

توسعه و کاربرد تسخیر ورتیسیتی تراکم پذیر برای جریان‌های با زاویه‌ی حمله بالا*مجید ملک جعفریان^(۱)محمود پسندیده فرد^(۲)

چکیده در مقاله‌ی حاضر، سه پارامتر تسخیر ورتیسیتی متغیر با موفقیت برای روش تسخیر ورتیسیتی تراکم پذیر توسعه یافته است. این پارامترها، دارای بعد سرعت بوده و بر مبنای سه طرح اتلاف مصنوعی، تعریف می‌شوند. پارامترهای تسخیر منتج شده، توابعی از ماتریس‌های ژاکوبین شار و یا شعاع ضمنی آن‌ها می‌باشد. بنابراین به طور ضمنی اثرات اندازه گره‌ها و خصوصیات محلی جریان را شامل هستند. قابلیت کارایی پارامترهای تسخیر جدید برای جریان مافوق صوت سه بعدی، حول یک جسم سیلندری شکل با نوک ضخیم در زوایای حمله بالا که همراه با جدایش وسیع جریان در حضور گرادیان فشار معکوس می‌باشد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین اثر طرح‌های اتلافی مختلف بر حل، مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که تسخیر ورتیسیتی تراکم پذیر با پارامترهای تسخیر متغیر، تمایل به تسخیر لایه‌های گردابه‌ای دارد. همچنین تسخیر ورتیسیتی از پخش شدن گردابه‌های ثانویه در ناحیه‌ی پشت به باد، در شبکه‌ی خشن جلوگیری می‌نماید. با کمی ریز شدن شبکه، بهبود نتایج (به خصوص نتایج به دست آمده از پارامتر تسخیر CUSP) دیده می‌شود. زمانی که پارامترهای تسخیر متغیر مورد استفاده قرار می‌گیرد، ثابت تنظیم مساوی یا بزرگ‌تر از مقدار مشابه در تسخیر ورتیسیتی با پارامتر تسخیر ثابت (هو و هم‌کاران [8]) می‌باشد. این به معنی آن است که ثابت تنظیم در پارامتر تسخیر متغیر، از نظر مقداری به واحد نزدیک‌تر است (به خصوص برای پارامتر تسخیر CUSP).

واژه‌های کلیدی تسخیر ورتیسیتی، تراکم پذیر، طرح اتلاف مصنوعی، پارامتر تسخیر.

Development and Application of Compressible Vorticity Confinement for Flows with High Angles of Attack

M. Malek-Jafarian

M. Pasandideh-Fard

Abstract In this paper, variable confinement parameters were successfully developed for compressible vorticity confinement. Three variable confinement parameters that have velocity dimension were defined based on three artificial dissipation schemes. The resulting confinement parameters are functions of spectral radii of the Jacobian matrices and the Jacobian matrices themselves. Therefore, the confinement parameters implicitly contain the grid size and the other local fluid properties. The ability of the new confinement parameters for 3-D supersonic flows over a blunt-nose-cylinder at high angles of attack with massive separation in the presence of an adverse pressure gradient condition was considered. Effect of various dissipation schemes on the solution was studied. Results showed that the new confinement parameters allow the capture of vortical layers. Vorticity confinement prevents the diffusion of the secondary vortex at leeward plane on coarse grid. As the grid size increases, improvement of the results (especially, confinement results of CUSP confinement parameter) is seen. When variable confinement parameters are used, the tuning constant is equal to or larger than the equivalent value of the constant confinement [Hu et al.][8]. This means that this value is closer to the unity than constant confinement, especially for CUSP confinement parameter.

Key Words Vorticity Confinement, Compressible, Artificial Dissipation Scheme, Confinement Parameter.

* نسخه‌ی اول مقاله در تاریخ ۸۴/۱۲/۱۵ و نسخه‌ی نهایی آن در تاریخ ۸۷/۶/۲۷ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) نویسنده‌ی مسئول، دانشجوی دکترا، گروه مکانیک، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

(۲) استادیار، گروه مکانیک، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مقدمه

بسیاری از جریان‌های مورد مطالعه، دارای نواحی گردابه‌ای بزرگ بوده که تا فواصل خیلی زیادی انتقال می‌یابد. جریان‌های دارای چنین طبیعتی، شامل جریان: حول هواپیماها، کشتی‌ها، اتوبوس‌ها، پل‌ها و ساختمان‌ها می‌باشد. روش‌های مکانیک سیالات عددی (CFD) مرسوم، تمایل به پخش نمودن نواحی گردابه‌ای و در نتیجه کاهش دقت جریان محاسبه شده دارند. استهلاک حل را می‌توان با ریز کردن شبکه کاهش داد: اما در مقابل زمان حل، افزایش می‌یابد. برای مثال، حل عددی سه بعدی جریان با جدایش وسیع، حول بدنه‌های با هندسه پیچیده، با تعداد نقاط شبکه‌ی واقعی، مشکل است. یک راه حل معمول به منظور فائق آمدن بر این مشکل (افزایش دقت حل و در نتیجه پرهیز از استهلاک و پخش شدن سریع نواحی گردابه‌ای)، استفاده از طرح‌های با دقت مرتبه بالاتر (high-order schemes) و روش‌های شبکه خود تطبیقی (automatic grid refinement) می‌باشد [1-3].

منفصل سازی مرتبه‌ی بالاتر، زمان حل عددی را افزایش داده و روش‌های خود تطبیقی به کنترل‌های منطقی پیچیده‌ای نیاز دارند. علاوه بر این، به نظر می‌رسد برای این‌که روش‌های شبیه سازی عددی مستقیم (Direct Numerical Simulation) و شبیه سازی گردابه‌های بزرگ (Large Eddy Simulation) بتوانند به عنوان یک ابزار عملی در مکانیک سیالات عددی مورد استفاده قرار گیرند، راه درازی در پیش است [4].

روش تسخیر ورتیسیتی (Vorticity Confinement) به منظور کاهش خواص استهلاکی جریان‌های گردابه‌ای غیر قابل تراکم، به وسیله‌ی اشتاینهف (Steinhoff) و هم‌کارانش [5-7] پیشنهاد شده است. در این روش، جمله‌ی چشمه اضافه شده به معادلات ممتوم ناویر استوکس، خطاهای مربوط به انفصال معادلات حاکم را که باعث پخش شدن گردابه می‌شوند، کاهش داده و در نتیجه، گردابه‌ها تسخیر می‌شوند. جمله‌ی تسخیر شتابی در جهت عمود بر میدان‌های ورتیسیتی و گرادیان ورتیسیتی،

اضافه می‌کند. این شتاب، اثری مشابه با اضافه نمودن تصحیح سرعت دارد. در نتیجه، گردابه در جهت خلاف اتلافات عددی، انتقال می‌یابد [8] (برای بحث بیشتر رجوع شود به منبع [7]). این ره یافت به صورت موفقیت آمیزی برای انواع بسیار متفاوت، از گردابه‌های ساده تا اندرکنش گردابه‌های تولیدی از پره‌ی هلی‌کوپتر با بدنه‌ی آن، به کار گرفته شده است [9-11].

تلاش‌های متعددی به وسیله‌ی پوچین (Pevchin) [12] و یی (Yee) و لی (Lee) [13] به منظور توسعه‌ی تسخیر ورتیسیتی به جریان‌های قابل تراکم انجام شد؛ اما کارهای مذکور، نتایج رضایت‌بخشی دربر نداشته است. بالاخره این روش با موفقیت به وسیله‌ی هو (Hu) و هم‌کارانش [8] با در نظر گرفتن جمله‌ی چشمه‌ی مربوطه، به صورت نیروی کالبدی (Body force) در معادلات ممتوم و کار انجام یافته توسط آن در معادله‌ی انرژی، برای جریان‌های تراکم پذیر تعمیم داده شد. کار هو و هم‌کارانش عمدتاً منحصر به شبکه‌ی کارترین یکنواخت بود؛ به طوری‌که پارامتر تسخیر ثابت نگه داشته می‌شد. علی‌رغم نتایج رضایت‌بخش روش مذکور، جمله‌ی تسخیر، متناسب با یک پارامتر مبتنی بر تجربه (نظیر لزجت مصنوعی برای تسخیر شوک) می‌باشد. هم‌چنین تأثیر این پارامتر بر حل عددی نیز سؤال برانگیز است.

مورایاما (Murayama) و هم‌کارانش [14] سعی کردند تا روش تسخیر ورتیسیتی تراکم پذیر (Compressible Vorticity Confinement (CVC)) مذکور را بر روی یک شبکه‌ی بی‌سازمان استفاده کنند (با در نظر گرفتن پارامتر تسخیر ثابت) که نتایج متفاوتی حاصل شد؛ به ازای بعضی مقادیر پارامتر تسخیر، بهبودی در نتایج مشاهده گردید؛ اما مقادیر دیگر پارامتر تسخیر، منجر به نتایج غیر فیزیکی شد. این نتایج، روشن کرد که برای یک شبکه‌ی غیر یکنواخت، بایستی یک حل عمومی ارائه گردد. فدکیو (Fedkiw) و هم‌کارانش [15] از تسخیر ورتیسیتی برای شبیه‌سازی

دود چرخان، روی شبکه‌ی کارتیزین استفاده نمودند. آن‌ها برای پارامتر تسخیر از یک روش صریح و وابسته خطی به اندازه گره استفاده کردند. لوهنر (Lohner) و یانگ (Yang) [16] از یک جمله تسخیر ورتیسیتی‌ی غیر قابل تراکم کلی که به کمک آنالیز ابعادی به دست آمده بود، برای شبکه‌ی بی‌سازمان استفاده نمودند. تسخیر ورتیسیتی‌ی حاصله تابعی از عدد رینولدز (بر مبنای ورتیسیتی محلی)، اندازه‌ی شبکه‌ی محلی، ورتیسیتی و گرادیان مقدار مطلق ورتیسیتی، می‌باشد. هم‌چنین کوستس (Costes) و کوانی (Kowani) [17] یک روش تسخیر ورتیسیتی‌ی خود کار را به منظور بقاء ورتیسیتی در معادلات اوایلر معرفی کردند. این روش بر مبنای حذف جملات خطای برشی پیشرو در حل عددی معادله‌ی انتقال ورتیسیتی است. نتایج حاصله، بیان‌گر این مطلب بود که این روش، امید بخش می‌باشد. هرچند که نشان داده شد هنگام استفاده از شبکه‌ی ریز، به علت منفرد بودن تسخیر ورتیسیتی در مرکز گردابه، باید مرتب سازی (regularization) در این محل اعمال گردد.

معادلات حاکم و فرمولاسیون تسخیر ورتیسیتی

تراکم پذیر (CVC)

تلاش‌های متعددی به منظور توسعه تسخیر ورتیسیتی به جریان‌های قابل تراکم پذیر، انجام گرفته است. مسأله‌ی مهم این است که چگونه جمله‌ی تسخیر به شکل سازگار با چهارچوب قوانین بقاء به معادلات اضافه شود. پوچین و هم‌کارانش [12] یک رابطه‌سازی پیچیده‌ای بر مبنای جدایش شار را توسعه دادند که وابسته به شیب گر‌ها (Grid orientation) بود. یی و لی [13] تلاش کردند که جمله‌ی تسخیر ورتیسیتی غیر قابل تراکم را در معادلات ممتوم تراکم پذیر به کار ببرند. کارهای مذکور، نتایج رضایت بخشی در بر نداشت. سرانجام هو و هم‌کارانش [8] عنوان کردند که جمله‌ی تسخیر را می‌توان به صورت یک نیروی جسمی به معادله‌ی بقاء ممتوم و نرخ کار انجام یافته توسط این نیرو را به معادله‌ی بقاء انرژی، اضافه کرد. با در نظر گرفتن معادلات اوایلر در مختصات منحنی الخط دلخواه:

$$J^{-1}Q_t + \hat{E}_\xi + \hat{F}_\eta + \hat{G}_\zeta = S \quad (1)$$

بردار متغیرهای معادله‌ی بقاء، \hat{E} ، \hat{F} و \hat{G} بردارهای شار، J^{-1} معکوس تبدیل ژاکوبین و S بردار تسخیر ورتیسیتی تراکم پذیر به صورت زیر می‌باشد:

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \vec{f}_b \cdot \hat{i} \\ \rho \vec{f}_b \cdot \hat{j} \\ \rho \vec{f}_b \cdot \hat{k} \\ \rho \vec{f}_b \cdot \vec{V} \end{pmatrix} \quad (2)$$

همان‌طور که در مرجع [16] بیان شده است، تجزیه و تحلیل ابعادی جمله‌ی تسخیر نشان می‌دهد که پارامتر تسخیر، دارای بعد سرعت است. این به آن معنی است که به ازای یک شبکه و شکل به خصوص، انتخاب مناسب این پارامتر بایستی به شرایط جریان آزاد میدان وارد شونده وابسته باشد. علاوه بر این، تنظیم خود کار این پارامتر بایستی همان ابعاد را محفوظ نگاهدارد [17].

