

Flow Prediction in Two-Dimensional Asymmetric Diffuser by Neural Network and Comparison with Three Turbulence Models and Experimental Data*

Research Article

Mostafa Zamani Mohiabadi¹ Farid Soltani²

Ahmad Reza Boroomandpour³

Ghanbar Ali Sheikhzadeh⁴

1. Introduction

The study of fluid flow in asymmetric geometries and the expansion of geometry is important from the perspective of the principles of fluid mechanics, because it shows fluid separation and reconnection. The most widely used turbulence models are the standard $k-\epsilon$ model, the standard $k-\omega$ model, and the SST $k-\omega$ model. Neural networks are new computational methods whose main advantage are high speed and optimal accuracy in predicting nonlinear variables. In this research, the numerical solution of turbulent flow in an asymmetric two-dimensional diffuser is investigated to predict flow separation and also compared with neural network model and experimental data.

2. Results

The geometry of the problem shown in Figure 1 consists of an input boundary and an output boundary, and the other boundaries are the walls. The input limit is the input speed condition and the output limit is the zero pressure limit condition. Figure 1 shows the X-direction velocity contour for all three standard $k-\epsilon$ turbulence models, the standard $k-\omega$ model, and the SST $k-\omega$ model, indicating that the flow at the diffuser inlet has the highest velocity. As the fluid flows in the X direction, as the cross section area increases and the pressure increases, the velocity reaches its lowest value (in some places a negative velocity). The negative velocity in the diffuser indicates the separation of the boundary layer. Given that in this study the value of the Reynolds number is 20,000, the $k-\omega$ and SST $k-\omega$ models are more successful near the wall, which is better than the standard $k-\epsilon$ model for high Reynolds numbers.

To perform neural network simulation, measured data at different points of the diffuser were used. 70% of the total data was selected for training, 15% for validation, and 15% for testing. The points x and y/H are considered as inputs and U/U_0 as the output of the neural network. Trial and error procedure was used to determine the optimal number of hidden layers. A structure with the least number of hidden layers with an acceptable degree

of error is selected. The selected 3-layer neural network has the number of neurons. The results of its comparison with other numerical models are given below.

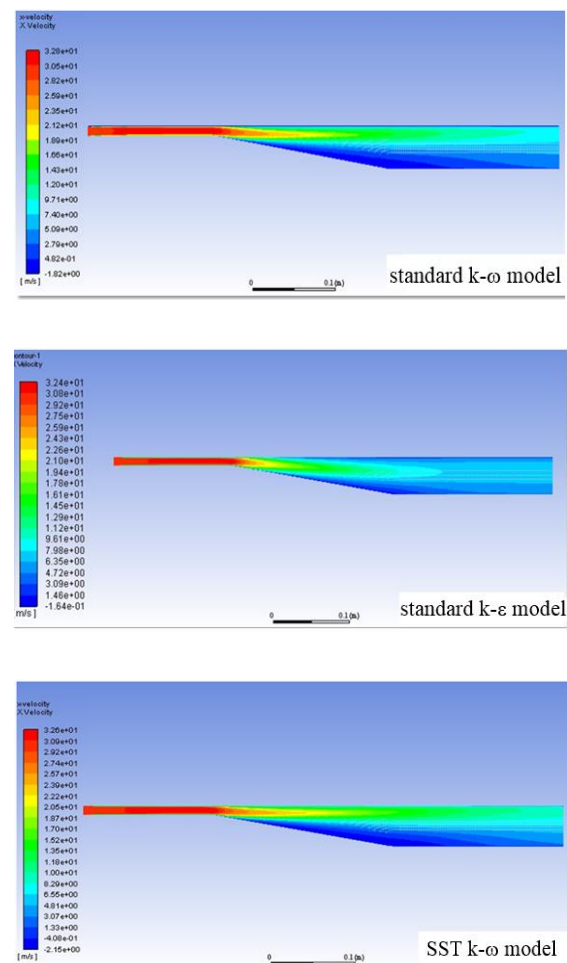


Figure 1. Speed contour in X direction for standard $k-\epsilon$, $k-\omega$, and SST $k-\omega$ models

Figure 2 compares all models with experimental measurements for distances 21, 29, 39 and 49. It is clear that the results of the standard $k-\omega$ and SST $k-\omega$ models are acceptable and the results of the ANN model are very close to the experimental results and the flow separation is predicted more accurately. The standard $k-\epsilon$ model, however, has not been very successful in predicting flow separation.

* Manuscript received: 06 December 2021; Revised, 18 January 2022, Accepted, 01 May 2022.

¹ Corresponding author: Ph. D Student, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

Email: m.zamani@vru.ac.ir

² : Ph. D Student, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

³ Ph. D Student, Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran.

⁴ Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

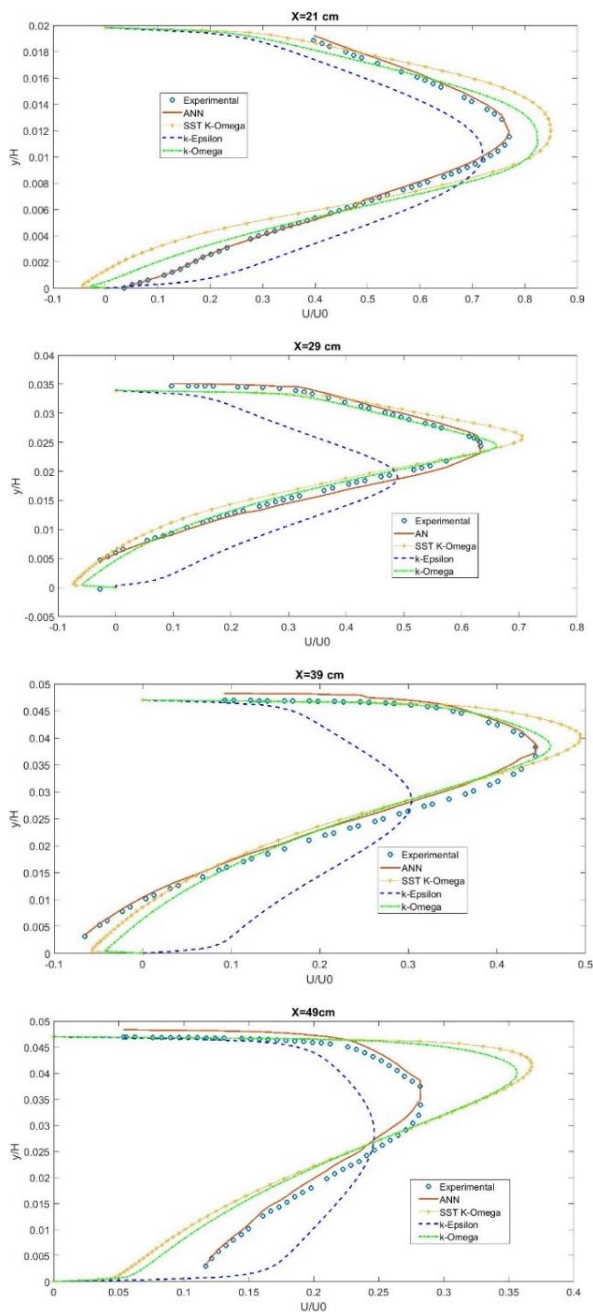


Figure 2. Comparison of models with experimental measurements at distances of 21, 29, 39 and 49 cm from the input edge

To better compare the four models, statistical indicators were used, the results of which are shown in Table 1. As it is clear, the neural network was better than other models for predicting the desired speed.

Table 1. Results of statistical indices of four models used at four points 21, 29, 39 and 49 cm from the input edge

		ANN		
X	t-test	MBE	RMSE	
21	7.074	1.5809e-4	2.3443e-4	
29	0.4353	-4.8432e-5	8.6319 e-4	
39	20.1431	0.0011	0.0012	
49	23.3591	0.0014	0.0015	
		Standard K-ε		
21	16.7101	0.429	0.4729	
29	12.3457	0.2279	0.269	
39	16.9097	0.158	0.1738	
49	27.994	0.1655	0.1717	
		Standard k-ω		
21	11.3655	0.4132	0.5	
29	7.5805	0.2408	0.3443	
39	7.7266	0.1697	0.2403	
49	13.3088	0.1679	0.1964	
		SST k-ω		
21	10.1581	0.4136	0.5201	
29	6.8506	0.2464	0.3719	
39	6.9944	0.1727	0.2577	
49	12.2662	0.171	0.2022	

3. Conclusion

In this study, to predict the flow separation in an asymmetric two-dimensional diffuser, three turbulence models standard k-ε, standard k-ω, and SST k-ω and intelligent neural network model were investigated. To test the independence of the network, the standard turbulence model k-ε is used. The asymmetric two-dimensional diffuser was studied using the second type of networking, Mesh B. In this research, the value of Reynolds number is 20,000. The flow enters the diffuser with an input speed of 29.21 meters per second. Due to the Reynolds number value as well as the reported shapes, the k-ω and SST k-ω models have been more successful near the wall. In this study, a 3-layer neural network model was selected which has the number of neurons [5 6 7]. The results of the standard k-ω and SST k-ω models are acceptable and the results of the ANN model are very close to the experimental results and the flow separation is predicted more accurately, but the standard k-ε model has not been very successful in predicting flow separation. Statistical indices of RMSE, MBE and t-test for all the four models were also calculated and compared, which also indicates this issue.

