

## مدل سازی قطره پایدار معلق در بخار به کمک روش شبکه بولتزمان\*

(یادداشت پژوهشی)

احسان امیری راد<sup>(۱)</sup>

**چکیده** پس از تعریف حالت تعادل براساس تابع انرژی آزاد مناسب و تلفیق آن با الگوریتم شبکه بولتزمان، سیستم دوفازی بخار - مایع مدل سازی شده است که رفتار آن از معادلات پیوستگی و ناویر - استوکس پیروی می کند. به کمک مدل توسعه یافته ابتدا سطح تماس مسطح (Planar Interface) حل شده و نتایج با نتایج تئوری مقایسه گردیده است. سپس قطره معلق در فضای بخار تحت بررسی قرار گرفته و نتایج به دست آمده برای قطره پایدار با نتایج تئوری مقایسه شده است.

**واژه های کلیدی** شبکه بولتزمان، انرژی آزاد، سیستم دوفازی، قطره پایدار.

## Modeling of a Stable Droplet Suspended in Vapor by Lattice Boltzmann Method

E. Amiri Rad

**Abstract** In this paper, by defining an appropriate free energy function and integrate that with a Lattice Boltzmann algorithm; a two-phase system of vapor and liquid is modeled where the flow is governed by the continuity and Navier-Stokes equations. Using the developed model, initially a planar interface is modeled and outputs are compared with theoretical results. Then a droplet which is suspended in bulk vapor is investigated and equilibrium conditions of the droplet are compared with theoretical results.

**Key Words** Lattice Boltzmann, Free Energy, Two Phase System, Stable Droplet.

---

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۴/۱۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۲/۱۲ می باشد.

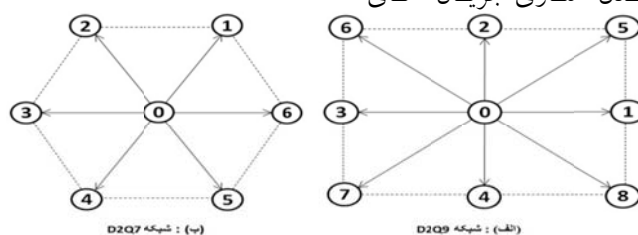
(۱) استاد یار مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری. [a.amirirad@hsu.ac.ir](mailto:a.amirirad@hsu.ac.ir)

## مقدمه

تک فاز با هندسه های پیچیده تأیید شده است [8, 9]. هم چنین روش شبکه بولتزمان در مدل سازی جریان های چندفازی نتایج قابل قبولی ارائه داده است [10-12]. به منظور مدل سازی جریان های دوفازی چندین رویکرد مختلف براساس روش شبکه بولتزمان ارائه شده است که مشهورترین آنها روش ارائه شده توسط گانشتن و همکاران [13]، روش ارائه شده توسط شان و چن [14,15] و روش معرفی شده توسط سویفت و همکارانش می باشد [16,17]. سویفت و همکارانش جریان دوفازی را براساس یک شبکه 6 وجهی و به کمک یک تابع انرژی آزاد که کنترل کننده شرایط تعادل سیال می باشد مدل نموده اند. در تحقیق حاضر با استفاده از یک شبکه 8 وجهی و به کمک یک تابع انرژی آزاد، جریان بخار-مایع دوفازی براساس مدل توسعه یافته یک قطره پایدار معلق در بخار هم جنس مدل شده است و اعتبار نتایج حاصل مورد بررسی قرار گرفته است.

## تشریح شبکه بولتزمان برای سیال دوفازی

مدل های شبکه بولتزمان می توانند بر روی شبکه های متفاوتی اعمال شوند. شکل (1) نشان دهنده دو شبکه معمول مورد استفاده در هندسه های دوبعدی می باشد که در آن پیکانها نشانگر سرعت های مختلف شبکه می باشند. هر دو شبکه دارای سرعت صفر  $C_0$  می باشند. در شبکه D2Q7 با هندسه 6 وجهی هر گره دارای 6 همسایه می باشد. در حالی که در شبکه D2Q9 با هندسه مستطیلی هر گره دارای 8 همسایه می باشد که آن را مشابه شبکه عمومی کارتیزین نموده است.