بنابراین هدف مقاله‌ی حاضر، توسعه و کاربرد روش تسخیر ورتیسیتی‌ی تراکم پذیر دو بعدی [18] به جریان سه بعدی می‌باشد. رابطه سازی‌های کلی و جدیدی برای پارامتر تسخیر تراکم پذیر ارائه شده است که دارای بعد سرعت می‌باشد. سه پارامتر تسخیر جدید، توابعی از شعاع ضمنی ماتریس ژاکوبین شار (مشتق شده از مدل اتلاف مصنوعی اسکالر)، ماتریس ژاکوبین شار (مشتق شده از مدل اتلاف مصنوعی ماتریسی) و خصوصیات مدل اتلاف مصنوعی (CUSP Convective)

$$Q^{(k)} = Q^{(0)} - \alpha_k \frac{\Delta t}{J^{-1}} \left[D_\xi \hat{E}^{(k-1)} + D_\eta \hat{F}^{(k-1)} \right. \\ \left. + D_\zeta \hat{G}^{(k-1)} - S - AD \right] \quad (6)$$

D_ξ ، D_η و D_ζ اپراتورهای تفاضلی فضایی و AD جمله اتلاف مصنوعی می باشد. مدل های اتلاف مصنوعی مورد استفاده قرار گرفته در کار حاضر در بخش بعدی معرفی خواهند شد. توان موجود در معادله (6) مربوط به مراحل طرح رانگ- کوتا می باشد. به ازای $k=1$ تا 5، $\alpha_5 = 1$ و $\alpha_4 = \frac{1}{2}$ ، $\alpha_3 = \frac{3}{8}$ ، $\alpha_2 = \frac{1}{6}$ ، $\alpha_1 = \frac{1}{4}$ علاوه بر این به منظور افزایش همگرایی حل، گام زمانی محلی (local time stepping) و متوسط گیری ضمنی از باقی مانده ها (implicit residual averaging) [19] به کار رفته اند.

طرح های اتلاف مصنوعی (Artificial dissipation scheme)

طرح های اتلاف مصنوعی به منظور رفع نوسانات شدید، افزایش پایداری و افزایش سرعت همگرایی حل در شرایط حالت پایدار، توسعه یافته اند. عملگر اتلافی (AD) ترکیبی از تفاضلات مرتبه دوم و چهارم متغیرهای جریان تشکیل شده است. جملات مرتبه دوم به منظور جلوگیری از نوسانات، در نواحی نزدیک شوک ها و اتلافات مرتبه چهارم برای پایداری و همگرایی حل به سمت حل حالت پایدار، به کار برده می شوند.

طرح اتلافی اسکالر (Scalar Dissipation Scheme) (SCDS)

طرح اتلاف مصنوعی اسکالر، اولین بار توسط جیمسون (Jameson) و همکارانش [19] همراه با طرح صریح رانگ- کوتا معرفی گردید. این مدل اتلافی به منظور حل عددی معادلات اوپلر و ناویلر- استوکس در محدوده وسیعی از کاربردهای دینامیک سیالات، توسط محققین زیادی مورد استفاده قرار گرفته است [20]. در این بخش، مفاهیم پایه ای این طرح به طور خلاصه مرور خواهد شد. سه جمله SCDS ترکیبی از تفاضلات مرتبه دوم و چهارم می باشد:

\vec{f}_b نیروی جسمی بر واحد جرم می باشد که به منظور موازنه خطاهای عددی پخش شده (مربوط به انفصال معادلات) به کار می رود و باعث بقاء ممتوم در نواحی گردابه ای می شود.

$$\vec{f}_b = -E_c \hat{n}_c \times \vec{\omega} \quad (3)$$

$$\hat{n}_c = -\frac{\nabla |\vec{\omega}|}{|\nabla |\vec{\omega}||} = \phi_{xs} \hat{i} + \phi_{ys} \hat{j} + \phi_{zs} \hat{k} \quad (4)$$

$\vec{\omega}$ میدان ورتیسیتی و E_c پارامتر تسخیر می باشد. بعد پارامتر تسخیر، سرعت است. هو و همکارانش [8] نشان دادند که این پارامتر از مرتبه ی 0.001 تا 0.1 تغییر می کند. سرانجام جمله ی تسخیر ورتیسیتی در جریان قابل تراکم را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_{bx} \\ \rho f_{by} \\ \rho f_{bz} \\ \rho(u f_{bx} + v f_{by} + w f_{bz}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho E_c (\omega_z \phi_{ys} - \omega_y \phi_{zs}) \\ -\rho E_c (\omega_x \phi_{zs} - \omega_z \phi_{xs}) \\ -\rho E_c (\omega_y \phi_{xs} - \omega_x \phi_{ys}) \\ -\rho E_c \begin{bmatrix} u(\omega_z \phi_{ys} - \omega_y \phi_{zs}) \\ + v(\omega_x \phi_{zs} - \omega_z \phi_{xs}) \\ + w(\omega_y \phi_{xs} - \omega_x \phi_{ys}) \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (5)$$

معادله ی (1) را می توان حول هر المان در محدوده ی کامپیوتری منفصل شده، به طریق حجم محدود، انتگرال گیری کرد.

رابطه سازی عددی

به منظور حل عددی معادلات حاکم انتگرال گیری شده نسبت به زمان، طرح چند مرحله ای (multistage) به کار رفته است. یک طرح تقریبی رانگ- کوتا (Runge-Kutta) (پنج مرحله ای) برای معادله ی (1) به صورت زیر می باشد:

$$\hat{d}_{i+\frac{1}{2},j,k} = \nabla_{\xi} \left[\left(|A|_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(2)} \right) \Delta_{\xi} \right] Q_{ijk} - \nabla_{\xi} \left[\left(|A|_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(4)} \right) \Delta_{\xi} \nabla_{\xi} \Delta_{\xi} \right] Q_{ijk} \quad (9)$$

که $|A|$ ماتریس ژاکوبین شار جا به جایی در جهت i می باشد. جملات اتلافی مشابهی برای جهات j و k تعریف می گردد. برای جزئیات بیشتر در مورد ماتریس $|A|$ و ضرایب اتلافی $\varepsilon^{(2)}$ و $\varepsilon^{(4)}$ مراجعه شود به مرجع [21]. ایراد مدل MADS در آن است که این طرح از زمان اجرای پردازش عددی بالاتری نسبت به طرح SCDS برخوردار است.

طرح اتلافی بر مبنای جدایش فشار از جمله جا به جایی (Convective Upstream Split) (CUSP) (Pressure Dissipation Scheme)

این مدل اتلافی، توسط تاتسومی (Tatsumi) و هم کارانش [22] ارائه گردید. این طرح، یک طرح جدایش جملات شار است که منجر به تسخیر شوکها در طول یک المان می گردد. برای سادگی، شکل یک بعدی معادله اولیر زیر را در نظر بگیرید:

$$Q_t + f_x = 0 \quad (10)$$

این طرح، نوع میانی طرحهایی است که در آن شار پخش مرتبه اول به صورت ترکیبی از تفاضلات بردارهای شار و حالت تعریف می شود:

$$\hat{d}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \alpha_{i+\frac{1}{2}}^* c (Q_{i+1} - Q_i) + \frac{1}{2} \beta_{i+\frac{1}{2}} (f_{i+1} - f_i) \quad (11)$$

بعد از تجزیه بردار شار f و جدا کردن جملات جابه جایی، طرح CUSP به دست می آید. برای دستیابی به اطلاعات بیشتر درباره ی تجزیه ی بردار شار، ضریب مؤثر کل پخش جابه جایی (total effective coefficient of convective diffusion) β و $\alpha^* c$

$$AD = \left(\hat{d}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \hat{d}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) + \left(\hat{d}_{i,j+\frac{1}{2},k} - \hat{d}_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) + \left(\hat{d}_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \hat{d}_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad (7)$$

که برای مثال:

$$\hat{d}_{i+\frac{1}{2},j,k} = \nabla_{\xi} \left[\left(|\lambda|_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(2)} \right) \Delta_{\xi} \right] Q_{ijk} - \nabla_{\xi} \left[\left(|\lambda|_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(4)} \right) \Delta_{\xi} \nabla_{\xi} \Delta_{\xi} \right] Q_{ijk} \quad (8)$$

اندیس های i ، j و k مربوط به جهات ξ ، η و ζ بوده و Δ_{ξ} و ∇_{ξ} عملگرهای تفاضلی پیشرو و پسرو در جهت ξ می باشد. $|\lambda|$ متناسب با بیشترین مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین شار است و شعاع ضمنی (spectral radii) ماتریس ژاکوبین نامیده می شود. ثابت های:

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(2)} \quad \text{و} \quad \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(4)}$$

در معادله (۸)، مقادیر جملات اتلاف مصنوعی مرتبه دوم و چهارم را بر مبنای تغییر گرادیان دانسیته کنترل می کنند. این ثابتها وابسته به جریان بوده و توسط جیمسون و هم کارانش تعریف شده اند [19]. این مدل از خاصیت تسخیر شوک عالی برخوردار بوده و برای طرح های تفاضل مرکزی، پایداری عددی کافی را فراهم می کند.

طرح اتلافی ماتریسی (Matrix Dissipation) (MADS) (Scheme)

در مدل اتلافی MADS ارائه شده توسط سونسن (Swanson) و تورکل (Truckle) [21]، شار اتلاف مصنوعی به صورت زیر تعریف می شود:

رجوع شود به مرجع [22].

که a_1 ، a_2 و a_3 به صورت زیر هستند:

$$a_1 = J^{-1}\xi_x, \quad a_2 = J^{-1}\xi_y, \quad a_3 = J^{-1}\xi_z \quad (14)$$

تعاریف مشابهی برای E_{cz} و E_{cy} وجود دارد،
متنها با تعریف: a_1 ، a_2 و a_3 به وسیله η_x ، η_y و η_z
برای جهت x و y و z جهت z می توان
دید که E_{cx} ، E_{cy} و E_{cz} دارای بعد سرعت هستند و در
نتیجه پارامتر تسخیر، به طور ضمنی اثرات جریان محلی
و اندازه گره‌ها را در بر خواهد داشت.

پارامتر تسخیر ماتریسی

(Matrix Confinement Parameter)

(MACP)

در این جا پارامتر تسخیر از ماتریس ژاکوبین شار، مشتق
می شود. جمله تسخیر ورتیسیتی به صورت زیر تعریف
می گردد:

$$S = S_x + S_y + S_z \quad (15)$$

$$S_x = |A| \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon\rho(\hat{n} \times \bar{\omega})\hat{i} \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon\rho(\hat{n} \times \bar{\omega})u\hat{i} \end{pmatrix}, \quad S_y = |B| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon\rho(\hat{n} \times \bar{\omega})\hat{j} \\ 0 \\ \varepsilon\rho(\hat{n} \times \bar{\omega})v\hat{j} \end{pmatrix},$$

$$S_z = |C| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon\rho(\hat{n} \times \bar{\omega})\hat{k} \\ \varepsilon\rho(\hat{n} \times \bar{\omega})w\hat{k} \end{pmatrix} \quad (16)$$

که $|A|$ ، $|B|$ و $|C|$ برابرند با:

$$|A| = \frac{|A|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}, \quad |B| = \frac{|B|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}},$$

$$|C| = \frac{|C|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \quad (17)$$

تجزیه و تحلیل پارامتر تسخیر ورتیسیتی

همان طور که در مقدمه اشاره شد، تجزیه و تحلیل
ابعادی جمله‌ی تسخیر نشان می دهد که پارامتر تسخیر
دارای بعد سرعت است. این به آن معنی است که برای
یک شکل و شبکه‌ی مشخص، انتخاب مناسب این
پارامتر بایستی به شرایط جریان محلی و اندازه‌ی شبکه
وابسته باشد. با مرور مجدد طرح‌های اتلاف مصنوعی
می توان دید که در این طرح‌ها از مقدار ویژه‌ی ماتریس
ژاکوبین یا خود ماتریس ژاکوبین برای برآورد اندازه‌ی
سرعت، بهره گرفته شده است. از سوی دیگر، جمله
تسخیر ورتیسیتی به صورت ضد پخشی عمل می کند؛ در
نتیجه، ما در این جا سه پارامتر تسخیر، به صورت
اندازه‌ای از سرعت، معرفی خواهیم کرد که از سه طرح
اتلافی فوق استخراج شده‌اند.

پارامتر تسخیر اسکالر (Scalar Confinement)

(SCCP) (Parameter)

در این جا پارامتر تسخیر از شعاع ضمنی ماتریس
ژاکوبین شار مشتق می گردد. ابتدا جمله‌ی تسخیر
ورتیسیتی را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho E_{cx}(\omega_z \phi_{ys} - \omega_y \phi_{zs}) \\ -\rho E_{cy}(\omega_x \phi_{zs} - \omega_z \phi_{xs}) \\ -\rho E_{cz}(\omega_y \phi_{xs} - \omega_x \phi_{ys}) \\ -\rho \left[\begin{array}{l} uE_{cx}(\omega_z \phi_{ys} - \omega_y \phi_{zs}) + \\ vE_{cy}(\omega_x \phi_{zs} - \omega_z \phi_{xs}) + \\ wE_{cz}(\omega_y \phi_{xs} - \omega_x \phi_{ys}) \end{array} \right] \end{pmatrix} \quad (12)$$

که E_{cx} ، E_{cy} و E_{cz} توابعی از شعاع ضمنی
ماتریس ژاکوبین شار، به صورت زیر می باشد:

$$E_{cx} = \varepsilon \frac{|\lambda|_{i,j,k}}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \quad (13)$$

$$\text{که } |\Theta|, |\Xi| \text{ و } |\Sigma| \text{ به صورت زیر می باشد:}$$

$$|\Theta| = \frac{|\Theta|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}, \quad |\Xi| = \frac{|\Xi|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}},$$

$$|\Sigma| = \frac{|\Sigma|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$

(۲۲)

در تمام موارد فوق، ε یک ثابت بی بعد است که مقدار آن برای هر نمونه مسأله، باید تنظیم شود.

