

## اصلاح پروفیل چرخ دنده ساده به منظور کاهش خطای انتقال استاتیکی\*

(یادداشت پژوهشی)

شیدا محقق<sup>(۱)</sup> مهرداد پورسینا<sup>(۲)</sup>

**چکیده** در پژوهش حاضر، تأثیر اصلاح پروفیل دندانه چرخ دنده ساده روی خطای انتقال استاتیکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. خطای انتقال مهم‌ترین عامل ایجاد سروصدا در یک جفت چرخ دنده گیردار محسوب می‌شود. در ابتدا خطای انتقال با تخمین نرمی دندانه به صورت تحلیلی محاسبه می‌گردد. نرمی چرخ دنده با در نظر گرفتن دندانه به صورت تیر یک سرگیردار، انعطاف پذیری بدنه چرخ دنده و اثرات تماسی هر تیر، تعیین می‌گردد. پس از تخمین خطای انتقال استاتیکی، به اصلاح پروفیل دندانه به چهار صورت اصلاح سردندانه چرخ دنده، سر و ریشه دندانه چرخ دنده، سردندانه پینیون و چرخ دنده و سر و ریشه دندانه پینیون و چرخ دنده پرداخته می‌شود. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد اصلاح سر و ریشه دندانه پینیون و چرخ دنده بهترین روش برای کاهش خطای انتقال می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی** چرخ دنده ساده؛ سروصدا؛ خطای انتقال؛ اصلاح پروفیل.

## Spur Gear Profile Modification for the Reduction of Static Transmission Error

Sh. Mohaghegh M. Poursina

**Abstract** In the present study, the effect of tooth profile modifications on the static transmission error is investigated. The most important factor for investigating noise between two gears is the transmission error. First, the static transmission error is analytically calculated by estimating tooth compliance. The compliance of gear is calculated considering tooth as cantilever beam deflection; rigid body tooth rotation at its base and Hertzian contact. After estimating the static transmission error, tooth profile is modified in four ways: tip relief on the gear teeth only, tip and root relief on the gear teeth only, tip relief on both the gear and pinion teeth and tip and root relief on both the gear and pinion teeth. The results indicate the tip and root relief on both the gear and pinion tooth is the best way for transmission error reduction.

**Key Words** Spur gear; Noise; Transmission Error; Profiles Modification.

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۱/۱۴ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۵/۱ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i2.54799

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندس مکانیک، دانشگاه اصفهان.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندس مکانیک، دانشگاه اصفهان. poursina@eng.ui.ac.ir

## مقدمه

زندگی پر از صداست و انسان همیشه طالب شنیدن صداهای خوش و حیاتی است و از صداهای نامطلوب و خطرناک گریزان است؛ از جمله این صداها آلودگی صوتی است. یکی از شایع‌ترین منابع ایجاد صداهای صوتی در صنایع، صداهای برخاسته از برخورد اشیا با یکدیگر، از جمله تماس نامناسب دو چرخ دنده است. چرخ‌دنده‌ها به‌عنوان یکی از منابع مهم ارتعاشات و ایجاد صدا در سیستم‌های دوار صنعتی شناخته شده‌اند. این در حالی است که به‌دلیل حساسیت زیاد سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای به پارامترهای مختلف طراحی، کنترل آن دشوار است. چرخ‌دنده ساده، ساده‌ترین نوع چرخ‌دنده است و معمولاً طراحی این سیستم‌ها براساس میزان سرعت دورانی یا گشتاور مشخص می‌شود. از مزایای این نوع چرخ‌دنده در مقایسه با چرخ‌دنده‌های مارپیچ، قیمت ارزان و سادگی مونتاژ جعبه دنده است؛ اما از جمله معایب آن وجود صدای زیاد آنها در حین کار است که باعث کاهش عمر و بازدهی آنها می‌شود.

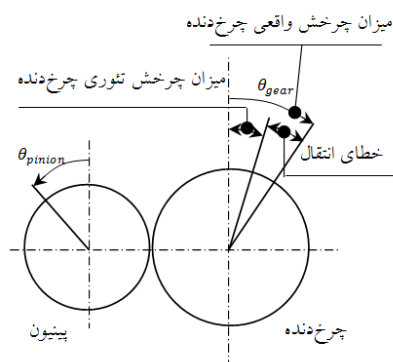
صدای جعبه دنده یک مسئله تاریخی است که اولین بار در سال ۱۹۴۹ توسط باکینگهام مطرح شد [1]. تلاش برای انتقال توان کامل از یک چرخ‌دنده به چرخ‌دنده دیگر به‌منظور کاهش میزان خطا در سرعت خروجی نیز انجام گرفته است [2]؛ اما موضوعی که همیشه میان طراحان و سازندگان مانند فعالان صنعت خودرو، مورد توجه قرار گرفته است صدای یک جعبه دنده می‌باشد و سؤالی که مطرح می‌شود این است که چرا جعبه دنده‌ها صدای زیادی تولید می‌کنند. عامل اصلی صدای جعبه دنده از چرخ‌دنده‌های آن و در اثر تماس دندانه‌ها، هنگامی که نیرو و حرکت از یک چرخ‌دنده به چرخ‌دنده دیگر منتقل می‌شود، سرچشمه می‌گیرد. در واقع یکی از مهم‌ترین مکانیزم‌های تحریک ارتعاش و صدای چرخ‌دنده را خطای انتقال ((TE)

(Transmission Error) می‌توان دانست.

مفهوم اولیه خطای انتقال توسط هریس [3] معرفی شد و گفته می‌شود که تئوری آن، با هر نوع مشخصات و تحت هر بار انتقالی قابل اجرا است. مارک [4] در تحقیق خود توضیح داده است که یک جفت چرخ دنده گیردار با سختی یکسان، تمایل به انتقال کامل حرکت زاویه‌ای دارد، اما در عمل به‌طور قطعی این چنین نیست و این فرض نقض می‌شود و حرکت زاویه‌ای یکنواخت انتقال نمی‌یابد.

مطالعات متعددی انجام شده است که ارتباط بین خطای انتقال و صدای چرخ‌دنده را نشان می‌دهد [5]، اما پژوهش‌های عمده در این زمینه بیشتر به بررسی تجربی خطای انتقال بر تأثیر صدا معطوف شده است. به‌عنوان نمونه می‌توان به پژوهش هاسر و اوسوالد [6] اشاره نمود. آنها توان صدا از چند چرخ‌دنده ساده و مارپیچ را اندازه‌گیری کردند و با پیش‌بینی خطای انتقال نشان دادند که رابطه‌ای معقول بین این دو وجود دارد. آکربلوم و پارسین [7] به بررسی تجربی تأثیر عملیات نهایی مختلف مانند پرداخت کاری و سنباده‌زنی روی صدای چرخ‌دنده ساده و مارپیچ با استفاده از ارتعاشات اندازه‌گیری شده آنها پرداختند و به این نتیجه رسیدند که عواملی که باعث کاهش سروصدا می‌شود سنباده‌زنی و افزایش پهناي دندانه چرخ‌دنده است و عواملی که صدا را افزایش می‌دهد پرداخت ناهموار سطح و افزایش زاویه مارپیچ چرخ‌دنده می‌باشد. بل ساک و پرزلج [8] به‌صورت تجربی به بررسی کاهش عمر چرخ‌دنده ساده در اثر صدای زیاد پرداختند. توکلی و هاسر [9] به بهینه‌کردن چرخ‌دنده ساده با استفاده از بررسی تابع هارمونیک فوریه در یک جفت چرخ‌دنده ساده گیردار پرداختند. بونری و همکاران [10] به بهینه‌کردن چرخ‌دنده‌های ساده برای کاهش صدا و ارتعاش با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند.

