مطالعه‌ی جریان در یک توربین فراصوت خاص و بررسی تأثیر تغییر هندسی لبه‌ی پره‌ها بر عملکرد توربین*

رضا آقایی طوق[۱] ابوالقاسم مسگرپور طوسی[۲] مسعود بروومند[۳]

چکیده *در این مقاله، ابتدا به منظور شناخت کافی از الگوی جریان درون کانال‌ها و اطراف پره‌های ضربه‌ای یک توربین فراصوت، تحلیل عددی به صورت دوبعدی و سه‌بعدی صورت گرفته است. سپس در راستای بهینه سازی عملکرد توربین، تأثیر تیز کردن لبه‌ی پره‌ها در این توربین مطالعه شده است. با بررسی‌های اولیه، نویسندگان دریافتند که با اصلاح هندسی پره‌های این توربین، می‌توان عملکرد آن‌را بهبود بخشید. نتایج عددی و تجربی به دست آمده از این‌کار، نشان می‌دهد که تیز کردن لبه‌های حمله و فرار پره‌ها باعث اصلاح الگوی جریان و بهبود زمینه‌ی شوک‌های ایجاد شده در فضای بین خروجی نازل و ورودی روتور و فضای داخل کانال‌های پره‌ها می‌گردد. این توربین‌ها در سامانه‌ی توربوپمپ موتورهای ماهواره‌بر استفاده می‌شود. توربین‌های مورد استفاده در این سامانه‌ها بدون خنک‌کاری بوده و جریان عبوری از آن‌ها تراکم‌پذیر، فراصوت، با آشفتگی بالا و میدان جریان پیچیده می‌باشد. جریان‌های آشفته دارای میدان‌های نوسانی سرعت متفاوتی هستند. شبیه‌سازی مستقیم نوسانات کوچک با فرکانس بالا، در محاسبات عملی مهندسی بسیار پرهزینه می‌باشد. در کارهای عددی، مدل‌سازی صحیح و انتخاب مدل آشفتگی مناسب این جریان‌ها در رسیدن به جواب‌های دقیق در مدت زمان مناسب حائز اهمیت بوده و مورد توجه پژوهشگران می‌باشد. دو مدل آشفتگی پیشنهادی در نرم‌افزار FLUENT، یعنی مدل‌های $k-\varepsilon/\mathrm{RNG}$ و $k-\omega$ برای تحلیل عددی این‌گونه توربوماشین‌ها، مورد توجه قرار گرفته و با استفاده از این‌دو مدل، شبیه‌سازی عددی صورت گرفته است. هدف از به کارگیری دو مدل در این تحلیل، بررسی نتایج حاصله در جهت انتخاب مناسبترین مدل در تحلیل عددی این نوع توربین برای استفاده در کارهای آتی می‌باشد. اندازه‌گیری‌های دقیق از خواص متوسط و نوسانی از میدان سرعت، در لایه‌های مرزی با $y^+ \le 50$ انجام یافته و نتایج محاسبات با نتایج موجود از آزمایش‌های عملکردی مورد مقایسه واقع شده است.*

واژه‌های کلیدی توربین فراصوت، پره‌های ضربه‌ای، روش‌های آشفتگی، موتور ماهواره‌بر

Numerical and Experimental Evaluation of Supersonic Turbine Flow and Effect of Geometrical Change of Blade Edges on Turbine Performance

R. Aghaei tog A.M. Tousi M. Boroomand

Abstract *The present study numerically assesses two and three dimensionally, of the flow pattern inside channels and around impulse blades of a supersonic turbine. Also the effects of edge-sharpening on the aerodynamics of blades have been of concern. Primary studies show that with geometric modification of blades, optimization of the efficiency of turbine is possible. The numerical and experimental results suggest that edge-sharpening modifies flow pattern and improves shock field on the area between nozzle and. Supersonic turbines do not need cooling system and their flow is of compressible, supersonic, highly turbulent and complex flow field type. Turbulence flows may have different oscillating velocity fields. Since these oscillations may be very small and haveing a high frequency, their direct simulation will be too costly in regard to practical engineering computations. In numerical studies, correct simulation and the proper turbulence model selection for these flows are very important in obtaining reliable results in reasonable amount of time. The Two turbulence models, $k-\varepsilon/\mathrm{RNG}$ and $k-\omega$, have been widely used for the numerical analysis of these turbo machines. The present study also aimed to comparatively assess the two models to determine which one is superior for the simulations of impulse turbines. Accurate measurements of the mean characteristics and oscillating of the velocity field have been carried out in boundary layers with $y^+ \le 50$. The results of the computations have been compared to those of the experimental analysis.*

Keywords Supersonic turbine, impact blades, turbulence methods, fluid fuel engine.

---

*نسخه‌ی اول مقاله در تاریخ ۱۳۸۸/۹/۲۲ و نسخه‌ی نهایی آماده چاپ آن در تاریخ ۱۳۸۹/۸/۱۷ می‌باشد.

(۱) عهده دار مکاتبات : دانشجوی دوره‌ی دکتری، دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(۲) دانشیار، دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(۳) دانشیار، دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مقدمه

در سامانه‌های توربوپمپی، زمانی‌که دبی جرمی سیال کاری کم بوده و کار خروجی زیاد لازم باشد، برای رسیدن به اندازه و وزن کمینه، از توربین‌های فراصوت ضربه‌ای استفاده می‌شود. یکی از این موارد، موتور موشک‌های حامل ماهواره است. روش‌های معمول طراحی این نوع توربین‌ها، به‌صورت تجربی، تحلیلی و عددی است. گلدمن و هم‌کارانش [1] با استفاده از روش مشخصه‌ها، محاسبات تحلیلی برای بررسی تأثیر پارامترهای هندسی بر طراحی پره‌های توربین‌های فراصوت انجام داده‌اند. پارامترهای متعددی مانند زوایای پره و جریان و عدد ماخ و سختی پره‌ها مورد مطالعه قرار گرفته‌اند و میزان اهمیت این پارامترها در عملکرد کلی توربین مورد بررسی قرار گرفته است. در سال‌های اخیر، استفاده از تحلیل عددی و دینامیک سیال محاسباتی در محاسبه‌ی توربوماشین‌ها به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است. بسیاری از پژوهشگران مانند لی [2]، گرولیموس [3]، تاکر [4] هادسن [5]، آقایی و هم‌کاران [6] و [7]، ابزار تحلیل عددی را به طور وسیعی در تحلیل جریان‌های توربوماشینی؛ ویژه توربین‌های محوری مورد استفاده قرار داده‌اند. از اولین تحقیقات انجام شده برای شبیه‌سازی عددی توربین‌های فراصوت، می‌توان به مطالعات لارسون و اریکسون در سال ۱۹۹۵ اشاره کرد [8]. لارسون هم‌چنین مدل‌های مختلف آشفتگی را در تحلیل این توربین‌ها مورد مطالعه قرار داده است. این مدل‌های آشفتگی عبارتند از $k-\varepsilon$ و $k-\omega$. مطالعات وی نشان داد که این مدل‌ها در برخی نواحی هماهنگی خوبی داشته، ولی در نوک لبه‌ی حمله و سطح مکش آن، کارایی لازم را ندارند [9]. دورنی و هم‌کاران [10]، در یک کار پژوهشی با استفاده از حل عددی معادلات ناویر- استوکس، جریان یک نوع توربین فراصوت را مدل کردند. دورنی و هم‌کاران در یک کار عددی دیگر، تأثیر فاصله‌ی شعاعی را بر عملکرد توربین فراصوت مورد بررسی قرار دادند [11]. معادلات به کار رفته در این شبیه‌سازی، معادلات وابسته به زمان سه‌بعدی ناویر- استوکس با متوسط‌گیری رینولدز (RANS) بوده و به‌صورت موازی حل شده‌اند. مدل آشفتگی به کار رفته، مدل جبری بالدوین- لوماکس دو لایه بوده و شرایط مرزی تناوبی به‌کار رفته است. در این کار، حذف فاصله‌ی شعاعی موجب کاهش راندمان توربین شده است. آنان در این کار، نتیجه گرفتند که افت ناشی از جریان ثانویه در نوک پره بسیار کم‌تر از افت ناشی از امواج ضربه‌ای است. گریفین و دورنی در یک کار دیگر تأثیر پذیرش جزئی و کامل را در تحلیل عددی یک توربین فراصوت خاص مورد بررسی قرار داده و توصیه کرده‌اند برای توربین‌هایی که دارای پذیرش جزئی هستند، شرط مرزی تناوبی با احتیاط استفاده گردد [12]. رشید و هم‌کاران، تداخل جریان در خروجی نازل و ورودی روتور یک نوع توربین ضربه‌ای فراصوت را با استفاده از آزمایش‌های تجربی و عددی مورد بررسی قرار دادند [13]. کار عددی به‌منظور دست‌یابی به اطلاعات دقیق‌تر از الگوی جریان در این توربین، به‌صورت ناپایا مدل شده است. مدل آشفتگی مورد استفاده در این کار، $k-\varepsilon$ می‌باشد. رشید در این کار، نشان داد تداخل جریان در فضای بین نازل و روتور الگوی پیچیده‌ای دارد که برای کار شبیه‌سازی عددی نیز دشواری‌هایی ایجاد می‌کند؛ با این وجود، می‌توان جدایش جریان از سطح مکش و تأثیر آن بر سطح فشار پره‌ی مجاور و تشکیل موج شوک در لبه‌ی ورودی روتور را به‌خوبی تشخیص داد. هم‌چنین کار عددی نشان داد که لبه‌ی خروجی ضخیم برای نازل می‌تواند ناپایایی‌های جریان ورودی به روتور را شدت بخشد.

امروزه با پیشرفت علوم محاسباتی رایانه‌ای در زمینه‌ی بهینه‌سازی، روش‌های نوینی در طراحی و بهینه‌سازی توربین‌های فراصوت به کار می‌رود. روش‌هایی مانند آنالیز حساسیت [14]، شبکه‌های عصبی [15]، آنالیزهای برگشت و الگوریتم ژنتیک با چند نظام

بهینه‌سازی متفاوت [16,17]، از جمله‌ی این روش‌های جدید می‌باشند. سوندگراس، دورنی و هم‌کاران [18] یک حل محاسباتی ناویر استوکس ناپایا را با الگوریتم ژنتیک ترکیب کردند تا عملکرد متوسط زمانی توربین فراصوت را به منظور افزایش عمر و قابلیت استفاده‌ی مجدد در پرتاب شاتل‌ها بهبود دهد.

همان‌طور که گفته شد، جریان در این‌گونه از توربوماشین‌ها، غالباً سه بعدی، آشفته و با الگوی جریان پیچیده می‌باشد. این پیچیدگی در الگوی جریان سه بعدی، زمانی که سرعت دوران روتور و نیز سرعت ورود جریان به دیسک توربین بالاتر باشد، بیشتر می‌شود. در این میان، به سبب ماهیت آشفته‌ی جریان، انتخاب مدل آشفتگی مناسب برای شبیه‌سازی صحیح در زمان هم‌گرایی مناسب، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. پژوهشگران پیش‌گامی مانند لارسون نیز به انتخاب مدل آشفتگی مناسب توجه داشته‌اند. از جمله کارهای انجام شده در این زمینه، می‌توان به کار ژاو و دینگ [19]، باراکس و دریکاکیس [20]، کاتالانو و آماتو [21] و دیگران اشاره کرد. در مورد اخیر، نرم‌افزار زن با مدل‌های آشفتگی $k-\varepsilon$ خطی و غیرخطی، $k-\omega$ استاندارد، $SST\,k-\omega$، $TNT\,k-\omega$، اسپالارت- آلماراس مورد استفاده قرار گرفته است. نتیجه‌ی کلی کار این بود که محل شوک در مکانی پایین‌تر از محل واقعی رصد شده بود.

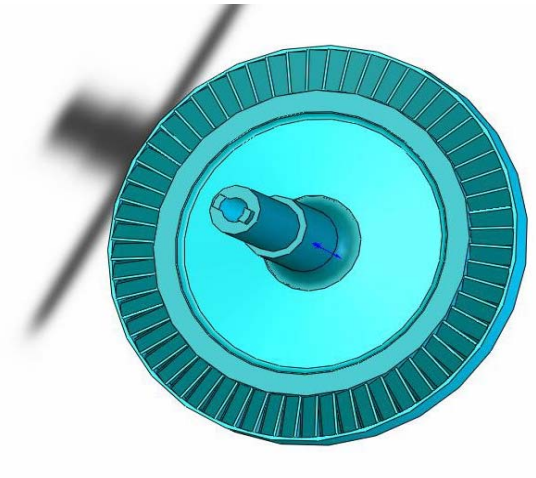
در مقاله‌ی حاضر، بخشی از نتایج مربوط به یک کار پژوهشی جامع در مورد طراحی، تحلیل و بهینه‌سازی مجموعه‌ی توربین فراصوت مخصوص سامانه‌های توربوپمپ حامل ماهواره‌بر ارائه می‌شود. به عنوان اولین مقاله، نتایج به‌دست آمده از تحلیل عددی دوبعدی و سه‌بعدی و نتایج مربوط به بهبود عملکرد پره در ورود و خروج آن ارائه شده است. هم‌چنین با توجه به اهمیت موضوع و نتایج قابل توجه به دست آمده، تأثیر نوع مدل آشفتگی به کار رفته در تحلیل این نوع توربین نیز در انتهای مقاله ارائه خواهد شد. نتایج ارائه شده در این مقاله، مبنایی برای ادامه‌ی کار در این طرح جامع می‌باشد.