نتایج و بحث

در این جا جریان مافوق صوت، حول یک جسم در زوایای حمله بالا به ازای سه طرح اتلاف مصنوعی، یک بار با اعمال تسخیر ورتیسسته و بار دیگر بدون اعمال آن (Without Compressible Vorticity Confinement) (WCVC) مورد بررسی قرار خواهد گرفت تا کاربرد و کارایی پارامترهای تسخیر متغیر جدید (MACP, SCCP) و (CUCP) و اثرات تسخیر ورتیسسته مشاهده شود.

جریان مافوق صوت حول یک بدنه‌ی

آیرودینامیکی تحت زوایای حمله بالا

مطالعه‌ی جریان اطراف بدنه‌های ضخیم، مبنایی برای فهم دقیق مکانیزم جریان ورتکس غالب سه بعدی می باشد. جریان مافوق صوت سه بعدی حول یک بدنه‌ی سیلندری شکل با نوک ضخیم در زوایای حمله بالا، به وسیله‌ی گردابه‌های چندگانه‌ی بزرگ تشکیل شده توسط جریان عرضی، محدود می گردند. شبیه سازی عددی جریان مافوق صوت اطراف اجسام آیرودینامیکی با مشکلاتی از قبیل تشکیل امواج شوک در مجاورت جسم، لایه‌های مرزی جدایش یافته در ناحیه‌ی پشت به باد و هم چنین توسعه‌ی گردابه‌های متقارن یا نامتقارن، همراه می باشد. دقت حل این گونه جریان‌ها به مشخصه‌های زیادی از قبیل گسترش یافتگی مناسب شبکه (به منظور تجزیه و تحلیل نواحی جدایش یافته‌ی وسیع) وابسته است.

a_1, a_2 و a_3 برای $|A|$ مطابق رابطه‌ی (۱۴) تعریف می گردد. تعاریف مشابه برای a_1, a_2 و a_3 بر مبنای η و ζ در مورد $|B|$ و $|C|$ بیان می شود.

پارامتر تسخیر بر مبنای جدایش فشار از جمله

جا به جایی (Convective Upstream split)

(pressure Confinement Parameter

(CUCP)

یک خاصیت مهم طرح اتلافی CUSP را می توان با معرفی خطی سازی رو (Roe) [22] و بازنویسی شار بخش معادله‌ی (۱۱)، به صورت زیر مشاهده کرد:

$$\hat{d}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\alpha^* c I + \beta A_{i+\frac{1}{2}} \right) (Q_{i+1} - Q_i) \quad (18)$$

که $A_{i+\frac{1}{2}}$ تخمینی است از ماتریس ژاکوبین

$\left(\frac{\partial f}{\partial Q} \right)$ حاصله از خطی سازی رو، تحت شرایطی که معادله‌ی زیر دقیقاً ارضاء شود:

$$f_{i+1} - f_i = A_{i+\frac{1}{2}} (Q_{i+1} - Q_i) \quad (19)$$

با معرفی $|\Theta|, |\Xi|$ و $|\Sigma|$ به صورت زیر:

$$|\Theta| = \frac{1}{2} (\alpha^* c I + \beta |A|), \quad |\Xi| = \frac{1}{2} (\alpha^* c I + \beta |B|),$$

$$|\Sigma| = \frac{1}{2} (\alpha^* c I + \beta |C|) \quad (20)$$

در نتیجه جملات تسخیر ورتیسسته (۱۵)،

به صورت زیر تعریف می گردد:

$$S_x = |\Theta| \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \rho (\hat{n} \times \vec{\omega}) \hat{i} \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon \rho (\hat{n} \times \vec{\omega}) u \hat{i} \end{pmatrix}, \quad S_y = |\Xi| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \rho (\hat{n} \times \vec{\omega}) \hat{j} \\ 0 \\ \varepsilon \rho (\hat{n} \times \vec{\omega}) v \hat{j} \end{pmatrix},$$

$$S_z = |\Sigma| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon \rho (\hat{n} \times \vec{\omega}) \hat{k} \\ \varepsilon \rho (\hat{n} \times \vec{\omega}) w \hat{k} \end{pmatrix} \quad (21)$$

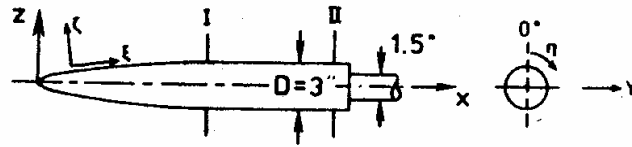
تعدادی از کارهای انجام یافته در این حوزه که در منابع [23-29] گزارش شده، حاکی از آن است که شبیه‌سازی عددی جریان حول اجسام در زوایای حمله بالا تا زمانی که الگوریتم عددی، شرایط مرزی و شرایط اولیه، کاملاً متقارن باشند، منجر به حل متقارن خواهد شد. جریان نامتقارن مشاهده شده در تجربه به علت این است که جریان ورودی و یا شکل جسم، کاملاً متقارن نیست؛ اما در شبیه‌سازی، در نظر گرفتن یک جسم و جریان متقارن، ممکن بوده [30] و در نتیجه حل عددی جریان اطراف آن جسم، منجر به یک حل متقارن خواهد شد؛ در نتیجه، منبع حل نامتقارن در جریان حول یک بدنه‌ی متقارن، مربوط به خطاهای عددی وابسته به الگوریتم عددی مورد استفاده می‌باشد. پسندیده فرد و ملک جعفریان [31] نشان دادند که الگوریتم گام زمانی رانگ- کوتا (که در کار حاضر مورد استفاده قرار گرفته) در زوایای حمله بالا به همراه معادلات کامل ناویراستوکس، منجر به حل متقارن در صفحات عرضی (صفحات عمود بر راستای طولی جسم) می‌شود (رجوع شود به شکل‌های (۳) و (۴)).

در بیشتر مسایل عملی، عدد رینولدز خیلی بالا می‌باشد؛ بنابراین مقادیر جملات لزج در معادلات ناویر- استوکس خیلی کم‌تر از جملات جا به جایی است؛ لذا در این کار سعی شده است که مسأله‌ی ذکر شده‌ی فوق با استفاده از حل معادلات اوایلر، شبیه‌سازی شود، اما لایه‌ی مرزی نزدیک دیواره را به علت اهمیت آن در جریان‌های ورتکس غالب، نمی‌توان چشم پوشی کرد. به منظور اعمال شرط مرزی جریان لزج روی دیواره، شرط عدم لغزش در تمام محاسبات، مورد استفاده قرار گرفته است. در حل معادلات اوایلر اگر شرط دیواره‌ی بدون لغزش اعمال شود، یک لایه‌ی مرزی ضخیم نامناسب به علت طبیعت پخشی الگوریتم حل عددی، گسترش خواهد یافت. هو و هم‌کارانش [8]

نشان دادند که روش تسخیر ورتیسیتی تراکم پذیر، یک لایه‌ی مرزی تولید خواهد کرد که تقریب اولیه‌ی مناسبی برای لایه‌ی مرزی درهم در نواحی نزدیک دیواره می‌باشد. معادلات اوایلر با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم گام زمانی رانگ- کوتا حل می‌شوند. هدف از این محاسبات، محک زدن پارامترهای تسخیر متغیر معرفی شده در کار حاضر، تحت شرایط جریان جدایش یافته‌ی وسیع درهم می‌باشد و مشاهده‌ی توانایی پارامترهای مذکور در محاسبه‌ی گردابه‌های جدایش یافته از سطوح با گرادیان فشار معکوس می‌باشد.

هندسه مدل در شکل (۱) نشان داده شده است. شبکه از نوع C-O مورد استفاده در مطالعه‌ی حاضر از یک کد تولید شبکه، حاصل آمده است. با حل معادلات پواسون دو بعدی برای نیم صفحه‌ی متقارن سیلندر (صفحه‌ی x-y) و سپس چرخش شبکه‌ی حاصله‌ی حول محور سیلندر شکل (۲)، شبکه‌ی سه بعدی حاصل می‌آید. نتایج به ازای دو شبکه با تعداد گره متفاوت به دست آمده است. شبکه‌ها، مناسب برای حل عددی غیر لزج بوده و در جهت عمود بر سطح (شعاعی)، دو تا سه مرتبه خشن‌تر از شبکه‌ی حل عددی لزج (RANS) می‌باشد. تعداد نقاط شبکه به ترتیب $40 \times 30 \times 30$ و $50 \times 40 \times 60$ در جهات طولی، شعاعی و محیطی هستند؛ در صورتی که شبکه‌ی حل لزج، دارای $60 \times 50 \times 120$ گره بوده است [31]. بنابراین تعداد نقاط شبکه غیر لزج حدوداً $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{3}$ برابر شبکه لزج می‌باشد.

به منظور بررسی اعتبار طرح‌های پیشنهادی، شبیه سازی‌های عددی، تحت شرایطی اجرا گردید که نتایج تجربی [32] و نتایج حل عددی لزج (RANS) [31] موجود باشد. شبیه سازی به ازای زوایای حمله ۳۲ و ۴۴ درجه (به جریان زاویه داده شده) و عدد ماخ $1/6$ انجام گرفته است. تحت چنین شرایطی، عدد رینولدز $Re_L = 3.335 \times 10^6$ و جریان کاملاً درهم می‌باشد.



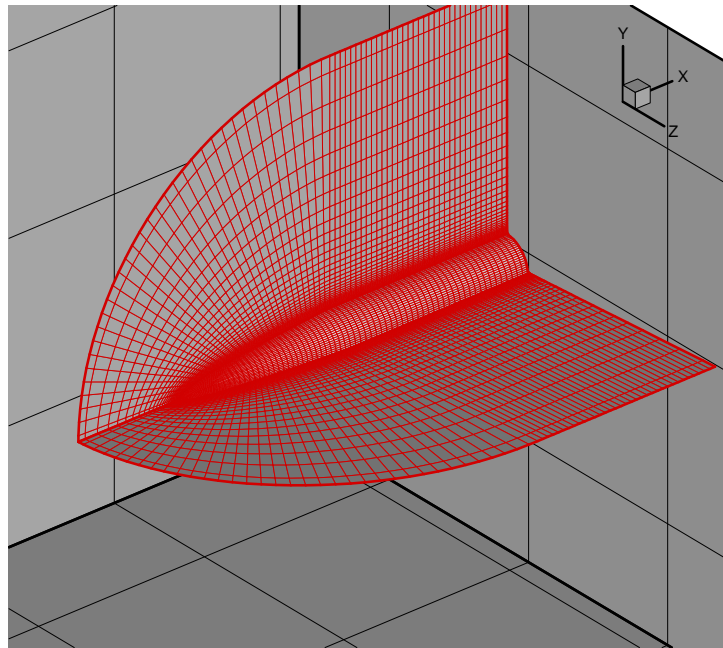
$$Z/D = (0.083X/D)^{1/2}$$

$$Z/D = 0.500,$$

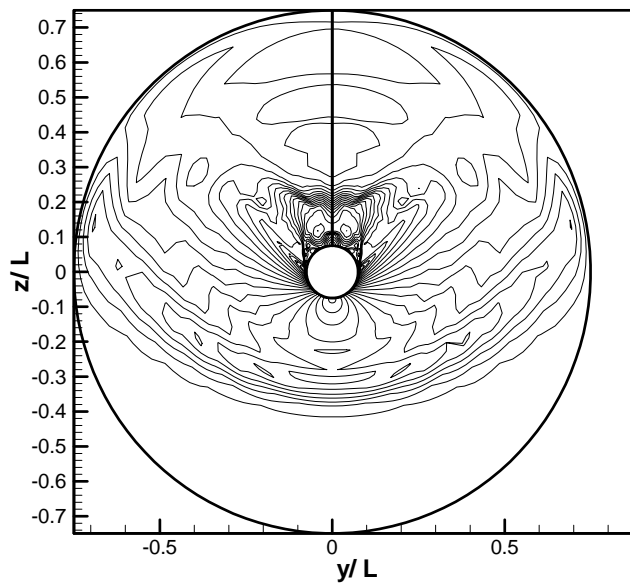
$$0.00 < X/D < 3.00$$

$$3.00 < X/D < 6.67$$

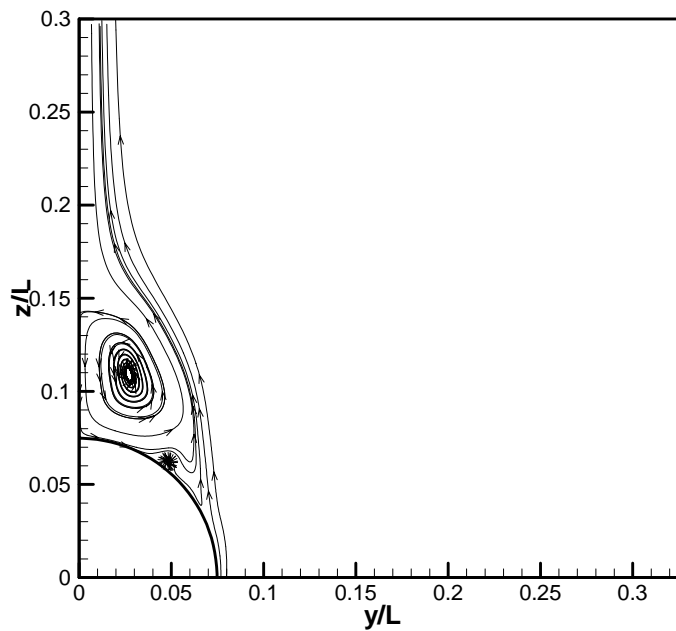
شکل ۱ شماتیک جسم سیلندی شکل با نوک ضخیم (برگرفته از منبع [34])



