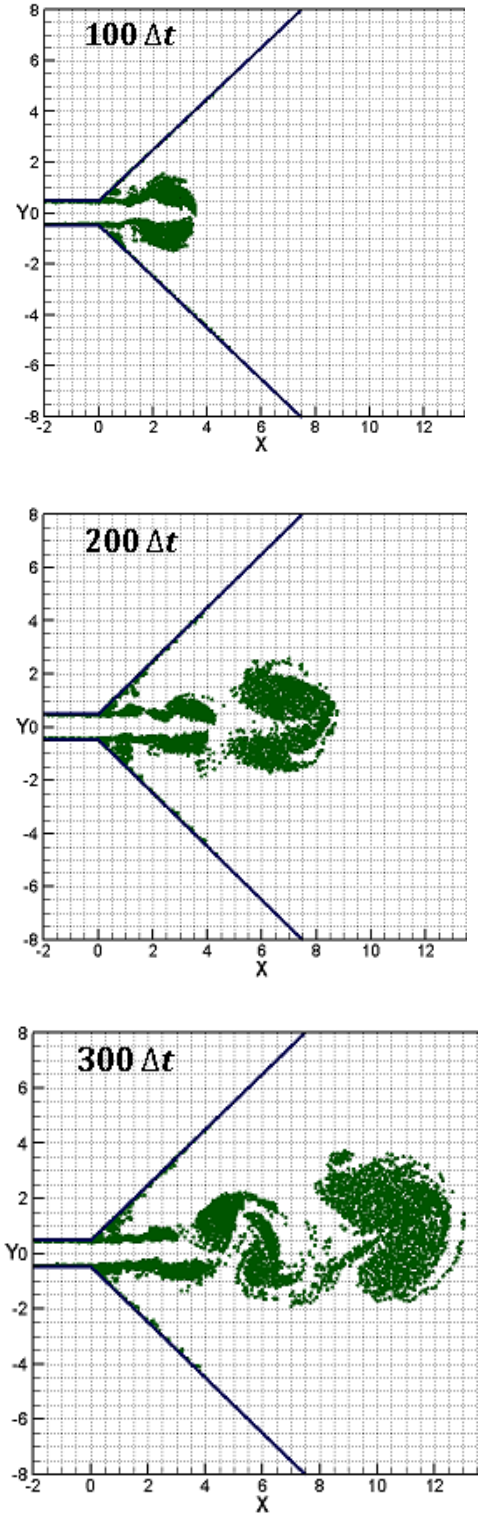
شکل ٤ توزیع لحظه‌ای ورتکس‌ها برای کانال واگرا با زاویه ٤٥ درجه برای Re=50 در سه زمان مختلف



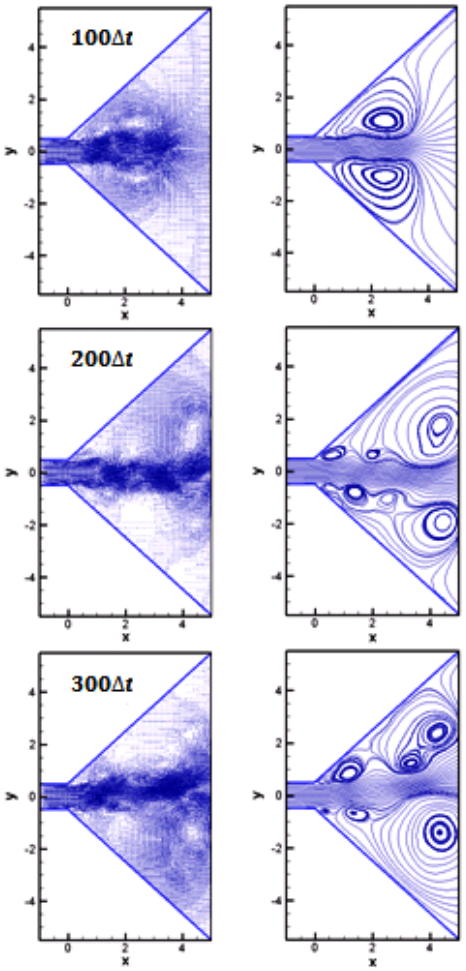
شکل۵ بردار سرعت لحظه‌ای و خطوط جریان لحظه‌ای برای کانال واگرا با زاویهδ ٤٥ درجه برای Re=50 در سه زمان مختلف



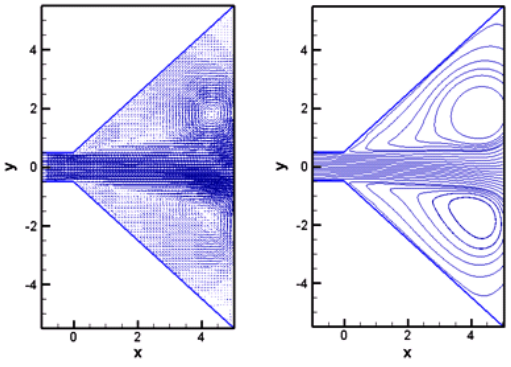
شکل ٦ بردار سرعت متوسط و خطوط جریان مربوط برای کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه برای Re=50



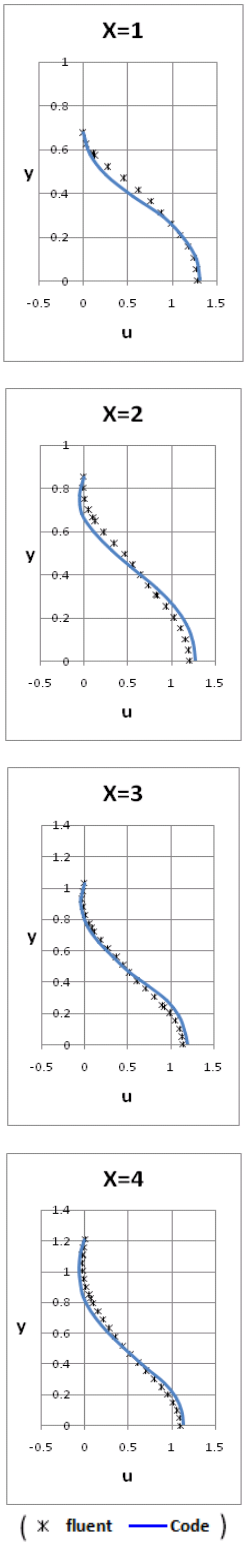
شکل ۷ توزیع لحظه‌ای ورتکس‌ها برای کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه برای Re=50000 در سه زمان مختلف



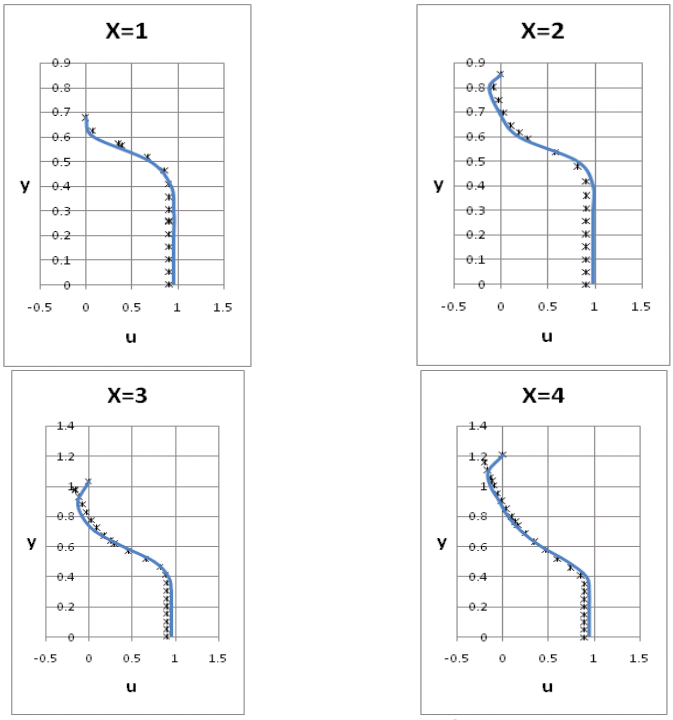
شکل ۸ بردار سرعت لحظه‌ای و خطوط جریان لحظه‌ای برای کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه برای Re=50000 در سه زمان مختلف



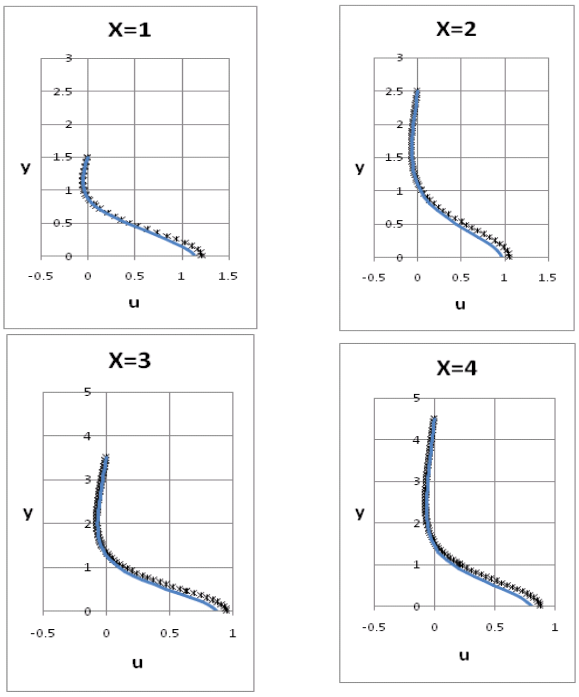
شکل ۹ بردار سرعت متوسط و خطوط جریان مربوط برای کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه برای Re=50000



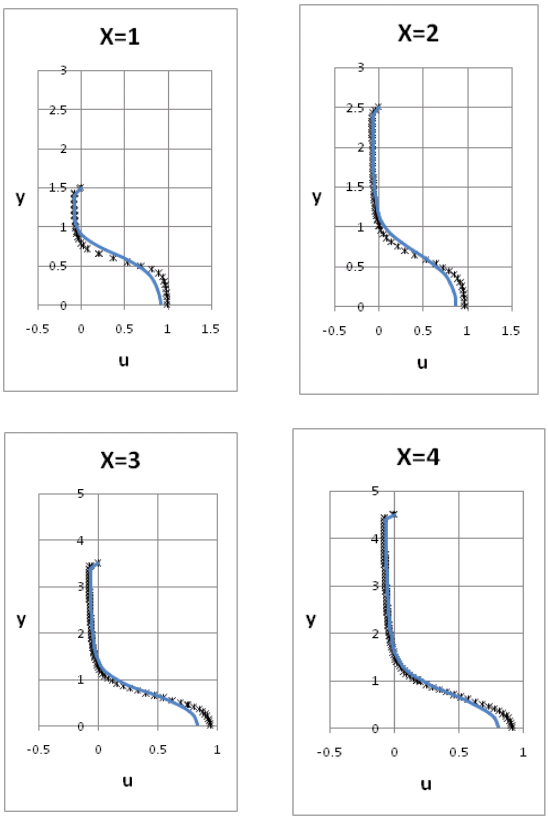
شکل ۱۰ پروفیل سرعت افقی متوسط در مقاطع مختلف درون کانال واگرا با زاویهٔ ۱۰ درجه برای Re=250 و مقایسه آن با نتایج نرم‌افزار Fluent



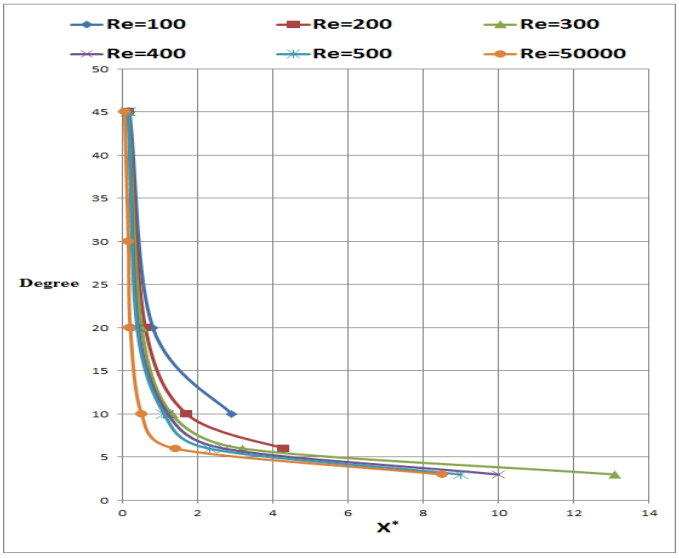
شکل ۱۱ پروفیل سرعت افقی متوسط در مقاطع مختلف درون کانال واگرا با زاویهٔ ۱۰ درجه
برای Re=50000 و مقایسه آن با نتایج نرم افزار Fluent



شکل ۱۲ پروفیل سرعت افقی متوسط در مقاطع مختلف درون کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه
برای Re=50 و مقایسه آن با نتایج نرم افزار Fluent



شکل ۱۳ پروفیل سرعت افقی متوسط در مقاطع مختلف درون کانال واگرا با زاویهٔ ٤٥ درجه
برای Re=50000 و مقایسه آن با نتایج نرم افزار Fluent



شکل ١٤ بررسی محل جدایی جریان به‌ازای زوایای مختلف واگرایی کانال
و هم‌چنین به‌ازای اعداد رینولدز متفاوت درون کانال‌های واگرا

در این تحقیق تأثیر زاویهٔ واگرایی و عدد رینولدز بر جدایی جریان درون کانال‌های واگرا بررسی شده و نتایج بسیار ارزشمندی به‌دست آمده است که این نتایج را می‌توان در نمودار شکل (۱٤) مشاهده نمود.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

طبیعت وابسته به زمان بودن جریان درهم، مستلزم انتخاب یک مدل ریاضی وابسته به زمان برای این نوع جریان می‌باشد که در این‌جا از روش ورتکس‌های تصادفی استفاده شده است. این روش مبتنی بر مفاهیم فیزیکی جریان سیال می‌باشد. روش ورتکس‌های تصادفی (RVM) می‌تواند با دقت و قدرت قابل‌ملاحظه‌ای جریان سیال در رژیم‌های مختلف را شبیه‌سازی نماید. در این روش جریان سیال پیرامون هندسه‌های مختلف به‌صورت لحظه‌ای و وابسته به زمان و بدون هیچ ساده‌سازی در معادلات حاکم شبیه‌سازی می‌شود.

پارامتر کلیدی در این مدل، عدد رینولدز است. به عبارت دیگر برای هر عدد رینولدز دل‌خواه کد نوشته شده می‌تواند پاسخ لازم را بدهد. عدد رینولدز بحرانی را نیز می‌توان با اجرای برنامه به‌ازای رینولدزهای مختلف به‌دست آورد. معیار آرام یا درهم بودن جریان، نوسانات سرعت (تنش‌های رینولدز) می‌باشد. در جریان آرام تنش‌های رینولدز ناچیز است و به سمت صفر میل می‌کند اما در رینولدزهای بالا این نوسانات مقدار دارند و کوچک نیستند. البته در این مقاله به محاسبات مربوط از این دست پرداخته نشده است و نتایج فقط براساس مقدار عدد رینولدز استخراج شده‌اند.

همان‌طور که ملاحظه گردید جریان درون کانال‌های واگرا با زوایا و اعداد رینولدز مختلف بررسی و سرعت‌های لحظه‌ای و متوسط محاسبه گردیدند. موفقیت و صحت برنامهٔ نوشته شده برای شبیه‌سازی جریان سیال درون کانال‌های واگرا با زوایای مختلف به روش ورتکس‌های تصادفی، به‌وسیلهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط سیال درون کانال مورد نظر و مقایسهٔ آن با نتایج حاصل از نرم‌افزار FLUENT مورد تأیید قرار گرفت. همان‌طور که ملاحظه گردید این مقایسه نشان‌دهندهٔ انطباق بسیار خوب و قابل‌قبول نتایج برنامهٔ نوشته شده به روش ورتکس‌های تصادفی با نتایج حاصل از نرم‌افزار FLUENT می‌باشد. هم‌چنین محاسبهٔ خطوط جریان و رسم آن‌ها، مناطق بزرگ چرخشی سیال را به‌راحتی قابل‌مشاهده می‌نماید.

در این تحقیق نمایشی از تولید ورتکس‌ها و توزیع ورتیسیته ارائه گردید که به جرأت می‌توان گفت تنها روشی که توزیع ورتیسیتهٔ سیال را با این قدرت و زیبایی شبیه‌سازی می‌کند، روش ورتکس‌های تصادفی است. در این روش حرکت ورتکس‌های تولید شده به‌صورت لحظه‌ای در زمان‌های مختلف به‌خوبی به تصویر کشیده شده است. برای جریان‌های آرام، حرکت ورتکس‌ها در زمان‌های مختلف از لحاظ توزیع مشابه هم خواهد بود و تفاوت چندانی نخواهد داشت. از طرفی برای جریان‌های درهم، حرکت ورتکس‌ها در زمان‌های مختلف کاملاً غیرهمسان خواهد بود و موقعیت ورتکس‌ها کاملا به زمان بستگی خواهد داشت و از آن‌جایی که توزیع سرعت سیال نتیجه حرکت این‌گونه ورتکس‌ها است (القای سرعت توسط ورتکس‌ها)، بار دیگر وابستگی سرعت‌ها و دیگر متغیرهای حرکت به زمان آشکار می‌شود.

علاوه بر نتایج فوق در این تحقیق تأثیر زاویهٔ واگرایی و عدد رینولدز بر جدایی جریان درون کانال‌های واگرا بررسی شد و نتایج به‌دست آمده از آن به‌صورت نمودار مفیدی ارائه گردید (شکل ١٤). این نمودار به‌ازای زاویهٔ واگرایی و عدد رینولدز، محل شروع جدایی جریان را در جهت x به ما نشان می‌دهد

که به‌نوبهٔ خود از اهمیت بسزایی برخوردار است. محل جدایی جریان با مشاهدهٔ بردارهای سرعت متوسط برای کانال با زوایا و اعداد رینولدز مختلف تعیین می‌شود. برای یک کانال با زاویهٔ مشخص و برای یک عدد رینولدز معین، زمانی که سرعت در نزدیک‌ترین گره به دیواره به صفر می‌رسد مختصات آن را مشخص می‌کنیم. از این نمودار می‌توان به این نتیجه رسید که در یک زاویه مشخص برای واگرایی کانال با افزایش عدد رینولدز، محل جدایی جریان عقب‌تر می‌آید یا به عبارت دیگر جدایی جریان در مکان نزدیک‌تری نسبت به مبدأ مختصات (نقطهٔ o شکل ۱) رخ می‌دهد. نتیجهٔ اخیر برای حالتی که عدد رینولدز ثابت باشد و زاویه تغییر کند نیز صادق است؛ به این ترتیب که به‌ازای یک عدد رینولدز مشخص با افزایش زاویهٔ واگرایی، جدایی جریان در مکان نزدیک‌تری نسبت به مبدأ مختصات (نقطهٔ o شکل ۱) رخ می‌دهد.

از آن‌جایی که در این روش در هر گام زمانی، توزیع سرعت لحظه‌ای محاسبه می‌شود، از این روش برای جریان‌های دوفازی مانند حرکت حباب‌ها در یک میدان سیال می‌توان استفاده نمود. برای محاسبه مسیر حرکت هر حباب باید سرعت لحظه‌ای و مشتقات سرعت لحظه‌ای جریان مایع در نقطهٔ حضور حباب معلوم باشد که با این روش به‌آسانی میسر خواهد بود.

فهرست علایم

علایم انگلیسی

dA	المان سطح
dI	المان جزء سطح بسته
dr	بردار موقعیت المان سیال
D	مشتق کلی
f_δ	تابع هسته
H	ارتفاع ورودی کانال
i	شمارنده
j	شمارنده
$k-\varepsilon$	روش حل عددی
$k-\omega$	روش حل عددی
K	کرنل رابطهٔ پواسون
N	تعداد کل ورتکس‌ها درون میدان فیزیکی
P	فشار
Q_{in}	دبی ورودی کانال
r	بردار طول
Re	عدد رینولدز
τ	زمان
t	متغیر مختلط
u	سرعت در جهت بردار x
U_∞	سرعت جریان بالادست (ورودی کانال)
v	سرعت در جهت بردار y
$V=(u,v)$	بردار سرعت
w	سرعت در جهت بردار z
W	سرعت مختلط
x	راستای محور مختصات
$X=(x,y)$	بردار مکان
y	راستای محور مختصات
z	متغیر مختلط
z	راستای محور مختصات
$Z_j(\tau)$	مختصات ورتکس j ام در لحظهٔ τ

علایم یونانی

Γ_j	قدرت چرخش ورتکس j ام
Γ_{max}	بیشترین قدرت چرخش ورتکس
δ	شعاع ورتکس در صفحهٔ مختلط z
Δ	تغییرات- لاپلاسین ($\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$)
$\Delta\tau$	تغییرات زمان
η	متغیر تصادفی
θ	زاویه

لزجت دینامیکی	μ	تابع جریان	ψ
لزجت سینماتیکی	ϑ	بردار ورتیسیته	ω
ثابت حقیقی	π	ورتیسیته در زمان $t=0$	ω_0
چگالی	ρ	دیفرانسیل جزیی	∂
انحراف معیار	σ	اپراتور دل	∇
موقعیت ذره	χ		

مراجع

1. Gagnon, Y. and Giovannini, A., "Numerical simulation and physical analysis of high Reynolds number recirculating flows behind sudden expansions", Journal of Physics Fluids, Vol. 5, pp. 2377-2389, (1993).
2. Chorin, A.J., "Numerical study of slightly viscous flow", Journal of Fluid Mechanic, Vol. 57, pp. 785-796, (1973).
3. Chorin, A.J., "Vortex sheet approximation of boundary layers", Journal of Computational Physics, Vol. 27, pp. 428-442, (1978).
4. Beal, J.T., Majda, A., "Rates of convergence for viscous splitting of navier stokes equation", Journal of Mathematics Computation, Vol. 37, pp. 243-259, (1981).
5. Benfatto, G., Pulvirenti, M., "Convergence of vorticity near the boundary in planar Navier-Stokes flows", Communications in Mathematical Physics, Vol. 96, pp. 59-95, (1984).
6. Ghoniem, A.F., Kenneth, K.N., "Numerical study of the dynamics of a forced shear layer", Journal of Physics Fluids, Vol. 30, pp. 706-721, (1986).
7. Cheer, A.Y., "Unsteady separated wake behind an impulsively started cylinder in slightly viscous fluid", Journal of Fluid Mechanic, Vol. 201, pp. 458-505, (1989).
8. Cottet, G.H., Koumoutsakos, P., "Vortex Methods (theory and practice)", ISBN -13: 978-0521621861, (2000).
9. Mortazavi, I., Giovannini, A., "The simulation of vortex dynamics downstream of plate separator using a vortex-finite element method", Journal of Fluid Dynamics, Vol. 5, pp. 41-58, (2001).
10. Ramachandran, P., "Development and study of high resolution two dimensional random vortex method", Technical Report AE:CFL:TR:2004:1, IIT-Madras, Indian Institute of Technology. IIT-Madras, Chennai, INDIA-600 036, (2004).

۱۱. کرباس فروش، محمدرضا، "شبیه‌سازی جریان آرام و درهم در داخل یک کانال با انبساط ناگهانی با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی، پایان نامه کارشناسی ارشد"، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد، (۱۳۷۹).

۱۲. نوری، نوروز محمد، شادمان، مهرداد، "تحلیل دینامیک حرکت میکروحباب حول استوانه دوار در جریان تراکم ناپذیر با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی"، یازدهمین کنفرانس سالانه و هفتمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، (اردیبهشت ۱۳۸۲).

۱۳. سبزپوشانی، مجید، "حل عددی جریان لزج اطراف ایرفویل به همراه اسپویلر با روش ورتکس‌های تصادفی و تبدیلات همدیس متوالی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت مدرس تهران، (۱۳۸۵).

۱٤. ظفرمند، بهروز، کهرم، محسن، "محاسبه تنش‌های رینولدز در جریان پشت (دنباله) و روی یک استوانه با مقطع مستطیلی با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی"، یازدهمین کنفرانس دینامیک شاره ها، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی تهران، (۹-۷ خرداد ۱۳۸۷).

۱۵. میرمفیدی، محسن، "شبیه‌سازی جریان مغشوش در اطراف استوانه با استفاده از الگوهای جریان پتانسیل و چشمه‌ها و چاه‌ها (روش ورتکس‌های تصادفی)"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، (۱۳۸۷).

۱٦. قدیرزاده، نادر، "شبیه‌سازی جریان لزج مغشوش در اطراف ایرفویل (بیضوی) با استفاده از الگوهای جریان پتانسیل و چشمه‌ها و چاه‌ها (روش ورتکس‌های تصادفی)"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، (۱۳۸۸).

۱۷. ظفرمند، بهروز، کهرم، محسن، "بررسی جریان توربولنس دوفازی (مایع-حباب) در داخل یک کانال با اتصال T و محاسبهٔ نرخ جدایی فازها با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی"، دوازدهمین کنفرانس دینامیک شاره ها، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، (۷-۵ خرداد ۱۳۸۸).

۱۸. تدینی، عیسی، "شبیه‌سازی میدان جریان آرام و درهم در داخل یک حفره با روش المان‌های تصادفی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، (۱۳۸۸).

۱۹. زابلی، مهرداد، " شبیه‌سازی جریان درهم بر روی دو استوانهٔ متوالی با استفاده از روش ورتکس‌های تصادفی"، پایان نامهٔ کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، (۱۳۸۹).

20. Streeter, V.L., Wylie, E.B. and Bedford, K.W., "Fluid Mechanics", 9th ed., WCB/McGraw Hill, (1997).

21. Nehari, Z., "Conformal Mapping", McGraw-Hill, New York, (1952).

ابزار ارتعاشی التراسونیک یک‌بعدی و دوبعدی*

سعید امینی[۱] محمدرضا خسروجردی[۲] مهدی محمدی‌مهر[۳]

چکیده *این تحقیق به طراحی و ساخت ابزار ارتعاشی تراش‌کاری و انجام آزمایش‌های مربوط می پردازد. ابتدا ابزار ارتعاشی یک‌بعدی با مود ارتعاشی خمشی طراحی و ساخته شد. ابزار ارتعاشی یک بعدی همراه با پیزوالکتریک‌های نیم‌رینگ به‌منظور تحریک مود خمشی ابزار طراحی گردید. این ابزار توسط نرم‌افزار آباکوس در فرکانس حدود ۲۰ کیلوهرتز طراحی و سپس با توجه به هندسهٔ به‌دست آمده توسط اجزای محدود ساخته شد. در بخش بعدی ابزار ارتعاشی دوبعدی با مود بیضوی در نرم‌افزار آباکوس طراحی و سپس ساخته شد. آزمایش‌هایی در عملیات تراش‌کاری به‌کمک ابزار ارتعاشی یک‌بعدی با مود خمشی و دوبعدی با مود بیضوی بر روی مس انجام شد و صحت عملکرد ابزارهای ساخته شده، بررسی گردید. نتیجه آن‌که با استفاده از ابزار ارتعاشی در فرایند تراش‌کاری کاهش چشم‌گیری در نیروی اصلی ماشین‌کاری به‌دست آمد.*

واژه‌های کلیدی ابزار ارتعاشی یک‌جهته، ابزار ارتعاشی دوجهته، التراسونیک، ماشینکاری ارتعاشی، تراش‌کاری.

One and Two- Dimensional Ultrasonic Vibration Tool

S. Amini M. R. Khosrojerdi M. Mohammadimehr

Abstract *This research is carried out to design and manufacturing of lathe vibration tool and their tests. Firstly, one-dimensional vibration tool is designed and made of the bending vibration mode. One-dimensional vibration tool with half piezoelectric rings is considered to excite the bending mode of tool. Structure of vibration tool is designed in Abaqus software about 20 KHz and then is made with respect to the best obtained geometry of tool for bending vibration mode. Finally, two- dimensional vibration tool is designed and made in Abaqus software for elliptical vibration mode. Also, experiment tests are done in turning operations using one- and two-dimensional vibrating tools with bending and elliptical modes on the copper, respectively and the accuracy of the made instruments is investigated. Results show that vibration tool in turning process reduces the main cutting force.*

Key Words One dimensional vibration tool, Two dimensional vibration tool, Ultrasonic, Vibration tool, Turning.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۲/٤/٤ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۱/۲۷ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشیار گروه ساخت و تولید، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان. Amini.s@kashanu.ac.ir

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد گروه ساخت و تولید، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان.

(۳) استادیار گروه مکانیک جامدات، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان.

مقدمه

با پیدایش مواد جدید مانند کامپوزیت‌ها، سوپر آلیاژها، آلیاژهای پایه تیتانیومی و پایه نیکلی و نیاز به ماشینکاری این‌گونه مواد، روش‌های ماشین‌کاری نیز توسعه یافت. یکی از این روش‌ها استفاده از ارتعاش التراسونیک در فرآیند تراش‌کاری است که به ماشین‌کاری ارتعاشی (Vibration Cutting-VC) یا تراش‌کاری به‌کمک ارتعاش التراسونیک (Ultrasonic Assister Turning UAT) معروف است [1-3]. در تراش‌کاری به‌کمک التراسونیک معمولاً ابزار برشی با یک فرکانس التراسونیک در جهت برش، تغذیه و یا شعاعی ارتعاش می‌کند که معمول‌ترین نوع آن، ارتعاش در جهت برش (VC) یا در جهات برش و شعاعی به‌صورت دوبعدی (Elliptical Vibration Cutting (EVC) می‌باشد. تحقیقات متعددی در این زمینه انجام شده است. رحمان و همکاران جداشدن ابزار از براده و از قطعه‌کار را در فرآیند ماشین‌کاری ارتعاشی بیضوی بیان کرده‌اند [4, 5]. از آن‌جایی که هندسهٔ ابزار، مخصوصاً شعاع نوک ابزار تأثیر زیادی بر روی راندمان ماشین‌کاری ارتعاشی یک‌بعدی دارد، چندین آزمایش تحقیقاتی در زمینهٔ تأثیر شعاع نوک ابزار بر روی راندمان فرآیند EVC با بررسی نیروی برشی، سایش ابزار و پرداخت سطح نهایی، انجام دادند. در این آزمایش‌ها تنگستن کارباید زینتر شده (WC) با استفاده از ابزارهای PCD ماشین‌کاری شد. نتیجه این تحقیق، بهتر بودن شعاع 0.6 mm در مقایسه با سایر شعاع‌های نوک ابزار بود [6]. سونگ [7] در تحقیق دیگری کنترل سایش ابزار در ماشین‌کاری با ابزار الماس تک کریستال را بر روی استیل انجام داد. و نتایج این تحقیق نشان داد که سایش ابزار الماس بیشتر به زمان تماس ابزار با قطعه‌کار در مقایسه با سرعت برشی بستگی دارد و به‌وسیله کاهش زمان تماس به کمتر از 0.3 ms سایش ابزار کاهش بسیاری می‌یابد. در تحقیق دیگری از سیال اتمیزه شده به‌وسیله گاز به‌همراه ابزار ارتعاشی التراسونیک برای برش آلیاژ تیتانیوم استفاده شد که کیفیت سطح نهایی قطعه‌کار بهبود پیدا کرد و سایش ابزار الماس کمتر شد [8]. در تحقیق دیگری که توسط استاس ویکیوس انجام شد، این نتیجه به‌دست آمد که کیفیت سطح نهایی قطعه‌کار به‌طور زیادی به ارتعاش نوک ابزار بستگی دارد و این ارتعاش به‌وسیلهٔ تحریک یک مود ارتعاشی خاص ابزار تراش‌کاری ایجاد می‌شود. در این ابزار مود خمشی دوم،که در راستای نیروی برشی است، به‌وسیلهٔ مرتعش کردن پیزوالکتریک در راستای محور ابزار با فرکانسی مطابق فرکانس طبیعی به حالت تشدید می‌رسد و بدین وسیله زبری سطح و سایش ابزار کاهش می‌یابد [9]. ماشین‌کاری به‌کمک ارتعاش بیضوی برای اولین بار توسط شاموتو و موریواکی [10] ابداع شد. سپس این ابزار برای ماشین‌کاری مواد سخت برش استفاده شد که راندمان بالاتری در مقایسه با ماشین‌کاری سنتی داشت [11-13].

برینک سمیر و همکارانش با استفاده از یک عملگر پیزوالکتریک که ابزار برشی آن خارج از محور بسته شده است، یک حرکت بیضی شکل را در حالت تشدید ایجاد نمودند [14]. این کار سبب ایجاد یک ارتعاش دوبعدی در جهت پیشروی و عمق تراش می‌شود. این تحقیق صافی سطح و تأثیر مدت زمان درگیری ابزار با قطعه‌کار را در حین عملیات UAT (Ultrasonic Assisted Turning) بررسی نموده است که نمونه‌های استفاده شده از جنس فولاد کربنی 45 CK و آلومینیوم می‌باشند. هم‌چنین عمر ابزار نیز در این تحقیق اندازه‌گیری شده است و موجب شده که عمر ابزار بهبود یابد. در پژوهش ما و همکاران [15]، سه حالت ماشین‌کاری به‌کمک ارتعاش بیضوی، ماشین‌کاری به‌کمک ارتعاش یک درجه آزادی و ماشین‌کاری سنتی (بدون ارتعاش) آزمایش شده و از نظر نیروی محوری و دقت فرم قطعات تولیدی مقایسه‌ای بین این سه روش صورت پذیرفت. سرنیوای [16] علاوه بر انجام آزمایش تجربی از ابزاری استفاده کرد که در آن از حالت تشدید ابزار استفاده نشده است. طراحی ابزار در این تحقیق به‌صورتی است که تقویت دامنهٔ ارتعاش ابزار با کمک به تشدید رساندن ابزار (وارد کردن ارتعاش در فرکانس طبیعی ابزار) نبوده است، بلکه این تقویت با استفاده از اهرم‌های مکانیکی

صورت گرفته است. شاموتو و هینو [17] ماشین‌کاری با ارتعاش التراسونیک بیضوی را بر روی تنگستن کاربايد مورد بررسی قرار داد. در تحقیقات انجام‌شده بیشتر بر روی فرآیند ماشین‌کاری ارتعاشی کار شده است. امینی و همکاران در تحقیقات خود با استفاده از ابزار ارتعاشی، فرآیند تراش‌کاری به‌کمک ارتعاش التراسونیک را مورد بررسی قرار داده اند [18,19].

از تحقیقات انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که ماشین‌کاری به‌کمک ارتعاش التراسونیک باعث بهبود توانایی ماشین‌کاری می‌گردد. بدین ترتیب باعث کاهش نیروی ماشین‌کاری، افزایش عمر ابزار، صافی سطح بهتر و دقت بالاتر قطعه‌کار می‌شود و توانایی ماشین‌کاری مواد با استحکام برشی بالا را بهبود می بخشد. ولی از آن‌جا که تحقیق‌های انجام‌شده بیشتر بر روی اثر فرآیند بوده است، بر روی طراحی ابزار ارتعاشی و بهبود شرایط طراحی و عملکرد آن به‌طوری که قابلیت نصب و استفاده از آن افزایش یابد کمتر کار شده است. طراحی و ساخت ابزار ارتعاشی که بتواند به‌آسانی بر روی دستگاه تراش نصب گردد و در کاربردهای صنعتی از آن استفاده کرد کار جدیدی است که در این تحقیق به آن پرداخته شده است.

در این مقاله ابزار ارتعاشی یک‌بعدی با مود خمشی و دوبعدی با مود خمشی و طولی که توسط پیزوالکتریک نیم‌رینگ و تمام‌رینگ تحریک می‌شود در نرم‌افزار اباکوس طراحی و تحلیل مودال شدند و سپس با توجه به نتایج تحلیل این ابزارها ساخته شدند. ویژگی جدید این نوع ابزارها قابلیت نصب بر روی دستگاه تراش به‌صورت افقی و به شیوهٔ ابزارهای سنتی را دارند. با اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش آن‌ها، ماشین‌کاری بر روی مس انجام شد. در نتیجه نیروی ماشین‌کاری توسط ابزارهای ارتعاشی یک‌بعدی با مود خمشی و دوبعدی با مود بیضوی در مقایسه با ماشین‌کاری معمولی کاهش یافت.

طراحی ابزار ارتعاشی یک‌جهته با مود خمشی و ساخت آن

به‌طور کلی سه نوع مود ارتعاشی برای ابزارهای ارتعاشی وجود دارد که عبارتند از طولی، خمشی و پیچشی که در این ابزارها از مود ارتعاشی خمشی و طولی استفاده شده است. در فرآیند تراش‌کاری نیز سه نوع ارتعاش می‌توان به ابزار داد که عبارتند از ارتعاش در جهت برش، تغذیه و شعاعی. به‌علت بهبود توانایی ماشین‌کاری در ابزارهای ارتعاشی که در جهت سرعت برشی مرتعش می‌شوند، طراحی ابزار بیشتر در حالتی است که ارتعاش در جهت سرعت برشی ایجاد شود. به‌علت استفاده از مود طولی ارتعاشی در این گونه ابزارها، معمولاً به قید و بند مخصوصی نیاز است که فضای کاری مفید ماشین‌های تراش را محدود می‌کند [19]. لذا استفاده از مود خمشی برای ابزار ارتعاشی یک‌بعدی و تلفیق مود خمشی و طولی برای ابزار ارتعاشی دوبعدی برای بهبود عملکرد و قابل استفاده شدن صنعتی این گونه ابزارها در این تحقیق مورد توجه قرار گرفته است. طول این ابزار ارتعاشی در مقایسه با ابزارهای ارتعاشی قبلی کوتاه‌تر است، بنابراین میزان دمپینگ موجود در ابزار کاهش می‌یابد و امواج با راندمان بیشتری به نوک ابزار منتقل می‌شوند. در ابزار ارتعاشی با مود خمشی مانند مبدل التراسونیک ساندویچی لانگوین (Langewin) پیزوالکتریک‌ها تحت پیش‌تنش اولیه می‌باشند، لذا می‌توان آن‌را برای توان‌های بالا طراحی کرد. در این ابزار جنس پشت‌بند، نگهدارندهٔ ابزار برشی، مهره و پیچ از جنس فولاد (St 304)، مواد پیزوالکتریک استفاده شده از نوع PZT-4 و ابزار برشی ابزار از جنس تنگستن کاربايد می‌باشند که مشخصات مواد استفاده شده برای ساخت این ابزار در جدول (۱) آورده شده است.

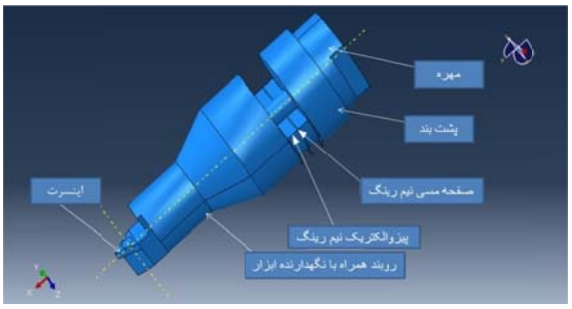
برای ایجاد مدل مبدل التراسونیک در نرم‌افزار اباکوس ابتدا یک مدل دوبعدی از مقطع هر قطعه ایجاد می‌شود و سپس حول محور Z دوران داده می‌شود تا قطعات مدل شوند. در این ابزار به‌منظور تحریک مود خمشی از

پیزوالکتریک‌های نیم‌رینگ PZT- 4 استفاده شده است که به‌صورت متقارن نیم‌رینگ بالا و نیم‌رینگ پایین در بین پشت‌بند و نگهدارندهٔ ابزار برشی می‌باشند که توسط پیچ مرکزی مطابق مبدل التراسونیک ساندویچی لانگوین تحت پیش تنش قرار می‌گیرند. چیدمان پیزوالکتریک‌های مبدل التراسونیک در شکل (۱) نشان داده شده است.

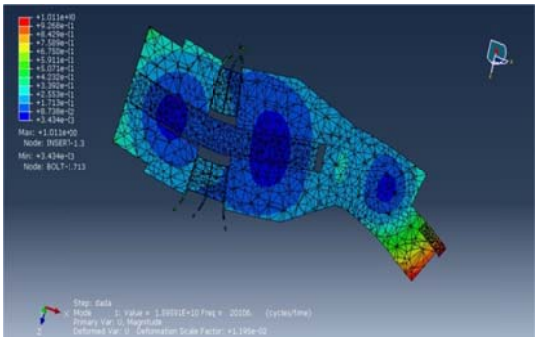
در چیدمان پیزوالکتریک‌ها باید دقت کرد که سطوح مثبت پیزوالکتریک‌ها با یکدیگر و صفحات منفی پیزوالکتریک‌ها با بدنهٔ ابزار در تماس باشند زیرا در این صورت قطب منفی جریان الکتریکی به بدنه ابزار وصل می‌شود. در بین سطوح تماس به‌منظور انتقال جریان الکتریکی به پیزوالکتریک‌ها، صفحات مسی نیم‌رینگ قرار گرفته است. صفحات مسی نیمهٔ بالایی مطابق پیزوسرامیک‌ها از نیمهٔ پایینی جدا می‌باشند و به‌منظور جلوگیری از اتصال صفحات مسی بالایی و پایینی به یکدیگر صفحه‌ای عایق از جنس تفلون (PTFE) به ضخامت 1 mm در بین آن‌ها قرار گرفته است. هم‌چنین به‌منظور جلوگیری از اتصال صفحات مسی به پیچ مرکزی ابزار، یک بوش تفلونی (PTFE) در بین پیچ و پیزوالکتریک‌ها قرار می‌گیرد. جهت پولاریزاسیون پیزوالکتریک‌ها در راستای محور Z می‌باشد و جریان الکتریکی واردشده به نیم‌رینگ‌های پیزوالکتریکی بالا و نیم‌رینگ‌های پیزوالکتریکی پایین دارای ۱۸۰ درجه اختلاف فاز می‌باشد. در این حالت زمانی که پیزوالکتریک‌های بالا در حالت انبساط باشند، پیزوالکتریک‌های پایین در حالت انقباض هستند و برعکس. از آن‌جا که فرکانس این انبساط و انقباض با فرکانس طبیعی مود ارتعاشی خمشی مورد نظر برابر است، مود ارتعاشی خمشی به حالت تشدید می‌رسد. شکل (۲) شکل ارتعاش ابزار را تحت مود خمشی نشان می‌دهد.

جدول ۱ مشخصات مواد ابزار ارتعاشی با مود خمشی [20]

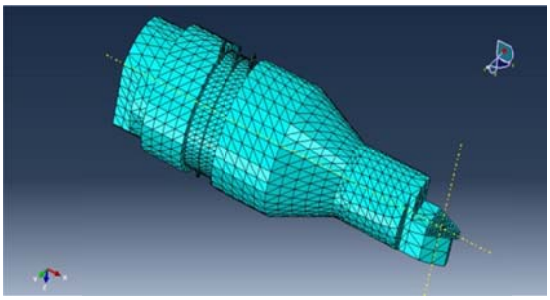
نام قطعه	جنس	چگالی (kg/m^3)	ضریب پواسان	مدول الاستیسیته (Pa)
پشت‌بند(برای ابزار ارتعاشی یک‌بعدی)	SS304	7868	0.292	207e9
پشت‌بند، روبند و قطعه میانی(برای ابزار ارتعاشی دوبعدی)	AL7075T6	2823	0.33	77e9
پیچ مبدل التراسونیک	St304	7868	0.292	207e9
صفحات مسی	Copper	8910	0.3	120e9
روبند	St304	7868	0.292	207e9
صفحات پیزوسرامیکی	PZT4	7517	0.3	67.4e9
ابزار برشی	WC	15800	0.24	550e9
پیچ ابزار برشی	St304	7868	0.292	207e9



شکل ۱ نمایی از چیدمان پیزوالکتریک‌ها در ابزار ارتعاشی با مود خمشی



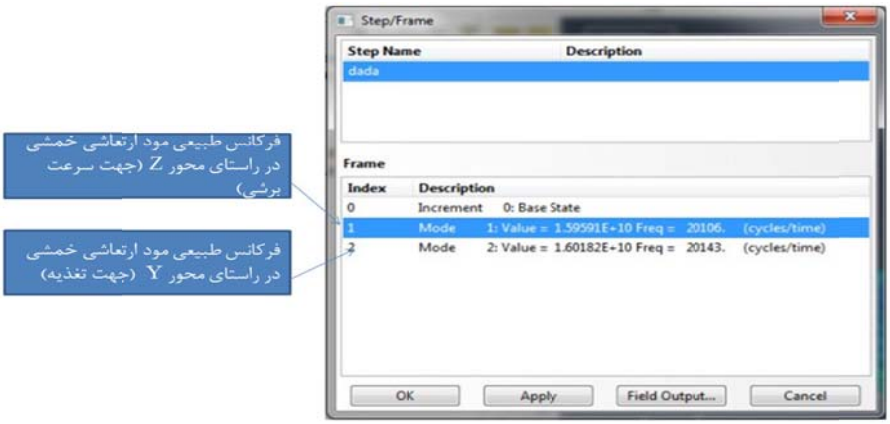
شکل ۲ مود ارتعاش خمشی در ابزار



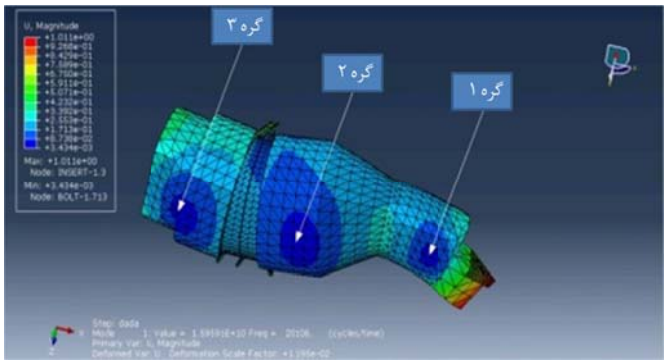
شکل ۳ مدلسازی ابزار در نرم‌افزار آباکوس

فرکانس‌های مورد نظر برای مودها در محدودهٔ ۱٦KHz تا ۲۵ KHz تنظیم شد و به‌منظور شبکه‌بندی ابزار برای انجام تحلیل اجزای محدود نوع مش TETRA و المان‌ها از نوع 3D stress انتخاب گردید. در شکل (۳) ابزار مش‌بندی شده در نرم‌افزار آباکوس نشان داده شده است.

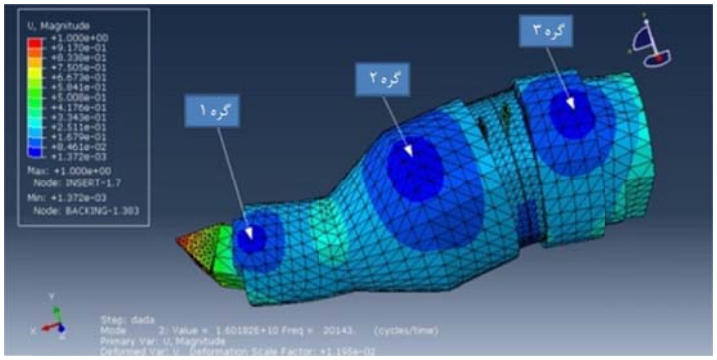
پس از مدلسازی ابزار، تحلیل مودال انجام شد که در اولین مرحله فرکانس مود خمشی مورد نظر ۱٦KHz به‌دست آمد که پس از ۳۰۰ مرحله تکرار تحلیل، بهترین شرایط برای ابزار ارتعاشی با مود خمشی به‌گونه‌ای حاصل شد که فرکانس مودهای ارتعاشی موجود در این محدوده مطابق شکل (٤) به‌دست آمد و گره‌های ارتعاشی در مکان‌هایی قرار گرفت که به‌راحتی می‌توان از آن‌ها به‌منظور بستن ابزار بر روی دستگاه تراش استفاده کرد. مود اول از نوع خمشی با حداکثر دامنه در جهت محور Z است. فرکانس تشدید این مود ارتعاشی ۲۰۱۰٦Hz می‌باشد که در شکل (۵) نشان داده شده است. اگر این ابزار به‌صورت افقی بر روی دستگاه تراش نصب شود ارتعاش ابزار که از مود ارتعاشی اول ناشی می‌شود، در راستای سرعت برشی است، بنابراین مود ارتعاشی اول را بایستی تحریک کرد. مود دوم از نوع خمشی با حداکثر دامنه در جهت محور Y است. فرکانس تشدید این مود ارتعاشی ، ۲۰۱٤۳Hz می‌باشد که در شکل (٦) نشان داده شده است. اگر این ابزار به‌صورت افقی بر روی دستگاه تراش نصب شود، ارتعاش ابزار که از مود ارتعاشی دوم ناشی شود در راستای تغذیه خواهد بود. بنابراین مود ارتعاشی دوم برای ابزار مورد نظر مناسب نیست.



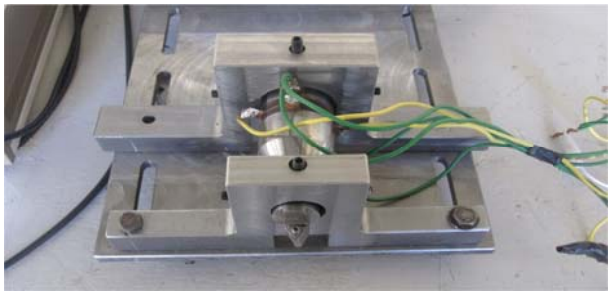
شکل ٤ فرکانس مودهای ارتعاشی حاصل از تحلیل اجزای محدود ابزار



شکل ۵ شکل مود ارتعاشی اول از نوع خمشی در راستای Z



شکل ٦ شکل مود ارتعاشی دوم از نوع خمشی در راستای Z

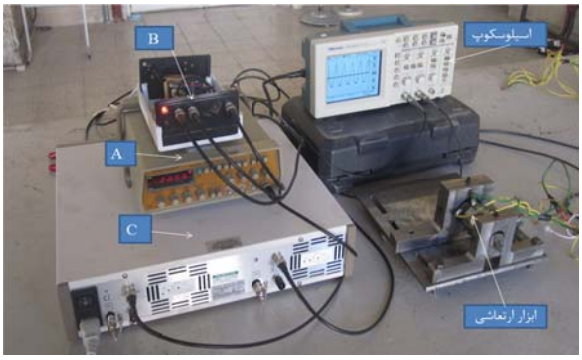


شکل ۷ ابزار ارتعاشی با مود خمشی

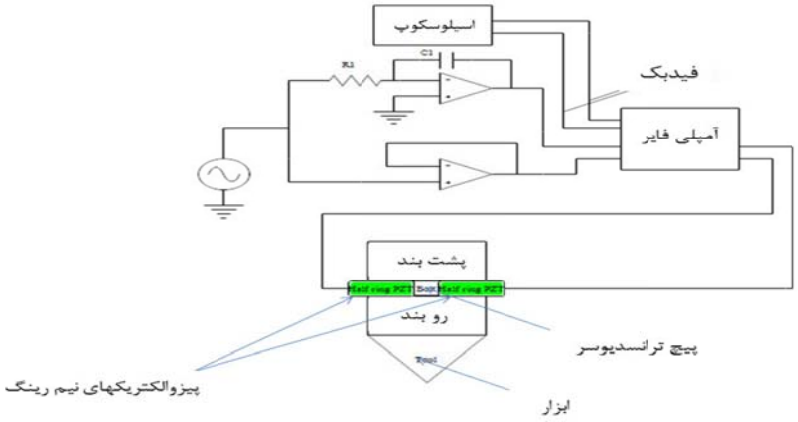
ساخت ابزار ارتعاشی یک‌بعدی با مود خمشی و راه‌اندازی آن. براساس ابعاد به‌دست آمده از تحلیل المان محدود، ابزار ارتعاشی همراه با پیزوالکتریک‌های نیم‌رینگ ساخته شد. شکل (۷) ابزار ارتعاشی یک‌بعدی با مود خمشی ساخته شده را نشان می‌دهد.

برای راه اندازی ابزار ارتعاشی از دستگاه پیزودرایو مدل PZD700 شرکت Treck و فانکشن ژنراتور مدل VG-4429 شرکت Hitachi استفاده گردید. شکل (۸) کنترل ابزار ارتعاشی را نشان می‌دهد.

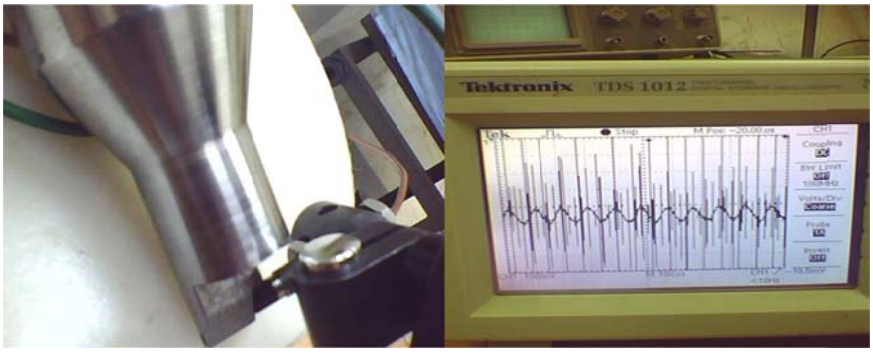
مطابق شکل (۸) تولید کننده موج (Function generator) A وظیفهٔ ایجاد یک جریان سینوسی با فرکانس و دامنهٔ مشخص را به عهده دارد و دستگاه B این جریان سینوسی خروجی از تولید کننده موج را به دو خروجی با ۱۸۰ درجه اختلاف فاز برای دو ورودی پیزو درایور C تبدیل می‌کند. پیزودرایور C این دو جریان ورودی را به دو جریان DC متناوب با اختلاف ۱۸۰ درجه برای تحریک پیزوالکتریک‌های نیم‌رینگ بالا و پایین تبدیل می‌کند. در شکل (۹) نمای شماتیکی از مدار کنترل ابزار ارتعاشی با مود خمشی نشان داده شده است.



شکل ۸ کنترل و راه‌اندازی ابزار ارتعاشی



شکل ۹ شماتیکی از مدار کنترل ابزار ارتعاشی با مود خمشی



شکل ۱۰ اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش ابزار ارتعاشی با مود خمشی

برای اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش و فرکانس از حسگر اندازه‌گیری دامنه و فرکانس ارتعاش (Eddy Current Gap sensor) مدل AEC-5509 ساخت شرکت Applied Electronics استفاده گردید. شکل (۱۰) نحوهٔ اندازه‌گیری و مقدار آن را بر روی دستگاه اسیلوسکوپ نشان می‌دهد.

مطابق شکل (۱۰) دامنهٔ ارتعاش اندازه‌گیری شده از ابزار μm ۳۲ (به‌صورت پیک تا پیک) و فرکانس آن KHz ۲۰/۲ می‌باشد.

طراحی ابزار ارتعاشی دوجهته با مود بیضوی و ساخت آن

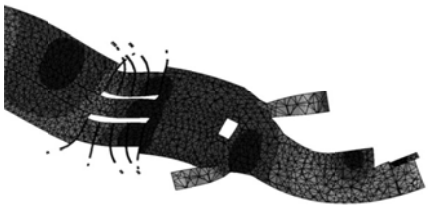
این ابزار دارای ارتعاش در دو جهت طولی و خمشی می‌باشد بنابراین برای مبدل التراسونیک این ابزار به دو مود نیاز است که به اندازهٔ کافی به یکدیگر نزدیک باشند و هم‌چنین برای تحریک این مبدل التراسونیک به دو سری پیزوسرامیک نیاز است. سری اول که در انتهای مبدل التراسونیک قرار دارد، برای تحریک مود طولی استفاده می‌شود. بنابراین در این قسمت از مبدل التراسونیک، رینگ کامل پیزوسرامیکی استفاده شده است. سری دوم پیزوسرامیک‌ها برای تحریک مود خمشی استفاده می‌شوند. در این قسمت از نیم‌رینگ‌های پیزوسرامیکی استفاده شده است.

برای طراحی این مبدل التراسونیک ابتدا یک طرح کلی از مبدل التراسونیک با مود بیضوی در نرم‌افزار آباکوس ایجاد شده است و پس از گرفتن اولین آنالیز و تغییر هندسه به‌منظور نزدیک کردن فرکانس‌های مود طولی و خمشی، پس از حدود ۱۰۰۰ مرحله تحلیل، شرایط خوبی حاصل شد. پس از مدل کردن ابزار، خواص مواد مورد استفاده در قطعات ابزار برای تحلیل مودال وارد می‌شود که پارامترهای مواد مورد نیاز برای تحلیل مودال، چگالی، مدول الاستیسیته و ضریب پواسان می‌باشد. این پارامترها مطابق جدول (۱) می‌باشند. شکل (۱۱) ابزار ارتعاشی بهبودیافته را نشان می‌دهد.