موقعیت چرخ‌دنده ورودی تأثیر می‌گذارد، بنابراین هر تغییری در نقطه تماس دندانه‌ها ممکن است باعث افزایش خطای انتقال شود. این تغییر براساس ساخت چرخ‌دنده‌ها است و خطای انتقال ساخت نامیده می‌شود. این تنها نوع از خطای انتقال است که از یک چرخ‌دنده اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۱ تعریف خطای انتقال

- خطای انتقال استاتیکی (Static TE). خطای انتقال تحت بارگذاری و سرعت کم، خطای انتقال استاتیکی نامیده می‌شود.
- خطای انتقال حرکتی (Kinematic TE). خطای انتقال حرکتی از خطای انتقال ساخت حاصل می‌شود، درحالی‌که ناهمواری‌های موجود در سطح نیز در نظر گرفته می‌شود که با چشم غیرمسلح قابل رؤیت نیست. تفاوت بسیار کمی بین خطای انتقال ساخت و حرکتی وجود دارد.
- خطای انتقال دینامیکی (Dynamic TE). زمانی که بار و سرعت متغیر باشد خطای انتقال دینامیکی تعریف می‌شود [14].

### محاسبه نرمی دندانه

روند محاسبه خطای انتقال استاتیکی در یک جفت چرخ‌دنده گیردار به این صورت می‌باشد که ابتدا نرمی جفت دندانه‌های گیردار به دست آورده می‌شود؛ سپس با استفاده از نرمی، خطای انتقال تخمین زده می‌شود.

دیارن و والتون [11] به بررسی تجربی تأثیر جنس چرخ‌دنده در صدای ایجادشده توسط آنها پرداختند و بیان داشتند که چرخ‌دنده‌های پلیمری کامپوزیتی کم‌صداترین چرخ‌دنده‌ها می‌باشند. کیسلینگ [12] با استفاده از نرم‌افزار المان محدود به تأثیر اصلاح پروفیل چرخ‌دنده در کاهش خطای انتقال پرداخت و به این نتیجه رسید که اصلاح پروفیل چرخ‌دنده تأثیر بسیاری در نتیجه خطای انتقال دارد. پالمرو و فیش [13] به بررسی تأثیر اصلاح سردندانه در کاهش خطای انتقال قدرت پرداختند.

در اکثر پژوهش‌های انجام‌شده بررسی تحلیلی خطای انتقال کمتر مورد توجه قرار گرفته است؛ لذا با توجه به اهمیت آن، در این پژوهش به محاسبه خطای انتقال استاتیکی پرداخته شده است. تخمین خطای انتقال براساس نرمی دندانه و تعیین تغییرمکان کلی دندانه با صرف‌نظر کردن از خطای هندسی و خطای ساخت چرخ‌دنده محاسبه می‌گردد. اصلاح پروفیل دندانه نیز به منظور کاهش صدا در یک جفت چرخ‌دنده گیردار به صورت تحلیلی بر روی خطای انتقال مورد مطالعه قرار گرفته است.

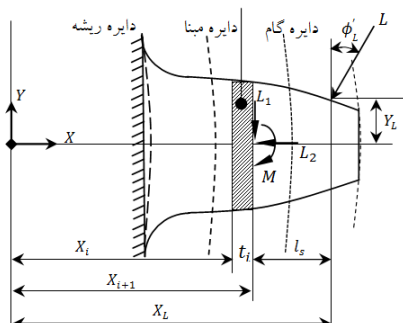
### خطای انتقال

میزان چرخش تئوری چرخ‌دنده،  $\theta_{gear}$ ، باید به اندازه چرخش پینیون،  $\theta_{pinion}$ ، باشد اما در عمل این چنین نیست. تفاوت بین سرعت زاویه‌ای تئوری چرخ‌دنده، با سرعت زاویه‌ای واقعی، به صورت خطای انتقال تعریف می‌شود (شکل ۱).

انواع مختلفی از خطای انتقال وجود دارد که تفاوت اندکی نسبت به یکدیگر دارند و عبارتند از:

- خطای انتقال ساخت (Manufacturing TE). درک این نوع خطای انتقال بسیار ساده است. از آنجایی که هندسه دندانه‌های چرخ‌دنده به طور مستقیم بر روی موقعیت زاویه‌ای چرخ‌دنده خروجی، برای یک

$$M = L \cos(\phi'_L) l_s - L \sin(\phi'_L) Y_L \quad (1)$$



شکل ۲ مدل دندانۀ چرخ‌دندۀ ساده به صورت تیر یک‌سرگردار [15]

تغییر مکان خمشی ناشی از ممان در سر تیر،  $D_m$ ، با در نظر گرفتن شرایط مرزی، متوسط ممان اینرسی سطح،  $\bar{A}$ ، و مدول الاستیسیته مؤثر،  $E_e$ ، به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود [15]:

$$D_m = \delta + l_s \theta = \frac{M}{2EI} (t^2) + \frac{M}{EI} (t) l_s = \frac{L \left( l_s \cos(\phi'_L) - Y_L \sin(\phi'_L) \right)}{2E_e \bar{A}} (t^2 + 2 t l_s) \quad (2)$$

البته قابل ذکر است همان‌طور که از شکل (۳) مشخص است؛  $L$  نیروی وارد در نقطه گیرداری دو دندانۀ،  $\phi'_L$  زاویه نیرو با محور قائم دستگاه مختصات دندانۀ،  $l_s$  بازوی ممان در راستای افقی محور مختصات،  $\delta$  جابه‌جایی قائم دندانۀ در محل نیرو،  $\theta$  شیب،  $X_i$  مختصه طولی جزء بخش  $i$ ،  $X_{i+1}$  مختصه طولی جزء بخش  $i+1$ ،  $X_L$  مختصه طولی نقطه گیرداری،  $Y_L$  مختصه عرضی نقطه گیرداری و  $t$  ارتفاع کلی دندانۀ است. محاسبه  $\bar{A}$  نیز با در نظر گرفتن این موضوع که سطح مقطع هر دندانۀ به صورت مستطیل فرض شده است و ممان اینرسی متوسط برابر با میانگین ممان اینرسی سطحی در سردندانۀ و پای دندانۀ

روش محاسبه نرمی در دندانۀ چرخ‌دندۀ ساده تا حد زیادی توسط وبر [15] توسعه یافته است و شامل سه فرض است:

- الف) نرمی ناشی از تغییر مکان سردندانۀ با در نظر گرفتن آن مانند تیر یک‌سرگردار.  
 ب) نرمی ناشی از تغییر مکان دندانۀ به علت انعطاف‌پذیری بدنۀ چرخ‌دندۀ.  
 پ) نرمی ناشی از تغییر مکان به علت تماس هرتزین بین دو دندانۀ.

شایان ذکر است از آنجایی که تمام دندانۀ‌های یک چرخ‌دندۀ شبیه هستند برای محاسبه نرمی هر یک از جفت چرخ‌دندانۀ‌های گیردار کافی است نرمی یک دندانۀ محاسبه گردد. در ادامه هر یک از موارد مذکور تشریح می‌شود.

**الف) نرمی ناشی از تغییر مکان سردندانۀ با در نظر گرفتن آن مانند تیر یک‌سرگردار.** اولین گام برای محاسبه نرمی چرخ‌دندۀ، در نظر گرفتن دندانۀ به صورت تیر یک‌سرگردار و محاسبه تغییر مکان ناشی از نیروی وارد بر آن می‌باشد. برای به دست آوردن این تغییر مکان با اعمال نیرو در نقطه گیرداری دو دندانۀ و تجزیه این نیرو به دو مؤلفه شعاعی و مماسی، دو تغییر مکان ایجاد می‌شود؛ اولین تغییر مکان به علت خمش و دومین تغییر مکان ناشی از نیروی برشی (مؤلفه مماسی نیرو) است.

حال به محاسبه تغییر مکان ناشی از هر یک از دو عامل فوق پرداخته می‌شود و تغییر مکان کلی این حالت از برهم‌نهی هر دو تغییر مکان به دست می‌آید. قابل ذکر است که تغییر مکان خمشی نیز خود به دو علت خمش ایجاد شده ناشی از ممان و خمش ایجاد شده ناشی از نیروی برشی می‌باشد.