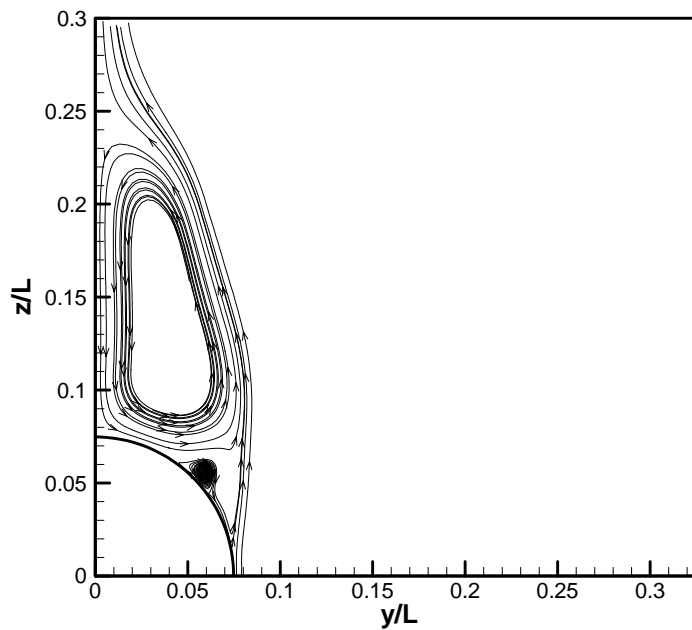
شکل ۲ شبکه‌ی حل عددی



شکل ۳ خطوط هم فشار در صفحه‌ی عرضی و موقعیت II به ازای حل لرج (RANS) زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه (برگرفته از مرجع [31])



I موقعیت (a)

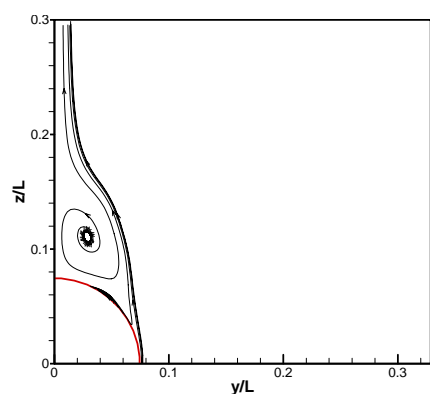


II موقعیت (b)

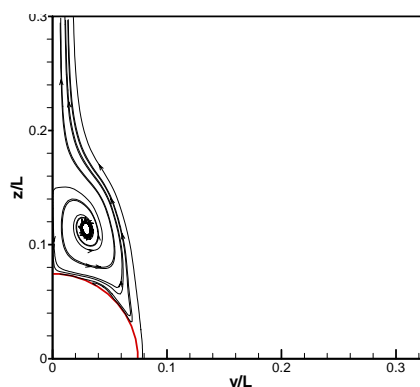
شکل ۴ الگوی خطوط جریان عرضی حل لزوج (RANS) در زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه [31]

ورودی، مقادیر جریان آزاد ثابت، برای تمام متغیرها فرض شد، در حالی که در مرز خروجی، همه‌ی متغیرها از طریق برون‌یابی حاصل آمدند. به دلیل این‌که زوایای حمله بیشتر از ۳۰ درجه می‌باشد، محاسبات عددی روی تمام بدنه ($\eta = 0-360$)، شکل (۱) اعمال گردید.

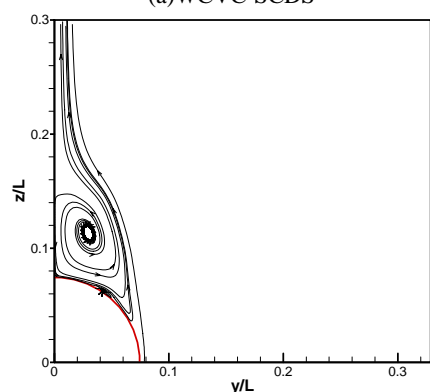
برای شرایط اولیه، یک جریان آزاد یکنواخت در تمام حوزه‌ی حل عددی، مورد استفاده قرار گرفت. روی سطح جسم، شرط مرزی عدم لغزش ($u = v = w = 0$) اعمال شد. فشار و دانسیته‌ی روی سطح از اولین گره بالای سطح برون‌یابی گردید. در



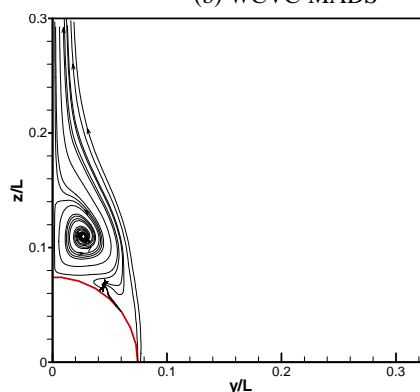
(a) WCVC-SCDS



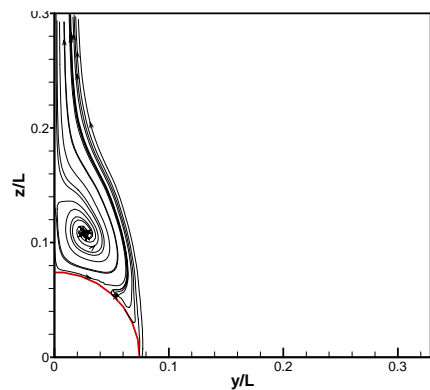
(b) WCVC-MADS



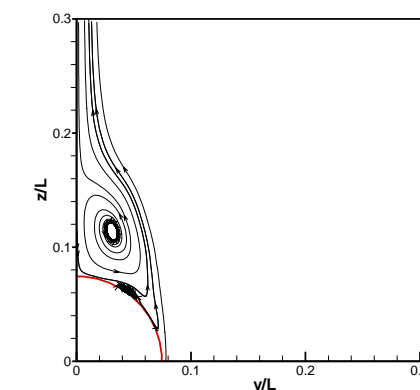
(c) WCVC-CUSP



(d) CVC-SCCP



(e) CVC-MACP



(f) CVC-CUC

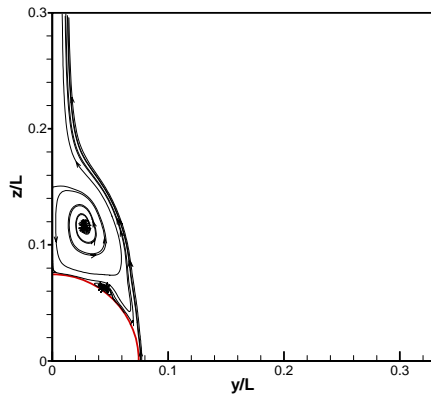
شکل ۵ الگوی خطوط جریان عرضی در موقعیت I (زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه) - شبکه $40 \times 30 \times 30$ ، a: اتلاف مصنوعی اسکالر - بدون تسخیر ورتیسسته، b: اتلاف مصنوعی ماتریسی - بدون تسخیر ورتیسسته، c: طرح کاسپ - بدون تسخیر ورتیسسته، d: اتلاف مصنوعی اصلاح شده اسکالر - با تسخیر ورتیسسته، e: اتلاف مصنوعی اصلاح شده ماتریسی - با تسخیر ورتیسسته، f: طرح کاسپ اصلاح شده - با تسخیر ورتیسسته

معکوس، چسبیده به بدنه باقی بماند؛ بنابراین قادر خواهیم بود که نقطه‌ی جدایش را کنترل کرده و ورتیسسته را به سمت سطح (نظیر آنچه در حضور یک لایه‌ی مرزی درهم مشاهده می‌شود) تسخیر نماییم؛ بنابراین می‌توان دید که تسخیر سطح، نظیر یک مدل

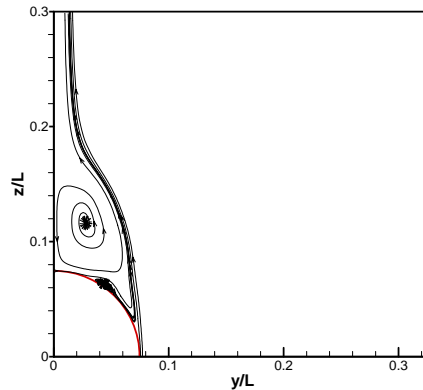
به منظور مدل نمودن لایه‌ی مرزی روی شبکه‌ی خشن و شرایط گرادیان فشار معکوس قوی (کار حاضر)، تسخیر سطح (surface confinement) مورد استفاده قرار می‌گیرد. استفاده از تسخیر سطح، باعث می‌شود که جریان نزدیک بدنه در حضور گرادیان فشار

عمود بر سطح جامد شکل می‌باشد. به ازای بردار واحد تعریف شده به صورت اخیر، تنظیم پارامتر تسخیر بر مشخصات جدایش لایه‌ی مرزی تأثیر می‌گذارد.

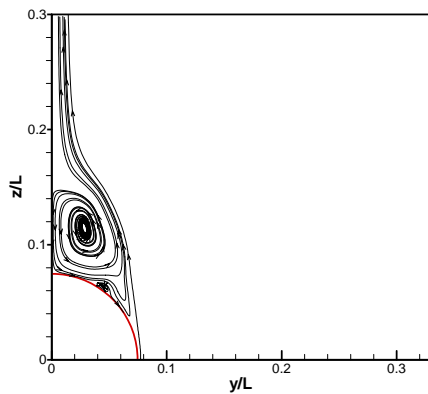
ساده برای لایه‌ی مرزی درهم عمل می‌کند؛ در نتیجه، هم لایه‌ی مرزی درهم فیزیکی و هم جریان منتج شده از اعمال تسخیر سطح، رفتار جدایشی مشابهی به نمایش می‌گذارند [33]. در تسخیر سطح، \hat{n}_c بردار



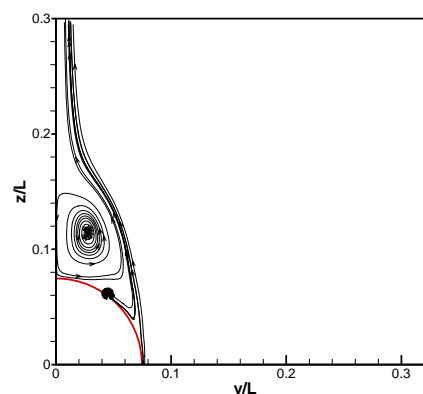
(a) WCV-SCDS



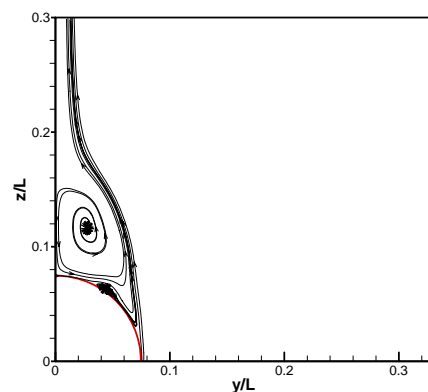
(b) WCV-MADS



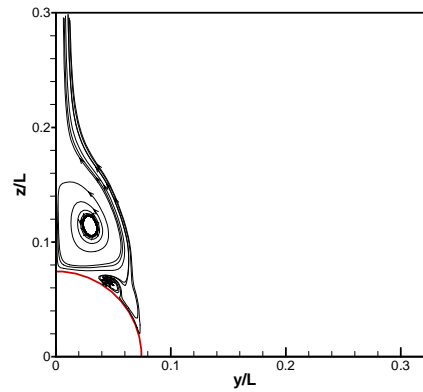
(c) WCV-CUSP



(d) CVC-SCCP

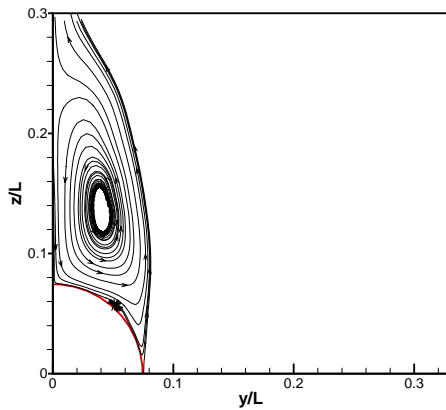


(e) CVC-MACP

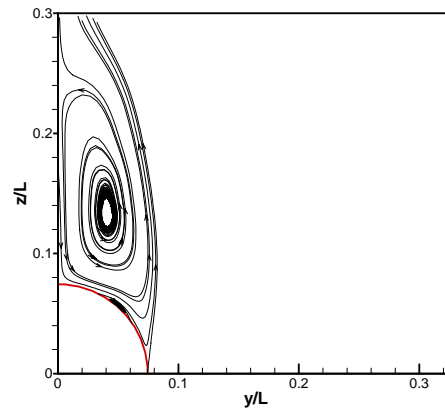


(f) CVC-CUCP

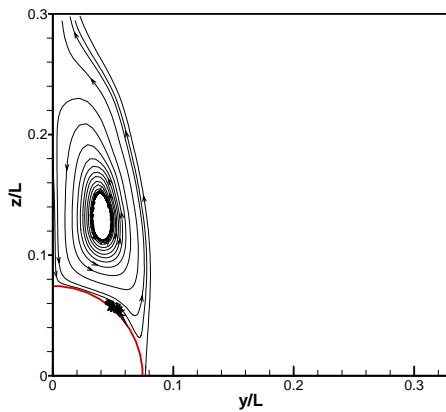
شکل ۶ الگوی خطوط جریان عرضی در موقعیت I (زاویه حمله ۳۲ درجه) - شبکه $50 \times 40 \times 60$: a: اتلاف مصنوعی اسکالر - بدون تسخیر ورتیسیتیه، b: اتلاف مصنوعی ماتریسی - بدون تسخیر ورتیسیتیه، c: طرح کاسپ - بدون تسخیر ورتیسیتیه، d: اتلاف مصنوعی اصلاح شده اسکالر - با تسخیر ورتیسیتیه، e: اتلاف مصنوعی اصلاح شده ماتریسی - با تسخیر ورتیسیتیه، f: طرح کاسپ اصلاح شده - با تسخیر ورتیسیتیه