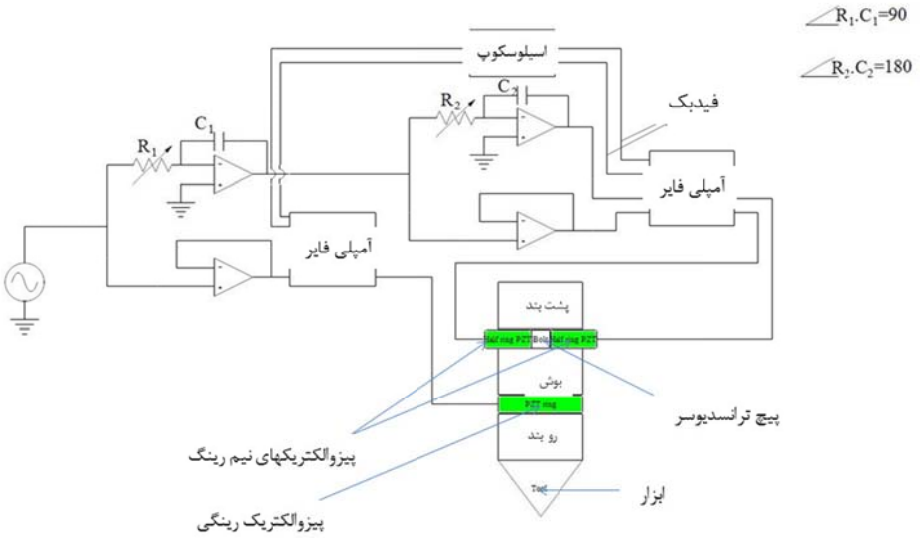


شکل ۱۱ ابزار ارتعاشی با مود بیضوی

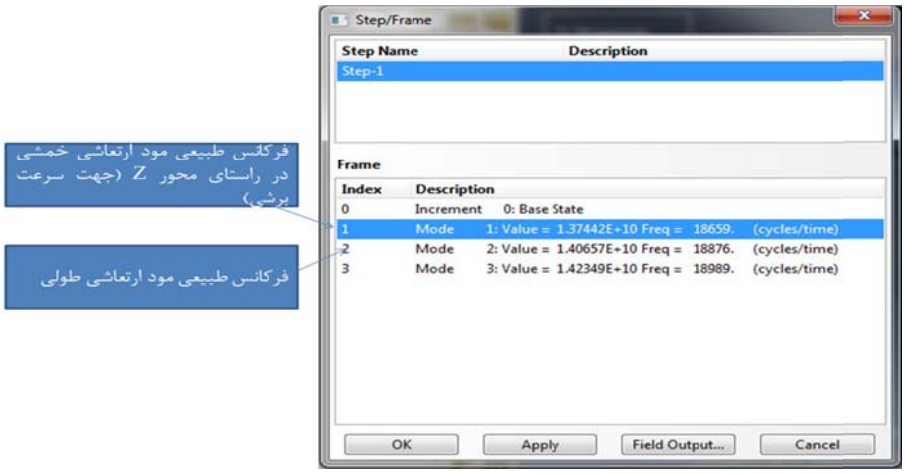
پیزوالکتریک‌های نیم‌رینگ از جنس PZT4 هستند. نیم‌رینگ در نیمهٔ بالایی و نیم‌رینگ دیگر در نیمهٔ پایینی ابزار نصب شده است. در چیدمان پیزوالکتریک‌ها باید دقت کرد که سطوح مثبت پیزوالکتریک‌ها با یکدیگر و صفحات منفی پیزوالکتریک‌های کناری با بدنهٔ ابزار در تماس باشند زیرا در این صورت قطب منفی جریان الکتریکی به بدنهٔ ابزار وصل می‌شود. در بین سطوح تماس به‌منظور انتقال جریان الکتریکی به پیزوالکتریک‌ها، از صفحات مسی نیم‌رینگ استفاده شده است که مانند چیدمان پیزوالکتریک‌های نیم‌رینگ می‌باشند. صفحات مسی نیمهٔ بالایی مطابق پیزوسرامیک‌ها از نیمهٔ پایینی جدا می‌باشند. به‌منظور جلوگیری از اتصال صفحات مسی بالایی و پایینی به یکدیگر صفحه‌ای عایق از جنس تفلون (PTFE) به ضخامت 1 mm در بین آن‌ها قرار گرفته است. هم‌چنین به‌منظور جلوگیری از اتصال صفحات مسی به پیچ مرکزی ابزار، یک بوش تفلونی (PTFE) در بین پیچ و پیزوالکتریک‌ها قرار می‌گیرد. جهت پولاریزاسیون پیزوالکتریک‌ها در راستای محور Z می‌باشد و جریان الکتریکی سینوسی واردشده به پیزوالکتریک‌های رینگی برای تحریک مود طولی و نیم‌رینگ‌های پیزوالکتریکی برای تحریک مود خمشی دارای $\pi/2$ اختلاف فاز می‌باشد. هم‌چنین جریان الکتریکی سینوسی واردشده به نیم‌رینگ‌های پیزوالکتریکی بالا و نیم‌رینگ‌های پیزوالکتریکی پایین دارای اختلاف فاز π نسبت به هم می‌باشد، زیرا در این حالت زمانی که پیزوالکتریک‌های بالا در حالت انبساط باشند، پیزوالکتریک‌های پایین در حالت انقباض هستند و بالعکس. فرکانس این انبساط و انقباض با فرکانس طبیعی مود ارتعاشی خمشی مورد نظر برابر است. بنابراین، مود ارتعاشی خمشی به حالت تشدید می‌رسد. این عمل در شکل (۱۲) نشان داده شده است. یک نمای شماتیکی از مدار کنترل ابزار ارتعاشی با مود خمشی در شکل (۱۳) نشان داده شده است. مجموع این دو مود یک حرکت بیضوی شکل در نوک ابزار ایجاد می‌کند که دارای حرکت در جهات برش و عمق برش فرآیند تراش‌کاری می‌باشد.



شکل ۱۲ عمل انبساط و انقباض در پیزوالکتریک‌های بالا و پایین



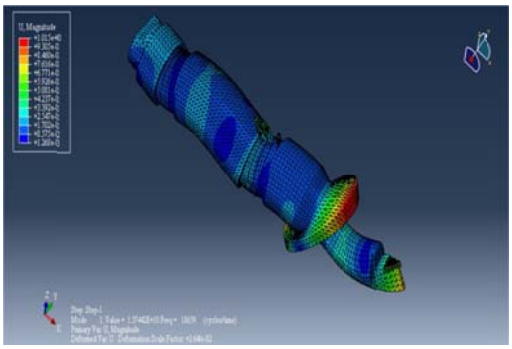
شکل ۱۳ شماتیکی از مدار کنترل پیزوالکتریک‌های تحریک‌کنندهٔ ابزار ارتعاشی با مود بیضوی



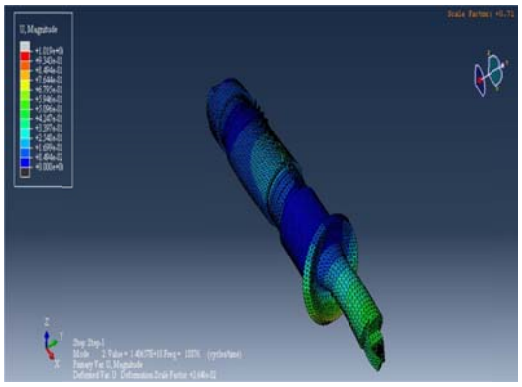
شکل ١٤ نتایج تحلیل مودال

پس از مش‌بندی تحلیل انجام شد که ابزار در محدودهٔ ۱۵ KHz تا ۲۵ KHz دارای سه مود ارتعاشی است که در شکل (١٤) آورده شده است. از این سه مود ارتعاشی به‌دست آمده دو مود اول برای کاربرد مورد نظر مناسب هستند که به‌صورت زیر می‌باشد:

مود یک، یک مود خمشی در جهت مورد نظر (Z) است و فرکانس تشدید آن ١٨٦٥٩ Hz می‌باشد. مود دو از نوع طولی است و فرکانس تشدید آن ١٨٨٧٦ Hz است. شکل‌های (١٦ و ١٥)، شکل مود و دامنهٔ ارتعاش را برای دو مود نشان می‌دهند. مطابق شکل‌های (١٦ و ١٥)، ملاحظه می‌شود که در این آنالیز هیچ مود ارتعاشی بین مود طولی و خمشی وجود ندارد و فاصلهٔ بین دو مود به کمترین مقدار خود (٢١٧Hz) رسیده است. بنابراین، طراحی این ابزار برای ماشین‌کاری ارتعاشی مناسب است.



شکل ۱۵ شکل مود و توزیع دامنهٔ مود یک



شکل ۱۶ شکل مود و توزیع دامنهٔ مود دو

ساخت ابزارهای ارتعاشی دوبعدی و راه‌اندازی آن. پس از مونتاژ این قطعات و ساخت ابزار ارتعاشی با مود بیضوی، تحریک مود طولی و مود خمشی دارای $\pi/2$ اختلاف فاز نسبت به هم می‌باشد که در نتیجδ این عمل یک ارتعاش بیضوی شکل در نوک ابزار ارتعاشی با مود بیضوی ایجاد می‌شود. برای این منظور از یک پیزودرایور (Piezo Driver)دو کاناله استفاده شد که یک کانال آن به پیزوسرامیک‌های انتهایی برای تحریک مود طولی و کانال دیگر به پیزوسرامیک‌های جلویی برای تحریک مود خمشی وصل می‌شود. در ورودی این پیزودرایور یک مدار به‌گونه‌ای طراحی شده‌است که بین دو کانال پیزودرایور $\pi/2$ اختلاف فاز ایجاد کند. تجهیزات کنترلی این ابزار ارتعاشی تراش‌کاری با مود بیضوی در شکل (۱۷) آورده شده است که تولید کننده موج یک جریان سینوسی برای مدار طراحی شده تولید می‌کند و سپس مدار طراحی شده این جریان را به دو کانال برای پیزودرایور تبدیل می‌کند و سپس خروجی پیزودرایور به مبدل التراسونیک متصل شده‌است. برای نشان دادن این که ابزار در حالت تشدید است از یک اسیلوسکوپ استفاده می‌شود. توسط حسگر اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش ادی کارنت، دامنهٔ ارتعاش ابزار در دو جهت ۱۵ µm اندازه‌گیری شد (شکل ۱۸).



شکل ۱۷ تجهیزات کنترلی ابزار ارتعاشی تراش‌کاری با مود بیضوی



شکل ۱۸ اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش ابزار ارتعاشی دوبعدی

جدول ۲ مشخصات تجهیزات مورد استفاده برای انجام آزمایش‌ها

	مدل و سازنده	مشخصات
دستگاه تراش	TN50 ماشین‌سازی تبریز	توان ۵/۵ کیلو وات
دینامومتر	9257B کیستلر	اندازه گیری نیرو تا ۱۰ کیلو نیوتن و حداقل میزان اندازه گیری۰.۰۵ نیوتن
زبری سنج	PS1 ماهر	با میزان اندازه گیری ۰.۰۱ میکرون
تولید کننده موج	VG-4429 هیتاچی	با فرکانس صفر تا ۵ مگا هرتز
دستگاه VMM	ایسون	با میزان اندازه گیری یک میکرون

انجام آزمایش‌ها

به‌منظور تأیید عملکرد ابزار ارتعاشی یک‌بعدی و دوبعدی آزمایش‌های مربوط بر روی دستگاه تراش انجام گردید. در انجام این آزمایش‌ها از تجهیزات زیر استفاده گردید:

- دستگاه تراش با مدل TN50 ساخت ماشین‌سازی تبریز، برای انجام عملیات تراش‌کاری.
- دستگاه دینامومتر یا مدل 9257B ساخت شرکت کیستلر، برای اندازه‌گیری نیروی ماشین‌کاری.
- دستگاه زبری‌سنج با مدل PS1 ساخت شرکت ماهر، برای اندازه‌گیری زبری سطح قطعه‌کار.
- پیزودرایو مدل PZD700 ساخت شرکت Trek، جهت تحریک پیزوالکتریک ها.
- تولید کننده موج مدل VG-4429 ساخت شرکت هیتاچی، برای ارسال پالس با فرکانس مورد نظر.
- دستگاه اندازه‌گیری نوری VMM، برای مشاهدهٔ سطح قطعه‌کار.

در جدول (۳) تجهیزات و مشخصات مربوط برای انجام آزمایش‌ها آورده شده است.

آزمایش ابزار ارتعاشی یک‌بعدی با مود خمشی. شکل (۱۹) آماده‌سازی آزمایش‌ها برای تأیید عملکرد ابزار ارتعاشی را نشان می دهد. همان‌طور که در شکل (۱۹) مشاهده می‌شود ابزار ارتعاشی به‌صورت ابزار سنتی بر روی دستگاه تراش نصب شده است. و دینامومتر نیز در زیر پایهٔ ابزار قرار گرفته است. محل گرفتن ابزار در ابزارگیر، نقاط گره ارتعاشی می‌باشد، زیرا در این نقاط ابزار دارای هیچ گونه ارتعاشی نیست و هم‌چنین ابزارگیر تأثیری بر روی فرکانس طبیعی ابزار ندارد. ماشین‌کاری ارتعاشی بر روی مس انجام شد. شرایط ماشین‌کاری مس در جدول (۳) آورده شده است. حین انجام عملیات ماشین‌کاری ارتعاشی، نیروی ماشین‌کاری در جهت برشی (از آن‌جایی که ارتعاش

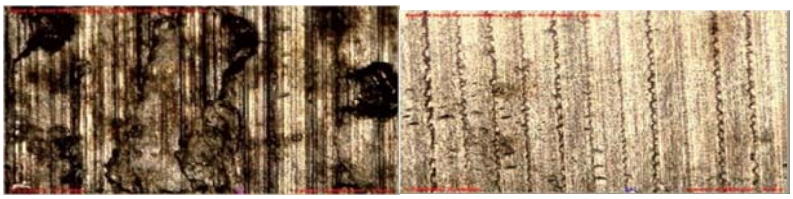
ابزار نیز در همین راستا است) انـدازه‌گیـری شـد. در شـکل (۲۰) سطوح ماشین‌کاری شده به‌شـیوهٔ معمـولی و ارتعاشـی یک‌بعدی نشان داده شـده اسـت. همـان‌طـور کـه در شـکل (۲۰-الـف) مشـاهده مـی‌شـود چالـه‌هـایی بـر روی سـطح ماشین‌کاری شدهٔ مس قرار دارد که اثر تشکیل و جـدا شـدن لبهٔ انباشته است ولـی در تـراش‌کـاری بـه‌کمـک ارتعاشـات التراسونیک یک‌بعدی (شـکل ۲۰-ب) بـه‌دلیـل ایـن‌کـه لبـهٔ انباشته تشکیل نمی‌شود، سطح کاملاً صاف مـی‌باشـد و Ra ماشین‌کـاری معمـولی ۱/۹۵ و ماشـین‌کـاری ارتعاشـی ۱/۵ میکرومتر است. نتـایج نیرویـی در جـدول (۵) آورده شـده است. مطابق جـدول (۵)، بـا اسـتفاده از ابـزار ارتعاشـی در فرآیند تراش‌کاری، علاوه بر بهتر شدن صافی سـطح نیـروی اصلی ماشین‌کاری (نیروی برشی) نیز به‌صورت قابل‌تـوجهی کاهش پیدا کرده است که باعث افـزایش عمـر ابـزار برشـی می‌شود.



شکل ۱۹ آماده‌سازی آزمایش با ابزار یک‌بعدی

جدول ۳ شرایط ماشین‌کاری ارتعاشی مس

سرعت اسپیندل (rev/min)	۸
سرعت پیشروی (m/rev)	۰/۰۸
ابزار WC	$\gamma 0 = 0^\circ, \alpha 0 = 15^\circ, \kappa\gamma = 45^\circ, \kappa\ \gamma = 45^\circ, r\varepsilon = 1.2mm$
فرکانس (kHz)	۲۱/٤۷
جنس قطه‌کار	مس با قطر ۳۸ میلی متر با قطر ۲۰ میلی متر
a(mm)	۰/٤
دامنه ارتعاشات µm	۳۲



(ب) (الف)

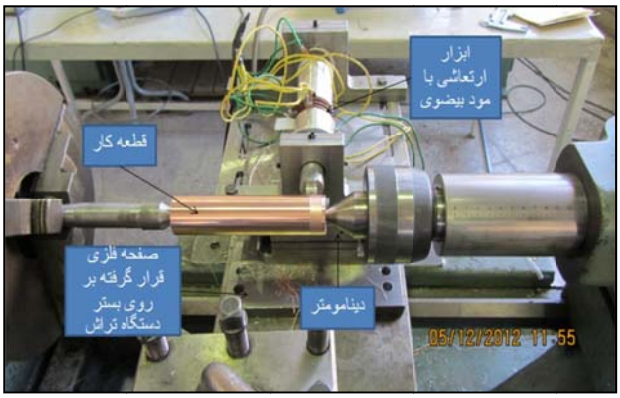
شکل ۲۰ سطوح ماشین‌کاری شدهٔ مس به‌شیوهٔ الف) معمولی ب) ارتعاشی یک‌بعدی

جدول ٤ شرایط ماشین‌کاری ارتعاشی دوبعدی مس

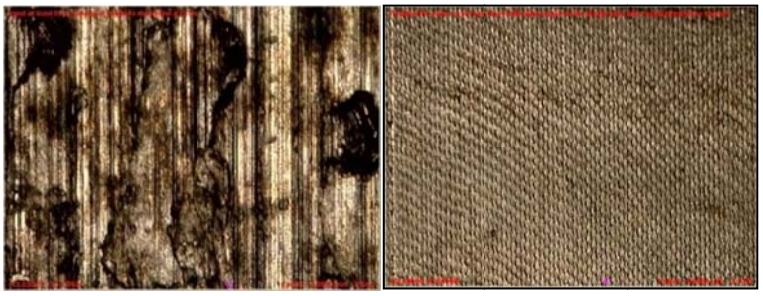
سرعت اسپیندل (rev/min)	۲۰
سرعت پیشروی (_m/rev)	۰/۰۸
ابزار WC	$\gamma 0 = 0^\circ, \alpha 0 = 15^\circ, \kappa\gamma = 45^\circ, \kappa\ \gamma = 45^\circ, r\varepsilon = 1.2mm$
فرکانس (kHz)	۱۸/۸
جنس قطه‌کار	مس
قطر قطعه‌کار (mm)	۳۸
a(mm)	۰/٤
دامنه ارتعاشات µm	۱۵

جدول ۵ نیروهای ماشین‌کاری مس با ابزارهای ارتعاشی یک‌جهته و دوجهته

شرایط تراش‌کاری	نیروی برشی(N)	نیروی پیش‌روی(N)	نیروی شعاعی(N)
تراش‌کاری معمولی	۷۰	٤۲/٦	۱۲/۵
تراش‌کاری با ابزار ارتعاشی یک‌جهته	۵۵	۲٦/٦	۱۱/۷
تراش‌کاری با ابزار ارتعاشی دوجهته	۱۰/۵	۸	٤/۲



شکل ۲۱ ابزار ارتعاشی دوبعدی نصب شده بر روی دستگاه تراش



(ب) (الف)

شکل ۲۲ سطوح ماشین‌کاری شدهٔ مس به شیوهٔ الف) ارتعاشی و ب) معمولی

آزمایش ابزار ارتعاشی دوبعدی با مود بیضوی. شکل (۲۱) ابزار ارتعاشی یا مود بیضوی نصب شده بر روی دستگاه تراش را نشان می‌دهد. این ابزار در نقاط گره ارتعاشی ابزار توسط ابزارگیر مهار شده است. ماشین‌کاری بر روی مس انجام شد. شرایط ماشین‌کاری مس در جدول (٤) آورده شده است. در جدول (۵) نیروهای ماشین‌کاری و زبری سطح حاصل از ماشین‌کاری معمولی، ماشین‌کاری ارتعاشی یک‌بعدی و ماشین‌کاری ارتعاشی دوبعدی بر روی مس مقایسه شده است. در شکل (۲۲) سطوح ماشین‌کاری شدهٔ مس به‌شیوهٔ معمولی و ارتعاشی دوبعدی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل (۲۲-ب) مشاهده می‌شود چاله‌هایی بر روی سطح ماشین‌کاری شدهٔ مس قرار دارد که اثر تشکیل و جدا شدن لبهٔ انباشته است ولی در تراش‌کاری به‌کمک ارتعاشات التراسونیک دوبعدی (شکل۲۲-الف) به‌دلیل این‌که لبهٔ انباشته تشکیل نمی‌شود، سطح کاملاً صاف می‌باشد و Ra ماشین‌کاری معمولی ۱/۹۵ و ماشین‌کاری ارتعاشی ۰/۷۵ میکرومتر است.

نتیجه‌گیری

هدف از این تحقیق طراحی و ساخت ابزار ارتعاشی التراسونیک به‌صورت یک‌بعدی و دوبعدی می‌باشد. پس از ساخت ابزارها، آزمایش‌هایی برای سنجش آن‌ها در فرآیند تراش‌کاری انجام گرفت. بدین منظور ابتدا ابزار ارتعاشی با مود خمشی و سپس ابزار ارتعاشی با مود بیضوی ساخته شد. ابزار ارتعاشی یک‌جهته با مود خمشی که ارتعاش آن در جهت برش است و دارای طراحی جدید و کارآمدی است و قابلیت صنعتی شدن را دارد طراحی و ساخته شد. این نوع ابزار به‌دلیل این‌که همانند مبدل التراسونیک ساندویچی لانگوین پیزوالکتریک‌ها تحت پیش‌تنش اولیه است توان آن قابل افزایش است و هم‌چنین می‌توان تعداد پیزو الکتریک‌ها را افزایش داد و به‌دلیل کوتاه بودن طول ابزار، می‌توان آن را به‌راحتی بر روی دستگاه تراش نصب کرد و به‌دلیل ارتعاش منظم این ابزار، نیروها به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد. سپس یک ابزار ارتعاشی تراش‌کاری التراسونیک بیضوی در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس به‌گونه‌ای طراحی شد که مود خمشی و طولی مورد نظر دارای حداقل فاصلهٔ فرکانسی باشند، به‌طوری که در عمل بتوان این دو مود ارتعاشی را در یک فرکانس به‌حالت تشدید رساند. در این ابزار از یک سری پیزوالکتریک رینگی در انتهای ابزار برای تحریک مود طولی و یک سری پیزوالکتریک نیم‌رینگ در جلوی ابزار برای تحریک مود خمشی استفاده شده است. ارتعاش طولی و خمشی دارای اختلاف فاز $\pi/2$ می‌باشند که باعث ایجاد یک ارتعاش بیضوی در نوک ابزار می‌شود. در نهایت از این ابزار برای تراش‌کاری مس استفاده شد که نیروهای ماشین‌کاری را کاهش داد و هم‌چنین کیفیت سطح قطعه نیز بهبود پیدا کرد.

مراجع

1. Xiao, M., Sato, K., Karube, S. and Soutome, T., "The effect of tool nose radius in ultrasonic vibration cutting of hard metal", *International Journal of Machine Tools and Manufacture,* Vol. 43, pp. 1375-1382, (2003).
2. Xiao, M., Wang, Q. M., Sato, K., Karube, S., Soutome, T. and Xu, H., "The effect of tool geometry on regenerative instability in ultrasonic vibration cutting", *International Journal of Machine Tools and Manufacture,* Vol. 46, pp. 492-499, (2006).
3. Moriwaki, T., Shamoto, E. and Inoue, K., "Ultraprecision Ductile Cutting of Glass by Applying Ultrasonic Vibration", *CIRP Annals - Manufacturing Technology,* Vol. 41, pp. 141-144, (1992).
4. Nath, C., Rahman, M. and Neo, K. S., "A study on ultrasonic elliptical vibration cutting of tungsten carbide", *Journal of Materials Processing Technology,* Vol. 209, pp. 4459-4464, (2009).
5. Nath, C., Rahman, M. and Neo, K. S., "Machinability study of tungsten carbide using PCD tools under ultrasonic elliptical vibration cutting", *International Journal of Machine Tools and Manufacture,* Vol. 49, pp. 1089-1095, (2009).
6. Nath, C., Rahman, M. and Neo, K. S., "A study on the effect of tool nose radius in ultrasonic elliptical vibration cutting of tungsten carbide", *Journal of Materials Processing Technology,* Vol. 209, pp. 5830-5836, (2009).
7. Song, Y., Nezu, K., Park, C.-H. and Moriwaki, T., "Tool wear control in single-crystal diamond cutting of steel by using the ultra-intermittent cutting method", *International Journal of Machine Tools and Manufacture,* Vol. 49, pp. 339-343, (2009).
8. Zhou, Z., Zhang, Y., Li, X. and Sun, B., "Application of gas-fluid atomization technology in

ultrosonic vibration cutting titanium alloy workpiece", *Acoustical Physics,* Vol. 55, pp. 925-928, (2009).

9. Ostasevicius, V., Gaidys, R., Rimkeviciene, J. and Dauksevicius, R., "An approach based on tool mode control for surface roughness reduction in high-frequency vibration cutting", *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 329, pp. 4866-4879, (2010).
10. Shamoto, E. and Moriwaki, T., "Study on Elliptical Vibration Cutting", CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 43, pp. 35-38, (1994).
11. Shamoto, E. and Moriwaki, T., "Ultaprecision Diamond Cutting of Hardened Steel by Applying Elliptical Vibration Cutting", CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 48, pp. 441-444, (1999).
12. Shamoto E, Moriwaki, T., "Ultra-precision Ductile Cutting of Glass by Applying Ultra-sonic Elliptical Vibration Cutting", Proceedings of 1st International Conference and General Meeting of EUSPEN, pp. 408-411,5 sep., (1999).
13. Suzuki, N., Haritani, M., Yang, J., Hino, R. and Shamoto, E., "Elliptical Vibration Cutting of Tungsten Alloy Molds for Optical Glass Parts", CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 56, pp. 127-130, (2007).
14. Gläbe, R., Brinksmeier, E., "Elliptical Vibration Cutting of Steel with Diamond Tools", LFM Laboratory for Precision Machining, University of Bremen, Bremen.
15. Moriwaki, T., Ma, C., Shamoto, E. and Wang, L., "Study of machining accuracy in ultrasonic elliptical vibration cutting", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 44, pp. 1305-1310, (2004).
16. Cerniway, M. A., "Elliptical Diamond Milling: Kinematics, Forces and Tool Wear", Department of Mechanical and Aerospace Engineering, North Carolina State University, (2001).
17. Suzuki, N., Shamoto, E. and Hino, R., "Analysis of 3D elliptical vibration cutting with thin shear plane model", CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 57, pp. 57-60, (2008).
18. Amini, S., Soleimanimehr, H., Nategh, M.J., Abudollah, A. and Sadeghi, M.H., "FEM analysis of ultrasonic-vibration-assisted turning and the vibratory tool", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 20, pp. 43-47, (2007).
19. Amini, S., Soleimanimehr, H. and Nategh, M.J., "Application of DOE for modeling surface roughness in ultrasonic vibration turning", *Journal of Mechanics*, (2009).
20. http://www. matweb .com, (2014).

بررسی اثرات تلفیق قطرات در جریان‌های بخار چگالشی*

اسماعیل لکزیان[۱] سیما شعبانی[۲]

چکیده *جریان‌های چگالشی درون نازل‌ها و پره‌های توربین‌های بخار همواره موضوع بسیاری از پژوهش‌ها می‌باشد. ایجاد فاز مایع در جریان بخار باعث تغییرات قابل‌ملاحظه‌ای در جریان می‌گردد. آزاد شدن ناگهانی گرمای نهان در جریان مافوق‌صوت بخار به‌علت جوانه‌زایی قطرات مایع و تغییر فاز باعث ایجاد پدیدهٔ مهم شوک چگالش یا میعان می‌شود. مدل‌سازی این‌گونه جریان‌ها که بخار به‌علت خارج شدن از حالت تعادل، ابتدا مافوق سرد و سپس به فاز مایع تبدیل می‌شود، بسیار پیچیده است و عدم قطعیت‌های متعددی کماکان وجود دارد. یکی از مواردی که می‌تواند مدل‌سازی این‌گونه جریان‌های دوفازی را کامل کند، بحث تلفیق یا چسبیدن قطرات مایع می‌باشد که در این تحقیق مدل تلفیق مناسب به‌روش تحلیلی (ریاضی) یک‌بعدی آدیاباتیک برای اولین بار اضافه می‌شود. در کانال‌های هم‌گرا- واگرای مافوق صوت که جریان از یک منبع ساکن به‌صورت یونیفرم (یکنواخت) منبسط می‌شود، عوامل به‌وجود آمدن تلفیق به‌مانند توربولنسی(از جمله به‌علت جوانه‌زایی و شوک میعان و ارتعاشات تجهیزات آزمایشگاهی) هر چند محدود می‌توانند وجود داشته باشند. در این تحقیق پدیدهٔ تلفیق با استفاده از مدل پرینس و بلنچ در سه نازل هم‌گرا- واگرا شبیه‌سازی می‌شود. نسبت فشار و شعاع قطره در هر سه نازل با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند و اعتبارسنجی انطباق خوبی را نشان می‌دهد. به‌طوری که در هر سه نازل با در نظر گرفتن تلفیق، شعاع قطرات نسبت به حالت بدون تلفیق افزایش یافته و به مقادیر تجربی نزدیک‌تر شده است.*

واژه‌های کلیدی جریان‌های چگالشی، تلفیق، نازل هم‌گرا-واگرا، شعاع قطرات.

Investigation of the Effects of Droplet Coalescence on the Wet Steam Flows

E. Lakzian S. Shaabani

Abstract *Condensing flows in nozzles and blades of steam turbines have always been the subject of many studies. Creation of liquid phase in vapor causes significant changes in the flow. Sudden release of latent heat in supersonic steam flow due to nucleation of liquid droplets and phase change causes the important phenomenon of condensation shock. Modeling of such flows is complex because the vapor gets out of equilibrium and becomes super-cooled then turns into liquid phase. However, there are still many uncertainties. One of the items that can complete the modeling of such flows is coalescence or combination of liquid droplets. A suitable coalescence model is added to the adiabatic 1D analytical method for the first time in this research. In supersonic convergent- divergent nozzles which the flow expands from a static source uniformly, there are factors of occurring coalescence like turbulence but they are limited. In this research, coalescence is simulated in three converging- diverging nozzles by using Prince & Blanch's model. Pressure ratio and droplet radius are compared with experimental result and showing a good agreement. Considering coalescence in these three nozzles shows that the radius of droplets are increased and approaching to experimental data.*

Key Words Condensing flows, Coalescence, Convergent-divergent nozzle, Radius of droplets

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۳/۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۱/۳۰ می‌باشد.

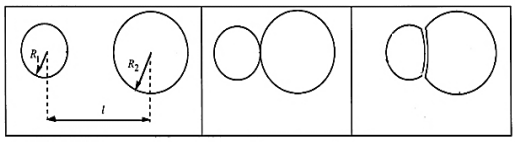
(۱) نویسندهٔ مسئول، استادیار، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری. es.lakzian@gmail.com

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری.

مقدمه

هم‌زمان با پیشرفت توربین‌های بخار و استفاد وسیع‌تر از آن‌ها، پدیدهٔ چگالش و حضور فاز مایع در طبقات کم‌فشار توربین تبدیل به یکی از مشکلات اساسی در طراحی و بهره‌برداری شده است [1, 2]. ایجاد فاز مایع در توربین باعث خساراتی از جمله خوردگی و فرسایش پره‌های توربین، کاهش راندمان توربین و تغییر مشخصه‌های آیرودینامیکی و ترمودینامیکی جریان می‌شود. بنابراین بررسی چنین جریان‌هایی امری لازم می‌باشد [3, 4, 5]. عمدهٔ این تغییرات در اثر وقوع چهار پدیدهٔ اصلی جوانه‌زایی، رشد قطرات، تلفیق قطرات و شکست قطرات است. تاکنون در مطالعات جریان چگالشی فقط پدیده‌های جوانه‌زایی و رشد قطرات مورد بررسی قرار گرفته‌اند [6, 7].

از آن‌جا که به‌دلیل کوچک بودن اندازهٔ قطرات امکان وقوع پدیدهٔ شکست قطرات در چنین جریان‌هایی بسیار کاهش می‌یابد، در این مقاله فقط پدیدهٔ تلفیق بررسی می‌شود. تلفیق پدیده‌ای است که در آن دو یا تعداد بیشتری از ذرات با هم ترکیب می‌شوند و یک ذرهٔ بزرگ‌تر را به‌وجود می‌آورند [8]. پدیدهٔ تلفیق بین دو ذره در شکل (۱) ارائه شده است.



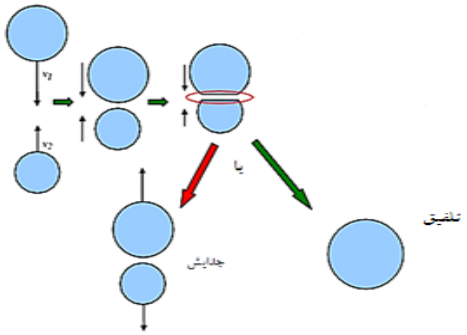
شکل ۱ نزدیک شدن و تغییرشکل دو ذره طی پدیدهٔ تلفیق

تغییرات زمانی تراکم تعداد ذرات در یک سیستم با معادلهٔ معروف موازنهٔ جمعیتی (Population Balance Equation: PBE) توصیف می‌شود. در این معادله، تغییر در توزیع تراکم ذرات به‌صورت نابودی و به‌وجود آمدن جمعیت ذرات به‌علت پدیده‌های تلفیق و شکست ظاهر می‌شود. بنابراین معادلهٔ بقا وابسته به فرکانس‌های تلفیق و شکست ذرات سیال خواهد بود [9]. مدل کردن فرکانس تلفیق ذرات بسیار دشوار است و براساس دانستن فرکانس برخورد و راندمان تلفیق می‌باشد. بدین منظور مدل‌های مختلفی برای تعیین فرکانس برخورد و راندمان تلفیق ارائه شده‌اند [9, 10, 11, 12, 13]. در تمامی این مدل‌ها، تماس و برخورد اساس تلفیق است [9].

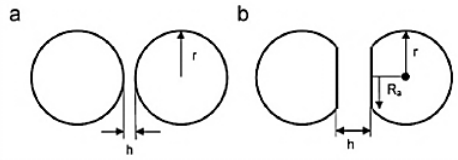
برخوردها ممکن است از حرکت تصادفی (ناگهانی) ذرات در اثر نوسانات توربولانسی نتیجه شوند که در این زمینه مدل‌های فرکانس برخورد کاریکا [14]، کولین [15]، پرینس و بلنچ [16]، ونگ [17,18] موجود هستند.

در این تحقیق از مدل فرکانس برخورد پرینس و بلنچ استفاده شده است. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که فقط تعدادی از برخوردها منجر به تلفیق می‌شوند، درحالی که اکثر ذرات برخوردکننده بعد از برخورد از یکدیگر جدا می‌شوند [19, 20] در شکل (۲) مشاهده می‌شود که بعد از برخورد ذرات دو احتمال وجود دارد؛ تلفیق صورت بگیرد و یا از یکدیگر جدا شوند، به‌همین دلیل باید راندمان تلفیق معرفی شود.

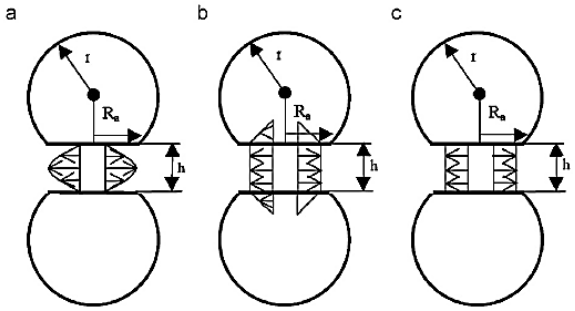
برای محاسبهٔ راندمان تلفیق، مدل تخلیهٔ فیلم ارائه شده است. براساس نظریهٔ لی و هودگسان [9]، رژیم‌های مختلف تخلیهٔ فیلم بین قطرات بر مبنای سختی سطوح ذره (سطوح تغییرناپذیر و سطوح تغییرپذیر) و متحرک بودن سطوح تماس (غیرمتحرک، با تحرک جزئی، کاملاً متحرک) قابل تشخیص هستند (شکل ٤ و۳).



شکل ۲ نمایش پدیدهٔ تلفیق



شکل۳ (a) سطوح تغییرناپذیر (b) سطوح تغییرپذیر



شکل٤ (a) سطوح مشترک غیرمتحرک (b) سطوح مشترک با تحرک جزئی
(c) سطوح مشترک کاملاً متحرک

سطوح تغییرناپذیر (Non-deformable). در این حالت مدل‌های جفری و دیویس، دیویس و همکاران و چسترز موجود هستند [22 ,21]. در این مدل‌ها فرض شده است که ذرات به‌صورت کره‌های سخت رفتار می‌کنند. اما در بیشتر موارد باید تغییرشکل سطح قطرات در مدت برخورد لحاظ شود، بدین منظور اکثراً سطوح ذرات تغییرپذیر (Deformable) درنظر گرفته شده‌اند و براساس متحرک بودن سطوح تماس به سه دستهٔ زیر تقسیم می‌شوند:

- ذرات تغییرپذیر با سطوح مشترک غیرمتحرک (Immobile). در این حالت تخلیهٔ فیلم فقط توسط نیروهای ویسکوز کنترل می‌شود و فیلم از بین این سطوح صلب به‌صورت یک جریان آرام خارج می‌شود. پروفیل سرعت در فیلم به‌صورت هذلولی شکل و بدون لغزش در سطح است. در این زمینه مدل‌های مک‌کای و میسون، چسترز، واگون-اسلاتری و لی موجود هستند [22, 23].
- ذرات تغییرپذیر با تحرک جزئی سطوح مشترک (Partially mobile). تقریب بدون تحرک بودن سطح فیلم فقط برای سیستم‌های با ویسکوزیته بالای فاز پراکنده قابل استفاده است. در اکثر سیستم‌ها تخلیهٔ فیلم غالباً توسط حرکت سطح فیلم کنترل می‌شود. در این زمینه مدل‌های تی‌سوریس و تاولاریدس، واگون و اسلاتری موجود هستند [24].
- ذرات تغییرپذیر با سطوح مشترک کاملاً متحرک (Fully mobile). در این حالت فرآیند تخلیه توسط نیروی اینرسی و نیروی ویسکوز کنترل می‌شود. در این زمینه مدل‌های پرینس و بلنچ، چسترز، لی موجود هستند [22, 16].

در این پژوهش به‌علت سرعت بالای قطرات، اینرسی نقش مهمی دارد و بنابراین از حالت تخلیهٔ فیلم ذرات با سطوح مشترک کاملاً متحرک و مدل پرینس و بلنچ برای محاسبهٔ راندمان تلفیق استفاده می‌شود.

معادلات حاکم

در جریان بخار مرطوب، قطرات خواص خود را در اثر

پدیده‌های مختلفی مانند تلفیق(Coalescence)، شکست (Breakage)، جوانه‌زایی(Nucleation)، رشد (Growth) تغییر می‌دهند [9]. هدف اصلی در این پژوهش، بررسی پدیدهٔ تلفیق بین قطرات شکل گرفته طی پدیده جوانه‌زایی در نازل‌های هم‌گرا- واگرا به‌صورت یک‌بعدی می‌باشد. طی پدیدهٔ تلفیق تعداد ذرات کاهش می‌یابد، درحالی که جرم ثابت باقی می‌ماند [8]. تغییرات زمانی تراکم تعداد ذرات در یک سیستم با معادلهٔ معروف موازنهٔ جمعیتی (PBE) که توسط هولبرت و کتز توسعه یافته است، این‌گونه توصیف می‌شود [9, 25]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = S_b + S_c \qquad (۱)$$

در رابطهٔ (۱)، N تعداد قطرات بر واحد حجم است و جملات S_b و S_c به‌ترتیب ترم‌های چشمهٔ مربوط به پدیده‌های شکست و تلفیق است که در رابطهٔ (۲) ارائه شده اند:

$$\begin{aligned} S_b &= \int_d^{\infty} m(d_i)\beta(d,d_i)\Omega(d_i)\,N(d_i,t)d(d_i) \\ &\quad -\Omega(d)\,N(d,t) \\ S_c &= (\frac{1}{2}\int_0^{V} \lambda(V-V_1,V_1)h(V-V_1,V_1)\times \\ &\quad N(V-V_1,t)N(V_1,t)d(V_1)) - \\ &\quad (N(V,t)\times\int_0^{\infty}\lambda(V,V_1)h(V,V_1)\times \\ &\quad N(V_1,t)d(V_1)) \end{aligned} \qquad (۲)$$

در رابطهٔ (۲)، d و V به‌ترتیب قطر و حجم قطرات است و Ω فرکانس شکست، β احتمال شکست، m تعداد قطرات، h فرکانس برخورد و λ راندمان تلفیق می‌باشند.

پدیدهٔ تلفیق بین ذرات سیال موضوع بسیاری از پژوهش‌های تئوری و تجربی در طی دهه‌های اخیر بوده است. مدل‌های مختلفی برای تعیین فرکانس برخورد $h(V-V_1, V_1)$ و راندمان تلفیق $\lambda(V-V_1, V_1)$ ارائه شده‌اند [9, 10, 11, 12, 13]. در این پژوهش از فرمول پرینس و بلنچ برای تعیین فرکانس برخورد استفاده شده است که به‌صورت زیر می‌باشد:

$$h(d_1,d_2) = c_1(d_1+d_2)^2(d_1^{2/3}+d_2^{2/3})^{1/2}\varepsilon^{1/3} \qquad (۳)$$

که در رابطهٔ (۳) مقدار c_1 در بازهٔ (۱/۱۱-۰/۲۸) انتخاب می‌شود. هم‌چنین برای تعیین راندمان تلفیق نیز از فرمول پرینس و بلنچ استفاده شده است که به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda(d_1,d_2) = \exp(-c_2\frac{\rho_c^{1/2}r_{eq}^{5/6}\varepsilon^{1/3}}{\sigma^{1/2}}) \qquad (٤)$$

در رابطهٔ (٤) مقدار c_2، ۲/۳ و ρ_c چگالی هوا، σ کشش سطحی و r_{eq} شعاع معادل قطرات می‌باشد که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$r_{eq} = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\right]^{-1} \qquad (٥)$$

در روابط (۳و ٤)، ε نرخ اتلاف انرژی است و با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود [26]:

$$\varepsilon = \frac{U^3}{2\sqrt{2}H} \qquad (٦)$$

که در رابطهٔ (٦)، U سرعت سیال و H ارتفاع نازل است.

چون تمام برخوردها به تلفیق منجر نمی‌شوند، مفهوم راندمان تلفیق معرفی می‌شود. بنابراین فرکانس تلفیق $\Gamma(V-V_1, V_1)$ توسط فرکانس برخورد $h(V-V_1, V_1)$ و راندمان تلفیق $\lambda(V-V_1, V_1)$ تعیین می‌شود [9]:

$$\Gamma = h\lambda \qquad (۷)$$

روش عددی

روش عددی حل معادلات حاکم بر پدیدهٔ تلفیق. روش‌های مختلفی برای حل معادلهٔ PBE ارائه شده است. در این پژوهش فرکانس تلفیق با به‌کارگیری روش اسکات به‌صورت زیر تعریف می‌شود [27]:

$$\Gamma(V_1, V_2) = b(V_1 + V_2) \qquad (۸)$$

ابتدا تعریفی برای N(t)، تعداد کل قطرات بر واحد حجم در یک زمان مشخص با در نظر گرفتن تلفیق، ارائه می‌شود:

$$N(t) = N_0(1-\tau) \qquad (۹)$$

در رابطهٔ (۹)، N_0 تعداد اولیهٔ قطرات بر واحد حجم است و پارامتر τ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = bN_0V_0t$$
$$\tau = 1 - e^{-T} \qquad (۱۰)$$

در رابطهٔ (۱۰)، t زمان، T زمان بی‌بعد و V_0 حجم اولیهٔ قطرات است و b با توجه به رابطهٔ (۸) این‌گونه تعیین می‌شود:

$$b = \frac{\Gamma(V_1,V_2)}{(V_1+V_2)} \qquad (۱۱)$$

بنابراین با استفاده از رابطهٔ (۹) تعداد کل قطرات بر واحد حجم در یک زمان مشخص به‌دست می‌آید و با داشتن تعداد قطرات می‌توان شعاع آن‌ها را محاسبه کرد.

لازم به یادآوری است که در این پژوهش معادلات حاکم بر پدیده‌های جوانه‌زایی و رشد قطرات در بخار با معادلات بقا در دینامیک گاز ترکیب می‌شوند و سیستم معادلات حاصل با در نظر گرفتن معادلات حاکم بر پدیدهٔ تلفیق به‌صورت عددی حل می‌گردد [1].

روش حل معادلات اصلی دینامیک گاز

تنظیم معادلات اصلی دینامیک گاز جریان. فرض کنید جریان یکنواخت و یک‌بعدی بخار- مایع از میان المان جزئی به طول Δx در امتداد محور کانال عبور می‌کند. چنان‌چه در طول فاصله جزئی Δx سطح مقطع جریان، فشار، دانسیته بخار، درجهٔ حرارت فاز بخار و مایع، نرخ جریان جرمی بخار و مایع و سرعت فازهای بخار و مایع به‌ترتیب از: A، P، ρ_G، T_G، T_L، W_G، W_L، U_G و U_L به A+dA، P+dP، $\rho_G + d\rho_G$، T_G+dT_G، T_L+dT_L، W_G+dW_G، W_L+dW_L، U_G+dU_G و U_L+dU_L تغییر نمایند، معادلات جریان می‌توانند نوشته شوند. این معادلات با استفاده از روش استاندارد رانگ- کوتا انتگرال‌گیری می‌شوند. بنابراین حل معادلات جریان بستگی به ارزیابی W_L و dW_L دارد.

ترکیب عبارات جریان مایع با معادلات اصلی جریان. معادلات اصلی جریان با استفاده از روش رانگ - کوتا می‌توانند انتگرال‌گیری شوند. اما معادلات مربوط به W_L و dW_L در شرایط فشار و درجه حرارت ثابت بخار انتگرال‌گیری می‌شوند. در حالی که این شرایط در فاصلهٔ Δx از المان مفروض تغییر می‌کنند. بنابراین برای بالا بردن دقت محاسبات انتگرال‌گیری، مراحل زیر انجام می‌گیرد:

(۱) با فرض این‌که فشار و درجهٔ حرارت بخار ثابت و مقادیر آن‌ها برابر با P و T_G در ورود به المان مورد نظر باشد، معادلات رشد قطره انتگرال‌گیری شده و مقادیر تقریبی برای W_Lو dW_L تعیین می‌شوند.

(۲) با استفاده از مقادیر تقریبی اولیه برای W_Lو dW_L معادلات جریان روی المان مورد نظر انتگرال‌گیری شده و تقریب اولیه برای شرایط خروجی $(P+dP)_1$ و $(T_G+dT_G)_1$ به‌دست می‌آید.

(۳) با پذیرفتن $(P+dP)_1$ و $(T_G+dT_G)_1$ برای شرایط

متوسط بخار، معادلات رشد قطره به‌منظور تعیین مقادیر جدید W_Lو dW_L مجدداً روی المان مورد نظر انتگرال‌گیری می‌شوند.

(٤) متوسط مقادیر W_L و dW_L محاسبه شده در مراحل (١ و ٣) تعیین می‌گردد و به‌عنوان مقادیر نشان دهنده این کمیت‌ها روی المان پذیرفته می‌شوند.

(٥) با استفاده از این مقادیر معادلات جریان یک بار دیگر انتگرال‌گیری می‌شوند و مقادیر نهایی (P+dP) و (T_G+dT_G) تعیین می‌شوند.

(٦) مقدار درجه حرارت قطره متناسب با شعاع آن در شرایط (P+dP) و (T_G+dT_G) به‌دست آمده از مرحلهٔ فوق، محاسبه می‌شود تا اطمینان کامل از سازگاری تمام خواص در خروجی المان مورد نظر حاصل شود. سپس تمام خواص سیال و متغیرهای جریان در خروج از المان به‌عنوان شرایط اولیه آن‌ها در ورود به المان بعد محاسبه می‌شوند.

هندسه و شرایط مرزی ورودی

هندسه‌های مورد بررسی در این پژوهش نازل‌های هم‌گرا- واگرای مور نوع A و B [28] و نازل ٢ کرول [29,30] می‌باشند. شرایط مرزی ورودی برای سه نازل مذکور در جدول (١) آورده شده است.

جدول ١ شرایط مرزی ورودی [28, 29, 30]

نوع نازل	P_{0in}(kPa)	T_{0in}(K)
مور B	٢٥	٣٥٧/٦
مور A	٢٥	٣٥٤/٦
نازل ٢ کرول	٢٩٤	٤٥٣

نتایج و بحث

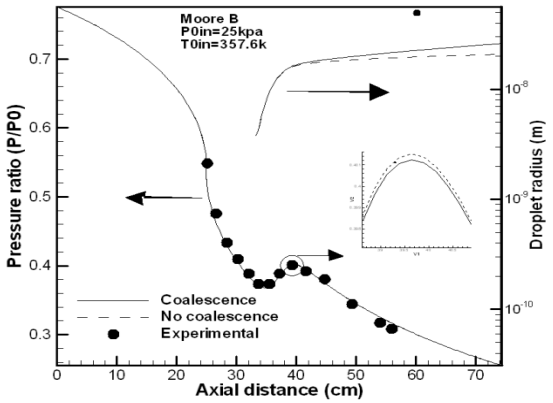
در این قسمت نتایج حل عددی برای متغیرهای مهم جریان روی خط مرکزی نازل مورد بررسی قرار می‌گیرند و نتایج حالت با تلفیق و بدون تلفیق مقایسه می‌شوند.

در شکل‌های (٧-٥) شعاع متوسط قطرات در حالت تلفیق و بدون تلفیق با مقدار تجربی [28-30] برای هر سه نازل مقایسه گردیده است. طی پدیدهٔ تلفیق دو یا تعداد بیشتری از ذرات با هم ترکیب می‌شوند و یک ذرهٔ بزرگ‌تر را به‌وجود می‌آورند، بنابراین شعاع متوسط قطرات افزایش و تعداد آن‌ها کاهش می‌یابد. با توجه به شکل‌های (٧-٥) مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن پدیدهٔ تلفیق، شعاع متوسط قطرات نسبت به حالت بدون تلفیق به‌ترتیب به میزان ٢٥ درصد برای نازل مور B، ٥٨ درصد برای نازل مور A و ١٠ درصد برای نازل ٢ کرول افزایش یافته و به میزان تجربی نزدیک‌تر شده است.

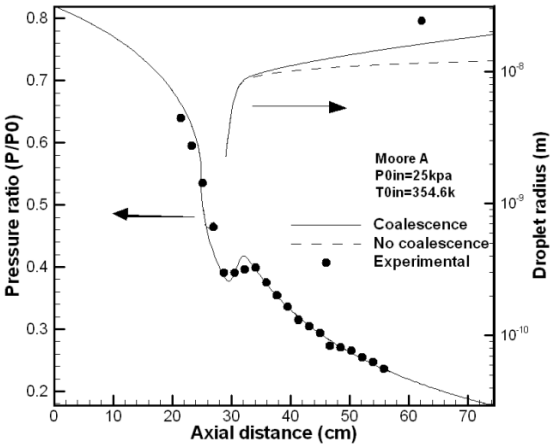
هم‌چنین در شکل‌های (٧-٥) مشاهده می‌شود که توافق مطلوبی بین نتایج عددی حاصل با داده‌های تجربی توزیع فشار و شعاع قطرات وجود دارد. لازم به یادآوری است که در نازل‌های هم‌گرا- واگرای مافوق‌صوت مورد نظر با این‌که جریان از یک منبع ساکن به‌صورت یونیفرم (یکنواخت) منبسط می‌شود با این‌حال عوامل به‌وجود آمدن تلفیق مانند توربولنسی (از جمله به‌علت جوانه‌زایی، شوک میعان و ارتعاشات تجهیزات آزمایشگاهی) می‌توانند وجود داشته باشند.

با توجه به این‌که نتایج عددی نسبت فشار و شعاع قطره برای هر سه نازل با نتایج تجربی توافق خوبی دارند و هم‌چنین به‌دلیل مشابه بودن نتایج برای هر سه نازل، در ادامه فقط نتایج مربوط به نازل مور B آورده می‌شود و باید توجه داشت که نتایج دو نازل دیگر مشابه با نتایج حاصل شده برای نازل مور B هستند.

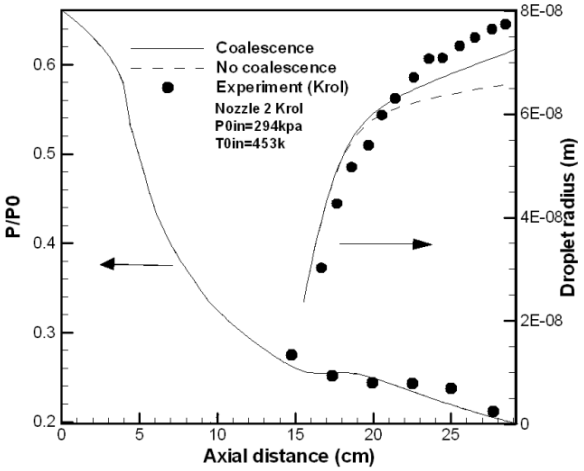
شعاع و تعداد قطرات. در شکل (٨) مشاهده می‌شود که در انتهای نازل مور B شعاع قطرات نسبت به حالت بدون تلفیق افزایش و تعداد آن‌ها نسبت به حالت بدون تلفیق کاهش می‌یابد.



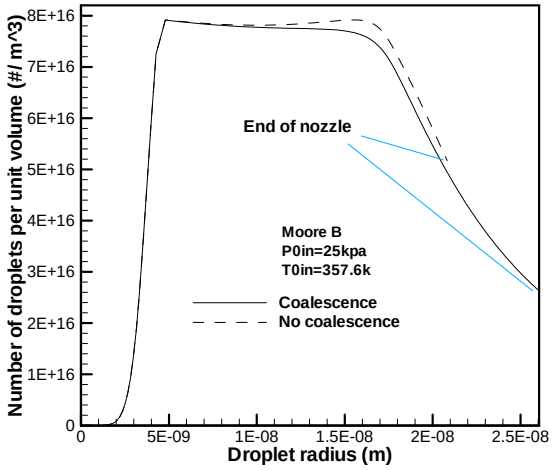
شکل ۵ توزیع فشار و شعاع متوسط قطرات در دو حالت با تلفیق و بدون تلفیق و مقایسه با حالت تجربی برای نازل مور B [28]



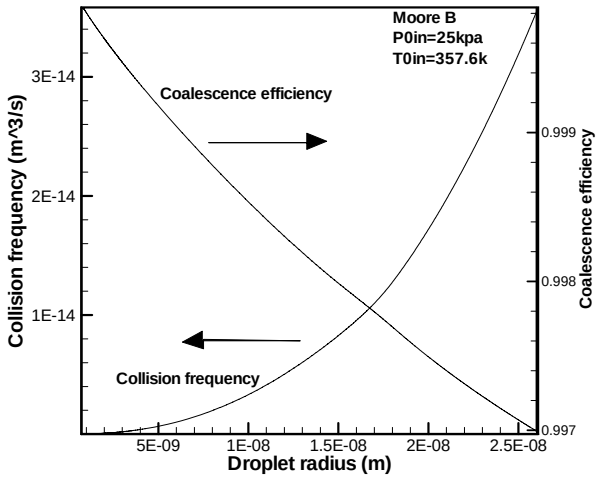
شکل ٦ توزیع فشار و شعاع متوسط قطرات در دو حالت با تلفیق و بدون تلفیق و مقایسه با حالت تجربی برای نازل مور A [28]



شکل ۷ توزیع فشار و شعاع متوسط قطرات در دو حالت با تلفیق و بدون تلفیق و مقایسه با حالت تجربی برای نازل ۲ کرول [29,30]



شکل ۸ تعداد قطرات بر واحد حجم بر حسب شعاع قطره برای دوحالت باتلفیق و بدون تلفیق برای نازل مور B [28]



شکل ۹ تغییرات فرکانس برخورد و راندمان تلفیق با شعاع قطره برای نازل مور B [28]

فرکانس برخورد و راندمان تلفیق. در این پژوهش از فرمول فرکانس برخورد پرینس و بلنچ استفاده شده است. با توجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع قطرات و در نتیجه کاهش فاصلهٔ متوسط بین آن‌ها، فرکانس برخورد افزایش می‌یابد. با استفاده از رابطهٔ (۳) نیز این نتیجه تأیید می‌شود.

در این پژوهش برای محاسبهٔ راندمان تلفیق، از فرمول پرینس و بلنچ استفاده شده است. با توجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که راندمان تلفیق با افزایش شعاع قطرات کاهش می‌یابد. با استفاده از رابطهٔ (٤) نیز این نتیجه تأیید می‌شود.

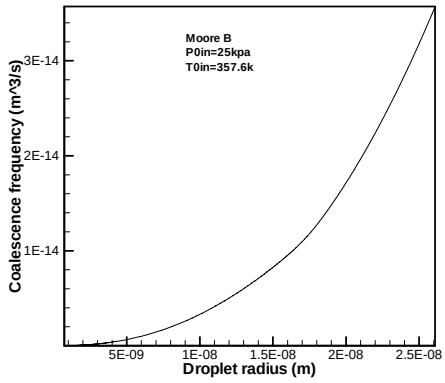
فرکانس تلفیق. از ترکیب فرکانس برخورد و راندمان تلفیق، فرکانس تلفیق به‌دست می‌آید. با توجه به رابطهٔ (۷) فرکانس تلفیق با شعاع قطرات نسبت مستقیم دارد. بنابراین انتظار می‌رود که با افزایش شعاع قطرات، فرکانس تلفیق افزایش یابد. شکل (۱۰) نیز این نتیجه را تأیید می‌کند. با توجه به شکل (۱۰) با افزایش شعاع قطرات، فرکانس تلفیق افزایش می‌یابد و در یک بازهٔ زمانی یکسان حجم بیشتری از قطرات (با شعاع بزرگ‌تر

نسبت به قطرات با شعاع کوچک‌تر) به یکدیگر می‌چسبند و تلفیق صورت می‌گیرد. بنابراین با وجود تأثیرات کم تلفیق قطرات برای شرایط استفاده شده، هنگامی که قطرات درشت‌تر باشند، اثرات تلفیق بیشتر است و تأثیر بیشتری بر روی پارامترهای جریان می‌گذارد.

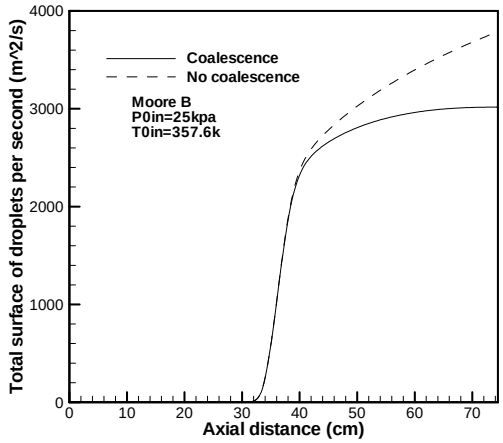
نرخ جوانه‌زایی. با درنظر گرفتن پدیدهٔ تلفیق سطح مؤثر قطرات نسبت به حالت بدون تلفیق کاهش می‌یابد (شکل۱۱). هنگامی که انرژی گیبس سیستم ماکزیمم (حداکثر ناپایداری) است؛ بخار، انرژی گیبس خود را از طریق تشکیل قطرات مایع (جوانه‌زایی و تقطیر بر روی سطح قطرات قدیمی) آزاد می‌کند و سیستم به حالت پایدار می‌رسد. با درنظر گرفتن تلفیق، سطح کمتری از قطرات قدیمی برای تقطیر در اختیار بخار قرار دارد. در نتیجه کاهش انرژی گیبس فقط از طریق جوانه‌زایی می‌باشد (تقطیر به علت سطح کوچک‌تر نقش کم‌تری دارد) بنابراین نرخ جوانه‌زایی نسبت به حالت بدون تلفیق افزایش می‌یابد اما میزان این افزایش بسیار ناچیز است. همان‌گونه که در شکل (۱۲) بزرگنمایی شده.