ابتدا تحلیل توربین فراصوت مورد اشاره (شکل (۱))، به صورت عددی انجام شده و نتایج به دست آمده به صورت کیفی تحلیل گردید. سپس، پره‌های ضربه‌ای در نواحی لبه‌ی حمله و فرار تیز شده و بار دیگر تحلیل مد با هندسه‌ی تغییر یافته تکرار شده است. از آن‌جایی‌که شکل پروفیل پره مهم‌ترین پارامتر در تعیین راندمان توربین و توان آن می‌باشد، تغییر زاویه‌ی ناگهانی سطح پره موجب افت زیاد راندمان توربین می‌گردد [22]. برای کاهش این افت، شکل پروفیل به‌گونه‌ای تغییر یافته است که جریان در لبه‌ی حمله موازی با سطح پره گردد. مدل آشفتگی مناسب ($k-\omega$)، از مقایسه‌ی نتایج تحلیل‌های جداگانه‌ی مدل انتخاب شده است. برخلاف نتیجه‌ای که لارسون برای بررسی انتقال حرارت خارجی در توربین‌های فراصوت گرفته است، نتایج کار حاضر نشان از برتری مدل $k-\omega$ در شناسایی پدیده‌های جریان از جمله جدایش در نواحی مختلف این پره‌ها دارد.

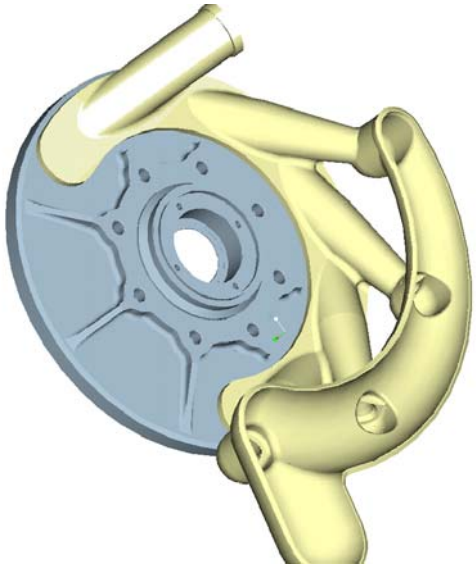
مدل مورد مطالعه و مشخصات هندسی آن

مدل مورد مطالعه، یک توربین فراصوت تک مرحله‌ای با نازل‌های مخروطی هم‌گرا- واگرا (شکل (۲)) در ورودی است. نازل این توربین‌ها دارای تقارن محوری و مقطع مورب می‌باشند. مشخصه‌ی اصلی این نازل‌ها که تضمین کننده‌ی کارکرد آن به‌ازای حداقل افت موجی در رژیم محاسبه شده باشد، نسبت سطح ($\overline{A} = A_{exit}/A^*$) محسوب می‌شود. در این نسبت A_{exit} سطح خروجی و A^* سطح مقطع گلوگاه نازل می‌باشد. تعداد این نازل‌ها در توزیع جزئی سیال عامل به

ارتفاع خروجی و قطر دیسک توربین بستگی دارد [23].



شکل ۱ دیسک توربین ضربه‌ای

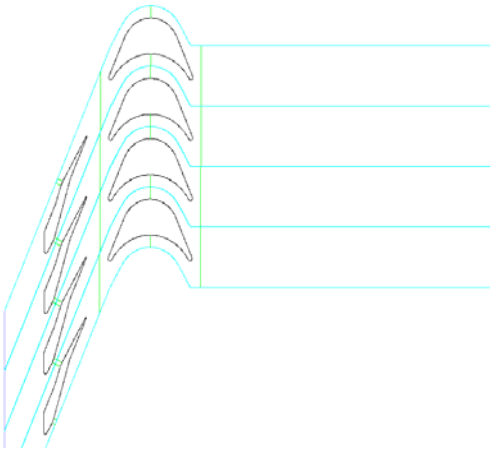


شکل ۲ منیفولد ورودی و نازل‌های مخروطی

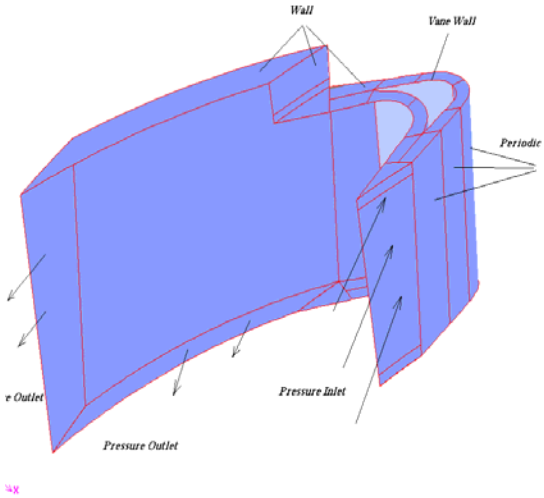
توربین‌های مستقل موتورهای سوخت مایع را اغلب با هدایت گاز از طریق بخشی از طوقه‌ی چرخ رانش می‌سازند؛ زیرا به علت کم بودن دبی جرمی گاز و نفوذ آن از ورودی به خروجی چرخ بر روی قوس اشغال نشده به وسیله‌ی نازل‌ها، حفظ افت فشارها که برای تأمین عکس‌العمل چرخ لازم است، غیرممکن می‌باشد. در واقع با وجود دبی کم گاز و با ارتفاع بهینه‌ی معین برای خروجی، نازل‌ها را نباید در امتداد کل محیط قرار داد (انتقال جزئی).

تشریح روند مطالعه

در ابتدای مقاله، چگونگی طراحی مقدماتی توربین فراصوت به همراه معادلات لازمه، ارائه شده است. در قسمت دوم مقاله، تحلیل عددی پره‌های ضربه‌ای برای بررسی پدیده‌های پیچیده در توربین ضربه‌ای با استفاده از دو روش شبیه‌سازی آشفتگی متفاوت، تشریح شده است.



شکل ۳ مدل ایجاد شده برای تحلیل دوبعدی- پره‌های اصلی



شکل ٤ شماتیکی از هندسه‌ی سه‌بعدی با مرزهای معلوم برای پره‌ی تغییر یافته (الگو از م.م. علیشاهی [22])

هندسه‌ی دامنه‌های محاسباتی انتخاب شده در

شکل‌های (۳) و (٤) نشان داده شده است. تحلیل عددی انجام یافته، در دامنه‌های دوبعدی و سه‌بعدی تراکم‌پذیر حالت پایا و با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت انجام یافته است. این کد معادلات ناویر- استوکس با متوسط‌گیری رینولدز (RANS) را به شکل اولیه‌ی متغیرها حل می‌کند.

شبکه‌بندی بی‌سازمان برای هندسه‌های پیچیده بسیار مناسب می‌باشد [24]، اما شبکه‌های باسازمان از نظر هزینه‌ی محاسباتی بسیار مقرون به صرفه است. در این‌کار، برای جلوگیری از ازدیاد بیش از حد تعداد سلول‌ها، از شبکه‌بندی باسازمان استفاده شده است. این شبکه‌بندی‌ها با نرم‌افزار پیش‌پردازنده‌ی گمبیت ۲.۰.٤ تولید شده‌اند [25].

پس از انجام تحلیل عددی، نتایج به دست آمده با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است.

طراحی مقدماتی

طراحی مقدماتی، طرح اولیه‌ای از مدل را با به‌کارگیری روابط به‌دست آمده از سازمان داده‌ای مبتنی بر آزمایش‌ها و محاسبات یک‌بعدی دینامیک گازی و ترمودینامیکی ارائه می‌دهد. براساس نتایج به‌دست آمده از طراحی مقدماتی، طراحی دقیق و نهایی شکل پروفیل پره و طراحی سه‌بعدی توربین انجام می‌شود.

برآورد مشخصات جریان در طراحی مقدماتی معمولاً در حدّ میانی ارتفاع پره صورت می‌گیرد.

در این مقاله، با انجام محاسبات طراحی مقدماتی با استفاده از کد طراحی که توسط نویسندگان تهیه و توسعه داده شده است، توربین فراصوت تک‌مرحله به‌منظور استفاده در سامانه‌ی توربوپمپ موتور حامل ماهواره‌بر طراحی شده است. این کد، پس از دریافت مشخصات آیروترمودینامیکی توربین به‌عنوان پارامترهای ورودی طراحی، سایر پارامترها و مشخصات لازم برای رسیدن به پروفیل پره‌ها و طراحی سه‌بعدی توربین و ابعاد هندسی نازل را محاسبه می‌کند. هم‌چنین این کد، قابلیت طراحی توربین فراصوت دومرحله‌ای را نیز دارد.

داده‌های ورودی دربرگیرنده‌ی نسبت فشار، سرعت دورانی، توان توربین، دمای سکون ورودی به توربین، مشخصات گاز و چند کمیت دیگر می‌باشد. نتایج اصلی به دست آمده از اجرای این کد عبارتند از:

۱. خواص آیرودینامیکی در مقاطع مختلف توربین و نازل،
۲. پارامترهای اصلی هندسی، سرعت مخصوص و ضریب توان،
۳. راندمان آیزنتروپیک و نسبت فشار در هر نقطه،
٤. مثلث‌های سرعت، زاویه‌ی انحراف و عدد ماخ نسبی.

این کد، مقادیر اتلافات مانند اتلاف پروفیل، جریان ثانویه، اتلاف اصطکاکی پره‌ها و بانداژ، اتلاف مرتبط با پذیرش جزئی و چند کمیت دیگر را با دقت بالایی برمبنای مدل اتلافی آوسیانیکف- بارفسکی[26] محاسبه می‌کند و قابلیت برآورد شرایط خارج از طراحی را نیز دارد.

معادلات اساسی برای طراحی مقدماتی

معادلات اصلی به کار رفته عبارتند از معادله‌ی پیوستگی (۱)، اندازه‌ی حرکت (۲) و معادله‌ی انرژی (۳).

با در نظر گرفتن حالت گاز ایده‌آل، مقدار فشار با رابطه‌ی (٤) بیان خواهد شد [9]. تنش‌های برشی τ_{ij}، به دو قسمت آرام و متلاطم تقسیم می‌شود (۵). بخش آرام τ_{ij}^{lam}، مستقیماً از رابطه‌ی (٦) به دست می‌آید. مدل‌های آشفتگی به کار گرفته شده در این کار، مستند بر تقریب بوسینسک (Boussinesq's Approximation) که در آن محورهای اصلی تانسور تنش آشفته با تانسور تغییر شکل کرنش متوسط منطبق است، می‌باشد. این فرض، امکان ارائه‌ی τ_{ij}^{turb} را در قالب معادله‌ی (۷) امکان پذیر می‌سازد. لزجت گردابی با به کارگیری مدل آشفتگی مناسب محاسبه می‌شود [27]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\rho u_j\right]_j = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \left[\rho u_i u_j + p\delta_{ij} - \tau_{ij}\right]_j = 0 \quad (۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_0) + \left[(\rho e_0 + p)u_j + q_j - u_i\tau_{ij}\right]_{,j} = 0 \quad (۳)$$

$$p = (k-1)\left(\rho e_0 - \frac{1}{2}\rho u_k u_k - \rho k\right) \quad (٤)$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}^{lam} + \tau_{ij}^{turb} \quad (٥)$$

$$\tau_{ij}^{lam} = \mu\left(u_{i,j} + u_{j,i} - \frac{2}{3}u_{k,k}\delta_{ij}\right) \quad (٦)$$

$$\tau_{ij}^{turb} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t\left(u_{i,j} + u_{j,i} - \frac{2}{3}u_{k,k}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \quad (٧)$$

مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای

متأسفانه در تحلیل مسائل مختلف توربوماشینی، یک مدل آشفتگی یگانه‌ای که بتواند جوابگوی تمامی این مسائل باشد، وجود ندارد [28]. انتخاب مدل آشفتگی در توربوماشین‌ها به الزاماتی هم‌چون فیزیک جریان، اصول و فن به کار رفته در مورد نوع خاص مسأله، دقت مورد نیاز در شبیه‌سازی عددی، منابع سخت‌افزاری و نرم‌افزاری موجود در شبیه‌سازی عددی و زمان اختصاصی به شبیه‌سازی بستگی دارد.

مدل‌های مختلف آشفتگی برای پیش‌بینی دقیق جریان آشفته‌ی توربین، به خاطر نیاز به برآورد صحیح از بارهای نوسانی در توربین، حائز اهمیت هستند. شرایط لازم بسته به نوع توربین فرق می‌کند. در موتور موشک‌های سوخت مایع با سیکل‌های تولید گاز، توربین‌ها از نوع ضربه‌ای بوده و از آن‌جایی‌که نسبت فشار بالایی دارند، جریان معمولاً در هر دو قسمت درونی و بیرونی دیسک توربین بسیار آشفته و به صورت فراصوت خواهد بود [29].

در این مقاله، مقایسه‌ی نتایج حاصل از به‌کارگیری دو مدل آشفتگی $(k-\varepsilon)/RNG$ و $k-\omega$ در تحلیل توربین‌های فراصوت مطالعه شده است. مدل $k-\omega$ زمان زیادی است که نسبت به مدل $K-\varepsilon$ کاربرد کمتری دارد. با این وجود، اخیراً رغبت زیادی برای استفاده از این مدل در تحلیل‌های توربوماشینی به وجود آمده است. مدل‌های $k-\omega$ برخلاف مدل‌های $K-\varepsilon$، به هیچ تابع یدکی میرایی در نزدیکی دیواره نیاز ندارند و شرط مرزی ω می‌تواند شرط ساده‌ی دریکله (Dirichlet) در سطح باشد. این ویژگی باعث می‌شود مدل‌های $k-\omega$ دارای خواص خوبی از نظر عددی باشند. ویلککس (Wilcox) [25] تکنیک‌هایی را برای لحاظ زبری دیواره‌ها و تزریق جرم با انجام یک تصحیح ساده در شرط مرزی ω به کار گرفت. این روش‌ها مدل $k-\omega$ را جذاب‌تر نموده است.