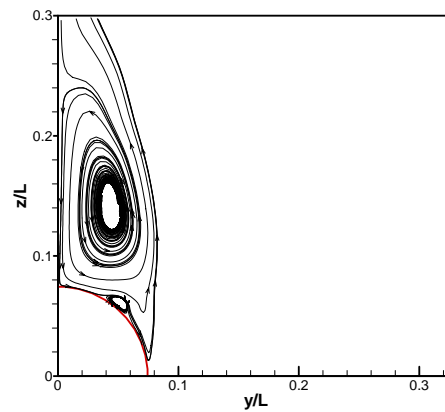
(a) WVCV-SCDS



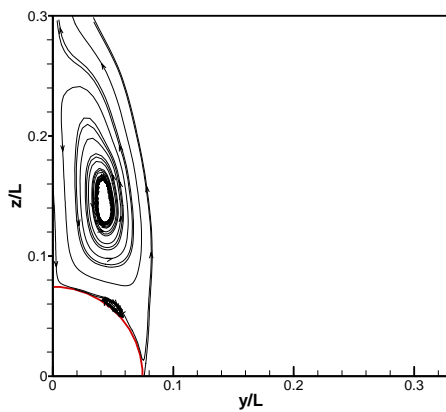
(b) WVCV-MADS



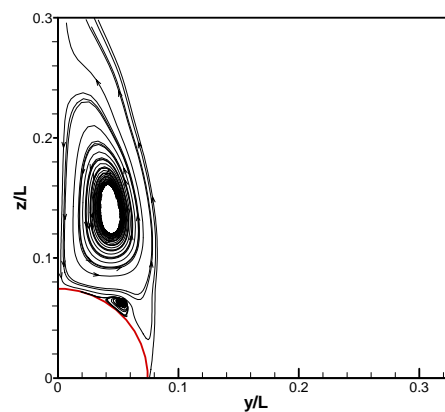
(c) WVCV-CUSP



(d) CVC-SCCP



(e) CVC-MACP



(f) CVC-CUCP

شکل ۷ الگوی خطوط جریان عرضی در موقعیت II (زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه) - شبکه $40 \times 30 \times 30$: a: اتلاف مصنوعی اسکالر - بدون تسخیر ورتیسسته، b: اتلاف مصنوعی ماتریسی - بدون تسخیر ورتیسسته، c: طرح کاسپ - بدون تسخیر ورتیسسته، d: اتلاف مصنوعی اصلاح شده اسکالر - با تسخیر ورتیسسته، e: اتلاف مصنوعی اصلاح شده ماتریسی - با تسخیر ورتیسسته، f: طرح کاسپ اصلاح شده - با تسخیر ورتیسسته

ازای پارامتر تسخیر ثابت (طرح هو و هم کارانش [8]) انجام شد. بهترین نتایج به ازای $E_c = 0.03$ به دست آمد. بنابراین دیده می شود که ضریب CUCP در مقایسه با دیگر طرح ها به واحد نزدیک تر است.

هم چنین مفید خواهد بود که اعتبار مدل های حاضر را روی شبکهی ریزتر ($60 \times 40 \times 50$) آزمایش کنیم (شکل (۶)). مشاهده می شود که گردابه های اولیه و ثانویه بدون تسخیر، به خوبی گرفته شده اند. (شکل های (۶-a) تا (۶-c)). از سوی دیگر این حل ها تا حدودی پخشی هستند. این به معنی آن است که تسخیر ورتیسیتیه روی یک شبکهی خشن شکل (۵)، شبیه حل روی یک شبکهی ریز شکل (۶)، اما بدون تسخیر ورتیسیتیه و با هزینهی کامپیوتری پایین تر، کار می کند. با اعمال تسخیر ورتیسیتیه به ازای پارامترهای تسخیر متغیر، می توان به نتایج RANS نائل آمد (شکل های (۶-d) تا (۶-f)). مقادیر مشابه به آن چه برای ϵ در مورد شبکهی خشن مورد استفاده قرار گرفت، برای حل جریان در شبکه ریز انتخاب گردید.

شکل (۷)، مقایسهی خطوط جریان صفحهی عرضی را در موقعیت II، با اعمال تسخیر ورتیسیتیه و بدون اعمال تسخیر ورتیسیتیه (شبکهی خشن) نشان می دهد. مشاهده می گردد که بدون تسخیر، گردابهی ثانویه مستهلک شده و خیلی کوچک می باشد (شکل های (۷-a) تا (۷-c))؛ اما مقایسه با نتایج RANS که روی شبکهی $120 \times 50 \times 60$ انجام گرفتهی شکل (۵-b)، نشان می دهد که با کاربرد تسخیر ورتیسیتیه، گردابه های اولیه و ثانویه با دقت خوبی تسخیر می شوند (شکل های (۷-d) تا (۷-f)).

نتایج به دست آمده روی شبکهی ریز (به خصوص نتایج حاصله از تسخیر ورتیسیتیه شکل (۸))، از نظر کیفی نزدیک به نتایج RANS شکل (۵-b) می باشد. کاربرد تسخیر ورتیسیتیه با پارامترهای تسخیر متغیر (SCCP، MACP و CUCP) بر گردابه های موجود در صفحهی پشت به باد، به خصوص گردابه ثانویه، اثر می گذارد. این گردابه از نظر اندازه در مقایسه با نتایج حل شبکهی خشن، خیلی نزدیک تر به نتایج RANS می باشد. میدان جریان کلی محاسبه شده نیز بهتر می باشد.

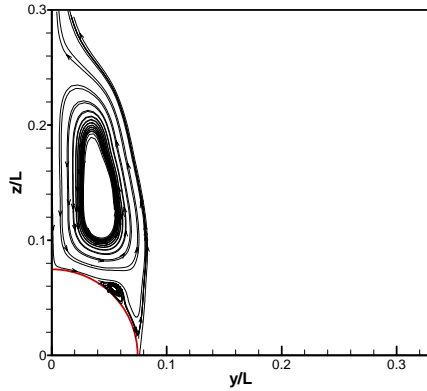
به منظور تجزیه و تحلیل جریان عرضی، دو موقعیت طولی انتخاب شده است. موقعیت های I و II در شکل (۱)، به ترتیب، بلافاصله پس از اتصال نوک جسم - قسمت سیلندری ($X/D = 3.17$) و بالادست پایه جسم ($X/D = 6.17$) قرار دارند.

نتایج حل لزج (RANS) [31] خطوط هم فشار در موقعیت طولی II در کل دامنه حل و خطوط جریان عرضی در ناحیهی پشت به باد در موقعیت های طولی I و II به ترتیب در شکل های (۳) و (۴) نشان داده شده است. شکل (۳)، به خوبی اندازهی دامنهی محاسباتی را به نمایش می گذارد. شکل (۴) بیانگر اندازه و قدرت گردابه ها می باشد. به علت این که حل عددی متقارن بوده، برای سادگی فقط نصف صفحهی عرضی به نمایش گذارده شده است. دو گردابهی جدایش یافته (گردابه های اولیه و ثانویه) در هر طرف صفحه، پشت به باد دیده می شود. حل متقارن با خصوصیات مشابه کیفی تا انتهای جسم (موقعیت II) گسترش می یابد.

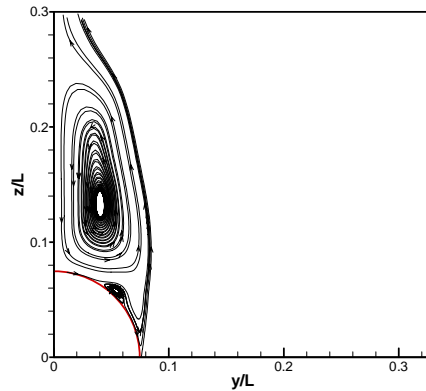
شکل (۵)، خطوط جریان صفحهی عرضی در موقعیت I را با اعمال تسخیر و بدون آن، به ازای شبکهی خشن ($40 \times 30 \times 30$) نمایش می دهد. دو نوع تسخیر مورد استفاده قرار گرفته است؛ تسخیر سطح (که تمایل به کنترل ضخامت لایه مرزی و نقطه جدایش در مقایسه با نتایج RANS دارد) و تسخیر ورتیسیتیه (که تمایل به تسخیر ساختمان گردابه ای پخش شده دارد). اثر طرح های اتلافی مختلف بر حل در شکل های (۵-a) تا (۵-c) نشان داده شده است. در این شکل ها، گردابهی اولیه کاملاً واضح است، اما گردابهی ثانویه دیده نمی شود یا خیلی کوچک است. این به معنی بالا بودن درجهی اتلافات در گردابهی ثانویه می باشد. در مرحلهی بعد، همان محاسبات را در نظر گرفته، اما با اعمال طرح تسخیر ورتیسیتیهی تراکم پذیر به ازای SCCP، MACP و CUCP (شکل های (۵-d) تا (۵-f)). این شکل ها، بیانگر عدم استهلاک آشکار گردابه ثانویه در مقایسه با نتایج RANS (شکل (۵-a)) می باشد. مقادیر ϵ برای طرح های فوق به ترتیب 0.035 ، 0.025 و 0.05 می باشد. ضریب CUCP بیشترین و ضریب SCCP کمترین مقدار را داراست. محاسبات مشابهی به

شبکه‌ی خشن، ضریب فشار در قسمت نوک جسم به ازای دو شبکه‌ی حل خشن و ریز با اطلاعات تجربی و RANS، در شکل (۹) مقایسه شده است. استفاده از

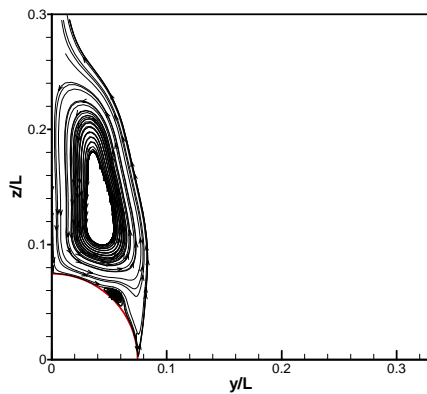
توزیع ضریب فشار سطح در صفحه‌ی پشت به باد، را بیش از مقدار تجربی برآورد می‌کند (شکل ۹-ا).