شکل 1 شبکه های دوبعدی معمول مورد استفاده در روش شبکه بولتزمان

مدل سازی دینامیک قطرات در سیستم های دوفازی دارای کاربرد زیادی در محدوده وسیعی از مسائل تحقیقاتی و صنعتی از قبیل شکست، برخورد و ادغام قطرات، می باشد. با توجه به اهمیت پدیده های مرتبط با دینامیک قطرات، مدل سازی های تجربی و عددی متعددی از این پدیده ها صورت گرفته است. گام اول در این مسیر مدل کردن یک قطره پایدار می باشد که کمتر مورد توجه قرار گرفته است. بررسی پایداری قطره اولین بار توسط گیبس مورد بحث قرار گرفت [1, 2]. وی شرایط پایداری قطره در یک سیستم هم دما و نامحدود را براساس رابطه کلونین بیان نمود. هم چنین شرایط پایداری قطره در یک سیستم محدود بررسی شده است که برای مثال در موضوع جوانه زایی کاربرد دارد [3,4]. مدل سازی صحیح سطح تماس یکی از چالش های اساسی در مدل سازی جریان های دوفازی می باشد. یکی از راهکارهای مدل سازی دقیق تر سطح تماس در نظر گرفتن آن به صورت پخش و غیرتیز (Diffuse-interface) می باشد. براساس ترکیب این روش یا شبکه بولتزمان چندین رویکرد مختلف برای مدل سازی جریان های دوفازی ارائه شده است [5-7].

روش شبکه بولتزمان در حد واسط روش های میکروسکوپی و ماکروسکوپی یا به اصطلاح در زیرمجموعه روش های مزوسکوپی (Mesoscopic) طبقه بندی می شود. این روش براساس یک سری قوانین برخورد که متضمن پایستاری جرم و انرژی محلی می باشند می تواند معادلات ناویر-استوکس را مدل سازی نماید [8]. در تحقیقات متعددی کاربرد روش شبکه بولتزمان در مدل سازی جریان های

این معادلات چگالی سیال و سرعت جریان می‌باشند که به کمک روابط زیر به تابع توزیع مرتبط می‌شود.

$$\rho = \sum_i f_i \quad , \quad \rho u_j = \sum_i f_i c_{ij} \quad (5)$$

در روابط فوق  $c_{ij}$  تانسور سرعت شبکه می‌باشد. از آن‌جا که معادلات فوق همواره برقرارند روابط زیر را می‌توان برای ممان مرتبه اول و دوم تابع توزیع به دست آورد.

$$\sum_i f_i^0 = \rho \quad , \quad \sum_i f_i^0 c_{ij} = \rho u_j \quad (6)$$

با توجه به معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس، ممان دوم تابع توزیع به صورت زیر تعریف می‌شود [16]:

$$\sum_i f_i^0 e_{ij} e_{ik} = P_{jk} + \rho u_j u_k \quad (7)$$

که در آن  $P_{jk}$  تانسور فشار می‌باشد.

هم‌چنین ممان سوم تابع توزیع تعادلی به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد [16]:

$$\sum_i f_i^0 c_{ij} c_{ik} c_{im} = \frac{\rho c^2}{3} (u_j \delta_{km} + u_k \delta_{jm} + u_m \delta_{jk}) \quad (8)$$

شرایط تعادل یک سیستم تک‌جزئی و دوفاز می‌تواند توسط تابع انرژی آزاد لاندو (Landau) به صورت زیر تعریف شود [18]:

$$\Psi = \int \left( \psi(T, \rho) + \frac{\kappa}{2} (\nabla \rho)^2 \right) dV \quad (9)$$

قسمت دوم از انتگرال اول معادله (۹) تأثیر گرایان چگالی را در تغییرات انرژی آزاد نشان می‌دهد.  $\psi(T, \rho)$  چگالی حجمی انرژی آزاد می‌باشد و برای یک سیال و اندروالس به صورت زیر

سویفت و همکارانش در جهت مدل‌سازی جریان دوفازی از هندسه ۶ وجهی D2Q7 استفاده نموده‌اند [16,17]. با توجه به دقیق‌تر و پایدارتر بودن شبکه ۸ وجهی D2Q9 در این تحقیق از این شبکه استفاده شده است. معادله اساسی شبکه بولتزمان که در واقع معادله گسسته بولتزمان می‌باشد با ضریب تخفیف یکتا به صورت زیر ارائه شده است [8, 9]:

$$f_i(\bar{x} + \bar{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\bar{x}, t) = -\frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^0) \quad (1)$$

که در آن  $\bar{x}$  بردار مکان،  $\bar{c}_i$  بردار سرعت،  $t$  زمان و  $\tau_f$  پارامتر تخفیف می‌باشد.  $f_i(\bar{x}, t)$  نشان‌دهنده تابع توزیع ذرات با سرعت گسسته  $\bar{c}_i$  است و  $f_i^0$  نشان‌دهنده تابع توزیع تعادلی محلی می‌باشد.