مدل‌های $K-\varepsilon$ را می‌توان به فرم‌های کلی (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) نوشت.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \left[\rho k u_j - \left(\mu + \frac{\mu t}{\sigma_k}\right)k_{,j}\right]_{,j} = P - \rho\varepsilon - \rho D \quad (۸)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \left[\rho\varepsilon u_j - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\varepsilon_{,j}\right]_{,j} = \left(C_{\varepsilon 1}f_1 P - C_{\varepsilon 2}f_2\rho\varepsilon\right)\frac{\varepsilon}{k} + \rho E \quad (۹)$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho\frac{k^2}{\varepsilon} \quad (۱۰)$$

$$\tau_{ij}^{turb}u_{i,j}P = (۱۱)$$

$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_\mu, \sigma_k$ و σ_ε ثابت‌های مدل هستند. توابع میرایی f_μ, f_1 و f_2 و ترم‌های اضافی D و E تنها در نزدیکی دیواره‌های صلب مورد استفاده هستند و امکان حل معادلات k و ε را در زیر لایه‌های لزج

می‌دهد. مدل‌های مختلف از نظر به کارگیری توابع میرایی و ثوابت و ترم‌های اضافی مختلف، با همدیگر متفاوتند. هم‌چنین شرایط مرزی بین تعدادی از مدل‌ها تغییر می‌کنند. زمانی‌که توابع میرایی برابر با یک بوده و ترم‌های D و E برابر با صفر باشند، مدل $K-\varepsilon$ استاندارد رینولدز بالا نتیجه می‌شود [27].

برای مدل $k-\omega$ می‌توان معادلات مشابهی را مانند (۱۲)، (۱۳)، (۱٤) و (۱۵) نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)+\left[\rho k u_j-\left(\mu+\frac{\mu t}{\sigma_k}\right)k_{,j}\right]_{,j}= P-\beta^*\rho\omega \qquad (۱۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega)+\left[\rho\omega u_j-\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\omega_{,j}\right]_{,j}= \alpha\frac{\omega}{k}P-\beta\rho\omega^2 \qquad (۱۳)$$

$$\mu_t=\alpha^*\rho\frac{k}{\omega} \qquad (۱٤)$$

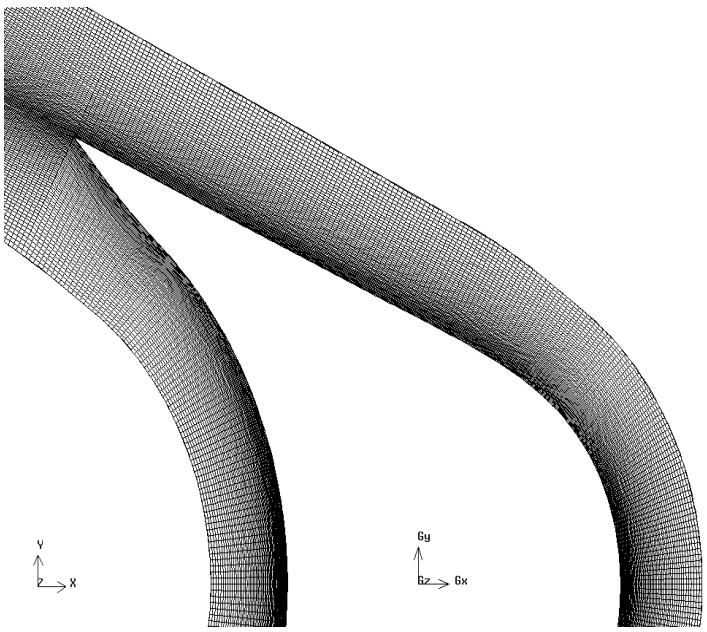
$$P=\tau_{ij}^{turb}u_{i,j} \qquad (۱۵)$$

برای مقدارهای استاندارد:

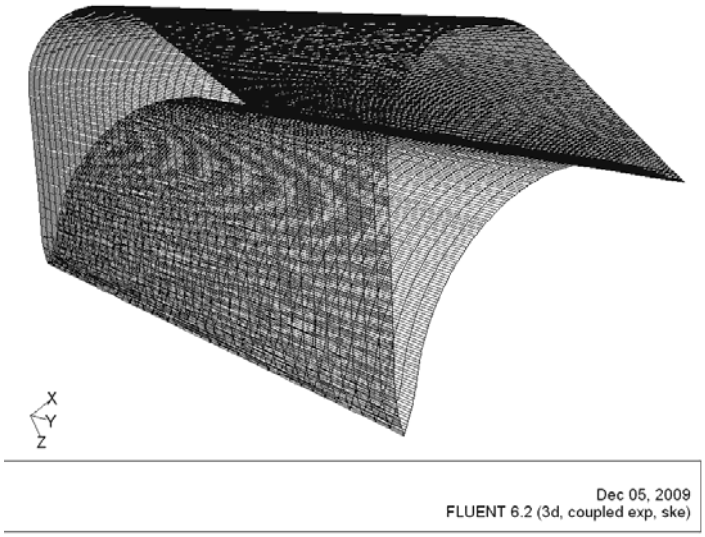
$$\alpha^*=1,\ \alpha=\frac{5}{9},\ \beta^*=\frac{9}{100},\ \beta=\frac{3}{40}$$

تولید گره‌های محاسباتی

یکی از مهم‌ترین و وقت‌گیرترین کارها در فرآیندهای شبیه‌سازی عددی تولید گره‌های محاسباتی می‌باشد. گره‌های سازمان‌یافته‌ی محاسباتی برای کانال پره‌های ضربه‌ای، به‌وسیله‌ی نرم‌افزار پیش‌پردازنده‌ی گمبیت۲ تولید شده است. برای ناحیه‌ی محاسباتی، چند نوع گره محاسباتی تولید شد. این گره‌ها را می‌توان در دو گروه دسته‌بندی کرد: گره‌های درشت و گره‌های ریز. گروه گره‌های درشت دارای y+>50 و گره‌های ریز y+<50 دارند. حداکثر تعداد سلول‌های گره‌های درشت برای تمام ناحیه‌ی محاسباتی در حدود ٦٤,۰۰۰ و حدود ۱۲٦,۰۰۰ در مورد گره ریز برای مدل دوبعدی و حدود ۳,۰٦۰,۰۰۰ گره محاسباتی برای مدل سه‌بعدی می‌باشد (شکل‌های (۵) و (٦)). با ریزتر کردن شبکه در اطراف لبه‌ی حمله، تعداد سلول‌های محاسباتی در مدل سه‌بعدی به حدود ٤,۲۰۰,۰۰۰ افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۵ گره‌بندی باسازمان ریز برای ناحیه‌ی محاسباتی مدل دوبعدی



شکل ٦ گره‌بندی باسازمان ناحیه‌ی محاسباتی مدل سه‌بعدی

جدول ١ مقایسه‌ی نوع شبکه‌ی محاسباتی

خاصیت شبکه		شبکه‌ی ریز		شبکه‌ی درشت
نسبت منظری	١–٦	٣–٦__٣.٥٪	١– ١٠٠	٥– ١٠٠__٣٧.٣٧٪
نسبت لبه	١– ٥	٣–٥__٣.٠٥٪	١– ٥٠	٥– ٥٠__٣٤.٠٧٪
انحراف زاویه	٠– ١	٠.٥–١__٣.٧٧٪	٠– ١	٠.٥– ١__٧٩.٨٣٪
انحراف اندازه	٠– ١	٠.٥–١__٣.٧٧٪	٠– ١	٠.٥– ١__٧٩.٨٣٪

در جدول (١)، دو نوع ازگره‌های مورد استفاده برای مدل دوبعدی مقایسه شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که گره‌بندی ریز از مزایای بیشتری برخوردار است.

بررسی حساسیت گره‌های محاسباتی

برای رسیدن به این نکته که آیا گره‌های مورد استفاده برای ناحیه‌ی محاسباتی می‌توانند جوابگوی نیازمندی‌های مدل آشفتگی به کار گرفته شده در این تحلیل باشد یا نه، بایستی تغییرات یکی از پارامترهای اساسی از نظر طراحی را با تغییر اندازه‌ی گره‌های تحلیل شده بررسی کرد.

زمانی‌که تنش‌های لزج از تنش‌های آشفتگی رینولدز در نزدیکی دیواره‌ها فراتر می‌رود، مدل آشفتگی $k - \varepsilon$ می‌تواند نتایج قابل قبول‌تری را در این مقایسه ارائه دهد [25]. برای مدل کردن ناحیه‌ی نزدیک دیواره‌ها از یک تابع به نام تابع دیواره استفاده می‌شود؛ اما، این تابع به طوردقیقی ناحیه‌ی نزدیک دیواره را تحلیل نمی‌کند. در عوض، زمانی‌که تنش‌های آشفتگی بر ناحیه‌ی نزدیک دیواره تأثیر قابل توجهی داشته باشد

از یک تابع نیمه تجربی برای ارتباط دادن ناحیه‌ی تحت تأثیر لزجت نزدیک دیواره با سایر سلول‌های هم‌جوار استفاده می‌شود. تابع استاندارد دیواره، یک فرمول لگاریتمی را برای حل سرعت میانگین به کار می‌برد. فاصله‌ی بین دیواره تا سلول هم‌جوار بایستی در یک بازه‌ی قابل قبولی برای این تابع قرار گیرد. این فاصله با یک مقدار بی‌بعد به‌نام فاصله‌ی دیواره که با y^+ نشان داده می‌شود، بیان می‌گردد ($y^+ (\equiv \rho u_\tau y/\mu)$). برطبق مطالعات تجربی صورت گرفته، بازه‌ی مناسب برای این کمیت، بین $30<y^+<60$ می‌باشد[25] که به‌عنوان قانون دیواره شهرت یافته است. لیکن، بسیاری از نویسندگان محدوده‌ی مجاز این قانون را تا $y^+<500$ نیز افزایش داده‌اند. حدّ بالایی سطح لگاریتمی با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. مقادیر $y^+<11.25$ بایستی صرف نظر شوند؛ زیرا تابع دیواره در این محدوده جوابگو نخواهد بود. هم‌چنین مقادیر $y^+>200$ نیز به سبب این‌که دنباله‌ها اساساً در لایه‌های لگاریتمی خیلی بزرگ می‌شوند، بایستی چشم پوشی شوند [25]. این مقادیر نشان می‌دهند که گره‌های محاسباتی درشت بوده و بایستی ریزتر شوند. ریزتر کردن گره‌های محاسباتی توسط گزینه‌ی تطبیق (adapt) در فلوئنت انجام می‌شود و در مورد این کار نیز به طور مناسبی انجام شده است. نتایج مربوط به بررسی حساسیت گره‌های محاسباتی در جدول (۲) ارائه شده است. مطابق با این جدول از بین گره‌های تولیدی برای مدل دو بعدی، شبکه‌ی پنجم با y^+ در حدود ٤٦ در بازه‌ی مناسبی قرار دارد و برای مقدار فشار استاتیک خروجی به عنوان معیار سنجش استقلال گره‌ها نتیجه‌ی مناسب‌تری نسبت به سایر گره‌ها ارائه داده است. به عنوان معیاری دیگر برای بررسی هم‌گرایی جریان بر روی شبکه‌ی محاسباتی، تغییرات اندازه‌ی سرعت در خروجی کانال رصد شده است. با توجه به جدول (۲) مشاهده می‌شود با افزایش تعداد گره‌های محاسباتی، در دو شبکه‌ی ٤ و ٥، اندازه‌ی سرعت تقریباً ثابت مانده است.