فشار بخار و نسبت فشار. با پایان ناحیهٔ جوانه‌زایی قطرات وارد ناحیهٔ رشد قطرات (ناحیه‌ای که به‌علت کم بودن میزان جوانه‌زایی می‌توان از جوانه‌زایی صرف‌نظر کرد) می‌شوند. مولکول‌های بخار پس از برخورد به قطرات و تقطیر بر روی آن‌ها گرمای نهان خود را به قطرات می‌دهند. اما از آن‌جایی که سطح کل قطرات نسبت به حالت بدون تلفیق کوچک‌تر شده است (شکل ۱۱) در بازگشت گرما به بخار اطراف، قطرات تبادل حرارتی کمتری با بخار دارند و بیشتر گرمای دریافتی را در خود نگه می‌دارند، بنابراین دمای قطرات نسبت به حالت بدون تلفیق افزایش و دمای بخار کاهش می‌یابد. هم‌چنین در جریان مافوق صوت اگر به جریان گرما داده شود، فشار افزایش می‌یابد (جریان رایلی) [31]. با در نظر گرفتن تلفیق، قطره تبادل حرارتی کمتری با بخار اطراف دارد (طبق توضیحات بالا) و گرمای کمتری نسبت به حالت بدون تلفیق به جریان داده می‌شود. بنابراین طبق جریان رایلی، در ناحیهٔ بعد از شوک چگالش افزایش فشار در حالت تلفیق نسبت به حالت بدون تلفیق کمتر است (شکل ۵).

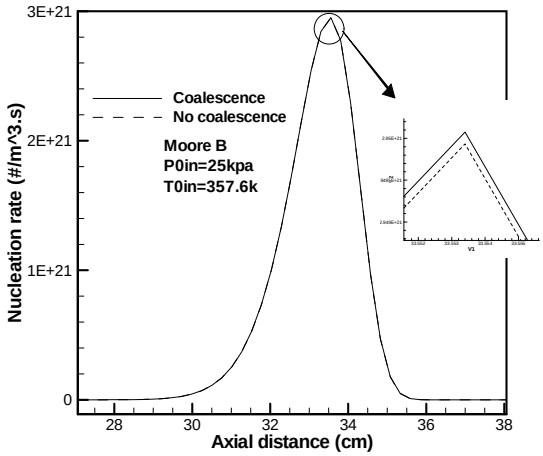
کسر رطوبت. همان‌طور که در شکل (۱۳) مشاهده می‌شود در انتهای نازل مور B با در نظر گرفتن تلفیق میزان رطوبت نسبت به حالت بدون تلفیق ۰/۵ درصد کاهش می‌یابد. چون در حالت تلفیق نسبت به حالت بدون تلفیق سطح مقطع کمتری برای رشد در اختیار بخار قرار دارد، بنابراین میزان رطوبت کاهش یافته است.



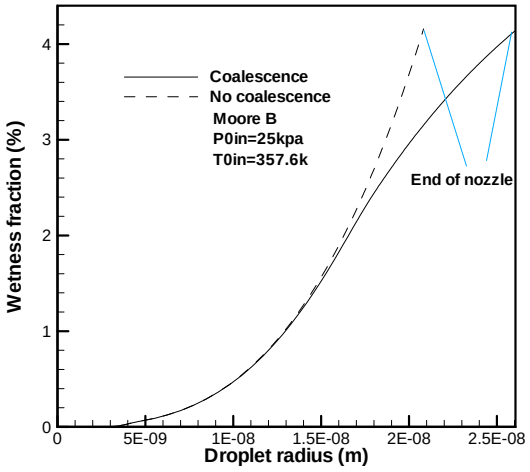
شکل ۱۰ تغییرات فرکانس تلفیق با شعاع قطره برای نازل مور B



شکل ۱۱ مقایسهٔ سطح مؤثر قطرات در دو حالت با تلفیق و بدون تلفیق برای نازل مور B



شکل ۱۲ مقایسهٔ نرخ جوانه‌زایی در دو حالت با تلفیق و بدون تلفیق برای نازل مور B



شکل ۱۳ کسر رطوبت بر حسب شعاع قطره برای دوحالت باتلفیق و بدون تلفیق برای نازل مور B

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پدیدهٔ تلفیق بین قطرات در سه نازل هم‌گرا-واگرا به روش یک‌بعدی شبیه‌سازی شد و نتایج حاصل با حالت بدون تلفیق مقایسه شده‌اند. نسبت فشار و شعاع قطره در هر سه نازل با نتایج تجربی مقایسه گردید و اعتبارسنجی انطباق خوبی را نشان داد، به‌طوری که شعاع متوسط قطرات با در نظر گرفتن تلفیق نسبت به حالت بدون تلفیق افزایش می‌یابد و در نتیجه به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌شود. هم‌چنین با در نظر گرفتن تلفیق نسبت به حالت بدون تلفیق؛ تعداد قطرات، سطح مؤثر قطرات، نرخ جوانه‌زایی، شدت شوک چگالش و میزان رطوبت انتهایی به‌ترتیب کاهش، کاهش، افزایش، کاهش و کاهش می‌یابند. در شرایط این پژوهش به‌خاطر کوچک بودن شعاع قطرات اثرات تلفیق بر روی پارامترهای جریان بیشتر به‌صورت کیفی مورد بررسی قرار گرفته‌اند که در صورت درشت‌تر بودن شعاع قطرات، اثرات تلفیق بیشتر است و تغییرات بیشتری بر روی پارامترهای جریان ایجاد می‌کند. بنابراین در نظر گرفتن پدیدهٔ تلفیق و داشتن نتایج دقیق‌تر از شعاع قطره و میزان رطوبت، می‌تواند باعث بهبود طراحی پره‌های توربین و پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار جریان در این پره‌ها و اتخاذ روش‌هایی برای کاهش اتلافات گردد.

مراجع

1. Mahpeykar, M.R., Lakzian, E., Amirirad, E., "Reduction of Thermodynamic Losses in a Supersonic Nucleating Steam Nozzle by Spraying Water Droplets", Scientia Iranica, Vol. 16, pp. 253-262, (2009).
2. Bakhtar, F., Mahpeykar, M.R., "On the performance of a cascade of turbine rotor tip section blading in nucleating steam Part 3: theoretical treatment", Proc Instn Mech Engrs, Vol. 211, pp. 195-210, (1997).
3. Mahpeykar, M.R., Bakhtar, F., Abbas, K.K., "An Investigation of Nucleating Flows of Steam In a Cascade of Turbine Blading -Theoretical Treatment", Transactions of ASME Journal of Fluid Engineering, Vol. 117, pp. 138-144, (1995).
4. Lakzian, E., Masjedi, A., "Slip effects on the exergy loss due to irreversible heat transfer in a condensing flow", International Journal of Exergy, Vol. 14, pp. 22-37, (2014).
5. Bakhtar, F., Mahpeykar, M.R., Mashmoushy, H., "Studies of nucleating and wet steam flows in two-dimensional cascades", Journal of Mechanical Engineering Science IMechE, Vol. 218, pp. 843-858, (2004).
6. Bakhtar, F., Young, J.B., White, A.J., Simpson, D.A., "Classical Nucleation Theory and Its Application to Condensing Steam Flow Calculations", Journal of the mechanical engineering science, Vol. 219, pp. 1315-1333, (2005).
7. Gerber, A.G., "Two-Phase Eulerian/ Lagrangian Model for Nucleating Steam Flow", Journal of Fluids Engineering, Vol. 124, pp. 465-475, (2002).
8. Hasan, N., Zakaria, Z., "Computational approach for a pair of bubble coalescence process", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 32, pp. 755-761, (2011).
9. Liao, Y., Lucas, D., "A literature review on mechanisms and models for the coalescence process of fluid particles", Chemical Engineering Science, Vol. 65, pp. 2851–2864, (2010).
10. Yeoh, G.H., Cheung, C.P., Tu**,** J.Y., "On the prediction of the phase distribution of bubbly flow in a horizontal pipe", Chemical engineering research and design, Vol. 90, pp. 40-51, (2012).
11. Mitre, J.F., Takahashi, R.S.M., RibeiroJr, C.P., Lage, P.L.C., "Analysis of breakage and coalescence models for bubble columns", Chemical Engineering Science, Vol. 65, pp. 6089–6100, (2010).

12. Crane, R.I., "Drop coalescence and deposition in turbulent wet steam pipe flows", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 3, pp. 13-20, (1982).
13. Lee, W., Son, G., "Numerical study of droplet impact and coalescence in a microline patterning process", Computers and Fluids, Vol. 42, pp. 26-36, (2011).
14. Carrica, P.M., "A polydisperse model for bubbly two-phase flow around a surface ship", International Journal of Multiphase Flow, Vol. 25, pp. 257-305, (1999).
15. Colin, C., "Turbulence and shear-induced coalescence in gas-liquid pipe flows", Fifth International Conference on Multiphase Flow (ICMF04), Vol. 4, Japan, (2004).
16. Prince, M.J., Blanch, H.W., "Bubble coalescence and break-up in air-sparged bubble columns", AIChE Journal, Vol. 36, pp. 1485-1499, (1990).
17. Wang, T.F., "Theoretical prediction of flow regime transition in bubble columns by the population balance model", Chemical Engineering Science, Vol. 60, pp. 6199-6209, (2005).
18. Wang, T.F., "Population balance model for gas-liquid flows: Influence of bubble coalescence and breakup models", Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol. 44, pp. 7540-7549, (2005).
19. Su˜nol, F., Gonzalez-Cinca, R., "Rise, bouncing and coalescence of bubbles impacting at a free surface", Colloids and Surfaces A, Vol. 365, pp. 36-42, (2010).
20. Zhao, H., Brunsvold, A., Munkejord, S., "Transition between coalescence and bouncing of droplets on a deep liquid pool", International Journal of Multiphase Flow, Vol. 37, pp. 1109-1119, (2011).
21. Davis, R.H., "The lubrication force between two viscous drops", Physics of Fluids A, Vol. 1, pp. 77–81, (1989).
22. Chesters, A.K., "The modeling of coalescence processes in fluid-liquid dispersions: A review of current understanding", Chemical Engineering Research and Design, Vol. 69, pp. 259–270, (1991).
23. Salim, A., Colin, C., Grah, A., Dreyer, M., "Laminar bubbly flow in an open capillary channel in microgravity", International Journal of Multiphase Flow, Vol. 36, pp. 707-719, (2010).
24. Tsouris, C., Tavlarides, L.L., "Breakage and coalescence models for drops in turbulent dispersions", AIChE Journal, Vol. 40, pp. 395–406, (1994).
25. Jo, D., Revankar, T., "Investigation of bubble breakup and coalescence in a packed-bed reactor – Part 1: A comparative study of bubble breakup and coalescence models", International Journal of Multiphase Flow, Vol. 37, pp. 995-1002, (2011).
26. Doering, C.R., Spiegel, E.A., Worthing, R.A., "Laminar and Turbulent Dissipation in Shear Flow with Suction", AIP Conference Proceedings, Vol. 502, American Institute of Physics, (2000).
27. Scott, W.T., "Analytic Studies of Cloud Droplet Coalescence", Journal of the atmospheric sciences, Vol. 25, pp. 54-65, (1967).
28. Kermani, M.J., Gerber, A.G., "A General Formula for The Evaluation of Thermodynamic and Aerodynamic Losses in Nucleating Steam Flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 3265–3278, (2003).
29. Hasril, H., Mohd. Zamri, Y., Norhazwani, A. M., "Numerical Modeling of Wet Steam Flow in Steam Turbine Channel", Centre for Advanced Computational Engineering, College of Engineering, University Tenaga Nasional, Malaysia, (2012).
30. Young, J.B., Bakhtar, F., "A Comparison between Theoretical Calculations and Experimental Measurements of Droplet Sizes in Nucleating Steam Flows", Department of Mechanical Engineering, University of Birmingham, (1976).
31. Zucker, R.D., "Fundamentals of Gas Dynamics", John Wiley and Sons Publication Inc., New Jersey, pp. 277-313, (2002).

بهینه‌سازی شبه‌سه‌بعدی یک مرحلهٔ کمپرسور محوری به‌کمک الگوریتم ژنتیک ترکیبی*

محسن سرگلزایی[۱] ابوالقاسم مسگرپور طوسی[۲] رسول عسکری[۳]

چکیده *هدف اصلی از طراحی کمپرسور افزایش بازده، نسبت افزایش فشار و کاهش وزن می‌باشد. این سه پارامتر به‌عنوان تابع هدف استفاده شده‌اند و با توجه به روش طراحی اتخاذ شده، محاسبه می‌شوند. در مقالهٔ حاضر طراحی با به‌کارگیری روش شبه‌سه‌بعدی انجام شده است. طراحی واقعی نیازمند قیدهای طراحی متناسب با فیزیک جریان است تا از به‌دست آوردن جواب‌های غیرمنطقی جلوگیری شود. برخی قیدها به‌منظور الزامات طراح به مسأله تحمیل می‌گردد. از الگوریتم ژنتیک ترکیبی با توجه به مزایایش در فضاهای پیچیده و غیرخطی برای بهینه‌سازی استفاده شده است. توزیع شعاعی چند پارامتر در نهایت بررسی می‌شود.*

واژه‌های کلیدی بهینه‌سازی، کمپرسور محوری، الگوریتم ژنتیک ترکیبی، طراحی شبه‌سه‌بعدی.

Optimization of one Stage Axial Compressor by using Quasi-Three Dimensional Design and Hybrid Genetic Algorithm

M. Sargolzaie A. Mesgarpour Tousi R. Askari

Abstract The *main design objective of axial compressor is the efficiency increasing, pressure ratio and weight loss. These three parameters are used as an objective function and they are computed according to adopted design procedures. In this paper, a design method is presented that named quasi-three-dimensional. Physical flow conditions are applied to design by some constraints to avoid irrational results. Some of these constraints help designer to impose considered requirements. In this paper, Hybrid Genetic Algorithm (HGA) is used for achieving the best design parameters that they construct a complex and non-linear design space. The radial distribution of several parameters is evaluated.*

Key Words Optimization, Axial Compressor, Hybrid Genetic Algorithm, Quasi-Three Dimensional Design.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۸/۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۳/٤/۲۱ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، پژوهشگاه هوافضا.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر. tousi@aut.ac.ir

(۳) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف.

مقدمه

طراحی اولیه کمپرسور براساس معادلات یک‌بعدی می‌باشد. واضح است که چنین معادلاتی باعث نادیده گرفته شدن بسیاری از پدیده‌های موجود در جریان می‌شود؛ اما برای داشتن تخمین اولیهٔ مناسب در محاسبات طراحی همواره این روش یک روش کارآمد بوده است. با توجه به دیده نشدن برخی پدیده‌ها در طراحی یک‌بعدی و هم‌چنین زمان‌بر بودن حل عددی معادلات سه‌بعدی، معمولاً در بهینه‌سازی از روش‌های دیگری مانند استفاده از شبکهٔ عصبی و یا معادلات طراحی شبه‌سه‌بعدی استفاده می‌شود.

در سال ۱۹۹۹ لی و همکاران [1] شروع به استفاده از الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی چند متغیرهٔ کسکید کمپرسور کردند. تابع هدفی که آن‌ها فرض نمودند، شامل افزایش نسبت فشار و افزایش زاویهٔ چرخش جریان و کاهش اتلاف کلی در کسکید با فرض سرعت ورودی پایین در شرایط جریان ورودی ثابت بود. آن‌ها از الگوریتم چند متغیرهٔ ژنتیک به‌همراه شبیه‌سازی تبرید برای به‌دست آوردن نقاط بهینه استفاده نمودند. در سال ۲۰۰۰ کیم و لی [2] روی بهینه‌سازی پره‌های یک مرحله کمپرسور محوری به‌همراه یک حل‌کنندهٔ سه‌بعدی معادلات نویر–استوکس کار نمودند. در این کار شکل پره به‌عنوان پارامتر متغیر در نظر گرفته شده و هدف بهینه نمودن بازده بود . در سال ۲۰۰۵ چِن و همکارانش [3] روی بهینه‌سازی یک مرحله کمپرسور محوری به‌صورت چند متغیره کار کردند. در این کار سه پارامتر کاهش وزن، کاهش اتلاف کلی و افزایش ضریب فشار به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته شد. این بهینه‌سازی با فرض ثابت بودن شکل ایرفویل و متغیر بودن مشخصات جریان در طراحی یک‌بعدی کمپرسور انجام شد. در سال ۲۰۰۵ چِن و همکارانش [4] به مطالعه در زمینهٔ بهینه نمودن طراحی آیرودینامیک پره کمپرسور پرداختند. در آن مقاله از روش مبتنی بر گرادیان ریاضی برای بهینه کردن پره سه‌بعدی استفاده شده است. در آن روش با مدل نمودن پره توسط سه توزیع منحنی و تعیین برخی پارامترهای تأثیرگذار و حل نمودن معادلات نویر–استوکس لزج، مقطع عرضی بهینه پره محاسبه شده است. در سال ۲۰۰۶ کِسکین و بِستلی [5] به بررسی سیکل طراحی و بهینه‌سازی کمپرسور محوری پرداختند. در سال ۲۰۰۸ مِنجیستو و قالی [6] به بررسی کاربرد الگوریتم‌های تکاملی و شبکهٔ عصبی مصنوعی بر روی آیرودینامیک پره توربوماشین پرداختند. در آن کار از شبکهٔ عصبی مصنوعی به‌عنوان مدل جایگزین معادلات جریان دوبعدی نویر–استوکس استفاده و از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان روش بهینه‌سازی استفاده شده است. هم‌چنین بهینه‌سازی بر روی شکل ایرفویل پره اعمال گردیده است و سعی شده تا پارامترهای مؤثر در کارآیی کمپرسور بهینه شود.

در این مقاله برای دقیق و سریع بودن جواب از حل تحلیلی معادلات شبه سه‌بعدی استفاده شده است. در راستای این کار قبلاً طراحی یک‌بعدی و بهینه‌سازی مربوط برای یک مرحله از کمپرسور محوری انجام شده که در مرجع [7] ارائه گردیده است. یکی از مشکلات موجود در روش‌های طراحی متداول [8, 9]، حلقه‌های تکرار است که به‌همراه اعمال قیدهای طراحی باعث زمانبر شدن حل معادلات حاکم و هم‌چنین ایجاد پیچیدگی در روش طراحی می‌شود. در این مقاله سعی شده است تا حد امکان حل مستقیم جایگزین حلقه‌های تکرار شود. در مرجع [۱۰] به تعدادی از این حل‌های مستقیم اشاره شده است. با توجه به این‌که فضای طراحی حالت گسسته و پیچیده-ای دارد، استفاده از الگوریتم‌های تکاملی یک و یا چند متغیره مانند الگوریتم ژنتیک بسیار مناسب می‌باشد. اصولاً در طراحی کمپرسور، طبقه‌بندی براساس دو پارامتر دبی جرمی عبوری و دور کمپرسور مشخص می‌شود.

در کار حاضر بر روی بهینه نمودن طراحی

شبه‌سه‌بعدی یک مرحله کمپرسور محوری تمرکز شده است. در فرآیند طراحی و بهینه‌سازی، شکل پروفیل پره ثابت فرض شده است. برای بهینه‌سازی می‌توان از الگوریتم‌های تکاملی مختلف استفاده نمود. در فضاهای پیچیده و غیرخطی مانند طراحی کمپرسور محوری، استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی جواب مناسب‌تری می‌دهد. با توجه به قابلیت ترکیب شدن الگوریتم ژنتیک با دیگر الگوریتم‌ها، می‌توان برای دقیق‌تر نمودن جواب اولیهٔ به‌دست آمده، از الگوریتم ژنتیک ترکیبی استفاده کرد. در این کار از قابلیت اشاره شده بهره گرفته و از الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای بهینه‌سازی برای توابع هدف مختلف استفاده شده است. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که در شرایط یکسان الگوریتم ژنتیک ترکیبی جواب نسبتاً مناسب‌تری در مقایسه با الگوریتم ژنتیک مرجع [۱۱] می‌دهد. پارامترهای هدف بهینه‌سازی سه پارامتر بازده، ضریب افزایش فشار استاتیک و وزن مرحله در نظر گرفته شده است. به‌همین منظور پنج تابع هدف به‌صورت یک‌متغیره و چندمتغیره تعریف می‌گردد که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

معادلات جریان حاکم شبه‌سه‌بعدی کمپرسور

در طراحی کمپرسور محوری برای ساده‌سازی روابط طراحی برخی پارامترها مانند فشار و دمای کلی ورودی، چگالی سیال ثابت فرض می‌شوند. از نظر عملکردی دسته‌بندی کمپرسور محوری به‌کمک دو پارامتر دبی جرمی عبوری و دور کمپرسور تعریف می‌شود. برای تعیین سرعت‌ها در ورود و خروج پره با توجه به روابط مرجع [2] نیاز به مشخص بودن توزیع سرعت مماسی ورودی می‌باشد تا به‌کمک رابطهٔ فرض آنتالپی ثابت، توزیع سرعت مماسی خروجی و در نهایت به‌کمک معادلات شبه‌سه‌بعدی تعادل شعاعی توزیع سرعت‌های محوری ورودی و خروجی محاسبه گردند. بنابراین برای تعیین کامل مثلث سرعت تنها کافی است هندسهٔ کمپرسور و توزیع سرعت مماسی ورودی مشخص باشند [2]. توزیع سرعت مماسی نیز از رابطهٔ (۱) و براساس مرجع [2] قابل محاسبه می‌باشد. از طرفی با توجه به فرض آنتالپی ثابت در طول شعاع پره، رابطهٔ (۲) در طول شعاع پره قابل اجرا است و بنابراین سرعت مماسی خروجی نیز محاسبه می‌شود.

$$C_{\theta_1} = U_c\left(1-R_c\right)\left(\frac{r_c}{r}\right)^n - \frac{U_c\psi_c}{2}\left(\frac{r_c}{r}\right)^m \qquad (۱)$$

$$C_{\theta_2} = C_{\theta_1} + U_c\psi_c\left(\frac{r_c}{r}\right) \qquad (۲)$$

حال به‌کمک رابطهٔ تعادل شعاعی (رابطهٔ ۳) که مربوط به طراحی شبه‌سه‌بعدی است و به‌کمک دبی جرمی عبوری می‌توان سرعت محوری ورودی و خروجی را محاسبه نمود که رابطهٔ این سرعت‌ها در مرجع [۱۰] آورده شده است.

$$C_z\frac{\partial C_z}{\partial r} + \frac{C_\theta}{r}\frac{\partial\left(rC_\theta\right)}{\partial r} = \frac{\partial H}{\partial r} = 0 \qquad (۳)$$

براساس سرعت‌های به‌دست آمده از روابط بالا و به‌کمک رابطهٔ (٤) اتلافات مرتبط با مرحلهٔ کمپرسور محاسبه می‌شود [۱۰].

$$\overline{\omega_r} = \frac{2K_1\sigma_r}{\cos\left(\beta_2\right)}\left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2\left[K_2+3.1\left(D_{eq}-1\right)^2+0.4\left(D_{eq}-1\right)^8\right]_r$$

$$\overline{\omega_s} = \frac{2K_1\sigma_s}{\cos\left(\alpha_1\right)}\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2\left[K_2+3.1\left(D_{eq}-1\right)^2+0.4\left(D_{eq}-1\right)^8\right]_s \qquad (٤)$$

برای تعیین بازده اولیهٔ مرحله بدون در نظر گرفتن اتلاف دیواره از رابطهٔ (۵) استفاده می‌شود [2, 5].

$$\eta_{pro} = 1-\left(\overline{\omega_r}W_i^2+\overline{\omega_s}C_2^2\right)\Big/\left(W_i^2+C_2^2\right) \qquad (۵)$$

بازده کلی مرحله با در نظر گرفتن اتلاف دیواره از

رابطهٔ (٦) محاسبه می‌شود [١٠].

$$\eta=\eta_{pro}\left(\frac{1-2(\delta/H)}{1-2(\tau/H)}\right) \qquad (٦)$$

ضرایب استفاده شده در رابطهٔ بالا برحسب مقدار ضریب فشار و هندسه به‌دست می‌آید که در مرجع [12] به برخی از آن‌ها اشاره شده است. برای تعیین نسبت فشار مرحله کمپرسور نیز از رابطهٔ (٧) و برای ضریب بی‌بعد افزایش فشار استاتیک از رابطهٔ (٨) استفاده شده است [5].

$$PR=\left(1+\left(\Delta T_o/T_{01}\right)\eta\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad (٧)$$

$$C_P=\frac{\Delta P_S}{0.5\rho\left(W_1^2+C_2^2\right)} \qquad (٨)$$

ضریب افزایش مجاز فشار استاتیک پره براساس روابط مرجع [13] محاسبه و در رابطهٔ (٩) آورده شده است. نحوهٔ محاسبهٔ این ضرایب در مرجع [12] نشان داده شده است.

$$C_{p_{max}}=F_{ef}C_{p_D}\left(\frac{C_p}{C_{p_D}}\right)_{Re}\left(\frac{C_p}{C_{p_D}}\right)_{\varepsilon}\left(\frac{C_p}{C_{p_D}}\right)_{\Delta Z} \qquad (٩)$$

زاویهٔ هندسی برخورد پره براساس رابطهٔ لیبلین و زاویهٔ انحراف پره براساس رابطهٔ تصحیح‌شدهٔ هاول که در فصل ششم مرجع [9] آورده شده است، محاسبه شد. این زوایا در تعیین ضریب افزایش مجاز فشار استاتیک و اتلاف دیواره نقش مهمی دارند. با توجه به وقت‌گیر بودن حل به‌کمک روش سعی و خطا که در مرجع [9] به آن اشاره شده است، در این مقاله از روش دیگری استفاده می‌شود که باعث حل مستقیم زوایای هندسی می‌گردد. به این حل در مرجع [١٠] اشاره شده است. رابطهٔ (١٠) رابطهٔ زاویهٔ برخورد و انحراف پره را براساس روابط نیمه‌تجربی اشاره شده در مرجع [9] نشان می‌دهد.

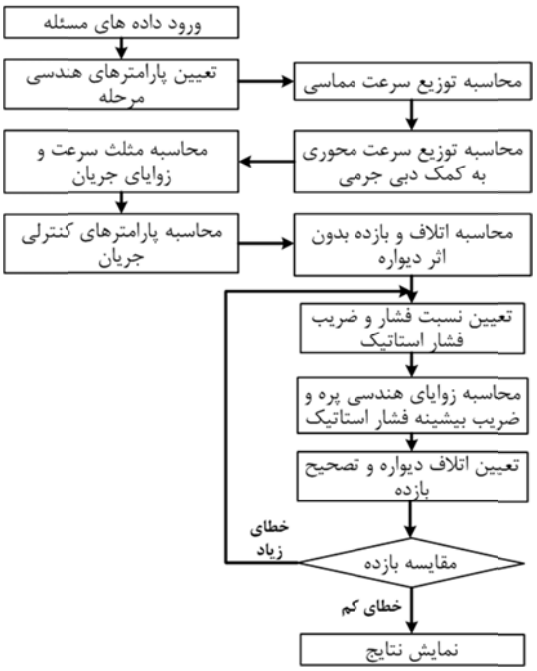
$$\begin{aligned}
&i=\beta_1-\kappa_1 \xrightarrow{\text{lieblein's Correlation}} \\
&i=K_{sh}K_{t,i}\left(i_0\right)_{10}+N\left(\kappa_1-\kappa_2\right) \\
&\delta=\beta_2-\kappa_2 \xrightarrow{\text{Modified Correlation by Howell}} \\
&\delta=\frac{0.92\left(a/c\right)^2+0.002\kappa_2}{1-0.002\left(\kappa_1-\kappa_2\right)/\sqrt{\sigma}}\frac{\left(\kappa_1-\kappa_2\right)}{\sqrt{\sigma}}+\left(K_{sh}K_{t,\delta}-1\right)\left(\delta_0\right)_{10}
\end{aligned} \qquad (١٠)$$

نحوهٔ محاسبه و تعیین پارامترهای استفاده شده در رابطهٔ بالا در مرجع [١٠] آورده شده است. اگر دو رابطهٔ اشاره شده در بالا که برای محاسبهٔ زوایای هندسی است، به موازات یکدیگر حل گردند باعث تسریع در روند حل و کاهش خطای ناشی از تکرار می‌شود.

یکی از فرضیات استفاده شده در طراحی و برای تعیین وزن مرحله، استوانه‌ای فرض شدن پوسته داخلی و خارجی کمپرسور می‌باشد. از طرفی ضخامت پوستهٔ داخلی و خارجی در این مقاله برابر مقدار ثابت ده میلی‌متر فرض شده است. حال برای تعیین وزن یک مرحله کمپرسور محوری فرض شده مساحت مقطع ایرفویل پره در همهٔ شعاع‌ها با مساحت مقطع ایرفویل پره در شعاع مرجع برابر باشد و تحت تأثیر زاویهٔ پره قرار نگرفته و به‌صورت صلب باشد. رابطهٔ تعیین وزن مرحله براساس موارد گفته شده در رابطهٔ (١١) داده شده است [١٠].

$$G=\rho_m\left[A_0HZc^2+0.024\pi c\left(r_t+r_h\right)\right] \qquad (١١)$$

در شکل (١) نمایی شماتیک از الگوریتم طراحی و حل یک مرحله کمپرسور محوری که روابط مربوط در بالا ذکر کرده، آورده شده است.



شکل ۱ نمایی از طراحی یک مرحله کمپرسور

قضای بهینه‌سازی

فضای طراحی کمپرسور محوری بسته به نحوهٔ مدل‌سازی آن دارای تعداد پارامتر متفاوت در طراحی می‌باشد. در حالت طراحی یک‌بعدی تنها پارامترهای مربوط به شعاع مرجع مهم است؛ در حالی‌که در طراحی‌های شبه‌سه‌بعدی و یا سه‌بعدی علاوه بر برخی پارامترهای قبلی، پارامترهای جدیدی نیز اضافه می‌شوند. به‌عنوان نمونه در مرجع [۱۱] برای بهینه نمودن طراحی یک‌بعدی از شش پارامتر استفاده شده است در حالی‌که در بهینه نمودن طراحی حاضر از ده پارامتر استفاده می‌شود. به‌دلیل تعداد زیاد و وابستگی این پارامترها به هم طراحی کمپرسور پیچیده و غیرخطی می‌باشد. از بین الگوریتم‌های موجود در بهینه‌سازی با توجه به پیچیدگی‌های اشاره شده و غیرخطی بودن طراحی الگوریتم ژنتیک ترکیبی به نسبت جواب مناسب‌تری می‌دهد و لذا در این کار از این الگوریتم استفاده شده است. به‌منظور توضیح الگوریتم ژنتیک ترکیبی، نیاز است تا ابتدا به بررسی الگوریتم ژنتیک پرداخته شود.

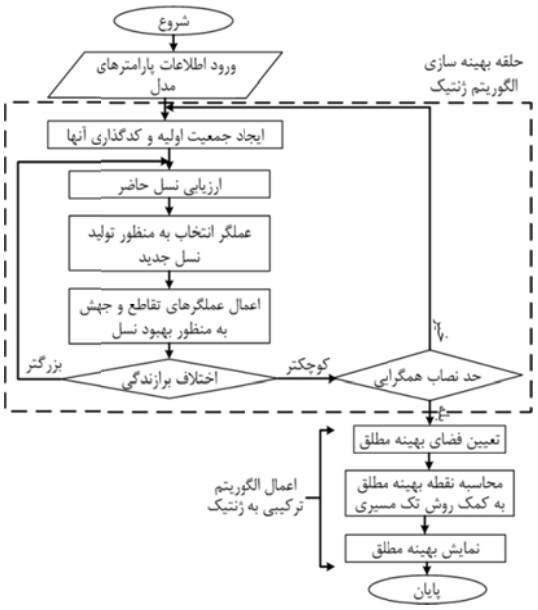
الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک الگوریتم محاسباتی بهینه‌سازی، با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از نقاط فضای جواب در هر تکرار، به نحو مؤثری نواحی مختلف فضای جواب را جستجو می‌کند. در مکانیزم جستجو گرچه مقدار تابع هدف تمام فضای جواب محاسبه نمی‌شود، ولی مقدار محاسبه شدهٔ تابع هدف برای هر نقطه، در متوسط‌گیری آماری تابع هدف (در کلیهٔ زیرفضاهایی که آن نقطه به آن‌ها وابسته است) دخالت داده می‌شود و این زیر فضاها به‌طور موازی از نظر تابع هدف متوسط‌گیری آماری می‌شوند. این مکانیزم توازی ضمنی(Implicit Parallelism) گفته می‌شود. این روند سبب می‌شود که جستجو به آن نواحی از فضای جواب که متوسط آماری تابع هدف در آن‌ها زیاد بوده و امکان وجود نقطهٔ بهینهٔ مطلق در آن‌ها بیشتر است، تقلیل پیدا کند. چون در این روش برخلاف روش تک‌مسیری، فضای جواب به‌طور همه‌جانبه جستجو می‌شود، امکان کمتری برای هم‌گرایی به یک نقطهٔ بهینهٔ موضعی وجود خواهد داشت. امتیاز دیگر این الگوریتم آن است که هیچ محدودیتی برای تابع بهینه شونده، مثل مشتق‌پذیری یا پیوستگی ندارد و در روند جستجو تنها به تعیین مقدار تابع هدف در نقاط مختلف نیاز دارد و هیچ اطلاعات کمکی دیگری را استفاده نمی‌کند؛ بنابراین می‌تواند در مسائل مختلف اعم از خطی یا غیرخطی، پیوسته یا گسسته استفاده شود و به‌سهولت با مسائل مختلف قابل تطبیق است [۱٤].

در هر تکرار هر یک از رشته‌های موجود در جمعیت رشته‌ها، رمزگشایی می‌شود و مقدار تابع هدف برای آن به‌دست می‌آید. براساس مقادیر به‌دست آمدهٔ تابع هدف در جمعیت رشته‌ها، به هر رشته یک عدد برازندگی نسبت داده می‌شود. این عدد برازندگی درصدِ احتمالِ انتخابِ هر رشته را تعیین خواهد کرد. سپس بر اساسِ درصدِ احتمالِ انتخاب به‌دست آمده، مجموعه‌ای از رشته‌ها انتخاب و با اعمال عملگرهای

ژنتیک بر روی آن‌ها رشته‌های جدید جایگزین رشته‌هایی از جمعیت اولیه که برازندگی کمتر دارند، می‌شوند تا تعداد جمعیت رشته‌ها در تکرارهای محاسباتی مختلف ثابت باشند. مکانیزم‌های تصادفی که روی انتخاب و حذف رشته‌ها عمل می‌کنند به‌گونه‌ای است که رشته‌هایی که عدد برازندگی بیشتری دارند، احتمال بیشتری برای ترکیب و تولید رشته‌های جدید داشته باشند و در مرحلهٔ جایگزینی مقاوم‌تر باشند. بدین لحاظ جمعیت رشته‌ها در یک رقابت براساس تابع هدف، طی نسل‌های مختلف کامل می‌شود و متوسط مقدار تابع هدف در جمعیت رشته‌ها افزایش می‌یابد. به‌طور کلی در این الگوریتم ضمن آن‌که در هر تکرار محاسباتی، نقاط جدیدی از فضای جواب توسط عملگرهای ژنتیک مورد بررسی قرار می‌گیرند، به‌وسیلهٔ مکانیزم انتخاب روند جستجو آن نواحی از فضا که متوسط آماری تابع هدف در آن بیشتر است، جستجو می‌شود. براساس سیکل اجرایی فوق، در هر تکرار محاسباتی عملگر اصلی انتخاب تصادفی، دو عملگر ترکیب (Crossover) و جهش (Mutation) جهت تولید نسل ژنتیک روی رشته‌ها اعمال می‌شود [۱۵].

الگوریتم ژنتیک ترکیبی همهٔ مزایای ذکر شده در بالا را دارا است و بدین صورت اعمال می‌شود که پس از رسیدن به ناحیه‌ای از فضای جواب توسط الگوریتم ژنتیک که امکان وجود نقطهٔ بهینهٔ مطلق در آن بیشتر است، به‌کمک الگوریتم‌های تک‌مسیری در این فضا نقطهٔ بهینهٔ مطلق هر چه دقیق‌تر تعیین می‌شود. مزیت استفاده از الگوریتم ترکیبی در این است که دیگر نگرانی در مورد هم‌گرایی به یک نقطهٔ بهینهٔ موضعی توسط الگوریتم تک‌مسیری وجود ندارد. در شکل (۲) فلوچارتی از طرح شماتیک الگوریتم ژنتیک ترکیبی نشان داده شده است [۱۵].

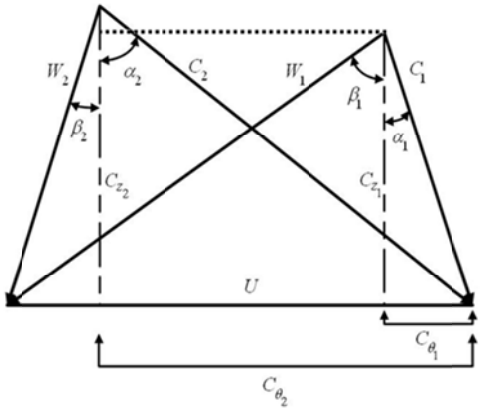
هم‌چنین برای ساده‌تر شدن طراحی پارامترهای فشار و دمای کلی ورودی، نسبت آزادی نوک پره به طول وتر در روتور و استاتور، شکل ایرفویل پره و برخی ضرایب ترمودینامیکی سیال ثابت فرض شده‌اند. بهینه‌سازی کمپرسور براساس حالت مبنا است بنابراین اگر دسته عملکردی تغییر نماید، آن‌گاه ممکن است یک مورد بهینه پیدا شود ولی به‌دلیل متفاوت بودن مقدار دبی جرمی یا دور طراحی عملکردی، مورد استفاده کاربر قرار نگیرد.



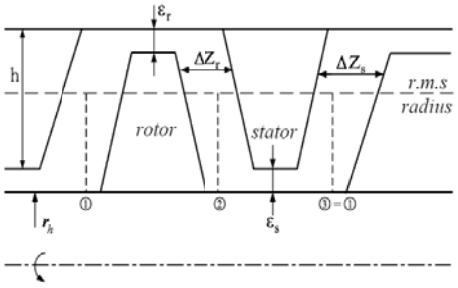
شکل ۲ طرح شماتیک الگوریتم ژنتیک ترکیبی

برای تعیین مثلث سرعت در هر شعاع نیاز به مشخص بودن سرعت‌ها و زوایای نسبی و مطلق جریان می‌باشد. با توجه به شکل (۳) مشخص بودن سرعت محوری و مماسی در ورود و خروج از روتور باعث تعیین کامل مثلث سرعت می‌شود. در شکل (٤) پارامترهای هندسی پره مانند طول وتر، ارتفاع پره، آزادی نوک پره یک مرحله کمپرسور محوری نشان داده شده است. فاصلهٔ بین پره‌ها برای هر شعاعی در هر ردیف براساس تعداد پره در همان ردیف و شعاع مشخص می‌شود. با توجه به ثابت بودن دور کمپرسور، برای تعیین سرعت چرخشی کافی است مقدار شعاع مشخص باشد تا آن‌گاه زوایای مطلق و نسبی جریان براساس رابطهٔ (۱۲) محاسبه شوند.

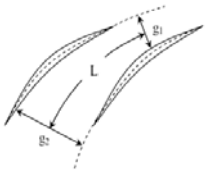
$$\tan(\alpha_1)=\frac{C_{\theta_1}}{C_{z_1}} \quad \tan(\beta_1)=\frac{U}{C_{z_1}}-\tan(\alpha_1)$$
$$\tan(\alpha_2)=\frac{C_{\theta_2}}{C_{z_2}} \quad \tan(\beta_2)=\frac{U}{C_{z_2}}-\tan(\alpha_2) \qquad (۱۲)$$



شکل ۳ نمایی از مثلث سرعت مورد استفاده



الف)



ب)

شکل ٤- الف) نمای محوری، ب) نمای پره به پره از هندسه یک مرحله کمپرسور

برای اعمال الگوریتم بهینه‌سازی نیاز به تعیین پارامترهای ورودی می‌باشد. با توجه به موارد ذکر شده در بالا، برای تعیین توزیع سرعت مماسی ورودی به روتور نیاز به چهار پارامتر می‌باشد. از طرفی نیاز به مشخص بودن هندسهٔ کمپرسور و پرهٔ روتور و استاتور نیز هست. در طراحی، هر چه تعداد پارامترهای ورودی بی‌بعد بیشتر باشد، نتایج طراحی مناسب‌تر و جامع‌تر خواهد بود. بدین منظور پارامتر بی‌بعد نسبت طول وتر به ارتفاع پره جایگزین پارامتر بعددار طول وتر شده است. هم‌چنین پارامترهای بدون بعد نسبت شعاع ریشه به نوک، تعداد پره در هر ردیف روتور و استاتور، پارامترهای تعیین‌کنندهٔ توزیع سرعت مماسی به‌عنوان پارامتر ورودی بهینه‌سازی استفاده شده است. برای مقایسه با حالت مبنا از یک پارامتر بعددار شعاع ریشه به‌عنوان ورودی استفاده گردید. در رابطهٔ (۱۳) ده پارامتر ورودی به الگوریتم بهینه‌سازی آورده شده است.

$$\text{Inputs}=\left[r_h,\ {r_h}/{r_t},\ {c_r}/{H},\ {c_s}/{H},\ Z_r,\ Z_s,\ R_c,\ \psi_c,\ n,\ m\right] \qquad (۱۳)$$

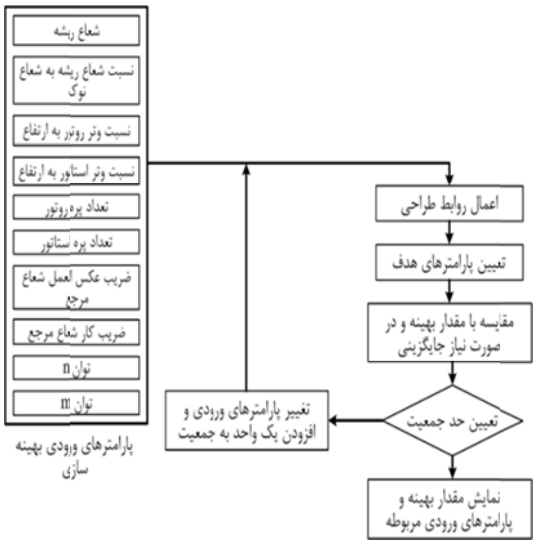
به‌کمک ده پارامتر رابطهٔ (۱۳) و با فرض ثابت ماندن پارامترهای اشاره شده در ابتدای بخش، می‌توان طراحی شبه‌سه‌بعدی یک مرحله کمپرسور محوری را انجام داد. محدودهٔ تغییر این پارامترها در رابطهٔ (١٤) آورده شده است.

$$LB=[0.1,0.05,0.1,0.1,15,15,0,0,-10,-10]$$
$$UB=[0.6,0.95,0.5,0.5,90,90,1,0.5,10,10] \qquad (١٤)$$

در شکل (۵) شماتیکی از الگوریتم بهینه‌سازی نشان داده شده است.

برنامهٔ مربوط به اعمال الگوریتم حل معادلات طراحی شبه‌سه‌بعدی در نرم‌افزار متلب نوشته شده است و برای بهینه‌سازی از توابع کتابخانه‌ای متلب بهره گرفته شده است. به‌همین منظور خطای هم‌گرایی در الگوریتم بهینه‌سازی در حدود 10^{-8}در نظر گرفته شده است. اغلب در طراحی یک کمپرسور پارامترهای هدف شامل بازده کلی، نسبت فشار کلی مرحله، وزن و ضریب افزایش فشار استاتیک می‌باشد. با توجه به این موضوع که نسبت فشار کلی براساس رابطهٔ (۷) تابعی از پارامتر بازده کلی می‌باشد، بنابراین معمولاً از پارامتر ضریب افزایش فشار استاتیک به‌عنوان پارامتر هدف

استفاده می‌شود که تعیین‌کنندهٔ جدایش جریان و افزایش فشار می‌باشد.



شکل ۵ الگوریتم بهینه‌سازی طراحی کمپرسور

تابع هدف در بهینه‌سازی یک کمپرسور معمولاً شامل یکی از پارامترهای هدف و یا ترکیبی از این پارامترها می‌باشد. سه تابع هدف اول به‌صورت یک‌متغیره بهینه‌سازی می‌شوند؛ یعنی تنها به بهینه نمودن یکی از سه پارامتر هدف پرداخته می‌شود و سایر پارامترها بهینه نمی‌شود. تابع هدف اول مربوط به بازده کلی مرحله می‌باشد. باید توجه داشت که در طراحی کمپرسور هرچه مقدار بازده بیشتر باشد، طراحی بهتر است ولی الگوریتم بهینه‌سازی متلب براساس کمترین مقدار تابع هدف نوشته شده است. برای لحاظ نمودن این موضوع به‌جای استفاده از خود بازده برای بهینه‌سازی، از کمترین مقدار اتلاف کلی مرحله استفاده می‌شود و لذا تابع هدف اول به‌صورت $F_1 = 1-\eta_{stage}$ اعمال می‌شود. تابع هدف دوم مربوط به کمینه کردن وزن مرحله می‌باشد که به‌صورت $F_2 = G$ اعمال می‌گردد. تابع هدف سوم مربوط به بیشینه نمودن ضریب افزایش فشار استاتیک می‌باشد که به‌صورت $F_3 = 1-C_P$ اعمال می‌شود.

سه تابع هدف ذکر شده به‌صورت یک‌متغیره بوده و برای داشتن بهینه‌سازی مناسب‌تر می‌توان از بهینه‌سازی چندمتغیره استفاده نمود. یکی از روش‌های بهینه‌سازی چندمتغیره، استفاده از رویهٔ پَرتو(Pareto) می‌باشد. روش دیگر بهینه‌سازی چندمتغیره تبدیل نمودن بهینه‌سازی به حالت یک‌متغیره یا ترکیب خطی وزنی پارامتر (linear combination of weight) می‌باشد؛ بدین ترتیب که با وزن‌دهی به هر یک از پارامترهای هدف و جمع آن‌ها با یکدیگر، یک مقدار جایگزین به‌دست می‌آید که از این مقدار می‌توان برای تعیین مقدار بهینه استفاده نمود. رابطهٔ (۱۵) بیانگر رابطه ترکیب خطی وزنی می‌باشد. در وزن‌دهی باید توجه داشت که مقادیر وزنی مثبت باشند و مجموع وزن‌های داده شده (K_1, K_2, K_3) برابر یک باشد.

$$F = K_1\frac{(1-\eta)}{(1-\eta_0)} + K_2\frac{G}{G_0} + K_3\frac{(1-C_P)}{(1-C_{P_0})} \qquad (۱۵)$$

در رابطهٔ بالا مقادیر η_0 ،G_0 و C_{P_0} با توجه به مقدارهای طراحی مبنا انتخاب می‌گردند و برای بی‌بعد و یکسان نمودن سه پارامتر هدف استفاده می‌شوند. در توابع هدف ترکیب خطی وزنی هر سه پارامتر هدفِ طراحی کمپرسور دخیل‌اند و بهینه‌سازی به‌صورت چند متغیره اعمال می‌شود. در تابع هدف چهارم وزن هر سه پارامتر با هم برابر است و لذا تابع هدف چهارم به‌صورت رابطهٔ (۱۶) بیان می‌گردد.

$$F_4 = \frac{1}{3}\frac{(1-\eta)}{(1-\eta_0)} + \frac{1}{3}\frac{G}{G_0} + \frac{1}{3}\frac{(1-C_P)}{(1-C_{P_0})} \qquad (۱۶)$$

در این حالت اهمیت سه پارامتر در طراحی بهینه یکسان می‌باشد. حال اگر وزن هر پارامتر به‌گونه‌ای تغییر داده شود که مجموع هم‌چنان یک باشد ولی سه وزن یکسان نباشند، بهینه‌سازی براساس اهمیت بیشتر برای پارامتر هدفی دنبال می‌شود که وزن بیشتری در

ترکیب داشته باشد. در طراحی کمپرسور معمولاً اولویت سه پارامتر هدف به‌صورت $C_P \le G \le \eta$ می‌باشد؛ یعنی اهمیت بازده بیشتر از دو پارامتر دیگر می‌باشد. در تابع هدف پنجم این مسأله لحاظ گردیده است و وزن‌ها به گونه‌ای اعمال شده که اولویت بازده کلی مرحله بیشترین و اولویت دو پارامتر وزن و ضریب افزایش فشار استاتیک مرحله با یکدیگر برابر باشند و در نتیجه تابع هدف پنجم به‌صورت رابطهٔ (۱۷) بیان می‌شود.

$$F_5 = \frac{1}{2}\frac{(1-\eta)}{(1-\eta_0)} + \frac{1}{4}\frac{G}{G_0} + \frac{1}{4}\frac{(1-C_P)}{(1-C_{P_0})} \qquad (۱۷)$$

قیدهای طراحی مسأله

برای به‌دست آوردن جواب دقیق‌تر و مناسب‌تر در الگوریتم‌های بهینه‌سازی کافی است مسأله هر چه دقیق‌تر به‌کمک اعمال قیدها تعریف شود. قیدهای طراحی کمپرسور به بخش‌های نیمه‌تجربی، سازه‌ای و تئوری قابل تقسیم می‌باشند. قیدهای نیمه‌تجربی ناشی از برخی روابط طراحی کمپرسور است که براساس آزمایش‌های تجربی به‌دست آمده‌اند. نمونه‌ای از این روابط، رابطهٔ تعیین اتلاف کلی مرحله می‌باشد که در مراجع [۱۲و ۱۰، ۲] به آن اشاره شده است. قیدهای تئوری مربوط به معادلات حاکم طراحی است. قیدهای سازه‌ای نیز مربوط به مسائل ساخت و تولید می‌شود. محدودهٔ اعمالِ تغییرات برخی از قیدهای طراحی براساس طراحی کمپرسور مبنا تعریف می‌شوند و برخی از قیدها حالت کلی در طراحی دارند. در ادامه قیدهای مهم اعمال شده در کار حاضر آورده شده است. محدودهٔ اعمالِ قیدهای استفاده شده از مراجع [2, 5] اتخاذ شده است که در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱ محدودهٔ تغییرات اعمال قیدهای طراحی

$5 \le \alpha_1, \alpha_2 \le 70$	$0 \le DF_r, DF_s \le 0.6$	$15 \le Z \le 90$
$5 \le \beta_1, \beta_2 \le 70$	$1 \le D_{eq_r}, D_{eq_S} \le 2$	$2 \le H/c \le 9$
$0.1 \le (M_{rel})_1 \le 0.7$	$0.1 \le R_c \le 0.9$	$0 \le r_t \le 0.6$
$0.45 \le C_P \le C_{P_{Max}}$	$40 \le U \le 400$	$0.4 \le S/c \le 1.43$

(۱) زوایای نسبی و مطلق جریان ورود به پره و خروج از پره باید در محدودهٔ مجازی باقی بمانند تا از وقوع پدیدهٔ جدایش یا واماندگی جریان جلوگیری شود [۱۰].

(۲) عدد ماخ نسبی ورودی و خروجی روتور در طول شعاع باید در محدودهٔ مجاز قرار داشته باشد تا از هر گونه موج ضربه‌ای در طول پره جلوگیری شود و ناپایایی در مرحله یا جدایش لایهٔ مرزی رخ ندهد [2].

(۳) نسبت معادل دیفیوژن در روتور و استاتور یک پارامتر بی‌بعد می‌باشد که در مرجع [2] ارائه گردیده است. این پارامتر نقش کنترلی جریان را دارد و روابط نیمه‌تجربی مربوط به اتلاف به‌کمک این پارامتر محاسبه می‌شود. پس اگر این پارامتر در محدودهٔ مجازش نباشد، آن‌گاه مقدار محاسبه شده برای اتلاف غیرواقعی است و قابل اتکا نمی‌باشد. محدودهٔ مجاز برای این پارامتر با جزئیات بیشتر در مرجع [2] بیان شده است.

(٤) سرعت چرخشی نوک پره تأثیر مستقیمی بر روی سرعت نسبی و گشتاور وارد بر پره دارد. بنابراین اگر از حدی تجاوز کند منجر به مشکلات آیرودینامیکی مانند افزایش اتلاف جریان ثانویه و یا مشکلات سازه‌ای در پره می‌شود [5].

(۵) عدد رینولدز ($Re = \rho c W / \mu$) روتور و استاتور در محدودهٔ مناسبی باید باشد تا بتوان از فرض آرام بودن لایهٔ مرزی استفاده کرد [5].

(٦) ضریب افزایش فشار استاتیک نباید از حد مجاز خود، ضریب بیشینهٔ افزایش فشار استاتیک، بیشتر شود. البته بحث جدایش با توجه به استفاده از روابط تجربی قابل بررسی است و نیاز به حل لزجت به‌طور مستقیم

نمی‌باشد [۱۰].

(۷) شعاع نوک از حدی بیشتر نشود تا وزن افزایش زیادی نداشته باشد و با توجه به تعریف سرعت چرخشی، این پارامتر به مشکل برنخورد. از طرفی افزایش شعاع نوک باعث افزایش مشکلات سازه‌ای می‌شود [5].

به‌طور معمول قیدها در الگوریتم بهینه‌سازی به دو حالت قابل اعمال هستند. حالت اول به‌صورت صریح اعمال می‌شود و به‌صورت موازی با تابع هدف محاسبه می‌شوند. حالت دوم به‌صورت جریمه اعمال می‌گردند و به‌صورت سری با تابع هدف هستند و نیاز به اعمال جداگانه نمی‌باشد. در حالت دوم به‌کمک تعیین مقدار جریمه می‌توان اهمیت آن قید را افزایش و یا کاهش داد. در کار حاضر از حالت دوم اعمال قیدها استفاده شده است.

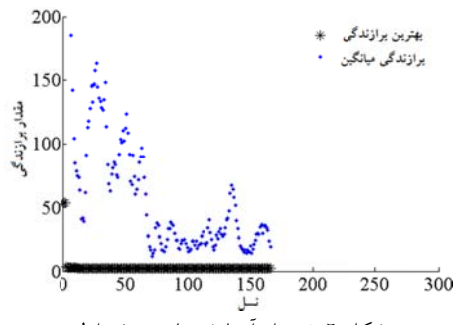
نتایج

برای تعیین دسته عملکردی از داده‌های مرجع [16] استفاده شده است. براساس این مرجع دبی جرمی عبوری برابر ۱/۷۵کیلوگرم بر ثانیه و دور کمپرسور برابر ۶۰۰۰ دور بر دقیقه در نظر گرفته شده است. در نمودارهای تغییرات شعاعی که در ادامه آورده شده، ref نمایانگر تغییرات شعاعی پارامترها مرتبط با طراحی انجام شده برای یک مرحله کمپرسور محوری براساس داده‌های مرجع [16] می‌باشد که به‌طور مفصل‌تری در مرجع [۱۰] توضیح داده شده است. مقایسهٔ نتایج بهینه‌سازی توسط الگوریتم ژنتیک با بهینه‌سازی توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی در جدول (۲) ارائه شده است. هم‌چنین به‌منظور مقایسه با طراحی مبنا نتایج مربوط به این طراحی برای یک مرحله کمپرسور در این جدول ارائه شده است که شرح روش طراحی و نتایج آن به‌تفصیل در مرجع [۹] آورده شده است. همان‌طور که نتایج جدول (۲) نشان می‌دهد، مقادیر بهینه محاسبه شده توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی در مقایسه با الگوریتم ژنتیک نسبتاً بهتر می‌باشد. اگرچه تفاوت بسیار اندک می‌باشد لیکن باید توجه داشت که بهینه‌سازی انجام شده تنها برای یک مرحله از کمپرسور بوده است و برای مجموع مراحل کمپرسور مقدار قابل توجه‌تری بهبود حاصل خواهد شد. با توجه به نتایج جدول (۲)، الگوریتم ژنتیک ترکیبی به‌عنوان الگوریتم بهینه‌سازی در این کار در نظر گرفته شده است.

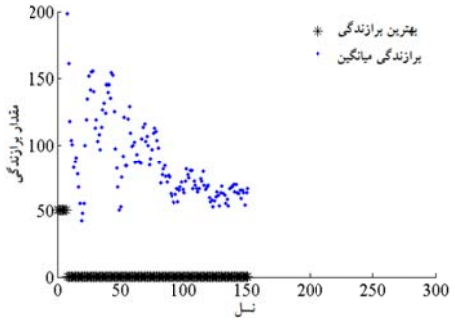
جدول ۲ مقایسهٔ نتایج الگوریتم ژنتیک با الگوریتم ژنتیک ترکیبی

	الگوریتم ژنتیک			الگوریتم ژنتیک ترکیبی		
	η (%)	C_p	G (Kg)	η (%)	C_p	G (Kg)
مبنا	88.54	*0.4521*	2.7907	88.54	*0.4521*	2.7907
F1	*89.59*	*0.4665*	2.1606	89.60	*0.4623*	2.0631
F2	*89.37*	*0.4501*	1.8103	89.44	*0.4573*	1.8035
F3	*87.85*	*0.5236*	3.5319	88.17	*0.5301*	2.8784

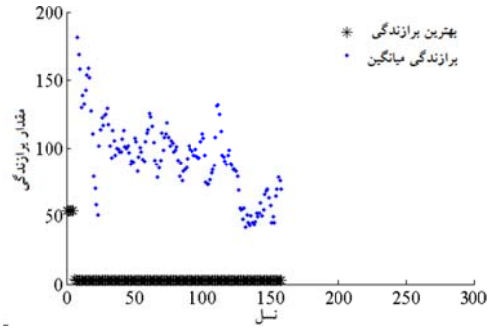
نمودار مربوط به آزمایش توابع هدف یک تا پنج که از الگوریتم بهینه‌سازی ترکیبی ژنتیک به‌دست آمده است، در شکل‌های (۱۰-۶) آورده شده است. برخی از پارامترهای ورودی به‌دست آمده از بهینه‌سازی در جدول (۳) آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب عکس‌العمل برای شعاع مرجع در محدودهٔ تقریبی نیم تا شش‌دهم و نسبت شعاع ریشه به شعاع نوک در محدودهٔ ۰/۷۵ است که با توجه به مسائل طراحی مناسب و قابل قبول می‌باشد.