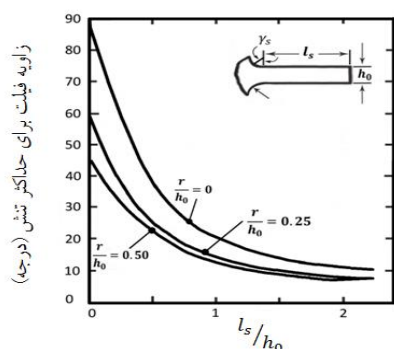
**تغییر مکان خمشی ناشی از ممان.** برای محاسبه تغییر مکان ناشی از ممان، نیروهای مماسی و شعاعی مطابق شکل (۲) به جزء بخش  $i$  انتقال می‌یابد که این انتقال سبب ایجاد ممانی به صورت رابطه زیر می‌گردد:

$$l'_s = l_o + r \sin(\gamma_s) \quad (15)$$

است، محاسبه می‌گردد.

$$l_s = l'_s + \frac{h_L \tan(\phi'_L)}{2} \quad (16)$$

$\phi'_L$  از رابطه (۸) و  $l_s$  از رابطه (۱۶) به دست می‌آیند. در روابط فوق شعاع دایره پای دنده، شعاع فیلت، شعاع  $R_B$  دایره مبنا و ضخامت دندانه در نقطه گام است؛ همچنین  $\gamma_s$  در رابطه (۱۵) زاویه فیلت برای حداکثر تنش است. از نمودار شکل (۴)، با داشتن نسبت موقعیت نیرو به ضخامت سردندانه،  $\frac{l_s}{h_0}$ ، روی محور افقی و منحنی نسبت شعاع فیلت به ضخامت سردندانه،  $\frac{r}{h_0}$ ؛  $\gamma_s$  از محور قائم به دست می‌آید.



شکل ۴ نمودار تعیین  $\gamma_s$  [15]

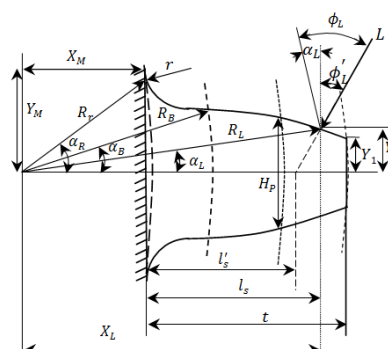
مقدار  $E_e$  بستگی به در نظر گرفتن دندانه به صورت تنش صفحه‌ای یا کرنش صفحه‌ای برحسب مدول الاستیسیته چرخ‌دنده،  $E$ ، به ترتیب مطابق روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$E_e = E \quad (17)$$

$$E_e = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad (18)$$

شرط کرنش صفحه‌ای بودن دندانه برحسب پهنای دندانه،  $F$ ، و ضخامت دندانه در نقطه گام،  $H_P$ ، به صورت رابطه زیر تخمین زده می‌شود [15]:

$$R = \frac{F}{H_P} > 5 \quad (19)$$



شکل ۳ شماتیک دندانه همراه با پارامترهای مورد استفاده

برای محاسبه  $\phi'_L$  و  $l_s$  از روابط زیر کمک گرفته می‌شود [15]:

$$R = \frac{1}{2} m \cdot N \quad (3)$$

$$R_B = R \cos \phi_P \quad (4)$$

$$\alpha_B = \frac{H_P}{2R} + \tan \phi_P - \phi_P \quad (5)$$

$$R_L^2 = S^2 + 2R \sin \phi_P S + R^2 \quad (6)$$

$$\alpha_L = \alpha_B - \tan \phi_L + \phi_L \quad (7)$$

$$\phi'_L = \phi_L - \alpha_L \quad (8)$$

$$\bar{R}^2 = (R_r + r)^2 - 2r \sqrt{(R_r + r)^2 - R_B^2} + r^2 \quad (9)$$

$$h_L = 2R_L \sin \alpha_L \quad (10)$$

$$\cos \bar{\phi} = \frac{R_B}{\bar{R}} \quad (11)$$

$$\bar{\alpha} = \alpha_B - \tan \bar{\phi} + \bar{\phi} \quad (12)$$

$$\bar{\gamma} = \bar{\phi}' = \bar{\phi} - \bar{\alpha} \quad (13)$$

$$l_o = R_L \cos \alpha_L - \left( \frac{h_L \tan \phi'_L}{2} \right) - (\bar{R} \cos \bar{\alpha} + r \sin \bar{\gamma}) \quad (14)$$

$$D_b = (D_t + D_m + D_s) \cos(\phi'_L) \quad (23)$$

$$Q_b = \frac{D_b}{L} \quad (24)$$

قابل ذکر است که روابط فوق یکبار برای پینون و یکبار برای چرخ‌دنده باید محاسبه گردند.

#### ب) نرمی ناشی از تغییر مکان دندانه به علت

انعطاف‌پذیری بدنه چرخ‌دنده. گام بعدی برای محاسبه خطای انتقال، محاسبه نرمی دندانه ناشی از انعطاف‌پذیری بدنه چرخ‌دنده است. از آنجایی که بدنه چرخ‌دنده به طور کامل صلب نیست و دارای خاصیت الاستیک می‌باشد، از انعطاف‌پذیری و تغییر مکان بدنه چرخ‌دنده در محل ریشه دندانه نمی‌توان صرف‌نظر کرد. در واقع فرض ثابت بودن تکیه‌گاه در محل ریشه در گام نخست فرض کاملی نیست و باید تغییر مکان ناشی از انعطاف‌پذیری بدنه چرخ‌دنده نیز منظور گردد.

ماتوس و همکاران [16] کران بالا و پایینی از این تغییر مکان را برای تیری متصل به یک تکیه‌گاه الاستیک و برای توزیع‌های مختلف به‌دست آوردند، ایشان همچنین نشان دادند که حل به‌دست‌آمده با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. این تغییر مکان به‌وسیله ضرایبی بیان می‌شود.

باتوجه به شکل (۵-الف) چرخش زاویه‌ای در اثر ممان  $M$  و نیروی برشی  $V$  برای تیر نگه‌داشته‌شده توسط تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر به ترتیب مطابق رابطه‌های زیر تخمین زده می‌شود:

$$\theta_M = K_1 M \quad (25)$$

$$\theta_V = K_2 V \quad (26)$$

همچنین باتوجه به شکل (۵-ب) تغییر مکان در اثر ممان  $M$  و نیروی برشی  $V$  برای تیر نگه‌داشته‌شده توسط تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر مطابق

در صورتی که در رابطه (۱۹) مقدار  $R < 5$  باشد محاسبات دندانه به صورت تنش صفحه‌ای صورت می‌پذیرد.

**تغییر مکان خمشی ناشی از نیروی برشی.** همان‌طور که از شکل (۲) مشخص است نیروی برشی  $L_I$  باعث ایجاد یک خمش به صورت رابطه زیر می‌گردد:

$$V = L \cos(\phi'_L) \quad (20)$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی، ممان اینرسی سطح،  $\bar{I}$  و مدول الاستیسیته مؤثر،  $E_e$  تغییر مکان خمشی ناشی از نیروی برشی،  $D_t$  برای یک دندانه به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D_t = \delta + l_s \theta = \frac{V}{3EI} (t^3) + \frac{V}{2EI} (t^2) l_s \\ = \frac{L \cos(\phi'_L)}{2E_e \bar{I}} (2t^3 + 3t^2 l_s) \quad (21)$$

**تغییر مکان برشی.** نیروی برشی  $L_I$  در شکل (۲) باعث ایجاد تغییر مکانی روی جزء  $i$  می‌شود. تغییر مکان سردندانه ناشی از نیروی برشی،  $D_s$  بر حسب متوسط سطح دندانه،  $\bar{A}$  و مدول برشی،  $G$ ، به صورت رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

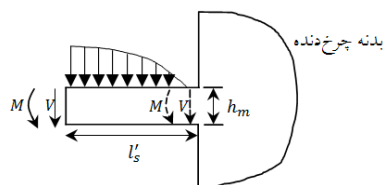
$$D_s = \frac{1.2 L t \cos(\phi'_L)}{G \bar{A}} \quad (22)$$

عدد  $1/2$  در رابطه (۲۲) ضریب نیروی برشی ناشی از در نظر گرفتن سطح مقطع مستطیلی برای چرخ‌دنده است.