جدول ۲ گره‌های محاسباتی و نتایج حاصل از آن‌ها

	تعداد گره	P_{s2}[bar]	اندازه‌ی سرعت [m/s]	میانگین y^+
شبکه‌ی اول	۳۵۸۷۵	۰/۸۵	٦٦٦/۸۹۲٤	۲۹۳/۵۸۰
شبکه‌ی دوم	٤۸٦٤۳	۱/۱۲	٦۵۸/۹۵۵۵	۱٤۰/۲۹۲
شبکه‌ی سوم	۵۸۵٦۲	۰/۸۰	٦٦۷/۵۲۵۵	۱۵٦/۹۹۷
شبکه‌ی چهارم	٦۰۵۳۵	۱/۱۵	٦۵۲/۳۸۷٦	۷۰/۸۱٤
شبکه‌ی پنجم	۱۲٦۰۰۰	۱/۲	٦۵۲/۳۰٤۲	٤٦

شرایط مرزی

برای جریان تراکم‌پذیر، دبی جرمی به عنوان شرط مرزی ورودی انتخاب می‌شود [30]. البته می‌توان از شرط ورودی فشار سکون نیز استفاده کرد؛ اما معمولاً این شرط دبی جرمی را به درستی برآورد نمی‌کند [6]. می‌توان نتایج به دست آمده از اعمال این دو شرط را با هم مقایسه کرد. در ورودی مقادیر مربوط به شدت آشفتگی و قطر هیدرولیکی تعیین می‌شود (u=5% HD=10.9mm) [31]. هم‌چنین مقدار دمای سکون (حدود ۱۰۰۰ کلوین) نیز وارد می‌شود. شرط مرزی خروجی فشار استاتیک می‌باشد که چون جریان فراصوت و با افت فشار بالاست، می‌توان مقدار آن را صفر در نظر گرفت. خواص جریان پشتی مانند دما (٦۷۵ کلوین) نیز در پنجره‌ی شرط مرزی خروجی تعریف می‌شود. در مدل سه بعدی، برای شبیه‌سازی واقعی جریان و بررسی تأثیر سرعت دورانی در الگوی جریان میدان سه بعدی، پره در قالب مرجع چرخان قرار دارد؛ اما از آن‌جایی‌که در صفحه‌ی پره به پره‌ی

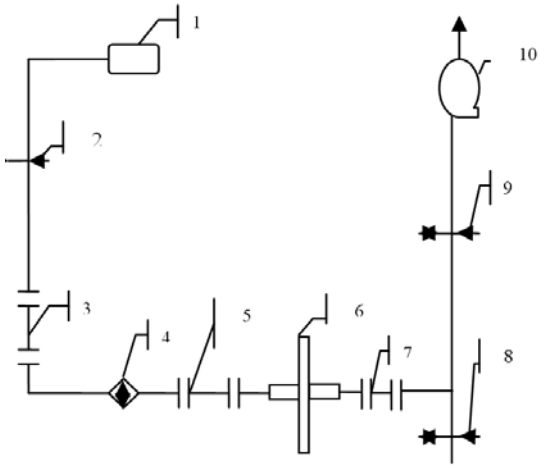
توربین‌ها و کمپرسورهای محوری مؤلفه‌هایی از شتاب که در اثر دوران ایجاد شده‌اند (شتاب گریز از مرکز و کریولیس) تصویری ندارند، می‌توان در مدل دو بعدی که به تحلیل جریان در صفحه‌ی پره به پره می‌پردازد، از قالب مرجع ایستا استفاده کرد؛ گویی ذره‌ی سیال در این صفحه صرفاً تحت تأثیر پدیده‌ی کانال شدن قرار گرفته و توزیع پارامترها در آن معادل یک کسکید (cascade) ایستا است. در مدل دوبعدی، دیواره‌ها نیز قسمتی از قالب مرجع ایستا هستند. این دیواره‌ها بی‌دررو فرض شده‌اند.

برای معادله‌ی اندازه‌ی حرکت و انتقال پارامترهای آشفتگی از جداسازی مرتبه‌ی دوم بالا دست (Second Order Upwind Discretization) استفاده شده است.

آزمایشات تجربی و بررسی اعتبار تحلیل عددی

نتایج به دست آمده از آزمایش توربین مورد مطالعه در بستر آزمایش توربین‌های فراصوت موتورهای سوخت مایع، برای بررسی اعتبار تحلیل عددی و مقایسه‌ی نتایج مورد استفاده واقع شده است. در شکل (۷)، مدار بستر مذکور مشاهده می‌شود. این مدار توسط نویسندگان، طراحی و اجرا شده است [32].

بستر آزمایش توربین با استفاده از هوای فشرده شده (حدود ۳۰۰ بار) در مخازن مخصوص تغذیه می‌شود. فشار هوا توسط کاهنده‌های فشار تا فشار شبیه‌سازی شده برای آزمایش (حدود ۱۵ تا ۲۰ بار بسته به تعریف آزمایش) کاسته می‌شود. گشتاور ایجاد شده با استفاده از یک گشتاور سنج اندازه‌گیری شده و توان تولید شده توسط توربین با دینامومتر جریان گردابی جذب می‌شود [32]. اندازه‌گیری‌های متعددی در این سیستم انجام می‌شود. با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده برای فشار و دماهای سکون در مقاطع ورودی و خروجی توربین، می‌توان نتایج به‌دست آمده از تحلیل عملکردی سه بعدی جریان را مورد مقایسه قرار داد. شرایط کارکردی که در آن تحلیل عددی نیز صورت گرفته است، $P_{01} = 45$ bar ،$T_{01} = 1000$ K با عدد ماخ ورودی $M_{2is} = 2.00$ می‌باشد. در جدول (۳)، داده‌های نقطه‌ی عملکردی توربین ارائه شده است:



۱	تأمین هوا
۲و۸ و۹	کاهنده‌ی فشار
۳	لوله برای اندازه‌گیری دبی جرمی
٤	مبدل حرارتی
٥ و۷	لوله برای اندازه‌گیری پارامترهای هوا
٦	توربین و دینامومتر
۱۰	خروج گاز

شکل ۷ تصویر شماتیک از مدار آزمایش توربین فراصوت موتورهای سوخت مایع حامل ماهواره

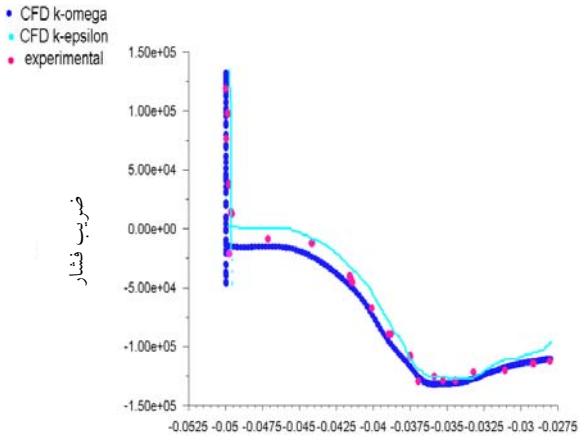
جدول ۳ داده‌های توربین در نقطه‌ی عملکردی

راندمان	$\eta_T = 44\,\%$
سرعت دورانی	۱٤۰۰۰ rpm
دبی جرمی	۷ Kg/sec
نسبت انبساط گاز در توربین	۳۳

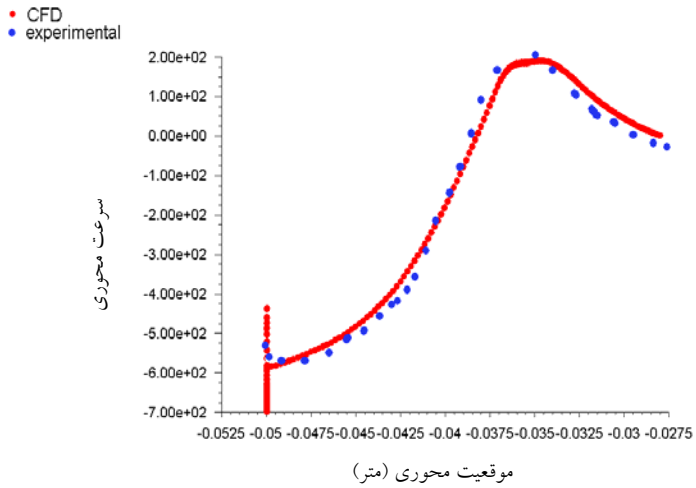
بحث بر روی نتایج

به طور کلی، نتایج به‌دست آمده از تحلیل سه‌بعدی انطباق خوبی با نتایج تجربی دارد. شکل (۸)، مقایسه‌ی

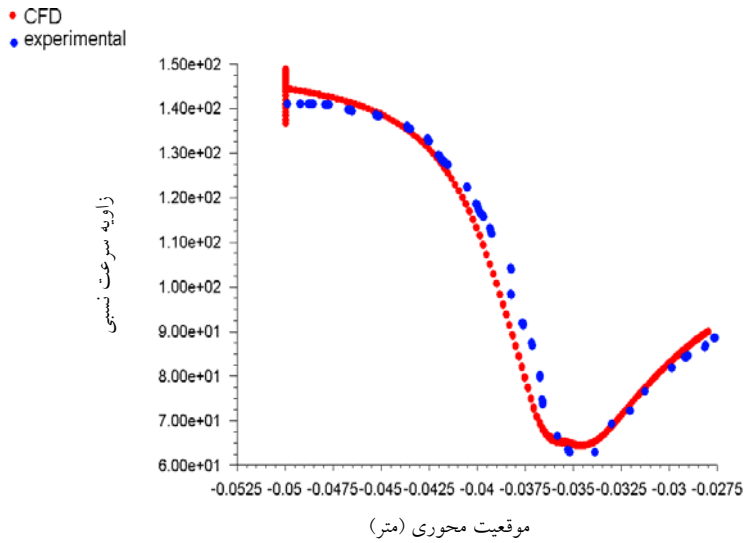
توزیع ضریب فشار به دست آمده از تحلیل عددی با استفاده از دو مدل آشفتگی به کار رفته در خروجی روتور توربین فراصوت با پره‌های لبه- تیز را با نتایج تجربی نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، انطباق خوبی بین داده‌های تجربی و تحلیل عددی سه بعدی با مدل آشفتگی $k-\omega$ برقرار است. تنها در قسمت لبه‌ی فرار سطح فشار اختلاف اندکی مشاهده می‌شود. ریشه‌ی این اختلاف به نحوه‌ی شبکه‌بندی محاسباتی در این ناحیه مربوط می‌شود. مقایسه‌ی توزیع سرعت محوری و زاویه‌ی سرعت نسبی جریان در شکل‌های (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.



شکل ۸ مقایسه‌ی نتایج تحلیل سه‌بعدی با استفاده از مدل $k-\omega$ و $k-\varepsilon$ با نتایج تجربی برای توزیع ضریب فشار در خروجی روتور توربین با پره‌های لبه- تیز



شکل ۹ مقایسه‌ی نتایج تحلیل سه‌بعدی با استفاده از مدل $k-\omega$ با نتایج تجربی برای سرعت محوری در خروجی روتور توربین با پره‌های لبه- تیز



شکل ۱۰ مقایسه‌ی نتایج تحلیل سه‌بعدی با استفاده از مدل $k-\omega$ با نتایج تجربی برای زاویه‌ی سرعت نسبی در خروجی روتور توربین با پره‌های لبه- تیز

برای تشریح پدیده‌های جریان در داخل کانال جریان و دیسک توربین، کانتورهای مختلفی از خواص جریان، ارائه شده است. برای اختصار به نمونه‌های مشخصی از هر نوع (پره‌ی اصلی و پره‌ی تغییر یافته) بسنده شده است.

با توجه به شکل‌های (۱۱) تا (۱۸)، بخشی از پدیده‌هایی که در تحلیل عددی جریان می‌توان مشاهده کرد، از این قرار است:

مطابق با شکل (۱۱)، تشکیل موج شوک در ورودی پره‌ها، موجب زیرصوت شدن جریان در ورودی شده است. این مسأله به معنی از دست دادن فشار سکون و در نتیجه افزایش اتلاف در مرحله‌ی توربین است. پس از عبور جریان از لبه‌ی پره، شرایط برای افزایش سرعت بر روی سطح پره فراهم شده و بار دیگر عدد ماخ افزایش یافته است. پس از عبور از بخش خطی پره و در سطح مکش، با تغییر انحنای مسیر، سرعت جریان افزایش یافته و با پیش‌روی در کانال بین پره‌ها، موج شوک λ شکل در سطح مکش ایجاد شده است که نتیجه‌ی آن، به‌وجود آمدن ناحیه‌ای با اندازه‌ی حرکت کم در این سطح می‌باشد. تداخل موج شوک تولید شده در ورودی پره‌ی مجاور با جریان عبوری از سطح مکش، مشاهده می‌شود. بعد از عبور از شوک λ، سرعت جریان در سطح مکش افزایش یافته و در جهت محوری با تشکیل اولین جبهه‌ی سرعت بالا، شوک λ ضعیف دیگری روی داده است؛ اما به‌علت انحنای قابل توجه سطح پره، این‌بار جریان دچار جدایش شده است. بنابراین، در شکل (۱۱- ب) و بر روی سطح محدب پره، می‌توان پدیده‌ی جدایش جریان را مشاهده کرد. تأثیر افت جریان در بخش دوم کانال، قابل توجه است. در شکل (۱۱- ج)، می‌توان ناحیه‌ی فشار سکون را در نوک پره‌ی معمولی ملاحظه کرد که بردارهای سرعت در این ناحیه به صفر می‌رسند.

با توجه به الگوی جریانی که در شکل (۱۱) ارائه شد، جهت کاهش زاویه‌ی شوک، تصمیم به تیز کردن

لبه‌های پره گرفته شد؛ به‌طوری‌که ابتدا شعاع نوک پره از ۰.۵ میلی‌متر به ۰.۳۰ میلی متر کاهش داده شد. پس از تحلیل جریان، مشاهده شد که بازهم جریان در ورودی زیرصوت می‌شود؛ اما زاویه‌ی شوک کاهش می‌یابد. در نتیجه با شرط حفظ توازی جریان با ورودی پره، نوک پره کاملاً تیز شده و شعاع ۰.۳۰ نیز حذف گردید.

با توجه به شکل (۱۲)، مشاهده می‌شود که جریان ورودی به مرحله‌ی توربین با پره‌های لبه- تیز با موج ضربه‌ای مایل مواجه شده، ولی هم‌چنان جریان وارد شده به توربین فراصوت است. معنای این حرف این است که میزان افت فشار سکون در این حالت نسبت به پره‌ی معمولی کم‌تر بوده است. هم‌چنین جریان در حین عبور از کانال در سطح مکش دارای الگوی مناسب‌تری است؛ به این معنی که برخلاف پره‌ی معمولی که در ناحیه‌ی نزدیک به لبه‌ی حمله در اثر تداخل شوک λ تشکیل شده در سطح مکش با جریان سرعت بالا افت سرعت وجود داشت، در مورد پره‌ی لبه‌ی تیز، چنین پدیده‌ای مشاهده نمی‌شود؛ اما هم‌چنان در سطح مکش یک ناحیه‌ی کوچک جدا شده وجود دارد. در شکل (۱۳) این ناحیه‌ی جدا شده به رنگ آبی پررنگ مشاهده می‌شود که از ریشه تا نوک پره در حال افزایش است. علت این توزیع می‌تواند در اثر توزیع جزئی جریان و مربوط به نسبت سطح نازل فراصوت باشد.