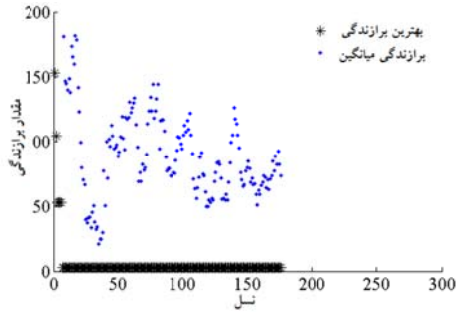
شکل ۶ نمودار آزمایش تابع هدف اول



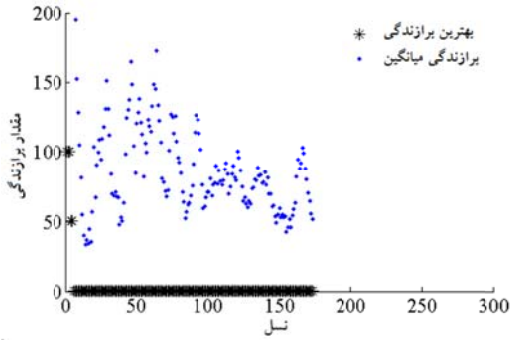
شکل ۷ نمودار آزمایش تابع هدف دوم



شکل ۸ نمودار آزمایش تابع هدف سوم



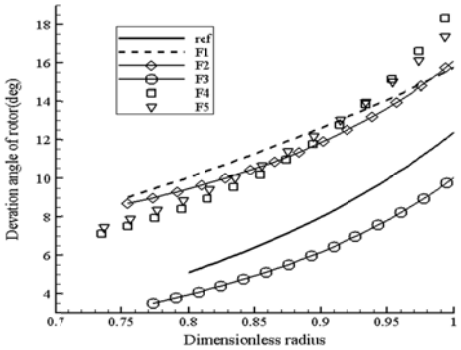
شکل ۹ نمودار آزمایش تابع هدف چهارم



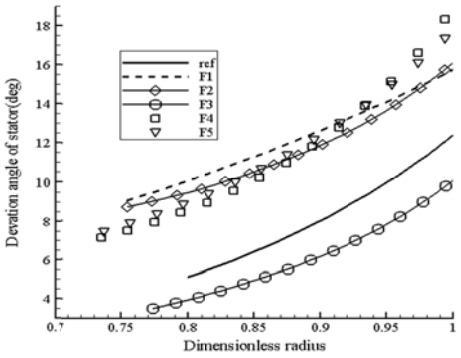
شکل ۱۰ نمودار آزمایش تابع هدف پنجم

جدول ۳ برخی از پارامترهای ورودی به‌دست آمده از بهینه‌سازی

پارامتر کارآیی	r_h/r_t	R_c	n	m
طراحی مبنا	0.8	0.5	0	0
F1	0.754	0.6290	0.22	0.47
F2	0.755	0.6377	-0.66	0.69
F3	0.774	0.5099	0.12	0.46
F4	0.735	0.5636	0.09	1.54
F5	0.737	0.5769	0.44	1.93



شکل ۱۱ نمودار تغییرات شعاعی زاویهٔ انحراف روتور برای توابع هدف مختلف

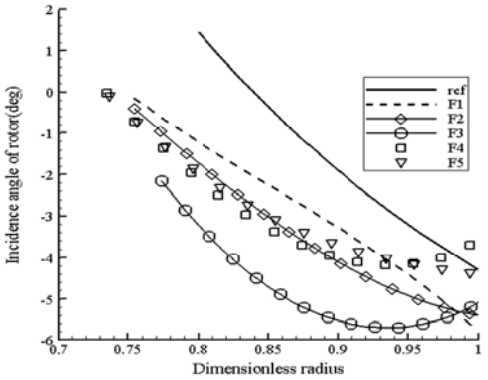


شکل ۱۲ نمودار تغییرات شعاعی زاویهٔ انحراف استاتور برای توابع هدف مختلف

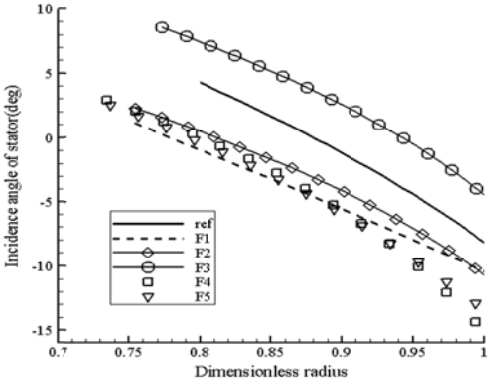
پس از انجام طراحی و بهینه‌سازی براساس روش گفته شده و با در نظر گرفتن پارامترهای اشاره شده برای توابع هدف مختلف نمودار شکل‌های (۱۶-۱۱) به‌دست خواهد آمد. شکل (۱۱) تغییرات شعاعی زاویهٔ

انحراف در پرهٔ روتور و شکل (۱۲) تغییرات شعاعی زاویهٔ انحراف در پرهٔ استاتور را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بهینه‌سازی براساس ضریب افزایش فشاراستاتیک بیشترین مقدار انحراف در پرهٔ روتور و هم‌چنین کمترین مقادیر (حتی کمتر از مقدار طراحی مرجع) انحراف در پره استاتور را نسبت به دیگر توابع هدف بهینه می‌طلبد. همین‌طور می‌توان مشاهده کرد که در بقیهٔ توابع هدف به‌منظور بهینه‌سازی، در اکثر شعاع‌ها مقادیر زاویهٔ انحراف روتور و استاتور بیشتری نسبت به مقدار طراحی مرجع نیاز است. روند تغییرات زاویهٔ انحراف در راستای شعاع در پرهٔ روتور برای کلیهٔ توابع هدف روندی کاهشی دارد و هم‌چنین برای پرهٔ استاتور روندی افزایشی دارد که مقدار این روند در توابع هدف مختلف متفاوت بوده است و تغییرات در شعاع‌های نزدیک به نوک پره تشدید می‌گردد.

شکل‌های (۱٤ و۱۳) به‌ترتیب تغییرات شعاعی زاویهٔ برخورد در پرهٔ روتور و استاتور را نشان می‌دهد. با مقایسهٔ این نمودارها با نمودار شکل‌های (۱۲ و۱۱) مشاهده می‌شود که روند تغییرات شعاعی زاویهٔ برخورد برای بهینه‌سازی براساس ضریب افزایش فشار استاتیک رفتاری معکوس نسبت به تغییرات شعاعی زاویهٔ انحراف دارد. بدین معنا که کمترین مقدار زاویهٔ برخورد در پرهٔ روتور و هم‌چنین بیشترین مقدار زاویهٔ برخورد (حتی بیشتر از مقدار طراحی مرجع) در پرهٔ استاتور می‌باشد. می‌توان مشاهده نمود که در بقیه توابع هدف به‌منظور بهینه‌سازی، در اکثر شعاع‌ها مقادیر زاویهٔ برخورد روتور و استاتور کمتری را نسبت به مقدار طراحی مرجع می‌طلبد. تغییرات زاویهٔ برخورد در راستای شعاع در پرهٔ روتور و استاتور برای کلیهٔ توابع هدف رفتاری کاهشی دارد.



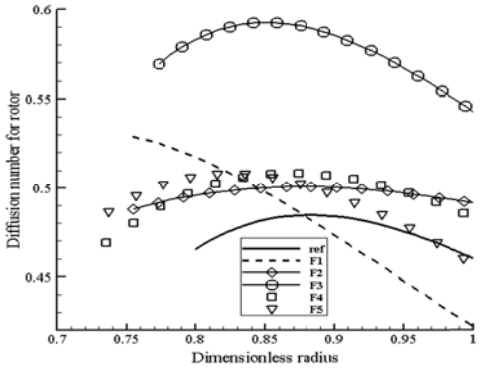
شکل ۱۳ نمودار تغییرات شعاعی زاویهٔ برخورد روتور برای توابع هدف مختلف



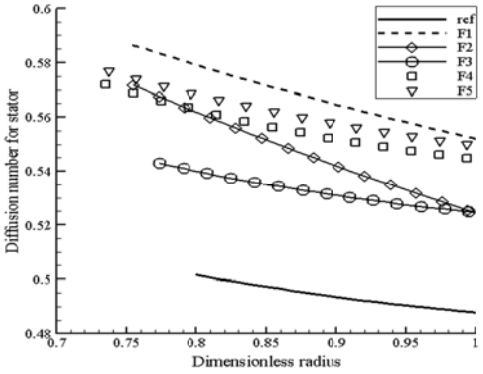
شکل ۱٤ نمودار تغییرات شعاعی زاویهٔ برخورد استاتور برای توابع هدف مختلف

شکل‌های (۱٦و۱۵) به‌ترتیب تغییرات شعاعی ضریب پخش در پرهٔ روتور و استاتور را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای افزایش ضریب فشار استاتیک باید ضریب پخش در پرهٔ روتور و برای افزایش بازده باید ضریب پخش در پرهٔ استاتور افزایش یابد. این امر در توابع هدف بهینه ترکیبی به‌خوبی قابل مشاهده می‌باشد که هرچه نسبت وزنی بازده در ترکیب افزایش می‌یابد، مقدار ضریب پخش در روتور کاهش و در استاتور افزایش می‌یابد. تغییرات شعاعی ضریب پخش برای رسیدن به مقدار بازده بهینه رفتاری متفاوت با دیگر توابع هدف در پرهٔ روتور دارد تا جایی که با افزایش شعاع، مقدار ضریب پخش از مقدار طراحی

مرجع نیز کمتر می‌شود ولی در دیگر توابع هدف تغییرات شعاعی به‌صورت افزایشی-کاهشی و همواره بالاتر از مقادیر طراحی مرجع می‌باشد.



شکل ۱۵ نمودار تغییرات شعاعی ضریب پخش روتور برای توابع هدف مختلف



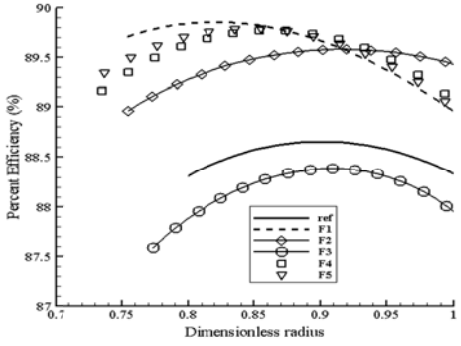
شکل ۱۶ نمودار تغییرات شعاعی ضریب پخش استاتور برای توابع هدف مختلف

نتایج مربوط به پنج تابع هدف در جدول (٤) نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، در هر یک از توابع هدف یک‌متغیره پارامتر مربوط مقدار بهینه‌ای دارد ولی دو پارامتر اصلی دیگر مقادیر چندان مناسبی ندارند. برای مثال در تابع هدف دوم که وزن کمترین مقدار را دارا است، ضریب فشار کم و بازده متوسط می‌باشد. با توجه به وظیفهٔ کمپرسور که ایجاد اختلاف فشار است، این حالت برای طراحی کمپرسور چندان مناسب نیست. هم‌چنین در تابع هدف سوم اگرچه ضریب فشار زیاد است ولی وزن زیاد و بازده پایینی دارد. بنابراین جواب تابع هدف سوم نیز چندان مناسب نیست. در حالی‌که در صورت استفاده از توابع هدف چندمتغیره کلیهٔ پارامترهای اصلی مقادیر بهینه و مناسبی دارند؛ اگرچه این مقدار نسبت به حالت بهینهٔ به‌دست آمده برای توابع یک‌متغیره در ارتباط با هر یک از پارامترهای اصلی فاصلهٔ نسبتاً کمی دارد. بنابراین جواب توابع هدف بهینهٔ ترکیبی بهترین حالت ممکن را نشان می‌دهند.

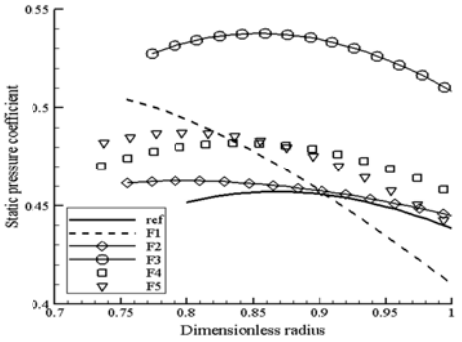
جدول ٤ نتایج به‌دست آمده از بهینه‌سازی برای پارامترهای اصلی

پارامتر کارآیی	η(%)	C_P	G (Kg)
طراحی مبنا	88.54	*0.4521*	2.7907
F1	89.60	*0.4623*	2.0631
F2	89.44	*0.4573*	1.8035
F3	88.17	*0.5301*	2.8784
F4	*89.56*	*0.4756*	1.9338
F5	*89.57*	*0.4740*	2.1079

نمودار توزیع شعاعی بازده و ضریب افزایش فشار استاتیک در طول پره برای پنج تابع هدف در شکل‌های (۱۸ و ۱۷) نشان داده شده است.



شکل ۱۷ نمودار تغییرات شعاعی بازده مرحله برای توابع هدف مختلف



شکل ۱۸ نمودار تغییرات شعاعی ضریب افزایش فشار مرحله برای توابع هدف مختلف

همان‌طور که از شکل (۱۷) مشاهده می‌شود، روند تغییرات شعاعی باژده از ریشه به سمت نوک نسبتاً در همه توابع هدف یک روند افزایشی-کاهشی دارد که مقدار ماکزیمم نمودار در شعاع‌های میانی پره اتفاق می‌افتد. هم‌چنین برابر انتظار مشاهده می‌گردد که بیشترین مقدار برای بازده در تابع هدف اول (بهینه یک‌متغیره بازده) به‌دست می‌آید. علاوه بر این در تابع هدف سوم (بهینه یک‌متغیره ضریب افزایش فشار) توزیع شعاعی بازده نسبت به حالت‌های دیگر دارای افت محسوسی است و این امر نشان دهندهٔ این واقعیت است که در طراحی کمپرسور افزایش بیشتر در ضریب فشار به بهای کاهش بازده به‌دست می‌آید. علاوه بر این مشاهده می‌گردد که توزیع شعاعی بازده در توابع هدف ترکیبی بسیار به توزیع شعاعی تابع هدف اول (بهینه بازده) نزدیک است.

از نمودار توزیع شعاعی ضریب افزایش فشار که در شکل (۱۸) آورده شده است، مشاهده می‌شود، زمانی که هدف تنها افزایش بازده باشد (تابع هدف اول)، تغییرات ضریب افزایش فشار از ریشه تا نوک پره زیاد است، به‌گونه‌ای که در شعاع نوک مقدار این ضریب بسیار افت دارد. این مسأله در حالی رخ می‌دهد که در توابع ترکیبی توزیع شعاعی ضریب افزایش فشار بین شعاع ریشه و نوک تغییرات کمی دارند؛ به‌گونه‌ای که در شعاع نوک مقدار این ضریب فاصله کمی با مقدار شعاع ریشه دارد. با مقایسه شکل (۱۸) و شکل (۱۵) مشاهده می‌شود که تغییرات شعاعی ضریب افزایش فشار استاتیک در یک مرحله، مشابه تغییرات شعاعی ضریب پخش در پرهٔ روتور می‌باشد و به‌عبارتی می‌توان استنباط نمود که تغییرات ضریب فشار استاتیک مرحله غالباً متأثر از تغییرات در پرهٔ روتور می‌باشد.

با توجه به این‌که بازده و ضریب افزایش فشار دو پارامتر بسیار مهم در طراحی کمپرسور می‌باشند و این دو پارامتر برابر نتایج ارائه شده دارای رفتار معکوس هم در بهینه‌سازی می‌باشند، بایستی مصالحه‌ای بین این دو برقرار شود که این امر در توابع هدف ترکیبی به‌خوبی اتفاق می‌افتد. هم‌چنین برابر نتایج جدول (٤) ماکزیمم نمودن افزایش ضریب فشار منجر به افزایش قابل توجه در وزن می‌شود که در کمپرسورهای هوایی امری نامطلوب است. لذا افزایش ضریب فشار تا حدی مطلوب است که مقدار وزن و بازده از حد مطلوب خود دور نگردد.

نتیجه‌گیری

در کار حاضر از طراحی شبه‌سه‌بعدی یک مرحله کمپرسور محوری برای بهینه‌سازی استفاده شد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که بهینه‌سازی به‌کمک الگوریتم ژنتیک ترکیبی جواب مناسب‌تری نسبت به الگوریتم ژنتیک می‌دهد. سپس بهینه‌سازی با در نظر گرفتن توابع هدف مختلف انجام شد. چنان‌که از نتایج این بهینه‌سازی مشاهده شد، ترکیب وزنی پارامترها در تابع هدف حالت بهینه‌تری نسبت به بهینه‌سازی یک متغیره دارد. مشاهده شد که بهینه‌سازی براساس ضریب افزایش فشاراستاتیک بیشترین مقدار انحراف در پرهٔ روتور و هم‌چنین کمترین مقادیر انحراف در پرهٔ استاتور را نسبت به دیگر توابع هدف بهینه می‌طلبد. علاوه بر این روند تغییرات شعاعی زاویهٔ برخورد برای

بهینه‌سازی براساس ضریب افزایش فشار استاتیک رفتاری معکوس نسبت به تغییرات شعاعی زاویهٔ انحراف دارد. افزایش ضریب پخش در پرهٔ روتور منجر به افزایش ضریب فشار استاتیک و افزایش ضریب پخش در پرهٔ استاتور منجر به افزایش بازده است. این امر در توابع هدف بهینهٔ ترکیبی به‌خوبی قابل مشاهده می‌باشد که هر چه نسبت وزنی بازده در ترکیب افزایش می‌یابد، مقدار ضریب پخش در روتور کم و در استاتور افزایش می‌یابد. در یک مرحله از کمپرسور محوری، تغییرات ضریب فشار استاتیک مرحله غالباً متأثر از تغییرات در پرهٔ روتور می‌باشد.

هم‌چنین مشاهده گردید که روند تغییرات شعاعی بازده در همهٔ توابع هدف یک روند افزایشی-کاهشی دارد و مقدار ماکزیمم نمودار در شعاع‌های میانی پره اتفاق می‌افتد. به‌علاوه در طراحی کمپرسور ماکزیمم نمودن ضریب افزایش فشار به بهای از دست رفتن بازده و افزایش وزن به‌دست می‌آید و در مقابل ماکزیمم نمودن بازده باعث کاهش شدید در ضریب افزایش فشار نوک پره می‌گردد. لذا می‌بایستی مصالحه‌ای بین این دو پارامتر (بازده و ضریب فشار) برقرار شود که این امر در توابع هدف ترکیبی به‌خوبی اتفاق می‌افتد.

تعریف پارامترهای به‌کار گرفته شده

شعاع پره	r
ارتفاع پره	h
تعداد پره	Z
وتر پره	c
نسبت فاصلهٔ ماکزیمم ضخامت پره به وتر پره	a/c
نسبت فاصلهٔ بین دو پره به وتر پره	S/c
سرعت مطلق مماسی جریان	C_θ
سرعت مطلق محوری جریان	C_z
سرعت نسبی	W
ضریب عکس‌العمل پره	R
سرعت چرخشی	U
ضریب کار	ψ
آنتالپی	H
ضریب اتلاف کلی فشار پره	ω
ضریب صلبیت	σ
زاویهٔ جریان نسبی	β
زاویهٔ جریان مطلق	α
ضریب پخش	DF
نسبت معادل دیفیوژن	D_{eq}
ثابت نیمه‌تجربی استفاده شده در رابطهٔ اتلاف (٤)	K_1
ثابت نیمه‌تجربی استفاده شده در رابطهٔ اتلاف (٤)	K_2
بازده بدون در نظر گرفتن اتلاف دیواره	η_{pro}
بازده با در نظر گرفتن اتلاف دیواره	η
نسبت فشار	PR
ضریب افزایش فشار استاتیک	c_P
ضریب ویژه گرمایی	γ
اختلاف فشار استاتیک	ΔP_s
ضریب افزایش مجاز فشار استاتیک پره	C_{Pmax}
زاویهٔ برخورد	i
زاویهٔ انحراف پره	δ
پارامتر شکل ایرفویل پره	K_{sh}
پارامتر توان در توزیع سرعت مماسی	n
پارامتر توان در توزیع سرعت مماسی	m
زاویه خط انحنای لبهٔ حملهٔ ایرفویل با خط افق	κ_1
زاویه خط انحنای لبه فرار ایرفویل با خط افق	κ_2
ضریب شیب در رابطهٔ زاویهٔ برخورد (رابطهٔ ۱۰)	N
عدد ماخ نسبی	M_{rel}
مساحت ایرفویل مرجع	A_0
وزن مرحله	G
زاویهٔ برخورد مبنای با ضخامت ده درصد	$(i_0)_{10}$
ضریب تصحیح ضخامت طراحی زاویهٔ برخورد	$K_{t,i}$
زاویهٔ انحراف مبنای با ضخامت ده درصد	$(\delta_0)_{10}$
ضریب تصحیح ضخامت طراحی زاویهٔ انحراف	$K_{t,\delta}$
نسبت ضخامت جابه‌جایی متوسط به ارتفاع پره	δ/H
نسبت ضخامت نیروی مماسی متوسط به ارتفاع	τ/H

زیرنویس

شرایط ورود روتور و خروج از استاتور	۱
شرایط ورود استاتور و خروج از روتور	۲

شرایط شعاع مرجع	c	شرایط نوک پره	t
استاتور	s	شرایط ریشه پره	h
روتور	r		

مراجع

1. LI, J., Morinishi, K. and Satofuka, N., "Genetic Algorithms Development for Multiobjective Design Optimization of Compressor Cascade", *J. of Thermal Science,* Vol. 8, No. 3, pp 158-165 (1999).

2. Lee, S.Y. and Kim, K.Y., "Design Optimization of Axial Flow Compressor Blades with Three-Dimensional Navier-Stokes Solver", *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 9, pp. 1005-1012, (2000).

3. Chen, L., Sun, F. and Wu, C., "Optimum design of a subsonic axial flow compressor stage", *Applied Energy,* 80, pp 187-195 (2005).

4. Chen, N., Zhang, H., Huang, W. and Xu, Y., "Study on Aerodynamic Design Optimization of Turbomachinery Blades", *J. of Thermal Science*, Vo1. 14, No. 4, pp. 298-304 (2005).

5. Keskin A. and Bestle D., "Application of multi-objective optimization to axial compressor preliminary design", Aerospace Science and Technology, Vol. 10, No. 7, pp. 581-589 (2006).

6. Mengistu T. and Ghaly W., "Aerodynamic optimization of turbomachinery blades using evolutionary methods and ANN-based surrogate models", *Optim. Eng.*, Vol. 9, No. 3, pp. 239-255 (2008).

۷. سرگلزایی، محسن، مسگرپور طوسی، ابوالقاسم و برومند، مسعود، "بهینه‌سازی تحلیلی یک بعدی یک مرحله کمپرسور محوری به‌کمک الگوریتم ژنتیک"، دهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران،AERO2011-6707، (۱۳۸۹).

8. Cumpsty, N.A., "*Compressor aerodynamics*", Krieger Publishing Company, Florida (2004).

9. Aungier, R.H., "*Axial-flow compressors: A strategy for aerodynamic design and analysis*", ASME PRESS, New York, (2003).

۱۰. سرگلزایی، محسن، "بهینه‌سازی یک طبقه کمپرسور محوری نسبت به پارامترهای جریان"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، (۱۳۸۹).

۱۱. سرگلزایی، محسن، مسگرپور طوسی، ابوالقاسم و برومند، مسعود، "بهینه‌سازی تحلیلی شبه سه بعدی یک مرحله کمپرسور محوری به‌کمک الگوریتم ژنتیک"، دوازدهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، AERO2013-17380، (۱۳۹۱).

12. Falck, N., "Axial flow compressor mean line design", Master Thesis, Lund University, (2008).

13. Koch, CC., "Stalling pressure rise capability of an axial-flow compressor stage", Trans ASME J Gas Turbines Power 103(4), 645-656 (1981).

۱٤. رائو، اس. اس.، "*بهینه‌سازی (تئوری و کاربرد)* "، ترجمه محمدمهدی شهیدی پور، نشر دانشگاه فردوسی مشهد، (۱۳۷۳).

۱۵. حجاری طاهری، مهدی، "حل مسأله حداقل زمان صعود هواپیمای جت به‌کمک الگوریتم ژنتیک"، پایان نامه دانشکده هوافضا دانشگاه صنعتی امیرکبیر، (۱۳۸۳).

16. Mckenzie, A.B., "The design of axial compressor blading based on tests of a low speed compressor", *Proc IMechE*, 194, pp. 103–111, (1980).

بررسی تأثیر نقاط فوق هم‌گرای تنش برای بهبود حل و برآورد خطا در تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری*

احمد گنجعلی[۱] بهروز حسنی[۲]

چکیده *یکی از روش‌های برآورد خطا مبتنی بر بازیافت تنش در روش ایزوژئومتریک مسائل تنش مسطح، بر پایهٔ استفاده از خاصیت نقاط فوق هم‌گرا گوسی بوده است. در این مقاله به توسعهٔ این روش در تحلیل ایزوژئومتریک مسائل با تقارن محوری و بررسی تأثیر استفاده از این نقاط فوق هم‌گرا برای بهبود حل و برآورد خطای آن پرداخته شده است. نتایج به‌دست آمده از این پژوهش کارایی مناسب این نقاط بهینه تنش را در بهبود حل و برآورد خطای تحلیل مسائل متقارن محوری به روش ایزوژئومتریک نشان می‌دهند.*

واژه‌های کلیدی تحلیل ایزوژئومتریک، مسائل متقارن محوری، برآورد خطا، بازیافت تنش.

Effect of Superconvergent Stress Points for Solution Improvement and Error Estimation of Isogeometric Analysis of Axisymmetric Problems

A. Ganjali B. Hassani

Abstract *A method for error estimation of isogeometric analysis of plane stress problems which is the based on stress recovery and using the super convergent properties of the Gauss points, has been already introduced. This paper is devoted to the development of the method and study of the effects of these supercovergent points on the solution improvement and error estimation of axisymmetric problems by the isogeometric analysis method. It is concluded that by using these optimal points for stress recovery and error estimation by isogeometric analysis a considerable improvement is attained.*

Key Words Isogeometric Analysis, Axisymmetric Problems, Error Estimation, Stress Recovery.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۱/۲/۱۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۷/۱۷ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشجوی دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود. ahmad.ganjali@yahoo.com

(۲) استاد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

تحلیل سازه از اولین گام‌های شناخت و ارزیابی صحیح مسائل مهندسی به‌شمار می‌رود. این تحلیل در نهایت منجر به حل معادلات دیفرانسیلی می‌شود که در حالت کلی دارای پیچیدگی بسیار زیادی است و تنها با استفاده از روش‌های عددی قابل حل می‌باشد. در دهه‌های اخیر روش‌های مختلف عددی توسعه یافته‌اند که از جمله مهمترین آن‌ها می‌توان به روش‌های تفاضل محدود، روش اجزای محدود و دسته روش‌های موسوم به روش‌های بدون مش اشاره کرد. از میان این روش‌ها، روش اجزای محدود به‌عنوان روشی قدرتمند در بسیاری از علوم مهندسی شناخته شده و توسعه یافته است. این روش در دهۀ ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ شکل گرفت و امروزه با کاهش عیوب و ادغام آن با روش‌های تفاضل محدود و بدون مش بسیاری از مشکلات دانشمندان مکانیک محاسباتی را مرتفع ساخته است. اما علی‌رغم این پیشرفت قابل ملاحظه، هنوز هم نمی‌توان روشی یافت که کامل و بدون نقص باشد. از جمله این نواقص و مشکلات می‌توان به ضعف در تولید دقیق شکل مسائل دارای هندسۀ پیچیده، ضعف در مدل‌سازی دقیق مسائل با تغییرات شدید در خواص مصالح و نیز نیاز به تولید مکرر شبکه المان‌ها در برخی مسائل، نظیر مسائلی که در چارچوب لاگرانژی حل می‌شوند و یا مسائل بهینه‌سازی شکل سازه، اشاره نمود.

تقریباً یک دهه پس از شکل‌گیری روش اجزای محدود و بین سال‌های ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ و به‌دلیل توسعۀ رایانه‌ها، پیشرفت‌های چشمگیری در علم مدل‌سازی هندسه به‌کمک رایانه (Computer Aided Design) شکل گرفت. واضح است که تحلیل مسائل مهندسی بر مبنای هندسه استوار است و استفاده از این پیشرفت‌ها می‌تواند کمک شایانی به تحلیل مهندسی در رفع نقایص خود نماید، اما به‌دلیل عدم هم‌زمانی پیدایش روش اجزای محدود و روش‌های طراحی به‌کمک رایانه، این اتصال بین تحلیل مهندسی و طراحی به‌کمک رایانه به‌وجود نیامد.

برای اولین بار، ورود تکنیک‌های طراحی به‌کمک رایانه در سال‌های ۱۹۹۸ تا ۲۰۰٤ توسط کیگان و هولیگ و همکارانشان صورت پذیرفت [3-1]؛ که در آن به‌جای توابع شکل مورد استفاده در اجزای محدود، از توابع پایه اسپلاین استفاده شده بود. در سال ۲۰۰۵ این ایده با استفاده از توابع نربز (بی- اسپلاین‌های نسبی غیر یکنواخت) (Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS)) که از توسعه توابع اسپلاین به‌دست می‌آیند توسط هیوز و همکارانش تکامل یافت و روش تحلیل ایزوژئومتریک نام گرفت [4]. در این روش ضمن استفاده از خواص توابع پایه اسپلاین و نربز در تعریف دقیق منحنی‌ها، سطوح و احجام، همانند توابع شکل در روش اجزای محدود، از آن‌ها برای درون‌یابی و تقریب‌سازی هم استفاده می‌شود. به‌طور خلاصه از مزایای روش ایزوژئومتریک در مقایسه با دیگر روش‌های عددی می‌توان به مواردی اشاره کرد از جمله امکان مدل‌سازی دقیق‌تر، دقت قابل ملاحظه در اقناع شریط مرزی، عدم نیاز به شبکه‌بندی مجدد در مسائلی که مدل هندسی در حین حل دچار تغییر می‌شود، کاهش قابل ملاحظه اندازۀ دستگاه معادلات، انعطاف‌پذیری و سادگی در مسائل بهبود شبکه و قابلیت استفاده از این روش در حل معادلات دیفرانسیلی که ضرائب آن‌ها خود تابعی متغیر می‌باشند [5].

در چند سال اخیر، روش ایزوژئومتریک به سرعت در زمینه‌های مختلفی مانند دینامیک سیالات، مکانیک سازه‌ها و یا الکترومغناطیس توسعه داده شده است. هم‌چنین در این زمینه یک کتاب به چاپ رسیده است که برای مطالعۀ بیشتر می‌توان به آن مراجعه کرد [6].

خطا بخش جدانشدنی تحلیل‌های عددی به‌شمار

می‌رود و همواره باعث نگرانی پژوهشگران در قابلیت اعتماد نتایج بوده است. در حالت کلی روش‌های برآورد خطا در دو دستهٔ روش‌های بازیافت تنش (گرادیان) و روش‌های باقیمانده‌ای قرار می‌گیرند [7]. استفاده از روش بازیافت تنش در تحلیل ایزژئومتریک (Stress Recovery in Isogeometric analysis(SRI)) اولین بار توسط حسنی و همکاران مورد استفاده قرار گرفت [5]. اساس روش SRI برگرفته از خاصیت فوق هم‌گرایی تنش در نقاط انتگرال‌گیری گوسی است. در این روش با استفاده از نقاط فوق هم‌گرای گوسی برای هر مؤلفه تنش در حالت تنش و کرنش مسطح، یک سطح بهبود یافته تشکیل می‌شود که برای برآورد خطای ایزوژئومتریک مورد استفاده قرار می‌گیرد [5]. در تحقیق حاضر توسعهٔ این روش در بازیافت تنش و برآورد خطای مسائل متقارن محوری دنبال می‌شود. هم‌چنین بررسی میزان تأثیر نقاط فوق هم‌گرای گوسی در تشکیل سطح تنش بهبود یافتهٔ مسائل متقارن محوری از دیگر اهداف این پژوهش به‌شمار می‌رود. بدین منظور به مدل‌سازی و تحلیل دو مثال نمونه با شرایط تقارن محوری و دارای حل تحلیلی پرداخته شده است. لولهٔ بلند جدار ضخیم تحت فشار داخلی و خارجی و صفحهٔ دایره‌ای شکل تحت بار متمرکز در مرکز، دو مثال حل شده در این پژوهش می‌باشند. با توجه به تشابه توزیع نرم خطای دقیق و تقریبی و بهبود دقت مؤلفه‌های تنش بازیافتی نسب به حل ایزوژئومتریک برای دو مثال حل شده در این پژوهش، می‌توان بیان نمود که نقاط گوسی در تحلیل مسائل متقارن محوری نیز از خاصیت فوق هم‌گرایی مناسبی برخوردار می‌باشند و می‌توان از آن‌ها برای بهبود نتایج تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری و برآورد خطای آن استفاده نمود.

بی- اسپلاین و نربز

در این بخش به‌طور خلاصه و در حد نیاز به معرفی منحنی‌ها و سطوح بی- اسپلاین و نربز پرداخته می‌شود. برای آشنایی بیشتر، مراجعه به مراجع [8, 9] پیشنهاد می‌شود.

نربزها از بی- اسپلاین‌ها ساخته می‌شوند. بی- اسپلاین‌ها در یک فضای پارامتری (ناحیه) (Patch) تعریف می‌شوند. نواحی مذکور دامنهٔ مدل‌سازی شده را به چندین زیردامنه تقسیم می‌کنند. یک بردار گرهی (Knot Vector) در فضای پارامتری یک‌بعدی از یک سری مختصات به‌صورت زیر تشکیل می‌شود [9].

$$\Xi = \left\{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_{n+p+1}\right\}, \quad \xi_{i+1} \geq \xi_i \quad i = 1, 2, ..., n+p+1 \qquad (۱)$$

که در آن ξ_i iامین گره، p مرتبه چند جمله‌ای و n تعداد توابع شکل تشکیل‌دهندهٔ بی- اسپلاین به‌شمار می‌رود. انواع مختلفی از بردارهای گره‌ای وجود دارد ولی در این بحث فقط از نوع خاصی از بردارهای گره‌ای به‌نام بردارهای گره‌ای نامتناوب (Nonperiodic knot vector) (یا باز) (Open) استفاده می‌کنیم. این نوع بردارها به شکل زیر نشان داده می‌شوند:

$$\Xi = \left\{\underbrace{a, ..., a}_{p+1}, \xi_{p+1}, ..., \xi_{m-p-1}, \underbrace{b, ..., b}_{p+1}\right\} \qquad (۲)$$

در این صورت iامین تابع پایه‌ای بی- اسپلاین از درجهٔ p که با $N_{i,p}(\xi)$ نشان داده می‌شود به‌صورت زیر تعریف می‌شود [9]:

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (۳)$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+1} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi)$$

با استفاده از تعاریف بالا، منحنی بی- اسپلاین از درجهٔ p به‌صورت زیر تعریف می‌شود [9]:

$$C(\xi)=\sum_{i=0}^{n} N_{i,p}(\xi) P_i \qquad a \le \xi \le b \qquad (٤)$$

$C(\xi)$ یک منحنی چند جمله‌ای قطعه‌ای (Piecewise polynomial curve) است که در آن $\{P_i\}$ نقاط کنترلی و $\{N_{i,p}(\xi)\}$ توابع پایه‌ای بی- اسپلاین هستند که روی بردار گره‌ای نامتناوبی به‌صورت رابطهٔ (۲) با فرض $a=0$ و $b=1$ تعریف می‌شوند. اگر p درجه توابع پایه، $n+1$ تعداد نقاط کنترلی و $m+1$ تعداد گره‌ها باشند، آن‌گاه می‌توان رابطهٔ $m=n+p+1$ را برای آن‌ها نوشت.

به‌طرز مشابهی سطوح بی- اسپلاین به‌صورت زیر تعریف می‌شود [9]:

$$S(\xi,\eta)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta) P_{i,j} \qquad (٥)$$

که در آن:

$$\Xi=\left\{\underbrace{0,\ldots,0}_{p+1},\xi_{p+1},\ldots,\xi_{r-p-1},\underbrace{1,\ldots,1}_{p+1}\right\} \quad ; \quad \mathscr{H}=\left\{\underbrace{0,\ldots,0}_{q+1},\eta_{q+1},\ldots,\eta_{s-q-1},\underbrace{1,\ldots,1}_{q+1}\right\} \qquad (٦)$$

به‌طوری که بردار گره‌ای Ξ دارای $r+1$ گره و $\mathscr{H}$ دارای $s+1$ گره می‌باشد.

یک منحنی نربز از درجهٔ p به‌صورت زیر تعریف می‌شود [9]:

$$C(\xi)=\frac{\sum_{i=0}^{n} N_{i,p}(\xi) w_i P_i}{\sum_{i=0}^{n} N_{i,p}(\xi) w_i} \qquad a \le \xi \le b \qquad (٧)$$

که در آن $\{P_i\}$ نقاط کنترلی، $\{w_i\}$ وزن‌ها و $\{N_{i,p}(\xi)\}$ توابع پایه‌ای بی- اسپلاین از درجهٔ p هستند که بر روی بردار گره‌ای به‌صورت رابطهٔ (۲) تعریف شده‌اند.

و در نهایت، یک سطح نربز که در جهت ξ از درجهٔ p، و در جهت η از درجهٔ q باشد، به‌صورت زیر تعریف می‌شود [9]:

$$S(\xi,\eta)=\frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta) w_{i,j}}, \qquad 0 \le \xi,\eta \le 1 \qquad (٨)$$

در عبارت فوق $\{P_{i,j}\}$ شبکهٔ نقاط کنترلی می‌باشد که در دو جهت تعریف شده است. هم‌چنین $\{w_{i,j}\}$ وزن‌ها و $\{N_{i,p}(\xi)\}$ و $\{N_{j,q}(\eta)\}$ توابع پایه‌ای بی- اسپلاین هستند که بر روی بردارهای گره‌ای به‌صورت رابطهٔ (٦) تعریف شده‌اند. در رابطهٔ (۸) اگر توابع پایه‌ای نسبی قطعه‌ای را به‌صورت زیر تعریف کنیم:

$$R_{i,j}(\xi,\eta)=\frac{N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta) w_{i,j}}{\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{m} N_{k,p}(\xi) N_{l,q}(\eta) w_{k,l}} \qquad (٩)$$

خواهیم داشت:

$$S(\xi,\eta)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} R_{i,j}(\xi,\eta) P_{i,j} \qquad (١٠)$$

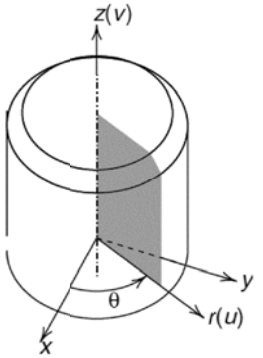
در شکل (۱) شبکهٔ نقاط کنترلی و سطح نربز به‌دست آمده از آن با توابع پایهٔ درجهٔ دو مشاهده می‌شود.



شکل ۱ شبکهٔ نقاط کنترلی و سطح نربز مربوط به آن با توابع پایهٔ درجه دو

سازه‌های دارای تقارن محوری

تحلیل اجسامی که تقارن محوری دارند و بار اعمالی به آن‌ها نیز متقارن محوری است در بسیاری از پروژه‌های مهندسی مورد نیاز است. از کاربردهای این نوع تحلیل می‌توان بررسی تنش و کرنش‌های اعمالی به یک مخزن بزرگ تحت فشار، تحلیل جریان سیال در لوله‌ها، دیسک‌های توربین‌ها و پی‌های استوانه‌ای قرار گرفته بر روی بستر خاکی را نام برد. سازه‌های متقارن محوری سازه‌هایی هستند که از نظر هندسه، خواص ماده، شرایط مرزی و بارگذاری در دستگاه مختصات استوانه‌ای نسبت به θ مستقل هستند (شکل ۲). وجود تقارن محوری تضمین می‌کند که هیچ نوع حرکت و تغییرمکانی در امتداد زاویهٔ θ وجود ندارد. بنابراین مسألهٔ سه‌بعدی در مختصات (r,θ,z) به مسألهٔ دوبعدی در صفحهٔ rz کاهش پیدا می‌کند.



شکل ۲ تحلیل دوبعدی در حالت تقارن محوری

فرمول‌بندی تحلیل ایزوژئومتریک در مسائل متقارن محوری

در روش ایزوژئومتریک، مقدار مجهول مسأله در حالت دوبعدی، (به‌طور مثال مؤلفهٔ تغییرمکان جهت r) به‌عنوان یک سطح نربز، طوری تعیین می‌شود که ارتفاع سطح تشکیل شده از تراز مبنا در هر نقطه از دامنه، بیان کنندهٔ مقدار مجهول مسأله در آن مکان باشد. در مسائل متقارن محوری، اگر نقاط کنترلی را به‌گونه‌ای انتخاب کنیم که مؤلفه‌های اول و دوم مختصات این نقاط، (P_r, P_z)، بتوانند هندسهٔ مسأله را در صفحهٔ rz برآورد کنند، در این صورت مؤلفهٔ سوم مختصات این نقاط را طوری محاسبه می‌کنیم که درون‌یابی بین این نقاط به‌وسیلهٔ توابع پایه‌ای نربز نشان‌دهندهٔ تغییرمکان آن نقطه باشد. در حقیقت می‌توان رویه‌ای تشکیل داد که تصویر آن روی صفحهٔ rz نشان‌دهندهٔ هندسهٔ مسأله و ارتفاع رویه در هر نقطه نسبت به صفحهٔ rz نشان‌دهندهٔ تغییرمکان آن نقطه باشد. بنابراین اگر تغییرشکل‌های شعاعی (در جهت r) و محوری (در جهت z) هر نقطه را به‌ترتیب با u و v نشان دهیم، می‌توان تغییرمکان هر نقطه داخل زیردامنه نربز ناحیه را به‌صورت زیر از روی نقاط کنترلی مربوط درون‌یابی کرد.

$$\mathbf{u} \approx \hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} u(r,z) \\ v(r,z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_{i,j}(\xi,\eta)\mathbf{P}_{u\,i,j} \\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_{i,j}(\xi,\eta)\mathbf{P}_{v\,i,j} \end{Bmatrix} \qquad (۱۱)$$

در رابطهٔ بالا $\mathbf{P}_{i,j}$ ها نمایشگر بردار مؤلفه‌های سوم مختصات نقاط کنترلی نربز، $R_{i,j}$ توابع پایه‌ای نربز و m و n تعداد نقاط کنترلی در جهت‌های r و z می‌باشند.

با توجه به خاصیت بازه تأثیر توابع نربز که بیان می‌کند برای هر η و ξ فقط تعداد محدودی از این توابع غیر صفر می‌باشند [9]، می‌توان برای کم‌کردن هزینهٔ محاسبات، معادلهٔ (۱۱) را به‌صورت زیر تغییر داد. بدین منظور اگر فرض کنیم η و ξ به‌ترتیب در دهانه‌های گره‌ای i اُم و j اُم قرار دارند (یعنی $\xi \in [\xi_i, \xi_{i+1})$ و $\eta \in [\eta_j, \eta_{j+1})$)، و درجهٔ توابع پایه‌ای در جهت بردار گره‌ای Ξ، p و در جهت بردار گره‌ای $\mathscr{H}$، q باشند، آن‌گاه فقط حداکثر $(p+1)(q+1)$ تابع پایه‌ای غیر صفر وجود خواهد داشت. در این صورت می‌توان معادلهٔ (۱۱) را به معادلهٔ

(۱۲) کاهش داد.

هم‌چنین می‌توان معادلهٔ (۱۲) را به شکل ماتریسی معادلهٔ (۱۳) نوشت.

$$u \approx \bar{u} = \begin{Bmatrix} u(r,z) \\ v(r,z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{k=i-p}^{i} \sum_{l=j-q}^{j} R_{k,l}(\xi,\eta) P_{u\,k,l} \\ \sum_{k=i-p}^{i} \sum_{l=j-q}^{j} R_{k,l}(\xi,\eta) P_{v\,k,l} \end{Bmatrix} \quad (۱۲)$$

$$\bar{u} = \bar{R}.\bar{P} \quad (۱۳)$$

که در آن $\bar{u}$ ماتریس ستونی تغییرمکان‌ها به شکل زیر است:

$$\bar{u}^{i,j} = \begin{bmatrix} u_{i,j} & v_{i,j} \end{bmatrix}^T \quad (۱٤)$$

هم‌چنین $\bar{R}$ ماتریس توابع پایه‌ای نسبی نربز و $\bar{P}$ ماتریس ستونی مختصات نقاط کنترلی به شکل زیر هستند:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} R_{i-p,j-q}(\xi,\eta) & 0 \\ 0 & R_{i-p,j-q}(\xi,\eta) \\ \vdots & \vdots \\ R_{i-p,j}(\xi,\eta) & 0 \\ 0 & R_{i-p,j}(\xi,\eta) \\ \vdots & \vdots \\ R_{i,j}(\xi,\eta) & 0 \\ 0 & R_{i,j}(\xi,\eta) \end{bmatrix}^T \quad (۱٥)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_{u\,i-p,j-q} \\ P_{v\,i-p,j-q} \\ \vdots \\ P_{u\,i-p,j} \\ P_{v\,i-p,j} \\ \vdots \\ P_{u\,i,j} \\ P_{v\,i,j} \end{bmatrix} \quad (۱٦)$$

در مسائل دارای تقارن محوری بردار کرنش‌ها دارای چهار مؤلفهٔ مستقل از هم می‌باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix} \quad (۱۷)$$

با معلوم بودن تغییرمکان در نقاط داخل هر زیردامنه، می‌توان کرنش‌ها را در هر نقطهٔ دل‌خواه به‌دست آورد. در این‌صورت مطابق رابطهٔ (۱۸) خواهیم داشت:

$$\varepsilon = Lu = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{u}{r} & 0 \\ \frac{\partial v}{\partial r} & \frac{\partial u}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

u بردار تغییرمکان‌ها، **ε** کرنش، و **L** یک عملگر دیفرانسیلی است که برای مسائل متقارن محوری به‌صورت رابطهٔ (۱۹) تعریف می‌شود:

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

با جای‌گذاری رابطهٔ (۱۳) در (۱۸) می‌توان کرنش‌ها را به‌صورت زیر تقریب زد:

$$\varepsilon = B\bar{P} \quad (۲۰)$$

که با توجه به ماتریس دیفرانسیل‌گیری L ماتریس B برای مسائل تقارن محوری به‌صورت رابطهٔ (۲۱) خواهد بود. هم‌چنین در مسائل متقارن محوری می‌توان چهار مؤلفهٔ تنش را به‌صورت رابطهٔ (۲۲) برای بردار تنش‌ها در نظر گرفت.

$$B = L\bar{R} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R(\xi,\eta)}{\partial r} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial R(\xi,\eta)}{\partial z} & \dots \\ \frac{R(\xi,\eta)}{r} & 0 & \dots \\ \frac{\partial R(\xi,\eta)}{\partial z} & \frac{\partial R(\xi,\eta)}{\partial r} & \dots \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (۲۲)$$

با فرض وجود رفتار خطّی کشسان، رابطهٔ بین تنش‌ها و کرنش‌ها خطی و به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (۲۳)$$

$\boldsymbol{\varepsilon_0}$ و $\boldsymbol{\sigma_0}$ تنش‌ها و کرنش‌های اولیه و D ماتریس خواص مصالح می‌باشد که برای مصالح همسانگرد از رابطهٔ (۲٤) محاسبه می‌شود:

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (۲٤)$$

یکی از روش‌هایی که در تحلیل‌های عددی برای هم‌ارزسازی استاتیکی نیروهای گره‌ای با تنش‌های مرزی و بارهای گسترده و نهایتاً محاسبهٔ ماتریس سختی استفاده می‌شود، به‌کار بردن روش تغییرمکان مجازی می‌باشد. به این ترتیب که ابتدا یک تغییرمکان گره‌ای فرضی (مجازی) را اعمال می‌کنیم و کارهای داخلی و خارجی را که نیروهای مختلف در اثنای این تغییرمکان انجام می‌دهند، مساوی قرار می‌دهیم [7].

از همین طریق می‌توان برای محاسبهٔ ماتریس ضرایب در روش ایزوژئومتریک نیز استفاده کرد؛ به‌طوری که اگر در یک زیردامنه به حجم V که دارای مرزهای Γ می‌باشد، نیروهای کالبدی b (Body forces) و نیروهای سطحی t (Traction forces) وجود داشته باشند، می‌توان نوشت:

$$\int_V \delta\varepsilon^T \sigma \, dV - \int_V \delta u^T b \, dV - \int_\Gamma \delta u^T t \, d\Gamma = 0 \quad (۲۵)$$

هم‌چنین با استفاده از معادلات (۲۰ و ۱۳) می‌توان نوشت:

$$\delta u = \bar{R}\,\delta\bar{P} \quad (۲٦)$$

$$\delta\varepsilon = B\,\delta\bar{P} \quad (۲۷)$$

حال با جای‌گذاری روابط فوق در معادلهٔ (۲۵) داریم:

$$\int_V \delta\bar{P}^T B^T \sigma \, dV - \int_V \delta\bar{P}^T \bar{R}^T b \, dV - \int_\Gamma \delta\bar{P}^T \bar{R}^T t \, d\Gamma = 0 \quad (۲۸)$$

حال با حذف $\boldsymbol{\delta\bar{P}}$ و استفاده از رابطهٔ (۲۳) خواهیم داشت:

$$\int_V B^T D\varepsilon \, dV - \int_V B^T D\varepsilon_0 \, dV + \int_V B^T \sigma_0 \, dV - \int_V \bar{R}^T b \, dV - \int_\Gamma \bar{R}^T t \, d\Gamma = 0 . \quad (۲۹)$$

از طرفی با جای‌گذاری ε از معادلهٔ (۲۰) خواهیم داشت:

$$\int_V B^T DB\bar{P} \, dV - \int_V B^T D\varepsilon_0 \, dV + \int_V B^T \sigma_0 dV - \int_V \bar{R}^T b \, dV - \int_\Gamma \bar{R}^T t \, d\Gamma = 0 . \quad (۳۰)$$

در نهایت می‌توان رابطهٔ (۳۰) را با فرض عدم وجود تنش‌ها و کرنش‌های اولیه به‌صورت رابطهٔ (۳۱) نوشت.

$$KU = F \qquad (۳۱)$$

که در آن K ماتریس ضرایب (ماتریس سختی)، U مجهولات مسأله (مختصهٔ سوم نقاط کنترلی) و F نیروهای خارجی وارد بر زیردامنه می‌باشند که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$K = \int_V B^T DB dv \qquad (۳۲)$$

$$F = \int_V \bar{R}^T b\, dV + \int_\Gamma \bar{R}^T t\, d\Gamma \qquad (۳۳)$$

محاسبهٔ انتگرال ماتریس سختی در مسائل متقارن محوری با استفاده از المان حجمی نربز امکان‌پذیر است که از دوران یک المان سطحی نربز حول محور تقارن ایجاد می‌شود و به‌صورت یک حلقه با سطح مقطع چهارضلعی می‌باشد. بنابراین می‌توان انتگرال ماتریس سختی را برای هر زیردامنهٔ نربز به‌صورت زیر نوشت:

$$K_{patch} = \int\int\int_V B^T DB\, r\, dr dz d\theta \qquad (۳۴)$$

بایستی توجه داشت که جزء حجم در مختصات استوانه‌ای به‌صورت $dv = r\, dr dz d\theta$ می‌باشد. هم‌چنین با توجه به این نکته که مسائل متقارن محوری مستقل از θ می‌باشند، می‌توان این انتگرال را به‌صورت دوبعدی زیر تبدیل کرد:

$$K_{patch} = 2\pi \int\int_V B^T DB\, r\, dr dz \qquad (۳۵)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای محاسبهٔ ماتریس سختی احتیاج به محاسبهٔ ماتریس B هست که در آن نیاز به محاسبهٔ مشتق $\frac{\partial R}{\partial r}$ و $\frac{\partial R}{\partial z}$ می‌باشد. از آن‌جا که R، r و z هر سه توابعی از مختصات فضای پارامتری نربز یعنی ξ و η می‌باشند، برای محاسبهٔ این مشتقات ژاکوبین زیر را تعریف می‌کنیم.

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \qquad (۳۶)$$

با این تعریف داریم:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial R}{\partial r} \\ \frac{\partial R}{\partial z} \end{Bmatrix} = J_1^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial R}{\partial \xi} \\ \frac{\partial R}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \qquad (۳۷)$$

که در آن $\frac{\partial R}{\partial \xi}$ و $\frac{\partial R}{\partial \eta}$ مشتقات جزئی توابع پایه‌ای نربز می‌باشند. هم‌چنین با توجه به این‌که همهٔ پارامترهای انتگرال ماتریس سختی در دستگاه مختصات فضای پارامتری نربز بیان شده است، ساده‌ترین راه برای محاسبهٔ انتگرال سختی استفاده از همین دستگاه مختصات می‌باشد. این عمل باعث ایجاد ژاکوبین $\det J_1$ در رابطهٔ انتگرال ماتریس سختی می‌شود.

$$\begin{aligned} &drdz = \det J_1 d\xi d\eta \\ &\Rightarrow K_{patch} = 2\pi \int_0^1 \int_0^1 B^T(\xi,\eta)\, DB(\xi,\eta) \\ &\qquad\qquad r \det J_1 d\xi d\eta \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

برای محاسبهٔ انتگرال فوق می‌توان از روش گوس استفاده کرد [7]. نقاط گوس نقاطی از پیش تعیین‌شده هستند که برای المان‌های مختلف پایه محل و وزن آن‌ها محاسبه شده است. در المان‌های چهارضلعی این نقاط در دستگاه مختصات سرندیپیتی (Serendipity) مشخص شده است [7]. بنابراین برای این‌که بتوانیم از این نقاط ارائه‌شده بهره ببریم، بایستی از یک نگاشت

استفاده کنیم؛ به‌گونه‌ای که این نگاشت مختصات نقـاط ارائه شده در دستگاه سرندیپیتی (r,s) المـان i اُم را بـه دستگاه مختصات ترمـال زیردامنـه نربـز (ξ,η) منتقـل می‌کند (رابطهٔ ۳۹).

$$\xi=\frac{1}{2}\left[(\xi_{i+1}-\xi_i)r+(\xi_{i+1}+\xi_i)\right]$$
$$\eta=\frac{1}{2}\left[(\eta_{i+1}-\eta_i)s+(\eta_{i+1}+\eta_i)\right] \qquad (۳۹)$$

در روابط فوق r,s مؤلفه‌های مختصات نقـاط در دستگاه سرندیپیتی المان و ξ,η مؤلفه‌هـای مختصـات در دستگاه نرمال زیردامنه نربز می‌باشد. این نگاشت در انتگرال‌گیـری باعـث ایجـاد ژاکـوبین بـه‌صـورت زیـر می‌شود:

$$J_2=\begin{bmatrix}\frac{\partial\xi}{\partial r} & \frac{\partial\eta}{\partial r}\\ \frac{\partial\xi}{\partial s} & \frac{\partial\eta}{\partial s}\end{bmatrix} \quad , \quad d\xi d\eta=\det J_2 drds \qquad (٤٠)$$

که در آن

$$\frac{\partial\xi}{\partial r}=\frac{1}{2}(\xi_{i+1}-\xi_i) \quad , \quad \frac{\partial\eta}{\partial r}=0$$
$$\frac{\partial\xi}{\partial s}=0 \quad , \quad \frac{\partial\eta}{\partial s}=\frac{1}{2}(\eta_{i+1}-\eta_i) \qquad (٤١)$$

بنابراین می‌توان رابطهٔ ماتریس سختی را به شکل نهایی زیر در دستگاه مختصات سرندیپیتی المان‌ها نوشت:

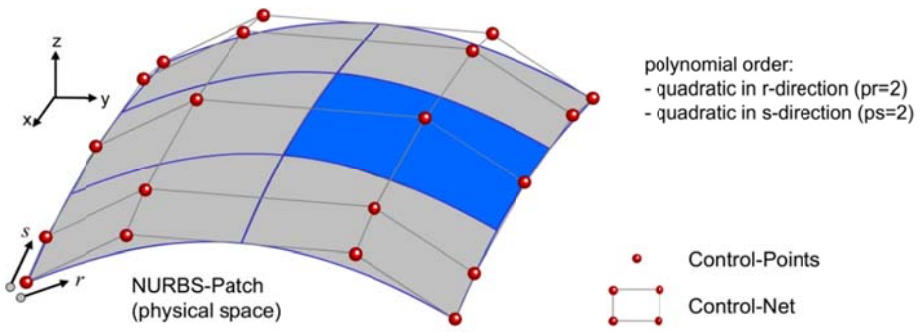
$$K_{patch}=2\pi\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}B^T(r,s)DB(r,s)\, r\det J_1\det J_2 drds \qquad (٤٢)$$

و در نهایت انتگرال مـاتریس سـختی بـه روش گـوس به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

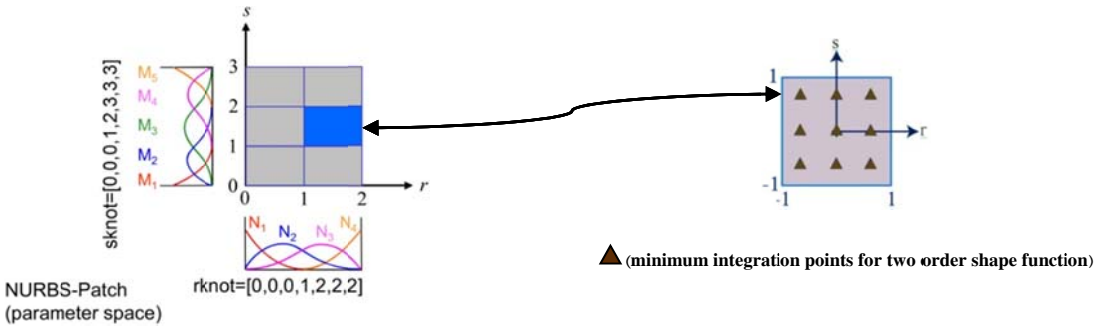
$$K_{patch}=2\pi\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}B^T(r,s)DB(r,s)\, r\det J_1\det J_2 w_i.w_j \qquad (٤٣)$$

که در آن m و n تعداد نقاط گوس در جهـت r و s در هر المان و $w_i.w_j$ وزن نقاط گوس می‌باشد.