پیش‌بینی جریان در دیفیوزر نامتقارن دو بعدی توسط شبکه عصبی و مقایسه نتایج با سه مدل آشفتگی و داده‌های تجربی*

مصطفی زمانی محی‌آبادی^(۱) فرید سلطانی^(۲) احمدرضا برومندپور^(۳) قنبرعلی شیخ‌زاده^(۴)

چکیده در کار حاضر جریان آشفتنه در یک دیفیوزر دو بعدی نامتقارن مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. در بسیاری از کاربردها، اطلاع از این‌که آیا لایه مرزی از سطح یا داخل یک جسم خاص جدا می‌شود و این‌که دقیقاً جدا سازی جریان در کجا رخ می‌دهد، از اهمیت خاصی برخوردار است. ترکیب داده‌های آشفتگی با هوش مصنوعی در حال حاضر یک موضوع تحقیقاتی فعال برای مطالعه آشفتگی است. در این مقاله پیش‌بینی جدایش جریان با وجود گرادیان فشار معکوس در دیفیوزر دو بعدی نامتقارن، با استفاده از سه مدل آشفتگی شامل مدل استاندارد $k-\epsilon$ مدل استاندارد $k-\omega$ و مدل $SST k-\omega$ و مدل هوشمند شبکه عصبی مصنوعی (ANN) مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. برای شبیه‌سازی عددی و حل معادلات حاکم از نرم افزار فلونت استفاده شده است. نتایج در فواصل ۲۱، ۲۹، ۳۹ و ۴۹ سانتی متری از لبه دیفیوزر مورد تحلیل قرار گرفتند و با داده‌های تجربی مقایسه شدند. x و y/H هر نقطه به‌عنوان ورودی و U/U_0 سرعت در آن نقطه به‌عنوان خروجی شبکه عصبی در نظر گرفته شده است. شاخص‌های آماری $RMSE$ ، MBE ، $t-test$ برای نقاط مورد نظر محاسبه و گزارش شده است. مدل شبکه مصنوعی نسبت به سه مدل آشفتگی، پیش‌بینی بهتری از جدایش جریان را نشان می‌دهد و مدل استاندارد $k-\epsilon$ نسبت به مدل‌های دیگر پیش‌بینی ضعیف‌تری را نشان می‌دهد. این تحقیق چشم‌انداز مدل‌سازی آشفتگی را با روش‌های یادگیری ماشین به‌خصوص شبکه عصبی نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی دیفیوزر، مدل آشفتگی، شبکه عصبی.

مقدمه

با پیشرفت کامپیوترها شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده به‌وسیله حل توأمان معادلات دیفرانسیل پاره‌ای مومنتوم، پیوستگی و بقای انرژی امکان‌پذیر شده است. جدایش جریان به دلیل وجود گرادیان فشار معکوس در جریان‌های داخلی و خارجی اتفاق می‌افتد. در بسیاری از مسائل وقوع جدایش جریان و محل دقیق آن از اهمیت زیادی برخوردار است. بررسی جریان سیال در هندسه‌های نامتقارن و انبساط هندسه به دلیل نشان دادن جدایش سیال و اتصال مجدد، از منظر مبانی مکانیک سیالات دارای اهمیت است. استفاده از معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده رینولدز (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) RANS که در شبیه‌سازی‌های سیالاتی بسیار پرکاربرد است، برای محاسبه تنش رینولدز به یک مدل آشفتگی نیاز دارند. تاکنون مدل‌های آشفتگی مختلفی معرفی شده است [1]. این مدل‌ها شامل معادلات ساده ویسکوزیته آشفتنه تا معادلات دقیق‌تر می‌باشند [2]. از پرکاربردترین مدل‌های آشفتگی می‌توان به مدل $k-\omega$ استاندارد،

مدل $RNG k-\omega$ ، مدل استاندارد $k-\omega$ و مدل $SST k-\omega$ (Shear-

Stress Transport) اشاره کرد [3-8].

کالتنباخ و همکاران [9] جریان در دیفیوزرهای نامتقارن صفحه‌ای را با روش عددی و توسط مدل LES (Large Eddy Simulation) مورد بررسی قرار داده‌اند.

مالیکو و همکاران [10] یک مطالعه عددی از ساختار جریان از طریق دیفیوزرهای دو بعدی متقارن محوری را ارائه کردند. محاسبات آن‌ها بر اساس حل سیستم معادلات غیرایستا مدل تلاطم مالیکوف دو سیال انجام شده است. پروفیل‌های سرعت طولی در مقاطع مختلف کانال مورد بررسی قرار گرفت و چگونه تأثیر تغییرات شبکه بر نتایج نشان داده شد. صحت نتایج آن‌ها برای عدد رینولدز $Re=20000$ تأیید شد. مقایسه نشان داد که مدل جدید قادر است جریان‌های جدا شده را با دقت بالایی پیش‌بینی کند.

هم‌چنین بویس و ایتون [11] به روش تجربی این جریان را مورد بررسی قرار داده‌اند. داده‌های تجربی بویس و ایتون [11]

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/۹/۱۵ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۲/۱۱ می‌باشد.

آموزشی در اعداد مختلف رینولدز متفاوت است. افزایش پیش‌بینی مدل مبتنی بر داده و هم‌چنین محدودیت‌های احتمالی مرتبط برای ویژگی‌های جریان مورد علاقه مورد بحث قرار می‌گیرد. در نهایت این چارچوب امکان اندازه‌گیری کمی اطمینان مدل و کمی‌سازی عدم قطعیت را برای جریان‌هایی فراهم می‌کند که در آن مشاهدات با وفاداری بالا یا دانش قبلی در دسترس نیست.

لینانگ و همکاران [15] بر جریان‌های گذشته از ایرفویل‌ها با اعداد رینولدز بالا تمرکز کرده‌اند. آن‌ها یک مدل آشفتگی برای جریان‌ها در تعداد ماخ مختلف و زوایای حمله (AOA) با عدد رینولدز ثابت ایجاد کرده و به نتایج رضایت‌بخشی دست یافته‌اند. با این وجود، برای آشفتگی با اعداد رینولدز متغیر، با افزایش داده‌ها توانایی تعمیم مدل به‌طور مؤثر افزایش نمی‌یابد. برای مدل‌سازی غیرخطی بودن اثرات متلاطم مختلف در تعداد رینولدز بالا، دانش قبلی در مورد تجزیه و تحلیل مقیاس‌بندی در طراحی مدل ادغام کردند و شبکه‌های عصبی به‌عنوان چارچوب مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به ویژگی‌های مختلف مقیاس‌بندی، میدان جریان به مناطق مختلف تقسیم شده و دو مدل ANN مجزا به‌طور جداگانه ساختند. علاوه بر این، ترکیبی از منظم‌سازی، محدودکننده‌ها و آموزش پایدار برای افزایش استحکام مدل پیشنهادی اتخاذ شده‌است. آن‌ها از نتایج مدل SA (Spallart-Allmaras) به‌عنوان مجموعه داده و مرجع ارزیابی مدل‌سازی استفاده کردند. مدل پیشنهادی آن‌ها با شش جریان در اطراف ایرفویل NACA0012 آموزش داده شد که برای شرایط جریان آزاد و ایرفویل‌های مختلف کاربرد دارد. از مقایسه نتایج محاسبه‌شده توسط مدل‌های پیشنهادی، مانند ویسکوزیته گردابی، پروفیل سرعت، ضریب پسا و غیره، با داده‌های مرجع موفقیت مدل را در پیش‌بینی نشان دادند.

پیش‌بینی توان مزرعه بادی معمولاً توسط مدل‌های ویک (Wake) تحلیلی پیاده‌سازی می‌شود، که کم‌هزینه است اما از نظر دقت برای مدل‌سازی آشفته بالا کافی نیست. زیلونگ و همکاران [16] یک مدل مبتنی بر یادگیری ماشین جدید برای بهبود پیش‌بینی توان مزارع بادی توسعه داده‌اند. مدل ارائه‌شده می‌تواند میدان‌های سرعت و آشفتگی را در پیک‌های توربین متناسب با شبیه‌سازی‌های دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) با دقت بالا و در عین حال به کارایی محاسباتی خوبی دست یابد. با هدایت داده‌های شبیه‌سازی CFD، رابطه ضمنی بین جریان‌های ورودی و جریان‌های Wake با استفاده از تکنیک شبکه‌های عصبی

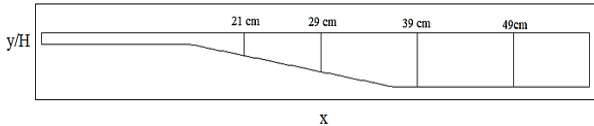
برای پروفیل سرعت متوسط سازگاری مناسبی را با نتایج به‌دست آمده از مدل LES نشان می‌دهد. هم‌چنین پیش‌بینی محل جدایش در روش تجربی و روش LES سازگاری مناسبی داشت ولی اختلافاتی در محل نقطه اتصال مجدد مشاهده شد.

پرپانچی و همکاران [12] در مطالعه تجربی، توزیع سرعت، ضریب بازیابی فشار، شدت تلاطم و تفکیک جریان یک دیفیوزر با ورودی هشت ضلعی و خروجی مربع در تونل باد عمودی را بررسی کردند. آزمایش‌ها در دو حالت مکش و جریان دمشی انجام شد. نتایج آن‌ها نشان داد که افت فشار و جدایی معنی‌داری در دیفیوزر مورد مطالعه وجود ندارد.

شبکه‌های عصبی از روش‌های محاسباتی جدید می‌باشند که مزیت اصلی آن‌ها سرعت بالا و دقت مطلوب در پیش‌بینی متغیرهای غیرخطی است. شبکه‌های عصبی در حل مسایل پیچیده که مدل‌های تجربی یا نیمه‌تجربی در حل آن‌ها کارایی مناسبی نداشته باشند بسیار کارا هستند. در ادامه چندین کار پژوهشی که در آن‌ها از مدل‌های آشفتگی و مقایسه با شبکه عصبی استفاده شده، ذکر خواهد شد.