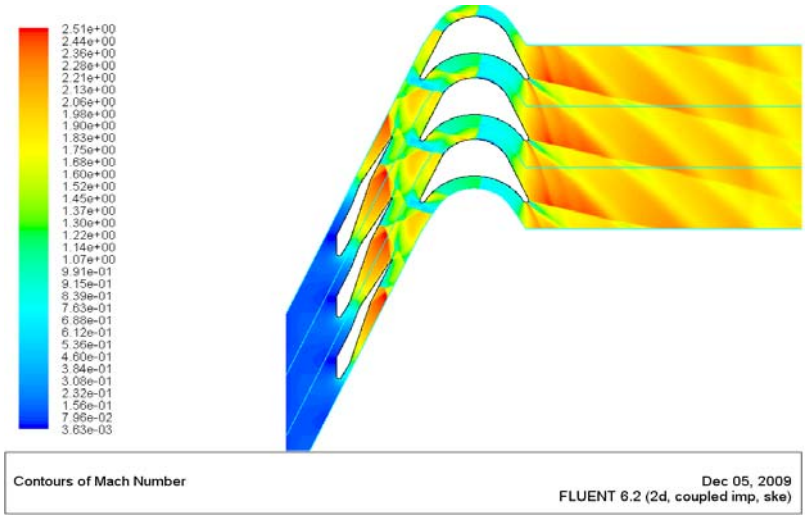
شکل (۱٤)، توزیع عدد ماخ در مدل سه بعدی و درون کانال‌ها را نشان می‌دهد. براساس این شکل، تیز کردن لبه‌ی حمله‌ی پره، تأثیر مثبتی بر روی میدان جریان در حول پره، به ویژه در توزیع شوک و پایداری جریان درون کانال داشته است.

در شکل (۱۵- الف) توزیع مناسب بردار سرعت در اطراف پره‌ی لبه تیز دیده می‌شود. با بزرگ‌نمایی ناحیه‌ی جدا شده در سطح مکش (شکل ۱۱- ب)، مشاهده می‌شود که یک ناحیه دارای جریان چرخشی در سطح محدب پره ایجاد شده است. در صورت گسترش این ناحیه، جریانی با اندازه‌ی حرکت کم ایجاد خواهد شد که می‌تواند موجب ازدیاد اتلاف در کانال جریان گردد. بررسی اتلافات وابسته به صافی سطح و تأثیر ایجاد شیارهایی باریک در سطح مکش، برای ایجاد آشفتگی اجباری جهت جلوگیری از جدایش جریان در مقاله‌ی بعدی ارائه خواهد شد.

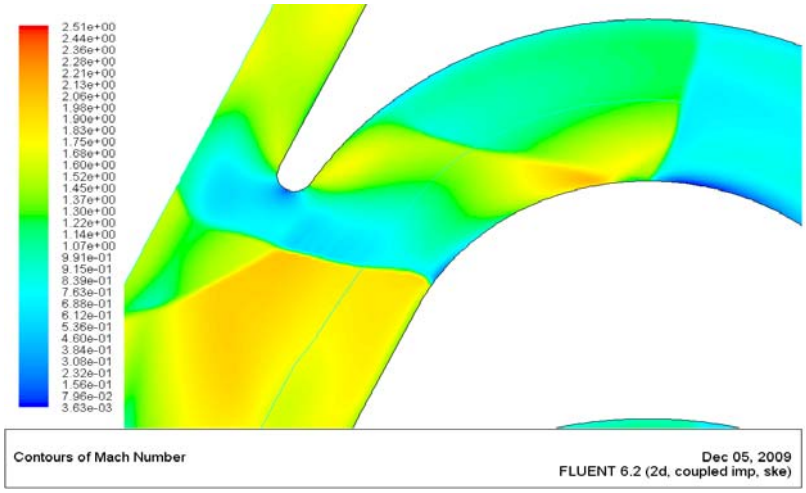
کانتورهای ارائه شده در شکل (١٦)، به‌ترتیب از (الف) تا (ج)، توزیع آنتروپی را در ردیف پره‌های معمولی، پره‌ی لبه- تیز دوبعدی و پره‌ی لبه- تیز سه‌بعدی نشان می‌دهد. در شکل (١٦- الف)، نیمه‌ی ورودی کانال در مقایسه با ناحیه‌ی مشابه در مدل پره‌ی لبه- تیز، دارای آنتروپی بیشتری است که در مورد علت آن قبلاً توضیح داده شد. مدل سه‌بعدی پره‌ی لبه- تیز از نظر الگوی جریان به طور کلی با مدل دو بعدی آن اختلاف چندانی ندارد.

در مورد توزیع انرژی جنبشی آشفتگی، شکل (۱۷) به ترتیب از (الف) تا (ج)، ردیف پره‌های معمولی، پره‌ی لبه- تیز دو بعدی و پره‌ی لبه- تیز سه‌بعدی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که شدت آشفتگی در کل دامنه‌ی جریان در مدل پره‌ی معمولی، بیشتر از پره‌ی تغییر یافته است. افزایش شدت آشفتگی می‌تواند در غیریکنواخت شدن جریان و افزایش آنتروپی تأثیر گذار باشد.

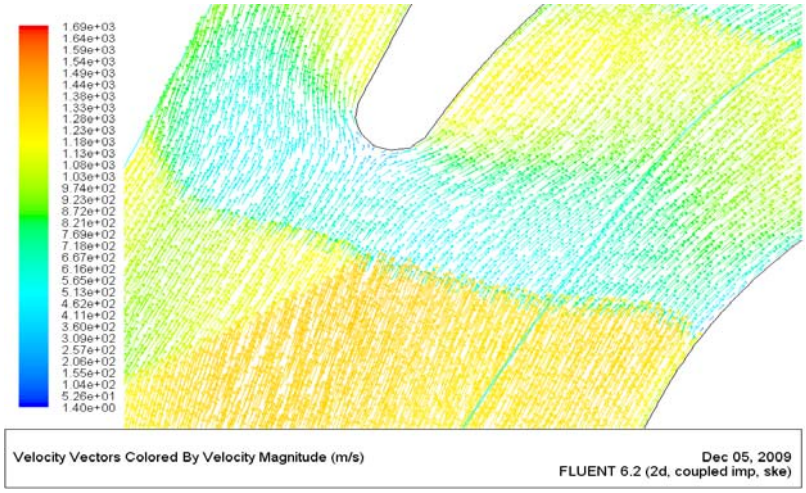
باتوجه به نتایج به دست آمده، پره‌های تیز شده دارای مزایای آیرودینامیکی قابل توجهی در جریان فراصوت با افت فشار زیاد می‌باشند.



(الف)

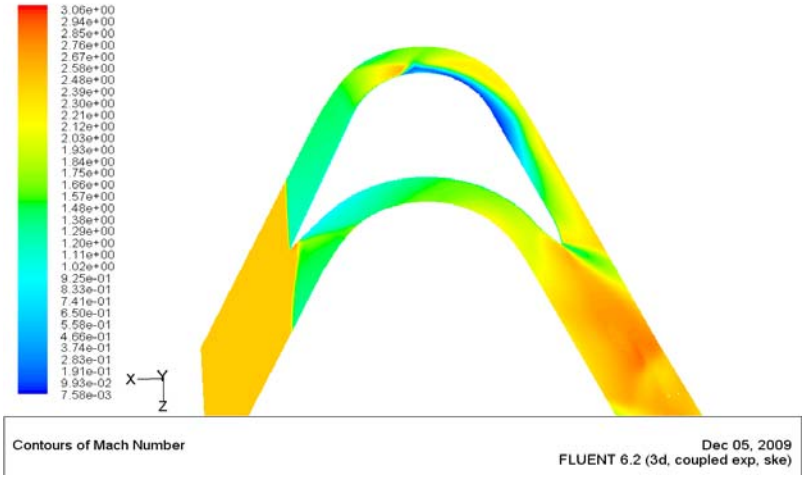


(ب)

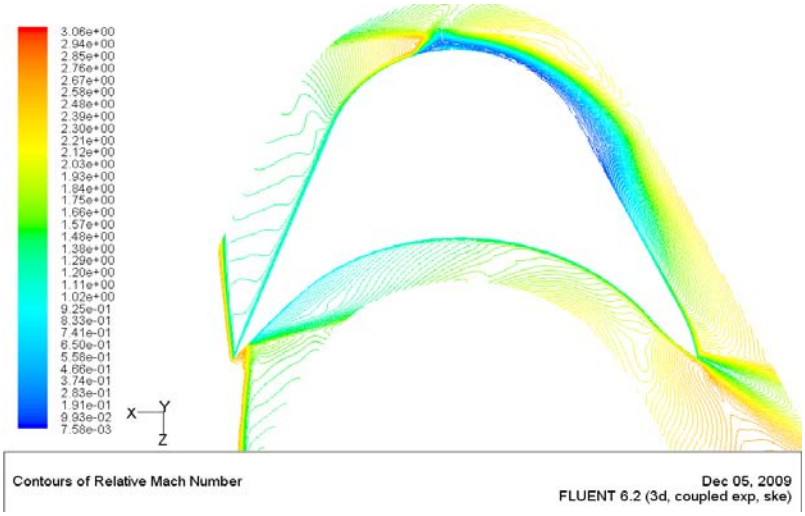


(ج)

شکل ۱۱ کانتورهای عدد ماخ برای پره‌ی معمولی- مدل دوبعدی

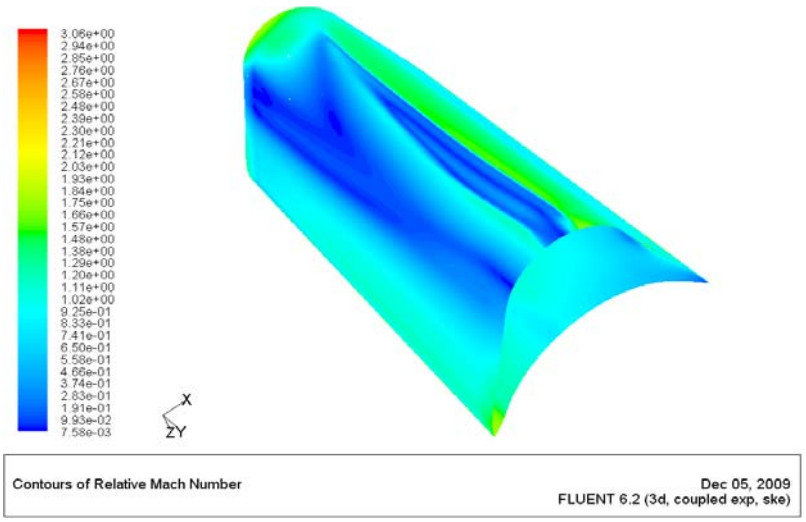


(الف)

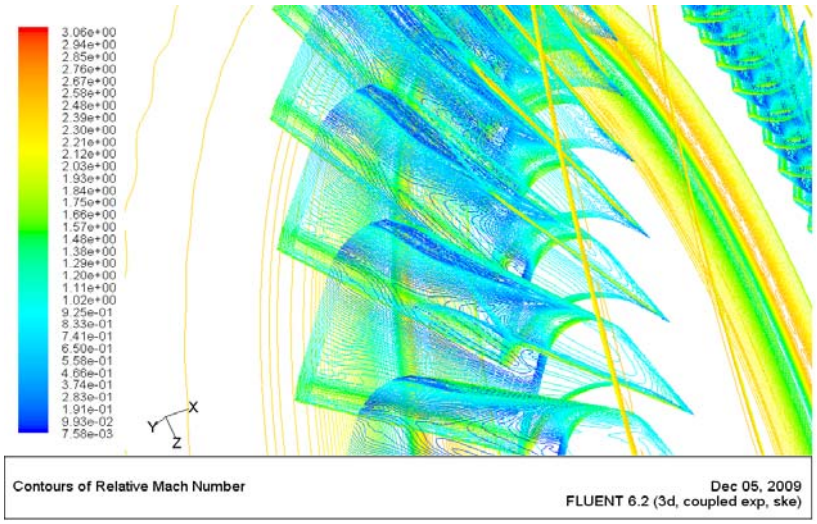


(ب)

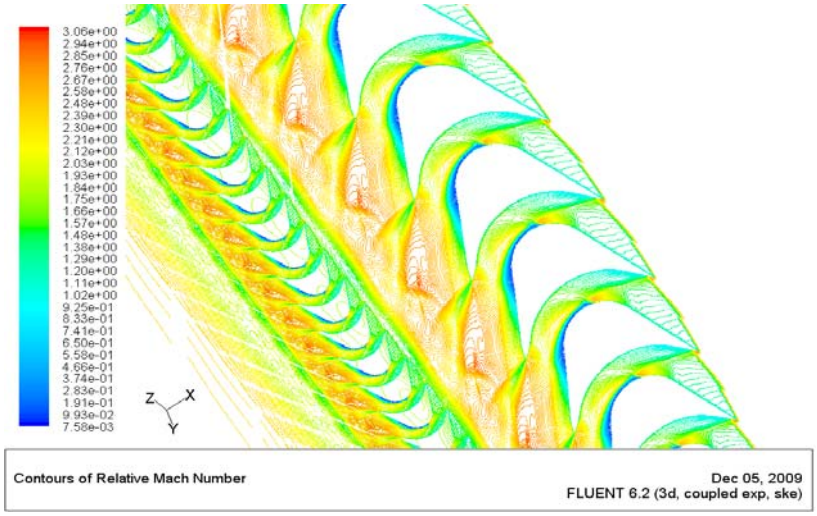
شکل ۱۲ کانتورهای عدد ماخ برای پره‌ی تغییر یافته- مدل دوبعدی