لازم به ذکر اسـت کـه در تحلیـل ایزوژئومتریـک حداقل تعداد نقاط مورد نیاز برای انتگرال‌گیری عـددی به روش گوس با توجه به مرتبه توابـع شـکل از مـورد مشابه آن در اجزای محدود بیشتر است [10]. در شکل (۳) فضای فیزیکی و فضای پارامتری مربـوط بـه آن و هم‌چنین فضای انتگرال‌گیری عـددی یـک المـان نربـز ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود حداقل تعداد نقاط انتگرال‌گیری گوس برای توابع شکل مرتبـه دو در هر جهت سه نقطه می‌باشـد کـه ایـن تعـداد در روش اجزای محدود دو نقطه در هر جهت است.



الف) فضای فیزیکی که از یک ناحیه (patch) تشکیل شده است



ب) فضای پارامتری ج) المان مادر(فضای انتگرال گیری گوس)

شکل ۳ نقاط انتگرال‌گیری گوس در روش ایزوژئومتریک

تشریح روش برآورد خطا در مسائل متقارن محوری

در این روش، میدان تنش بهبود یافته برای هر مولفهٔ تنش در هر ناحیه به‌صورت یک سطح فرضی در نظر گرفته می‌شود. این سطح فرضی با استفاده از توابع شکل نربزی که برای تخمین تابع مجهول (جابه‌جایی) استفاده شده‌اند، به‌دست می‌آید [5].

یک سطح نربز زمانی به‌دست خواهد آمد که مختصات نقاط کنترلی آن مشخص شده باشد. در مسائل متقارن محوری با تعریف مختصات r و z هر نقطه کنترلی توسط کاربر، تنها مؤلفهٔ مجهول برای تعیین سطح بهبود یافتهٔ تنش، مؤلفهٔ سوم نقطه کنترلی می‌باشد. نحوه محاسبه مختصات سوم نقاط کنترلی به‌نحوی است که سطح تنش جدید به‌دست آمده نسبت به سطح تنش قبلی که از تحلیل ایزوژئومتریک به‌دست آمده است، به یک سطح تنش بهبود یافته تبدیل می‌شود. اساس محاسبهٔ مختصات نقاط کنترلی و در نتیجه به‌دست آوردن سطح تنش بهبود یافته برگرفته از خاصیت نقاطی است که در آن‌ها تنش به‌دست آمده از تحلیل تقریبی نسبت به سایر نقاط دقت بیشتری دارد. در این نقاط مرتبهٔ هم‌گرایی گرادیان یک تابع، یک مرتبه از مقداری که از تقریب تابع شکل مربوط به حل تقریبی انتظار می‌رود، بالاتر است. به همین دلیل به این نقاط، نقاط فوق هم‌گرا گفته می‌شود که اولین بار توسط بارلو مطرح شده است [11]. در تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری این نقاط فوق هم‌گرا بر حداقل تعداد نقاط گوسی مورد نیاز المان چهار ضلعی منطبق هستند (شکل ۳). مختصات نقاط کنترلی سطح بهینه تنش با مینیمم کردن فاصله بین این سطح فرضی و سطح تنش به‌دست آمده از حل ایزوژئومتریک در نقاط گوس المان‌های هر ناحیه با استفاده از روش حداقل مجموع مربعات محاسبه می‌شود.

در مسائل متقارن محوری، می‌توان سطح بهبود یافته هر یک از مؤلفه‌های تنش را با توجه به توابع شکل نربز به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\sigma^* = \begin{Bmatrix} \sigma^*_{rr} \\ \sigma^*_{zz} \\ \sigma^*_{\theta\theta} \\ \sigma^*_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R^T P_{rr} \\ R^T P_{zz} \\ R^T P_{\theta\theta} \\ R^T P_{rz} \end{Bmatrix} \qquad (٤٤)$$

که در آن **P** و **R** مطابق روابط (۱۶ و ۱۵) تعریف می‌شوند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تنها پارامتر مجهول برای تعیین سطح هر مؤلفه تنش، مختصات سوم نقاط کنترلی (بردار **P**) می‌باشد. برای تعیین این مقادیر، مجموع مربعات اختلاف تنش بین مقدار به‌دست آمده از تحلیل ایزوژئومتریک و تنش بهبود یافته را در نقاط گوس مینیمم می‌کنیم. برای این منظور تابع F(P) را برای هر مؤلفهٔ تنش به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F(P_{rr}) = \sum_{l=1}^{K} (R_l^T P_{rr} - \bar{\sigma}_{rr})^2 \qquad (٤٥)$$

$$F(P_{zz}) = \sum_{l=1}^{K} (R_l^T P_{zz} - \bar{\sigma}_{zz})^2 \quad (٤٦)$$

$$F(P_{\theta\theta}) = \sum_{l=1}^{K} (R_l^T P_{\theta\theta} - \bar{\sigma}_{\theta\theta})^2 \quad (٤٧)$$

$$F(P_{rz}) = \sum_{l=1}^{K} (R_l^T P_{rz} - \bar{\sigma}_{rz})^2 \quad (٤٨)$$

که در آن $\bar{\sigma}$ مؤلفهٔ تنش به‌دست آمده از تحلیل ایزوژئومتریک و K تعداد نقاط گوس موجود در هر ناحیه می‌باشد. در نهایت با مشتق‌گیری از تابع F(P) نسبت به مؤلفه‌های مجهول بردار **P** و مساوی صفر قرار دادن آن مختصات نقاط کنترلی صفحهٔ تنش بهبود یافته هر یک از مؤلفه‌ها به‌دست می‌آید. به‌طور مثال برای مؤلفهٔ تنش بهبود یافته σ_{rr}^* خواهیم داشت:

$$\frac{\partial F(P_{rr})}{\partial P_{i,j}} = 0 \Rightarrow AP_{rr} = B_{rr} \Rightarrow P_{rr} = A^{-1}B_{rr} \quad (٤٩)$$

که در آن:

$$A = \sum_{i=1}^{K} R_i R_i^T \quad ; \quad B_{rr} = \sum_{i=1}^{K} R_i \bar{\sigma}_{rr}$$

با داشتن مختصات نقاط کنترلی هر یک از مؤلفه‌های تنش، سطح مربوط به آن نیز به‌دست می‌آید. همان‌گونه که در ادامه خواهیم دید، این میدان مؤلفه تنش نسبت به سطح تنش به‌دست آمده از روش ایزوژئومتریک دقیق‌تر می‌باشد و از این‌رو می‌تواند به‌عنوان یک تخمین‌زنندهٔ بالقوهٔ خطا برای تحلیل ایزوژئومتریک به‌کار رود. روش کار این تخمین‌زنندهٔ خطا بدین صورت است که با در نظر گرفتن اختلاف بین سطح تنش بازیافتی و سطح تنش به‌دست آمده از تحلیل ایزوژئومتریک برای هر المان، به‌صورت تقریبی به یک معیاری برای تعیین میزان خطای موجود در آن المان دست پیدا کرد.

نرم خطای انرژی

استفاده از معیارهای مختلفی برای تعیین میزان خطا متداول است. یکی از معروف‌ترین معیارهای بیان خطا، معیار خطای انرژی است. طبق تعریف، نرم خطای انرژی دقیق تنش برای یک المان به‌صورت زیر بیان می‌شود [7]:

$$\|e\| = \left[\int_{\Omega} (\sigma - \bar{\sigma})^T D^{-1} (\sigma - \bar{\sigma}) \, d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (٥٠)$$

در این رابطه $\boldsymbol{\sigma}$ مقدار دقیق بردار تنش، $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ تنش به‌دست آمده از حل تقریبی، **D** ماتریس الاستیسیته و Ω دامنه المان می‌باشد. با توجه به این‌که در حالت کلی، جز در مواردی خاص که حل تئوری بعضی از مسائل الاستیسیته موجود می‌باشد، حل دقیق مسأله در دسترس نمی‌باشد، لذا به‌جای استفاده از میزان دقیق تنش از میزان بهبود یافتهٔ آن برای محاسبهٔ نرم خطای انرژی استفاده می‌شود. در این‌صورت نرم خطای انرژی تقریبی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

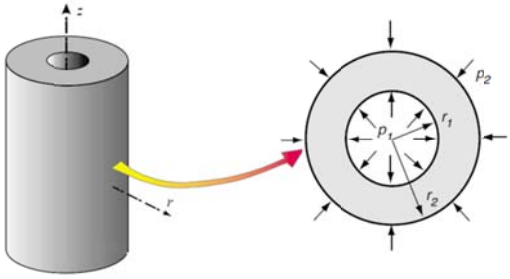
$$\|e\| \approx \|\bar{e}\| = \left[\int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma}^* - \bar{\boldsymbol{\sigma}})^T \mathbf{D}^{-1} (\boldsymbol{\sigma}^* - \bar{\boldsymbol{\sigma}}) \, d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (٥١)$$

که در اینجا $\boldsymbol{\sigma}^*$ تنش بازیافتی و $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ تنش به‌دست آمده از تحلیل ایزوژئومتریک می‌باشد. در نهایت مجموع نرم خطای انرژی المان‌ها، نرم خطای انرژی کل دامنه را تشکیل می‌دهد.

در ادامه برای بررسی کارایی این تخمین‌زنندهٔ خطا در برآورد خطای تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری به مدل‌سازی و مقایسهٔ نرم خطای انرژی تقریبی و نرم خطای انرژی دقیق و نحوهٔ تغییرات مؤلفه‌های تنش برای دو مسأله نمونه الاستیسیته که دارای حل تحلیلی می‌باشند، پرداخته شده است.

لولهٔ بلند جدارضخیم تحت فشار داخلی و خارجی

در این قسمت به بیان نتایج گرفته‌شده از مدل‌سازی یک لولهٔ بلند جدارضخیم تحت فشار داخلی و خارجی یکنواخت و در شرایط تقارن محوری، توسط تحلیل ایزوژئومتریک و بازیابی تنش‌های آن پرداخته می‌شود (شکل ٤).



شکل ٤ لولهٔ جدارضخیم تحت فشار داخلی و خارجی

در این مسأله علاوه بر داشتن شرایط تقارن محوری، کرنش در جهت محور z نیز به‌دلیل بلند بودن طول لوله صفر در نظر گرفته می‌شود.

پارامترهای به‌کار برده شده در تحلیل این مسأله به‌صورت زیر می‌باشند:

$$r_1 = 4,\ r_2 = 6,\ P_1 = 20,\ P_2 = 10,\ E = 2\times10^5,\ \nu = 0.3$$

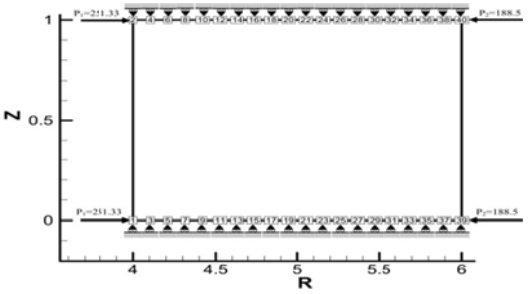
تنش‌های دقیق این مسأله با توجه به حل تحلیلی آن به‌صورت روابط (٥٤-٥٢) ارائه شده است [12].

$$\sigma_r = \frac{r_1^2 r_2^2 (p_2 - p_1)}{r_2^2 - r_1^2}\frac{1}{r^2} + \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} \qquad (٥٢)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{r_1^2 r_2^2 (p_2 - p_1)}{r_2^2 - r_1^2}\frac{1}{r^2} + \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} \qquad (٥٣)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = 2\nu\frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2},\ \sigma_{zr} = 0 \qquad (٥٤)$$

برای مدل‌سازی و تحلیل این مسأله به روش ایزوژئومتریک از یک ناحیه و ٤٠ نقطه کنترلی استفاده شده است. در شکل (٥) مختصات نقاط کنترلی و ترتیب نامگذاری آن‌ها به‌همراه شرایط مرزی اعمال شده به نقاط کنترلی مربوط نشان داده شده است.



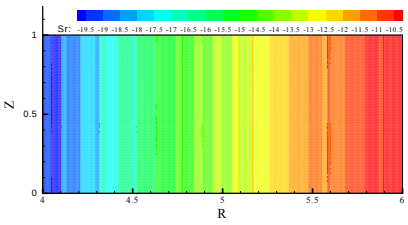
شکل ٥ نقاط کنترلی و شرایط مرزی لولهٔ جدارضخیم تحت فشار داخلی و خارجی

برای نمایش بهتری از کارایی تخمین‌زنندهٔ خطای پیشنهادی با توجه به مرجع [13] از توابع شکل نربز مرتبهٔ دو استفاده شده است. هم‌چنین با توجه با مرتبهٔ تابع شکل از نه نقطهٔ گوسی برای انتگرال‌گیری عددی و نقاط بهینهٔ تنش استفاده شده است. بردارهای گرهی در جهات η و ξ به‌صورت زیر می‌باشند.

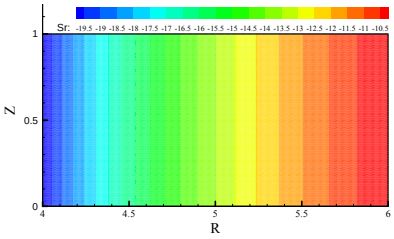
$$\eta = \{0,0,1,1\}$$

$$\xi = \begin{Bmatrix} 0,0,0.053,0.105,0.158,0.210,0.263,0.316, \\ 0.368,0.421,0.4746,0.526,0.579,0.632, \\ 0.684,0.737,0.789,0.842,0.895,0.947,1,1 \end{Bmatrix}$$

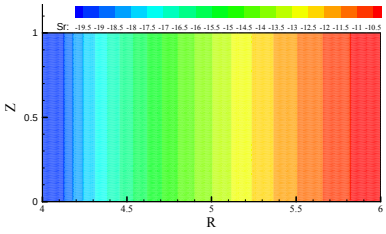
در شکل (٦)، به‌عنوان نمونه، کانتور تنش مؤلفهٔ σ_r برای حل دقیق، ایزوژئومتریک و حل بهبود یافته نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نحوه تغییرات تنش بهبود یافته تشابه بیشتری با حل دقیق نسبت به حل ایزوژئومتریک دارد.



الف) حل ایزوژئومتریک

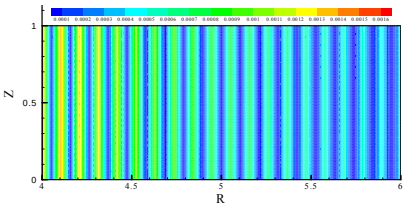


ب) حل دقیق

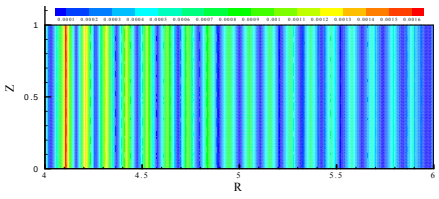


ج) حل بهبود یافته

شکل ٦ کانتور تنش مؤلفهٔ σ_r لولهٔ جدارضخیم



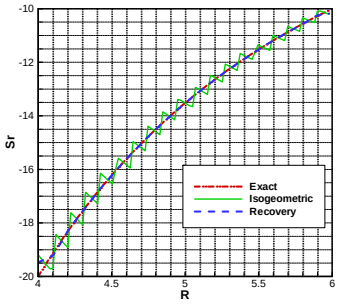
الف) نرم خطای دقیق



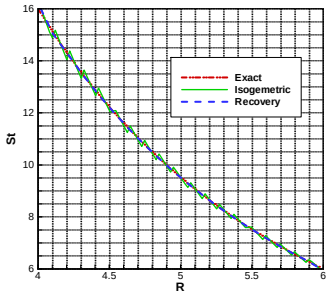
ب) نرم خطای تقریبی

شکل ۷ توزیع نرم خطای انرژی لولهٔ جدارضخیم

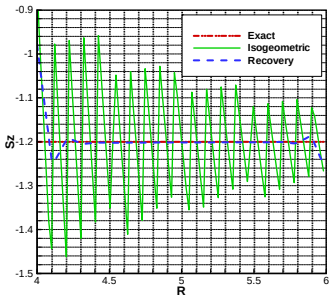
در شکل (۷) نحوهٔ توزیع نرم خطای انرژی دقیق و نرم خطای انرژی تقریبی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تشابه در نحوهٔ توزیع نرم خطای تقریبی نسبت به نرم خطای دقیق در این مثال، نشانهٔ کارایی مناسب محاسبه‌گر خطای پیشنهادی برای برآورد خطای مسائل متقارن محوری می‌باشد. به‌منظور مقایسهٔ دیگری از نحوهٔ تغییرات تنش دقیق با حل ایزوژئومتریک و بهبود یافته، به ترسیم نمودار تغییرات تنش در مسیر افقی به مختصات‌های (r,0.5) پرداخته شده است که در شکل (۸) مشاهده می‌شود.



الف) مؤلفهٔ تنش σ_r



ب) مؤلفه تنش σ_θ

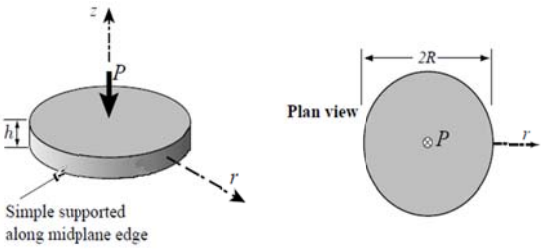


ج) مؤلفه تنش σ_z

شکل ۸ نمودار تغییرات مؤلفه‌های تنش لولهٔ جدارضخیم در مسیر Z=0.5

صفحهٔ دایره‌ای‌شکل تحت بار متمرکز

مسألهٔ نمونهٔ دیگری که در این قسمت به آن پرداخته می‌شود، مدل‌سازی یک صفحهٔ دایره‌ای تحت بار متمرکز P در مرکز و تکیه‌گاه‌های مفصلی در لبه‌های آن، تحت شرایط تقارن محوری می‌باشد (شکل ۹).



شکل ۹ صفحهٔ دایره‌ای‌شکل تحت بار متمرکز در مرکز

با توجه به شکل (۹)، پارامترهای به‌کار برده شده در تحلیل این مسأله به‌صورت زیر می‌باشند:

$$R=10,\ \ h=1,\ \ P=10,\ \ E=1000,\ \ \nu=0.3$$

تنش‌های دقیق این مسأله با فرض مدل صفحه کیرشهف (Kirchhoff plate model) به‌صورت روابط (٥٦-٥٤) ارائه شده است [14].

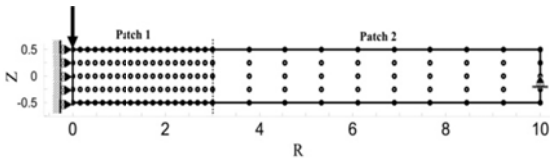
$$\sigma_r=\frac{12M_r Z}{h^3},\ \ M_r=\frac{P}{4\pi}(1+\upsilon)\log\frac{R}{r} \qquad (٥٤)$$

$$\sigma_\theta=\frac{12M_\theta Z}{h^3},$$
$$M_\theta=\frac{P}{4\pi}\left[(1+\upsilon)\log\frac{R}{r}+1-\upsilon\right] \qquad (٥٥)$$

$$\sigma_z=0\ ,\ \ \sigma_{zr}=0 \qquad (٥٦)$$

همان‌طور که در معادلات (٥٤ و ٥٥) مشاهده می‌شود، پاسخ تحلیلی این مسأله در r=0 دارای نقطهٔ تکین می‌باشد. لازم به ذکر است که معمولاً مسائل با نقطهٔ تکین، به‌علت بالا بودن خطای آلودگی، مسائل خوبی برای بررسی کارایی تخمین‌زننده‌های خطا به‌شمار نمی‌روند؛ اما هدف از ارائهٔ این مثال، بررسی رفتار تخمین‌زنندهٔ خطا می‌باشد. با توجه به این نکته که در نقاط تکین r=0 خطای زیادی نسبت به سایر نقاط وجود دارد، لذا یک تخمین‌زنندهٔ خطای مناسب باید به طور نسبی قادر به نمایش این توزیع خطا باشد. در صورتی که بهبود شبکه با توجه به نتایج به‌دست آمده از تخمین‌زنندهٔ خطا مورد نظر باشد، تخمین‌زنندهٔ خطایی که دارای آرایشی مناسب باشد می‌تواند برنامه را در هر مرحله به بهبود محلی شبکه در اطراف نوک ترک راهنمایی کند.

برای مدل‌سازی و تحلیل این مسأله به روش ایزوژئومتریک از دو ناحیه و ١٤٥ نقطهٔ کنترلی استفاده شده است. در شکل (١٠) مختصات نقاط کنترلی در هر ناحیه و شرایط مرزی اعمال شده به آن‌ها نشان داده شده است.



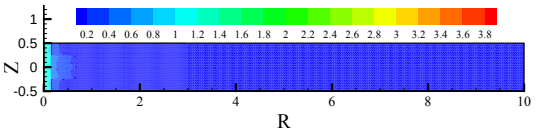
شکل ١٠ نقاط کنترلی و شرایط مرزی صفحهٔ دایره‌ای تحت بار متمرکز در مرکز

مشابه مثال قبل، در این مسأله نیز از توابع شکل نربز مرتبهٔ دو و نه نقطهٔ گوسی برای انتگرال‌گیری عددی و نقاط بهینهٔ تنش در هر ناحیه استفاده شده است. بردارهای گرهی در جهات η و ξ به‌صورت زیر می‌باشند.

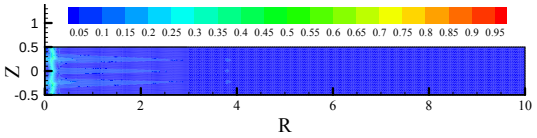
$$\eta=\{0,0,0.25,\ 0.5,0.75,1,1\}$$
$$\xi=\left\{\begin{matrix}0,0,0.05,0.11,0.16,0.21,0.26,0.32,\\0.37,0.42,0.47,0.53,0.58,0.63,0.68,\\0.74,0.79,0.84,0.89,0.95,1,1\end{matrix}\right\}$$

در شکل (١١) نحوهٔ توزیع نرم خطای انرژی

دقیق و نرم خطای انرژی تقریبی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در توزیع نرم خطای تقریبی نیز میزان خطا در r=0 نسبت به سایر نقاط بیشتر نشان داده شده است که نشان‌دهندهٔ رفتار مناسب تخمین‌زنندهٔ خطا می‌باشد.

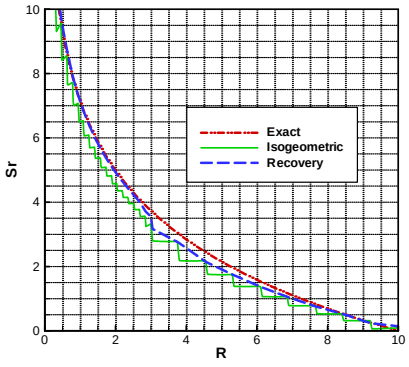


الف) نرم خطای دقیق

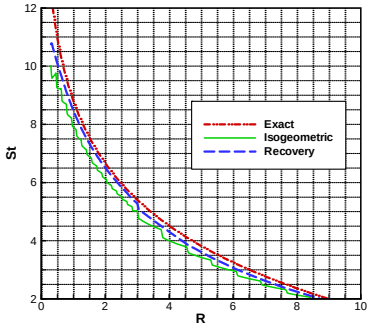


ب) نرم خطای تقریبی

شکل ۱۱ توزیع نرم خطای انرژی صفحهٔ دایره‌ای

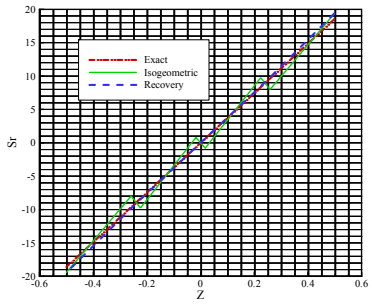


الف) مؤلفهٔ تنش σ_r

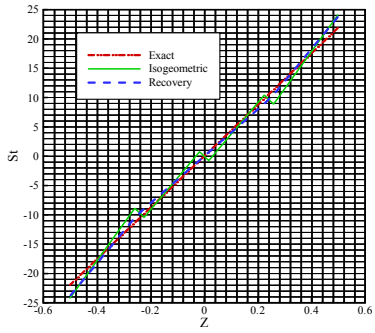


ب) مؤلفهٔ تنش σ_θ

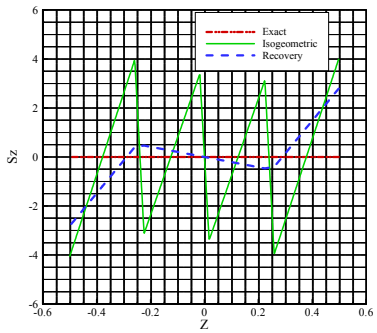
شکل ۱۲ نمودار تغییرات مؤلفه‌های تنش صفحهٔ دایره‌ای در مسیر Z=0.25



الف) مؤلفهٔ تنش σ_r



ب) مؤلفهٔ تنش σ_θ



ج) مؤلفهٔ تنش σ_z

شکل ۱۳ نمودار تغییرات مؤلفه‌های تنش صفحه دایره‌ای در مسیر R=0.5

در شکل‌های (۱۳ و ۱۲) به‌منظور مقایسهٔ نحوهٔ تغییرات تنش دقیق با حل ایزوژئومتریک و بهبود یافته، به ترسیم نمودار تغییرات تنش در مسیر افقی به مختصات‌های (r,0.25) و عمودی (0.5,z) پرداخته شده است. لازم به ذکر است که به علت تغییرات زیاد حل تحلیلی در نزدیکی r=0 نمودارها از r=0.3 به بعد ترسیم شده‌اند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به توسعهٔ روش SRI در برآورد خطای تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری و تأثیر نقاط فوق هم‌گرا در تشکیل سطح تنش بهبود یافته پرداخته شد. با توجه به تشابه توزیع نرم خطای تقریبی و نرم خطای دقیق در مسائل حل شده در این پژوهش و هم‌چنین نزدیکی نمودارهای مؤلفه‌های تنش بهبود یافته به حل دقیق، نسبت به مؤلفه‌های تنش ایزوژئومتریک در این مسائل، می‌توان بیان نمود که نقاط فوق هم‌گرای تنش در تحلیل ایزوژئومتریک مسائل متقارن محوری نیز از کارایی مناسبی برخوردار می‌باشند و می‌توان از آنها به‌عنوان راه حلی ساده و مهندسی برای برآورد خطا و بهبود میدان تنش به‌دست آمده از تحلیل مسائل متقارن محوری به روش ایزوژئومتریک نام برد.

فهرست علائم

بردار گرهی در فضای پارامتری ξ	Ξ
بردار گرهی در فضای پارامتری η	$\mathscr{H}$
iامین تابع پایه‌ای بی-اسپلاین از درجه صفر	$N_{i,0}(\xi)$
iامین تابع پایه‌ای بی-اسپلاین از درجه P	$N_{i,p}(\xi)$
منحنی مربوط به توابع پایهٔ بی- اسپلاین و یا نربز	$C(\xi)$
سطح تعریف شده توسط توابع پایهٔ بی- اسپلاین و یا نربز	$S(\xi,\eta)$
توابع پایه‌ای نسبی قطعه‌ای نربز	$R_{i,j}(\xi,\eta)$
بردار تغییرمکان هر نقطه داخل زیر دامنهٔ نربز	$\hat{u}$
ماتریس توابع پایه‌ای نسبی نربز	$\bar{R}$
ماتریس ستونی مختصات نقاط کنترلی سطح نربز	$\bar{P}$
بردار کرنش در مسائل متقارن محوری	ε
عملگر دیفرانسیل در مسائل متقارن محوری	L
ماتریس کرنش واحد در مسائل متقارن محوری	B
بردار تنش در مسائل متقارن محوری	σ
ماتریس خواص ارتجاعی مصالح در مسائل متقارن محوری	D
بردار تغییرمکان مجازی	δu
بردار کرنش مجازی	$\delta\varepsilon$
ماتریس ضرایب (سختی) مربوط به کل دامنهٔ مسأله	K
نیروهای خارجی وارد بر زیردامنه	F
ماتریس ضرایب (سختی) مربوط به هر زیردامنهٔ نربز	K_{patch}
ماتریس ژاکوبین تبدیل مختصات از r و z (فضای فیزیکی مسأله) به ξ و η (فضای پارامتری نربز)	J_1
ماتریس ژاکوبین تبدیل مختصات از ξ و η (فضای پارامتری نربز) به r و s (فضای پارامتری انتگرال‌گیری)	J_2
بردار تنش بهبود یافته در مسائل متقارن محوری	σ^*
نرم خطای انرژی دقیق	$\|e\|$
نرم خطای انرژی تقریبی	$\|\bar{e}\|$
بردار مؤلفهٔ مجهول نقاط کنترلی نربز تنش α	P_α

مراجع

1. Kagan, P., Fischer, A. and Bar-Yoseph, P.Z., "New B-Spline finite element approach for geometrical design and mechanical analysis", *Int. J. numer. Methods Engrg.*, Vol. 41, pp. 435-458, (1998).
2. Hollig, K., Reif, U. and Wipper, J., "Weighted extended B-Spline approximation of dirichlet problems", *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 39, 2, pp. 442-462, (2001).
3. Kagan, P., Fischer, A. and Bar-Yoseph, P.Z., "Mechanically based models: adaptive refinement for B-Spline finite element", *Int. J. numer. Methods Engrg.*, Vol. 57, pp. 1145-1175, (2003).

4. Hughes, T.G.R., Cottrell, J.A. and Bazilevs, Y., "Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement", *Comput. Method Appl. Mech. Engrg*, Vol. 194, pp. 4135–4195, (2005).
5. Hassani, B., Ganjali, A. and Tavakkoli, M., "*An* isogeometrical approach to error estimation and stress recovery", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 31, pp. 101-109, (2011).
6. Cottrell, J.A., Hughes, T.J.R. and Bazilevs, Y., "Isogeometric Analysis: toward integration of CAD and FEA", Wiley, (2009).
7. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Zhu, J.Z., "*The Finite Element Method*", 6th edition, Elsevier Butterworth-Heinemann, (2005).
8. Rogers D.F., "*An Introduction to NURBS*", Morgan Kaufmann Publishers, (2001).
9. Piegl, L. and Tiller, W., "The NURBS Book", 2nd ed., Springer-Verlag, New York, (1997).
10. Hughes, T.J.R., Reali, A. and Sangalli, G., "Efficient quadrature for NURBS-based isogeometric analysis", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 199, pp. 5-8: 301-313, (2010).
11. Barlow, J., "Optimal stress locations in finite element models", Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol. 10, pp. 243–251, (1976).
12. Sadd, M.H., "ELASTICITY:Theory, Applications, and Numerics", Elsevier Butterworth–Heinemann, (2005).
13. Gratsch, T. and Bathe, KJ, "A posteriori error estimation techniques in practical finite element analysis", *Computers and Structures*, Vol. 83, pp. 235–265, (2005).
14. Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S., "*Theory of Plates and Shells*", 2nd ed., McGraw-Hill, (1959).

کاربرد یادگیری تقویتی در جهت‌یابی حرکت سرپنتین ربات مارمانند*

هادی کلانی[۱] علیرضا اکبرزاده[۲]

چکیده *هدف این مقاله هدایت و کنترل ربات مارمانند با استفاده از یادگیری تقویتی (Reinforcement learning) می‌باشد. این مقاله به مدل‌سازی و شبیه‌سازی ربات مارمانند می‌پردازد و سپس نتایج آن را روی ربات واقعی پیاده‌سازی می‌نماید. در ابتدا معادلات دینامیک یک ربات مارمانند با n عضو (Link) در حرکت سرپنتین (Serpentine Locomotion) با استفاده از روش گیبس-اپل (Gibbs-Appell) به‌صورت ساده، جامع و کارآمد به‌دست آمده است. روش ارائه شده در این مطالعه حجم محاسبات برای دینامیک ربات مارمانند را تا حد قابل توجهی نسبت به‌کارهای پیشین کاهش می‌دهد. سپس مدل فیزیکی ربات در نرم‌افزار سیم‌مکانیک (SimMechanics) مدل‌سازی گشته و از آن برای تأیید معادلات دینامیک استفاده شده است. در این مقاله از یادگیری Q (Q learning) برای آموزش ربات مارمانند و جهت‌یابی آن استفاده شده است. هم‌چنین تأثیر پارامترهای منحنی سرپنوید و منحنی بدن مار روی سرعت یادگیری بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند پارامترهای فیزیکی که شکل ربات مار را تغییر نمی‌دهند، بر روی یادگیری ربات تأثیر محسوسی نمی‌گذارند. در انتها، نرم‌افزار شبیه‌سازی وباتس و ربات مارمانند FUM-Snake II برای تصدیق نتایج حاصل از یادگیری به‌کار گرفته شده است. نتایج به‌دست آمده از ربات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مسیر حرکت این ربات پس از یادگیری به روش Q، با مسیر پیش‌بینی شده توسط حل دینامیکی پیشنهادی و نتایج شبیه‌سازی در نرم‌افزار وباتس همگی دارای مطابقت خوبی می‌باشند.*

واژه‌های کلیدی ربات مارمانند، روش گیبس-اپل، یادگیری تقویتی، یادگیری Q.

Application of Reinforcement Learning for Navigation of a Planar Snake Robot in Serpentine Locomotion

H. Kalani A. Akbarzadeh

Abstract *This article presents an implementation of a reinforcement learning (RL) method for a snake like robot navigation. The paper starts with developing kinematics and dynamics model of a snake robot in serpentine locomotion followed by performing simulation and finishes with actual experimentation. First, Gibbs-Appell's method is used to obtain the robot dynamics. The robot is also modeled in SimMechanics toolbox of MATLAB software which is then used to verify the derived dynamics equations. In this study, for the first time, Q-learning method is employed to obtain the optimal state and actions. Effects of serpenoid curve and body curve parameters on the snake robot learning ability are also investigated. Results indicate that parameters which do not affect body shape of the snake robot, also do not affect the learning ability. Finally, the experimental FUM-Snake II as well as webots software are both employed to validate theoretical results. Results show that the Q-learning method is an effective method for navigation of snake like robot.*

Key Words Snake robot, Gibbs–Appell's method, Reinforcement learning, Q-learning.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۱/۱/۳۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۱/۳۰ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. Hadi.kalani@yahoo.com

(۲) استاد، گروه مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

ربات‌های مارمانند اولین بار توسط هیروس [1] در اوایل سال ۱۹۷۰معرفی شده‌اند. ربات‌های مارمانند برای انجام دادن مأموریت‌هایی مانند اکتشاف، عملیات نجات و عملیات بازرسی پیشنهاد شده‌اند. اکثر ایده‌پردازی‌ها در مورد حرکت این ربات‌ها با الهام‌پذیری از طبیعت بوده‌است. حرکت سرپنتین عام‌ترین حرکت مار در طبیعت است. سایتو و همکارانش [2] رباتی مارمانند را که توانایی حرکت در محیط‌های مختلف داراست ساختند و معادلات حرکت سرپنتین را به‌دست آوردند. ترنست [3] به بررسی سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند در دو بعد و سه بعد پرداخته است. به‌علاوه ترنست و همکارانش [4] گزارشی در مورد روش‌های سینماتیکی و دینامیکی ربات‌های مارمانند تا زمان خود ارائه دادند. وثوقی و همکارانش [5] ساختاری جدید برای ربات مارمانند ارائه نمودند و در مقالهٔ خود برای محاسبهٔ دینامیک از روش گیبس–اپل (Gibbs–Appell) استفاده کردند. در ادامهٔ تحقیق بر روی ربات مارمانند، اسپرانکلین و همکارانش [6] حرکت دوبعدی مستقیم‌الخط و لیلجبک و همکارانش [7] حرکت پهلویی را که یک حرکت سه‌بعدی است مورد تحلیل قرار دادند. هم‌چنین آن‌ها از فنر و دمپر برای ایجاد اصطکاک در خلال حرکت استفاده کرده‌اند. یه و همکارانش [8] به جزئیات طراحی ربات مارمانند که دارای سرعت بالایی می‌باشد، پرداختند. هم‌چنین آن‌ها حرکت سرپنتین را به‌کمک این ربات مورد بررسی قرار دادند. کرسپی و همکارانش [9] نشان دادند که برای این‌که ربات مارمانند در محیط‌های مختلف قادر به حرکت باشد، نیاز به الگویی دارد که بتواند با محیط اطراف خود وفق یابد. به‌عنوان مثال آن‌ها نشان دادند که برای ایجاد حرکت شناکردن (Swimming)، به یک موج‌های سینوسی با اختلاف فاز پایین نیاز است. مقالات متعددی از روش‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک برای یادگیری و تعلیم ربات استفاده کرده‌اند. حسن‌زاده و اکبرزاده [10,11] با استفاده از الگوریتم ژنتیک حرکت جدیدی را به نام (Forward Head Serpentine) FHS ایجاد کردند. این حرکت به‌کمک روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک، به‌گونه‌ای انجام شده‌است که عضو اول (به‌عنوان دم ربات) همواره دارای جهتی ثابت و به سمت جلو باشد. هدف از ایجاد این حرکت قرار دادن دوربین بر روی عضو اول ربات مارمانند است. اکبرزاده و همکارانش [12,13] حرکت موجی شکل را از نظر سینماتیکی و دینامیکی مورد تحلیل قرار دادند. آن‌ها در تحلیل خود از دو منحنی سرپنوید متقارن و نامتقارن استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که با استفاده از منحنی نامتقارن علی‌رغم افزایش سرعت پیش‌روی ربات، گشتاور مصرفی نسبت به حالت منحنی متقارن، تغییر چندانی نمی‌کند. آن‌ها [14] روش سینماتیکی جدیدی برای ایجاد حرکت موجی شکل ارائه دادند. هم‌چنین آن‌ها [15] با استفاده از طراحی آزمایش‌ها، DOE (Design of experiment)، پارامترهای تأثیرگذار در عملکرد ربات مارمانند را بررسی کردند و با الگوریتم SA (Simulated annealing) عملیات بهینه‌سازی را انجام دادند.

در مسأله یادگیری تقویتی (Reinforcement learning)، RL، به عامل (Agent) این امکان داده می‌شود که ضمن تعامل با محیط و کسب تجربه، با گسترش اعمالی که منجر به پیامد مطلوب می‌شود و محدود کردن اعمالی که منجر به پیامد نامطلوب می‌گردد، به استراتژی و سیاست بهینه برای رسیدن به هدف دست یابد [16]. برخی از ویژگی‌های روش‌های یادگیری تقویتی عبارتند از: (۱) آموزش از طریق تعامل با محیط، (۲) الگوریتم غیرنظارتی، (۳) نیاز به دانش قبلی دربارهٔ محیط و (٤) در حال یادگیری و خبره شدن پیوسته. این ویژگی‌ها باعث شده است که در

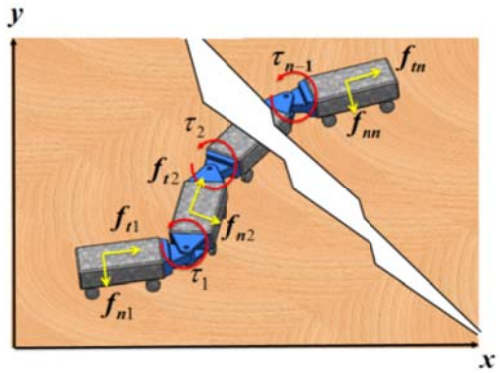
مطالعهٔ حاضر از این روش یادگیری استفاده شود. یکی از اهداف اصلی برای بررسی ربات‌های متحرک، مانند ربات مارمانند، پیمودن مسیری دل‌خواه می‌باشد [17-22]. یادگیری Q، از زیرمجموعه‌های یادگیری تقویتی می‌باشد که توسط واتکین [23] معرفی شده است. تا کنون این روش بر روی ربات‌های مختلف مانند ربات‌های کاوشگر [26]، ربات‌های انسان‌نما [27]، ربات‌های فوتبالیست [28]، ربات‌های تعقیب خط [29] و ربات‌های شکارچی [30,31] ربات‌های خانگی [31] مورد استفاده قرار گرفته است. هم‌چنین مقالات متعددی از روش‌های تکاملی برای بهبود عملکرد یادگیری بهره گرفته‌اند [32-34] هدف اصلی مقالهٔ حاضر، تأثیر پارامترهای منحنی سرپنوید بر روی یادگیری ربات مارمانند است.

مدل ریاضی برای دینامیک ربات مارمانند n عضوی

بررسی دینامیک یک ربات عموماً به دو دلیل اصلی انجام می‌شود: اول این‌که به‌کمک معادلات دینامیکی حرکت، علاوه بر شبیه‌سازی، می‌توان تأثیر ساختارهایِ کنترلیِ متفاوت را بر روی ربات مشاهده کرد. دوم این‌که، از این معادلات می‌توان برای بهینه‌سازی ربات (به‌عنوان مثال گشتاور مصرفی و یا فاصلهٔ پیموده شده) استفاده کرد. یکی از مشکلات موجود در بررسی ربات‌ها، انتخاب نوع روش حل دینامیکی مناسب می‌باشد. در این بخش، معادلاتِ حرکت ربات مارمانند در حرکت سرپنتین و در حالت کلی به‌کمک روش گیبس-اپل استخراج شده است.

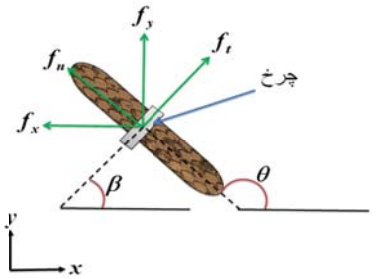
بررسی اصطکاک. با توجه به‌کارهای گذشته [1,2]، عامل اصلی پیش‌رانش در حرکت سرپنتین، تفاوت اصطکاک در راستای عضو و عمود بر عضو است. برای ایجاد این تفاوت، در زیر عضوهای ربات چرخ قرار داده شده است (شکل ۱). مقدار نیروی اصطکاک وارد بر هر عضو توسط رابطهٔ (۱) محاسبه می‌شود. شایان ذکر است که در این مقاله، اصطکاک به‌صورت کولمب بررسی شده است.

$$f_{ei} = -m_i C_e v_i^e \qquad (۱)$$



شکل ۱ دیاگرام آزاد ربات مارمانند بر روی سطح شیب‌دار

که درآن $e = t, n$ (t و n به‌ترتیب جهت‌های مماسی و عمود بر عضو هستند). C_t و C_n ضرایب اصطکاک کولمب در جهت‌های مماسی و عمودی می‌باشند. m_i جرم عضو i ام است.



شکل ۲ نیروی اصطکاک وارد بر هر عضو ربات مارمانند

نیروهای اصطکاک در جهت‌های x و y با استفاده از معادلهٔ (۲) محاسبه می‌شوند. توجه داشته باشید که اگر چرخ به‌صورت موازی با عضو قرار گیرد آن‌گاه زوایای β و θ با یکدیگر برابر خواهند بود (شکل ۲). در این شکل، θ زاویهٔ مطلق عضو و β زاویهٔ چرخ می‌باشد، لذا داریم:

$$f_{xi} = f_{ti}cos\beta_i - f_{ni}sin\theta_i \qquad (۲)$$
$$f_{yi} = f_{ti}\sin\beta_i - f_{ni}cos\theta_i$$

که در آن f_{xi}، f_{yi}، f_{ti} و f_{ni} به‌ترتیب اصطکاک در جهت x، y، t (مماس بر عضو) و n (عمود بر عضو) می‌باشند. در ادامه، معادلات دینامیک با استفاده از روش گیبس-اپل به‌دست می‌آید و نتایج به‌دست آمده با نرم‌افزار سیم‌مکانیک مقایسه می‌شود.

محاسبهٔ دینامیک به‌کمک روش گیبس-اپل. روش گیبس-اپل توسط گیبس در سال ۱۹۸۷ ارائه شد و در سال ۱۹۸۹ توسط اپل مورد مطالعه بیشتر قرار گرفت [24,25]. این روش فرآیند محاسبهٔ دینامیک ربات مارمانند را نسبت به روش‌های ارائه شده در مقالات [10-15] تا حد محسوسی کاهش می‌دهد. روش گیبس-اپل از جهاتی شبیه به روش لاگرانژ می‌باشد، با این تفاوت که در این روش از شتاب متغیرهای سینماتیکی استفاده می‌کند، اما در روش لاگرانژ نیاز به سرعت متغیرها داریم؛ لذا در این روش ابتدا انرژی شتاب هر یک از لینک ها، S_i، محاسبه می‌شود [5,24,25]. بنابراین داریم:

$$S_i = \frac{1}{2}m\mathrm{a_{ci}}\mathrm{a_{ci}} + \frac{1}{2}\alpha_i\frac{\delta \mathrm{H_{ci}}}{\delta t} + \alpha_i(\omega_i \times \mathrm{H_{ci}}) \qquad (۳)$$

که در آن $\mathrm{H_{ci}}$ مومنتوم زاویه‌ای حول مرکز جرم هر لینک، α_i شتاب زاویه‌ای و $\mathrm{a_{ci}}$ شتاب مرکز جرم هر لینک می‌باشد. هم‌چنین $\mathrm{H_{ci}}$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\mathrm{H_{ci}} = \begin{bmatrix} I_{xx\,i} & -I_{xy\,i} & -I_{xz\,i} \\ -I_{xy\,i} & I_{yy\,i} & -I_{yz\,i} \\ -I_{xz\,i} & -I_{yz\,i} & I_{zz\,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x\,i} \\ \omega_{y\,i} \\ \omega_{z\,i} \end{bmatrix} \qquad (٤)$$

که در آن $\mathrm{I_{xx\,i}}$، $\mathrm{I_{yy\,i}}$ و $\mathrm{I_{zz\,i}}$ مومنتوم زاویه‌ای و $\mathrm{I_{xy\,i}}$، $\mathrm{I_{xz\,i}}$ و $\mathrm{I_{yz\,i}}$ حاصل‌ضرب اینرسی لینک iام می‌باشند. هم‌چنین $\omega_{\mathrm{x\,i}}$، $\omega_{\mathrm{y\,i}}$ و $\omega_{\mathrm{z\,i}}$ به‌ترتیب سرعت زاویه‌ای لینک iام حول محور x، y و z می‌باشند. با مشتق‌گیری از معادلهٔ بالا داریم:

$$\frac{\partial \mathrm{H_{ci}}}{\partial t} = \begin{bmatrix} I_{xx\,i} & -I_{xy\,i} & -I_{xz\,i} \\ -I_{xy\,i} & I_{yy\,i} & -I_{yz\,i} \\ -I_{xz\,i} & -I_{yz\,i} & I_{zz\,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{x\,i} \\ \alpha_{y\,i} \\ \alpha_{z\,i} \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

که در آن $\alpha_{x\,i}$، $\alpha_{y\,i}$ و $\alpha_{z\,i}$ به‌ترتیب شتاب زاویه‌ای لینک iام حول محور x، y و z می‌باشند. با معین بودن موقعیت دم ربات در صفحهٔ حرکت و هم‌چنین زوایای مطلق هر کدام از عضوها پیکره‌بندی ربات مارمانند به‌صورت یکتا در صفحه مشخص می‌شود. مختصات تعمیم‌یافته (Generalized coordinates) به‌صورت رابطهٔ زیر تعریف می‌شود.

$$q_j = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots, \theta_n, x_b, y_b] \qquad (٦)$$

که در آن θ_n زاویهٔ عضو nام و (x_b, y_b) موقعیت دم ربات می‌باشند. فرم کلی معادلهٔ گیبس-اپل به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{\delta \mathrm{S}}{\delta \mathrm{q_j}} = \mathrm{Q_j} \qquad (۷)$$

که در آن Q_i نشان‌دهندهٔ نیروهای تعمیم‌یافتهٔ ناپایستار و S تابع گیبس-اپل می‌باشد. با توجه به این‌که حرکت سرپنین در صفحهٔ x-y اتفاق می‌افتد، لذا می‌توان معادلهٔ (۳) را ساده نمود. بنابراین $\omega_i = \dot{\theta}_i \mathrm{k}$ و $\alpha_i = \ddot{\theta}_i \mathrm{k}$. لذا در این حالت داریم:

$$\frac{\partial \mathrm{H_{ci}}}{\partial t} = (I_{zz\,i})\ddot{\theta}_i\,\mathbf{k} \qquad (۸)$$

از طرفی $(\omega_i \times \mathrm{H_{ci}})$ بر α_{i} عمود می‌باشد، در نتیجه ضرب داخلی آن‌ها برابر صفر خواهد بود. با قرار دادن

نتایج فوق و $a_{ci} = (\ddot{x}_{ci} + \ddot{y}_{ci})$ در معادلهٔ (۳)، انرژی شتاب کل لینک‌ها در حرکت سرپنتین را می‌توان به‌صورت زیر ساده نمود.

$$S = \sum_{i=1}^{i=n} S_i = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^{i=n} (x_{ci} + y_{ci})^2 + \frac{1}{2} I \sum_{i=1}^{i=n} (\theta_i)^2 \quad (۹)$$

که در آن I، $\ddot{x}_{ci}$، $\ddot{y}_{ci}$ و $\ddot{\theta}_i$ به‌ترتیب ممان اینرسی لینک حول مرکز جرم، شتاب خطی در جهت x و y و شتاب زاویه‌ای مرکز جرم لینک iام می‌باشند. در این مطالعه تمام مفصل‌ها فعال (active) می‌باشند. در نتیجه در معادلهٔ (۹) تمام جمله‌ها وابسته به شتاب هستند و نمی‌توان از جمله‌ای برخلاف [5] صرف نظر کرد. با قرار دادن معادلهٔ (۹) در معادلهٔ گیبس-اپل (معادلهٔ ۷) معادلات دینامیک حاکم بر ربات به‌دست می‌آید. از طرفی نیروهای ناپایستار موجود در سیستم عبارتند از گشتاور موتورها، نیروهای اصطکاک و نیروهای تکیه‌گاهی. نیروهای تعمیم‌یافتهٔ ناپایستار به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$Q_{\theta j} = d_j \left(f_{yi} \cos\theta_j - f_{xi} \sin\theta_j\right) + l_j \left[\cos\theta_j \sum_{i=j+1}^{i=j+1n} (f_{yi}) - \sin\theta_j \sum_{i=j+1}^{i=j+1n} (f_{xi})\right] + \tau_{j-1} - \tau_j \quad (۱۰)$$

$$Q_{xb} = \sum_{i=1}^{n} (f_{xi}) \quad (۱۱)$$

$$Q_{yb} = \sum_{i=1}^{n} (f_{yi}) \quad (۱۲)$$

که در آن f_{xi} و f_{yi} نیروی اصطکاک به‌ترتیب در جهت x و y می‌باشند. τ_i گشتاور مورد نیاز برای عضو i است. هم‌چنین Q_{xb}، Q_{yb} و $Q_{\theta j}$ به‌ترتیب نیروهای تعمیم‌یافته در جهت x_b، y_b و θ_j هستند. با قرار دادن معادلات (۱۲-۱۰) در معادلهٔ گیبس-اپل (معادلهٔ ۷)، مدل دینامیک یک ربات مارمانند صفحه‌ای با n عضو به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\mathbf{M}(\theta)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{F}(\theta) = \mathbf{B}\boldsymbol{\tau} \quad (۱۳)$$

که در آن $\mathbf{M}(\theta)$ ماتریس اینرسی، یک ماتریس مثبت (n+2)×(n+2) و مثبت متقارن است. $\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta})$ یک ماتریس $(n+2)\times 1$، شامل عبارت‌های گریز از مرکز و کوریولیس است. $\mathbf{F}(\theta)$ یک ماتریس $(n+2)\times 1$ و مربوط به نیروهای اصطکاک است. B یک ماتریس ثابت $(n+2)\times(n-1)$ است. هم‌چنین $\boldsymbol{\tau}$ یک ماتریس $(n-1)\times 1$، شامل گشتاورهای مورد نیاز است. جزئیات ماتریس‌های B،H،M و F در معادلهٔ (۱۳) در پیوست الف آورده شده‌اند. معادلات به‌دست آمده در این مطالعه را می‌توان برای هر نوع حرکت دیگر صفحه‌ای مانند حرکت آکاردئونی (Concertina Locomotion) یا حرکت خزشی (Crawling Locomotion) نیز استفاده کرد.

دینامیک مستقیم. در دینامیک مستقیم، هدف به‌دست آوردن مسیر حرکت، سرعت‌ها و شتاب ابزار ربات با داشتن نیروها و یا گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های محرک می‌باشد. معادلهٔ (۱۳) دارای $n+2$ معادله و $n+2$ مجهول می‌باشد ($\ddot{q} \in \mathbb{R}^{n+2}$). با حل این معادله، شتاب زاویه‌ای مطلق همهٔ عضوها ($\ddot{\theta} \in \mathbb{R}^{n}$) و هم‌چنین شتاب دم ربات مارمانند $(\ddot{x}_b, \ddot{y}_b)$ را می‌توان به‌دست آورد. با انتگرال‌گیری از سرعت زاویه‌ای عضوها $(\dot{\theta})$، می‌توان زاویهٔ مفصل‌ها (θ)، موقعیت (x_b, y_b) و سرعت دم ربات $(\dot{x}_b, \dot{y}_b)$را می‌توان محاسبه کرد. بنابراین با داشتن گشتاورهای مصرفی، حرکت ربات مار مانند مشخص می‌شود.

دینامیک معکوس. در مدل‌سازی دینامیک معکوس با دانستن مسیرها، سرعت‌ها و شتاب‌های مربوط به

ربات، نیروها یا گشتاورهای مربوط به مفصل‌های محرک را محاسبه می‌کنیم. در این بخش می‌خواهیم با داشتن زاویه‌های نسبی، حرکت ربات مارمانند را ایجاد کنیم. به عبارت دیگرمی‌خواهیم روشی را استفاده کنیم که به‌کمک آن بتوانیم با داشتن زوایای نسبی و مشتقاتش (φ،$\dot{\varphi}$و $\ddot{\varphi}$)، گشتاورهای مورد نیاز و هم‌چنین مختصات دم ربات مارمانند را به‌دست آوریم [12]. همان‌طور که می‌دانیم، رابطهٔ بین زوایای نسبی و مطلق به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\varphi_i = \theta_{i+1} - \theta_i \qquad (۱٤)$$

که در آن i=1,2,…,n-1. اگر معادلهٔ (۱٤) را به‌صورت ماتریسی بنویسیم، داریم:

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{e}\theta_1 \qquad (۱۵)$$

که درآن $\boldsymbol{\varphi}$ یک بردار n بعدی،$[\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_{n-1}]$، θ_1 زاویهٔ مطلق عضو دم ربات، E_{ij} و $\mathbf{e}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$E_{ij} = \begin{cases} 1 & i > j \\ 0 & Others \end{cases} \qquad ,\mathbf{e} = [1,1,\ldots,1]^T \qquad (۱٦)$$

از طرفی می‌توان معادلهٔ (۱۳) را به‌صورت دو معادلهٔ (۱۸ و ۱۷) جداسازی کرد.

$${}^{p}\mathbf{M}(\theta)\ddot{\theta} + {}^{p}\mathbf{N}(\theta)\ddot{\boldsymbol{r}}_b + {}^{p}\mathbf{H}(\theta,\dot{\theta}) + {}^{p}\mathbf{f}(\theta) = \mathbf{D}\boldsymbol{\tau} \qquad (۱۷)$$

$${}^{q}\mathbf{M}(\theta)\ddot{\theta} + {}^{q}\mathbf{N}(\theta)\ddot{\mathbf{r}}_b + {}^{p}\mathbf{H}(\theta,\dot{\theta}) + {}^{q}\mathbf{f}(\theta) = 0 \qquad (۱۸)$$

که در آن‌ها $\mathbf{r}_b$ بردار موقعیت دم ربات مارمانند می‌باشد. با قرار دادن مشتق دوم معادلهٔ (۱۵) در معادلهٔ (۱۸)، داریم:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_b &= -{}^{q}\mathbf{N}^{-1}\left({}^{q}\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + {}^{q}\mathbf{H} + {}^{q}\mathbf{f}\right) \\ &= -{}^{q}\mathbf{N}^{-1}\,{}^{q}\mathbf{M}\left(\mathbf{E}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{e}\ddot{\theta}_1\right) - {}^{q}\mathbf{N}^{-1}\left({}^{q}\mathbf{H} + {}^{q}\mathbf{f}\right) \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

حال معادلهٔ (۱۹) را در معادلهٔ (۱۷) قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{aligned} &\mathbf{D}\boldsymbol{\tau} + \left({}^{p}\mathbf{N}\,{}^{q}\mathbf{N}^{-1}\,{}^{q}\mathbf{M} - {}^{p}\mathbf{M}\right)\mathbf{e}\ddot{\theta}_1 \\ &= \left({}^{p}\mathbf{M} - {}^{p}\mathbf{N}\,{}^{q}\mathbf{N}^{-1}\,{}^{q}\mathbf{M}\right)\mathbf{E}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} \\ &- {}^{p}\mathbf{N}\,{}^{q}\mathbf{N}^{-1}\left({}^{q}\mathbf{H} + {}^{q}\mathbf{f}\right) + {}^{p}\mathbf{H} + {}^{p}\mathbf{f} \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

معادلهٔ (۲۰) دارای n معادله و n مجهول ($\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{n-1}$ و $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 \in \mathbb{R}$) می‌باشد. با حل معادلهٔ (۲۰)، گشتاور مفصل‌ها (τ_i)، شتاب زاویه‌ای عضو اول $\ddot{\theta}_1$ را می‌توان محاسبه کرد. با قرار دادن این نتایج در معادلهٔ (۱۹)، می‌توانیم شتاب عضو دم ربات مارمانند یعنی $\ddot{\mathbf{r}}_b$ را به‌دست آوریم. سپس با داشتن این مقادیر می‌توانیم سرعت زاویه‌ای عضوها ($\dot{\boldsymbol{\theta}}$)، زاویهٔ مفصل‌ها ($\boldsymbol{\theta}$)، موقعیت (x_b, y_b) و سرعت دم ربات مارمانند $(\dot{x}_b, \dot{y}_b)$ را محاسبه کنیم.