با استفاده از یک تابع توزیع تعادلی مناسب، معادله (۱) می‌تواند دینامیک حاکم بر سیال غیرایده‌آل دوفازی را توصیف نماید. در مرجع [9] نشان داده شده است که معادله (۱) منجر به معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس به شرح زیر می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u}_i = 0 \quad (2)$$

که در آن  $\rho$  چگالی سیال،  $\mathbf{u}_i$  بردار سرعت،  $v$  لزجت برشی و  $\lambda$  تابع چگالی می‌باشد که به صورت زیر قابل محاسبه هستند [17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p_0}{\partial x_i} + v \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda(\rho) \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} \right) \\ &- \left( \tau_f - \frac{1}{2} \right) \frac{dp_0}{d\rho} \Delta t \frac{\partial}{\partial x_j} \left( u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{2\tau_f - 1}{8} c^2 \Delta t \quad , \quad \lambda(\rho) \\ &= \left( \tau_f - \frac{1}{2} \right) \Delta t \left( \frac{c^2}{2} - \frac{dp_0}{d\rho} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $c$  سرعت شبکه است. پارامترهای اساسی

قابل تعریف است [19]:

$$\psi(T, \rho) = \phi \left( \rho^2 - 2\rho\rho_c - \rho_c^2 (1 - \beta\tau) \right)^2 - p_c (1 - \beta\tau)^2 + 4 \frac{\rho p_c}{\rho_c} (1 - \beta\tau) \quad (10)$$

به کمک روش تشریح شده در بخش قبل جریان دوفازی بخار - مایع برای  $p_c = 1/8$ ,  $\rho_c = 7/2$ ,  $\phi = 833 \times 10^{-6}$  و  $\beta\tau = 0.03$  مدل سازی گردیده است و نتایج حاصل از آن در ادامه ارائه می گردد.

که در آن فشار بحرانی،  $\rho_c$  چگالی بحرانی و  $\phi$  و  $\beta$  ثابت هستند. هم چنین  $\tau = \frac{T_c - T}{T_c}$  که در آن  $T_c$  دمای بحرانی است و در شرایط  $T < T_c$  دو فاز مجزا به وجود می آید. انرژی آزاد از طریق تانسور فشار بر الگوریتم حل مؤثر است. رابطه می ان تانسور فشار و انرژی آزاد به صورت زیر تعریف می گردد [20]:

**سطح تماس مسطح.** در اولین گام یک سیستم دوفازی با سطح تماس مسطح و شرایط مرزی پرپودیک برای شبکه  $128 \times 128$  تحت بررسی قرار گرفته است. همان طور که گفته شد، در شرایط  $T < T_c$  دو فاز به وجود می آید که چگالی آنها در این حالت معادل چگالی اشباع مایع و بخار و برابر با  $\rho_G = \rho_c (1 - \sqrt{\beta\tau})$  و  $\rho_L = \rho_c (1 + \sqrt{\beta\tau})$  می باشد [22].

$$P_{ij} = p(\bar{x}) \delta_{ij} + \kappa \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \quad (11)$$

شکل (۲) نشان دهنده توزیع چگالی سیال محاسبه شده توسط روش شبکه بولتزمان برای حالت های مختلف  $\kappa$  می باشد. توزیع چگالی سیال در این حالت براساس مدل واندروالس به صورت زیر قابل محاسبه است [22]:

که در آن  $\kappa$  ثابت موینگی است. هم چنین:

$$\rho(z) = \rho_c \left( 1 + \sqrt{\beta\tau} \tanh \left( \frac{z}{2h} \right) \right) \quad (15)$$

$$p(\bar{x}) = p_0 - \kappa \rho \nabla^2 \rho - \frac{\kappa}{2} |\nabla \rho|^2 \quad (12)$$

به کمک معادله حالت زیر قابل محاسبه است [21]:

در رابطه فوق  $z$  نشان دهنده مکان بر روی محور عمود بر سطح تماس و  $h = \frac{1}{\rho_c} \sqrt{\frac{\kappa}{8\phi\beta\tau}}$  نشان دهنده ضخامت سطح تماس می باشد.

$$p_0 = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} - \psi \quad (13)$$

تابع توزیع تعادلی را می توان به صورت تابعی درجه دوم از سرعت نوشت:

در شکل (۳) درصد خطای می ان چگالی محاسبه شده براساس شبکه بولتزمان و نتایج تئوری نشان داده شده است که حداکثر ۰/۱۶ درصد خطا را نشان می دهد.

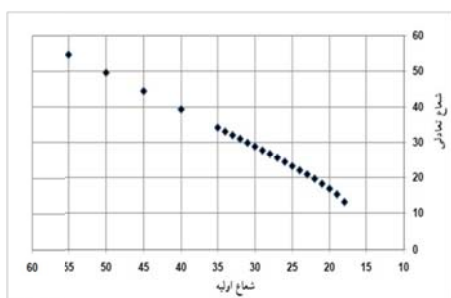
$$f_i^0 = A + B u_j c_{ij} + C u^2 + D u_j u_k c_{ij} c_{ik} + G_{jk} c_{ij} c_{ik} \quad (14)$$

هم چنین در جدول (۱) ضخامت محاسبه شده سطح تماس دو فاز براساس روش شبکه بولتزمان با مقادیر تئوری مقایسه شده است که نشان دهنده حداکثر ۲/۵ درصد خطا می باشد.