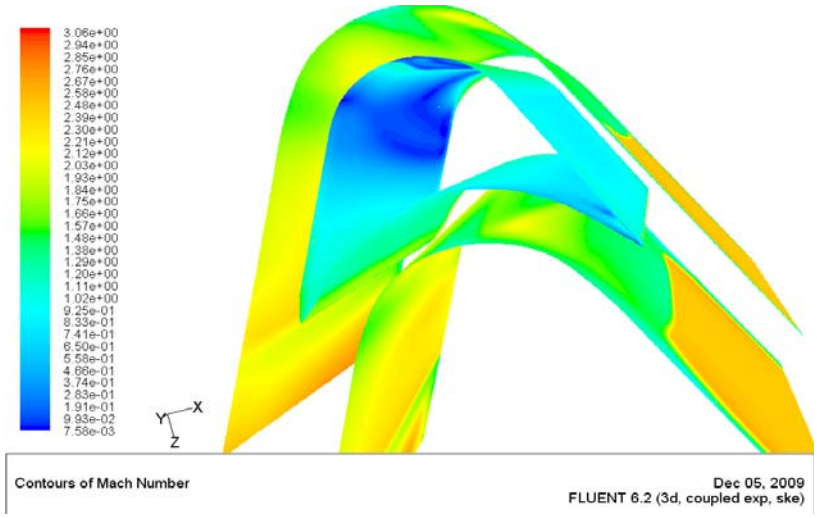
شکل ۱۳ ناحیه‌ی جریان جدا شده در امتداد پره- مدل سه‌بعدی



(الف)

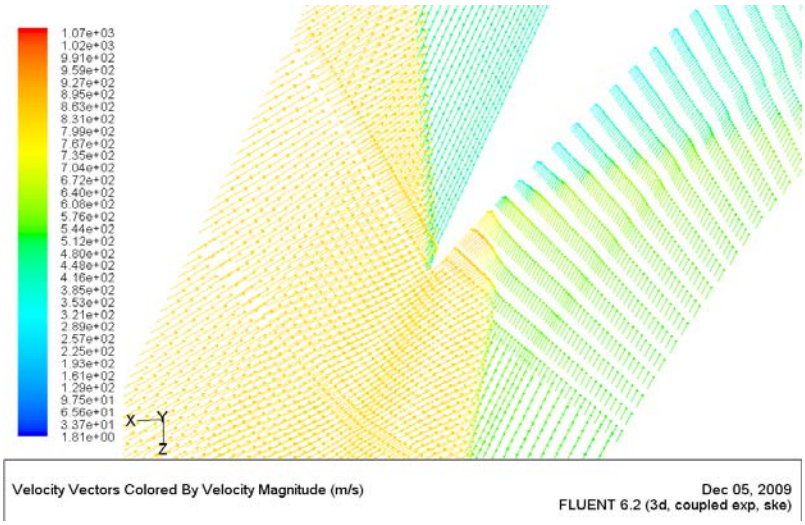


(ب)

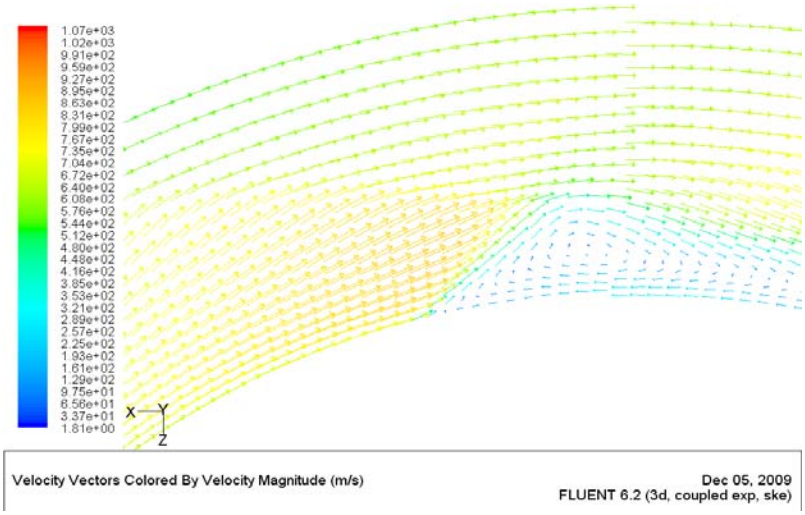


(ج)

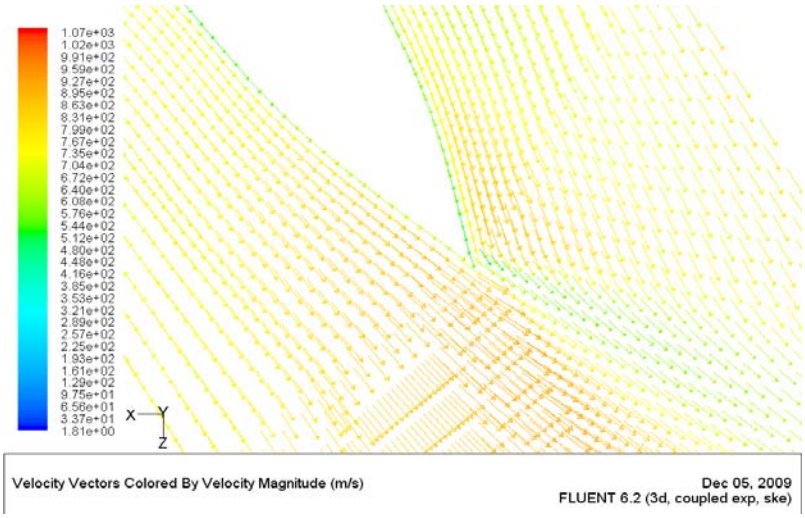
شکل ١٤ کانتورهای عدد ماخ برای پره‌ی تغییر یافته- سه‌بعدی



(الف) لبه‌ی حمله

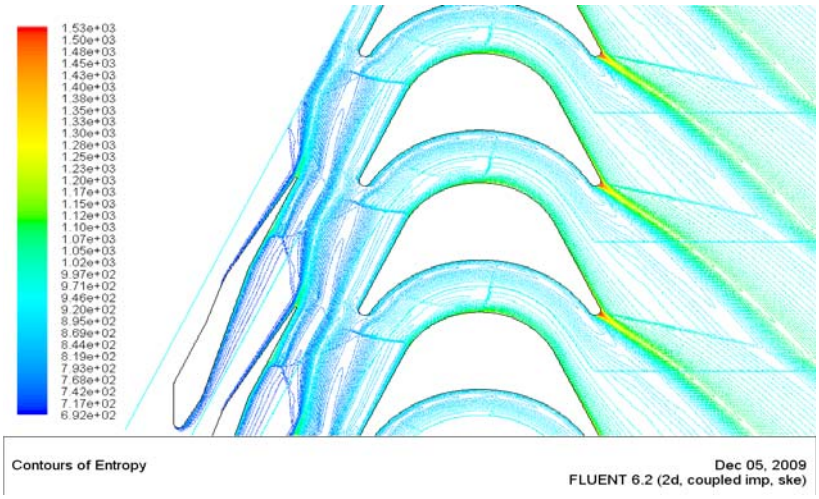


(ب) جدایش در سطح مکش

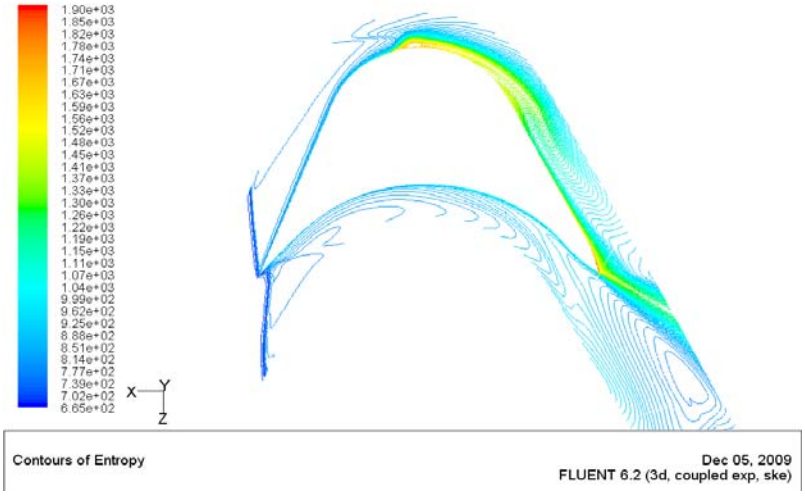


(ج) لبه‌ی فرا

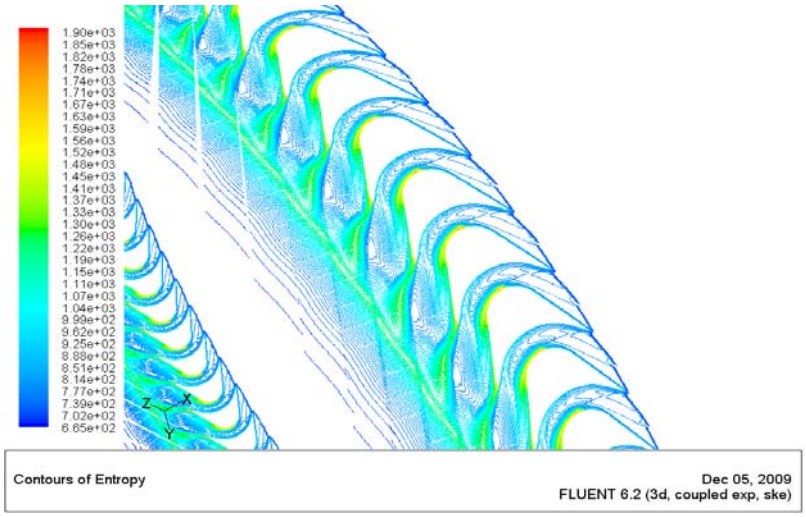
شکل ۱۵ بردارهای سرعت برای پره‌ی تغییر یافته- سه‌بعدی



(الف)

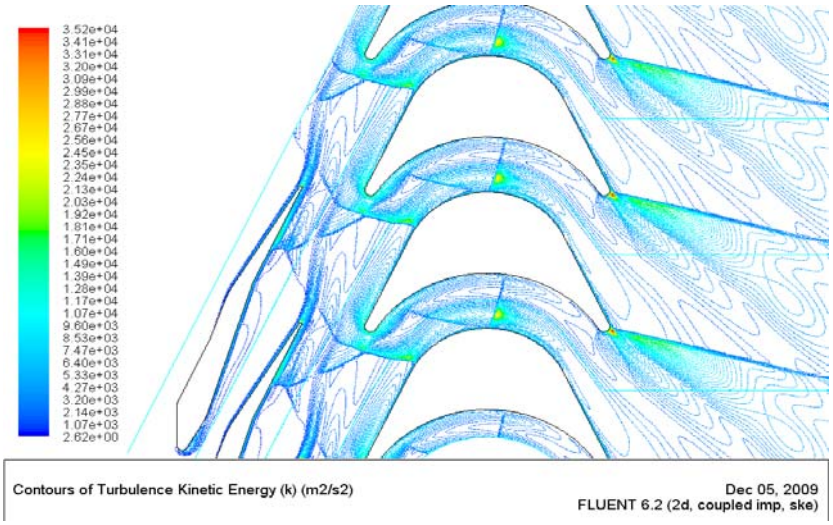


(ب)

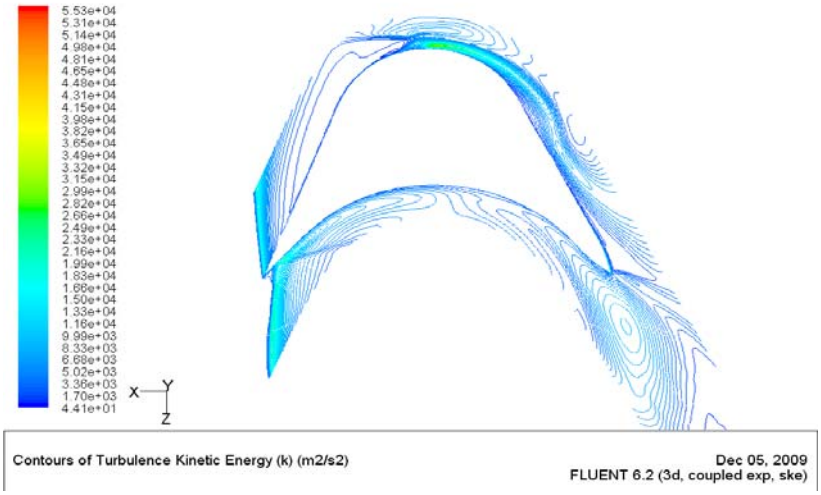


(ج)