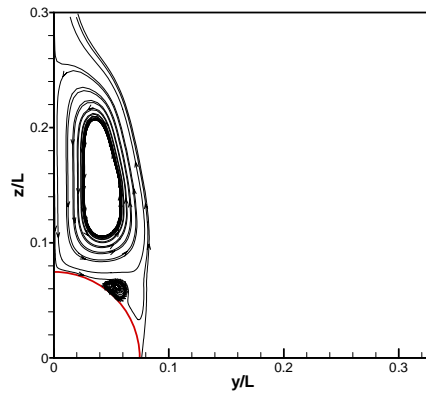
(a) WCVV-SCDS



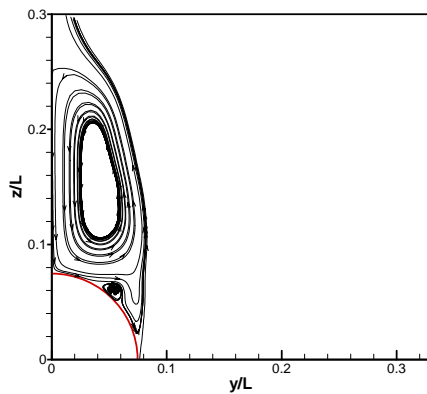
(b) WCVV-MADS



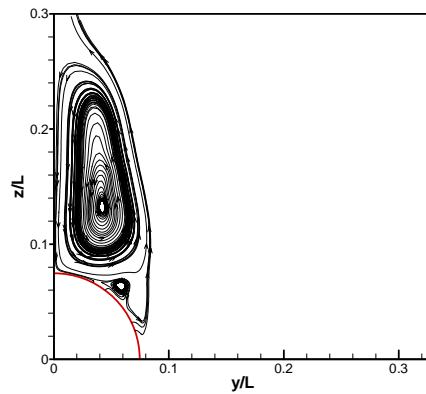
(c) WCVV-CUSP



(d) CVC-SCCP

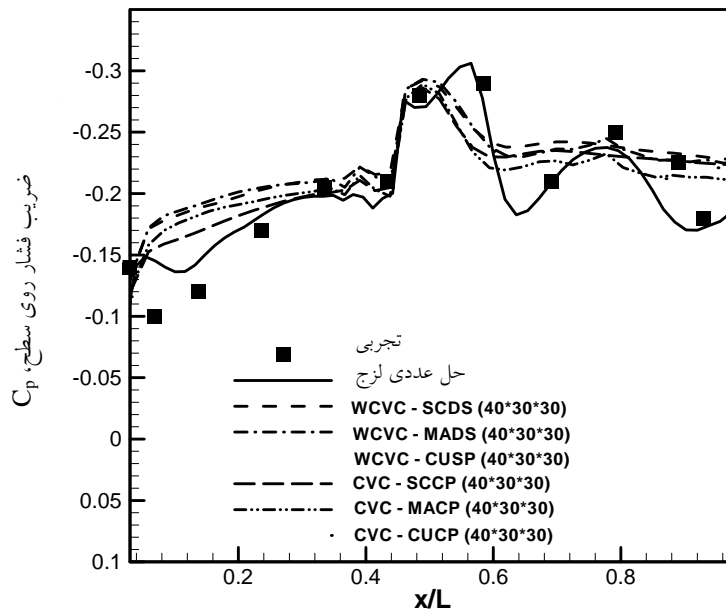


(e) CVC-MACP

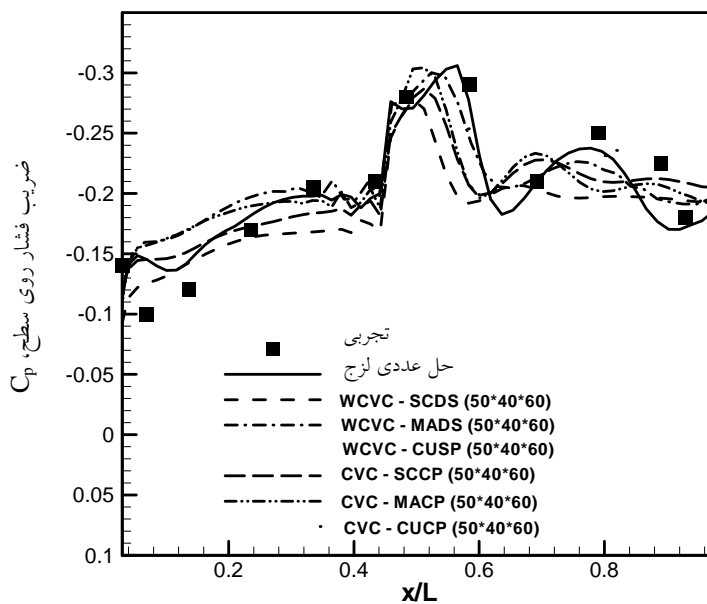


(f) CVC-CUCP

شکل ۸ الگوی خطوط جریان عرضی در موقعیت II (زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه) - شبکه $50 \times 40 \times 60$ ، a: اتلاف مصنوعی اسکالر - بدون تسخیر ورتیسسته، b: اتلاف مصنوعی ماتریسی - بدون تسخیر ورتیسسته، c: طرح کاسپ - بدون تسخیر ورتیسسته، d: اتلاف مصنوعی اصلاح شده اسکالر - با تسخیر ورتیسسته، e: اتلاف مصنوعی اصلاح شده ماتریسی - با تسخیر ورتیسسته، f: طرح کاسپ اصلاح شده - با تسخیر ورتیسسته



(a) شبکه‌ی خشن

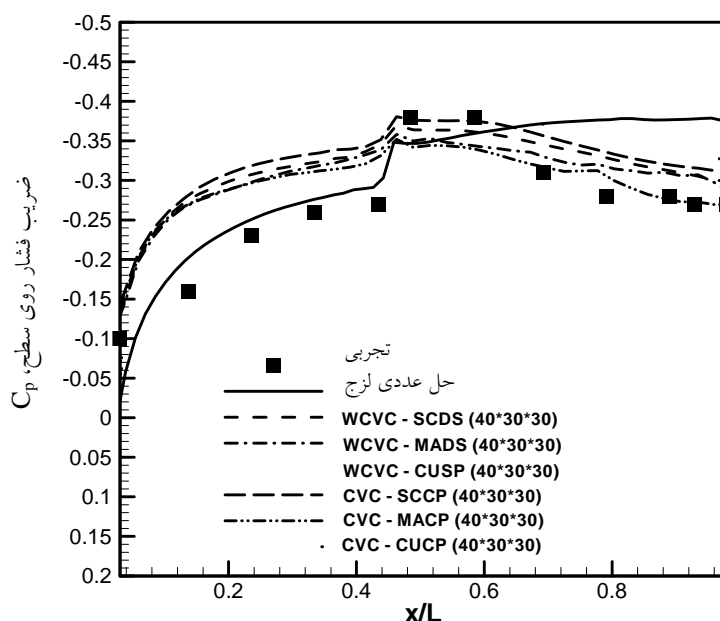


(b) شبکه‌ی ریز

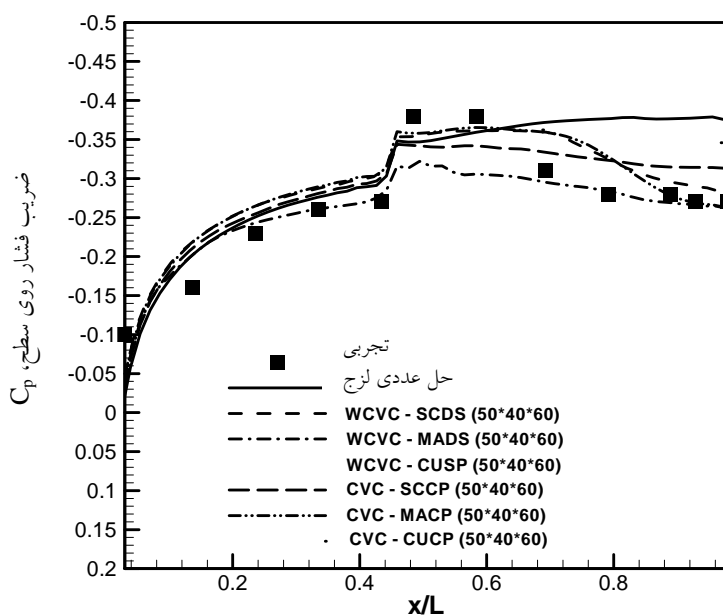
شکل ۹ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار طولی عددی و تجربی در صفحه‌ی پشت به باد (زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه)

کرده است؛ همچنین روند تغییرات طرح CUCP بهتر از دیگر طرح‌ها می‌باشد. نتایج حل عددی به ازای شبکه‌ی ریز، به خصوص در قسمت سیلندری شکل به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌گردد (شکل (b-9)). با این شبکه بندی نیز طرح CUCP در مقایسه با دیگر طرح‌ها، بهترین نتایج را دارد.

توزیع فشار در قسمت سیلندری شکل (موقعیتی که گردابه‌های اولیه و ثانویه رشد کرده و بزرگ می‌شوند) در مقایسه با مقادیر تجربی تا حدودی اختلاف دارد. علت آن این است که از شبکه‌ی خیلی خشن استفاده شده است. در بین حل‌های عددی، طرح CUCP توزیع فشار را بهتر از دیگر طرح‌ها پیش‌بینی



(a) شبکه‌ی خشن



(b) شبکه‌ی ریز

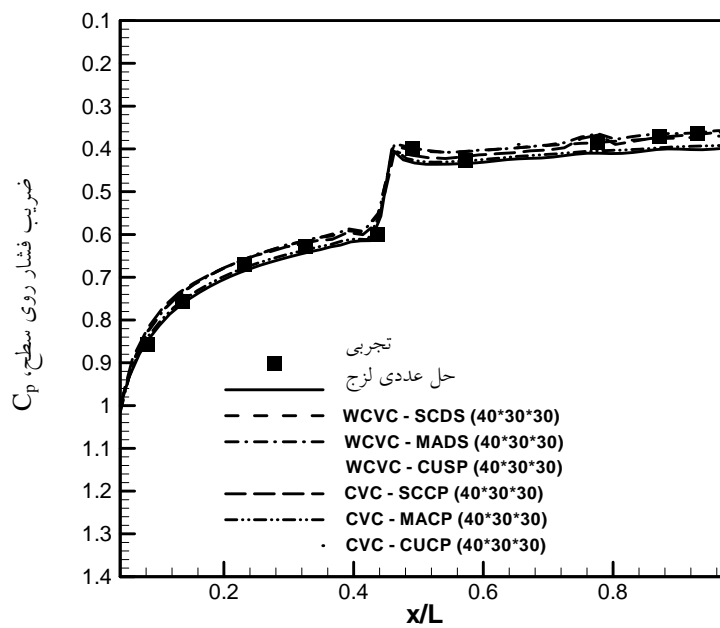
شکل ۱۰ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار طولی عددی و تجربی در صفحه‌ی میانی (زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه)

حاضر، روی قسمت سیلندری، از نتایج RANS بهتر می‌باشد. طرح‌های MACP و CUCP بهترین تطابق را با اطلاعات تجربی دارند. افزایش تعداد نقاط شبکه بر کیفیت نتایج اثر می‌گذارد (شکل (b-۱۰)). روی نوک، نتایج عددی تطابق خوبی با اطلاعات تجربی و RANS دارد؛ درحالی‌که اختلافات روی قسمت سیلندری ظاهر می‌شود. بدون اعمال تسخیر ورتیسیت، نتایج متفاوت

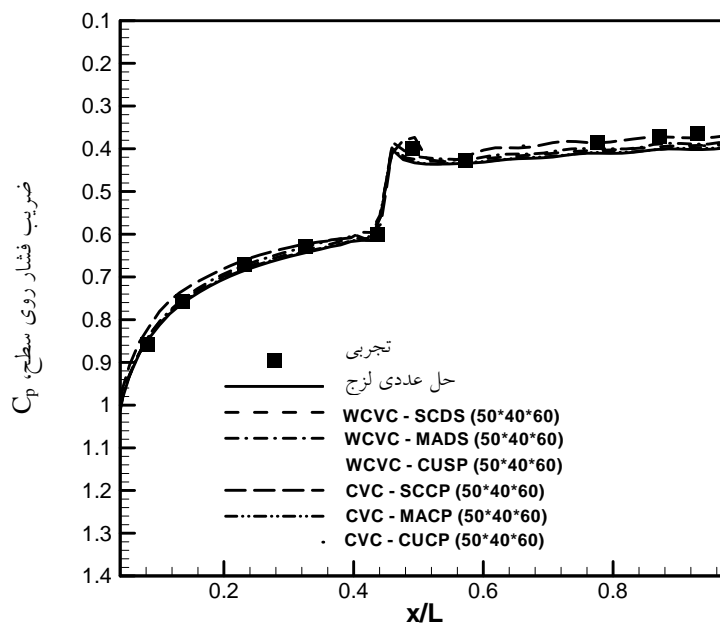
ضریب فشار در صفحه‌ی میانی (صفحه عمود بر صفحه رو به باد- پشت به باد) در شکل (۱۰) نشان داده شده است. توزیع فشار روی نوک به ازای شبکه‌ی خشن، بیش از مقدار تجربی برآورد شده است شکل (a-۱۰). نتایج خوب در این قسمت با استفاده از طرح‌های اتلافی CUSP (بدون اعمال تسخیر ورتیسیت) و CUCP به دست آمده است. از سوی دیگر نتایج

است. بعد از اعمال تسخیر ورتیسیتی به ازای پارامترهای تسخیر متغیر معرفی شده در کار حاضر، بهبود نسبی در نتایج، به خصوص برای MACP و CUCP حاصل می‌شود. علی‌رغم کارایی خوب طرح‌های MACP و

CUCP، به طور کلی زمان اجرای حل عددی آن‌ها به ازای هر گره، $1/25$ برابر بیشتر از مقدار زمان مربوط به طرح SCCP است. علت، مربوط به حاصل ضرب‌های ماتریسی صورت گرفته در این طرح‌ها می‌باشد.



(a) شبکه‌ی خشن

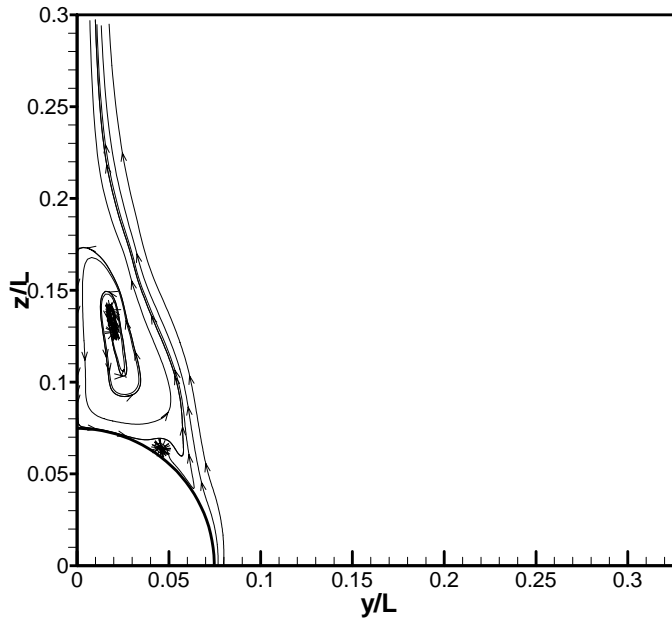


(b) شبکه‌ی ریز

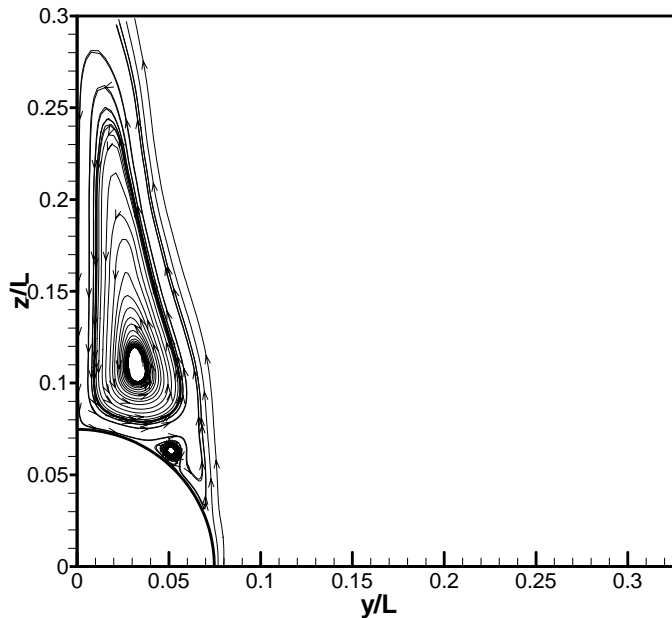
شکل ۱۱ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار طولی عددی و تجربی در صفحه‌ی رو به باد (زاویه حمله ۳۲ درجه)

این صفحه به سطح جسم چسبیده است. این می‌تواند یک آزمایش و محک خوب برای پارامترهای تسخیر متغیر (SCCP، MACP و CUCP) تحت شرایط جریان چسبیده به بدنه باشد.