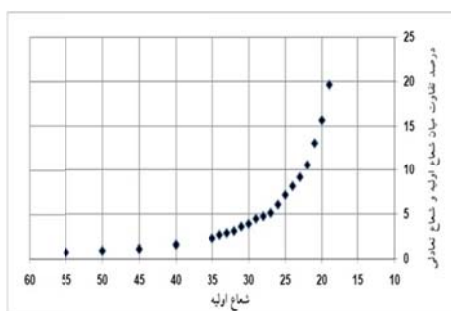
با جای گذاری این معادله در روابط (۸-۶)، تانسور  $G$  و ضرایب ثابت  $A$ ،  $B$  و  $C$  قابل محاسبه می باشند [21].

### بررسی نتایج

می‌رسد فشار داخل قطره و فشار بخار اطراف آن بالاتر از فشار اشیاع متناظر آن خواهد بود و شعاع قطره نیز نسبت به مقدار اولیه تغییر خواهد نمود. در شکل (۴) شعاع تعادلی قطرات برحسب مقادیر شعاع اولیه نمایش داده شده است. در شکل (۵) درصد تفاوت شعاع تعادلی با شعاع اولیه نمایش داده شده است که نشان می‌دهد با افزایش شعاع اولیه می‌توان تغییرات آن تا رسیدن به شعاع تعادلی کاهش می‌یابد.



شکل ۴ شعاع تعادلی قطره برحسب شعاع اولیه



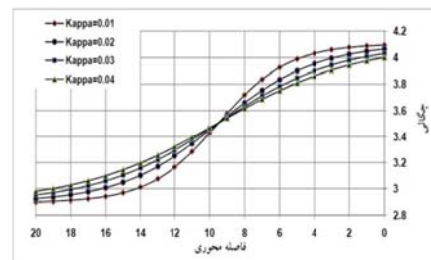
شکل ۵ درصد تفاوت شعاع تعادلی و شعاع اولیه قطره

کشش سطحی قطره را می‌توان براساس رابطه زیر محاسبه نمود [1]:

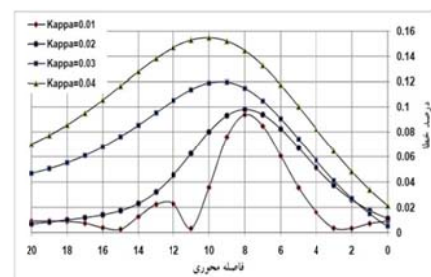
$$\sigma = R_{eq}(P_L - P_G) \quad (16)$$

در رابطه فوق  $R_{eq}$  شعاع تعادلی قطره  $P_L$  فشار داخل قطره و  $P_G$  شعاع بخار اطراف قطره می‌باشد. هم‌چنین کشش سطحی به کمک رابطه تئوری زیر قابل محاسبه می‌باشد [18].

$$\sigma = \frac{4}{3} \rho_c^3 \sqrt{2(\beta\tau)^3 \phi\kappa} \quad (17)$$



شکل ۲ تغییرات پروفیل چگالی در سطح تماس صفحه‌ای برای ثابت‌های موینگی مختلف



شکل ۳ خطای پروفیل چگالی در سطح تماس صفحه‌ای برای ثابت‌های موینگی مختلف

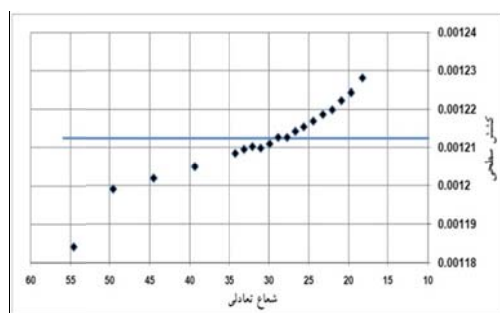
جدول ۱ مقایسه ضخامت سطح تماس تئوری و

نتایج شبکه بولتزمان

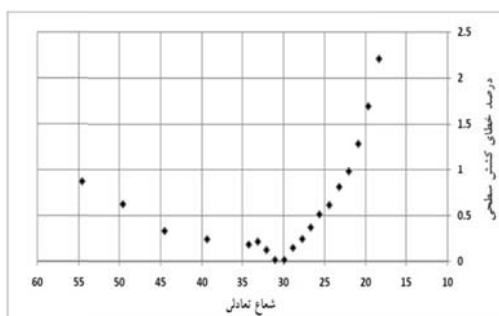
ضریب موینگی ( $K$ )	ضخامت سطح تماس شبکه بولتزمان (واحد شبکه)	ضخامت سطح تماس تئوری (واحد شبکه)	خطا (%)
0.01	2.79	2.86	2.48
0.02	3.95	4.04	2.18
0.03	4.83	4.95	2.50