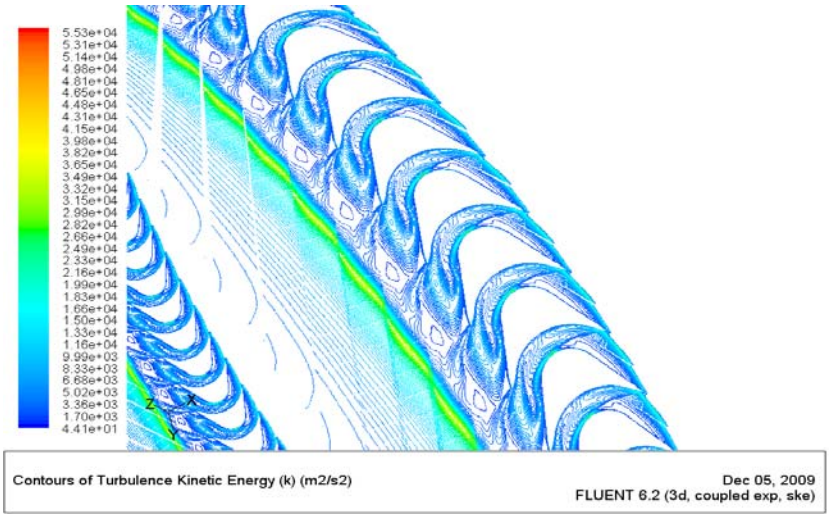
شکل ۱۶ کانتورهای توزیع آنتروپی (الف)، پره‌ی معمولی(ب و ج) مدل دو بعدی و سه بعدی پره‌ی تغییر یافته



(الف)

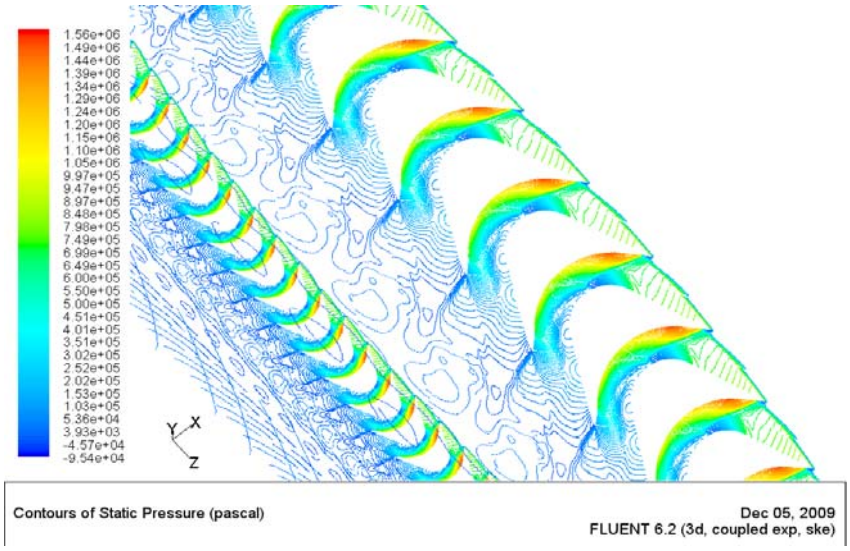


(ب)

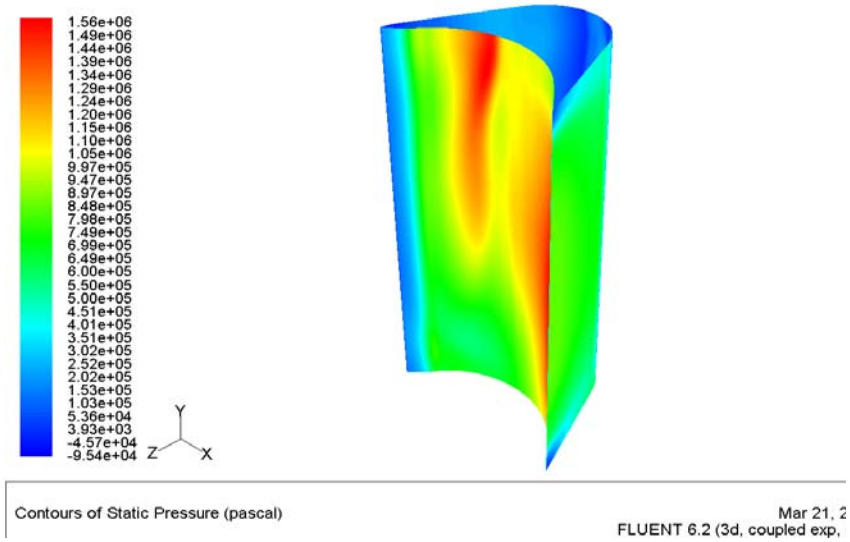


(ج)

شکل ۱۷ کانتورهای توزیع انرژی جنبشی آشفته(الف)، پره‌ی معمولی(ب و ج) مدل دو بعدی و سه بعدی پره‌ی تغییر یافته



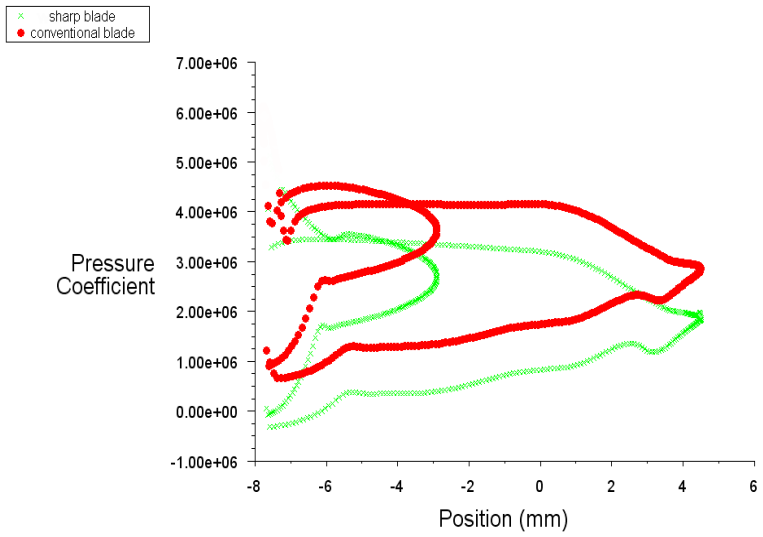
(الف)



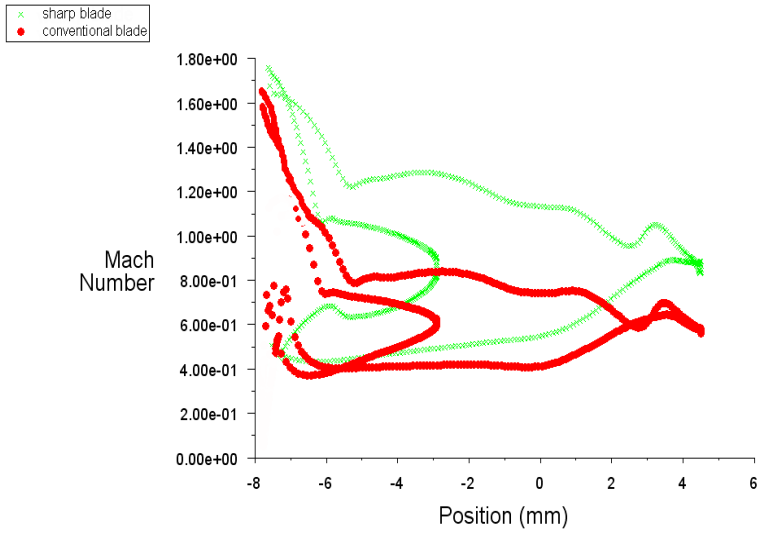
(ب)

شکل ۱۸ کانتور فشار استاتیک برای مدل سه‌بعدی

در شکل (۱۹) توزیع ضریب فشار و در شکل (۲۰)، توزیع عدد ماخ در اطراف پره‌های معمولی و تیز شده نشان داده شده است. با انطباق نتایج این دو شکل با یکدیگر مشاهده می‌شود که وقتی از پره‌ی تیز شده استفاده می‌شود، پس از تشکیل شوک مایل در ورودی روتور، جریان هم‌چنان فراصوت بوده و با عدد ماخ بیشتر از ۱.۲ وارد توربین می‌شود و در هر دو سطح مکش و سطح فشار دارای جریان فراصوت می‌باشد؛ اما برای پره‌ی معمولی، جریان پس از عبور از شوک به رژیم زیرصوت رسیده و دارای عدد ماخ ۰/۸ شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، توزیع ضریب فشار با توزیع ماخ هم‌آهنگی دارد. برای این مثال که از شرایط مرزی فشار سکون در ورود استفاده شده است، ملاحظه می‌شود که جریان در اطراف پره‌ی معمولی زیرصوت باقی‌مانده است؛ اما جریان در سطح مکش پره‌ی تیز شده در رژیم فراصوت کار می‌کند.



شکل ۱۹ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار در اطراف پره برای دو مدل پره‌ی معمولی و تیز شده



شکل ۲۰ مقایسه‌ی توزیع عدد ماخ در اطراف پره برای دو مدل پره‌ی معمولی و تیز شده

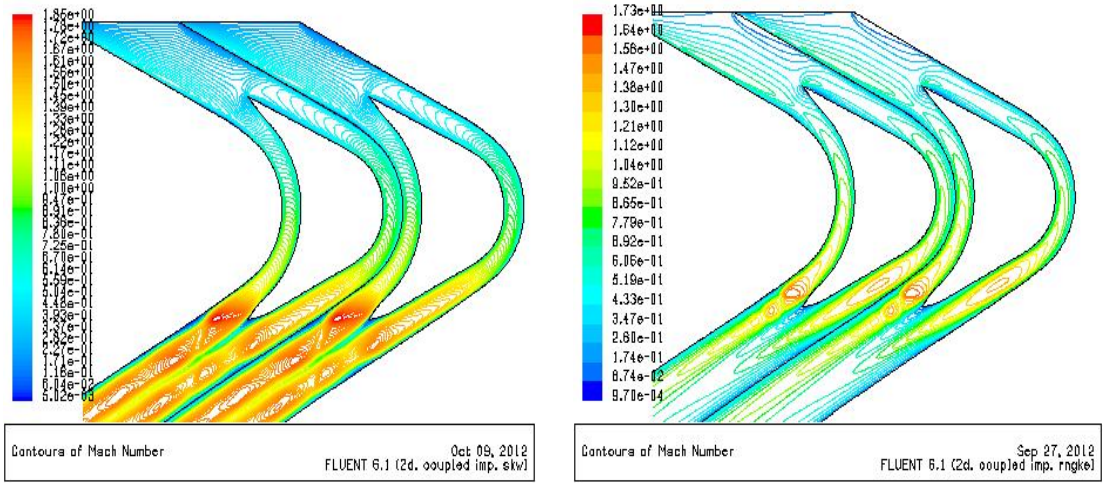
مقایسه‌ی مدل‌های آشفتگی

پیش از این گفته شد که در این کار دو نوع مدل‌سازی آشفتگی $k-\varepsilon$ و $k-\omega$ نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرد. هدف از این‌کار، معرفی یکی از این دو روش به عنوان روش مناسب در تحلیل عددی مسائل مشابه می‌باشد. برای این مقایسه، نتایج به دست آمده از تحلیل دو بعدی پره‌های ضربه‌ای در شکل‌های (۲۱) و (۲۲) ارائه شده است.

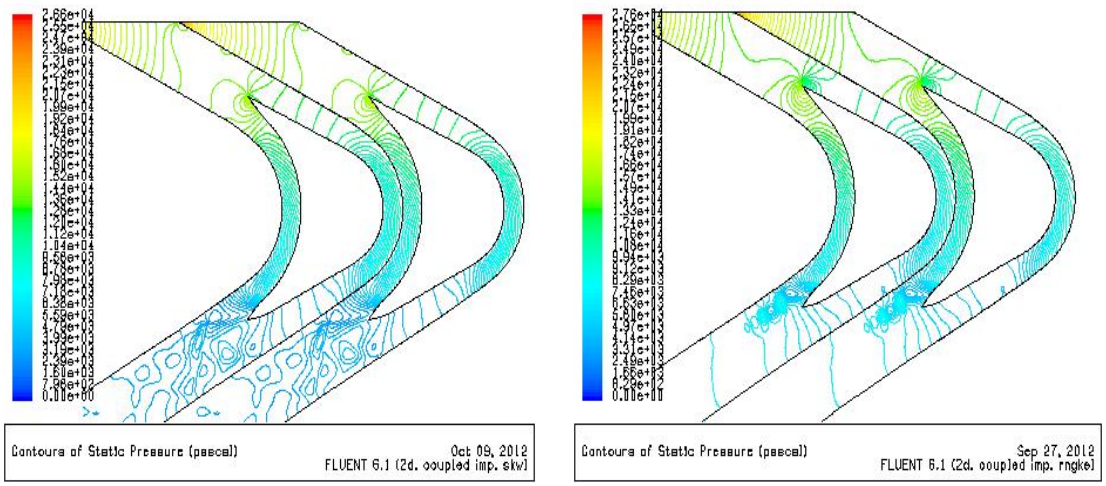
با توجه به شکل‌های (۲۱) و (۲۲)، تفاوت نتایج حاصله از به کارگیری دو نوع مدل‌سازی آشفتگی به وضوح مشاهده می‌شود. از توجه در این نتایج و با استناد به دانش موجود از الگوی جریان درون کانال توربین فراصوت مورد بحث، مشاهده می‌شود که مدل آشفتگی $k-\omega$ در نشان دادن میدان جریان کانال

مناسب‌تر و موفق‌تر می‌باشد.