توزیع فشار، به ازای شبکه‌ی خشن و ریز در صفحه‌ی رو به باد در شکل (۱۱) دیده می‌شود. تمام نتایج، تطابق خیلی خوبی با اطلاعات تجربی داشته و اختلاف آشکاری مشاهده نمی‌شود؛ چرا که جریان در



(a) موقعیت I



(b) موقعیت II

شکل ۱۲ الگوی خطوط جریان عرضی حل لزج (RANS) در زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه [31]
 (a) موقعیت I ($X/D = 3.17$), (b) موقعیت II ($X/D = 6.17$)

جدول ۱ مقایسه‌ی ضرایب نیروی عمودی عددی و تجربی (زاویه‌ی حمله ۳۲ درجه)

روش عددی	$C_n (40 \times 30 \times 30)$	$C_n (50 \times 40 \times 60)$
WCVC-SCDS	4.034530	4.149143
WCVC-MADS	4.068049	4.155090
WCVC-CUSP	4.051840	4.150063
CVC-SCCP	3.977212	4.152829
CVC-MACP	4.064773	4.180526
CVC-CUCP	4.113510	4.170255
RANS [31]	4.185	
نتایج تجربی [32]	4.19	

موقعیت‌های I و II در شکل (۱۲) نشان داده شده است. همان‌طور که قبلاً مشاهده شد، قدرت گردابه‌های اولیه با افزایش فاصله به پایین دست جریان، رشد می‌کند. یک مقایسه بین شکل‌های (۴) و (۱۲) نشان می‌دهد که قدرت گردابه‌ها با افزایش زاویه‌ی حمله نیز رشد می‌یابد. علت این موضوع، کاهش نفوذ جریان محوری در زاویه‌ی حمله بالاتر می‌باشد. به علت این‌که اثرات شبکه قبلاً بررسی شد، نتایج ما در این قسمت متمرکز به شبکه‌ی ریز (50×40×60) خواهد بود.

اثر طرح‌های اتلاف مصنوعی مختلف روی حل با اعمال تسخیر ورتیسیتته (به ازای پارامترهای تسخیر متغیر معرفی شده در کار حاضر) و بدون اعمال تسخیر ورتیسیتته در موقعیت طولی II، در شکل (۱۳) نشان داده شده است. میزان اتلاف و استهلاک در گردابه ثانویه بدون اعمال تسخیر ورتیسیتته، به خصوص برای طرح‌های اتلافی اسکالر و ماتریسی، کاملاً مشهود است (شکل‌های (۱۳-a) تا (۱۳-c)). پس از اعمال تسخیر ورتیسیتته، استهلاک چندانی در گردابه‌ی ثانویه در مقایسه با نتایج RANS شکل (۱۲) دیده نمی‌شود (شکل‌های (۱۳-d) تا (۱۳-f)).

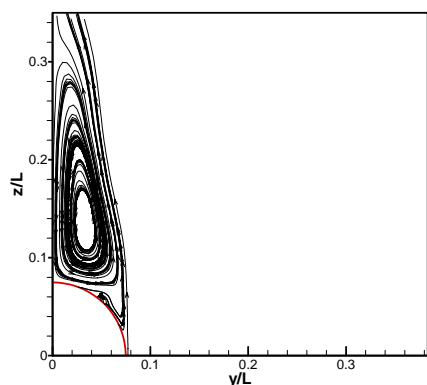
این نتایج، مقایسه‌ی کیفی را نشان می‌دهد. حال به بررسی مقایسه‌ی کمی توزیع ضریب فشار نتایج عددی حاصله با اطلاعات RANS و تجربی می‌پردازیم. توزیع فشار در صفحه‌ی پشت به باد در شکل (۱۴) دیده می‌شود. مشاهده می‌گردد که ضرایب فشار در

در جدول (۱)، ضرایب نیروی عمودی محاسبه شده با تسخیر ورتیسیتته و بدون آن، به ازای شبکه‌های خشن و ریز، مقایسه می‌شود. هم‌چنین این جدول نتایج تجربی و RANS را نمایش می‌دهد. برای شبکه‌ی خشن، مقادیر پیش‌بینی شده‌ی عددی، کم‌تر از مقادیر تجربی می‌باشد. در بین آن‌ها بهترین برآورد مربوط به طرح CUCP، با خطای نسبی ۱/۸٪ می‌باشد. همان‌طور که قبلاً مشاهده شد، میدان جریان و توزیع ضریب فشار به ازای شبکه‌ی ریز، بهبود نسبی می‌یابد که این موضوع در نتایج ضریب نیروی عمودی نیز ظهور پیدا می‌کند. به عنوان مثال، خطای نسبی طرح CUCP حدوداً ۰/۴٪ می‌باشد. دیده می‌شود که به طور کلی، محاسبات عددی روی شبکه‌ی خشن با اعمال تسخیر ورتیسیتته (و پارامترهای تسخیر متغیر)، نتایجی از نظر کیفیت نزدیک به نتایج تجربی و حل RANS می‌دهد. این درحالی است که زمان لازم برای یافتن یک حل همگرا در حل عددی لزج با استفاده از کامپیوتر Pentium III 600 MHz، حدوداً ۶۳ ساعت [31] و زمان حل عددی با استفاده از روش تسخیر ورتیسیتته (CUCP)، به کمک کامپیوتر Pentium IV 2.6 GHz، در حدود ۳ ساعت برآورد شده است.

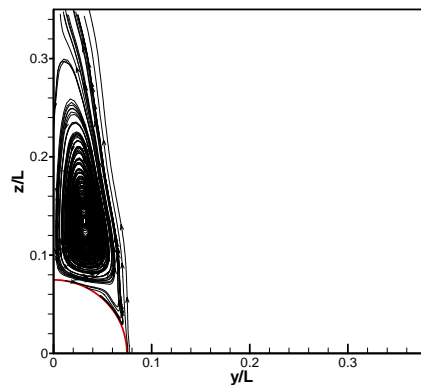
در حالت بعدی، محاسبات عددی میدان جریان حول هندسه فوق، اما در زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه را در نظر می‌گیریم. خطوط جریان صفحه‌ی عرضی در ناحیه‌ی پشت به باد، به ازای حل RANS [31] در

نمایش می‌دهد. بدون اعمال تسخیر ورتیسسته، نتایج بیش از مقدار تجربی پیش‌بینی شده‌اند، اما با اعمال تسخیر ورتیسسته تطابق بهتری حاصل می‌گردد. طرح CUCP بهترین تطابق را (حتی بهتر از نتایج RANS) با اطلاعات تجربی دارد.

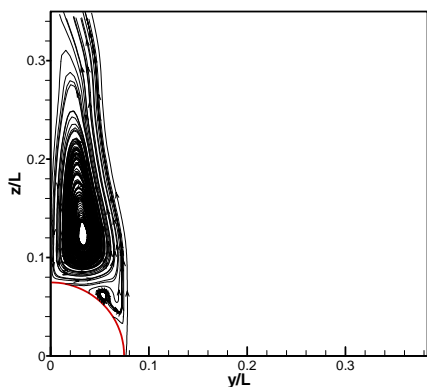
بیشتر نقاط روی بدنه، به خصوص در قسمت سیلندری، کم‌تر از مقادیر تجربی برآورد شده است. به نظر می‌رسد که در میان تمام طرح‌ها، طرح CUCP نقش مهمی در به دست آوردن نتایج مناسب در قیاس با نتایج تجربی دارد. شکل (۱۵) ضریب فشار روی صفحه میانی را



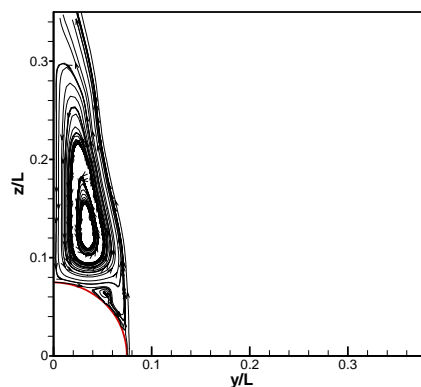
(a) WCVC-SCDS



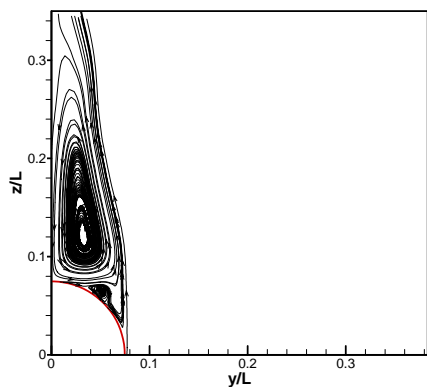
(b) WCVC-MADS



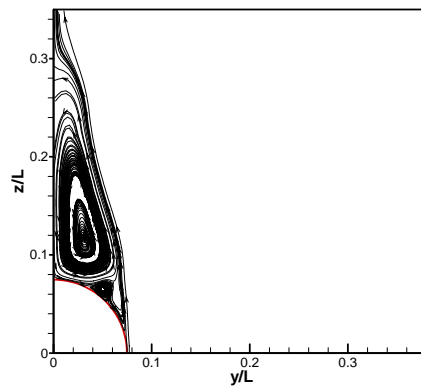
(c) WCVC-CUSP



(d) CVC-SCCP



(e) CVC-MACP

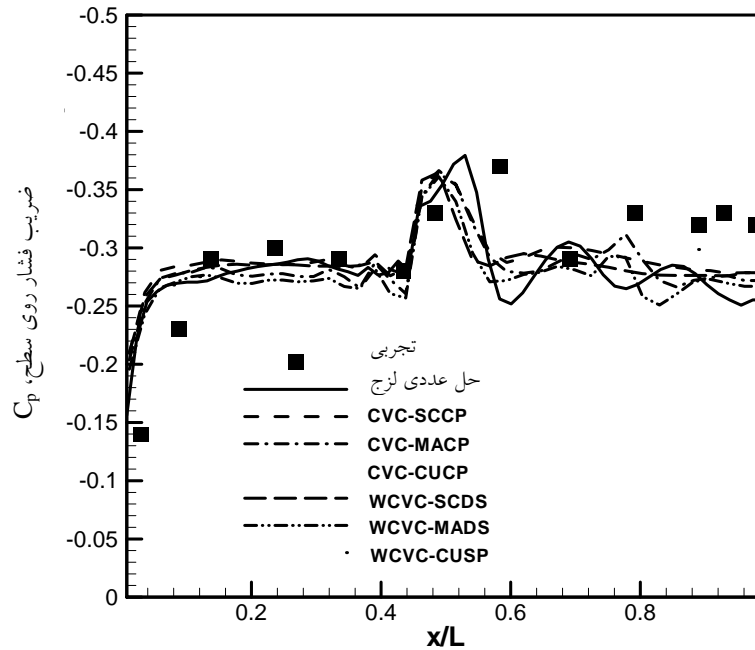


(f) CVC-CUCP

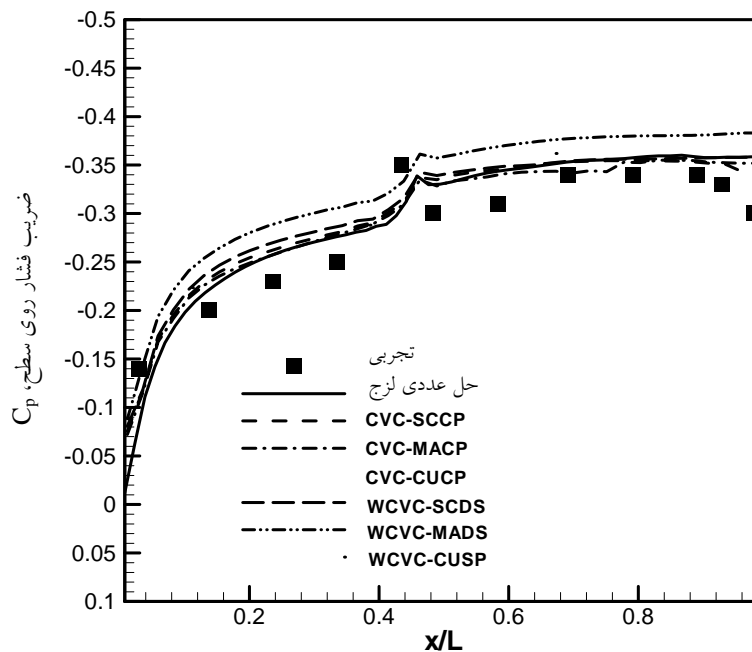
شکل ۱۳ الگوی خطوط جریان عرضی در موقعیت II (زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه) - شبکه $50 \times 40 \times 60$: a: اتلاف مصنوعی اسکالر - بدون تسخیر ورتیسسته، b: اتلاف مصنوعی ماتریسی - بدون تسخیر ورتیسسته، c: طرح کاسپ - بدون تسخیر ورتیسسته، d: اتلاف مصنوعی اصلاح شده اسکالر - با تسخیر ورتیسسته، e: اتلاف مصنوعی اصلاح شده ماتریسی - با تسخیر ورتیسسته، f: طرح کاسپ اصلاح شده - با تسخیر ورتیسسته

تسخیر ورتیسیتته، در قسمت نوک جسم، نتایج مقدار کمی، بیش از مقدار تجربی برآورد شده‌اند که این خطا پس از اعمال تسخیر ورتیسیتته، بهبود یافته است.