یادگیری تقویتی

یکی از بهترین روش‌ها، برای یاد دادن و آموزش ربات استفاده از یادگیری تقویتی است [30-26]. در این روش حالت‌های مختلفی برای ربات تعریف می‌شود ($S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n, \ldots\}$). در هر حالت ($s_t$)، ربات یک یا چند عمل ($a_t$) می‌تواند انجام دهد. به ازای این‌که ربات از یک حالت به کدام حالت بعدی (s_{t+1}) برود یا کدام عمل بعدی را انتخاب کند مقداری پاداش یا جریمه (r_{t+1}) می‌گیرد. هدفِ یادگیری تقویتی ایجاد نگاشتی بین حالت‌ها و عمل‌های ممکن می‌باشد؛ به عبارت دیگر، عامل (ربات) یک استراتژی $\boldsymbol{\pi}$ مناسبی را فرا می‌گیرد. لذا بایستی جمع پاداش دریافتی مورد انتظار به ماکزیمم برسد [31]. بنابراین

$$\begin{aligned} V_{(s)}^{\pi} &= E\left\{r_{(t+1)} + \gamma r_{(t+2)} + \ldots \mid s_t = s, \pi\right\} \\ &= E\left\{r_{(t+1)} + \gamma V_{s_{(t+1)}}^{\pi} \mid s_t = s, \pi\right\} \\ &= \sum_{a \in A_s} \pi(s,a)\left[r_s^a + \gamma \sum_{s'} p_{ss'}^a V_{(s')}^{\pi}\right] \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

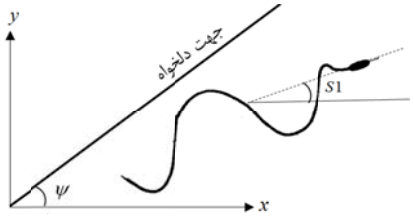
که در آن $\gamma \in [0,1]$ ضریب کاهش (Discount factor)، $\pi(s,a)$ استراتژی و احتمال انتخاب عمل a در حالت s، $p_{ss'}^{a} = Pr\{s_{t+1} = s' | s_t = s, a_t = a\}$ احتمال انتقال حالت (خاصیت ماکروف (Markov property)) و $r_s^a = E\{r_{t+1} | s_t = s, a_t = a\}$ پاداش مورد انتظار می‌باشد. هم‌چنین $V_{(s)}$ تابع ارزش حالت (Value function) می‌باشد. روش‌های مختلفی برای به‌روزرسانی تابع ارزش وجود دارد که می‌توان به برنامه‌ریزی پویا (Dynamic programming)، مونت کارلو (Monte Carlo) و تفاضل سریع (temporal difference) (TD) اشاره نمود. در این پژوهش، از الگوریتم‌های تفاضل سریع با توجه به ویژگی‌هایشان نسبت به دو روش دیگر استفاده شده است [31]. یکی از رایج‌ترین الگوریتم‌های تفاضل سریع یادگیری تقویتی، روش یادگیری Q می‌باشد [23]. در این روش تابع ارزش عمل (action-value function) به‌صورت زیر به‌روزرسانی می‌گردد.

$$Q(s_t,a_t) \leftarrow Q(s_t,a_t) + \beta\left[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1},a) - Q(s_t,a_t)\right] \quad (۲۲)$$

که در آن a_t عمل انتخاب شده از مجموعه عمل‌های ممکن پس از حس محیط، s_t متغیر بیان‌کنندهٔ حالت محیط، $Q(s_t,a_t)$ تابع ارزش حالت، r_{t+1} پاداش لحظه‌ای، β ضریب یادگیری و γ ضریب کاهش می‌باشند [16]. در این مقاله از روش حریص منصفانه (ε -greedy method) برای انتخاب عمل استفاده شده است؛ یعنی،

$$a_t = \begin{cases} a_t^* = \text{argmax} Q_t(a) & \text{with probability } 1-\varepsilon \\ \text{random action} & \text{with probability } \varepsilon \end{cases} \quad (۲۳)$$

المانهای اصلی در یادگیری تقویتی برای ربات مارمانند. روش‌های یادگیری تقویتی براساس سعی و خطا می‌باشد. بنابراین برای یادگیری از ربات شبیه‌سازی شده استفاده می‌شود. سپس نتایج به‌دست آمده را بر روی یک ربات آزمایشگاهی پیاده‌سازی می‌کنیم. در این مقاله از فرمول‌های دینامیکی برای شبیه‌سازی استفاده می‌شود. سپس برای تصدیق نتایج به‌دست آمده از نرم‌افزارهای سیم مکانیک و وباتس استفاده می‌شود. در این مقاله پیش‌بینی شده که ربات مارمانند موازی با مسیری دل‌خواه حرکت کند (شکل ۳).



شکل ۳ شماتیک جهت ربات مارمانند و زاویهٔ مطلوب

قبل از اعمال الگوریتم یادگیری Q جهت ربات مارمانند موازی با محور x ها می‌باشد. برای تشویق ربات به حرکت در راستای مورد نظر، پاداش لحظه‌ای به‌صورت زیر تعریف شده است.

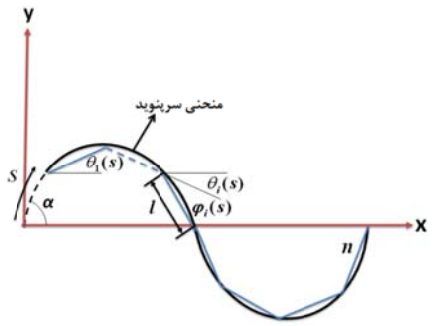
$$r = \begin{cases} S1 - \psi & if \quad S1 \le \psi \\ \psi - S1 & if \quad S1 > \psi \end{cases} \quad (۲۴)$$

که در آن ψ زاویهٔ هدف و $S1$ جهت ربات مارمانند در لحظهٔ مورد نظر را نشان می‌دهد و به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$S1 = arctan\left(\frac{y_{Head} - y_G}{x_{Head} - x_G}\right) \quad (۲۵)$$

که در آن (x_{Head}, y_{Head}) و (x_G, y_G) به‌ترتیب موقعیت سر و مرکز ربات را نشان می‌دهند. همان‌طور

که از فرمول (۲۵) واضح است، در این مقاله باید ربات فقط در جهت مسیر مطلوب قرار بگیرد و در نتیجه فاصلهٔ بین ربات و مسیر مطلوب اهمیت ندارد. برای تولید حرکت ربات مارمانند منحنی سرپنوید استفاده شده است [1]. شکل (٤) شماتیکی از ربات مارمانند است که شامل n لینک به طول l است که توسط n-1 مفصل به یکدیگر متصل شده‌اند.



شکل ٤ قرار گرفتن عضوها بر روی منحنی سرپنوید

با استفاده از منحنی سرپنوید، زوایای نسبی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\varphi_i(s) = -2\alpha \sin(\frac{K_n\pi}{L}) \sin(\frac{2K_n\pi s}{L} + \frac{2K_n\pi i}{n} - \frac{K_n\pi}{n}) + \Omega \qquad (٢٦)$$

که در آن l طول هر عضو، K_n تعداد نوسانات (یا تعداد موج‌های منحنی) بدن مار، α زاویهٔ پیچشِ اولیهٔ منحنی و s طول در جهت منحنی بدن مار است. در شکل (٤)، $K_n = 1$ است [15-10]. در فرمول (٢٦) اگر Ω غیر صفر باشد، ربات مارمانند در طول یک مسیر انحنا دار حرکت می‌کند. علامت Ω ساعتگرد و یا پادساعتگرد بودن حرکت ربات مارمانند را تعیین می‌کند. در این مقاله پارامتر Ω به‌عنوان عمل (Action) برای یادگیری انتخاب شده است.

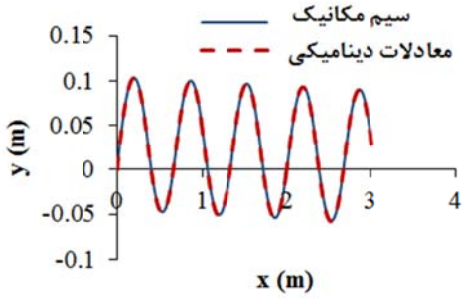
بحث و بررسی نتایج شبیه‌سازی

جدول (۱) پارامترهای شبیه‌سازی برای تصدیق معادلات دینامیکی را نشان می‌دهد. در این مقاله اصطکاک کولمب فرض شده است.

جدول ۱ پارامترهای شبیه‌سازی

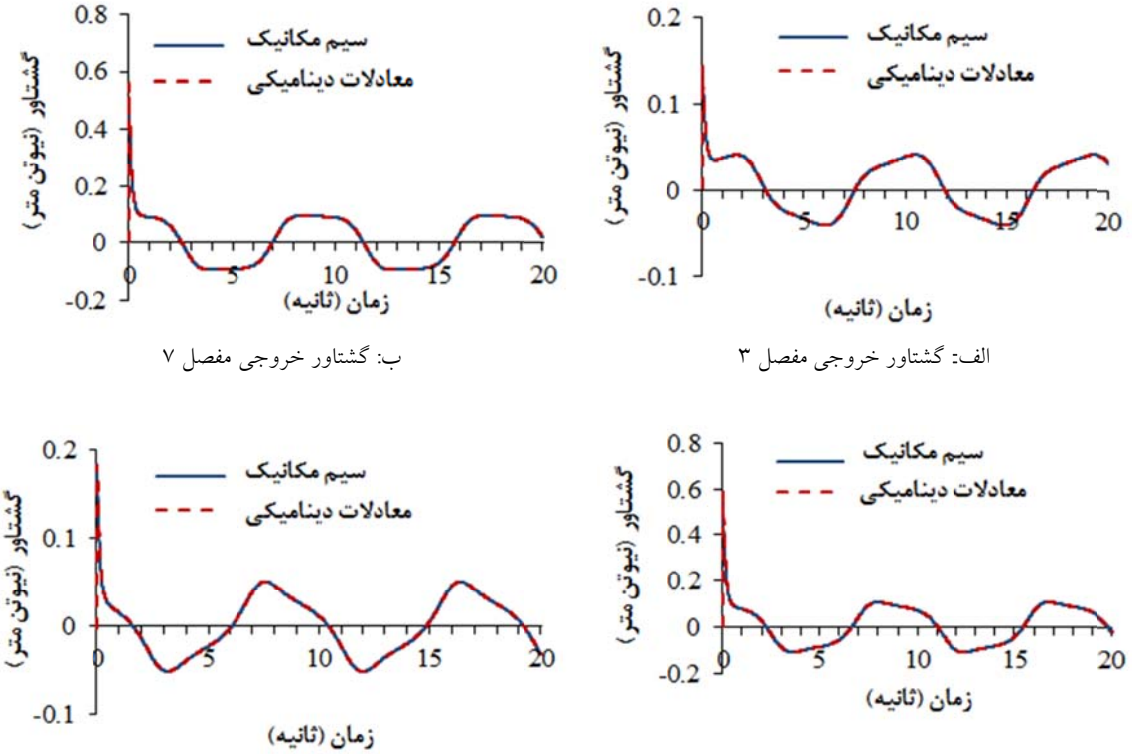
تعداد عضو	n=8, 12, 16
جرم عضو	m=0.01 kg
ضریب اصطکاک عمودی	C_n=5.5
ضریب اصطکاک مماسی	C_t=0.1
زاویهٔ پیچش اولیه	$\alpha=\pi/6$
تعداد نوسانات	$K_n = 1, 2, 3$
طول عضو	$l = 0.11, 0.15, 002$

در این قسمت به‌منظور بررسی صحت حل معادلات دینامیکی، از نرم‌افزار سیم‌مکانیک (پیوست ب) نیز استفاده شده‌است. مسیر پیموده شده توسط دم ربات، حاصل از حل معادلهٔ دینامیکی و هم‌چنین نرم‌افزار سیم‌مکانیک در شکل (۵) با یکدیگر مقایسه شده‌اند (در این‌جا $l = 0.11, K_n = 2, n = 16$).



شکل ۵ مسیر پیموده شدهٔ دم ربات

هم‌چنین نتایج حاصل از حل معادلات دینامیکی و نرم‌افزار برای گشتاورهای مورد نیاز در مفصل‌های ۳، ۷، ۹ و ۱۳ در شکل (٦) نشان داده شده‌است. شکل‌ها نشان‌دهندهٔ این مطلب هستند که نتایج حاصل از نرم‌افزار سیم‌مکانیک، نتایج حاصل از حل معادلات دینامیکی را تأیید می‌کنند.



الف: گشتاور خروجی مفصل ۳

ب: گشتاور خروجی مفصل ۷

ج: گشتاور خروجی مفصل ۹

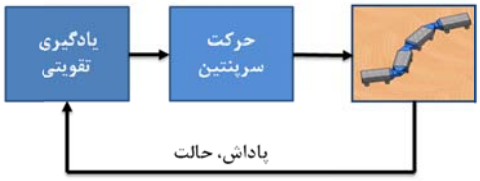
د: گشتاور خروجی مفصل ۱۳

شکل ٦ گشتاور خروجی در مفصل‌های ۳، ۷، ۹ و ۱۳

همان‌طور که در شکل (٦) پیداست، خطای بین منحنی‌های تئوری و سیم‌مکانیک بسیار ناچیز می‌باشد. علت این امر آنست که در هر دو مدل نرم‌افزار سیم‌مکانیک و تئوری از یک مدل اصطکاک (معادلهٔ ۲) استفاده شده است. با توجه به شکل (٦) می‌توان دید که گشتاور مفصل‌ها به‌صورت تناوبی در حال تغییر هستند. مقدار گشتاور در مفصل‌های ۳ و ۱۳ نسبت به گشتاور مفصل‌های ۷ و ۹ دارای مقادیر کمتری هستند. دلیل اختلاف اندازهٔ گشتاور در میان این مفاصل، فاصلهٔ هرکدام از آن‌ها تا مرکزِ جرمِ کلیِ ربات است. به بیان دیگر مفصل‌هایی که به مرکز جرم کلی ربات مارمانند نزدیک‌ترند، گشتاور بیشتری تحمل می‌کنند. هم‌چنین با مقایسه میان گشتاور مفصل‌های قرینه، که به یک نسبت از مرکز جرم فاصله دارند، دیده می‌شود که این گشتاورها از حیث دامنه تقریباً یکسانند؛ به‌عنوان مثال مفصل‌های ۳ و۱۳ نسبت به مرکز جرم کلی ربات قرینه‌اند. گشتاورهای نشان داده‌شده در شکل (٦)، در ابتدا با یک نزول آنی مواجه‌اند و سپس به‌صورت تناوبی تغییر می‌کنند. پیش از شروع حرکت سرپنتین، عضوهای ربات به‌صورت مستقیم و در راستای یکدیگر قرار دارند. با شروع حرکت، عضوها بلافاصله نسبت به یکدیگر آرایش می‌گیرند تا منحنی سرپنوید را ایجاد نمایند. این تغییر آرایش سریع، نیازمند گشتاور زیادی است. به همین دلیل در شکل (٦) گشتاور مفصل‌ها از مقدار زیادتری شروع می‌شوند.

شبیه‌سازی یادگیری Q. در این مقاله از یادگیری Q برای جهت‌یابی ربات مارمانند استفاده شده است.

شکل (۷) نمای کلی از چگونگی ارتباط بین این الگوریتم و ربات مارمانند را نشان می‌دهد.



شکل ۷ نمای کلی از ربات مارمانند و روش یادگیری تقویتی

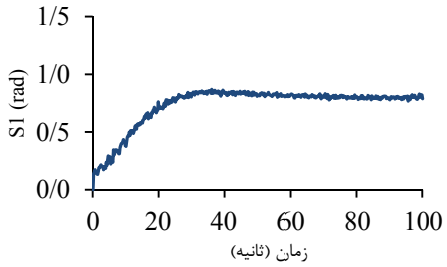
در این مقاله حالت و پاداش به‌ترتیب با روابط (۲۲ و ۲۱) مشخص می‌شوند. شکل (۸)، الگوریتم یادگیری Q استفاده شده در این مقاله را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌دانیم یکی از مشکلات یادگیری سیستم‌های پیچیده، کاهش نرخ یادگیری (Slowness Learning) در طول زمان است. این مشکل را می‌توان با انتخاب مناسب پارامترهای یادگیری، کاهش داد. در مقالهٔ حاضر مقادیر پارامترهای یادگیری براساس دانش پیشین دربارهٔ تأثیر هر یک از این پارامترها بر روی سرعت یادگیری، انتخاب شده‌اند. بنابراین دلیلی ندارد که مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای یادگیری، بهینه باشند، اما همان‌طور که قبلاً اشاره شد، هدف اصلی این مقاله بهینه کردن الگوریتم یادگیری نیست، بلکه بررسی تأثیر پارامترهای منحنی سرپنوید بر روی یادگیری است.

هدف از این شبیه‌سازی طراحی کنترلی برای ربات مارمانند است که در آن ربات قادر به حرکت در جهت مورد نظر باشد. بایستی یادآور شویم که ۱۵ بار (تعداد اپیزود) الگوریتم یادگیری تکرار شده است. بنابراین نتایج نشان داده شده میانگینی از این تعداد تکرار می‌باشد. در این مقاله جهت مطلوب $\psi = \frac{\pi}{4}$ است. شکل‌های (۱۱-۹) به‌ترتیب مسیر حرکت دم ربات، تغییر زاویهٔ S1 و هم‌چنین پاداش دریافت شده را نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل‌های (۱۰ و ۹) پیداست ربات پس از گذشت زمانی موازی با جهت مطلوب ($\psi = \frac{\pi}{4} \approx 0.78$) حرکت می‌کند. هم‌چنین شکل (۱۱) نشان می‌دهد که تقریباً در اپیزودهای بیشتر از ۱۰، پاداش دریافت شده تغییر محسوسی ندارد. به عبارت دیگر جهت ربات تغییر نکرده است و موازی با جهت مطلوب می‌باشد.

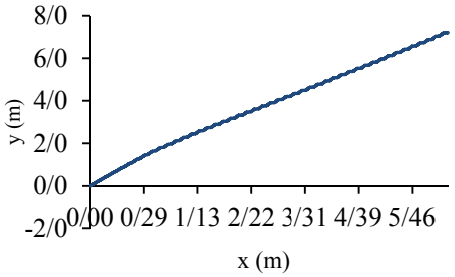
شکل ۸ الگوریتم یادگیری Q در ربات مارمانند

Set parameter $\gamma = 0.1$ and $\beta = 0.1$, and environment reward matrix R
Initialize Q(S, A) (S, is the sate set and A is action set)
For each episode:
Initialize state s
Do while not reached goal state. (Here approach to ψ, see **Fig. 3**)
Select one among all possible actions,Ω, for the current state, **S1**
Choose action$a$ form **A**
Get maximum Q value of this next state based on all possible actions.
Apply action a and observe r_{t+1}, **Eq. 24**, and s_{t+1}, **Eq. 25**
Update
Equation 22
$s \leftarrow s_{t+1}$

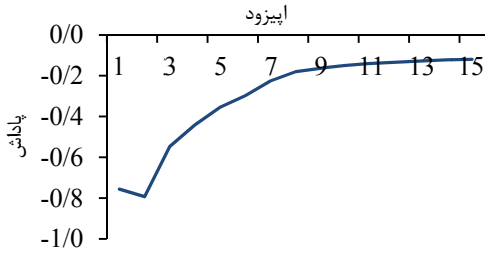
Set the next state as the current state
End Do
End For



شکل ۹ تغییرات جهت ربات در طول زمان



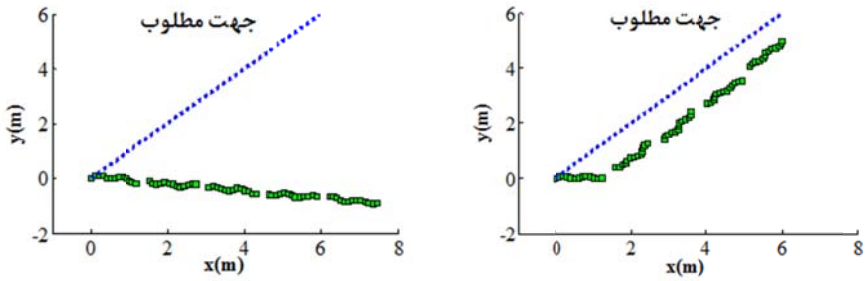
شکل ۱۰ مسیر حرکت دم ربات با وجود یادگیری Q



شکل ۱۱ پاداش دریافتی توسط ربات مارمانند در اپیزودهای مختلف

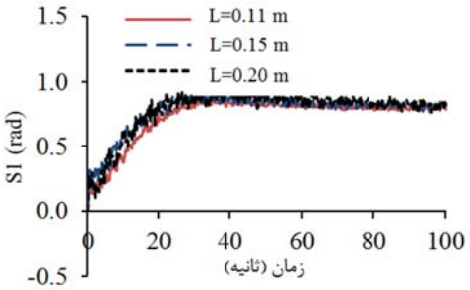
بایستی متذکر شویم در این مقاله تنها هدف این است که ربات در جهت مسیر مطلوب قرار بگیرد و در نتیجه فاصله بین ربات و مسیر مطلوب در نظر گرفته نشده است. شکل (۱۲) ربات مارمانند را قبل و بعد از یادگیری نشان می‌دهد.

تأثیر پارمترهای منحنی سرپنوید بر روی یادگیری. مارها انحناء منحنی سرپنوید را با توجه به محیطی که در آن قرار گرفته‌اند تغییر می‌دهند. لذا در این قسمت با توجه به معادلهٔ (۲۱) تأثیر تعداد نوسانات (K_n) و طول هر عضو ربات (l) و تعداد عضو (n) بر روی سرعت یادگیری بررسی شده است. بایستی متذکر شویم، از آن‌جایی که معادلات دینامیکی برای حرکت سرپنتین به‌دست آمده، لذا نتایج به‌دست آمده در این قسمت ممکن است برای همهٔ ربات‌های مارمانند صادق نباشد. شکل (۱۳) جهت ربات مارمانند را در طول زمان با تغییر پارامترهای منحنی سرپنوید نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۱۳-الف و ب) پیداست پارامترهای طول عضو و تعداد عضو تأثیر محسوسی بر پارامتر S1 ندارند. در صورتی که پارامتر K_n تأثیر محسوسی بر این پارامتردارد (شکل ۱۳-ج).

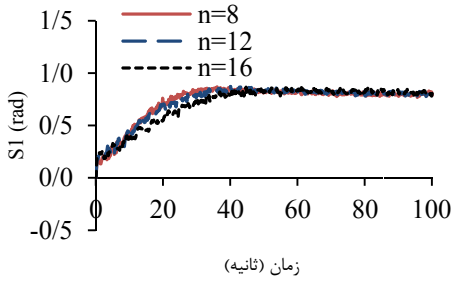


ب) قبل از آموزش الف) بعد از آموزش

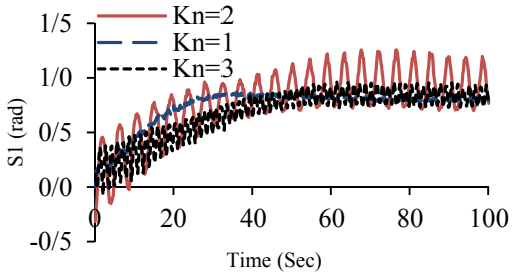
شکل ۱۲ ربات مارمانند



الف) $n = 8, K_n = 2$ و $\alpha = \frac{\pi}{6}$



ب) $l = 0.11m, K_n = 2$ و $\alpha = \frac{\pi}{6}$



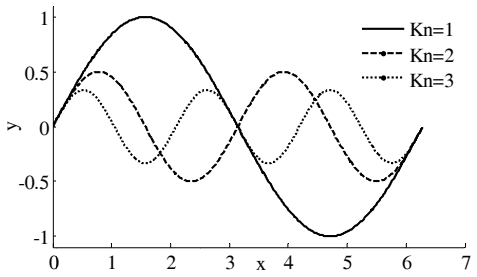
ج) $l = 0.11m, n = 8$ و $\alpha = \frac{\pi}{6}$

شکل ۱۳ تغییرات جهت ربات مارمانند در طول زمان

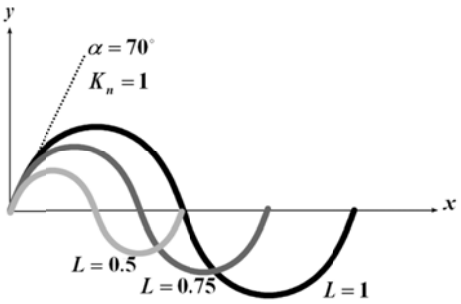
علت تأثیر پارامتر K_n را می‌توان در این دانست که این پارامتر شکل ربات را تغییر می‌دهد. براساس شکل (۱٤) تغییر در تعداد موج (K_n) تنها بر ارتفاع منحنی تأثیرگذار است و تأثیری بر عرض منحنی ندارد. اما پارامترهای فیزیکی- پارامترهای l و n - تنها طول ربات را تغییر می‌دهند و بر روی شکل ربات تأثیری ندارد. با توجه به شکل (۱۵) تغییر $L = nl$ اندازهٔ منحنی را زیاد یا کم می‌کند و بر شکل منحنی تأثیر نمی‌گذارد.

شکل (۱٦) مسیر پیموده شده توسط دم ربات با تغییر پارامترهای منحنی سرپنوید را نشان می‌دهد. شکل‌های (۱٦-الف تا ج) به‌ترتیب نشان می‌دهند که ربات در $l = 0.11\text{m}$، $n = 8$ و $K_n = 2$ عملکرد بهتری داشته است. در نتیجه با انتخاب پارامترهای $\alpha = \frac{\pi}{6}$، $K_n = 2$، $l = 0.11\text{m}$ و $n = 8$ (خط پر) ربات مارمانند سریع‌تر در جهت مطلوب (یعنی در جهت فلش) قرار می‌گیرد. به‌علاوه می‌توان نتیجه گرفت که K_n بیشترین تأثیر را بر یادگیری ربات می‌گذارد. بایستی خاطر نشان کنیم که گرچه این نتیجه کلی نمی‌باشد، اما بررسی تعامل پارامترهای منحنی سرپنوید ضروری به‌نظر می‌رسد. در ادامه قصد داریم تعامل این پارامترها را با الگوریتم‌های تکاملی بررسی نماییم.

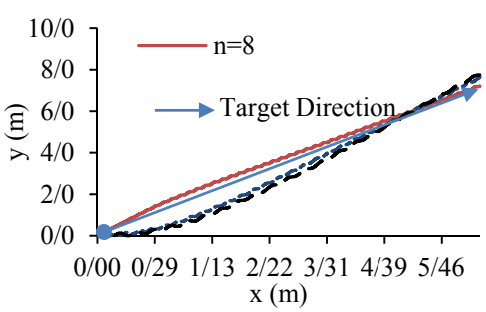
شکل (۱۷) میانگین پاداش دریافتی توسط ربات مارمانند را در اپیزودهای مختلف با تغییر پارامترهای منحنی سرپنوید نشان می‌دهد. از آن‌جایی که پارامتر K_n بیشترین تأثیر را بر شکل ربات مارمانند دارد، می‌توان انتظار داشت که تأثیر بیشتری بر سرعت یادگیری بگذارد. شکل (۱۷-ج) نشان می‌دهد که در $K_n = 2$ پاداش دریافت شده در انتها تقریباً ثابت است در حالی که در $K_n = 1$ و 3 این‌طور نیست. این نشان می‌دهد که در این مقادیر ربات بعد از مدت زمان شبیه‌سازی، هنوز کاملاً موازی با جهت مطلوب نشده است که خود حاکی از کاهش سرعت یادگیری در این مقادیر از K_n می‌باشد.



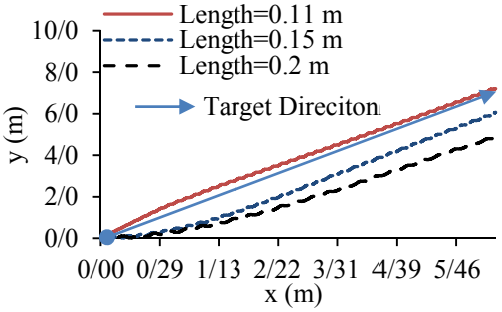
شکل ١٤ تأثیر زاویهٔ پیچشی اولیه و تعداد موج بر منحنی سرپنوید [15]



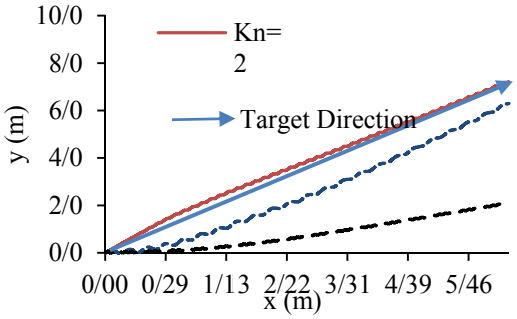
شکل ١٥ منحنی سرپنوید در مختصات کارتزین و تأثیر L بر این منحنی [15]



ب) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $l = 0.11m, K_n = 2$

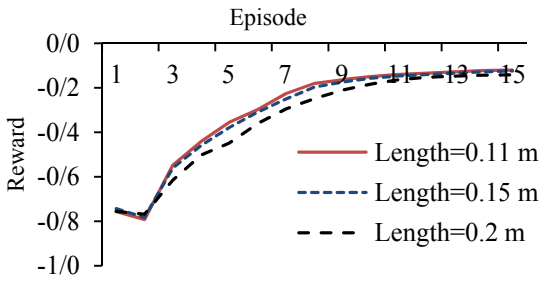


الف) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $n = 8, K_n = 2$

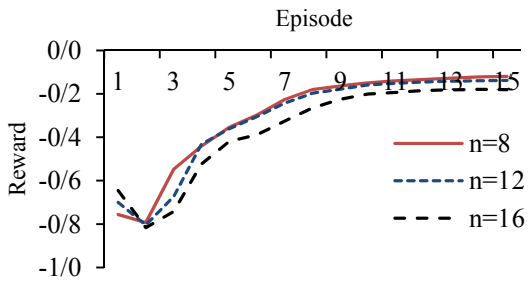


ج) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $l = 0.11m, n = 8$

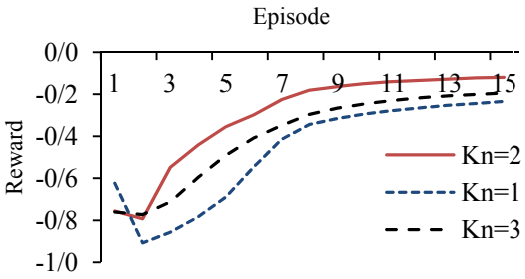
شکل ١٦ مسیر پیموده شده توسط دم ربات
(فلش نشان‌دهندهٔ جهت مطلوب است)



الف) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $n = 8, K_n = 2$



ب) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $l = 0.11m, K_n = 2$

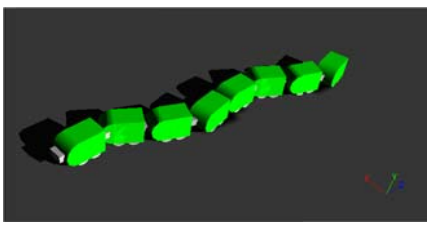


ج) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $l = 0.11m, n = 8$

شکل ۱۷ میانگین پاداش دریافتی توسط ربات مارمانند در اپیزودهای مختلف

نرم‌افزار وباتس

در این قسمت زوایای به‌دست آمده از فرآیند یادگیری را به ربات مارمانند شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار وباتس اعمال خواهیم کرد. از آن‌جایی که این نرم‌افزار به مانند محیط واقعی می‌باشد، لذا رباتی که دراین نرم‌افزار شبیه‌سازی شود و با موفقیت مأموریتش را انجام بدهد در محیط طبیعی و پس از ساخت هم با همین موفقیت روبه‌رو خواهد شد. وباتس یک محک بسیار عالی برای ساخت یک ربات است [12,15] . شکل (۱۸) نمایی از مدل ربات مارمانند را در این نرم‌افزار نشان می‌دهد.

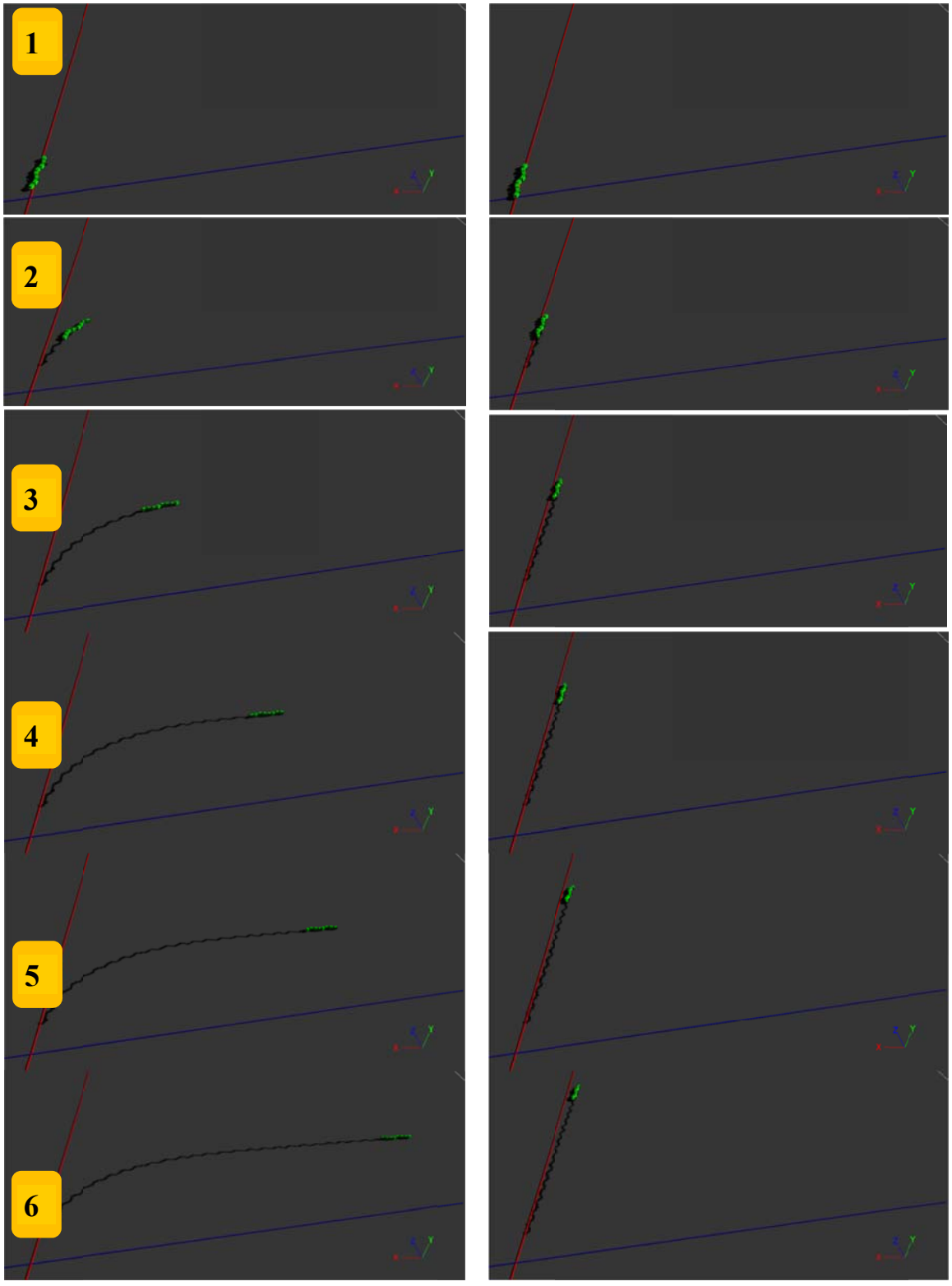


شکل ۱۸ نمایی از ربات مارمانند با ۸ عضو در نرم‌افزار وباتس

شکل (۱۹-الف) مسیر حرکت ربات مارمانند را قبل از آموزش نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۱۹-ب) واضح می‌باشد، ربات مارمانند پس از یادگیری، موازی با مسیر مورد نظر حرکت می‌کند.

ربات مارمانند FUM- Snake II

ربات نشان داده شده در شکل (۲۰) با نام FUM-Snake II از نسل ربات‌های مارمانند است که در گروه رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد طراحی و ساخته شده است. برای مدل‌سازی حرکت سرپنتین در زیر هر عضو، چهار چرخ تعبیه گشته است. طول هر عضو ربات 110 mm و وزن هر عضو 90 g است. هر عضو دارای عرض و ارتفاعی به‌ترتیب 60 mm و 50 mm است. شکل (۲۰) نحوهٔ ارتباط ربات با محیط اطراف را نشان می‌دهد. جدول (۲) مقایسهٔ این ربات با ربات‌های مارمانند مشهور را نشان می‌دهد.



الف) ربات مارمانند قبل از یادگیری

ب)ربات مارمانند بعد از یادگیری

شکل ۱۹ ربات مارمانند شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار وباتس

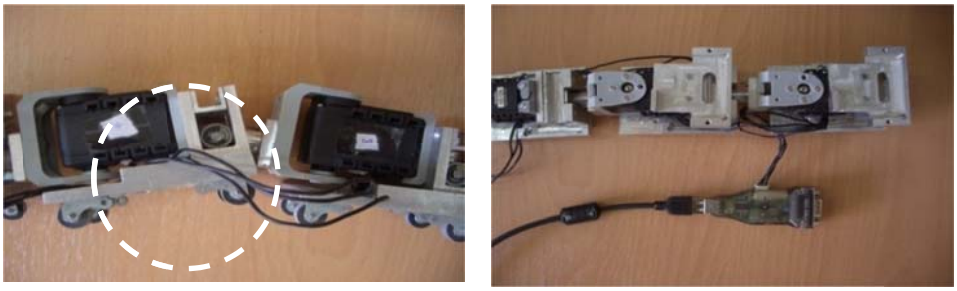


شکل ۲۰ ربات مارمانند FUM- Snake II و اتصالات

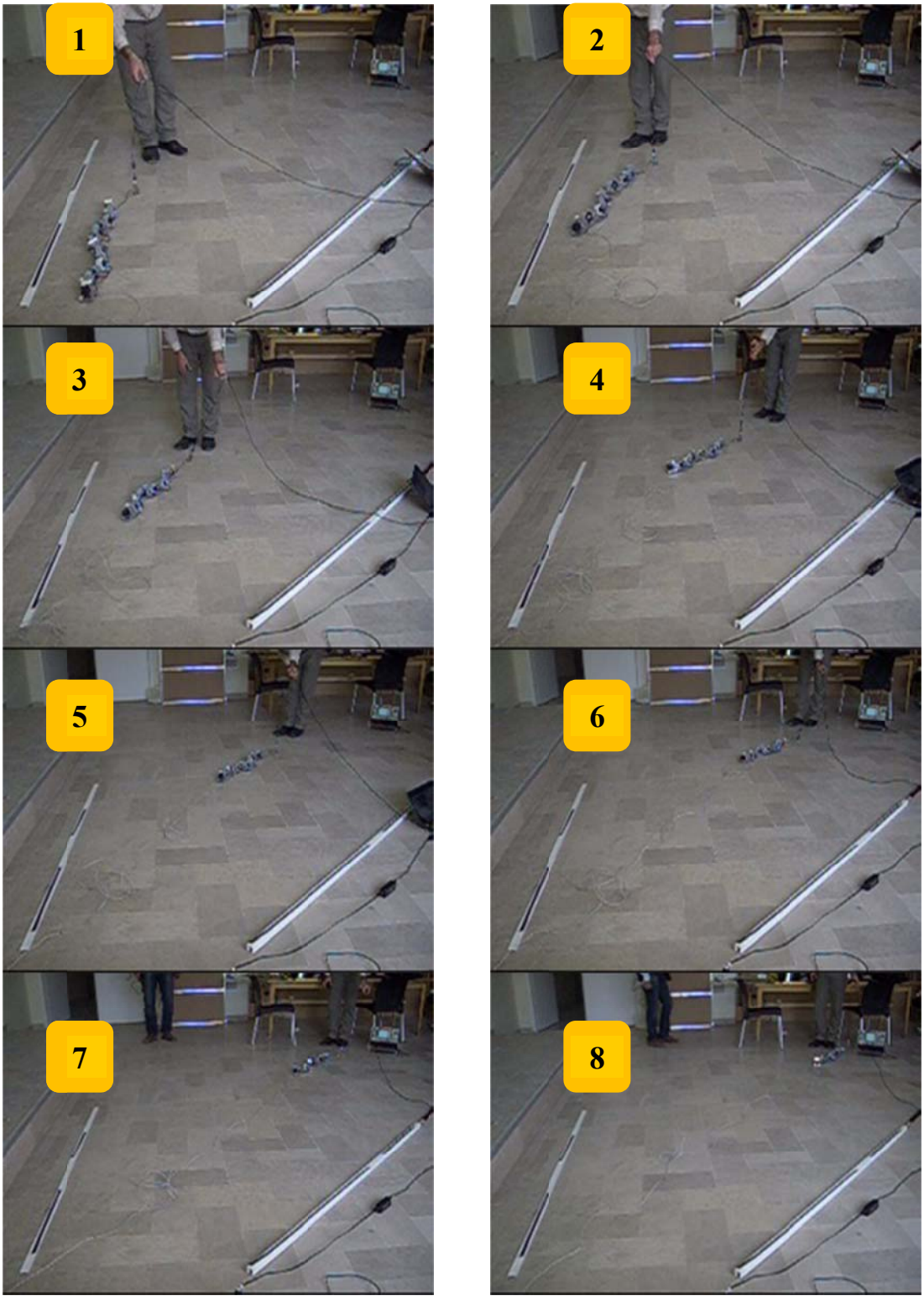
جدول ۲ مقایسهٔ ربات مارمانند FUM- Snake II با ربات‌های معروف [12]

نام ربات	نوع	طول کل (mm)	سطح مقطع (m^2)	وزن کل (kg)	سرعت ماکزیمم (mm/s)	تعداد ماژول
ACM III	I	2000	0.023	28	400	20
AmphiBot I (AB I)	I	490	0.002	---	35	8
AmphiBot II (AB II)	I	770	0.002	---	400	8
FUM Snake-2	**I**	**880**	**0.003**	**2.5**	**350**	**8**
KR-II	II	3300	0.497	370	500	7
KR-I	III	1390	0.081	27.8	266	6
OmniTread (OT-8)	III	1270	0.034	13.6	100	5
OmniTread (OT-4)	III	940	0.007	3.6	150	7
JL-I	III	1050	0.038	21	180	3
Kotay's Inchworm I (KIR-1)	IV	250	---	0.455	4	---
Kotay's Inchworm II (KIR-2)	IV	330	---	0.566	13	---
CMU (M1)	IV	840	0.003	1.26	102	---
FUM Snake-3	**IV**	**670**	**0.0045**	**1.4**	**105**	**9**
Planar Inchworm (PI)	V	710	---	6	1	2
Slim Slime Robot (SSR)	V	730	0.013	12	60	6

I: ربات‌های چرخ‌دار غیرفعال (robots with passive wheels) – II: ربات‌های چرخ‌دار فعال (robots with active wheels) – III: ربات‌های مجهز به پا (robots with active treads) – IV: ربات‌های موج‌شکل ویا موج‌های عمودی (robots based on undulation using vertical waves) – V: ربات‌های بر اساس حرکت موج با استفاده از انبساط‌های خطی (robots based on undulation using linear expansion)



شکل ۲۱ فاصلهٔ ایجاد شده در مفصل عضوها



شکل ۲۲ حرکت سرپنتین ربات مارمانند FUM-Snake II

همان‌طور که از جدول (۲) پیداست این ربات ویژگی‌های مناسبی (سرعت و وزن ربات) نسبت به هم گروه‌های خود دارد. از ویژگی‌های جالب دیگر این ربات طراحی مفصل‌های آن می‌باشد. برای سازگارتر ساختن ربات در محیط‌هایی با سطوح نسبتاً ناهموار، در طراحی مفاصل مقداری لقی (درجهٔ آزادی در جهت عمود بر حرکت) لحاظ شده است. این طراحی در شکل (۲۱) آمده است. از طرفی هیروس [1] نشان داد که برای ایجاد و پیش‌روی ربات مارمانند در حرکت سرپنتین بایستی ناهمسان‌گردی در ضریب اصطکاک بین ضرایب اصطکاک افقی و عمودی وجود داشته باشد. برای این منظور، چرخ‌های کوچکی در زیر هر عضو و در موازات با هر عضو تعبیه شده است (شکل ۲۱). این کار باعث کاهش ضریب اصطکاک در جهت مماسی و افزایش ضریب اصطکاک در جهت عمود بر لینک می‌شود.

در انتها برای صحت‌سنجی نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی، این نتایج را بر روی ربات آزمایشگاهی اعمال می‌کنیم. شکل (۲۲) پیش‌روی ربات FUM-Snake II را بعد از یادگیری نشان می‌دهد. در این مقاله زوایای هر یک از مفاصل در فرآیند یادگیری از طریق شبیه‌سازی ابتدا به‌دست آمده و سپس زوایای حاصل به موتور متناظر اعمال گردیده‌اند. به عبارت دیگر ورودی ربات تنها زوایای موتورها می‌باشد و این موتورها از موقعیت ربات نسبت به مسیر سیگنال کنترلی دیگری دریافت نمی‌کنند. در این مطالعه فقط می‌خواهیم ربات در جهت مسیر مطلوب قرار بگیرد و در نتیجه فاصلهٔ بین ربات و مسیر مطلوب در نظر گرفته نشده است.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله حرکت سرپنتین ربات مارمانند مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات دینامیکی حاکم بر ربات به‌کمک روش گیبس-اپل در حالت کلی استخراج شده‌اند. روش ارائه شده در این مقاله حجم محاسبات دینامیک ربات مارمانند را تا حد محسوسی کاهش می‌دهد. برای تصدیق معادلات دینامیکی از نرم‌افزار سیم‌مکانیک استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که میزان پیش‌روی و گشتاور مفاصل ربات در معادلات دینامیکی و نرم‌افزار سیم‌مکانیک از تطابق بسیار خوبی برخوردار است. در این مقاله، اصطکاک به‌صورت کولمب در نظر گرفته شده است.در این مطالعه نشان داده شد، مفصل‌هایی که به مرکز جرم کلی ربات مارمانند نزدیک‌ترند، گشتاور بیشتری تحمل می‌کنند. هم‌چنین با مقایسه میان گشتاور مفصل‌های قرینه، که به یک نسبت از مرکز جرم فاصله دارند، دیده می‌شود که این گشتاورها از حیث دامنه تقریباً یکسانند.

در این مقاله برای اولین بار از روش یادگیری Q در جهت‌یابی ربات مارمانند استفاده شده است. به‌علاوه تأثیر پارامترهای منحنی سرپنوید بر سرعت یادگیری ربات با استفاده از معادلات دینامیکی از دیگر موارد مورد بررسی در این تحقیق می‌باشد. بر طبق نتایج شبیه‌سازی طول عضوها و تعداد عضوها تأثیر چندانی بر روی یادگیری ربات مارمانند ندارند زیرا این پارامترها تنها طول ربات را تغییر می‌دهد و بر روی شکل ربات تأثیری ندارند. به عبارت دیگر پارامترهای فیزیکی بر سرعت یادگیری تأثیر نمی‌گذارند.

از آن‌جایی که پارامتر K_n شکل ربات مارمانند را تغییر می‌دهد، لذا بر سرعت یادگیری تأثیر محسوسی دارد.

برای آزمایش و تصدیق نتایج حاصل از یادگیری، از نرم‌افزار وباتس و ربات مارمانند FUM-Snake II استفاده شده است. نتایج تحقیق بیانگر این می‌باشند که روش یادگیری Q برای جهت‌یابی ربات مارمانند مناسب می‌باشد.

در مطالعهٔ حاضر، به‌طور موفقیت‌آمیزی موارد زیر

بررسی شده است:

(۱) استخراج معادلات دینامیک ربات از روش گیبس- اپل.

(۲) استفاده از یادگیری Q برای جهت‌یابی ربات مارمانند.

(۳) بررسی تأثیر پارامترهای فرم بدن ربات در یادگیری.

(٤) تصدیق نتایج شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزارهای سیم‌مکانیک، وباتس و ربات آزمایشگاهی.

در پژوهش‌های آینده قصد داریم تعامل پارامترهای منحنی سرپنوید را با الگوریتم های تکاملی بررسی نماییم. هم‌چنین مسیر مطلوب را انحنادار کنیم و پاداش دریافتی را طوری تعریف نماییم که گشتاور مصرفی و فاصلهٔ ربات مارمانند تا مسیر مطلوب را نیز در نظر گرفته باشد.

مراجع

1. Hirose, S., "*Biologically Inspired Robots (Snake-like Locomotor and Manipulator)*", Oxford University Press, Oxford, (1993).
2. Saito M., Fukaya M. and Iwasaki T., "Serpentine locomotion with robotic snakes", *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 22, pp. 64–81, (2002).
3. Transeth, A.A., "Modelling and Control of Snake Robots", Ph.D. Dissertation, Trondheim, September, (2007).
4. Transeth, A.A., Pettersen K.Y. and Liljebäck, P., "A survey on snake robot modeling and locomotion", *Robotica*, Vol. 27, pp. 999–1015, (2009).
5. Vossoughi Gh., Pendar Ho., Heidari Z. and Mohammadi S., "Assisted passive snake-like robots: conception and dynamic modeling using Gibbs–Appell method", *Robotica*, Vol. 26, pp. 267–276, (2008).
6. Spranklin, B.W., "Design, Analysis and fabrication of a snake- inspired robot with a rectilinear gait", Master of Science Thesis, University of Maryland, (2006).
7. Liljebäck, P., Stavdahl, A. and Pettersen K.Y., "Modular pneumatic snake robot: 3D modeling, implementation and control", *in: Proc. 16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic, 4-8 July (2005).
8. Ye, Ch., Ma, Sh., and Li, B., "Development of a 3D Snake-like Robot Perambulator-II: Design and Basic Experiments", *in Proc. 2007 IEEE Int. Conf. on Intelligent Mechatronics and Automation (ICMA2007)*, pp. 117-122, 5-8 Aug, (2007).
9. Crespi, A. and Ijspeert, A.J., "Online Optimization of Swimming and Crawling in an Amphibious Snake Robot", *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, (2008).
10. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, Alireza., "Ground adaptive and optimized locomotion of snake robot moving with a novel gait", *Auton Robot*, Vol. 28, pp. 457–470, (2010).
11. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A., "Adaptive Optimal Locomotion of Snake Robot Based on CPG-Network Using Fuzzy Logic Tuner", *IEEE - CIS RAM*, (2008).
12. Kalani, H. and Akbarzadeh, A., "Design and Modeling of a Snake Robot Based on Worm-Like Locomotion", Accepted, *Advance Robotics*.
13. Kalani, H., Akbarzadeh, A. and Safehian, J., "Traveling Wave Locomotion of Snake Robot along Symmetrical and Unsymmetrical body shapes", *ISR-Robotik Conf.*, Munich, Germany, 2-4 June (2010).
14. Safehian, J., kalani, H. and Akbarzadeh, A., "A Novel Kinematics Modeling Method for Snake Robot

in Traveling wave Locomotion ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis ", Turkish, 12-14 July (2010).
15. Kalani, H., Akbarzadeh, A. and Bahrami, Ho., "Application of Statistical Techniques in Modeling and Optimization of a Snake Robot", *Robotica*, Vol. 31, pp. 623-641, (2013).
16. Sutton, R.S., and Barto, A.G., "*Reinforcement Learning: An Introduction*". MIT Press, Cambridge, MA, (1998).
17. Chen, C., Li, H. and Dong, D., "Hybrid control for robot navigation: A hierarchical Q-learning algorithm", *IEEE Robot. Autom. Mag*., Vol. 15, pp. 37–47, (2008).
18. Franchi, A., Freda, L. and Oriolo, G., "The sensor-based random graph method for cooperative robot exploration", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 14, pp. 163–175, (2009).
19. Chen, C. and Dong, D., "Grey system based reactive navigation of mobile robots using reinforcement learning", *Int. J. Innov. Comput., Inf. Control*, Vol. 6, pp. 789–800, (2010).
20. Jan, G.E., Chang, K.Y. and Parberry, I., "Optimal path planning for mobile robot navigation", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 13, pp. 451–460, (2008).
21. Rodriguez, M., Iglesias, R., Regueiro, C.V., Correa, J. and Barro, S., "Autonomous and fast robot learning through motivation", *Robot. Auton.Syst.*, Vol. 55, pp. 735–740, (2007).
22. Ratliff, N.D., Silver, D. and Bagnell, J.A., "Learning to search: Functional gradient techniques for imitation learning", *Auton. Robots*, Vol. 27, pp. 25– 53, (2009).
23. Watkins, J.C.H. and Dayan, P., "Q-learning. Machine Learning", Vol. 8, pp. 279-292, (1992).
24. Ginsberg, J.H., "*Advanced Engineering Dynamics*", New York, Cambridge University Press, (1998).
25. Greenwood, D.T., "*Advanced Dynamics*", New York, Cambridge University Press, (2003).
26. Matari´c, M.J., "Reinforcement learning in the multi-robot domain", *Autonomous Robots*, Vol. 4, pp. 73–83, (1997).
27. Peters, J., Vijayakumar, S. and Schaal, S.," Reinforcement learning for humanoid robotics", *In Third IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, Karlsruhe, 29-30 Sept (2003).
28. Asada M., Uchibe E. and Hosoda, K., "Cooperative behavior acquisition for mobile robots in dynamically changing real worlds via vision-based reinforcement learning and development", *Artificial Intelligence*, Vol. 110, pp. 275–292, (1999).
29. Park K.H., Kim Y.J. and Kim J.H., "Modular Q-learning based multi-agent cooperation for robot soccer", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 35, pp. 109–122, (2001).
30. Tan, M., "Multi-agent reinforcement learning: independent vs. cooperative agents", *in Proceedings of the Tenth International Conference on Machine Learning*, Amherst, MA, pp. 330–337, (1993).
31. Dong, D., Chen, Ch., Chu, J. and Tarn, T.J., "Robust Quantum-Inspired Reinforcement Learning for Robot Navigation", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 17, (2012).
32. Ito, K., Fukumori, Y. and Takayama, A., "Autonomous control of real snake-like robot using reinforcement learning; abstraction of state-action space using properties of real world", *Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information*, ISSNIP, 3rd International Conference, Melbourne, Qld., 3-6 Dec., (2007).
33. Ito, K., Kamegawa, T. and Matsuno, F., "Extended QDSEGA for controlling real robots-acquisition of locomotion patterns for snake-like robot", *Robotics and Automation*, Vol. 1, (2003).
34. Tanev, I., Ray, T. and Buller, A., "Automated evolutionary design, robustness, and adaptation of sidewinding locomotion of a simulated snake-like robot", *Robotics, IEEE Transactions*, pp. 632-645, (2005).

پیوست الف

جزئیات ماتریس‌های **B**،**H**،**M** و **F** در معادلهٔ (۱۳) برای یک ربات مارمانند n عضوی و بر روی سطح شیب‌دار در حرکت سرپنتین به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} {}^{p}M_{n\times n} & {}^{p}N_{n\times 2} \\ {}^{q}M_{2\times n} & {}^{q}N_{2\times 2}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N}=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} m_i & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{n} m_i \end{bmatrix},$$

$${}^{p}\mathbf{N}={}^{q}\mathbf{M}^{\mathrm{T}},$$

$${}^{p}M_{ij}=\begin{cases}\left[m_j d_j l_j+\left(\sum_{k=j+1}^{n} m_k\right) l_i l_j\right] cos(\theta_i-\theta_j) i<j, 1\le j\le n \\ I_i+m_i d_i^2+l_i^2\left(\sum_{j=i+1}^{n} m_j\right) i=j, 1\le j\le n \\ {}^{p}M_{ji}\, i>j, 1\le j\le n\end{cases}$$

$${}^{q}M_{2,j}=cos\theta_j\left[m_j d_j+\left(\sum_{k=j+1}^{n} m_k\right) l_j\right] for \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$${}^{q}M_{1,j}=-sin\theta_j\left[m_j d_j+\left(\sum_{k=j+1}^{n} m_k\right) l_j\right] for \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$=\begin{bmatrix} {}^{p}\mathbf{H}_{n\times 1} \\ {}^{q}\mathbf{H}_{2\times 1}\end{bmatrix},$$

$${}^{p}H_i=l_i\sum_{j=i+1}^{n}\left\{\left[m_j d_j+l_j\left(\sum_{k=j+1}^{n} m_k\right)\right] sin(\theta_i-\theta_j)\dot{\theta}_j^2\right\}$$
$$+\sum_{j=1}^{i-1}\left\{\left[m_i d_i+l_i\left(\sum_{k=i+1}^{n} m_k\right)\right] l_j sin(\theta_i-\theta_j)\dot{\theta}_j^2\right\} \quad (i=1,2,\dots,n)$$

$${}^{q}\mathbf{H}=\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{n} cos\theta_i\left[m_i d_i+\left(\sum_{k=i+1}^{n} m_k\right) l_i\right]\dot{\theta}_i^2 \\ -\sum_{i=1}^{n} sin\theta_i\left[m_i d_i+\left(\sum_{k=i+1}^{n} m_k\right) l_i\right]\dot{\theta}_i^2\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix} {}^{p}\mathbf{f}_{n\times 1} \\ {}^{q}\mathbf{f}_{2\times 1}\end{bmatrix}$$

$${}^{p}f_j=d_j\left(f_{xj}sin\theta_j-f_{yj}cos\theta_j\right)+l_j\left[sin\theta_j\sum_{i=j+1}^{n}(f_{xi})-cos\theta_j\sum_{i=j+1}^{n}(f_{yi})\right]$$

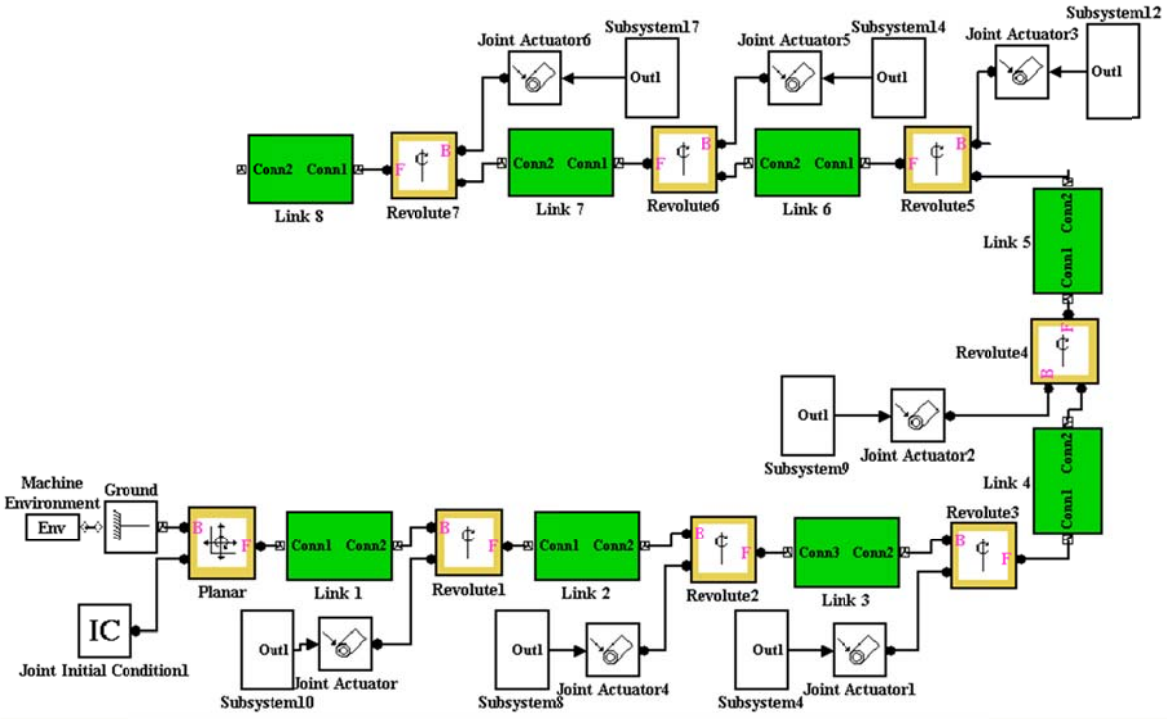
$${}^{q}\mathbf{f}=\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{n}(f_{xi}) \\ -\sum_{i=1}^{n}(f_{yi})\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} D_{n\times n-1} \\ 0\end{bmatrix},$$

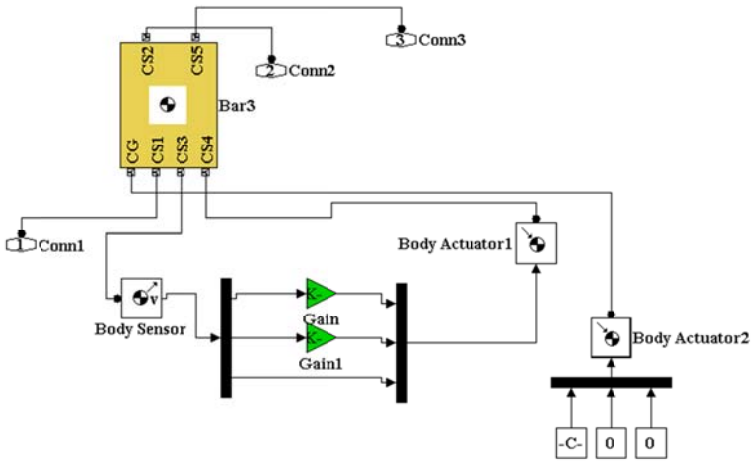
$$D_{ij}=\begin{cases}-1 & i=j \\ 1 & i=j+1 \\ 0 & Others\end{cases}$$

پیوست ب

به‌منظور بررسی صحت حل معادلات دینامیکی، از نرم‌افزار سیم‌مکانیک نیز استفاده شده‌است (شکل ۲۳). مدل اصطکاک ویسکوز در این نرم‌افزار در شکل (۲٤) نشان داده شده‌است.