از روابط (۲۲ و ۲۱،۲) تغییر مکان کلی در اثر خمش و برش در راستای اعمال نیرو،  $D_b$  و نرمی ناشی از آن،  $Q_b$ ، به ترتیب با روابط زیر بیان می‌گردد:

رابطه‌های (۲۹، ۳۱ و ۳۳) برای تنش صفحه‌ای و رابطه‌های (۳۰، ۳۲ و ۳۴) برای کرنش صفحه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. همان‌طور که از شکل (۵) واضح است،  $K_1$  به علت چرخش ناشی از ممان،  $K_2$  به علت چرخش ناشی از برش،  $K_3$  به علت جابه‌جایی ناشی از ممان و  $K_4$  به علت جابه‌جایی ناشی از برش است و  $R$  فاصله از یک نقطه مرجع برای تغییر مکان بر اساس برش می‌باشد.

باتوجه به شکل (۶) و رابطه‌های (۲۴ و ۲۹) تغییر مکان بر اساس چرخش ناشی از ممان در  $h_m$  برای حالت تنش صفحه‌ای مطابق رابطه (۳۶) محاسبه می‌گردد. با دقت به رابطه‌های (۲۶) و (۳۱) تغییر مکان بر اساس چرخش مطابق رابطه (۳۷) تخمین زده می‌شود. با استفاده از رابطه‌های (۲۷) و (۳۳) تغییر مکان بر اساس جابه‌جایی ناشی از ممان مطابق رابطه (۳۸) می‌باشد. با کمک گرفتن از رابطه‌های (۲۸ و ۳۵) تغییر مکان بر اساس جابه‌جایی ناشی از برش با فرض  $R = \sqrt{2}h_m$  مطابق رابطه (۳۹) به دست می‌آید.



شکل ۶ شماتیک اتصال دندانه به تیر یا بدنه چرخ‌دنده

$$y_1 = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F.E} \left\{ 5.306 \left( \frac{l'_s}{h_m} \right)^2 \right\} \quad (36)$$

$$y_2 = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F.E} \left\{ (1-v) \left( \frac{l'_s}{h_m} \right) \right\} \quad (37)$$

$$y_3 = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F.E} \left\{ (1-v) \left( \frac{l'_s}{h_m} \right) \right\} \quad (38)$$

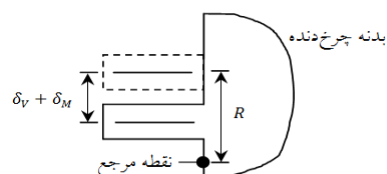
$$y_4 = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F.E} \{ 1.534 \} \quad (39)$$

$$y_5 = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F.E} \left\{ 1.534 \frac{\tan^2(\phi'_L)}{2(1+v)} \right\} \quad (40)$$

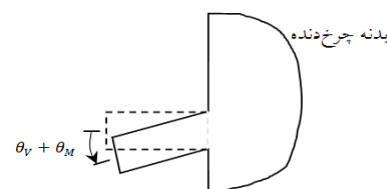
رابطه‌های زیر محاسبه می‌گردد [16]:

$$\delta_M = K_3 M \quad (27)$$

$$\delta_V = K_4 V \quad (28)$$



الف) تغییر مکان در اثر نیروی برشی و ممان



ب) چرخش زاویه‌ای در اثر نیروی برشی و ممان

شکل ۵ شماتیک تغییر مکان و چرخش در اثر ممان و نیروی برشی

ضرایب به دست آمده توسط مرجع [16] برای تیر با تکیه‌گاه ارتجاعی تحت نیروی برشی  $V$  و ممان خمشی  $M$  با رابطه‌های زیر بیان می‌شوند:

$$K_1 = \frac{16.67}{F \pi E h_m^2} \quad (29)$$

$$K_1 = \frac{16.67(1-v^2)}{F \pi E h_m^2} \quad (30)$$

$$K_2 = \frac{(1-v)}{F E h_m} \quad (31)$$

$$K_2 = \frac{(1-v-2v^2)}{F E h_m} \quad (32)$$

$$K_3 = \frac{(1-v)}{F E h_m} \quad (33)$$

$$K_3 = \frac{(1-v-2v^2)}{F E h_m} \quad (34)$$

$$K_4 = \frac{2}{\pi} \left[ \left( \frac{R}{h_m} + \frac{1}{2} \right) \ln \left( \frac{R}{h_m} + \frac{1}{2} \right) \right.$$

$$\left. - \left( \frac{R}{h_m} - \frac{1}{2} \right) \ln \left( \frac{R}{h_m} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (35)$$

باتوجه به جابه جایی های فوق و همچنین در نظر گرفتن جابه جایی ناشی از نیروی برشی در پای دندان به صورت رابطه (۴۰)، جابه جایی کل ناشی از انعطاف پذیری بدنه چرخ دنده برای تنش صفحه ای به صورت رابطه زیر می باشد:

$$D_f = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F \cdot E} \left\{ 5.306 \left( \frac{l'_s}{h_m} \right)^2 + 2(1-v) \left( \frac{l'_s}{h_m} \right) + 1.534 \left( 1 + \frac{0.4167 \tan^2(\phi'_L)}{1+v} \right) \right\} \quad (41)$$

به همین ترتیب برای کرنش صفحه ای برابر است با:

$$D_f = \frac{L \cos^2(\phi'_L)}{F \cdot E} (1-v^2) \left\{ 5.306 \left( \frac{l'_s}{h_m} \right)^2 + 2 \left( \frac{1-v-2v^2}{1-v^2} \right) \left( \frac{l'_s}{h_m} \right) + 1.534 \left( 1 + \frac{0.4167 \tan^2(\phi'_L)}{1+v} \right) \right\} \quad (42)$$

در روابط فوق  $h_m$  دو برابر  $Y_M$ ، مختصه عرضی محل برخورد پروفیل اینولوت و دایره مبنا است. در نتیجه نرمی ناشی از انعطاف پذیری بدنه چرخ دنده مطابق رابطه زیر به دست می آید:

$$Q_f = \frac{D_f}{L} \quad (43)$$

پ) نرمی ناشی از تغییر مکان دندان به علت تماس بین دو دندان. برای این که تغییر مکانی که به دست می آید به تغییر مکان یک جفت دندان چرخ دنده گیردار کاملاً منطبق باشد، گام سوم در نظر گرفتن حالت اینولوت و منحنی بودن دندانهاست.

هر گاه دو جسم با سطوح خمیده به یکدیگر

فشرده شوند، نقطه یا خط تماسشان به سطح تماس تبدیل می شود و تنش های سه بعدی در آن دو پدید می آید؛ در نتیجه تنش ایجاد شده باعث تغییر مکانی در راستای نیرو خواهد شد. چنین مسئله ای در گیرداری دندانهای چرخ دنده نیز پیش می آید. تماس بین دو دندان نیز به نوبه خود باعث ایجاد تغییر مکانی در دندان می شود که این تغییر مکان را می توان با سه روش به دست آورد:

- استفاده از تقریب هر تیز.
- تقریب نیمه تجربی توسعه یافته توسط پالمگرن [17].
- روش توسعه یافته توسط وبر [17].