### مدل‌سازی قطره پایدار

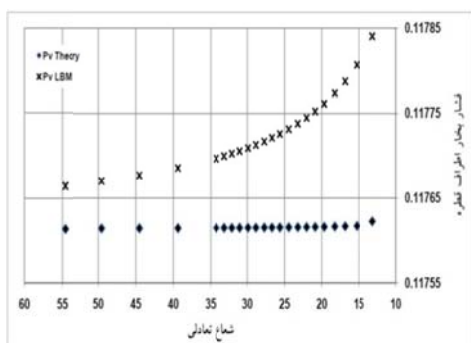
در این قسمت یک قطره پایدار در حالت سکون و معلق در بخار، در غیاب جاذبه به‌کمک روش شبکه بولتزمان برای  $K = 0.01$  مدل‌سازی شده است. در این بخش شعاع اولیه قطره از ۱۷ تا ۵۵ تغییر نموده است. شایان ذکر است قطراتی با شعاع اولیه کمتر از ۱۷ پایدار نیستند و تبخیر می‌شوند. هم‌چنین چگالی اولیه قطره مایع و بخار اطراف به ترتیب گرفته شده است. پیر واضح است که براساس رابطه کلونین در شرایطی که قطره به حالت تعادل پایدار



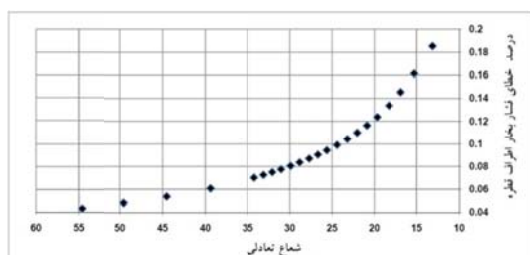
شکل ۶ مقایسه کشش سطحی محاسبه شده از روش شبکه بولتزمن برای شعاع های مختلف با کشش سطحی تئوری برای سطح صاف



شکل ۷ خطای کشش سطحی محاسبه شده از روش شبکه بولتزمن برحسب شعاع



شکل ۸ مقایسه فشار بخار محاسبه شده از روش شبکه بولتزمن با مقادیر تئوری



شکل ۹ درصد خطای فشار بخار

در شکل (۶) کشش سطحی محاسبه شده براساس نتایج شبکه بولتزمن (رابطه ۱۵) با نتیجه تئوری مورد انتظار مقایسه شده است. همچنین در شکل (۷) درصد خطای محاسبه کشش سطحی نمایش داده شده است که حداکثر مقدار آن کمتر از ۲/۵ درصد می باشد.

فشار بخار اطراف قطره کروی در شرایط هم دما از رابطه زیر قابل پیش بینی می باشد [1]:

$$P_G = P_s \exp\left(\frac{\sigma v_s^L}{kTR_{eq}}\right) \quad (18)$$

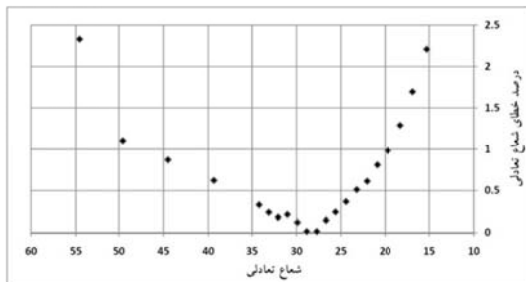
که در آن اندیس  $s$  بر شرایط اشباع دلالت دارد. همچنین فشار داخل قطره در این حالت بزرگ تر از فشار اشباع متناظر است و از رابطه زیر محاسبه می گردد [22]:

$$P_L = P_s + \frac{P_s v_s^G}{v_s^L} \ln\left(\frac{P_G}{P_s}\right) \quad (19)$$

در روابط فوق  $R_{eq}$  شعاع تعادلی قطره می باشد که به کمک رابطه زیر قابل محاسبه است [1]:

$$R_{eq} = \frac{\sigma}{P_L - P_G} \quad (20)$$

با توجه به روابط فوق و به جهت تأیید صحت نتایج حاصل از روش شبکه بولتزمن، شعاع تعادلی حاصل از مدل سازی شبکه بولتزمن را در رابطه (۱۸) قرار می گیرند و به کمک آن فشار بخار اطراف محاسبه می شود. شکل (۸) نشان دهنده فشار محاسبه شده توسط رابطه (۱۸) در مقایسه با فشار بخار حاصل از مدل سازی شبکه بولتزمن می باشد. میزان خطای موجود در شکل (۹) نشان داده شده است که حداکثر مقدار آن کمتر از ۰/۲ درصد می باشد که با افزایش شعاع مقدار آن کمتر هم می شود.