لینگ و همکاران [13] روشی برای استفاده از شبکه‌های عصبی برای یادگیری مدلی برای تانسور ناهمسان‌گردی تنش رینولدز از داده‌های شبیه‌سازی با وفاداری بالا ارائه می‌کند. آن‌ها یک معماری شبکه عصبی جدید پیشنهاد داده‌اند که از یک لایه ضربی با پایه تانسور ثابت برای تعبیه تغییر ناپذیری گالیله در تانسور ناهمسان‌گردی پیش‌بینی شده استفاده می‌کند. آن‌ها پیش‌بینی‌های ناهمسان‌گردی تنش رینولدز این شبکه عصبی ثابت از طریق میدان سرعت برای دو مورد آزمایشی منتشر کردند برای هر دو مورد آزمایش، بهبود قابل توجهی در مقایسه با مدل‌های ویسکوزیته گردابی خطی و غیرخطی RANS نشان دادند.

گنوا و همکاران [14] یک چارچوب جدید مبتنی بر داده را پیشنهاد کردند که نه تنها پیش‌بینی‌های RANS را بهبود می‌بخشد، بلکه محدودیت‌های احتمالی برای مقادیر سیال مانند سرعت و فشار را نیز فراهم می‌کند. ضبط عدم قطعیت‌ها شامل عدم قطعیت فرم مدل و هم‌چنین عدم قطعیت معرفتی ناشی از داده‌های آموزشی محدود است. آن‌ها از یک مدل شبکه عصبی برای پیش‌بینی مؤلفه تانسور ناهمسان‌گرد تنش رینولدز استفاده کردند. این مدل با استفاده از الگوریتم گرادینان متغیر استاین آموزش داده شده‌است. عدم قطعیت محاسبه‌شده در تنش رینولدز با شبیه‌سازی مونت کارلو و انبلی به مقادیر مورد نظر منتشر شد. نتایج برای دو مورد آزمایشی ارائه شده‌است که از نظر هندسی با جریان‌های



شکل ۲ حوزه حل محاسباتی

معادلات حاکم و مدل‌های آشفتگی موردنظر

برای حل جریان از معادلات ناویر استوکس رینولدز متوسط استفاده می‌شود. معادلات پیوستگی و ناویراستوکس برای یک جریان دائم در مختصات کارتزین به صورت زیر تعریف می‌شود [18].

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i' u_j'}) \quad (2)$$

در این تحقیق از مدل‌های آشفتگی k-ε استاندارد، k-ω استاندارد و SST k-ω برای پیش‌بینی جدایش جریان استفاده شده است. مدل‌های آشفتگی از تقریب بوزینسک برای برقراری ارتباط بین تنش‌های رینولدز و گرادیان‌های سرعت متوسط استفاده می‌کند [18].

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

مدل استاندارد k-ε معروف‌ترین و متداول‌ترین مدل آشفتگی برای کاربردهای صنعتی است. در صورتی که مدل استاندارد k-ε همراه رابطه بوزینسک به کار برده شود، برای طیف وسیعی از مسائل مهندسی پیچیده جواب‌های قابل قبولی ارائه می‌نماید. اما برای مسائلی که شامل غیر ایزوتروپ‌های شدید جریان و نیز اثرات غیر تعادلی هستند، این مدل در نهایت به جواب‌هایی خواهد رسید که تا حدودی فوق دیفیوز است، یعنی مقادیر μ_t که توسط این مدل پیش‌بینی می‌شود، تا حدی بزرگ خواهند بود [18].

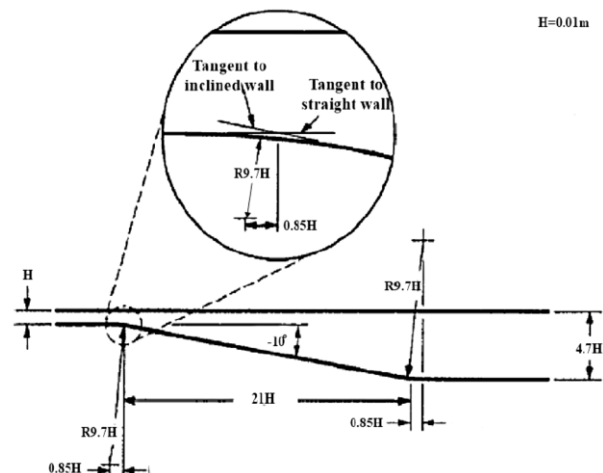
مدل‌های k-ω محبوبیت زیادی دارند زیرا دارای قدرت زیادی در هنگام انتگرال‌گیری از معادلات به سمت دیواره می‌باشد. از همین رو دیگر نیازی به استفاده از توابع دیواره تجربی نبوده یا آن‌که نیاز کمتری به استفاده از این توابع وجود دارد. همچنین مدل k-ω نسبت به مدل k-ε در جریان‌هایی که

مصنوعی (ANN) بر اساس الگوریتم پس‌انتشار ایجاد شد. آن‌ها روش مرتبه کاهش یافته مدل دیسک محرک با چرخش (ADM-R) و مدل آشفتگی k-ε اصلاح شده برای ذخیره محاسباتی در شبیه‌سازی‌های RANS پیاده‌سازی شده است. نتیجه‌گیری‌ها نشان می‌دهد که مدل ANN می‌تواند پیش‌بینی‌های توان را در مقایسه با مدل‌های تحلیلی موجود به طور محسوسی بهبود بخشد و به خوبی با LES و داده‌های اندازه‌گیری مطابقت دهد.

در ادامه این مقاله در ابتدا مدل‌های آشفتگی موردنظر توضیح داده شده و سپس جریان در دیفیوزر نامتقارن توسط این مدل‌های آشفتگی شبیه‌سازی و عملکرد آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. از شبکه‌های عصبی هوشمند به عنوان نوآوری در این مسئله مورد استفاده قرار گرفته است که ادامه آن در ابتدا شبکه عصبی بررسی شده و مسئله موردنظر توسط ANN مدل‌سازی و شبیه‌سازی گردیده است در نهایت نتایج به دست آمده از چهار مدل موجود با یکدیگر و داده‌های تجربی مقایسه شد.

تعریف و فرمول‌بندی مسئله

در این تحقیق حل عددی جریان آشفتگی در یک دیفیوزر دو بعدی برای پیش‌بینی جدایش جریان بررسی شد. بسته نرم‌افزاری فلونت برای پیش‌بینی جدایش جریان و انتخاب بهترین مدل توربولانسی جهت ارزیابی رفتار جریان مورد استفاده قرار گرفته است. روش عددی به کار رفته مبتنی بر روش حجم محدود می‌باشد که نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در شکل (۱) هندسه مورد مطالعه و در شکل (۲) حوزه حل محاسباتی نشان داده شده است.



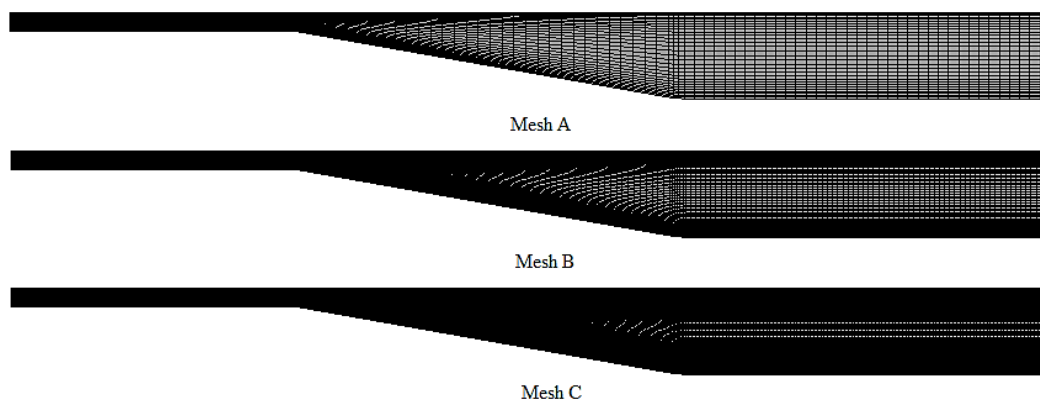
شکل ۱ طرح شماتیکی دیفیوزر [11,17]

شبکه یا تولید مش

دقت هر شبیه‌سازی به شدت وابسته به کیفیت شبکه است. در صورت بالا بودن کیفیت شبکه، منجر به هم‌گرایی سریع‌تر می‌شود. در این تحقیق روشی ساده برای شبکه‌بندی استفاده شده است. در شکل (۳) و جدول (۱) مدل و مشخصات شبکه-بندی نشان داده شده است.

جهت شبکه‌بندی دیفیوزر موجود، دیواره افقی براساس تغییر مقطع به پنج قسمت تقسیم شده و برای هر قسمت تعداد شبکه مشخصی در نظر گرفته شده است. برای دیواره‌های عمودی تعداد یکسانی از شبکه برای همه مقاطع در نظر گرفته شده است.