از آنجایی که تقریب هر سه روش فوق به هم نزدیک می باشد، در این پژوهش از تقریب نیمه تجربی پالمگرن استفاده می گردد. در نتیجه تغییر مکان تماسی بین دو دندان به صورت زیر محاسبه می شود [17]:

$$D_h = \frac{1.275 L^{0.9}}{E^{0.9} F^{0.8}} \quad (44)$$

در نهایت نرمی تماسی به صورت رابطه زیر در خواهد آمد:

$$Q_h = \frac{1.275}{E_{12e}^{0.9} F^{0.8} L^{0.1}} \quad (45)$$

$$E_{12e} = \frac{2E_{1e}E_{2e}}{E_{1e} + E_{2e}} \quad (46)$$

نرمی کل دندان از برهم نهی هر سه نرمی ذکر شده در رابطه های (۲۴ و ۴۳ و ۴۵) به صورت رابطه زیر بیان می گردد:

$$Q_t = Q_b + Q_f + Q_h \quad (47)$$

### محاسبه خطای انتقال استاتیکی

پس از آن که نرمی پینیون و چرخ دنده با استفاده از رابطه



دندانه پینیون ( LPSTC: Lowest Point of Single Tooth Contact ) و  $d$  به بالاترین نقطه تماسی یک دندانه پینیون ( HPSTC: Highest Point of Single Tooth Contact ) اشاره دارند. این در حالی است که بین  $c$  و  $d$  تنها یک جفت از دندانه‌های چرخ دنده در تماس قرار می‌گیرد و خارج از این محدوده دو جفت از دندانه‌ها در تماس می‌باشد [18]. اندازه خط‌های  $ab$ ،  $ap$ ،  $pb$ ،  $ac$  و  $cd$  از روابط زیر به دست می‌آیند [19]:

$$ab = ap + pb \quad (51)$$

$$ap = \sqrt{R_{aG}^2 - R_G^2 \cos^2 \phi_l} - R_G \sin \phi_l \quad (52)$$

$$pb = \sqrt{R_{aP}^2 - R_P^2 \cos^2 \phi_l} - R_P \sin \phi_l \quad (53)$$

$$CR = \frac{ab}{\pi m \cos \phi_l} \quad (54)$$

$$ac = (CR - 1)\pi m \cos \phi_l \quad (55)$$

$$cd = (2 - CR)\pi m \cos \phi_l \quad (56)$$

زمانی که دو جفت از دندانه‌های چرخ دنده با هم گیردارند تغییر مکان جفت دندانه اول،  $(Q_l^P L^P + Q_l^G L^G)_1$ ، با تغییر مکان جفت دندانه دوم،  $(Q_l^P L^P + Q_l^G L^G)_2$ ، برابر است، بنابراین خطای انتقال از رابطه‌های (57 و 58) به دست می‌آید. اما هنگامی که یک جفت از دندانه‌ها با هم گیردارند، خطای انتقال برابر است با مجموع تغییر مکان دندانه‌های پینیون و چرخ دنده و مطابق رابطه (59) تخمین زده می‌شود. در حالتی که دو جفت دندانه گیردار است نیروی بین هر جفت از دندانه‌های گیردار مطابق رابطه (58) محاسبه می‌گردد.  $L_1$  نیروی جفت دندانه اول و  $L_2$  نیروی جفت دندانه دوم است. زمانی که یک جفت دندانه گیردار است نیروی برابر با نیروی کلی یعنی رابطه (60) است و  $T$  گشتاور اعمالی بر پینیون است.

(47) به دست آورده شد، حال خطای انتقال استاتیکی،  $E_t$ ، بار منتقل شده بر جفت دندانه اول،  $L_1$ ، و بار منتقل شده بر جفت دندانه دوم،  $L_2$ ، برای نسبت گیرداری کمتر از 2 از حل هم‌زمان روابط زیر محاسبه می‌گردد [9]:

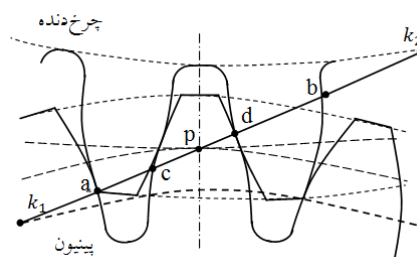
$$(Q_l^P L^P + Q_l^G L^G)_1 + E_t = E_p^P \quad (48)$$

$$(Q_l^P L^P + Q_l^G L^G)_2 + E_t = E_p^G + E_{s1,2} \quad (49)$$

$$L_1 + L_2 = L \quad (50)$$

قابل ذکر است که در روابط فوق اندیس 1 و 2 به جفت دندانه‌های گیردار اشاره دارد؛ تغییر پروفیل در پینیون،  $E_p^P$ ، و چرخ دنده،  $E_p^G$ ، و همچنین خطای فضای بین یک جفت دندانه دنبال هم،  $E_{s1,2}$ ، صفر فرض شده است.

هندسه گیرداری یک جفت چرخ دنده گیردار در شکل (7) نشان داده شده است.



شکل 7 هندسه گیرداری یک جفت چرخ دنده ساده

باتوجه به شکل (7)، نخستین نقطه گیرداری، آغاز تماس بیخ دنده پینیون با نوک دنده چرخ دنده نقطه  $a$  است که دایره سر چرخ دنده با خط فشار را قطع می‌کند. با ادامه گیرداری دو دنده، نقطه تماس از کنار دنده پینیون به سوی نوک دنده می‌خزد و درست پیش از آن که تماس پایان یابد، نوک دنده پینیون در تماس خواهد بود. پس نقطه گیرداری نهایی جای تلاقی دایره سر چرخ پینیون با خط فشار یعنی  $b$  است.  $ab$  خط عمل است،  $p$  نقطه گام،  $c$  پایین‌ترین نقطه تماسی یک

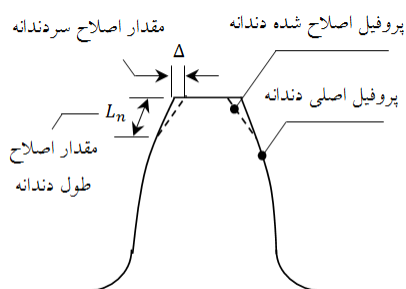
شامل حذف مواد از کنار G دندان است.

چندین طرح برای اصلاح میکرو- هندسی پروفیل چرخ‌دنده‌های ساده به منظور بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. این طرح‌ها انتخاب‌های مختلفی از اصلاح سردندان، اصلاح ریشه دندان هم برای پینیون و هم برای چرخ‌دنده را شامل می‌شود. گزینه‌های مختلف برای بهینه‌سازی به این شرح است:

- اصلاح سردندان چرخ‌دنده.
  - اصلاح سر و ریشه دندان چرخ‌دنده.
  - اصلاح سردندان چرخ‌دنده و پینیون.
  - اصلاح سر و ریشه دندان چرخ‌دنده و پینیون.
- در ادامه انواع اصلاح‌های فوق توضیح داده می‌شود.

همان‌طور که از شکل (۸) مشخص است اصلاح سردندان به صورت کاهش در اندازه سردندان خواهد بود. اصلاح ریشه دندان مطابق شکل (۹) به صورت کاهش در اندازه ریشه دندان انجام می‌پذیرد و اصلاح در سر و ریشه دندان چرخ‌دنده ترکیب دو حالت فوق می‌باشد (شکل ۱۱).

لازم به ذکر است که استفاده از روش اصلاح سردندانها راحت‌تر از ریشه دندان می‌باشد و احتمال خطا نیز در آن کمتر است. همچنین هنگامی که نیاز باشد پروفیل یکی از چرخ‌دنده‌ها بدون تغییر بماند معمولاً از اصلاح سر یا سر و ریشه چرخ‌دنده استفاده می‌شود [10].