شکل ۲۳ مدل ربات مار مانند با ۸ لینک در نرم‌افزار سیم‌مکانیک



شکل ۲٤ مدل اصطکاک ویسکوز در نرم‌افزار سیم‌مکانیک

بررسی اثر مکان شعله بر دمای شعله در احتراق ابر ذرات جریان پیش‌مخلوط متقابل*

(یادداشت پژوهشی)

مهدی بیدآبادی[۱] علی اسماعیل نژاد[۲] یسنا پورمحمد[۳]

چکیده *در این بررسی تحلیلی، انتشار شعله میان ابر ذرات یک جریان متقابل پیش‌مخلوط همگن دو جزئی، متشکل از ذرات سوخت و هوا مطالعه خواهد شد. این مطالعه در چارچوب یک مدل نفوذی حرارتی با فرض عدد لوییس واحد و نرخ کرنش ثابت است. پروفیل سرعت تابعی از یک متغیر مانند x فرض شده است. ساختار شعله به سه ناحیهٔ پیش گرم-تبخیر، نازک حدی واکنش و پس از واکنش تقسیم می‌شود. عدد زلدویچ بزرگ انتخاب شده و از اتلاف‌های حرارتی صرف‌نظر شده است. این آنالیز تغییرات دمای شعله براساس مکان شعله را نتیجه می‌دهد. پروفیل دما برای نرخ کرنش‌های متفاوت در جریان متقابل ابر ذرات نیز موجود است که این نتایج با دیدگاه‌های تجربی و عددی احتراق ذرات موافقت دارد.*

واژه‌های کلیدی احتراق ابر ذرات، جریان متقابل، مکان شعله، نرخ کرنش، دمای شعله.

Investigation of Flame Location Effect on Flame Temperature in Premixed Counterflow Combustion of Particle-Cloud

M. Bidabadi A. Esmaeilnejad Y. Pourmohammad

Abstract *The premixed counterflow flames propagation in combustion of mixture which is a uniform mixture of fuel particles and air is analytically studied. This analysis framework is based on thermal-diffusion model with assumption that the Lewis number is unit and the strain rate is constant. Velocity profile is assumed as a function of one variable like x. The structure of the flame is presumed to consist of three zones: preheat-vaporization zone, reaction zone and convection zone. The Zeldovich number, based on the gas-phase oxidation of the gaseous fuel is large, and heat loss is neglected. This analysis leads to variation of the flame temperature based on the flame location. Temperature profiles for different strain rates are also available, which is congruent with experimental and numerical standpoints of particles combustion.*

Key Words Particle-Cloud, Counterflow, Combustion, Flame Location, Flame Temperature.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۱/۳/۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۹/۲٤ می‌باشد.

(۱) استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.

(۲) دانشجوی دکترا، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.

(۳) نویسندهٔ مسئول: دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.

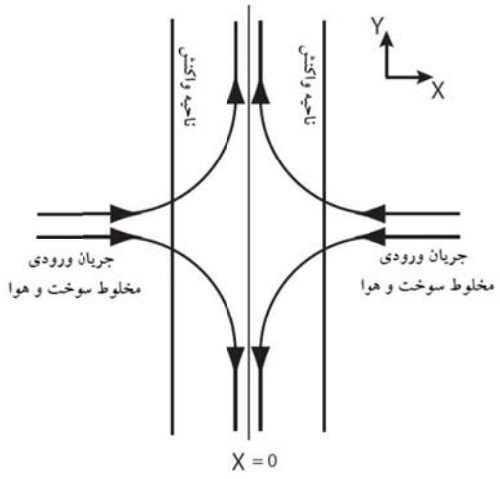
yasnapourmohammad@mecheng.iust.ac.ir

مقدمه

در دهه‌های اخیر، پیکربندی جریان متقابل با وسعت زیاد به‌صورت مطالعات تئوری، تجربی و آزمایشگاهی توسعه داده شده است و به‌شکل تحقیق برروی اثرات عوامل فیزیکی مختلف مانند نرخ کرنش، نفوذ، تشعشع و سینتیک شیمیایی بر روی شعله واقعی می‌باشد. از آن‌جا که در بسیاری از کاربردهای عملی میدان جریان به طرز محسوسی دارای کشیدگی و کرنش می‌باشد، به‌منظور پیش‌بینی واقع‌بینانه‌تر رفتار شعله، پیکربندی جریان متقابل می‌تواند مناسب باشد. در واقع به‌کمک این پیکربندی می‌توان بسیاری مسائل صنعتی مرتبط با احتراق، مانند نحوهٔ اثرگذاری فاصلهٔ شعله‌ها از یکدیگر و یا فاصلهٔ شعله از دیوارهٔ آدیاباتیک، بر روی دمای شعله را پاسخ داد. مثال‌هایی که در ارتباط با این کار می‌باشند، مطالعات یک‌بعدی جفت–شعله را شامل می‌شوند. یک مسألهٔ بسیار مهم در احتراق جریان متقابل محاسبهٔ محدودهٔ اشتعال‌پذیری [5-1] و بررسی دوبعدی لبه شعله‌های پیش‌مخلوط در این پیکربندی می‌باشد [9-6]. تاکنون، انتشار شعله از میان ابر ذرات لایکوپدیوم به‌صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته [13-10] ولی احتراق جریان متقابل تنها برای گازها مورد بررسی قرار گرفته است [14,15]. با توجه به کمبود پژوهش در زمینهٔ احتراق جریان متقابل ذرات خصوصاً ذرات ارگانیک، فرضیات و فرمول‌بندی‌های ارائه شده در این پژوهش می‌تواند به‌عنوان یک مبنا، خصوصاً برای بررسی اثر نفوذ، نرخ کرنش و مکان شعله در احتراق جریان متقابل ابر ذرات ارگانیک مورد استفاده قرار گیرد.

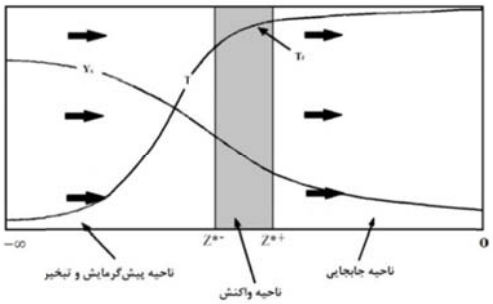
معرفی مسأله

در این پژوهش حل یک‌بعدی اساس کار قرار گرفته و فرض شده‌است که شرایط مرزی برای حل دوبعدی در فاصلهٔ دوردست از جریان بالادست و پایین‌دست قرار دارد [14]. احتراق ذرات (لایکوپدیوم) در جریان متقابل همان‌گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، قالب‌بندی شده است. پیکربندی مورد بررسی شامل جفت–شعلهٔ مسطح می‌باشد.



شکل ۱ صورت نمادین ساختار احتراق در جریان متقابل

در این بررسی فرض شده است که ذرات سوخت در ابتدا تبخیر می‌شوند تا سوخت گازی با ساختار شیمیایی مشخص را تولید کنند و آن‌ها متعاقباً در فاز گازی اکسید می‌گردند. تحلیل موجود در محدودهٔ مجانبی(Asymptotic) صورت پذیرفته است و مقدار مشخصهٔ عدد زلدویچ بر پایهٔ اکسایش فاز گازی بزرگ و مقدار $\emptyset_u \geq 1.0$ ($\emptyset_u$ که نسبت هم‌ارزی بر پایهٔ سوخت در دسترس در ذرات سوخت می‌باشد)، در نظر گرفته شده است [13]. ساختار شعله شامل سه ناحیه است. یک ناحیه پیش‌گرمایش تبخیری که در آن نرخ واکنش شیمیایی فاز گازی کوچک است؛ یک ناحیهٔ واکنش که در آن جابه‌جایی و نرخ تبخیر ذرات سوخت اندک می‌باشد و هم‌چنین یک ناحیه جابه‌جایی که در آن نرخ ترم‌های نفوذ در معادلات بقا کوچک است. نحوهٔ این تقسیم‌بندی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲ نحوهٔ تقسیم‌بندی نواحی

مدل مورد بررسی به‌صورت پایا، یک‌بعدی و شعله تخت انتشار یافته در مخلوط احتراقی شامل مخلوط یکنواخت ذرات سوخت فرار درون هوا می‌باشد. مقدار اولیهٔ چگالی ذرات، n_u (تعداد ذرات در واحد حجم)، شعاع اولیه و r_u معلوم فرض شده‌اند. از همه نیروهای خارجی شامل اثرات گرانش و غیره، چشم‌پوشی شده است. هم‌چنین قابل ذکر است که نفوذ در اثر گرادیان فشار نادیده گرفته شده و از اثر سورت-دوفور صرف‌نظر شده است. انتقال حرارت در اثر تشعشع همواره نقش مهمی را در انتشار شعله ایفا می‌کند [1-3,17,18]، اما به‌دلیل این‌که نرخ شار فرسایشی محلی تشعشع متناسب با مقدار محلی چگالی عددی (n_s) و شعاع ذره(r) می‌باشد، انتقال توسط این مکانیزم می‌تواند به‌نحوی گسترش یابد که برای مقادیر اندک n_s و وقتی $\frac{r_f}{r_u} \ll 1$ است کوچک باشد، که در آن r_f شعاع ذرات سوخت در ناحیه واکنش است. دقیقاً بیان می‌شود که تحلیل تنها تحت این شرط کاربردی می‌باشد[13]. فرآیند واکنش به‌صورت یک واکنش کلی تک مرحله‌ای است به‌صورت:

$$v_F[F] + v_{O_2}[O_2] \rightarrow v_{prod}[P]$$

که در آن علامت‌های F ، O_2و P به‌ترتیب نماد سوخت، اکسیژن و فرآورده‌ها و کمیات v_F ، v_{O_2} و v_{prod} نیز نشان‌دهندهٔ ضرایب استوکیومتری نسبی آن‌ها می‌باشند.

معادلات حاکم

معمولاً برای گازها پروفیل سرعت جریان متقابل به‌صورت $u = (ax, -ay)$ فرض می‌شود [14,16]، که a نرخ کرنش و دارای بعد می‌باشد. برای احتراق ذرات به‌دلیل تغییرات چگالی و با توجه به معادلات (۲ و ۱) می‌توان پروفیل سرعت را به‌صورت معادلهٔ (۳) بیان کرد. در جریان یک‌بعدی، با فرض ثابت بودن نرخ کرنش [19]:

$$2a = -\frac{1}{\rho}\frac{d(\rho u)}{d\acute{x}} \qquad (۱)$$

$$x = \int_0^x \frac{\rho}{\rho_u}\, d\acute{x} \qquad (۲)$$

و با ترکیب دو معادلهٔ فوق و حل آن خواهیم داشت:

$$-2\rho_u a x = \rho u \qquad (۳)$$

معادله‌های حاکم به‌صورت زیر می‌باشند:

$$-2\rho_u a x C\frac{dT}{dx} = \lambda_u \frac{d^2T}{dx^2} + w_F\frac{\rho_u}{\rho}Q - w_v\frac{\rho_u}{\rho}Q_v \qquad (٤)$$

$$-2\rho_u a x\frac{dY_F}{dx} = \rho_u D_u\frac{d^2Y_F}{dx^2} - w_F\frac{\rho_u}{\rho} + w_v\frac{\rho_u}{\rho} \qquad (٥)$$

$$\rho T = \text{const} \qquad (٦)$$

ناحیهٔ نازک واکنش در $x = x^*$ فرض شده است و در معادلات (٦-١) ، ρ نشان دهندهٔ چگالی، u نشان‌دهندهٔ سرعت جریان، Y_F نشان‌دهندهٔ کسر جرمی سوخت، w_F نشان‌دهندهٔ نرخ واکنش می‌باشد که واحد جرم سوخت گازی در حجم واحد و واحد زمان است.

$$C = C_P + \frac{4\pi r^3 C_s \rho_s n_s}{3\rho} \qquad (۷)$$

معادلهٔ بقای کسر جرمی ذرات، Y_s، با صرف‌نظر از اثر نفوذ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$-2\rho_u a x \frac{dY_s}{dx} = -w_v \frac{\rho_u}{\rho} \quad (۸)$$

شرایط مرزی معادلات (۸، ۵، ٤) به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} x = -\infty \rightarrow Y_F = 0\,, T = T_u\,, Y_s = Y_{Fu} \\ x = 0 \quad \rightarrow Y_F = \text{finite}\,, T = T_b \end{cases} \quad (۹)$$

که در آن T_b دمای آدیاباتیک نهایی شعله و Y_{fu} نشان‌دهندهٔ کسر جرمی سوخت در دسترس در درون ذره می‌باشد. به‌دلیل آن‌که نرخ تبخیر با افزایش T افزایش می‌یابد، می‌توان انتظار این پدیده را نزدیک ناحیهٔ واکنش داشت که بنابراین، برای $(T_f - T_u)/T_u \gg 1$ نرخ تبخیر را می‌توان متناسب با $(T - T_u)^n$ به‌شکل زیر در نظر گرفت:

$$w_v = An_s 4\pi r^2 (T - T_u)^n \quad (۱۰)$$

$$Q = \frac{C(T_f - T_u)}{Y_{Fc}} \quad (۱۱)$$

روابط مورد استفاده برای بی‌بعدسازی معادلات بقا عبارتند از:

$$\theta = \frac{T - T_u}{T_f - T_u}\,,\quad y_F = \frac{Y_F}{Y_{Fc}}\,,\quad y_s = \frac{Y_s}{Y_{Fc}}\,,\quad z = \sqrt{\frac{\rho_u a C}{\lambda_u}}\,x \quad (۱۲)$$

$$\omega = \frac{w_F}{\rho_u a Y_{Fc}} \quad (۱۳)$$

$$\gamma = \frac{4.836 A n_u^{1/3} (T_f - T_u)^n}{\rho_u^{1/3} a Y_{Fc}^{1/3} \rho_s^{2/3}} \quad (۱٤)$$

$$q = \frac{Q_v}{Q} \quad (۱۵)$$

$$y_s = \frac{4\pi r^3 n_s \rho_s}{3\rho Y_{Fc}} \quad (۱٦)$$

$$L_e = \frac{\lambda}{\rho C D} = 1 \quad (۱۷)$$

با جای‌گذاری ترم دمای بی‌بعد در معادله (۱۰) داریم:

$$w_v = An_s 4\pi r^2 \theta^n (T_f - T_u)^n \quad (۱۸)$$

در نهایت با استفاده از معادلات (۱۸–۱۱) معادلات بقای بی‌بعد شده (۲۱–۱۹) به‌دست می‌آیند:

$$-2z\frac{d\theta}{dz} = \frac{d^2\theta}{dz^2} + \omega\,\frac{\rho_u}{\rho} - {y_s}^{2/3}\,\gamma\theta^n q \quad (۱۹)$$

$$-2z\frac{dy_F}{dz} = \frac{d^2 y_F}{dz^2} - \omega\frac{\rho_u}{\rho} + \gamma\theta^n {y_s}^{2/3} \quad (۲۰)$$

$$2z\frac{dy_s}{dz} = \gamma {y_s}^{2/3}\theta^n \quad (۲۱)$$

شرایط مرزی برای معادلات (۲۱–۱۹) عبارتند از:

$$z \rightarrow 0 \quad \begin{cases} \theta = \theta_b = \dfrac{T_b - T_u}{T_f - T_u} \\ y_f = \text{finite} \end{cases}$$

$$z \rightarrow -\infty \quad \begin{cases} \theta = 0 \\ y_f = 0 \\ y_s = \alpha = \dfrac{Y_{Fu}}{Y_{Fc}} \end{cases} \quad (۲۲)$$

حل معادلات بی‌بعد

در این تحلیل کمیت q که نشان‌دهندهٔ نرخ گرمای مورد نیاز برای تبخیر ذرات سوخت می‌باشد به نسبت گرمای آزاد شده در شعله بسیار کوچک فرض شده است. اگر θ^0 نشان‌دهندهٔ دمای بی‌بعد برای $q = 0$ باشد، سپس معادلات (۲۱–۱۹) با این فرض به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} -2z\frac{d\theta^0}{dz} &= \frac{d^2\theta^0}{dz^2} + \omega\ \frac{\rho_u}{\rho} \\ -2z\frac{dy_F}{dz} &= \frac{d^2y_F}{dz^2} - \omega\frac{\rho_u}{\rho} + \gamma\theta^{0^n}{y_s}^{2/3} \\ 2z\frac{dy_s}{dz} &= -\gamma{y_s}^{2/3}\theta^{0^n} \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

حل مجانبی(Asymptotic) معادلات (۲۳) نشان خواهد داد که وقتی عدد زلدویچ به‌سمت بی‌نهایت میل کند ($Ze \to \infty$) آن‌گاه γ از مرتبهٔ ۱ ($\gamma = O(1)$) خواهد بود. تعریف عدد زلدویچ در معادلهٔ (۲٤) آمده است.

$$Ze = \frac{E(T_f - T_u)}{R{T_f}^2} \qquad (۲٤)$$

ناحیهٔ پیش گرمایش-تبخیر. وقتی که عدد زلدویچ به‌سمت بی‌نهایت میل کند ($Ze \to \infty$) واکنش شیمیایی بین سوخت گازی و اکسیدکننده در این ناحیه ($Z < Z^*$)، قابل چشم‌پوشی می‌باشد، ($\omega = 0$) که Z^* محل تشکیل شعله می‌باشد. بنابراین معادلهٔ اول در معادلات (۲۳) به‌صورت زیر خواهد بود:

$$-2z\frac{d\theta^0}{dz} = \frac{d^2\theta^0}{dz^2} \qquad (۲۵)$$

$$\begin{cases} \theta^0 = 1 & at \quad z = z^* \\ \theta^0 = 0 & at \quad z \to -\infty \end{cases} \qquad (۲٦)$$

با حل معادلهٔ (۲۵) و اعمال شرایط مرزی (۲٦) معادلهٔ توزیع دما در ناحیهٔ پیش‌گرمایش به‌شکل زیر خواهد بود:

$$\theta^0 = \frac{\mathrm{erf}(z) + 1}{\mathrm{erf}(z^*) + 1} \qquad (۲۷)$$

حال معادلهٔ (۲۷) را درون سومین معادله از معادلات (۲۳) قرار می‌دهیم، در نتیجه:

$$\int {y_s}^{-\frac{2}{3}} dy_s = \frac{\gamma}{2(\mathrm{erf}(z^*) + 1)^n}\int \frac{(\mathrm{erf}(z) + 1)^n}{z}\,dz \qquad (۲۸)$$

خواهد بود که با فرض توان $n = 1.33$، [10] عبارت درون انتگرال بر حسب z را می‌توان با دقت بیش از ۹۵٪ با تابع زیر در بازهٔ ۰.۰۱- تا $-\infty$ تخمین زد:

$$\frac{(\mathrm{erf}(z) + 1)^{1.33}}{z} = -39.7e^{25.59z} - 9.017e^{4.997z} \qquad (۲۹)$$

با توجه به شرایط مرزی زیر:

$$z \to -\infty \quad \to \quad y_s = \alpha = \frac{Y_{Fu}}{Y_{Fc}}$$

و با جای‌گذاری معادلهٔ (۲۹) درون معادلهٔ (۲۸) و انتگرال‌گیری از معادلهٔ (۲۸) رابطهٔ (۳۰) به‌دست می‌آید:

$$y_s = -\beta\left(1.8045e^{4.997z} + 1.1514e^{25.59z} - \alpha^{\frac{1}{3}}\right) \quad z \le z^* \text{ در} \qquad (۳۰)$$

که در معادلهٔ (۳۰)، β برابر است با:

$$\beta = \frac{\gamma}{6(\mathrm{erf}(z^*) + 1)^{1.33}} \qquad (۳۱)$$

با قرار دادن معادلات (۳۰ و ۲۷) درون دومین معادله از معادلات (۲۳)، می‌توان به حل آن پرداخت:

$$\frac{d^2y_F}{dz^2} + 2z\frac{dy_F}{dz} = \frac{-\gamma}{2\left(\mathrm{erf}\left(z^*\right)+1\right)^n}\left(\left[\left(\mathrm{erf}\left(z\right)+1\right)^n\right]\left[\beta^2\left(1.8045e^{4.997z} + 1.1514e^{25.59z}\right) - \alpha^{\frac{1}{3}}\right]^2\right) \qquad (۳۲)$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy_F}{dz} = y_F & at \quad z = -\infty \\ y_F = y_{Ff} & at \quad z = z^* \end{cases} \qquad (۳۳)$$

ناحیه جابه‌جایی (پس از واکنش). در ناحیهٔ جابه‌جایی که در پایین‌دست ناحیهٔ واکنش قرار دارد، ترم نفوذ در معادلات بقا در مرتبه‌ای پایین‌تر از ترم جابه‌جایی، واکنش و تبخیر در معادلات (۲۳) فرض شده‌است. ساختار این ناحیه با مختصات قراردادی:

$$\zeta = \epsilon z \qquad (٣٤)$$

که درآن ϵ کمیتی بسیار کوچک است. در نتیجه از معادلات (۲۳) و با اعمال معادلهٔ (۳٤) و با توجه به این‌که ترم نفوذ از مرتبه‌ای پایین می‌باشد، برای ناحیه $z = z^{*+}$ داریم:

$$\frac{d\theta^0}{d\zeta} = O(\epsilon^2) \qquad (٣٥)$$

$$\frac{d\theta^0}{dz} = O(\epsilon) \qquad (٣٦)$$

$$\frac{dy_F}{dz} = O(\epsilon) \qquad (٣٧)$$

قابل ذکراست که ناحیهٔ z^{*+}، فاصلهٔ بین ناحیهٔ جابه‌جایی و واکنش می‌باشد.

ناحیهٔ واکنش. در ناحیه واکنش فرض می‌شود که ترم‌های جابه‌جایی و تبخیر نسبت به ترم‌های نفوذ و واکنش کوچک می‌باشند. به‌دلیل این‌که در تحلیل محدودیت‌های ابتدایی، سوخت محدود کنندهٔ واکنش خواهد بود و اکسیژن کافی در دسترس می‌باشد، نرخ واکنش w_F ظاهر شده در معادلات (۵ و ٤) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$w_f = v_F W_F k C_F \qquad (٣٨)$$

که در آن C_F و W_F به‌ترتیب غلظت مولی و وزن ملکولی سوخت می‌باشند. حال کمیات زیر تعریف می‌گردند:

$$z - z^* = \epsilon\,\eta \qquad (٣٩)$$

$$y_F = \epsilon(b + y) \qquad (٤٠)$$

$$\theta^0 = 1 - \epsilon t \qquad (٤١)$$

$$b = \frac{y_F}{\epsilon}\,, \qquad \epsilon = \frac{1}{Ze} \qquad (٤٢)$$

در روابط فوق، ϵ پارامتر انبساطی می‌باشد که بسیار کوچک فرض شده است. قابل ذکر است که کمیات b و t از مرتبهٔ واحد فرض شده‌اند. با فرض:

$$k = Be^{\frac{-E}{RT}} \qquad (٤٣)$$

و با قرار دادن بسطهای (٤١–۳۹) درون معادلهٔ اول از معادلات (۲۳)، با استفاده از معادلات (۳۸ و ۱۵–۱۳) در حد $\epsilon \to 0$ و با توجه به این‌که کمیت Λ به‌صورت زیر و از مرتبهٔ یک فرض شده است:

$$\Lambda = \frac{v_F B \epsilon^2}{a} e^{\frac{-E}{RT_f}} \qquad (٤٤)$$

و با استفاده از روابط (۱۲) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 t}{d\eta^2} = \Lambda(b + y)e^{-t} \qquad (٤٥)$$

$$\frac{d^2(t - y)}{d\eta^2} = 0 \qquad (٤٦)$$

از معادلهٔ (٤٦) و با اعمال شرایط مرزی (٤٧):

$$\eta \to \infty \begin{cases} \dfrac{dy}{d\eta} = 0\,, & y = 0 \\ \dfrac{dt}{d\eta} = 0\,, & t = 0 \end{cases} \qquad (٤٧)$$

رابطهٔ (٤٨) حاصل می‌گردد:

$$t = y \qquad (٤٨)$$

شرایط مرزی در بی‌نهایت منفی را می‌توان با استفاده از معادلهٔ (۲٦) به‌دست آورد:

$$\left.\frac{dt}{d\eta}\right|_{\eta\to-\infty} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{e^{-z^{*2}}}{erf(z^*)+1} = -M \qquad (٤٩)$$

حال به‌سادگی با انتگرال‌گیری از معادلهٔ (٤٥) و اعمال شرایط مرزی جواب زیر حاصل خواهد شد:

$$2\Lambda(b+1) = M^2 \qquad (٥٠)$$

تعیین مکان شعله

با قرار دادن معادلهٔ (٥٠) درون معادلهٔ (٤٤) می‌توان محل شعله را تعیین کرد:

$$M = \sqrt{\frac{2(1+b)v_F B\epsilon^2}{a}}e^{\frac{-E}{2RT_f}} \qquad (٥١)$$

اگر مقادیر b و T_f معلوم باشند، به‌کمک معادلهٔ (٥١) می‌توان مکان شعلهٔ z^* را محاسبه کرد. برای محاسبهٔ این کمیات تحلیل ساختار ناحیهٔ جابه‌جایی ضروری است. برای مقادیر به اندازهٔکافی بزرگ T_f قابل قبول است که $y_{Ff} = 0$ باشد که مستلزم $b = 0$ است. مقدار T_f می‌تواند توسط قرار دادن گرادیان y_F و θ^0 برای تعیین شرایط جهش زیر در ناحیه واکنش، محاسبه گردد:

$$\left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*+}} + \left[\frac{dy_F}{dz}\right]_{z^{*+}} = \left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*-}} + \left[\frac{dy_F}{dz}\right]_{z^{*-}} \qquad (٥٢)$$

با قرار دادن معادلهٔ (٢٧) و حل (٣٢) درون (٥٢) و با استفاده از $y_{Ff} = 0$ و فرض این‌که گرادیان‌ها در z^{*+} از مرتبهٔ ϵ هستند، در نتیجه:

$$\left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*+}} \approx 0\,, \qquad \left[\frac{dy_F}{dz}\right]_{z^{*+}} \approx 0 \qquad (٥٣)$$

$$\left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*-}} = M \qquad (٥٤)$$

خواهد بود و در این معادلهٔ به‌دست آمده M باید برابر با حل حاصل از تبدیل معادلهٔ (٣٠) به معادلهٔ درجهٔ یک و سپس حل آن باشد. از این معادله می‌توان کمک گرفت و تغییرات z^*، T_f و a را به‌صورت هم‌زمان بررسی کرد. برای مقادیر داده شده r_u و n_u کمیت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$Y_{Fu} = \frac{4\pi r_u^2 n_u \rho_s}{3\rho_u} \qquad (٥٥)$$

اگر سینتیک تبخیر و سوخت گازی تولید شده توسط ذرات معلوم باشد، کمیات A و n قابل توصیف می‌باشند. وقتی که سینتیک اکسید شدن سوخت گازی مشخص باشد، پارامترهای کلی نرخ سینتیک شیمیایی B و E، ضریب استوکیومتری ν_f و گرمای آزاد شده بر واحد جرمی سوخت مصرفی Q قابل تعریف می‌باشد.

ارزیابی نتایج

در این بررسی فرض شده است که ابر ذرات فرار سوخت در گاز اکسید کننده به‌صورت یکنواخت توزیع شده است. برای اهداف نشان داده شده فرض بر این است که گازهای موجود در سوخت که از ذرات سوخت خارج می‌شوند، متان می‌باشند [13]. به‌علت آن که در ابتدا فرض شده بود که سرعت واکنش شیمیایی در ناحیه واکنش توسط غلظت سوخت گازی محدود می‌شود، پارامترهای کلی نرخ سینتیک شیمیایی، $E = 23\ kcal/mole$ و $B = 3.5E61/mol.s$ انتخاب شده‌اند و در معادله (٥١)، $b = 0$ فرض شده است. نرخ پارامترهای مشخصهٔ سینتیک تبخیر ذرات سوخت، $n = 1.33$ و $A = 3.4E-6\ (g)_F/[(cm^2)_s K\,s]$، برای محاسبهٔ نرخ تبخیر از معادله (١٠)، انتخاب شده‌اند [10]. در محاسبات

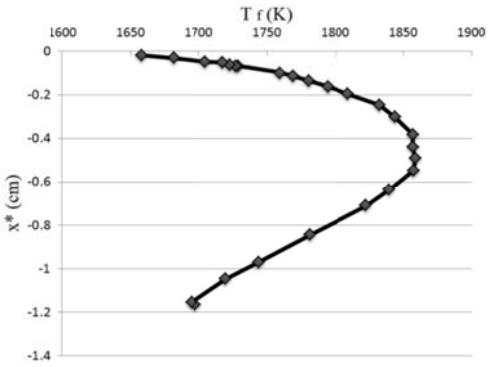
$$\rho_u = 1.135E-3\ {}^{g}/_{cm^3},\ \rho_s = 1.0\ {}^{g}/_{cm^3},\ \lambda_u = 3.5E-4\ {}^{cal}/_{cm.s.K}$$

و $T_u = 300\ K$

$q = 0.01$، انتخاب شده است و سایر خواص، عبارتند از [10]:

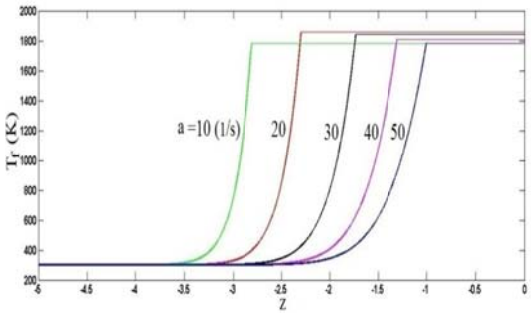
$C = 0.34\ {}^{\mathrm{cal}}/_{\mathrm{g}\,K}$، $n_u = 3900\ \mathrm{m}^{-3}$، $r_u = 20\ \mu\mathrm{m}$.

شکل (۳) که از حل معادلات (٥٤، ٥١، ٥٠) به‌صورت هم‌زمان در بازهٔ صفر تا منفی بی‌نهایت به‌دست آمده است، نحوهٔ تأثیر مکان شعله (نرخ کرنش) بر روی دمای شعله را در یک جریان متقابل ابر ذرات نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل (٤) مشاهده می‌گردد، با افزایش نرخ کرنش شعله به مبدأ نزدیک می‌گردد و با کاهش آن شعله از مبدأ دور می‌شود و دمای آن با سرعت زیاد کاهش می‌یابد. ماکزیمم دمای شعله در حدود $x^* = -0.488842\ \mathrm{cm}$، $(a = 20\ \mathrm{Sec}^{-1})$ رخ خواهد داد و پس از آن دوباره دمای شعله نزول خواهد کرد.



شکل ۳ نمودار تغییرات T_f برحسب تغییرات x^* برای احتراق جریان متقابل ابر ذرات

شکل (٤) تغییرات پروفیل دما را بر حسب عدد بی‌بعد z که در معادلهٔ (۱۲) تعریف شده است برای نرخ کرنش‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد با کاهش نرخ کرنش بازهٔ تغییرات دما کوچک‌تر و نمودار آن در قسمت تغییرات شدید دمایی به خط عمودی نزدیک‌تر خواهد شد. با افزایش نرخ کرنش تا حدود $a = 20\ \mathrm{Sec}^{-1}$ همواره دمای شعله افزایش می‌یابد اما برای مقادیر بزرگ‌تر از ۲۰ با افزایش نرخ کرنش دمای شعله کاهش خواهد داشت که شبیه این مسأله در نتایج حل عددی احتراق جریان متقابل سوخت گازی مشاهده شده است [15].



شکل ٤ پروفیل تغییرات دما بر حسب پارامتر بی‌بعد فاصلهٔ z برای نرخ کرنش‌های مختلف

نتیجه‌گیری

در این مقاله، احتراق جریان متقابل برای مخلوط ذرات ارگانیک و هوا به‌صورتی کاملاً بدیع مورد بررسی گرفت. فرض متغییر بودن پروفیل سرعت و ذره ارگانیک بودن سوخت همواره سبب افزایش پیچیدگی معادلات احتراقی و مدل‌سازی ریاضی برای حل آن‌ها خواهد شد. انطباق صورت گرفته برای حل معادلات در ناحیهٔ احتراق و استفاده از روش انبساط (Expansion Method) در این ناحیهٔ نازک که روش جدیدی برای حل معادلات احتراقی جریان متقابل ذرات می‌باشد، می‌تواند مبنایی برای توسعهٔ روش‌های تحلیلی در احتراق جریان متقابل باشد. با توجه به کمبود تحقیق در مورد احتراق جریان متقابل مخلوط ذرات ارگانیک و هوا به‌کمک مدل‌سازی صورت گرفته و با استفاده از نتایج حاصل می‌توان به شناخت دقیق‌تری در ارتباط با نحوهٔ تأثیرگذاری مکان شعله و نرخ کرنش بر دمای آن رسید که این مسأله می‌تواند در طراحی مشعل‌های متقابل و حتی در مورد فاصلهٔ مشعل‌ها از دیواره در حالت آدیاباتیک نیز مفید باشد.

این پژوهش نشان می‌دهد که همواره با نزدیک‌تر کردن فاصله شعله‌ها نمی‌توان افزایش دما را انتظار داشت و افزایش نرخ کرنش نیز همواره افزایش دما را نتیجه نمی‌دهد. با توجه به نتایج به‌دست آمده، در طراحی مشعل‌ها می‌توان مکان شعله را در جایی قرار داد که میزان دما بیشترین مقدار خود را داشته باشد که این مکان براساس فرضیه‌های صورت گرفته برای احتراق جریان متقابل ذرات لایکوپدیوم معادل با نرخ کرنش $20\ \mathrm{Sec}^{-1}$ می‌باشد. در این بررسی از کلیهٔ اتلاف‌های حرارتی صرف‌نظر شده‌است، در نتیجه در ناحیه پس از واکنش پروفیل تغییر دما تخت و برابر با دمای آدیاباتیک می‌باشد. قابل ذکر است که این مدل را می‌توان با در نظر گرفتن میزان تلفات و یا بزرگ در نظر گرفتن انرژی تبخیر سوخت توسعه داد.

فهرست علائم

فاصله، cm	x
سرعت، cm/sec	u
قطر، μm	$d = 2r$
نرخ ثابت واکنش در فاز گازی	k
دما، K	T
ظرفیت حرارتی مخلوط، cal/g.K	C
چگالی، g/cm^3	ρ
تعداد ذرات بر واحد حجم، $1/cm^3$	n
ضریب نفوذ، m^2/s	D
نرخ کرنش، $1/s$	a
پارامترمشخصه نرخ تبخیر ذرات سوخت (معادلهٔ ۱۰)	A
حرارت‌آزاد شده برواحد جرم سوخت گازی مفروض	Q
وزن ملکولی	W
عدد زلدویچ (معادله ٤٢)	Ze
انرژی مشخصه فعال سازی واکنش در فاز گازی	E
متغیر مستقل معادل (معادلهٔ ۱۲)	z

علائم یونانی

لزجت، pa.sec	μ
هدایت گرمایی	λ
تعریف شده در معادلهٔ (۱۲)	θ
تعریف شده در معادلهٔ (۱۳)	ω

زیرنویس

ذرهٔ جامد	p
خاصیت وابسته به شعله	f
خواص مربوط به سوخت	F

مراجع

1. Buckmaster, J.D., "The effects of radiation on stretched flames", *Combust. Theory Model.*, Vol. 1, pp. 1–11, (1997).
2. Ju, Y., "Flame bifurcations and flammable regions of radiative counterflow premixed flames with general Lewis numbers", *Combust. Flame*, Vol.113, pp. 603–614, (1998).
3. Guo, H., Ju, Y., Maruta, K., Niioka, T. and Liu, F., "Radiation extinction limit of counterflow premixed lean methane–air flames", *Combust. Flame*, Vol. 109, pp. 639–646, (1997).
4. Ju, Y., Xue, Y., "Extinction and flame bifurcations of stretched dimethyl ether premixed flames", *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 30, pp. 295–301, (2005).

5. Ju, Y., Liu, F. and Guo, H., "Effects of the Lewis number and radiative heat-loss on the bifurcation and extinction of CH4/O2-N2-He flames", *J. Fluid Mechan.*, Vol. 379, pp. 165–190, (1999).
6. Liu, J.B. and Ronney, P.D., "Premixed edge-flames in spatially varying straining flows", *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 144, pp. 21–46, (1999).
7. Daou, J., Matalon, M. and Li˜n´an, A., "Premixed edge flames under transverse enthalpy gradients", *Combust. Flame*, Vol. 121, pp. 107–121, (2000).
8. Daou, J. and Li˜n´an, A., "Ignition and extinction fronts in counterflowing premixed reactive gases", *Combust. Flame*, Vol. 118, pp. 479–488, (1999).
9. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., "Effect of heat-loss on flame-edges in a premixed counterflow", *combust. Theory Model.*, Vol. 7, pp. 221-242, (2003).
10. Seshadri, K., Berlad, A. and Vtangirala, L., "The Structure of Premixed Particle-Cloud Flames", *Combustion and Flame*, Vol. 89, pp. 333-342, (1992).
11. Han, O., Yashima, S., Matsuda, M., Matsui, T., Miyake, H. and Ogawa, A.T., "Behavior of flame propagating through lycopodium dust clouds in a vertical duct", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13 (6), pp. 449–457, (2000).
12. Han, O., Yashima, S., Matsuda, M., Matsui, T., Miyake, H. and Ogawa, A.T., "A study of flame propagation mechanisms in lycopodium dust clouds based on dust particles' behavior", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 14, pp. 153–160, (2001).
13. Bidabadi, M. and Rahbari, A., "Modeling Combustion of Lycopodium Particles by Considering the Temperature Difference between the Gas and the Particles", *Combust. Explosion and Shock Waves*, Vol. 45, pp. 278–285, (2009).
14. Daou, J., "Strained premixed flames: Effect of heat-loss, preferential diffusion and reversibility of the reaction", *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 15, pp. 437–454, (2011).
15. Cho, S.J. and Takita, K., "Numerical study of premixed twin edge flames in a counterflow field", *Combust. Flame*, Vol. 144, pp. 370–385, (2006).
16. Buckmaster, J., "Edge-flames", *Energy and Combustion Science*, 28, pp. 435–475, (2002).
17. Joulin, G. and Deshaies, B., "On radiation-affected flame propagation in gaseous mixtures seeded with inert particles", *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 47, pp. 299-315, (1986).
18. Joulin, A. and Eudier, M., "The radiation-dominated propagation and extinction of slow,particle-laden gaseous flames", *Twenty-Second Symposium(International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, pp. 1579-1585, (1988).
19. El-Mahallaway, F. and El-Din Habik, S., "*Fundamentals and Technology of Combustion*", First Edition, Elsevier, Elsevier Science Ltd, the Boulevard, Langford Lane Kidlington. Oxford OX5 IGB, UK, (2002).

ابزار سوراخ‌کاری ارتعاشی و بررسی نیروی محوری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی آلومینیوم 2024-T6*

(یادداشت پژوهشی)

حسین پاک طینت[۱] سعید امینی[۲] علیرضا بارانی[۳] علیرضا فدائی تهرانی[٤]

چکیده *فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی (Vibration Drilling-VD) از جمله روش‌های جدید ماشین‌کاری است که در آن ارتعاشات طولی (اغلب با فرکانس بالا و بیشتر از ۱۶kHz) و دامنه کوچک (معمولاً بین ۲ تا ۳۰μm) برای تحریک ابزار به‌کار می‌رود؛ به‌طوری که درگیری ابزار با قطعه‌کار حین پیش‌روی محوری قطع و وصل می‌گردد. در این پژوهش دو ابزار ارتعاشی برای انجام فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی تحلیل و ساخته شده است. از نرم‌افزارهای المان محدود برای انجام تحلیل مودال استفاده گردیده است. ابزارهای ارتعاشی به‌گونه‌ای طراحی می‌گردند که فرکانس تشدید منطبق بر فرکانس تشدید ترانسدیوسر (مبدل صوتی) داشته باشند. برای انجام فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی یک مکانیزم چرخشی طراحی و ساخته شده است. این مکانیزم قادر است که فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی را به گونه‌ای انجام دهد که دوران و ارتعاش هم‌زمان به مته اعمال گردد. پس از انجام تست‌های اولیه، تأثیر اضافه شدن ارتعاشات اولتراسونیک در فرآیند سوراخ‌کاری Al2024-T6 بررسی می‌شود و با فرآیند سوراخ‌کاری معمولی مقایسه می‌گردد. پارامترهای نیروی محوری و نوع براده در هر دو فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی و معمولی بررسی و مقایسه می‌گردند. نتایج بیانگر کاهش مؤثر نیروی محوری در سوراخ‌کاری ارتعاشی نسبت به سوراخ‌کاری معمولی می‌باشد.*

واژه‌های کلیدی سوراخ‌کاری، سوراخ‌کاری ارتعاشی، Al2024-T6، اولتراسونیک.

Vibration Drilling Tool and Thrust Force Investigation in Vibratory Drilling Process of Al 2024-T6

H. Paktinat S. Amini A. Barani A. Fadaei Tehrani

Abstract *Vibratory drilling (VD)process is a new modern technology where longitudinal wave with high frequency (more than 16 kHz) and low amplitude (usually between 2 up to 30 μm) is superimposed on the movement of cutting tool, resulting in connection and disconnection of cutting tool engagement with workpiece. In this study, in order to perform vibratory drilling process, two vibration tools are designed and fabricated. ANSYS software is used to accomplish modal analysis. Using this software, it is possible to design vibration tools (horn and drill) to have resonance frequency equals to transducer frequency. A rotary mechanism is designed to perform vibratory drilling on a lathe machine. This set-up is able to do vibratory drilling process while both vibration and rotation are applied to the movement of drill. This mechanism (rotary vibratory drilling) has ability to drill various workpiece with different sizes and materials. After primary tests, the effect of is able drilling is studied and compared with conventional drilling while specimen is Al2024-T6. Thrust force and chip morphology are two studied parameters in this paper. The obtained results showed a notable reduction of thrust force in vibratory drilling process over the conventional one.*

Key Words Drilling, Vibratory Drilling, Al2024-T6, Ultrasonic.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۱/٦/۲۰ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۸/۷ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکترا، گروه ساخت و تولید، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان.

(۲) نویسندهٔ مسئول، دانشیار، گروه ساخت و تولید، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان. Amini.s@kashanu.ac.ir

(۳) دانشجوی دکترا، گروه ساخت و تولید، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان.

(٤) دانشیار، گروه ساخت و تولید، دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان.

مقدمه

مبنای فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی مانند سوراخ‌کاری معمولی می‌باشد با این تفاوت که برای بهبود شرایط ماشین‌کاری، ارتعاشات طولی نیز به حرکت مته اضافه می‌گردد. این فرآیند را می‌توان برخلاف سوراخ‌کاری اولتراسونیک (به‌کمک ذرات ساینده) برای دامنهٔ وسیعی از مواد به‌کار برد. در فرآیند سوراخ‌کاری اولتراسونیک (همراه با ذرات ساینده)، ارتعاشات اولتراسونیک از طریق یک هد ارتعاشی به ذرات ساینده معلق در گل ساینده منتقل می‌شود. این ذرات در اثر ارتعاش سرعت می‌گیرند و به سمت سطح قطعه‌کار پرتاب می‌شوند. در اثر برخورد ذرات ساینده به سطح قطعه‌کار و رخداد مکانیزم شکست ترد، ذرات براده از قطعه جدا می‌شوند. از آنجا که مکانیزم براده‌برداری در فرآیند سوراخ‌کاری اولتراسونیک شکست ترد است (به‌کمک ذرات ساینده)؛ بنابراین این فرآیند تنها برای مواد ترد کاربردی است.

محققان پژوهش‌های متنوعی روی فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی انجام داده‌اند. فرآیند ترکیب امواج اولتراسونیک با ماشین‌ابزارهای معمولی توسط کومابه و همکارانش [1] در حدود سال ۱۹۵۸شروع شد. او نشان داد که نیروی برشی پالسی مزیت‌های زیادی را از جمله جابه‌جایی گرمای برش و افزایش عمر ابزار به دنبال دارد. در سال ۱۹۹۱ تاکیاما و همکارش [2] فرآیند اعمال ارتعاش اولتراسونیک به قطعه‌کار را در سوراخکاری ارتعاشی بررسی نمود. آن‌ها بهبود در سوراخ‌کاری ارتعاشی با فرکانس بالا (Frequency Vibration Assisted Drilling- High HFVAD) آلومینیوم را نشان دادند و گزارش کردند که ارتفاع پلیسه تا ۷۵ درصد کاهش یافت. جانگ و وانگ [3] با آنالیز مسیر براده در سوراخ‌کاری به‌کمک اولتراسونیک (با ارتعاش محوری) روی مواد چقرمه و نرم یک روش جدید را برای شکستن براده با کمک اولتراسونیک پیشنهاد کردند. لی و همکارانش [4] یک کنترل شرایط ارتعاشی چندمرحله‌ای برای سوراخ‌کاری ارتعاشی مواد کامپوزیتی لایه‌ای به‌وجود آوردند. بابیستکی و همکارانش [5] سوراخ‌کاری موادی چون صفحات نازک فلزی و شیشه را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نتیجه گرفتند که سوراخ‌کاری صفحات نازک آلومینیومی بدون استفاده از پشت‌بند در سوراخ‌کاری ارتعاشی امکان‌پذیر است؛ در حالی که صفحات نازک آلومینیومی در سوراخ‌کاری معمولی خم شدند. هم‌چنین کیفیت سطح شیشه در سوراخ‌کاری ارتعاشی بهبود چشم‌گیری نسبت به سوراخ‌کاری معمولی داشت. چنگ و بون [6] نشان دادند که کاهش اندازهٔ پلیسه در سوراخ‌کاری آلومینیوم از طریق روش VD امکان‌پذیر است. وانگ و همکارانش [7] به‌طور عملی سوراخ‌کاری ارتعاشی با فرکانس کم را روی فیبر تقویت شده بررسی کردند. نتایج نشان داد که سوراخ‌کاری ارتعاشی با فرکانس کم می‌تواند نیروهای محوری را کاهش دهد، اما شرایط ارتعاشی مطلوب برای شرایط برشی خاصی وجود دارد. آذرهوشنگ و اکبری [8] سوراخ‌کاری ارتعاشی اینکونل ۷۳۸LC را مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که کیفیت سطح در استفاده از این روش بهبود می‌یابد. پوجانا و همکارانش [9] نشان دادند که در سوراخ‌کاری ارتعاشی با قطعه‌کار Ti6Al4V براده‌ها تمایل به خرد شدن دارند در صورتی که سوراخ‌کاری معمولی براده‌های پیوسته ایجاد می‌کند. آن‌ها دلیل این امر را اثرات اولتراسونیک و برخوردهای مداوم سر مته با براده‌ها بیان کردند. جانگ [10] ثابت کرد که کاربرد ارتعاش با فرکانس 16KHz روی قطعه اثرات افزایش صلبیت سوراخ‌کاری، کاهش لغزش مته و کاهش خطاهای اندازه سوراخ و افزایش عمر مته را دارد. لین و همکارانش [11] سوراخ‌کاری به‌کمک اولتراسونیک اینکونل 718 را مورد مطالعه قرار دادند که نتیجهٔ آن کاهش اندازهٔ براده و تغییرات کمتر گشتاور بود. هم‌چنین با تغییر فرکانس‌ها توانایی سوراخ‌کاری بهبود کمی و در مقابل عمر مته به‌طور چشم‌گیری در

کاربرد ارتعاشات با دامنه کم افزایش یافت. آنها هم‌چنین تحت شرایط خاصی عمر ابزار ۲/۷ برابر بیشتر از فرآیند سوراخ‌کاری معمولی را گزارش کردند. ما و همکارانش [12] سوراخ‌کاری به‌کمک ارتعاشات دوبعدی یا بیضوی را بر روی قطعه‌کار آلومینیوم ۵۲s مورد بررسی قرار دادند. بر طبق گزارش‌های آنها نیروی محوری تا یک‌سوم، نیروی شعاعی تا یک‌دوم و ضخامت براده از یک‌دوم تا یک‌سوم کاهش یافتند. گااو و همکارش [13] سوراخ‌کاری ارتعاشی قطعاتی از جنس Al6061-T6 و فولاد SS41 را مورد بررسی قرار دادند. بر طبق گزارش‌های آن‌ها لغزش سر مته و کیفیت سطح سوراخ در سوراخ‌کاری ارتعاشی نسبت به سوراخ‌کاری معمولی بهبود یافت اما عمر مته در سوراخ‌کاری ارتعاشی بدتر شد. چنگ و همکارش [14] نیروی محوری را در سوراخ‌کاری ارتعاشی Al6061-T6 مدل کردند. بر اساس گزارش‌های ارول و همکارانش [15] تورق سوراخ در سوراخ‌کاری ارتعاشی پلاستیک‌های تقویت‌شده نسبت به سوراخ‌کاری معمولی بهبود یافت. چنگ و همکارش [16] مدلی برای ارتفاع پلیسه در سوراخ‌کاری Al6061-T6 ارائه کردند و بر اساس گزارش‌های آن‌ها با استفادهٔ درست از ارتعاشات اولتراسونیک می‌توان ارتفاع پلیسه را کاهش داد. یوهایی و همکارانش [17] گزارش کردند که می‌توان در فرآیند میکرو سوراخ‌کاری ارتعاشی با افزایش نرخ پیش‌روی به زمان ماشین‌کاری کمتری رسید در حالی که عمر ابزار حفظ می‌گردد. نوجبایر و استول [18] از طریق آزمایش نشان دادند که در سوراخ‌کاری ارتعاشی آلیاژهای آلومینیوم عمر ابزار نسبت به روش معمولی بهتر می‌گردد. در این پژوهش دو ابزار ارتعاشی با دو قطر مته ۸mm و ۵mm ساخته شده است. مکانیزمی چرخشی برای انجام فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی دورانی طراحی و ساخته شد. پارامترهایی از قبیل نیروی محوری و نوع براده بررسی و با فرآیند سوراخ‌کاری معمولی مقایسه گردید. نتایج بیانگر بهبود در استفاده از سوراخ‌کاری ارتعاشی نسبت به سوراخ‌کاری معمولی می‌باشد.

طراحی، ساخت و تست ابزار ارتعاشی

به‌طور کلی سه مود ارتعاشی وجود دارد : خمشی، پیچشی و طولی. برای طراحی یک ابزار ارتعاشی سوراخ‌کاری نیاز به مود طولی مجموعه می‌باشد. در این پژوهش از نرم‌افزارهای المان محدود مانند انسیس برای انجام تحلیل ارتعاشی استفاده شد. یک ابزار ارتعاشی سوراخ‌کاری شامل متمرکزکننده و مته می‌باشد. در طراحی ابزار ارتعاشی سوراخ‌کاری باید به چند نکته توجه شود:

(۱) فرکانس ارتعاشی طولی ابزار منطبق با فرکانس ارتعاشی طولی ترانسدیوسر باشد (در این پژوهش فرکانس طبیعی ترانسدیوسر ۲۰kHz است).

(۲) قطر ابتدایی متمرکزکننده (هورن) کمتر از قطر ترانسدیوسر نباشد (به‌دلیل جلوگیری از ورود امواج صوتی از سطح ترانسدیوسر به هوا).

(۳) برای کاهش اثر ارتعاشات عرضی در حالت کشش کامل و یا فشار کامل، قطر متمرکزکننده باید کمتر از یک چهارم طول موج باشد.

(٤) برای کاهش اتلاف انرژی و متمرکز کردن انرژی اولتراسونیک، قطر انتهایی متمرکزکننده باید تا حد امکان کوچک باشد.

(۵) برای داشتن یک ابزار ارتعاشی خوب که هم ارتعاشات را به‌خوبی منتقل کند و هم باعث تقویت دامنهٔ ارتعاشات شود، ترکیبی از شکل پروفیل‌های مناسب استفاده شود. توجه به این نکات باعث افزایش راندمان فرآیند می‌شود. ذکر این نکته ضروری است که برای طراحی یک انتقال‌دهندهٔ خوب علاوه بر توجه بر نکات موجود و انجام تحلیل‌های متعدد با نرم‌افزار، نیاز به تجربهٔ کاری بسیار بالایی می‌باشد. این انتقال‌دهنده و تقویت کنندهٔ ارتعاش به‌ظاهر شکلی ساده دارد اما برای طراحی این ابزار نیاز به تحلیل‌های گسترده و تستهای عملی می‌باشد تا بتوان بعد از تحلیل‌های متعدد و

ساخت چند نمونهٔ آزمایشی به ابزار مناسب دست پیدا کرد. هم‌چنین لازم به ذکر است که ترانسدیوسر مورد استفاده در این پژوهش ساخت شرکت سوئیسی MPI است و نیاز به طراحی ترانسدیوسر نمی‌باشد. مشخصات و فرکانس طولی تشدید این ترانسدیوسر از طرف شرکت سازنده معرفی شده است و فقط نیاز به طراحی ابزاری (متمرکزکننده و مته) می‌باشد که فرکانس طولی تشدید مجموعه منطبق بر فرکانس طولی تشدید ترانسدیوسر باشد.

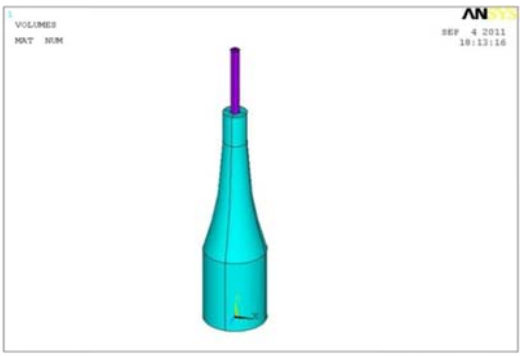
در این مطالعه دو ابزار ارتعاشی طراحی و ساخته شد. در ابتدا ابزار ارتعاشی مناسب برای مته ۸mm طراحی گردید. برای داشتن دقت کافی در روند حل تحلیل، متمرکزکننده به‌صورت سه‌بعدی مدل گردید. برای انجام تحلیل ارتعاشی از نرم‌افزار انسیس استفاده گردید. مته به طول ۱۰۰mm و به‌صورت یک استوانهٔ کامل و با قطر معادل مدل‌سازی شد. متمرکزکننده ارتعاشی از جنس Al7075 و مته از جنس فولاد تندبر انتخاب گردیدند.

در نرم‌افزار انسیس سه مرحلهٔ کلی برای انجام یک تحلیل مودال وجود دارد : پیش‌پردازش، حل کردن و پس‌پردازش. در مرحلهٔ پیش‌پردازش انتخاب المان، خواص ماده یا مواد، مدل‌سازی هندسی، مش‌بندی و شرایط مرزی انجام می‌شود. تحلیل مودال به‌صورت سه‌بعدی انجام شد تا علاوه بر افزایش دقت تحلیل بتوان مودهای ارتعاشی دیگر را نیز مشاهده کرد. از دو المان solid92 و solid95 برای انجام تحلیل استفاده گردید. خواص آلومینیوم ۷۰۷۵ و فولاد تندبر به‌ترتیب برای متمرکزکننده و مته به نرم‌افزار داده شد. جدول (۱) این مقادیر را نشان می‌دهد.