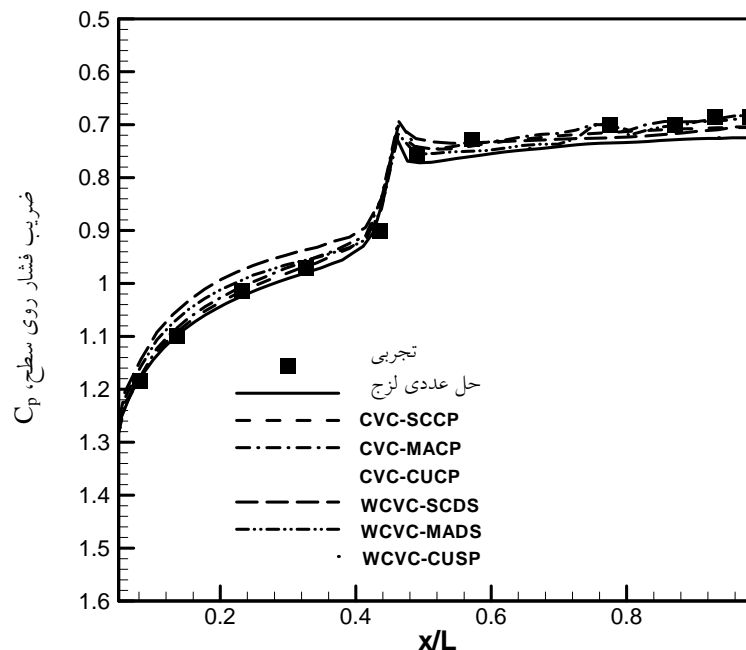
توزیع فشار در صفحه‌ی رو به باد در شکل (۱۶) نشان داده شده است. تمام حل‌های عددی، تطابق خوبی با نتایج تجربی دارند. دیده می‌شود که بدون اعمال



شکل ۱۴ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار طولی عددی و تجربی در صفحه پشت به باد (زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه)



شکل ۱۵ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار طولی عددی و تجربی در صفحه‌ی میانی (زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه)



شکل ۱۶ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار طولی عددی و تجربی در صفحه‌ی رو به باد (زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه)

خلاصه و نتیجه گیری

در کار حاضر، ما به طور موفقیت آمیزی طرح تسخیر ورتیسیته تراکم پذیر هو و هم کارانش [8] را توسعه دادیم. سه پارامتر تسخیر دارای بعد سرعت، بر مبنای سه طرح اتلاف مصنوعی رایج، تعریف شده‌اند. پارامترهای تسخیری به دست آمده، توابعی از شعاع ضمنی ماتریس ژاکوبین شار و ماتریس ژاکوبین شار می‌باشد؛ بنابراین پارامتر تسخیر به طور ضمنی، اثرات اندازه گره و دیگر خواص جریان محلی را داراست.

توانایی و قابلیت پارامترهای تسخیر جدید، برای جریان‌های سه بعدی مافوق صوت، حول یک جسم سیلندری شکل با نوک ضخیم، تحت زوایای حمله ۳۲ و ۴۴ درجه و تحت شرایط گرادیان فشار معکوس بررسی شد. نتایج، بیان‌گر این است که پارامترهای تسخیر جدید، لایه‌های گردابه‌ای را مشابه با طرح تسخیر ورتیسیته هو و هم کارانش [8] تسخیر می‌کند. تسخیر ورتیسیته از استهلاک و پخش شدن گردابه‌ی ثانویه روی شبکه‌ی خشن، در ناحیه‌ی پشت به باد جلوگیری می‌نماید. با ریزتر کردن شبکه‌ی حل، تطابق

ضریب نیروی عمودی محاسبه شده با اعمال تسخیر ورتیسیته و بدون آن، در جدول (۲) با اطلاعات تجربی و RANS مقایسه شده است. بدون اعمال تسخیر ورتیسیته، ضرایب نیروی عمودی (به ازای طرح‌های اتلافی مختلف) کم‌تر از مقدار تجربی، برآورد شده‌اند. در بین این سه طرح اتلاف مصنوعی، طرح CUSP، بهترین تخمین را با خطای نسبی ۰/۷٪ داراست. اعمال تسخیر ورتیسیته باعث بهبود نتایج در مقایسه با مقادیر تجربی می‌گردد. بین نتایج به دست آمده از سه پارامتر تسخیر متغیر معرفی شده، طرح CUCP بهترین برآورد را با خطای نسبی ۰/۳٪ داراست.

روش عددی	$C_n (50 \times 40 \times 60)$
WCVC-SCDS	6.313479
WCVC-MADS	6.331581
WCVC-CUSP	6.334612
CVC-SCCP	6.333272
CVC-MACP	6.345521
CVC-CUCP	6.360148
RANS [31]	6.384
نتایج تجربی [32]	6.380

جدول ۲ مقایسه‌ی ضرایب نیروی عمودی عددی و تجربی (زاویه‌ی حمله ۴۴ درجه)

بهتر نتایج حاصله با اطلاعات تجربی و RANS به خصوص به ازای طرح CUCP، دیده می‌شود. در پایان، زمانی که پارامترهای تسخیر متغیر مورد استفاده قرار می‌گیرد، ثابت تنظیم مساوی یا بزرگ‌تر از مقدار مشابه در تسخیر ورتیسیتی هو و هم‌کارانش می‌باشد. این به آن معنی است که ثابت تنظیم در پارامتر تسخیر متغیر در مقایسه با پارامتر تسخیر ثابت، به واحد

نزدیک‌تر می‌باشد (به خصوص برای طرح‌های MACP و CUCP). هر چند که یافتن پارامتر تنظیم، مانند قبل به قوت خود باقی است. از سوی دیگر، پارامترهای تسخیر MACP و CUCP از نظر عددی هزینه‌بر هستند؛ اما پارامتر تسخیر اسکالر (SCCP)، اقتصادی‌تر می‌باشد.

مراجع

1. Benoit, C., "Numerical Simulation of 2D Blade Vortex Interaction using Moving Overset Grids", in: *25th European Rotorcraft Forum*, Roma, Italy, September, (1999).
2. Ochi, A., Aoyama, T., Saito, S., Shima, E., and Yamakawa, E., "BVI Noise Predictions by Moving Overlapped Grid Method", in: *AHS 55th Annual Forum*, Montréal, Québec, May, (1999).
3. Visbal, M.R., and Gaitonde, D.V., "High-order Accurate Methods for Unsteady Vortical Flows on Curvilinear Meshes", in: *AIAA 36th Aerospace Sciences*, Meeting and Exhibit, Reno, NV, January, (1998).
4. Hu, G., "The Development and Applications of a Numerical Method for Compressible Vorticity Confinement in Vortex-Dominant Flows", Ph.D. Dissertation, Dept. of Aerospace and Ocean Engineering, Virginia Polytechnic Inst. and State Univ., Blacksburg, VA, June, (2001).
5. Steinhoff, J., Wang, C., Underhill, D., Mersch, T., and Wenren, Y., "Computational Vorticity Confinement: A Non-Diffusive Eulerian Method for Vortex-Dominated Flows", UTSI preprint, (1992).
6. Steinhoff, J. and Underhill, D., "Modification of the Euler Equations for Vorticity Confinement Application to the Computation of Interacting Vortex Rings", *Physics of Fluids*, 6, (1994).
7. Steinhoff, J., "Vorticity Confinement: A New Technique for Computing Vortex Dominated Flows", In D.A. Caughey and M.M. Hafez, editors, *Frontiers of Computational Fluid Dynamics*, John Wiley & Sons, West Sussex PO19/1UD, England, (1994).
8. Hu, G., Grossman, B. and Steinhoff, J., "Numerical Method for Vorticity Confinement in Compressible Flow", *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 10, pp.1945-1953, October, (2002).
9. Wenren, Y., Fan, M., Dietz, W., Hu, G., Braun, C., Steinhoff, J. and Grossman, B., "Efficient Eulerian Computation of Realistic Rotorcraft Flows Using Vorticity Confinement—A Survey of Recent Results", in: *39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, January, (2001).
10. Wenren, Y., Steinhoff, J., Wang, L., Fan, M., and Xiao, M., "Application of Vorticity Confinement to the Prediction of the Flow over Complex Bodies", in: *AIAA Fluids 2000*, Denver, CO, June, (2000).

11. Wenren, Y., Fan, M., Wang, L., Xiao, M., and Steinhoff, J., "Application of Vorticity Confinement to Prediction of the Flow over Complex Bodies", *AIAA Journal*, Vol, 41, No. 5, May (2003).
12. Pevchin, S., Grossman, B. and Steinhoff, J., "Capture of Contact Discontinuities and Shock Waves Using a Discontinuity Confinement Procedure", *AIAA* pp. 97-0874, Jan. (1997).
13. Yee, K. and Lee, D.H., "Euler Calculation for a Hovering Coaxial Rotor Flow Field with New Boundary Condition", *Proceeding of the 24th European Rotorcraft Forum*, Marseilles, France, pp. AE-1-AE-10, (1998).
14. Murayama, M., Nakahashi, K. and Obayashi, S., "Numerical Simulation of Vortical Flows using Vorticity Confinement Coupled with Unstructured Grid", *in: 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, January, (2001).
15. Fedkiw, R., Stam, J., and Jensen, H.W., "Visual Simulation of Smoke", *pp. 15-22 in Proc. SIGGRAPH 2001*, Los Angeles, CA (2001).
16. Lohner R. and Yang, C., "Tracking Vortices over Large Distances Using Vorticity Confinement", *ECCOMAS, CFD 2001*, Swansea, Wales, Sept. (2001).
17. Costes, M., and Kowani, G., "An Automatic Anti-Diffusion Method for Vortical Flows Based on Vorticity Confinement", *Aerospace Science and Technology*, 7, pp.11-21, (2003).
18. Malek Jafarian, M., and Pasandideh Fard, M., "Development and Application of Compressible Vorticity Confinement", *Scientia Iranica Journal*, Vol. 14, No. 3, , pp. 251-262, May-June, (2007).
19. Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., "Numerical Simulation of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes", *AIAA* pp. 81-1259, (1981).
20. Jameson, A., "The Present Status, Challenges, and Future Developments in Computational Fluid Dynamics", *Conference, the University of Sydney*, Australia, (1995).
21. Swanson, R.C., and Turkel, E., "On Central-Difference and Upwind Schemes", *J. Comput. Phys.*, 101, pp.292-306, (1992).
22. Tatsumi, S., Martinelli, L., and Jameson, A., "A New High Resolution Scheme for Compressible Viscous Flows with Shocks", *AIAA 95-0466*, 33rd Aerospace science meeting exhibit, January 9-12, Reno, (1995).
23. Allen, H.J., and Perkins, E.W., "A Study of Effects of Viscosity on Flow Over Slender Inclined Bodies of Revolution", *NACA Rep. 1048*, (1951).
24. Thomson, K.D. and Morrison, D.F., "The Spacing, Position and Strength of Vortices in the Wake of Slender Cylindrical Bodies at Large Incidence", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 50, pp.751-783, Dec. (1971).
25. Hunt, B.L. and Dexter, P.C., "Pressure on a Slender Body at High Angle of Attack in a Very Low Turbulence Level Airstream", *AGARD CP 277*, pp. 17, (1978).

26. Dexter, P.C. and Hunt, B.L., "The Effect of Roll Angle on the Flow Over a Slender Body of Revolution at High Angles of Attack", *AIAA* pp. 81-0358, Jan. (1981).
27. Hunt, B.L., "Asymmetric Vortex Forces and Wakes on Slender Bodies", *AIAA* pp. 82-1336, Aug. (1982).
28. Lamont, P.J., "Pressure Around an Inclined Ogive Cylinder with Laminar, Transitional, or Turbulent Separation", *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 5, pp.1492-1499, (1982).
29. Zilliac, G.G., Degani, D. and Tobak, M., "Asymmetric Vortices on a Slender Body of Revolution", *AIAA Journal*, Vol. 29, pp. 667-675, (1991).
30. Levy Y., Hesselink L. and Degani D., "Anomalous Asymmetries in Flows Generated by Algorithms that Fail to Conserve Symmetry", *AIAA Journal*, Vol.33, No.6, pp. 999-1007, June, (1995).
31. Pasandideh Fard, M., and Malek Jafarian, M., "Full Navier-Stokes Computations of Supersonic Flows over a Body at High Angles of Attack and Investigation of Crossflow Separation", *Scientia Iranica Journal*, Vol. 11, No. 4, pp. 339-350, October, (2004).
32. Landrum, E.J. and Babb, C.D., "Wind-Tunnel Force, Pressure and Flow Visualization Data at Mach Numbers From 1.6 to 4.63 for a series of Bodies of Revolution at Angle of Attack From -4 to 60 deg", NASA-TM-X-3558, Oct. 1977, and NASA-TM-78813, March, (1979).
33. Dietz, W., Fan, M., Steinhoff, J. and Wenren, Y., "Application of Vorticity Confinement to the Prediction of the Flow over Complex Bodies", *AIAA Paper*, 2001-2642, (2001).
34. Baysal, O., Fouladi, K., and Miller, D.S., "Computations of Supersonic Flows over a Body at High Angle of Attack", *AIAA Journal*, Vol.27, No.4, pp. 427-437, April, (1989).