شکل ۸ پروفیل اصلاح‌شده سردندان

$$E_t = (Q_l^P L^P + Q_l^G L^G)_1 = (Q_l^P L^P + Q_l^G L^G)_2$$

$$= \left(\frac{Q_l^P Q_l^G}{Q_l^P + Q_l^G}\right)_1 L_1 = \left(\frac{Q_l^P Q_l^G}{Q_l^P + Q_l^G}\right)_2 L_2 \quad (57)$$

$$L_1 + L_2 = L_t \quad (58)$$

$$E_t = Q_l^P L^P + Q_l^G L^G = \frac{Q_l^P Q_l^G}{Q_l^P + Q_l^G} L_t \quad (59)$$

$$L_t = \frac{T}{R_p \cos \phi_l} \quad (60)$$

### تصحیح پروفیل دندان

همان‌طور که اشاره گردید تأثیر اصلاح پروفیل دندان چرخ‌دنده بر روی خطای انتقال استاتیکی، موضوع اصلی مورد بحث در پژوهش حاضر می‌باشد. در این بخش به بررسی تأثیر اصلاح پروفیل دندان چرخ‌دنده بر روی خطای انتقال استاتیکی پرداخته می‌شود.

خطای ساخت چرخ‌دنده، تغییر مکان شافت در هنگام نصب و خم شدن دندان تحت بارگذاری از تماس صحیح اینولوت در هنگام گیرداری چرخ‌دنده جلوگیری می‌کند؛ در نتیجه تماس‌های نابهنگام دندانها باعث افزایش صدا و شکست چرخ‌دنده می‌شود. برای کاهش این صدا اصلاح پروفیل دندان یک عمل معمول است [20].

برای کاهش ارتعاش و صدای یک جفت چرخ‌دنده گیردار دو حالت اصلاح وجود دارد: (۱) اصلاح ماکرو- هندسی (Macro-Geometric). این اصلاح از جمله تغییر شکل‌های گران‌قیمت در یک جفت چرخ‌دنده به حساب می‌آید و فقط در اولین گام فرایند طراحی امکان‌پذیر می‌باشد. برای انجام این اصلاح می‌توان از تغییر پارامترهای تعداد دندانها، قطرها، زاویه فشار و لقی استفاده نمود. در صورتی که پژوهش‌ها نشان داده است این تغییر شکل علاوه بر هزینه زیاد، تأثیرش بر روی کاهش صدا و ارتعاش ناامیدکننده بوده است.

(۲) اصلاح میکرو- هندسی (Micro-Geometric).

دایره مبنای چرخ‌دنده می‌باشد.

طول اصلاح اینولوت دندانان مطابق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$L_n = \frac{EAP - SAP - P_b}{2 - \frac{LQ}{\Delta}} \quad (65)$$

در رابطه (65)، SAP (Start Active Profile)، شروع پروفیل فعال و EAP (End Active Profile) پایان پروفیل فعال است که برحسب گام مبنای  $P_b$  و گام دایره‌ای  $P$ ، مطابق روابط زیر تخمین زده می‌شوند [13]:

$$EAP = \frac{\sqrt{R_a^2 - R_b^2}}{R_B} \quad (66)$$

$$SAP = \frac{(R_p + R_G) \sin \phi_p - \sqrt{R_a^2 - R_b^2}}{R_B} \quad (67)$$

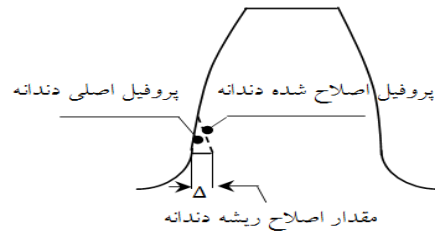
$$P_b = P \cos \phi_p \quad (68)$$

### شبیه‌سازی و بررسی نتایج

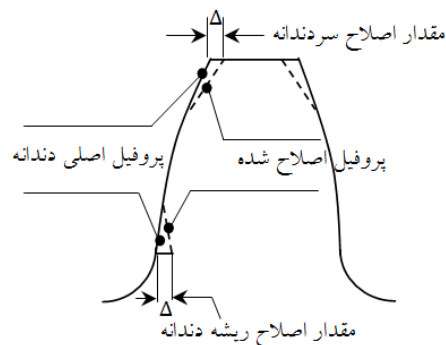
در این بخش به منظور بررسی اصلاح پروفیل در خطای انتقال استاتیکی، مدل چرخ‌دنده‌ای مطابق جدول (1) در نظر گرفته شده است و پس از ترسیم خطای انتقال استاتیکی با تبدیل روابط (60-1) به یک کد برنامه‌نویسی با استفاده از نرم‌افزار متلب (Matlab)، تأثیر اصلاح پروفیل روی خطای انتقال مورد بحث قرار گرفته است.

نمودار خطای انتقال استاتیکی داده‌های جدول (1) برای چرخش یک دندان گیردار، در شکل (11) رسم گردیده است.

مقدار چرخش برای یک دندان گیردار برابر با  $\frac{360}{N_p}$  است. همان‌طور که از شکل (12) مشخص است ناحیه اول نمودار خطای انتقال متعلق به گیرداری چرخ‌دنده در حالتی که دو جفت دندان در شروع گیرداری است، می‌باشد. ناحیه دوم متعلق به گیرداری یک جفت از



شکل ۹ پروفیل اصلاح‌شده ریشه دندانه



شکل ۱۰ پروفیل اصلاح‌شده سر و ریشه دندانه

کمینه مقدار اصلاح،  $\Delta_{min}$ ، مطابق رابطه (61) مساوی با دو برابر بیشینه خطای فضایی،  $E_{s1,2,max}$ ، به علاوه تغییر مکان بالاترین نقطه یک جفت دندان گیردار،  $y_{HPSTC}$  است؛ و بیشینه مقدار اصلاح دو برابر این مقدار پیشنهاد شده است.

$$\Delta_{min} = 2E_{s1,2,max} + y_{HPSTC} \quad (61)$$

دقت شود مقدار خطای فضایی صفر فرض شده است و  $y_{HPSTC}$  از روابط (23 و 41 و 45) و شعاع این نقطه مطابق رابطه زیر به دست می‌آید [21]:

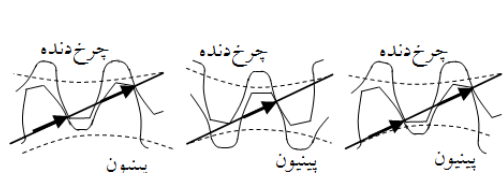
$$r_{HPSTC} = \sqrt{k_1 d^2 + R_{BP}^2} \quad (62)$$

$$k_1 d = k_1 a + \frac{2\pi R_{BP}}{N_p} \quad (63)$$

$$k_1 a = (R_p + R_G) \sin \phi_l - \sqrt{R_{aG}^2 - R_{bG}^2} \quad (64)$$

باتوجه به شکل (7)،  $k_1$  محل برخورد خط عمل با دایره مبنای پینیون و  $k_2$  محل برخورد خط عمل با

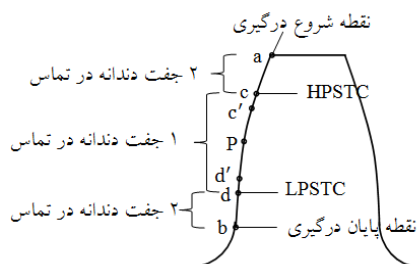
۲۹ میکرومتر تخمین زده شده است. در نتیجه خطای انتقال پژوهش حاضر نسبت به مرجع فوق در حدود سه درصد است و این میزان خطا تأثیری در نتیجه جواب و انتخاب بهترین حالت اصلاح پروفیل ندارد.



(ج) درگیری دو جفت دندانه در شروع درگیری  
(ب) درگیری یک جفت دندانه  
(الف) درگیری دو جفت دندانه در پایان درگیری

شکل ۱۲ تقسیم بندی نیرو در یک جفت چرخ دنده گیردار در یک سیکل [22]

پس از صحت سنجی خطای انتقال به تأثیر اصلاح پروفیل روی نمودار خطای انتقال استاتیکی پرداخته می شود. در ابتدا تأثیر اصلاح پروفیل سردندانه چرخ دنده مورد بررسی قرار می گیرد. در صورتی که اصلاح پروفیل روی سردندانه چرخ دنده انجام گیرد، به این علت که گیرداری یک جفت دندانه مطابق شکل (۱۳) از سردندانه شروع می شود ناحیه  $a - c$  به اندازه طول اصلاح،  $L_n$ ، افزایش می یابد. از آنجایی که این بازه متعلق به ناحیه دو جفت دندانه گیردار می باشد در نتیجه با افزایش این بازه قسمت  $c - d$ ، ناحیه متعلق به یک جفت دندانه گیردار، به بازه  $c' - d$  کاهش می یابد. نمودار خطای انتقال با اصلاح سردندانه مطابق شکل (۱۴) خواهد شد.