شامل کاهش سرعت و جدایش ناشی از گرادیان فشار معکوس می‌باشند، بهتر عمل می‌کند. اغلب مدل‌های $k-\epsilon$ از آنجا که از فرضیات رینولدز بالا جریان استفاده می‌کنند، برای حل معادلات در نواحی نزدیک دیواره با مشکلات زیادی مواجه می‌شوند. اما مدل $k-\omega$ را می‌توان برای پیش‌بینی تغییرات متغیرهای توربولانس تا لبه دیواره‌های جامد مورد استفاده قرار داد [18]. مدل SST $k-\omega$ توسط منتر و به منظور آمیختن فرمول‌بندی دقیق و قدرتمند مدل $k-\omega$ در نواحی نزدیک دیواره با مدل $k-\epsilon$ مستعمل از جریان‌های آزاد در نواحی دور از دیواره ارائه شده است. یعنی مدل به‌طور هم‌زمان توانایی بالای مدل $k-\omega$ در نواحی با عدد رینولدز پایین و توانایی بالای مدل $k-\epsilon$ در نواحی با عدد رینولدز بالا را در اختیار گرفته است [18].



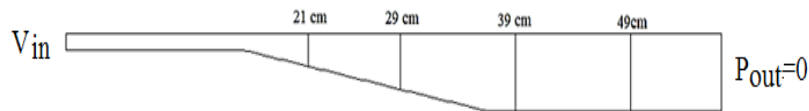
شکل ۳ مدل شبکه تولید شده

جدول ۱ مشخصات شبکه تولید شده

شبکه	تعداد کل سلول‌ها	دیوار عمودی	دیوار افقی پایینی	دیوار افقی بالایی
A	3000	30	27,3,31,3,36	27,3,31,3,36
B	12000	60	54,6,62,6,72	54,6,62,6,72
C	27000	90	81,9,93,9,108	81,9,93,9,108

جدول ۲ کیفیت شبکه‌بندی

شبکه	Aspect Ratio Maximum	Minimum Orthogonal Quality	Skewness Maximum
30 × 100	$3.26 \times 10^{+1}$	8.1×10^{-1}	1.11×10^{-1}
60 × 200	$3.33 \times 10^{+1}$	9.07×10^{-1}	$1.11 \times 10^{+1}$
90 × 300	$3.35 \times 10^{+1}$	9.38×10^{-1}	$1.11 \times 10^{+1}$



شکل ۴ شرایط مرزی استفاده شده

بررسی استقلال شبکه

در حل مسائل به روش عددی بررسی استقلال حل از شبکه از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. به این منظور در چند شبکه مختلف و با اندازه‌های مختلف شبیه‌سازی انجام می‌شود و بر اساس نتایج به‌دست‌آمده، یکی از متغیرهای وابسته مقایسه می‌شود. برای دو شبکه که نتایج به‌دست‌آمده مطابقت داشته باشد، به منظور صرفه‌جویی در منابع و زمان حل، از شبکه بزرگ‌تر استفاده می‌شود. یکی از متغیرهای کاربردی در استقلال حل از شبکه متغیر وابسته y^+ است. با کاهش ابعاد شبکه متغیر y^+ نیز کاهش می‌یابد. y^+ یک متغیر بدون بعد برای جریان‌های محدود به دیواره است که در تئوری لایه مرزی و قانون دیواره استفاده می‌شود و به‌صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود:

$$y^+ = \frac{u \times y}{\nu} \quad (4)$$

در این تحقیق برای بررسی استقلال از شبکه از مدل آشفتگی $k-\epsilon$ استاندارد استفاده شده‌است. به این منظور نتایج به‌دست‌آمده برای متغیر y^+ در دو مقطع از هندسه برای سه شبکه با ابعاد مختلف مقایسه شده‌است. جدول (۳) نشان می‌دهد که نتایج y^+ به‌دست‌آمده از شبکه‌های B و C بسیار نزدیک هستند. در صورت انتخاب شبکه C به‌دلیل ریزتر بودن نسبت به شبکه B حجم محاسبات افزایش پیدا می‌کند در صورتی که باید به‌دنبال راهکاری بود که هزینه محاسباتی کاهش پیدا کند، بنابراین شبکه B برای حل مسئله توسط سایر مدل‌های آشفتگی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۳ مقادیر y^+ مربوط به شبکه‌بندی‌های مختلف

مقدار y^+	شبکه
۸,۴	شبکه A
۵,۳	شبکه B
۲,۱	شبکه C

کیفیت شبکه‌بندی. بررسی کیفیت شبکه قبل از محاسبات یک روش مناسب جهت رسیدن به نتایج مطلوب است. در جدول (۲) به مهم‌ترین مواردی که نقش اصلی در کیفیت شبکه‌بندی دارند اشاره شده‌است. پارامتر Aspect ratio نسبت ضلع بزرگ‌تر به ضلع کوچک‌تر را بیان می‌کند، پارامتر orthogonal quality در محیط مش کیفیت مش را نشان می‌دهد. این گزینه نشان دهنده زاویه‌گیری یک سلول به سلول مجاور است. هر چه میزان این عدد به عدد یک نزدیک‌تر باشد نشان دهنده کیفیت بیشتر مش است. Skewness این معیار بین صفر تا یک قرار داشته که برای این‌که یک شبکه از کیفیت بالایی برخوردار باشد این پارامتر باید به عدد صفر نزدیک‌تر باشد.

شرایط مرزی

با توجه به هندسه مسئله که در شکل (۲) نشان داده شده‌است، شامل یک مرز ورودی و یک مرز خروجی است و سایر مرزها را دیواره‌ها تشکیل می‌دهند. مرز ورودی از شرط سرعت ورودی و در مرز خروجی از شرط مرزی فشار صفر استفاده شده‌است (شکل ۴).

راهبرد حل و هم‌گرایی

از شیوه گسسته‌سازی بالادست مرتبه دوم برای معادلات ممتهم و کمیت‌های توربولانسی استفاده شده‌است. برای برقراری ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده‌است [19].

بحث و نتایج

به‌منظور شناسایی بهترین روش حل عددی جریان آشفته درون دیفیوزر دو بعدی، سه کیفیت شبکه متفاوت با استفاده از نرم‌افزار تجاری فلوئنت به شیوه حجم محدود حل و نتایج زیر حاصل شدند.

SST k- ω نشان داده شده‌است که نشان می‌دهد در ورودی دیفیوزر جریان دارای بیشترین سرعت است. هر چه جریان در جهت X پیش می‌رود با بیشتر شدن سطح و افزایش فشار، سرعت به کمترین مقدار خود (در بعضی نقاط به سرعت منفی) می‌رسد. سرعت منفی در دیفیوزر نشان دهنده جدایش لایه مرزی است. با توجه به این‌که در این تحقیق مقدار عدد رینولدز ۲۰۰۰۰ می‌باشد جریان با سرعت ورودی ۲۹/۲۱ متر بر ثانیه وارد دیفیوزر می‌شود. با توجه به مقدار عدد رینولدز و هم‌چنین شکل‌های (۵) تا (۷) نشان داده شده‌است که مدل k- ω و SST k- ω در نزدیک دیواره موفق‌تر عمل می‌کند که در مقابل مدل استاندارد k- ϵ برای مقادیر اعداد رینولدز بالا عملکرد بهتری دارد.

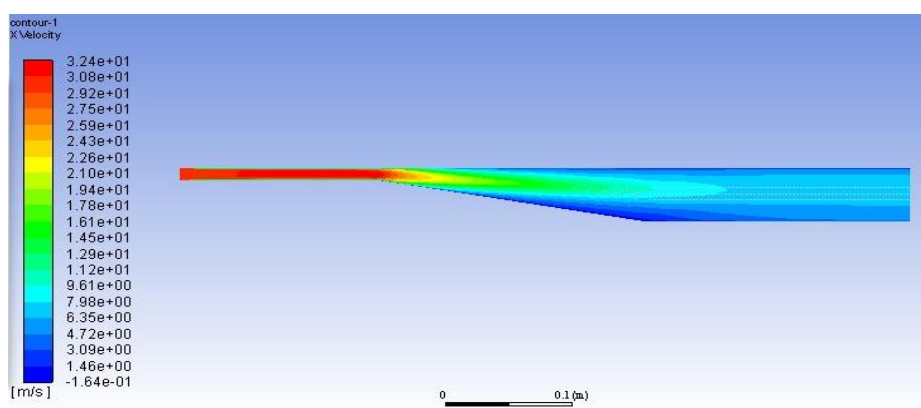
بررسی عملکرد مدل‌های آشفتگی

در این مدل‌های آشفتگی k- ϵ استاندارد، k- ω استاندارد و SST k- ω به‌منظور پیش‌بینی جدایش جریان مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

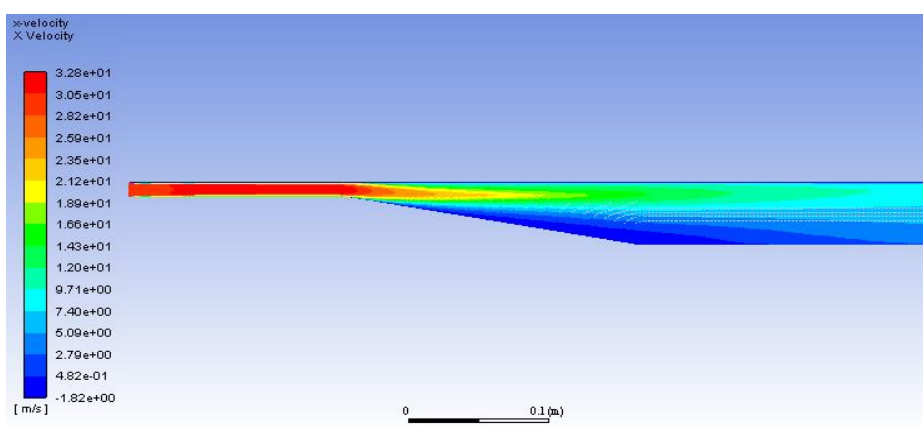
زمانی که هوا وارد بخش انبساطی دیفیوزر می‌شود به دلیل وجود گرادیان فشار معکوس، جدایش جریان رخ داده و ناحیه چرخش مجدد به وجود می‌آید.