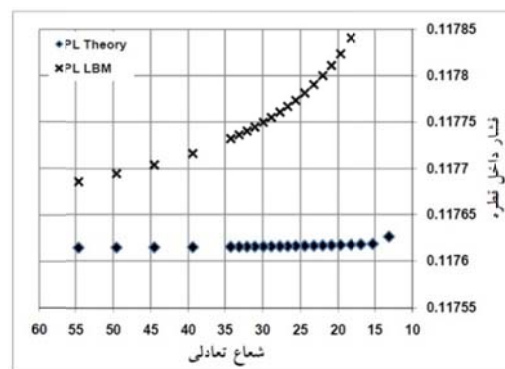
شکل ۱۲ خطای شعاع تعادلی نسبت به مقدار تئوری

مجموعه این نتایج به خوبی نشان می‌دهد شبکه بولتزمن به خوبی و با دقت بسیار بالا قادر به مدل‌سازی یک سیستم دوفازی مایع - بخار می‌باشد.

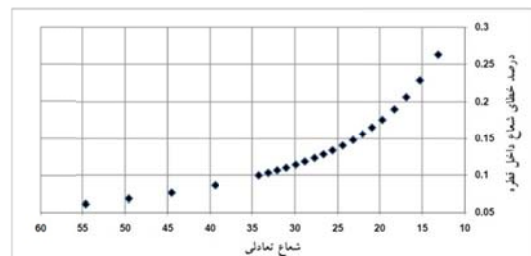
### بررسی تأثیر ضریب تخفیف

روند تغییرات از شرایط اولیه تا شرایط تعادلی نهایی، پایداری حل و زمان رسیدن به تعادل کاملاً تحت تأثیر ضریب تخفیف  $\tau_f$  قرار می‌گیرد. انتخاب ضریب تخفیف مناسب تأثیر شگرفی بر پایداری حل و هم‌چنین کاهش زمان هم‌گرایی حل خواهد داشت. برداشت عمومی این است که ضریب تخفیف‌های پایین سبب نوسانی شدن حل می‌شوند اما از طرف دیگر انتخاب ضریب تخفیف بزرگ زمان هم‌گرایی حل را افزایش می‌دهد. بنابراین یافتن ضریب تخفیف مناسب در حل به‌روشنی شبکه بولتزمن از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. شکل‌های (۱۴ و ۱۳) نشان‌دهنده تغییرات پروفیل چگالی سطح تماس مسطح در زمان‌های مختلف برای دو ضریب تخفیف بسیار پایین و بسیار بالای ۰/۶۵ و ۱۰ می‌باشند. واضح است که ضریب تخفیف کمتر سبب ایجاد نوسانات زیادی در حل می‌گردد و کاهش بیشتر آن منجر به ناپایداری حل می‌شود. اما ضریب تخفیف‌های بالاتر پایداری بیشتری را سبب می‌شوند. البته این پایداری بیشتر معمولاً با افزایش زمان حل همراه است. در شکل (۱۵) زمان رسیدن به حل پایدار هندسه

در مرحله بعد به کمک فشار بخار حاصل از رابطه (۱۸) و جای‌گذاری آن در رابطه (۱۹)، فشار داخل قطره محاسبه و نتیجه آن با فشار قطره حاصل از مدل‌سازی شبکه بولتزمن مقایسه شده است (شکل ۱۰). هم‌چنین میزان درصد خطای آن در شکل (۱۱) نشان داده شده است که حداکثر مقدار آن کمتر از ۰/۳ درصد است و مانند فشار بخار با افزایش شعاع میزان این خطا نیز کاهش می‌یابد.



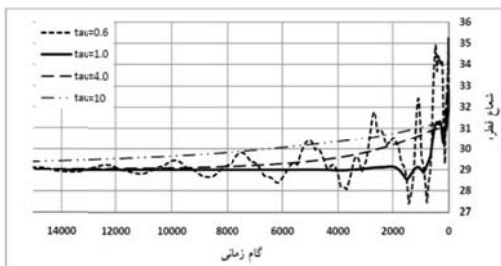
شکل ۱۰ مقیاسه فشار داخل قطره محاسبه‌شده از روش شبکه بولتزمن با مقادیر تئوری



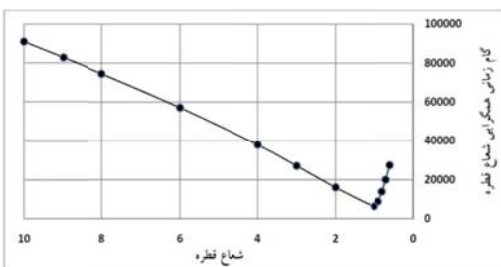
شکل ۱۱ درصد خطای فشار داخل قطره

نهایتاً با استفاده از فشار بخار و فشار قطره محاسبه‌شده توسط روابط (۱۸ و ۱۹) و کشش سطحی تئوری، شعاع تعادلی قطره محاسبه و نتیجه با شعاع نهایی به دست‌آمده از مدل‌سازی شبکه بولتزمن قیاس شده است. میزان خطای موجود در شکل (۱۲) نمایش داده شده است که حداکثر مقدار آن کمتر از ۲/۵ درصد می‌باشد.