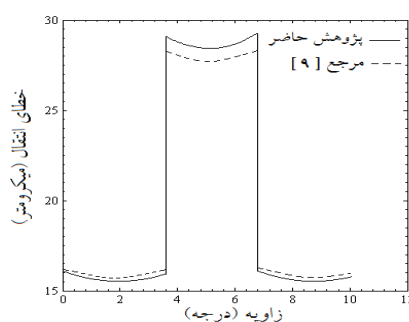


شکل ۱۳ نقاط گیرداری در طول پروفیل دندانه

دندانه های چرخ دنده می باشد و مقدار خطای انتقال برای این حالت بیشترین مقدار را دارد، زیرا در این حالت تمام نیروی انتقالی توسط چرخ دنده به این جفت دندانه اعمال شده است. ناحیه سوم نمودار نیز متعلق به گیرداری چرخ دنده در حالتی که دو جفت دندانه در پایان گیرداری است، می باشد.

جدول ۱ مشخصات چرخ دنده مورد استفاده [9]

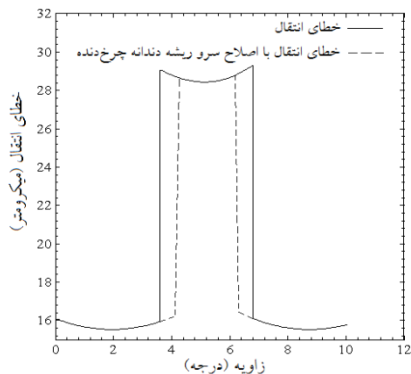
چرخ دنده	پینیون	پارامترهای چرخ دنده
۳۵	۳۴	تعداد دندانه
۷۹/۵۰	۷۷/۷۲	شعاع بیرونی (mm)
۶۹/۳۴	۶۷/۳۱	شعاع دایره ریشه (mm)
۲۸/۴۵	۲۸/۴۵	پهنای دندانه (mm)
۷/۳۷	۷/۳۷	ضخامت (mm)
۱/۲۷	۱/۲۷	شعاع فیلت (mm)
۱/۶۸	۱/۶۸	نسبت تماس
۰/۲۴	۰/۲۴	مدول (۱/mm)
۲۰	۲۰	زاویه فشار (deg)
۱۴۸/۱	۱۴۸/۱	فاصله مرکز تا مرکز (mm)
۷۹۱	۷۹۱	گشتاور (Nm)
۲۰۶	۲۰۶	مدول الاستیسیته (GPa)
۰/۳	۰/۳	ضریب پواسون



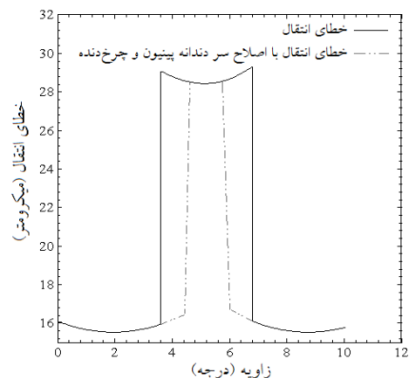
شکل ۱۱ نمودار خطای انتقال

برای صحت سنجی نمودار خطای انتقال پژوهش حاضر با مرجع [9] مقایسه گردیده است. همان طور که از شکل (۱۱) مشخص است مقدار بیشینه خطای انتقال در مرجع [9] معادل ۲۸ میکرومتر و در پژوهش حاضر

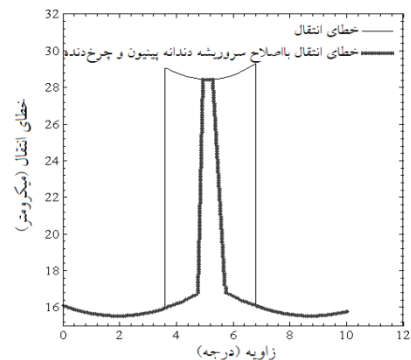
حالت چهارم تأثیر اصلاح سر و ریشه دندانه چرخ‌دنده و پینیون می‌باشد. این حالت در واقع ترکیب حالت‌های فوق خواهد بود و با توجه به نمودار خطای انتقال آن (شکل ۱۷)، بازه یک جفت ناحیه گیردار به اندازه ۷۱ درصد کاهش یافته است.



شکل ۱۵ نمودار خطای انتقال با اصلاح سر و ریشه دندانه چرخ‌دنده

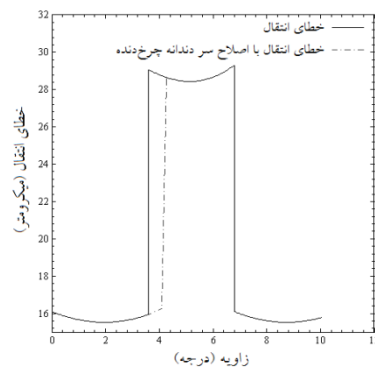


شکل ۱۶ نمودار خطای انتقال با اصلاح سردندانه پینیون و چرخ‌دنده



شکل ۱۷ نمودار خطای انتقال با اصلاح سر و ریشه دندانه پینیون و چرخ‌دنده

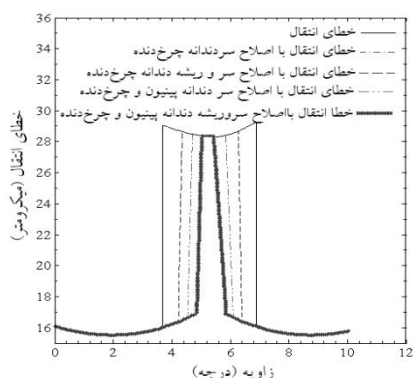
با دقت در شکل (۱۴) مشاهده می‌گردد ناحیه یک جفت دندانه گیردار نسبت به حالت بدون اصلاح ۱۴/۳ درصد کاهش می‌یابد. به دلیل این‌که حداکثر خطای انتقال متعلق به بازه  $c - d$  است بنابراین با کاهش این بازه صدا نیز کاهش می‌یابد. در واقع اصلاح پروفیل دندانه باعث می‌شود که گیرداری دو دندانه به صورت نرم‌تر و یکنواخت‌تری اتفاق افتد و این نرم‌تر و یکنواخت‌تر شدن باعث کاهش خطا و کاهش سروصدا خواهد شد و هر چه مقدار این خطا کمتر باشد صدای چرخ‌دنده کاهش بیشتری می‌یابد.



شکل ۱۴ نمودار خطای انتقال با اصلاح سردندانه چرخ‌دنده

حالت دوم تأثیر اصلاح پروفیل روی سر و ریشه دندانه چرخ‌دنده می‌باشد. در این حالت علاوه بر اتفاقی که برای سردندانه می‌افتد همان حالت نیز برای ریشه دندانه پیش می‌آید. بازه  $b - d$  به بازه  $b - d'$  و بازه  $a - c$  به  $a - c'$  افزایش می‌یابد. با دقت در نمودار خطای انتقال اصلاح سر و ریشه دندانه چرخ‌دنده، شکل (۱۵)، مشاهده می‌گردد که بازه یک جفت دندانه گیردار ۳۷/۲ درصد کاهش می‌یابد.