دیفیوزر دو بعدی نامتقارن با استفاده از شبکه‌بندی نوع دوم یعنی Mesh B با سه مدل k- ϵ استاندارد، مدل k- ω استاندارد و مدل SST k- ω مورد مطالعه قرار گرفته‌است.

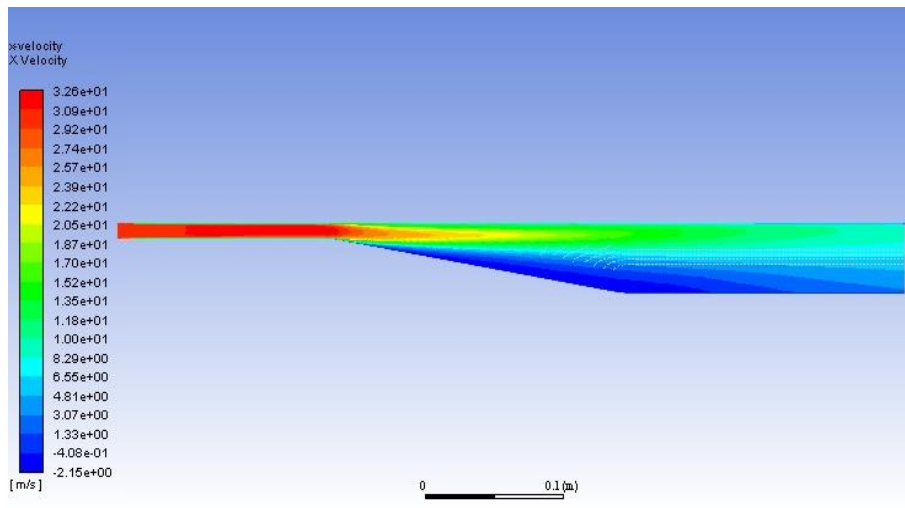
در شکل‌های (۵) تا (۷) کانتور سرعت در جهت X برای هر سه مدل آشفتگی k- ϵ استاندارد، مدل k- ω استاندارد و مدل



شکل ۵ کانتور سرعت در جهت X برای مدل استاندارد k- ϵ



شکل ۶ کانتور سرعت در جهت X برای مدل استاندارد k- ω



شکل ۷ کانتور سرعت در جهت X برای مدل ω -SST k

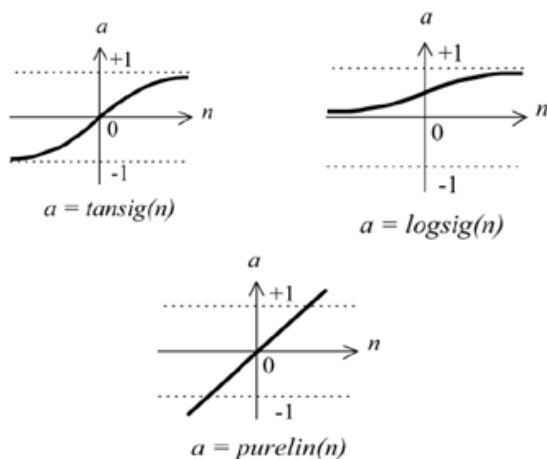
وزن‌های اتصالی بین نورون‌ها به دست می‌آید.

مدل‌سازی صورت گرفته با شبکه عصبی

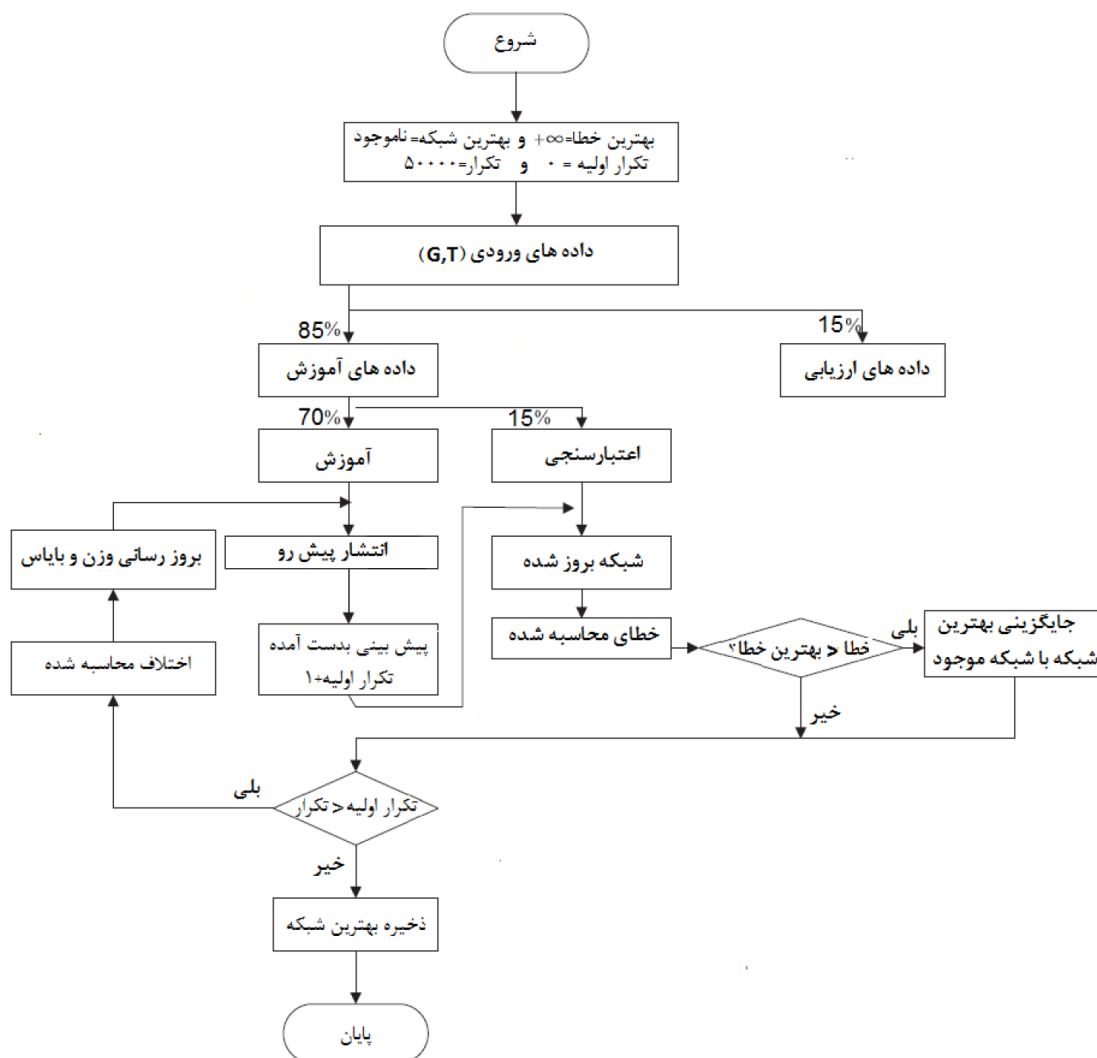
به‌طور کلی مدل‌سازی یکی از ابزارهای مناسب برای تصمیم‌گیری و پیش‌بینی پدیده‌های محیط زیستی و طبیعی می‌باشد که اغلب به‌صورت مدل‌های مفهومی با روابط ریاضی بیان می‌شوند. تبدیل یک مفهوم آماری به زبان ریاضی، نوعی از مدل‌سازی است. از طریق مدل‌سازی می‌توان شرایط و موقعیت‌های خاص را به‌صورت مجازی ایجاد و آن را مورد آزمون قرار داده و تحلیل کرد. جهت انجام آنالیز باید تمامی شرایط یکسان در نظر گرفته شود. این شرایط عبارتند از تعداد لایه‌ها و نورون‌های هر لایه و نوع توابع انتقال شبکه عصبی می‌باشد. انتخاب تابع انتقال تأثیر به‌سزایی بر دقت خروجی شبکه عصبی می‌گذارد. معمولاً سه تابع انتقال اصلی برای مدل‌سازی شبکه عصبی وجود دارد که شامل توابع سیگموئید تانژانت ($\text{Tangent sigmoid (Tansig)}$)، سیگموئید لگاریتمی ($\text{Log sigmoid (Logsig)}$) و سیگموئید خطی (Purelin) (sigmoid (Purelin)) می‌باشند (شکل ۸) [23]. برای تعیین بهترین ترکیب از توابع انتقال در شبکه با یک یا دو لایه نهان، توابع انتقال مختلفی برای توسعه شبکه استفاده می‌شود. بررسی نتایج آنالیز توسط شاخص‌های آماری صورت می‌گیرد که در ادامه توضیح داده شده‌است. شکل (۹) فلوجارت شبکه عصبی و نحوه هم‌گرایی آن را نشان می‌دهد.