تخفیف از نوسانات حل کاسته شده است؛ اما از طرف دیگر افزایش ضریب تخفیف شیب تغییرات شعاع به سمت شعاع تعادلی را کاهش داده است که این به معنای افزایش زمان هم‌گرایی است. در شکل (۱۷) زمان هم‌گرایی حل برای ضرایب مختلف تخفیف نشان داده شده است.



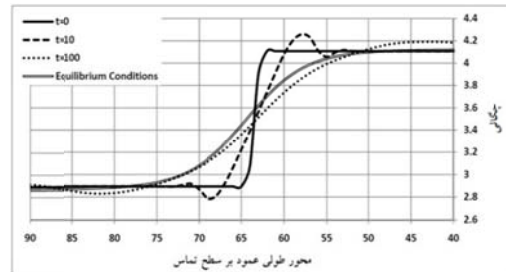
شکل ۱۶ تغییرات شعاع قطره برحسب زمان برای ضریب تخفیف‌های مختلف



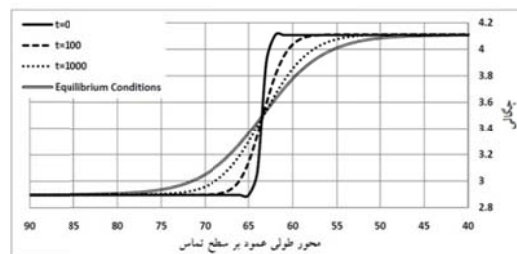
شکل ۱۷ زمان هم‌گرایی حل برای قطره معلق در بخار برحسب ضریب‌های مختلف تخفیف

با توجه به این نمودارها هم‌زمان با افزایش ضریب تخفیف از مقادیر بسیار کوچک تا مقادیر بسیار بزرگ با دو روند مختلف مواجهیم. برای ضریب تخفیف‌های کوچک با افزایش ضریب تخفیف و کاهش نوسانات به تدریج زمان هم‌گرایی حل نیز کاهش می‌یابد؛ اما پس از کاهش نسبی نوسانات شاهد وقوع یک مینیمم می‌باشد و از آن پس هم‌زمان با افزایش ضریب تخفیف زمان هم‌گرایی حل نیز افزایش می‌یابد. به این صورت برای هر مسأله می‌توان ضریب تخفیف مناسب را که ضمن پایداری، حداقل زمان هم‌گرایی را نیز داشته باشد به‌دست

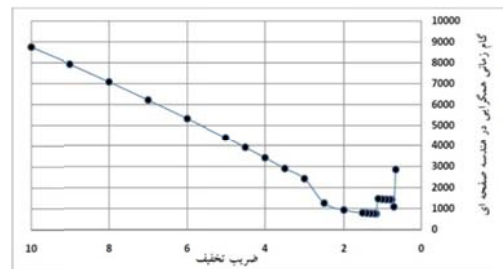
صفحه‌ای برای ضریب‌های مختلف تخفیف نمایش داده شده است.



شکل ۱۳ پروفیل چگالی هندسه صفحه‌ای در زمان‌های مختلف برای ضریب تخفیف ۰.۶۵



شکل ۱۴ پروفیل چگالی هندسه صفحه‌ای در زمان‌های مختلف برای ضریب تخفیف ۱۰



شکل ۱۵ زمان هم‌گرایی حل برحسب تغییرات ضریب تخفیف برای هندسه صفحه‌ای

هم‌چنین مشابه تحلیل فوق برای قطره مدل‌سازی شده در بخش قبل تکرار می‌شود. در این بخش معیار هم‌گرایی و اتمام حل رسیدن شعاع به شرایط تعادلی آن در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۱۶) تغییرات شعاع قطره تا زمان تعادل براساس ضرایب مختلف تخفیف نمایش داده شده است. در این حالت نیز مانند هندسه صفحه‌ای با افزایش ضریب



کاملاً مورد تأیید می‌باشد. هم‌چنین تحلیلی بر چگونگی انتخاب ضریب تخفیف صورت گرفته و براساس آن برای هر مسأله مناسب‌ترین ضریب تخفیف که علاوه بر پایداری حل، زمان مینیمم هم‌گرایی را نیز نتیجه می‌دهد انتخاب شده است. از مجموعه نتایج فوق چنین بر می‌آید که روش شبکه بولتزمان می‌تواند ابزاری قدرتمند برای مدل‌سازی مسائل پیچیده جریان دوفازی در اختیار محققان و مهندسان قرار دهد. در گام‌های بعدی به کمک مدل توسعه یافته می‌توان به تحلیل پدیده‌هایی از قبیل شکست و انعقاد قطرات، تبخیر و تقطیر هم‌دما و از این قبیل که حل آنها با روش‌های معمول CFD بسیار مشکل و بعضاً غیردقیق می‌باشد، پرداخت.

آورد. در قسمت‌های قبل براساس تحلیل این بخش ضریب تخفیف مناسب انتخاب و مسأله براساس آن حل شده است.

### بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک سیستم دوفازی بخار-مایع به کمک یک شبکه ۸ وجهی و با روش شبکه بولتزمان براساس مدل سوئیفت مدل‌سازی شده است. به کمک مدل توسعه یافته ابتدا سطح تماس مسطح مدل‌سازی شده و میزان خطای آن نسبت به نتایج تئوری سنجیده شده است که نشان‌گر توانمندی بالای روش می‌باشد. در مرحله بعدی یک قطره معلق در فضای بخار مورد بررسی قرار گرفته که در این بخش نیز درصد خطای مشاهده شده بسیار پایین بوده است و صحت نتایج

### مراجع

1. McGaughey, A.J.H. and Ward, C.A., "Droplet stability in a finite system: Consideration of the solid-vapor interface", *Journal of applied physics*, Vol. 93, No. 6, pp. 3619-3626, (2003).
2. Toxvaerd, S., "Molecular-dynamics simulation of homogeneous nucleation in the vapor phase", *J. Chem. Phys.*, Vol. 115, pp. 8913-8920, (2001).
3. Rao, M. and Berne, B.J., "Nucleation in finite systems: Theory and computer simulation" *Astrophysics and Space Science*, Vol. 65, No. 1, pp. 39-46, (1979).
4. Reiss, H. and Koper, G.J.M., "The Kelvin Relation: Stability, Fluctuation, and Factors Involved in Measurement", *J. Phys. Chem.*, Vol. 99, No. 19, pp. 7837-7844, (1995).
5. He, X. and Doolen G.D., "Thermodynamic Foundations of Kinetic Theory and Lattice Boltzmann Models for Multiphase Flows", *J. Stat. Phys.*, No. 107, pp. 309-328, (2002).
6. Zhang, J., Li, B. and Kwok, D.Y., "Mean-Field Free-Energy Approach to the Lattice Boltzmann Method for Liquid-Vapor and Solid-Fluid Interfaces", *Phys. Rev. E*, Vol. 69, 032602, (2004).
7. Lee, T. and Lin C.L., "Pressure evolution lattice-Boltzmann-equation method for two-phase flow with phase change", *Phys Rev E*, Vol. 67, 056703, (2003).
8. Wolf-Gladrow, D.A., "*Lattice-gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models*", Springer, Berlin, (2000).
9. Holdych, D. J., Rovas, D., Georgiadis, J. G. and Buckius, R. O., "An improved hydrodynamics formulation for multiphase flow lattice-Boltzmann models", *Int. J. Mod. Phys. C* 9, pp. 1393-1404 (1998)
10. Huang, H., Wang, L. and Lu, X., "Evaluation of three lattice Boltzmann models for multiphase flows in porous media", *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 61, pp. 3606-3617, (2011).

11. Amiri Rad, E., "Control of droplet collapse during coarsening process by imposing shear flow: a lattice Boltzmann simulation", *Meccanica*, Vol. 50, No. 4, pp. 995-1001, (2015).
12. Amiri Rad, E., "Coalescence of two at-rest equal-sized drops in static vapor of the same material: A lattice Boltzmann approach", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 9, pp. 3597-3603, (2014).
13. Gunstensen, A.K., Rothman, D.H., Zaleski, S. and Zanetti, G., "Lattice Boltzmann model of immiscible fluids", *Phys. Rev. A*, Vol. 43, pp. 4320-4327, (1991).
14. Shan, X.W. and Chen H.D., "Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components", *Phys. Rev. E*, Vol. 47, pp. 1815-1819, (1993).
15. Shan, X.W. and Chen H.D., "Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation", *Phys. Rev. E*, Vol. 49, pp. 2941-2948, (1994).
16. Swift, M.R., Osborn, W.R. and Yeomans, J.M., "Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 75, pp. 830-833, (1995).
17. Swift, M.R., Orlandini, E., Osborn, W.R. and Yeomans, J.M., "Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems", *Phys. Rev. E*, Vol. 54, pp. 5041-5052, (1996).
18. Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., "Statistical physics", Pergamon Press, (1958).
19. Jamet, D., Lebaigue, O., Coutris, N. and Delhay, J.M., "The second gradient method for the direct numerical simulation of liquid-vapor flows with phase change", *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, pp. 624-651, (2001).
20. Evans, R., "The nature of the liquid-vapour interface and other topics in the statistical mechanics of non - uniform, classical fluids", *Adv. Phys.*, Vol. 28, pp. 143-200, (1979).
21. Amiri Rad, E., "Investigation the effects of shear rate on stationary droplets coalescence by lattice Boltzmann", *Meccanica*, Vol. 9, No. 6, pp. 1457-1467, (2014).
22. Khataavkar, V.V., Anderson, P.D. and Meijer, H.E.H., "On scaling of diffuse-interface models", *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, pp. 2364 - 2378, (2006).