جدول ۱ ضرائب جنس‌های موجود در آنالیز مودال

جنس	مدول یانگ (GPa)	ضریب پوآسون	چگالی (kg/m^3)
آلومینیوم ۷۰۷۵	۷۱/۷	۰/۳۳	۲۸۱۰
فولاد تندبر	۲۱۰	۰/۳	۷۸۰۰

ابتدا نصف مدل به‌صورت دوبعدی ایجاد گردید و سپس با دوران مدل حول خط تقارن مدل سه‌بعدی ابزار ارتعاشی ایجاد شد. متمرکزکنندهٔ مورد نظر، یک متمرکزکنندهٔ سه المانی می‌باشد که دو المان استوانه‌ای (ابتدا و انتهای متمرکزکننده) به یک المان شعاعی شکل متصل شده است. المان اول به‌صورت پروفیل استوانه‌ای شکل طراحی شد تا این امکان را داشته باشد که بتوان با آن در مدت زمان طولانی بدون گرم شدن مجموعه کار کرد. سپس سطح مقطع با یک پروفیل شعاعی به‌طور آرام کوچک می‌شود تا علاوه بر متمرکز کردن انرژی اولتراسونیک از بازگشت امواج به ترانسدیوسر جلوگیری کند. بعد از آن سطح مقطع به‌صورت پروفیل استوانه‌ای تا انتها ادامه می‌یابد تا اتصال مته به متمرکزکننده راحت‌تر انجام شود (شکل ۱).



شکل ۱ مدل سه‌بعدی ابزار ارتعاشی

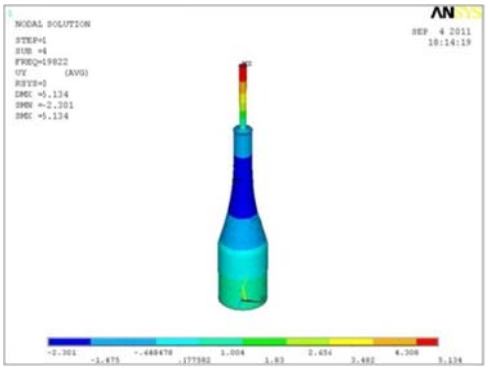
پس از دادن ضرایب هر جنس به جزو مربوط مدل مش‌بندی می‌شود (شکل ۲).



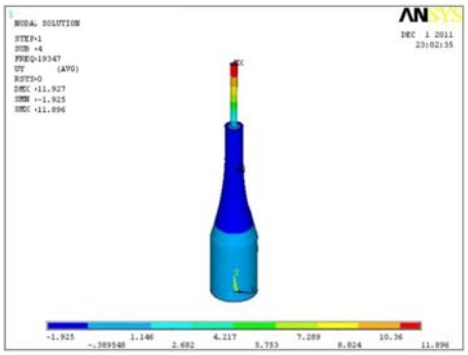
شکل ۲ مدل مش‌بندی شده

در مرحلهٔ حل کردن، انتخاب نوع تحلیل و نوع حلگر انجام می‌شود. در این قسمت تحلیل مودال برای تعیین مودهای ارتعاشی ابزار ارتعاشی انتخاب شد و در نهایت حل‌گر Block Lanczos به‌دلیل سه‌بعدی بودن مدل و حجم زیاد محاسبات انتخاب گردید. در ادامه اطلاعات مدل در نرم‌افزار به‌صورت ماتریسی درمی‌آیند. خصوصیات مدل به‌صورت ماتریس‌های جرم و سختی؛ و نیروها و جابه‌جایی‌ها به شکل برداری درمی‌آیند و توسط نرم‌افزار حل می‌شوند. زمان انجام تحلیل بسته به نوع تحلیل، هندسهٔ قطعه، دوبعدی یا سه‌بعدی بودن تحلیل، شرایط مرزی و توان کامپیوتر از چند دقیقه تا چند ساعت طول خواهد کشید.

در مرحلهٔ پس‌پردازش می‌توان نتایج را به‌صورت عملی مشاهده کرد. مودها با بسامدهای مختلف همراه با انیمیشن حرکتی آن‌ها توسط نرم‌افزار قابل مشاهده می‌باشد (شکل‌های ٤ و ٣).

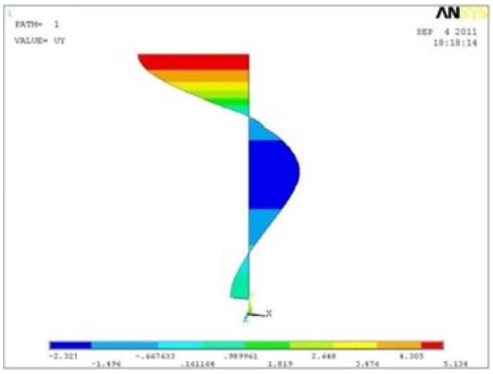


شکل ٣ مود طولی ابزار ارتعاشی (بسامد ١٩٨٢٢) -solid 95



شکل ٤ مود طولی ابزار ارتعاشی (بسامد ١٩٣٤٧)- solid 92

شکل (٥) موج انتشار یافته در ابزار ارتعاشی را نشان می‌دهد.

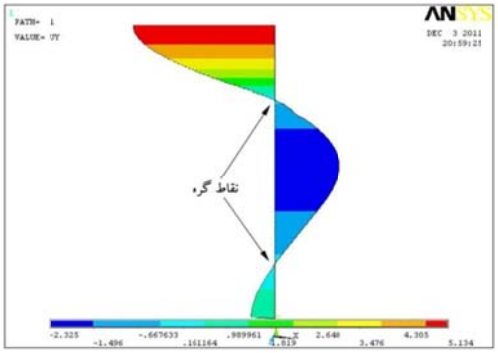


شکل ٥ شکل موج انتشار یافته در ابزار ارتعاشی

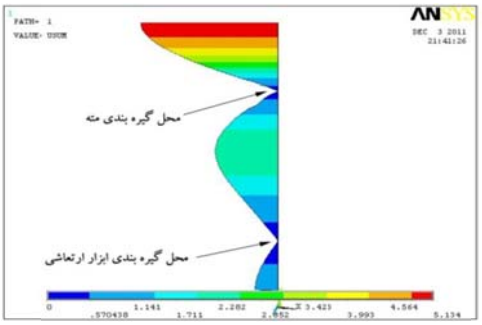
ارتعاش طولی یا منبسط و منقبض شدن طولی متمرکزکننده به‌دلیل ضریب پوآسون باعث تغییر در ابعاد متمرکزکننده در سه جهت می‌شود. از طرفی برای آماده‌سازی یک سیستم ارتعاشی نیاز به گیره‌بندی سیستم یا مجموعه در نقاط خاصی می‌باشد که در این نقاط مجموعه حرکت نداشته باشد. در اصل این نقاط، نقاط تکیه‌گاه مجموعه می‌باشند. به‌دلیل این‌که مجموعه در حال ارتعاش اولتراسونیک می‌باشد این نقاط باید به‌درستی انتخاب شوند تا نخست در این نقاط جابه‌جایی وجود نداشته باشد و علاوه بر گیره‌بندی مناسب از باز شدن اتصالات جلوگیری شود و دوم، انتخاب نادرست این نقاط علاوه بر این‌که مودهای ارتعاشی را تغییر می‌دهد، باعث گرم شدن بسیار شدید سیستم و خرابی ترانسدیوسر خیلی زودتر از موعد مقرر می‌شود. برای پیدا کردن این نقاط می‌توان از روش‌های متفاوتی مانند نرم‌افزارهای اجزا محدود و یا آزمایش‌هایی بعد از ساخت متمرکزکننده استفاده کرد. به‌دلیل دقت خوب نرم‌افزارهای اجزا محدود، این نقاط به‌کمک نرم‌افزارها تعیین شدند. شکل (٦) منحنی تغییر شکل متمرکزکننده را در راستای محور متمرکزکننده نشان می‌دهد.

در نرم‌افزارهای المان محدود به‌طور خودکار

مقداری دامنه به موج ورودی می‌شود و براساس آن موج انتشاریافته در راستای ابزار ارتعاشی و هم‌چنین دامنهٔ موج خروجی را می‌توان رسم کرد. هم‌چنین شکل (۷) منحنی تغییر شکل متمرکزکننده را در سه جهت (برآیند) نشان می‌دهد.

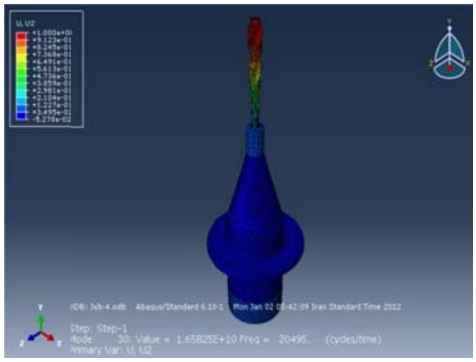


شکل ٦ شکل موج در راستای محور طولی متمرکزکننده



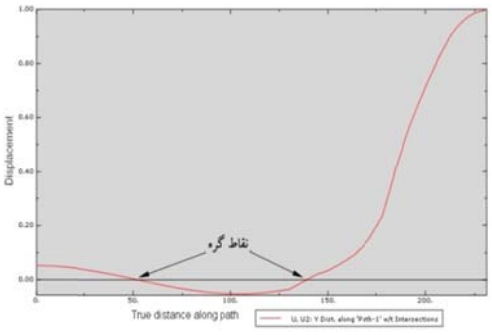
شکل ۷ شکل موج برآیند

مشاهده می‌شود نقطه یا نقاطی وجود دارد که ارتعاش در آن در تمام جهات صفر می‌باشد. این مکان‌ها به نقاط گره معروف هستند. ابزار ارتعاشی اول مورد استفاده در این پژوهش یک ابزار ارتعاشی دوگره‌ای می‌باشد که این گره‌ها در شکل مشخص شده‌اند. گره اول در انتهای قسمت استوانه‌ای از کف متمرکزکننده واقع شده است که این نقطه برای گیره‌بندی ابزار ارتعاشی انتخاب شد. هم‌چنین گره دوم به‌گونه‌ای طراحی گردید که گیره‌بندی مته توسط پیچ مغزی در نزدیکی همین نقطه انجام شود تا ارتعاشات اولتراسونیک باعث باز شدن پیچ نشود. در ادامه برای بهینه‌سازی شرایط ارتعاشی شکل متمرکزکننده و قطر مته تغییر کرد. برای ابزار ارتعاشی جدید به قطر مته ۵mm اضافه شد. برای دقت بیشتر سعی شد که مته به‌صورت شکل واقعی مدل گردد. هم‌چنین به‌دلیل این که مدل‌سازی مته در نرم‌افزار انسیس کار مشکلی بود، از نرم‌افزار آباکوس برای انجام تحلیل مودال استفاده گردید. برای این کار ابتدا مدل هندسی مته و متمرکزکننده در نرم‌افزار کتیا (Catia) طراحی گردید و سپس ابزار ارتعاشی در نرم‌افزار آباکوس تحلیل مودال شد. شکل (۸) تحلیل مودال ابزار ارتعاشی را در نرم‌افزار آباکوس نشان می‌دهد.

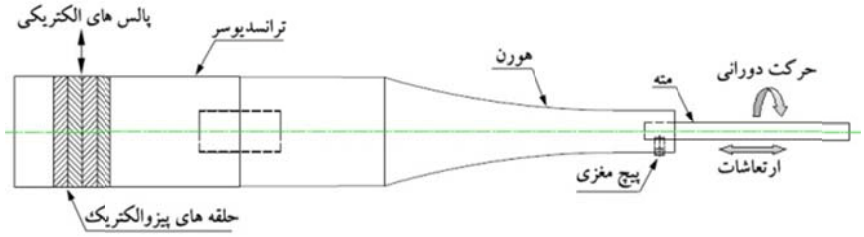


شکل ۸ تحلیل مودال ابزار ارتعاشی در نرم‌افزار آباکوس

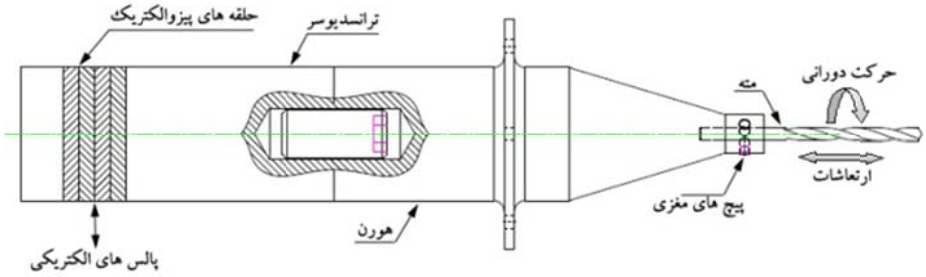
این ابزار نیز مشابه ابزار قبلی یک ابزار دوگره‌ای می‌باشد. در گره اول فلنچی ایجاد گردید تا گیره‌بندی ابزار ارتعاشی راحت‌تر نسبت به ابزار ارتعاشی قبلی انجام شود. سعی شد تا حد امکان گره دوم در نزدیکی محل اتصال مته به متمرکزکننده قرار گیرد. شکل (۹) نقاط گره را برای این ابزار ارتعاشی نشان می‌دهد.



شکل ۹ انتشار موج در راستای ارتعاش



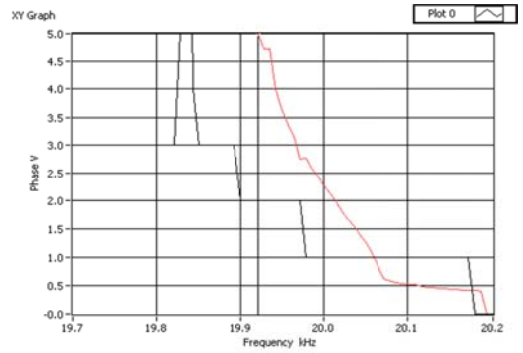
شکل ۱۰ طرح شماتیکی ابزار ارتعاشی، مته ۸mm



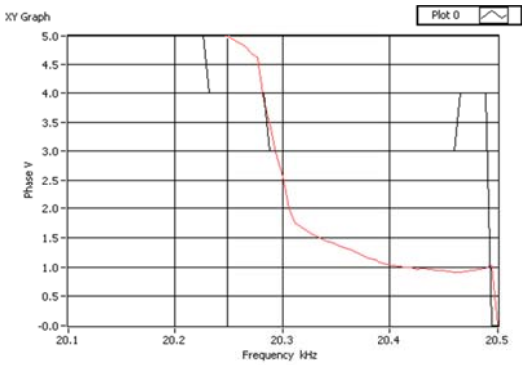
شکل ۱۱ طرح شماتیکی ابزار ارتعاشی، مته ۵mm

اگر از نقطهٔ صفر بر روی محور عمودی خطی موازی محور افقی رسم شود، این خط نمودار را در دو نقطه قطع خواهدکرد. این نقاط به نقاط گره معروف هستند. هم‌چنین بسامد طراحی کمی بزرگ‌تر از مقدار معمول طراحی گردید (۲۰۴۹۵ سیکل در ثانیه). دلیل این امر آن است که بسامد تشدید ابزار ارتعاشی در حالت درگیری افت پیدا خواهد کرد. این افت باعث می‌شود که بسامد ابزار ارتعاشی در حین درگیری کمتر شود و به بسامد تشدید ترانسدیوسر نزدیک‌تر گردد. پس از تحلیل و استخراج ابعاد مورد نظر می‌توان ابزار ارتعاشی را مونتاژ کرد. ابزار ارتعاشی شامل ترانسدیوسر، متمرکزکننده و مته می‌باشد. شکل‌های (۱۱ و ۱۰) شکل شماتیک این دو ابزار را نشان می‌دهد.

پس از ساخت و مونتاژ ابزار ارتعاشی می‌توان آن را تست کرد. ژنراتور مورد استفاده در این پژوهش ساخت شرکت MPI می‌باشد. این ژنراتور قادر است که در محدودهٔ انتخاب شده توسط اپراتور، دامنهٔ انتخابی را جاروب کند و ما را از داشتن یا نداشتن بسامد تشدید آگاه سازد. این کار برای هر دو ابزار ارتعاشی انجام شده است (شکل‌های ۱۲ و ۱۳).



شکل ۱۲ اسکن ابزار ارتعاشی، مته ۸mm



شکل ۱۳ اسکن ابزار ارتعاشی، مته ۵mm

مشاهده می‌شود اختلاف کمی بین نتایج به‌دست آمده از حل تحلیل مودال و نتایج عملی وجود دارد که بیانگر دقت کافی در روند حل تحلیل اجزا محدود می‌باشد. لازم به ذکر است که در شکل‌های (۱۳ و ۱۲) محور افقی، مقادیر بسامد و محور عمودی، مقادیر فاز را نشان می‌دهد. طبق اطلاعات داده شده در کاتالوگ دستگاه محل برخورد خط قرمز (فاز) با عدد ۲/۵ مقدار بسامد تشدید است.

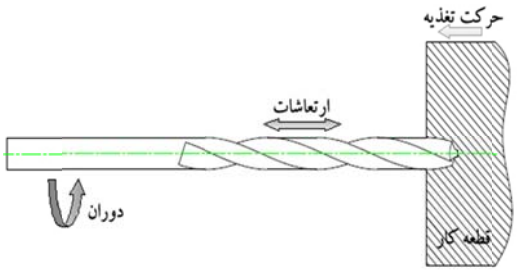
طراحی و ساخت سیستم چرخشی

از روش‌های متفاوتی برای انجام فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی استفاده شده است؛

(۱) ارتعاش به ابزار و دوران به قطعه.

(۲) ارتعاش به قطعه و دوران به ابزار.

در هر دو روش مذکور محدودیت‌هایی از جمله جنس قطعه‌کار و ابعاد آن مطرح می‌باشد. در این پژوهش برای رفع این محدودیت‌ها ارتعاش و دوران هر دو به ابزار داده خواهد شد و قطعه‌کار به سمت متهٔ در حال دوران و ارتعاش حرکت خواهد کرد. شکل (۱٤) طرح شماتیکی این حرکات را نشان می‌دهد.

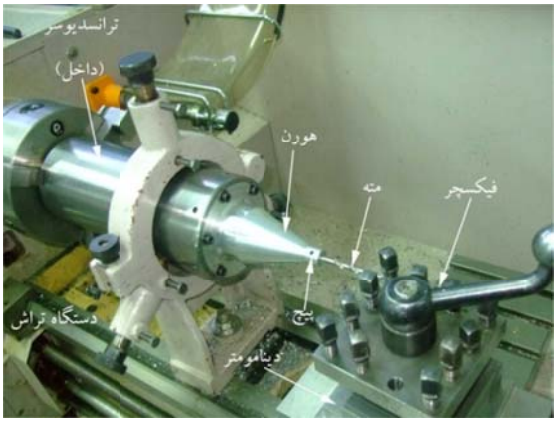


شکل ۱٤ دوران و ارتعاش هر دو به ابزار

برای ایجاد حرکت ارتعاشی از ابزار ارتعاشی استفاده می‌شود. شکل (۱۵) شکل واقعی این ابزار ارتعاشی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل مشخص است ابزار ارتعاشی شامل متمرکزکننده و مته به ترانسدیوسر متصل شده است. خود ترانسدیوسر که قرص‌های پیزوالکتریک روی آن نصب گردیده است، به ژنراتور متصل شده است. این پیزوالکتریک‌ها تحت ولتاژ و بسامد مناسب و در اثر پدیدهٔ پیزوالکتریک شروع به ارتعاش می‌کنند. برای اعمال دوران به ابزار ارتعاشی و حرکت تغذیه به قطعه‌کار از مکانیزم شکل (۱٦) استفاده گردید.

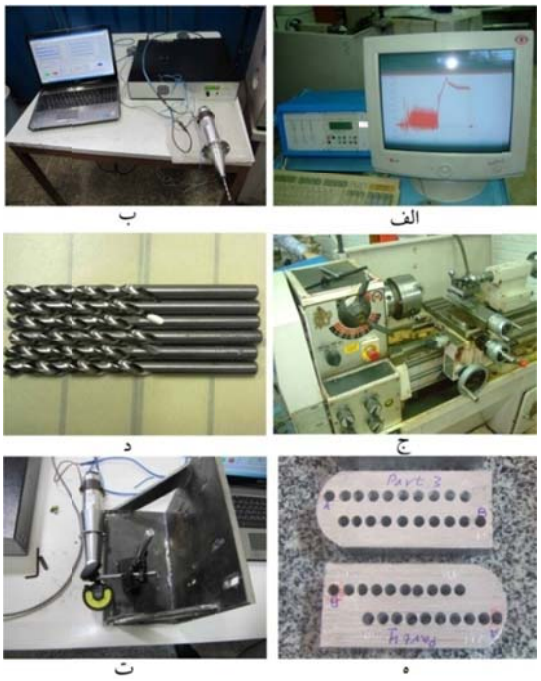


شکل ۱۵ ابزار ارتعاشی، مته ۵mm



شکل ۱٦ مجموعهٔ سوراخ‌کاری ارتعاشی چرخشی، مته ۵mm

همان‌طور که از شکل (۱٦) مشاهده می‌شود استفاده از این مکانیزم، توانایی سوراخ‌کاری قطعات با شکل و اندازهٔ مختلف را ایجاد می‌کند. این قابلیت به‌دلیل امکان بستن قطعه‌کاری ثابت در یک فیکسچر مخصوص و ثابت می‌باشد. هم‌چنین به‌خاطر عدم اعمال ارتعاش به قطعه‌کار (عدم تأثیر قطعه‌کار در بسامد طبیعی مجموعه ارتعاشی) امکان استفاده از این فرآیند برای سوراخ‌کاری ارتعاشی انواع جنس‌های قطعه‌کار وجود دارد.



شکل ۱۷ وسایل آزمایش؛ الف) دینامومتر، ب) ژنراتور همراه با ابزار ارتعاشی، ج) دستگاه تراش، د) مته از جنس فولاد تندبر، ه) قطعه‌کار، ت) ساعت برای اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش.

وسایل آزمایش

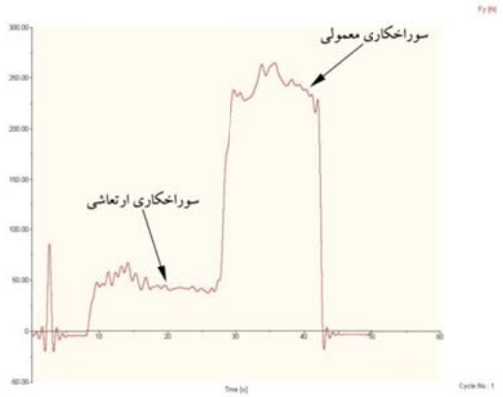
وسایل مورد استفاده در آزمایش‌ها عبارتند از:

- دستگاه تراش اونیورسال (AJAX-AJ 725): برای انجام عملیات سوراخ‌کاری.
- ژنراتور (MPI GENERATOR): برای تبدیل جریان الکتریکی ۵۰Hz به جریان الکتریکی با بسامد بالا. دامنهٔ بسامد ژنراتور ۵ تا ۷۰kHz و توان آن ۳۰۰۰W می‌باشد.
- دینامومتر (KISTLER- 9257B): برای اندازه‌گیری نیروی محوری در سوراخ‌کاری.
- مته: مته به دو قطر ۵ و ۸ میلی‌متر و از جنس فولاد تندبر.
- جنس قطعه‌کار: آلومینیوم 2024-T6 به ابعاد ۲۰×۳۰×۸۵ mm.
- میکروسکوپ نوری (Dino-Lite Digital Microscope): برای تصویر برداری.
- ساعت اندازه‌گیری MAHR با دقت ۰/۰۰۱ میلی‌متر: برای اندازه‌گیری دامنهٔ ارتعاش.

در آزمایش‌های انجام شده، سوراخ‌کاری ارتعاشی بدون استفاده از خنک‌کار انجام شد. شکل (۱۷) وسایل آزمایش را نشان می‌دهد.

نحوهٔ انجام آزمایش‌ها و پارامترهای مورد آزمایش

پس از آماده سازی مجموعه ابزار ارتعاشی چرخشی، دینامومتر روی میز عرضی دستگاه تراش نصب شد و سوراخ‌کاری روی قطعه‌کار مکعبی از جنس Al2024-T6 صورت گرفت. برای انجام هر آزمایش ابتدا دستگاه تراش طبق سرعت دورانی و پیش‌روی مورد نظر تنظیم شد. سپس به‌منظور مشاهدهٔ بهتر نتیجهٔ استفاده از امواج اولتراسونیک طولی و تفاوت آن با سوراخ‌کاری معمولی، ابتدا به ابزار ارتعاش داده شد و پس از پیمودن نیمی از عمق سوراخ در حین انجام عملیات، ارتعاش اولتراسونیک قطع شد و ادامه سوراخ‌کاری بدون ارتعاش انجام شد. در این حالت مقایسهٔ نیروی محوری در دو فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی و معمولی بهتر انجام می‌شود. شکل (۱۸) نمودار نیروی محوری سوراخ‌کاری را نشان می‌دهد.



شکل ۱۸ نمودار نیرو در دو فرآیند سوراخ‌کاری معمولی و سوراخ‌کاری ارتعاشی، سرعت برشی ۹۵ دور بر دقیقه، پیش‌روی ۰/۱۰٤ میلی‌متر بر دور، قطر مته ۸mm

هدف اصلی این پژوهش بررسی عملی نیروی سوراخ‌کاری با تغییرات سرعت برشی و نرخ پیش‌روی در دو فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی و معمولی و مقایسهٔ آن‌ها با یکدیگر می‌باشد. سرعت‌های برشی و نرخ‌های پیش‌روی با توجه به قطر مته و داشتن شرایط ارتعاشی مطلوب انتخاب شدند. جدول‌های (۲ و ۳) این مقادیر را برای دو متهٔ استفاده شده در این مطالعه نشان می‌دهد.

جدول ۲ پارامترهای مورد آزمایش، مته ۸mm

مقادیر پارامترها	پارامترها
۸	دامنهٔ ارتعاش (µm)
۰/۱۰٤، ۰/۲۰۸، ۰/۳٤۸	سرعت پیش‌روی (mm/rev)
۳۸۰،۲۳۰،۹۵	سرعت دورانی (rev/min)

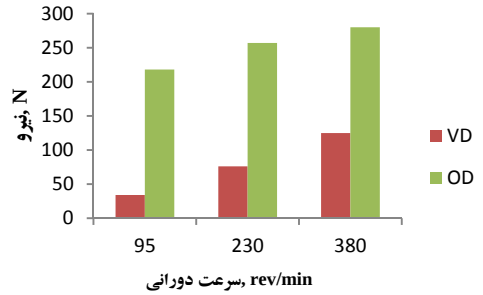
جدول ۳ پارامترهای مورد آزمایش، مته ۵mm

مقادیر پارامترها	پارامترها
۵	دامنهٔ ارتعاش (µm)
۰/۱۰٤، ۰/۲۰۸، ۰/۳٤۸	سرعت پیش‌روی (mm/rev)
۱۲۵۵،۷۵۵،٤٦۰	سرعت دورانی (rev/min)

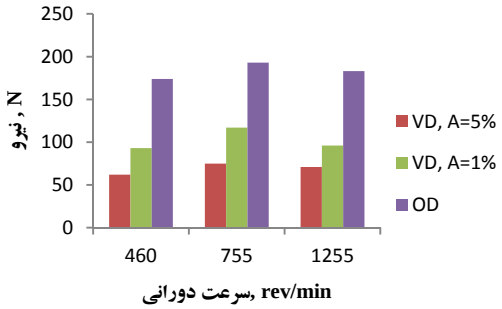
در این پژوهش برای عدم تأثیر سایش ابزار یا لبهٔ انباشته بر روی نیروی محوری در سوراخ‌کاری معمولی، پس از انجام یک سوراخ کامل، مته تعویض گردید و برای سوراخ‌کاری جدید متهٔ جدیدی جایگزین شد. هم‌چنین نیروی اندازه‌گیری شده توسط دینامومتر چه در فرآیند سوراخ‌کاری معمولی و چه در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی، نیروی متوسط در کل عمق سوراخ می‌باشد.

نتایج و بحث

شکل‌های (۲۰ و ۱۹) تأثیر سرعت برشی را بر روی نیروی محوری نشان می‌دهد. برای بررسی و مقایسهٔ بهتر نتایج، نمودارهای مربوط به سوراخ‌کاری معمولی و سوراخ‌کاری ارتعاشی در یک نمودار ترسیم شدند. در نمودارها محور افقی بیانگر سرعت برشی و محور عمودی نیروی محوری سوراخ‌کاری را نشان می‌دهد.



شکل ۱۹ نمودار تغییرات نیرو نسبت به سرعت برشی در پیش‌روی ۰/۱۰٤mm/rev، مته ۸mm

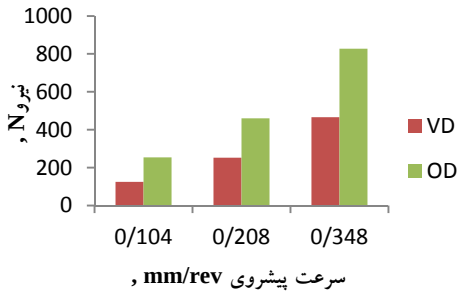


شکل ۲۰ نمودار تغییرات نیرو نسبت به سرعت برشی در پیش‌روی ۰/۱۰٤mm/rev، مته ۵mm

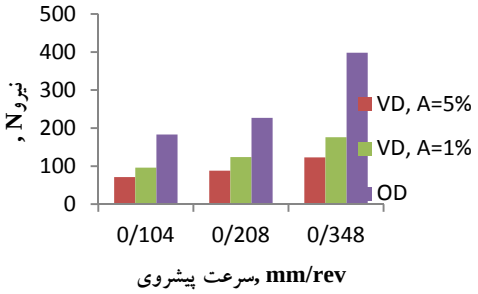
به‌طور کلی با افزایش سرعت برشی نیروی اصطکاک روی سطح قلم و نیروی سوراخ‌کاری کاهش می‌یابد و این در صورتی است که لبه انباشته به‌وجود نیاید. افزایش نیروی برشی در سرعت‌های کم به‌دلیل تشکیل لبهٔ انباشته می‌باشد. با توجه به نمودارها با افزایش سرعت برشی نیروی محوری در سوراخ‌کاری با ابزار ارتعاشی با متهٔ ۸mm افزایش می‌یابد. این افزایش نیرو به‌دلیل تشکیل لبهٔ انباشتهٔ زیاد در ماشین‌کاری آلومینیوم می‌باشد. در نمودارهایی که سوراخ‌کاری با مته ۵mm انجام شده است، در ابتدا

نیروی محوری با افزایش سرعت افزایش و سپس کاهش می‌یابد. افزایش نیرو مربوط به محدوده سرعت‌هایی است که لبهٔ انباشته تشکیل می‌گردد. کاهش نیرو در سرعت‌های بالاتر به‌دلیل کاهش لبهٔ انباشته می‌باشد. در واقع در سرعت‌های بالاتر درجه حرارت در منطقهٔ ماشین‌کاری افزایش می‌یابد و باعث نرم‌تر شدن لبه انباشته می‌گردد و اندازهٔ آن کاهش می‌یابد. نیروها در استفاده از مته ۵mm به‌دلیل کاهش سطح مقطع برادهٔ تغییر شکل نیافته، نسبت به متهٔ ۸mm کوچک‌تر می‌باشند.

شکل (۲۲ و ۲۱) تغییرات نیروی محوری را در سوراخ‌کاری ارتعاشی و معمولی نسبت به نرخ پیش‌روی نشان می‌دهند.



شکل۲۱ نمودار تغییرات نیرو نسبت به پیش‌روی در سرعت برشی ۳۸۰rev/min، مته ۸mm



شکل ۲۲ نمودار تغییرات نیرو نسبت به پیش‌روی در سرعت برشی ۱۲۵۵rev/min، مته ۵mm

همان‌گونه که از نمودارها مشخص است با افزایش نرخ پیش‌روی نیروی محوری نیز در سوراخ‌کاری افزایش می‌یابد. دلیل آن این است که بر اساس مکانیک برش فلزات هر چه میزان بار بیشتر شود در اصل یعنی سطح مقطع برادهٔ تغییر شکل نیافته بزرگ‌تر می‌شود، لذا شکل گرفتن براده مشکل‌تر می‌شود و به همین دلیل نیروی محوری افزایش می‌یابد. هم‌چنین مقادیر دامنهٔ ۱٪ و ۵٪ توسط دستگاه ژنراتور اولتراسونیک تنظیم شد که افزایش توان اولتراسونیک را نشان می‌دهد. کاهش بیشتر نیروها در دامنهٔ ۵٪ به این علت است که در این حالت ژنراتور توان بیشتری مصرف کرده و تحت نیروهای ماشین‌کاری کمتر از حالت رزونانس خارج شده است. مهم‌ترین دستاورد این پژوهش کاهش مؤثر نیروی محوری سوراخ‌کاری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی نسبت به سوراخ‌کاری معمولی می‌باشد که در پژوهش‌های قبلی تا این حد کاهش نیرو (حتی بر روی جنس مشابه) گزارش نشده است. دلیل کاهش بسیار مؤثرتر نیرو در این پژوهش به طراحی چندین ابزار ارتعاشی گوناگون، تست عملی ابزار ارتعاشی و هم‌چنین گیره‌بندی مناسب مجموعه در نقاط گره مربوط می‌شود.

برای مقایسهٔ سرعت ارتعاش ابزار بر روی نیروی محوری پارامتری تحت عنوان نسبت سرعت تعریف شد. این نسبت عبارت است از ماکزیمم سرعت ارتعاشی به سرعت ماشین‌کاری.

اگر u رابطهٔ مسیر ابزار برنده باشد آن‌گاه:

$$u = A\sin(\omega t) \qquad (۱)$$

که A دامنهٔ ارتعاش، t زمان و اگر f بسامد ارتعاش باشد آن‌گاه $\omega = 2\pi f$. برای به‌دست آوردن سرعت ارتعاشی باید از u مشتق گرفت.

$$\dot{u} = A\omega\cos(\omega t) \qquad (۲)$$

طبق رابطهٔ (۲) ماکزیمم سرعت ارتعاشی برابر $A\omega$ است. بنابراین نسبت سرعت را می‌توان از رابطهٔ

زیر محاسبه کرد.

$$\text{نسبت سرعت (SR)} = \frac{\text{سرعت ارتعاش}}{\text{سرعت ابزار}} = \frac{2\pi Af}{N \times F} \quad (۳)$$

که

A: دامنهٔ ارتعاش (mm)

f: بسامد (min^{-1})

N: سرعت دورانی (rev/min)

F: سرعت پیش‌روی (mm/rev)

این پارامتر برای ابزار ارتعاشی با متهٔ ۸mm محاسبه شده و در شکل (۲۳) آورده شده است.



شکل ۲۳ تأثیر نسبت سرعت SR روی نیروی محوری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی، مته ۸mm

مطابق شکل (۲۳) هر چه نسبت سرعت بیشتر باشد کاهش نیرو نیز بیشتر می‌شود. به عبارت دیگر هر چه زمان درگیری ابزار با قطعه‌کار کمتر گردد، اصطکاک بین ابزار و قطعه‌کار بیشتر کاهش می‌یابد که در نهایت منجر به کاهش نیرو می‌گردد.

شکل (۲٤) تأثیر ارتعاشات اولتراسونیک را بر روی شکل براده نشان می‌دهد.

در تمام فرآیندهای ماشین‌کاری چگونگی شکل‌گیری براده و نوع آن یکی از مهم‌ترین پارامترهایی است که شرایط ماشین‌کاری را تعیین می‌کند. در کل تشکیل براده به سه صورت تشخیص داده شده است: (۱) برادهٔ ممتد، (۲) برادهٔ ممتد با لبهٔ انباشته و (۳) برادهٔ منفصل. از این میان براده‌های پیوسته بدترین شرایط را دارند. این براده‌ها نه تنها از نظر تشکیل لبهٔ انباشته نسبت به بقیه براده‌ها حادتر هستند بلکه با پیچیده شدن به دور ابزار شرایط بدی در محیط ماشین‌کاری فراهم می‌کنند. به همین دلیل در فرآیند ماشین‌کاری ایجاد براده‌های منفصل به‌دلیل عدم تشکیل لبهٔ انباشته و شرایط ماشین‌کاری بهتر، نسبت به براده‌های ممتد ترجیح داده می‌شوند. براده‌ها در سوراخ‌کاری ارتعاشی به‌صورت منقطع هستند. در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی حرکت ارتعاشی ابزار خود شبیه به یک براده‌شکن عمل می‌کند و باعث می‌شود که براده‌ها از حالت پیوسته خود خارج شوند و یا به‌دلیل ضربات وارد به براده در حال جدا شدن از قطعه‌کار شکست براده‌ها بهتر می‌شود.



شکل ۲٤ تأثیر ارتعاشات اولتراسونیک بر روی شکل براده، الف) سوراخ‌کاری معمولی، ب) سوراخ‌کاری ارتعاشی

نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی نیروی محوری و شکل براده در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی و مقایسهٔ آن با سوراخکاری معمولی پرداخته شد. ابزار ارتعاشی برای دو مته به قطر ۸ و ۵mm برای انجام فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی طراحی و ساخته شد. تحلیل

مودال برای رسیدن به مود طولی ابزار ارتعاشی و منطبق با بسامد تشدید ترانسدیوسر با نرم‌افزارهای المان محدود انجام گردید. برای ایجاد قابلیت ارتعاش و دوران به مته، یک سیستم سوراخ‌کاری ارتعاشی چرخشی طراحی و ساخته شد. این سیستم قادر است که به‌طور هم‌زمان قابلیت دوران و ارتعاش را به ابزار برش (مته) بدهد. پس از مونتاژ مجموعه و اطمینان از عملکرد صحیح و مناسب ابزار ارتعاشی، آزمایش‌ها بر روی قطعه‌کار Al2024-T6 انجام گردید. آزمایش‌ها در سرعت‌ها و نرخ‌های پیش‌روی متفاوت انجام شد و نیروی محوری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی نسبت به سوراخ‌کاری معمولی مقایسه گردید و این نتایج حاصل گردید:

- نیروی محوری در فرآیند سوراخ‌کاری ارتعاشی نسبت به فرآیند سوراخ‌کاری معمولی کاهش می‌یابد.
- براده‌ها در سوراخ‌کاری ارتعاشی به‌صورت منقطع و ناپیوسته می‌باشند.
- با افزایش سرعت پیشروی، نیرو در هر دو فرآیند سوراخکاری معمولی و سوراخکاری ارتعاشی افزایش می‌یابد.
- در فرآیند سوراخکاری ارتعاشی، با افزایش دامنهٔ ارتعاش نیروی محوری کاهش می‌یابد.

مراجع

1. Kumabe, J., Fuchizawa, S., Soutome, T., Soutome, Y. and Nishimoto, Y., "Ultrasonic superposition vibration cutting of ceramics", Precision Eng; Vol. 11, No. 2, pp. 71-77, (1989).
2. Takemaya, H. and Kato, S., "Burrless drilling by means of ultrasonic assistance", *Annals of CIRP*; Vol. 40, No. 1, pp. 83-86, (1991).
3. Zhang, D. and Wang L., "Investigation of chip in vibration drilling", Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 38, pp.165-176, (1998).
4. Li, Z.J., Hong, M.S., Wang, L.J., Zhao, H.W., Su, H. and Wei, Y.L., "Machining accuracy analysis for step multi-element varying parameter vibration drilling of laminated composite materials", *International Journal of Advance Manufacturing Technology*, Vol. 21, pp. 760-768, (2003).
5. Babitsky, V.I., Astashev, V.K. and Meadows A., "Vibration excitation and energy transfer during ultrasonically assisted drilling", *Journal of Sound and Vibration*; Vol. 308, pp. 805-814, (2007).
6. Chang S.S.F., Bone G.M., "Burr size reduction in drilling by ultrasonic assistance", *International Journal of Robotics Computer-Integrated Manufacturing*; Vol. 21, pp. 442 450, (2004).
7. Wang, X., Wang, L.J. and Tao, J.P., "Investigation on thrust in vibration drilling of fiber-reinforced plastics", *Journal of Materials Processing Technology*; Vol. 148, 2004, pp 239-244.
8. Azarhoushang, B. and Akbari, J., "Ultrasonic-assisted drilling of Inconel 738-LC", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 47, pp. 1027–1033, (2007).
9. Pujana J., Rivero A., Celaya A. and Lopez de Lacalle, L.N., "Analysis of ultrasonic-assisted drilling of Ti6Al4V", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 49, pp. 500-508, (2009).
10. Zhang, D.Y., Feng, X.J., Wang, L.J. and Chen, D.C., "Study on the drill skidding motion in ultrasonic vibration microdrilling", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*; Vol. 34, 1994, pp 847-857.
11. Liaoa, Y.S., Chenb, Y.C. and Lin, H.M., "Feasibility study of the ultrasonic vibration assisted drilling of Inconel superalloy", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 47, pp. 1988-1996, (2007).

12. Ma, C.X., Shamoto, E. and Moriwaki, T., "Drilling assisted by ultrasonic elliptical vibration", *Key Engineering Materials*, Vol. 291-292, pp. 443-446, (2005).
13. Gwo L.C., Han J.L., "Using workpiece vibration cutting for micro-drilling", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*; Vol. 27, pp. 688-692, (2006).
14. Chang, S.S.F. and Bone, G.M., "Thrust force model for vibration-assisted drilling of aluminum 6061-T6", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 49, pp. 1070-1076, (2009).
15. Arul, S., Vijayaraghavan, L., Malhotra, S.K. and Krishnamurthy, R., "The effect of vibratory drilling on hole quality in polymeric composites", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*; Vol. 46, pp. 252-259, (2006).
16. Chang, S.S.F. and Bone, G.M., "Burr height model for vibration assisted drilling of aluminum 6061-T6", *Precision Engineering*, Vol. 34, pp. 369-375, (2010).
17. Yohei, N., Kazuhiro, O., Kenichiro, H., Junichi, K., Takeshi, W. and Shinichi, M., "Attempt to increase step feed by adding ultrasonic vibrations in micro deep drilling", *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol. 5, pp. 129-138, (2011).
18. Neugebauer, R. and Stoll, A., "Ultrasonic application in drilling", *Journal of Materials Processing Technology*; Vol. 149, pp. 633-639, (2004).

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشگاه فردوسی مشهد در هر سال دو شماره از نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک را منتشر می‌نماید. خواهشمند است هزینه اشتراک تعداد نشریات مورد تقاضا را به حساب جاری شمارهٔ ۹۹۶۵۵ نزد بانک تجارت شعبه پردیس (کد شعبه ٤٢٥٢) دانشگاه فردوسی مشهد در وجه معاونت پژوهشی دانشگاه فردوسی مشهد واریز و اصل فیش را به همراه برگ اشتراک تکمیل شده به نشانی زیر ارسال فرمایید. برای اشتراک دانشجویی، لطفا معرفی‌نامه دانشگاه یا تصویر کارت دانشجویی را ضمیمه نمایید.

	عموم	دانشجویان	مؤسسات
قیمت یک شماره	۲۰۰۰۰ ریال	۱۰۰۰۰ ریال	٤٠٠٠٠ ریال

مشهد صندوق پستی ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵ دانشکده مهندسی، دفتر نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

برگه اشتراک نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

نام : .....

نام خانوادگی : .....

تحصیلات : .....

شغل : .....

نام مؤسسه : .....

تاریخ شروع اشتراک : .....

نوع اشتراک : .....

نشانی دقیق: .....

تلفن : .....

(در صورت تغییر نشانی مراتب را به دفتر نشریه اطلاع دهید).

برگه اشتراک نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

نام : .....

نام خانوادگی : .....

تحصیلات : .....

شغل : .....

نام موسسه : .....

تاریخ شروع اشتراک : .....

نوع اشتراک : .....

نشانی دقیق: .....

تلفن : .....

(در صورت تغییر نشانی مراتب را به دفتر نشریه اطلاع دهید).

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشگاه فردوسی مشهد در هر سال دو شماره از نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک را منتشر می‌نماید. خواهشمند است هزینه اشتراک تعداد نشریات مورد تقاضا را به حساب جاری شمارهٔ ۹۹۶۵۵ نزد بانک تجارت شعبه پردیس (کد شعبه ٤٢٥٢) دانشگاه فردوسی مشهد در وجه معاونت پژوهشی دانشگاه فردوسی مشهد واریز و اصل فیش را به همراه برگ اشتراک تکمیل شده به نشانی زیر ارسال فرمایید. برای اشتراک دانشجویی، لطفا معرفی‌نامه دانشگاه یا تصویر کارت دانشجویی را ضمیمه نمایید.

	عموم	دانشجویان	مؤسسات
قیمت یک شماره	۲۰۰۰۰ ریال	۱۰۰۰۰ ریال	٤٠٠٠٠ ریال

مشهد صندوق پستی ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵ دانشکده مهندسی، دفتر نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

اهداف نشریه

نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک ناشر یافته‌های نو و اصیل در زمینه مهندسی مکانیک است و هدف آن گسترش پژوهش در مهندسی و ایجاد ارتباط بین پژوهشگران دانشگاهی می‌باشد. هیأت تحریریه فقط مقاله‌هایی را مورد بررسی قرار خواهد داد که قبلاً در جای دیگر چاپ نشده باشند. مقاله‌های ارائه شده در کنفرانس‌ها از این امر مستثنی هستند و مانند سایر موارد ارزیابی شده و درصورت تأیید به چاپ می‌رسند.
هیأت تحریریه علاوه بر مقاله‌های کامل پژوهشی، موارد زیر را نیز مورد بررسی قرار می‌دهند:

۱- یادداشت پژوهشی: این نوع مقاله شامل نتایج مقدماتی یک کار پژوهشی اصیل است که معمولاً حجم دستاوردهای آن کمتر از مقاله‌های کامل پژوهشی می‌باشد.

۲- مقاله مروری: این نوع مقاله که شامل مطالب آموزنده و تاریخچه جامعی پیرامون یک مبحث علمی است توسط پژوهشگران برجسته نگاشته می‌شود. هدف این‌گونه مقاله‌ها تبیین دستاوردهای پژوهشگران و پیشرفت‌های انجام شده و هموار ساختن راه پژوهشگران آینده خواهد بود. مقاله مروری معمولاً توسط یکی از پژوهشگران صاحب نظر و در پاسخ به دعوت هیأت تحریریه تدوین می‌گردد. با این‌حال پژوهشگران و اساتیدی که در زمینه‌ای خاص مطالعات ژرف انجام داده و صاحب تألیفات می‌باشند، می‌توانند مقاله‌های مروری خود را برای بررسی به دفتر نشریه ارسال فرمایند.

۳- مقاله آموزشی: این نوع مقاله که شامل آخرین دستاوردهای پژوهشی در مرزهای دانش می‌باشد توسط اساتید صاحب نام و به دعوت هیأت تحریریه به شیوه مناسب آموزشی تدوین می‌گردد.

یادداشتی برای نویسندگان

هیأت تحریریه همواره از دریافت نتایج تحقیقات پژوهشگران و اساتید و صاحب نظران استقبال می‌نماید.

مقاله‌های ارسالی باید حاوی اطلاعات کافی باشد، به طوری‌که خواننده بتواند نتایج، کاربردها و محدودیت‌های موضوع مورد بررسی را به آسانی درک نماید. ارائه کلیه روش‌هایی که در استخراج نتایج مورد استفاده قرار گرفته‌اند نیز مورد نظر است.

از نویسندگان محترم انتظار می‌رود مثال‌های کافی در ارتباط با موضوع مورد پژوهش ارائه نمایند و برای نشان دادن درستی نتایج، از ابزار لازم نظیر مقایسه یافته‌ها با نتایج نظری و یا آزمایشگاهی و تجربی استفاده نمایند. تشریح محدودیت‌ها، خطاها و سایر ویژگی‌های روش انتخابی، یک امتیاز محسوب می‌گردد.

هیأت تحریریه در اصلاح و ویرایش علمی و ادبی مقالات، آزاد است.

راهنمای نگارش و ارسال مقالات

ترتیب قرار گرفتن اجزای مقاله به این شرح است: عنوان، نام نویسندگان و نام مؤسسه محل کار آنها، چکیده فارسی، واژگان کلیدی به فارسی، عنوان انگلیسی، واژگان کلیدی به انگلیسی، متن اصلی مقاله با بخش بندی‌های مناسب، فهرست علایم، مراجع، پیوست‌ها، جدول‌ها و شکل‌ها (شامل نمودارها، منحنی‌ها و عکس‌ها).

-**عنوان:** عنوان مقاله باید حداکثر در ۱۲ کلمه و معرف محتوای مقاله باشد. ابتدای واژه‌های اصلی عنوان انگلیسی مقاله با حروف بزرگ (Capital) نوشته شود. مثال:

A New Nonlinear Model for Flexural Vibration Analysis of a Cracked Beam

-**نام نویسندگان:** نام نویسندگان باید به ترتیبی که مایل هستند در نشریه چاپ شود، مشخص گردد. درصورتی که تعداد نویسندگان بیش از یک نفر باشد، اعلام نام نویسنده‌ای که طرف مکاتبه نشریه است، ضروری است؛ در غیر این صورت همیشه نویسنده اول طرف مکاتبه خواهد بود.

-**چکیده:** چکیده فارسی و انگلیسی مقاله، هرکدام حداکثر در ۱۲۰ کلمه شامل: تعریف موضوع، روش تحلیل و نتایج شاخص به‌دست آمده، در صفحه جداگانه ای از متن مقاله تایپ شود. تمام چکیده باید در یک پاراگراف نوشته شود. چکیده انگلیسی باید ترجمه کامل چکیده فارسی باشد.

-**نمودارها، جداول و تصاویر:** نمودارها باید از نظر تعداد در حد لازم و کافی باشند که می‌تواند در داخل مقاله و یا انتهای آن آورده شود. پس از پذیرش مقاله هرکدام بر روی یک صفحه جداگانه با قلم سیاه و به اندازه ای که احتیاج به کوچک یا بزرگ کردن نباشد (حداکثر عرض ۱۵cm) با چاپ لیزری تهیه شده و همراه مقاله ارسال شوند. لازم به ذکر است تا پذیرش نهایی مقاله نیازی به جدا کردن تصاویر از متن آن نمی باشد. حروف و اعداد جداول و نمودارها باید کاملاً واضح و اندازه آنها متناسب با حروف متن باشد. عناوین سطرها و ستون‌ها در نمودارها و جداول و توضیحات درج شده در داخل تصاویر باید فارسی باشند.

-**معادلات**: در صورت استفاده از معادلات و فرمول‌ها در مقاله، تمام معادلات باید به صورت خوانا با حروف و علایم مناسب، حروفچینی شوند. هر معادله باید شماره‌ای داشته باشد که در داخل پرانتز و مماس به حاشیه راست صفحه نوشته شود. شماره معادلات از (۱) شروع و به شماره‌ای برابر با تعداد معادلات ختم شود. معادلات حتماً با استفاده از یکی از نرم افزارهای Word و یا MathType نوشته شود و نه با ابزار Symbol و ... . همچنین دقت شود معادلات و فرمول ها با عرض حداکثر ۷ سانتیمتر (در صورت بزرگ بودن فرمول، آن را بشکنید)، به صورت Regular و نه Italic و با اندازه قلم ۱۰ حروفچینی شوند.

-**مراجع**: مراجع باید در متن مقاله در داخل [ ] به ترتیبی که استفاده شده‌اند شماره گذاری شوند. در انتهای مقاله مراجع فارسی از سمت راست و مراجع لاتین از سمت چپ نوشته شوند. مراجع به صورت تک ستونی تایپ شوند. روش درج مراجع به شرح زیر است:

الف: کتاب

1. Goldstien, S., "*Modern Developments in Fluid Dynamics*", Dover publication. Inc., New York, pp. 676-680, (1965).

ب: مقاله مجلات

2. Goldak, J., Chakravarti, A. and Bibby, M., "A new finite element model for welding heat sources", *Metallurgical Transactions B*, Vol. 15, pp. 299-305, (1984).

ج: مقاله کنفرانسی

3. Omkar, S.N., Suresh, S., Raghavendra, T.R. and Mani, V., "Acoustic emission signal classification using fuzzy C-means clustering", *Proceedings of the 9th International Conference on Neural Information Processing (ICONIP02)*, Vol. 4, Orchid Country Club, Singapore, (2002).

د: گزارش فنی، تز دکتری و ...

4. Imbsen, R.A., "Thermal effects in concrete bridge superstructures", Transportation Research Board, NCHRP Report, No. 276, Washington, D.C., (1985).

هـ: منابع فارسی

۵. قراخانی، مهدی، "بررسی عمق کشش ورق‌های ترکیبی (TWB) در فرآیند هیدروفرمینگ"، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک (ساخت و تولید)، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، (۱۳۸۷).

شیوه نگارش: مقاله باید بر روی کاغذ A4، به صورت دو ستونی با عرض هر ستون ۷ سانتی متر و حداکثر ۲۵ سطر در هر صفحه، و رعایت ۳ سانتیمتر حاشیه از چهار طرف، با قلم فارسی B Lotus ۱۲ و قلم انگلیسی Times New Roman 10 تایپ شود.

- در متن مقاله تا حد امکان از نوشتن کلمات غیر فارسی خودداری شود.
- استفاده از پاورقی مجاز نمی‌باشد. (در صورت نیاز، توضیحات انگلیسی را در پرانتز بعد از واژه مورد نظر قید نمایید.)
- تمامی صفحه‌های مقاله باید دارای شماره بوده و تعداد آنها از ١٦ بیشتر نباشد.
- دستورهای نقطه‌گذاری در نوشتار متن رعایت شود. مثلاً گذاشتن فاصله قبل از نقطه (.) و ویرگول (،) و علامت سؤال (؟) لازم نیست، ولی بعد از آن‌ها درج یک فاصله لازم است.
- در مراجع فارسی، نام کوچک نویسنده به‌صورت کامل نوشته شده و مخفف نمی‌شود.

ارسال مقاله: ارسال مقاله تنها از طریق ثبت نام در سایت نشریه میسر می‌باشد.

CONTENTS

Effects of Divergence Angle on Moveable Nozzle Performance in Thrust Vector Control System	S. Golrang R. Rafee	1
Simulating of Laminar and Turbulent Flows Inside Diverging Channels with Random Vortex Method (RVM) and Investigating the Effects of the Angle of Divergence and the Reynolds Number on the Recirculating Flow Inside the Channels	B. Zafarmand Y. Noori	17
One and Two- Dimensional Ultrasonic Vibration Tool	S. Amini M. R. Khosrojerdi M. Mohammadimehr	35
Investigation of the Effects of Droplet Coalescence on the Wet Steam Flows	E. Lakzian S. Shaabani	51
Optimization of one Stage Axial Compressor by using Quasi-Three Dimensional Design and Hybrid Genetic Algorithm	M. Sargolzaie A. Mesgarpour Tousi R. Askari	63
Effect of Superconvergent Stress Points for Solution Improvement and Error Estimation of Isogeometric Analysis of Axisymmetric Problems	A. Ganjali B. Hassani	79
Application of Reinforcement Learning for Navigation of a Planar Snake Robot in Serpentine Locomotion	H. Kalani A. Akbarzadeh	97
Investigation of Flame Location Effect on Flame Temperature in Premixed Counterflow Combustion of Particle-Cloud (Research Note)	M. Bidabadi A. Esmaeilnejad Y. Pourmohammad	119
Vibration Drilling Tool and Thrust Force Investigation in Vibratory Drilling Process of Al 2024-T6 (Research Note)	H. Paktinat S. Amini A. Barani A. Fadaei Tehrani	129

JOURNAL OF APPLIED AND COMPUTATIONAL SCIENCES IN MECHANICS

Ferdowsi University of Mashhad

ISSN: 2008-918X

Editor- in-Chief: Dr. M.R. Mahpeykar
General Director: Dr. H. Niazmand
Published: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

M.H. Abolbashari	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Ahmadian	Professor	Iran University of Science & Technology
A. Baradaran Rahimi	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Boroomand	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M. Pasandideh Fard	Associate professor	Ferdowsi University of Mashhad
M. Taj Far	Associate professor	AmirKabir University of Technology
M.R. Khalili	Professor	K. N. Toosi University of Technology
M. Salimi	Professor	Isfahan University
E. Shirani	Professor	Isfahan University of Technology
M. Tahani	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
A. Abedian	Associate professor	Sharif University of Technology
M. Kadkhodayan	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
M.R. Mahpeykar	Professor	Ferdowsi University of Mashhad
H. Niazmand	Professor	Ferdowsi University of Mashhad

Text Editor: Dr. M.H. Abolbashari and E. Dehghan
Administrative Director: T. Hooshmand

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics
Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
P. O. Box: 91775-1111, Mashhad, I.R. IRAN
Tel : +98 51 38806024 **F**ax : +98 51 38763301
Email : ejour@um.ac.ir Web site : http://jm.um.ac.ir

ISSN 2008 - 918X

Ferdowsi University
of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

(Journal of Faculty of Engineering)

Effects ofDivergence Angleon Moveable Nozzle Performance in Thrust Vector Control System 1
S. Golrang - R. Rafee

Simulating of Laminar and Turbulent Flows Inside Diverging Channels with Random Vortex Method (RVM) and Investigating the Effects of the Angle of Divergence and the Reynolds Number on the Recirculating Flow Inside the Channels 17
B. Zafarmand - Y. Noori

One and Two- Dimensional Ultrasonic Vibration Tool 35
S. Amini - M. R. Khosrojerdi - M. Mohammadimehr

Investigation of the Effects of Droplet Coalescence on the Wet Steam Flows 51
E. Lakzian - S. Shaabani

Optimization of one Stage Axial Compressor by using Quasi-Three Dimensional Design and Hybrid Genetic Algorithm 63
M. Sargolzaie - A. MesgarpourTousi - R. Askari

Effect of Superconvergent Stress Points for Solution Improvement and Error Estimation of Isogeometric Analysis of Axisymmetric Problems 79
A. Ganjali - B. Hassani

Application of Reinforcement Learning for Navigation of a Planar Snake Robot in Serpentine Locomotion 97
H.Kalani - A.Akbarzadeh

Investigation of Flame Location Effect on Flame Temperaturein Premixed Counterflow Combustion of Particle-Cloud (Research Note) 119
M.Bidabadi - A.Esmaeilnejad - Y.Pourmohammad

Vibration Drilling Tool and Thrust Force Investigation in Vibratory Drilling Process of Al 2024-T6 (Research Note) 129
H.Paktinat - S.Amini - A.Barani - A.FadaeiTehrani

Sarial No. 11

Vol. 26, No.1,
Autumn & Winter, 2015