شبکه‌های عصبی

شبکه‌های عصبی از روش‌های محاسباتی جدید می‌باشند که مزیت اصلی آن‌ها سرعت بالا و دقت مطلوب در پیش‌بینی متغیرهای غیرخطی است. شبکه‌های عصبی در حل مسایل پیچیده که مدل‌های تجربی یا نیمه‌تجربی در حل آن‌ها کارایی مناسبی نداشته باشند بسیار کارا هستند [20-22]. شبکه‌های عصبی مصنوعی نوعی مدل آماری است که بر اساس کارکرد مغز انسان طراحی شده‌است. این نوع مدل می‌تواند ورودی‌های معینی را دریافت کند و طی یک سری پردازش‌های موجود در مدل، نتیجه مطلوب را ارائه دهد. شبکه‌های عصبی از واحدهای ساده‌ای به نام نورون ساخته می‌شوند و سلول‌هایی نظیر آن‌چه که در مغز انسان وجود دارد را ارائه می‌دهند. در یک شبکه، نورون‌ها به‌وسیله اتصالات وزنی به یکدیگر متصل می‌شوند. از طریق تنظیم این وزن‌ها، فرآیند آموزش درون شبکه به دست می‌آید. شبکه‌های عصبی از مجموعه لایه‌هایی تشکیل می‌شود که لایه اول شامل ورودی‌ها و لایه آخر شامل خروجی‌ها می‌باشد. لایه‌های نهان نیز بین لایه‌های ورودی و خروجی قرار می‌گیرند. شبکه‌های عصبی براساس نوع فیزیکی مسئله می‌توانند تک‌لایه یا چند لایه باشند. هدف شبکه‌های عصبی یادگیری براساس اتصالات منطقی بین الگوهای پارامترهای ورودی و خروجی، آنالیز و یا یافتن ساختار الگوهای پارامترهای ورودی می‌باشد. با فراهم کردن شبکه‌های عصبی با داده‌های موجود، شبکه آموزش دیده از طریق اصلاح



شکل ۸ توابع انتقالی شبکه عصبی [۲۳]



شکل ۹ فلوجارت شبکه عصبی [۲۴]

شاخص‌های آماری

برای ارزیابی دقت کارایی مدل‌های توسعه یافته و بررسی روند عملکرد در مدل‌ها، تجزیه و تحلیل آماری شامل خطای مجذور میانگین مربعات خطا (Root Mean Square Error (RMSE))، میانگین خطای تقری (Mean Bias Error (MBE)) و ضریب هم‌بستگی (Coefficient of determination (R2)) انجام شده است. میانگین مربعات خطا، اطلاعاتی در مورد عملکرد کوتاه مدت ارائه می‌دهد که یک اندازه از تغییرات تخمین زده شده در اطراف داده‌های اندازه‌گیری شده است. هر چه میانگین مربعات خطا پایین‌تر باشد، تخمین دقیق‌تر است. میانگین خطای تقریبی، نشان‌های از انحراف میانگین مقادیر برآورد شده از داده‌های مربوط به اندازه‌گیری است و می‌تواند اطلاعاتی در مورد عملکرد بلندمدت مدل ارائه دهد. میانگین خطای تقریبی پایین‌تر و ضریب هم‌بستگی بیشتر مناسب‌تر می‌باشد. هر چه ضریب هم‌بستگی بیشتر باشد نشان‌دهنده میزان تطابق خروجی مدل با هدف (Target) است و اگر برابر با یک باشد گویای این است که خروجی سیستم با هدف برابر می‌باشد. جاکویدز [25] نشان داد استفاده از شاخص‌های میانگین مربعات خطا، میانگین خطای تقریبی تنها باعث اشتباه در مدل می‌شود. بنابراین در کنار این دو شاخص آزمون تی (T-Test) توصیه می‌شود، آزمون تی معیاری است که تفاوت واقعی بین دو شاخص را در مقایسه با تغییرات داده‌ها مقایسه می‌کند. به عبارت دیگر آزمون تی نشان‌دهنده اهمیت اختلاف شاخص‌ها با استفاده از متوسط خطاهای ریشه میانگین مربعات خطا و خطای متوسط میانگین خطای تقریبی است. روابط شاخص‌های گفته شده به صورت معادلات زیر می‌باشد:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{n}} \quad (5)$$

$$MBE = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)}{n} \quad (6)$$

$$t\text{-test} = \sqrt{\frac{(n-1)MBE^2}{RMSE^2 - MBE^2}} \quad (7)$$

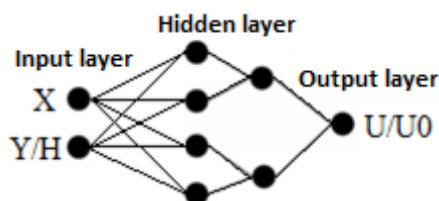
در معادلات فوق P_i مقدار پیش‌بینی شده، O_i مقدار اندازه‌گیری شده و n تعداد مشاهدات می‌باشد. هر چه مقدار میانگین

مربعات خطا کمتر باشد، مدل از دقت بیشتری برخوردار است. اگر مقدار میانگین خطای تقریبی مثبت باشد، یعنی مقدار پیش‌بینی شده از مقدار اندازه‌گیری شده بیشتر و اگر مقدار میانگین خطای تقریبی منفی باشد، یعنی مقدار اندازه‌گیری شده از مقدار پیش‌بینی شده کمتر است.

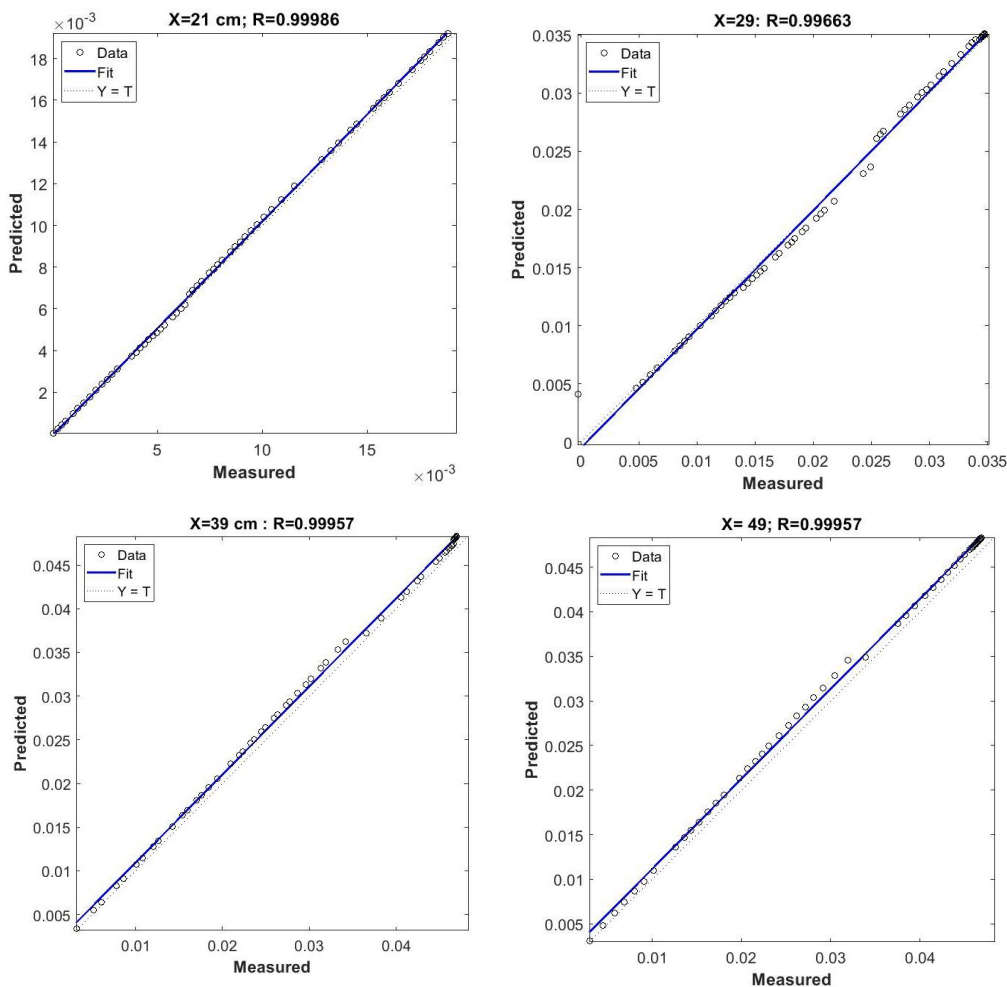
برای انجام شبیه‌سازی از داده‌های اندازه‌گیری شده در نقاط مختلف دیفیوزر موردنظر استفاده شده است. از دیتاهای تجربی گزارش شده در مراجع [11,17] در این مقاله استفاده شده است. ۷۰ درصد از کل داده‌ها برای آموزش، ۱۵ درصد برای صحت سنجی و ۱۵ درصد برای آزمون انتخاب شده است. در شکل (۱۰) ورودی و خروجی‌های در نظر گرفته شده برای شبکه عصبی نشان داده شده است. در این جا نقاط x و y/H را به عنوان ورودی و U/U_0 را به عنوان خروجی شبکه عصبی طراحی شده در نظر گرفته شده است.

برای تعیین تعداد بهینه لایه‌های نهان از رویه سعی و خطا استفاده شده است. ساختاری با کمترین تعداد لایه‌های نهان با درجه خطای قابل قبول انتخاب می‌گردد. هر چه تعداد لایه‌های نهان یک شبکه کمتر باشد، زمان کمتری برای آموزش شبکه مورد نیاز است. همچنین تعداد نرون‌های موجود در لایه‌های نهان تأثیر به‌سزایی در عملکرد شبکه عصبی خواهد گذاشت.