حالت سوم تأثیر اصلاح پروفیل روی سردندانه چرخ‌دنده و پینیون می‌باشد. در این صورت نمودار خطای انتقال آن مطابق شکل (۱۶) خواهد شد. مطابق این شکل ناحیه یک جفت دندانه گیردار حدود ۵۷ درصد کاهش می‌یابد. علت نیز این است که همان حالتی که برای سردندانه چرخ‌دنده پیش می‌آید، برای سردندانه پینیون نیز اتفاق می‌افتد.



شکل ۱۸ مقایسه انواع مختلف اصلاح پروفیل دندان

### نتیجه گیری

هدف از این پژوهش اصلاح پروفیل چرخ دنده ساده به منظور کاهش خطای انتقال استاتیکی است. خطای انتقال استاتیکی مبنی بر نرمی دندان به روش تحلیلی محاسبه شده است. برای محاسبه نرمی یک دندان سه فرض تغییر شکل تیر بر اثر نیروی خمشی و برش، نرمی با فرض صلب بودن بدنه چرخ دنده و نرمی تماسی با استفاده از تئوری هرتر در نظر گرفته شد.

سپس به تأثیر اصلاح پروفیل دندان در کاهش خطای انتقال پرداخته شد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد اصلاح سر و ریشه دندان چرخ دنده و پینون بهترین حالت اصلاح می‌باشد و این اصلاح باعث کاهش حدود ۷۰ درصد ناحیه یک، شکل (۱۲)، جفت دندان گیردار می‌شود.

از آنجایی که خطای انتقال رابطه مستقیمی با صدای یک جفت چرخ دنده گیردار دارد، هر عاملی که باعث کاهش خطای انتقال شود صدای چرخ دنده‌های گیردار را نیز کاهش می‌دهد.

قابل ذکر است که اصلاح پروفیل دندان با این که باعث کاهش خطای انتقال استاتیکی یک جفت چرخ دنده گیردار می‌شود، اما تنش و احتمال شکست دندان را افزایش می‌دهد.

همان طور که قبلاً ذکر گردید هر قدر میزان کاهش ناحیه گیرداری بیشتر باشد، سروصدای چرخ دنده کاهش بیشتری می‌یابد که هدف اصلی این پژوهش نیز کاهش سروصدا می‌باشد.

باتوجه به استفاده چرخ دنده در صنعت و تمایل به اصلاح پروفیل دندان‌های یکی از چرخ دنده‌ها یا هر دو چرخ دنده یکی از حالت‌های اصلاح انتخاب می‌شود. همان طور که از نمودار شکل (۱۸) مشخص است اصلاح پروفیل روی سر و ریشه دندان چرخ دنده و پینون بهترین حالت اصلاح می‌باشد. در واقع در حالتی که اصلاح روی سر و ریشه دندان چرخ دنده و پینون انجام گیرد مقدار خطای انتقال در جایی که یک جفت دندان گیردار است کمترین بازه را دارد، در نتیجه سروصدا نیز کاهش می‌یابد. مرجع [9] به بررسی تأثیر اصلاح پروفیل دندان با استفاده از تابع هارمونیک پرداخته است و این نتیجه به دست آمده که اصلاح سر و ریشه دندان بهترین حالت اصلاح است که تطابق قابل قبولی بین نتایج تحلیلی پژوهش حاضر و نتایج این مرجع مشاهده می‌گردد.

این در حالی است که اصلاح سردندان با این که باعث کاهش خطای انتقال و به تبع آن کاهش صدا می‌شود اما باعث کاهش متوسط ممان اینرسی سطح نیز می‌شود. باتوجه به رابطه زیر کاهش ممان باعث افزایش تنش در سردندان خواهد شد که این افزایش تنش احتمال شکست سردندان را افزایش خواهد داد. اصلاح ریشه نیز باعث افزایش تنش در ریشه خواهد شد که شکست را در ریشه افزایش می‌دهد.

$$\sigma = \frac{M}{I/c} \quad (69)$$

## مراجع

1. Buckingham, E., "Analytical mechanics of gears", Courier Corporation, New York: Dover Publications, INC., (1988).
۲. فرجی مهباری، خدیجه، «مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل مکانیزم جدید کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای محورهای دوار»، مجله علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، سال ۲۶، شماره دو، (۱۳۹۴).
3. Harris, S.L., "Dynamic loads on the teeth of spur gears", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 172, No. 1, pp. 87-112, (1958).
4. Mark, W.D., "Analysis of the vibratory excitation of gear systems: basic theory", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 63, No. 5, pp. 1409-1430, (1978).
5. Athavale, S.M., Krishnaswami, R. and Kuo, E.Y., "Estimation of statistical distribution of composite manufactured transmission error", *A precursor to gear whine, for a helical planetary gear system*, No. 2001-01-1507, SAE Technical Paper, (2001).
6. Houser, D.R., Fred B.O., Mark J.V., Raymond J.D. and Joseph W.L. "Comparison of transmission error predictions with noise measurements for several spur and helical gears", *In Proceedigns, 30th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, AIAA Paper# 94, Vol. 3366, (1994).
7. Åkerblom, M. and Pärssinen, M., "A study of Gear Noise and Vibration", *Proceedings OST-99 Symposium on Machine Design*, SE-100 44 Stockholm, ISSN 1400-1179, pp. 183-229, (2002).
8. Belsak, A. and Prezelj, J., "Identification of Noise Emission in a Gear Unit", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 123, No. 5, pp. 2039-2044, (2008).
9. Tavakoli, M.S. and Houser, D.R., "Optimum profile modifications for the minimization of static transmission errors of spur gears", *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, No. 1, pp. 86-94, (1986).
10. Bonori, G., Barbieri, M. and Pellicano, F., "Optimum profile modifications of spur gears by means of genetic algorithms", *Journal of sound and vibration*, Vol. 313, No. 3, pp. 603-616, (2008).
11. Dearn, K.D. and Walton, D., "Acoustic emissions from polymeric gears", *Proceedings of the World Congress on Engineering*, Vol. 2, No.1, pp. 978-988, (2009).
12. Kissling, E.U., "Effects of Profile Corrections on Peak-to-Peak Transmission Error", *Gear Technology*, pp. 52-61, July (2010).
13. Palmer, D. and Fish, M., "Evaluation of methods for calculating effects of tip relief on transmission error, noise and stress in loaded spur gears", *Gear Technology*, pp. 56-67, January/February (2012).
14. Tharmakulasingam, R., "Transmission error in spur gears: Static and dynamic finite-element modeling and design optimization", PhD, Diss. Brunel University School of Engineering and Design, London, (2010).
15. Cornell, R.W., "Compliance and stress sensitivity of spur gear teeth", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 103, No. 2, pp. 447-459, (1981).
16. Matusz, J.M., O'donnell, W.J. and Erdlac, R.J., "Local flexibility coefficients for the built-in ends of beams and plates", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 91, No. 3, pp. 607-613, (1969).
17. Laskin, I., Orcutt, F.K. and Shipley, E.E., "Analysis of noise generated by UH-1 helicopter transmission", No. MTI-67TR83, Mechanical Technology INC Latham NY, (1968).
18. Hua, D.Y. and Khonsari, M.M., "Application of transient elastohydrodynamic lubrication analysis for gear transmissions", *Tribology transactions*, Vol. 38, No. 4, pp. 905-913, (1995).

19. Kumar, P., Saini, P.K. and Tandon, P., "Transient elastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear using couple-stress fluid, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers", *Part J, Journal of Engineering Tribology*, Vol. 221, No. 6, pp. 743-754, (2007).
20. Dudley, D.W., "*Dudley's gear handbook*", Second Edition, Boca Raton, London, New York: CRC Press, (2012).
21. Lin, H.H., Dennis, P.T. and Oswald, F.B., "Profile modification to minimize spur gear dynamic loading", *Design Engineering Technical Conference NTIS*, Orlando, Florida, September 24-28, (1988).
22. Hiroaki, E. and Nader, S., "*Gearbox Simulation Models with Gear and Bearing Faults*", First Edition, USA: Intech Open Access Publisher, (2012).