مقایسه‌ی بین نتایج تجربی و تحلیل عددی در جدول (٤)، ارائه شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، دمای سکون و عدد ماخ در نقطه‌ی عملکردی مطابقت خوبی با داده‌های یک بعدی دارد و حداکثر اختلاف بین محاسبات عددی و طراحی یک بعدی ۵٪ می‌باشد. البته وجود این مقدار اختلاف برای مدل‌سازی عددی با این الگوی جریان قابل بحث است؛ اما از آن‌جایی‌که برای این مقایسه از مدل واقعی نازل در ورودی استفاده نشده است، وجود چنین اختلافی را می‌توان متوجه آن دانست. از سوی دیگر، چون در این بخش، هدف مقایسه و برآورد کیفی مطرح بوده است، نویسندگان مقاله به استفاده از این روش قانع شدند.



شکل ۲۱ الف) کانتورهای عدد ماخ ($k-\varepsilon$ / RNG) ، ب) کانتورهای عدد ماخ ($k-\omega$)



شکل ۲۲ الف) کانتورهای فشار استاتیک ($k-\varepsilon$ / RNG)، ب) کانتورهای فشار استاتیک ($k-\omega$)

جدول ٤ مقایسه‌ی نتایج عددی و تجربی

پارامتر	مدل آشفتگی	عددی	تجربی
فشار استاتیک [kpa]	$k-\varepsilon$	۲۱۳٤	۱۸۲۳
	$k-\omega$	۱۹٦۳.٦۲	۱۸۲۳
دمای سکون [K]	$k-\varepsilon$	۱۰۰۰	۱۰۰۰
	$k-\omega$	۱۰۰۰	۱۰۰۰
عدد ماخ	$k-\varepsilon$	۱/٥٥٦	۱.۸۰
	$k-\omega$	۱/٦٥	۱.۸۰

جدول ۵ مقایسه‌ی زمان محاسبات و حافظه‌ی مورد نیاز برای مدل‌های مختلف آشفتگی- تحلیل ناپایا

Viscous Model	$k-\omega$		$k-\varepsilon$ / RNG	
	زمان پردازش (≅)	حافظه	زمان پردازش (≅)	حافظه
2D	350 hr	2 GHz, 1 GB RAM	580 hr	2 GHz, 2 GB RAM
3D	1100 hr	۱۵ پردازشگر موازی (هر پردازنده 2 GHz, 1 GB RAM)	1550 hr	۱۵ پردازشگر موازی (هر پردازنده 2 GHz, 1 GB RAM))

مقایسه‌ی زمان پردازش و حافظه‌ی مورد استفاده برای دو مدل مختلف آشفتگی

به دلیل پیچیدگی‌های جریان در این نوع توربین، تحلیل عددی در زمان بالایی انجام می‌شود؛ به ویژه زمانی که مطالعه‌ی ما به صورت زمان‌مند و ناپایا باشد، زمان تحلیل اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. در یک مطالعه‌ی موازی با کار حاضر که به صورت ناپایا و زمان‌مند انجام می‌شود [نتایج این تحلیل در مقاله‌ی دیگری ارائه خواهد شد]، نتایج جالب توجهی از نظر زمان تحلیل به دست آمده است (جدول (۵)). همان‌گونه که در جدول (۵) مشاهده می‌شود، مدل $k-\varepsilon$ / RNG زمان محاسباتی بیشتری نسبت به مدل $k-\omega$ دارد. حافظه‌ی مورد نیاز برای مدل $k-\omega$ نیز به نسبت کم‌تر از زمانی است که از مدل $k-\varepsilon$ / RNG استفاده شده است.

نتیجه‌گیری

توربین فراصوت موتور سوخت مایع یک ماهواره‌بر خاص، به‌منظور شناخت بهتر الگوی جریان جهت بهینه‌سازی طراحی، با معرفی مدل آشفتگی مناسب به صورت دو بعدی و سه بعدی تحلیل شد. طراحی مقدماتی با استفاده از کد طراحی مقدماتی نوشته شده توسط نویسندگان انجام شد که نتایج حاصل از آن در طراحی تکمیلی مورد استفاده واقع می‌گردد. نتایج بدست آمده از محاسبات عددی با نتایج اندازه‌گیری شده در آزمایش مورد مقایسه قرار گرفت. به‌طور کلی، انطباق خوبی بین نتایج محاسباتی و تجربی مشاهده شد. الگوی جریان در تحلیل عددی در نقاط و نواحی مختلف مدل‌های دو بعدی و سه بعدی قابل مشاهده است. براساس این مشاهدات، تشکیل شوک‌های قوی

در لبه‌ی ورودی موجب افت شدید اندازه‌ی حرکت جریان شده و جریان با اتلافات بالایی وارد توربین می‌شود. با استفاده از پره‌های لبه- تیز، تشکیل موج‌های مایل نسبتاً ضعیف‌تر، باعث می‌شود جریان دچار افت کمتری گردد. هم‌چنین تغییر هندسه‌ی لبه‌های حمله و فرار بر جریان درون کانال تأثیر گذاشته و موجب ایجاد جریانی پایدارتر نسبت به حالت معمولی می‌گردد. به طور خلاصه، لبه- تیز کردن پره‌ها از نظر آیرودینامیکی تأثیر مثبتی بر عملکرد توربین فراصوت مورد مطالعه داشته است.

از نتایج دیگر این کار، معرفی مدل $k-\omega$ به عنوان مدل آشفتگی مناسب در تحلیل عددی این نوع توربین می‌باشد. نتایج حاصل از مدل‌سازی با مدل آشفتگی $k-\omega$، انطباق بهتری نسبت به نتایج به دست آمده از به کارگیری مدل $k-\varepsilon$ دارد و الگوی جریان را بهتر نشان می‌دهد. علاوه بر آن، زمان برپایی مدل، کمتر از موقعی است که از مدل $k-\varepsilon$ استفاده می‌گردد؛ ضمن این‌که کنترل و فرابینی هم‌گرایی باقی‌مانده‌ها با استفاده از مدل $k-\omega$، بهتر و آسان‌تر است.

فهرست علائم

A	سطح مقطع نازل
C	ضریب ثابت
D	از جملات رابطه انرژی جنبشی آشفتگی
E	از جملات رابطه اتلاف آشفتگی
E	انرژی داخلی
f	توابع میرایی
k	انرژی جنبشی آشفتگی
M	عدد ماخ
$\dot{m}$	دبی جرمی
P	فشار
q	شار حرارتی
T	دما
t	زمان
u	سرعت جریان
α	ضریب ثابت
β	ضریب ثابت
δ	اتلاف انرژی
ε	اتلاف آشفتگی
η	راندمان
μ	ضریب ثابت، لزجت دینامیکی
ρ	دانسیته
τ	تنش های برشی
ω	اتلاف آشفتگی ویژه

زیرنویس ها

0	خواص سکون پارامترها
1.2	جهت شناسایی ضرایب مختلف
i,j,k	جهت محورهای مختصات

بالانوشت ها

*	نماد گلوگاه، نماد برخی ضرایب معادلات آشفتگی
lam	جریان آرام
tur	جریان آشفته
T	توربین

مراجع

1. L. J. Goldman, V. J. Scullin, "Analytical Investigation of Supersonic Turbomachinery Blading", NASA-TN-D4421, (1968).
2. H. G. Lee, I. K. Park, T. H. Kim, Y. W. Lee. "A 3-Dimensional Numerical Simulation of Impulse Turbine for Wave Energy Conversion", *Proceedings of the 11th international offshore and polar*

engineering conference, Stavanger, Norway, p. 620–4, (2001).

3. G. A. Gerolymos, C. Hanisch. "Multistage Three-Dimensional Navier–Stokes Computation of Off-Design Operation of a Four-Stage Turbine", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A. vol. 213 p. 243–61, (1999).
4. A. Thakker, P. Frawley, HB. Khaleeq, Y. Abugihalia, T Setoguchi. "Experimental and CFD Analysis of 0.6 m Impulse Turbine with Fixed Guide Vanes", *Proceedings of the 11th international offshore and polar engineering conference*, Stavanger, Norway, p. 625–9, (2001).
5. S.T. Hudson, T.F. Zoladz, D.J. Dorney "Rocket Engine Turbine Blade Surface Pressure Distributions: Experiment and Computations", *J. of Propulsion and Power*, Vol. 19, No. 3, May–June, (2003).
6. R. Aghaei tog , A.M. Tousi , "Design and CFD Analysis of Centrifugal Compressor for a Microgasturbine", *Journal of Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Emerald, London, Vol 79/ 2/07 issue (March/April 07), (2007).
7. R. Aghaei tog, A.M. Tousi , A. Tourani, "Comparison of Turbulence Methods in CFD Analysis of Compressible Flows in Radial Turbomachines", *Journal of Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Emerald, London,Vo.l80, Issue 6, (2008).
8. J. Larsson, L. E. Eriksson, "External Heat Transfer Predictions in Supersonic Turbines Using the Reynolds Averaged Navier Stokes Equations", S41296 Gothenburg, Sweden, (1998).
9. J. Larson, "Turbine Blade Heat Transfer Calculations Using Two-Equation Turbulance Models", *2nd European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, Gothenburg, Sweden, (1997).
10. D.J. Dorney, L.W. Griffin, K.L. Gundy-Burlet, "Simulations of the Flow in Supersonic Turbines with Straight Centerline Nozzles.", AIAA Paper 1999-1054, (1999).
11. D.J. Dorney, L.W. Griffin, F.W.Huber, "A Study of the Effects of Tip Clearance in a Supersonic Turbine", Transactions of the ASME, pp. 674 /Vol. 122, OCTOBER, (2000).
12. D.J. Dorney, L.W. Griffin, D.L.Sondak, "Full- and Partial Admission Performance of the Simplex Turbine", *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Indianapolis, Indiana, AIAA 2002-3638,7-10 July, (2002).
13. S.Rashid, M.Tremmel, J.Waggot, R.Moll, " Curtis Stage Nozzle/Rotor Aerodynamic Interaction and the Effect on Stage Performance", *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 129 / 551, JULY, (2007).
14. R. Aghaei tog, A.M. Tousi, "Sensitivity Analysis of a Supersonic Turbine of a Specific Satellite Lunch Vehicle", ISME2009-1440, (2009).
15. U. N. Papilla, "Neural Network and Polynomial-Based Response Surface Techniques for Supersonic Turbine Design Optimization", Ph.D. Dissertation, University of Florida, (2001).
16. O. Oksuz, I.S. Akmandor, "Multi-Objective Aerodynamic Optimization of Axial Turbine Blades Using a Novel Multilevel Genetic Algorithm", *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 132 / 041009-1, OCTOBER (2010).

17. N.Tani, A. Oyama, K.Okita, N.Yamanishi, "Feasibility Study of Multi Objective Shape Optimization for Rocket Engine Turbopump Blade Design", *44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference* & Exhibit 21 - 23 July 2008, Hartford, CT, AIAA-4659, (2008).
18. R. Snodgrass, D.J. Dorney, E. Sandgren, L.F. Merz, "Multi-Objective Shape Optimal Design of a Supersonic Turbine", AIAA Paper (2000-4).
19. Y. Zhao, Z.M. Ding, "Computation of Shock/Boundary-Layer Interactions in Bump Channels with Transport-Type Turbulence Models." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 173, No. 1-2, pp. 55-69, (1999).
20. G. Barakos, D. Drikakis, "Assessment of Various Low-Reynolds Number Turbulence Models in Shock-Boundary Layer Interaction", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 160, No. 1-2,pp. 155-174, (1998).
21. P. Catalano, M. Amato "An Evaluation of RANS Turbulence Modeling for Aerodynamic Applications", Aerospace science and Technology, Vol. 7, No. 7, pp. 493-509, (2003).
22. R.Zehtab, M.M.Alishahi, "3D Numerical Simulation of the Flow in a Supersonic Impulse Turbine and Its Geometrical Parametric Study", Msc Thesis, Shiraz University, Iran, September, (2006).
23. J.C. Helton, J.D. Johnson, C.J. Salaberry, and C.B. Storlie, "Survey of sampling based methods for uncertainty and sensitivity analysis", Reliability Engineering and System Safety, 91:1175-1209, (2006).
24. Y. Mei, A. Guha, "Implicit Numerical Simulation of Transonic Flow through Turbine Cascade on Unstructural Grids", A09404 IMechE05, Vol.219 Part A: *J. Power and Energy*, (2005).
25. GAMBIT Modeling Guide, FLUENT Inc. (1998).
26. B.V.Avsianikov, "Theory and calculation of feed systems's elements of liquid propellant rocket engines", Mashinostroyne, In Russian , (1983).
27. J. Larsson, "Numerical Simulation of Turbulent Flows for Turbine Blade Heat Transfer Applications", PHD Thesis, Charlmers University of Technology, Sweden, ISBN: 91-7197-747-3, (1998).
28. Fluent5 User's Guide, FLUENT Inc. (1998).
29. U. Hall, J. Larsson, F. Bario., "Simulation and Measurements on Impulse Blades for Heat Transfer Prediction in Supersonic Turbine Applications", S41296 Gothenburg, Sweden, (1997).
30. A. Tamm, M. Gurge, B. Stoffel, "Experimental and 3-D Numerical Analysis of the Flow Field in Turbomachines Part One", Darmstadt University of Technology, (1999).
31. A. Tamm, M. Gurge, B. Stoffel, "Experimental and 3-D Numerical Analysis of the Flow Field in Turbomachines Part Two", Darmstadt University of Technology, (1999).
32. R. Aghaei tog, A.M. Tousi , "Design of Turbine Test Rig for Satellite Lunch Vehicle Engines by Using Gas Dynamic Modeling Method", IAS2009-PR-235, February ,(2009).