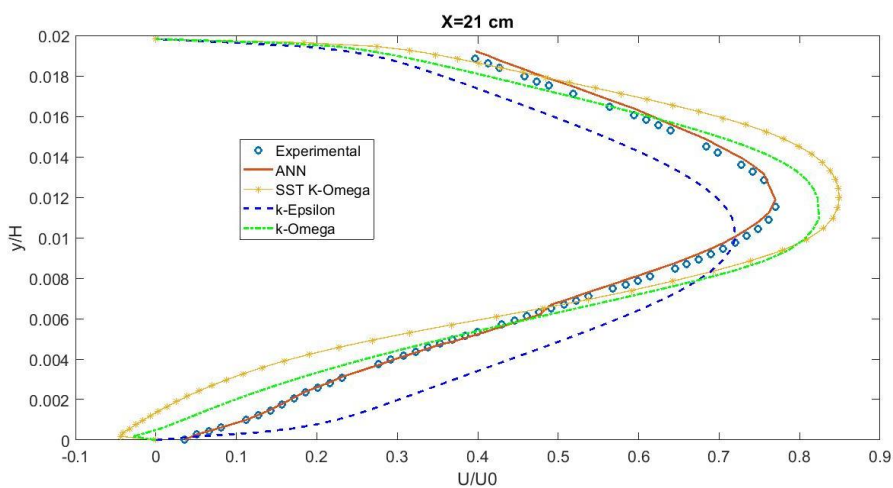
شبکه عصبی سه لایه انتخاب شده دارای تعداد نرون‌های $\{5$ و 6 و $7\}$ می‌باشد که نتایج مقایسه آن با دیگر مدل‌های عددی در ادامه آورده شده است. در شکل (۱۱) ارتباط بین مقادیر پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی انتخاب شده و نیز داده‌های تجربی اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد. در این شکل برای چهار نقطه موردنظر این نتایج نشان داده شده، همان‌طور که مشخص است میزان ضریب هم‌بستگی R برای هر چهار نقطه بالای 0.99 می‌باشد که نشان‌دهنده دقت زیاد شبکه عصبی برای پیش‌بینی می‌باشد.



شکل ۱۰ شبکه عصبی طراحی شده



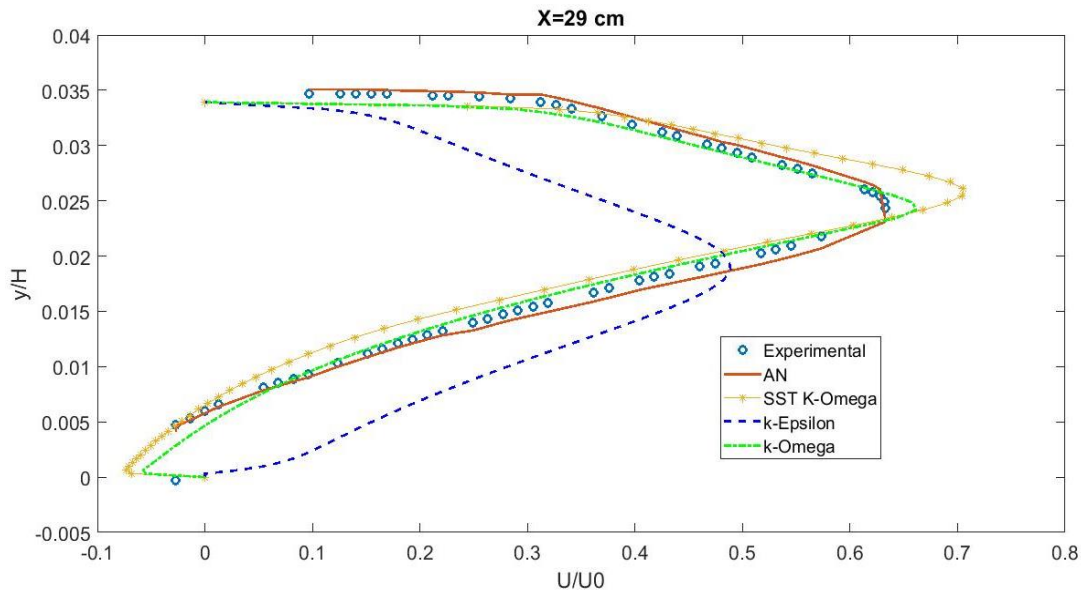
شکل ۱۱ ارتباط بین مقادیر واقعی و با مقادیر پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی برای ۴ فاصله در نظر گرفته شده



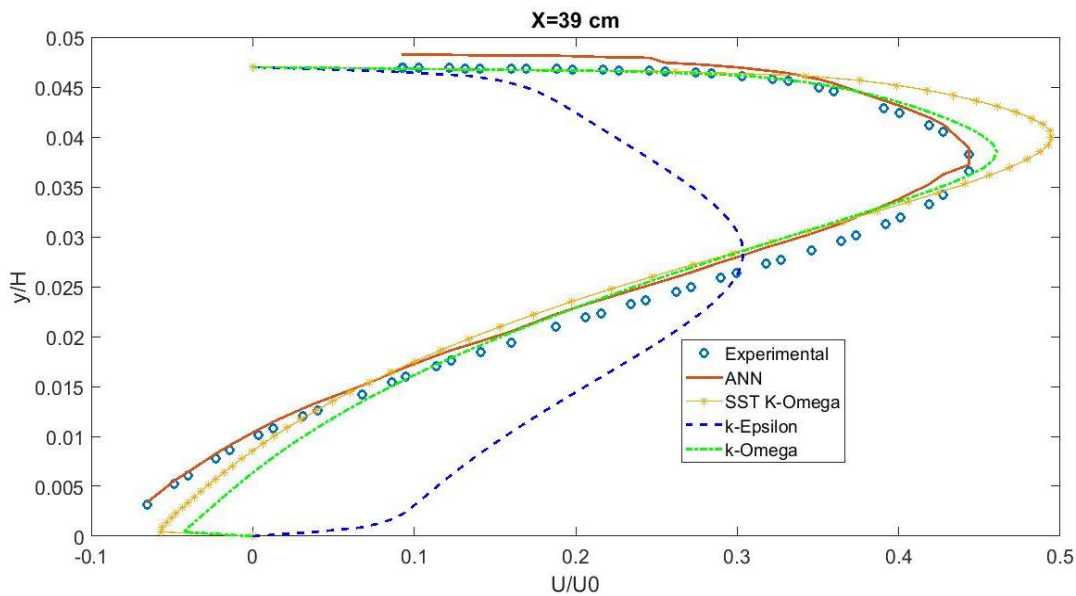
شکل ۱۲ مقایسه مدل‌ها با اندازه‌گیری تجربی در فاصله ۲۱ سانتی متری

پیش‌بینی شده‌است؛ اما مدل استاندارد $k-\epsilon$ در پیش‌بینی جدایش جریان چندان موفق عمل نکرده‌است. جهت مقایسه بهتر این چهار مدل از شاخص‌های آماری استفاده شده، که نتایج حاصل از آن در جدول (۴) نشان داده شده‌است همان‌طور که مشخص است شبکه عصبی به‌خوبی و بهتر از دیگر مدل‌ها توانسته‌است پیش‌بینی سرعت موردنظر را انجام دهد.

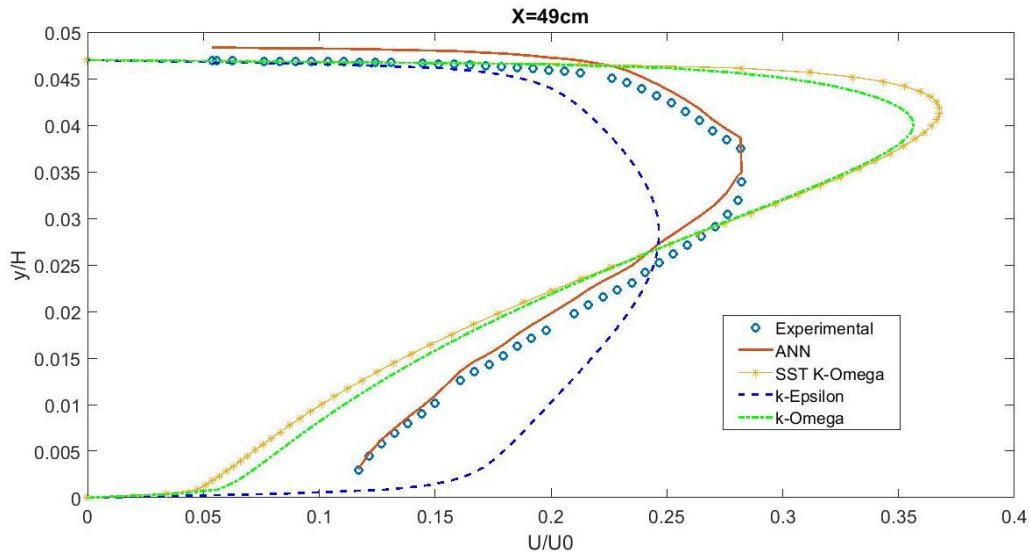
شکل (۱۲) مربوط به فاصله ۲۱ سانتی‌متری است که تمامی مدل‌ها با اندازه‌گیری تجربی مقایسه شده‌است. در شکل‌های (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) این نتایج برای فواصل ۲۹، ۳۹ و ۴۹ نشان داده شده‌است، کاملاً مشخص است که نتایج مربوط به مدل‌های استاندارد $k-\omega$ و $SST\ k-\omega$ قابل قبول و نتایج مدل ANN بسیار نزدیک به نتایج تجربی است و با دقت بیشتری جدایش جریان



شکل ۱۳ مقایسه مدل‌ها با اندازه‌گیری تجربی در فاصله ۲۹ سانتی‌متری



شکل ۱۴ مقایسه مدل‌ها با اندازه‌گیری تجربی در فاصله ۳۹ سانتی‌متری



شکل ۱۵ مقایسه مدل‌ها با اندازه‌گیری تجربی در فاصله ۴۹ سانتی‌متری

جدول ۴ نتایج شاخص‌های آماری چهار مدل استفاده شده در چهار نقطه ۲۱، ۲۹، ۳۹ و ۴۹ سانتی‌متری

X	ANN			استاندارد ω -k		
	t-test	MBE	RMSE	t-test	MBE	RMSE
۲۱	۷/۰۷۴	e ۵۸۰۹/۱-۴	e ۳۴۴۳/۲-۴	۱۱/۳۶۵۵	۰/۴۱۳۲	۰/۵
۲۹	۰/۴۳۵۳	-e ۸۴۳۲/۴-۵	e ۶۳۱۹/۸-۴	۷/۵۸۰۵	۰/۲۴۰۸	۰/۳۴۴۳
۳۹	۲۰/۱۴۳۱	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۱۲	۷/۷۲۶۶	۰/۱۶۹۷	۰/۲۴۰۳
۴۹	۲۳/۳۵۹۱	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۵	۱۳/۳۰۸۸	۰/۱۶۷۹	۰/۱۹۶۴
X	ϵ -K			ω -SST k		
	t-test	MBE	RMSE	t-test	MBE	RMSE
۲۱	۱۶/۷۱۰۱	۰/۴۲۹۰	۰/۴۷۲۹	۱۰/۱۵۸۱	۰/۴۱۳۶	۰/۵۲۰۱
۲۹	۱۲/۳۴۵۷	۰/۲۲۷۹	۰/۲۶۹۰	۶/۸۵۰۶	۰/۲۴۶۴	۰/۳۷۱۹
۳۹	۱۶/۹۰۹۷	۰/۱۵۸۰	۰/۱۷۳۸	۶/۹۹۴۴	۰/۱۷۲۷	۰/۲۵۷۷
۴۹	۲۷/۹۹۴۰	۰/۱۶۵۵	۰/۱۷۱۷	۱۲/۲۶۶۲	۰/۱۷۱۰	۰/۲۰۲۲

نتیجه‌گیری

و SST k- ω در نزدیک دیواره موفق‌تر عمل کرده‌اند. در این تحقیق مدل شبکه عصبی سه‌لایه انتخاب شده که دارای تعداد نرون‌های {۵ و ۶ و ۷} می‌باشد. نتایج مربوط به مدل‌های استاندارد k- ω و SST k- ω قابل قبول و نتایج مدل ANN بسیار نزدیک به نتایج تجربی است و با دقت بیشتری جدایش جریان پیش‌بینی شده‌است؛ اما مدل استاندارد k- ϵ در پیش‌بینی جدایش جریان چندان موفق عمل نکرده‌است. شاخص‌های آماری RMSE, MBE و t-test برای هر چهار مدل نیز محاسبه و مقایسه شد که نیز گویای این موضوع می‌باشند.

در این تحقیق برای پیش‌بینی جدایش جریان در دیفیوزر دوبعدی نامتقارن، سه مدل توربولانسی استاندارد k- ϵ ، استاندارد k- ω و SST k- ω و مدل هوشمند شبکه عصبی مورد بررسی قرار گرفتند. برای بررسی استقلال از شبکه از مدل آشفته‌گی استاندارد k- ϵ استفاده شده‌است. دیفیوزر دوبعدی نامتقارن با استفاده از شبکه-بندی نوع دوم یعنی Mesh B مورد مطالعه قرار گرفته‌است. در این تحقیق مقدار عدد رینولدز ۲۰۰۰۰ می‌باشد جریان با سرعت ورودی ۲۹/۲۱ متر بر ثانیه وارد دیفیوزر می‌شود. با توجه به مقدار عدد رینولدز و همچنین شکل‌های گزارش شده، مدل k- ω

RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)	میانگین‌گیری رینولدز	واژه نامه	
Root Mean Square Error (RMSE)	ریشه میانگین مربعات خطا	Artificial Neural Networks	شبکه های عصبی مصنوعی
Shear-Stress Transport	انتقال تنش برشی	Coefficient of determination (R ²)	ضریب تعیین
Tangent sigmoid (Tansig)	سیگموئید تانژانت	Computational-fluid-dynamics(CFD)	دینامیک سیالات محاسباتی
Target	هدف	Large Eddy Simulation	شبیه سازی گردابی بزرگ
T-Test	آزمون تی	Log sigmoid (Logsig)	سیگموئید لگاریتمی
		Mean Bias Error (MBE)	میانگین خطای اریبی
		Purelin sigmoid (Purelin)	سیگموئید خطی

مراجع

1. Bradshaw, P., "Understanding and Prediction of Turbulent Flow- 1996", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 18, No. 1, Pp. 45–54, Feb, (1997). doi: 10.1016/S0142-727X(96)00134-8.
2. Versteeg, H. K., and Malalasekera, W., An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Longman group Ltd, (1998).
3. Launder, B. E., and Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Numerical prediction of flow, heat transfer, *Turbulence and Combustion*, Vol. 3, No. 2, Pp. 269–289, (1974).
4. Launder, B. E., and Sharma, B. I., "Application of the Energy-dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc", *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, No. 2, Pp. 131–137, Nov, (1974).
5. Yakhot, V., and Smith, L. M., "The Renormalization Group, the ϵ -expansion and Derivation of Turbulence Models", *Jouranal Science Computer.*, Vol. 7, No. 1, Pp. 35–61, (1992).
6. Wilcox, D. C., "Turbulence Modeling for CFD", DCW Industries, Inc., La Canada, CA.", (1993).
7. Menter, F. R., "Two-equation Eddy-viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 32, No. 8, Pp. 1598–1605, Accessed: May 14, (2021). [Online].
8. Madaliev, E. U., Madaliev, M. E. U., Mullaev, I. I., Shoev, M. A. U., & Ibrokhimov, A. R. U. "Comparison of Turbulence Models for the Problem of an Asymmetric Two-Dimensional Plane Diffuser", *Middle European Scientific Bulletin*, Vol. 18, Pp. 119-127, (2021).
9. H. J. Kaltenbach, M. Fatica, R. Mittal, T. S. Lund, and P. Moin, "Study of Flow in a Planar Asymmetric Diffuser Using Large-eddy Simulation", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 390, Pp. 151–185, (1999),.
10. Z. Malikov, A. Mirzoev, M. Madaliev, D. Yakhshibayev and A. Usmonov, "Numerical Simulation of Flow through an Axisymmetric Two-dimensional Plane Diffuser Based on a New Two-fluid Turbulence Model", *International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), IEEE* , Pp. 1-4, (2021).
11. C. U. Buice and J. K. Eaton, "Experimental Investigation of Flow through an Asymmetric Plane Diffuser", *Journal*

- of Fluids Engineering-transactions of The ASME*, Vol. 122, No. 2, Pp. 433–435, (2000).
12. Parpanchi, Seyed Morteza, et al. "Experimental Investigation of a Diffuser for Use in Skydiving Vertical Wind Tunnel", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 125, Pp. 110393, (2021).
 13. Ling, J., Kurzawski, A., Templeton, J., "Reynolds Averaged Turbulence Modelling Using Deep Neural Networks with Embedded Invariance", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 807, Pp. 155–66, (2016).
 14. Geneva, Nicholas, and Nicholas Zabaraz, "Quantifying Model Form Uncertainty in Reynolds-Averaged Turbulence Models with Bayesian Deep Neural Networks", *Journal of Computational Physics*, Vol. 383, Pp. 125-147, (2019).
 15. Zhu, Linyang, et al. "Turbulence Closure for High Reynolds Number Airfoil Flows by Deep Neural Networks", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 110, Pp. 106452, (2021).
 16. Ti, Zilong, Xiao Wei Deng, and Mingming Zhang, "Artificial Neural Networks based wake model for power prediction of wind farm", *Renewable Energy*, Vol. 172, Pp. 618-631, (2021).
 17. Buice, C. U., & Eaton, J. K. (1996). "Experimental Investigation of Flow through an Asymmetric Plane Diffuser", *CTR Annual Research Briefs*, Vol. 21, Pp. 243-248, (1996).
 18. Heydari Nejad, Qasim, "Introduction to Turbulence", Tarbiat Modares University Publications, (2017). In Persian
 19. Hamisu, Muhammad Tukur, et al. "Numerical Study Of Flow In Asymmetric 2D Plane Diffusers With Different Inlet Channel Lengths", *CFD Letters*, Vol. 11(5), Pp. 1-21, (2019).
 20. Zamani Mohiabadi M., "The Instantaneous Prediction of the Global Solar Radiation in the Rafsanjan City", *Iranian Journal of Energy*, Vol. 16, No. 4, Pp. 15-31, (2012).
 21. Menhaj M. B., "Fundamentals of Neural Networks", *Amirkabir University*, Pp.37-40, (2013). In Persian
 22. Zamani Mohiabadi M., and Mirzaei M., "Comparison of Two Intelligent Models to Estimate the Instantaneous Global Solar Radiation in Semi-arid Climate Conditions: Application in Iran", *Journal of Earth System Science*, Vol. 126, No. 5, Pp. 75-88, (2017).
 23. Shafiey Dehaj, M., Zamani Mohiabadi, M., & Hosseini, S. M. S., "Sensitivity Analysis of 9 Models for Estimating the Power of Photovoltaic Monocrystal and Polycrystalline Panels", *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 51(4), Pp. 193-202, (2022).
 24. Zamani Mohiabadi, M., Jahromi, R., Hasani Dastjerdi, M., & Mehrabi Gouhari, E., "Estimating Efficiency of Monocrystalline and Polycrystalline Photovoltaic Panels Using Neural Network Models", *Iranian Journal of Energy*, Vol. 21, No.3, Pp. 87-100, (2018).
 25. Jacovides, C. P., "Reply to comment on Statistical procedures for the evaluation of evapotranspiration models", *Agricultural Water Management*, Vol. 3, Pp. 95-97, (1997).