

بررسی تأثیر شکل بال بر روی ضرایب آیرودینامیکی هواپیمای MAV*

حسان اسمعیلی منیر^(۱)

مهران تاجفر^(۲)

چکیده استفاده از وسایل پرنده کوچک به‌طور چشم‌گیری در چند سال اخیر توسعه یافته است. یکی از مهم‌ترین وسایل پرنده کوچک، ریز پهپادها (MAVs) هستند که آنها را می‌توان از روی اندازه کوچک، میزان نسبت منطری پایین و نیز سرعت کم آنها از سایر وسایل پرنده بازشناخت. در طراحی آیرودینامیکی این پرنده‌ها، بزرگ‌ترین سهم به طراحی بال آنها اختصاص دارد. یافتن شکل بال مناسب برای آنها بسیار مهم است. در این مقاله تأثیر شکل چند پلنفرم (PLANFORM)، تأثیر باد جانبی، تأثیر شکل لبه‌های بال، و تأثیر عدد رینولدز در جریان‌های رینولدز پایین برای بال ریز پهپادها معلوم می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش نسبت منطری، شیب منحنی لیفت نیز مطابق پیش‌بینی تئوری‌های آیرودینامیکی کاهش می‌یابد. همچنین برای بال‌های با نسبت منطری پایین در اعداد رینولدز کم، پلنفرم زیرمان معکوس کارایی بهتری دارد. در ضمن با کاهش نسبت کونیک لبه حمله، ضریب پسا افزایش می‌یابد. با افزایش این نسبت در زوایای پایین، ضریب پسا کاهش می‌یابد؛ اما در زوایای حمله بالا مجدداً ضریب پسا افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش میزان عدد رینولدز کارایی بال‌ها افزایش می‌یابد. محاسبات CFD از طریق مقایسه با مقادیر تجربی موجود در سایر مقالات ارزیابی می‌شود.

واژه‌های کلیدی ریز پهپاد، پلنفرم، جریان با عدد رینولدز پایین، نسبت منطری، ضرایب برا و پسا

Study of Wing Shapes Influence on MAV Aerodynamic Coefficients

H. Esmaili Monir

M. Tadjfar

Abstract In recent years, design of small aircrafts are studied and extensively developed. One of the most important of these aircrafts is micro aerial vehicles (MAVs). As part of aerodynamic design of MAVs, the wing design is important. In fact, the main part of this design is to find an appropriate shape for the wing. In this work, influence of the wing shape at low Reynolds number flow is investigated using several planforms. Results show that as aspect ratio decreases, the lift-curve slope decreases as predicted by aerodynamic theory. The performance of the inverse Zimmerman and rectangular planforms are higher than elliptic and Zimmerman planforms. Also, the inverse Zimmerman planform is less influenced with the side flow. Effects of the Reynolds number and the wing edges on aerodynamic coefficients are discussed. The CFD computations are performed, and verified with the experimental data and aerodynamic theory.

Key Words MAV, Planform, Low Reynolds Number flow, Aspect Ratio, Lift & Drag Coefficients

* نسخه نخست مقاله در تاریخ ۸۹/۱۲/۲۵ اولین پذیرش آن در تاریخ ۹۰/۹/۲۲ و نسخه آماده چاپ آن در تاریخ ۹۱/۴/۲۵ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) نویسنده‌ی مسئول: دانشجوی دکتری، قطب علمی محاسباتی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(۲) دانشیار، قطب علمی محاسباتی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مقدمه

طی سال‌های اخیر توجه به آیرودینامیک وسایل پرنده در رژیم پروازی رینولدز پایین، به طور قابل توجهی افزایش یافته است. طراحی ریز پهنادهای یکی از کاربردهای آیرودینامیک رینولدزهای کم است. ریز پهنادهای هواپیماهای کنترل از راه دور، با برد نزدیک و با مأموریت شناسایی و مراقبت هستند [1]. ریز پهناد می‌تواند، یک بار مفید کوچک را به منطقه‌ای دور یا خطرناک فرستاده و مستقر کند که در آنجا مأموریت‌های متفاوتی شامل شناسایی، جاسوسی، هدف‌یابی، ردگیری و شناسایی بیوشیمیایی را انجام دهد. بعضی از اهدافی که امروزه در مورد ریز پهنادهای به دنبال آن هستند شامل موارد ذیل می‌شود: دارا بودن طول بیشینه ۱۵ سانتیمتری، خود مختاری، برد عملکردی ۱۰ کیلومتری و برد میانگین پروازی ۳۰ دقیقه‌ای و نیز قابلیت حمل محموله ۱۸ گرمی [2].

شاید عدد رینولدز مفیدترین پارامتری باشد که توصیف‌کننده‌ی محیط پرواز ریز پهنادهای است. در شکل (۱) رژیم پروازی ریز پهنادهای نشان داده شده است. ریز پهنادهای به سه دسته زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

۱- بال ثابت ۲- بال گردان ۳- بال‌های بالزن

در این مقاله با دسته اول ریز پهنادهای روبرو هستیم. در عدد رینولدز بین ۲۰۰۰۰۰-۳۰۰۰۰۰، که محدوده‌ی مربوط به ریز پهنادهای است، عملکرد آیرودینامیکی در ایروفویل‌های معمولی به شدت کاهش می‌یابد. شکل (۲) این پدیده را با رسم نمودار ضریب لیفت به درگ بر حسب عدد رینولدز برای ایروفویل‌های با سطح صاف و صلب نشان داده است و کاهش C_L/C_D را در آن مشخص کرده است. این نمودار به روشنی نشان می‌دهد که قوانین طراحی که برای هواپیمای بزرگ استفاده می‌شود، برای هواپیمایی با مقیاس ریز پهناد قابل استفاده نیست. جریان آرام، روی بال‌های صاف و صلب در این محدوده‌ی رینولدز

به راحتی جدا می‌شود و حباب‌های بزرگی در اثر این جدا شدن، تولید می‌شوند. این اتفاق به خصوص در زوایای حمله‌ی بالاتر می‌افتد. جدایی جریان، باعث افزایش ناگهانی درگ و کاهش راندمان آیرودینامیکی می‌شود.

با توجه به شرط ابعادی در ریز پهنادهای، با بال‌هایی با نسبت منظری پایین و در حدود یک، مواجه هستیم. در این مقاله با بررسی پلنفرم‌های بیضوی، مستطیلی، زیمرمان و زیمرمان معکوس و تأثیر نسبت منظری بر روی ضرایب برا و پسا تأثیر هر یک از این پلنفرم‌ها بر روی ریز پهنادهای مشخص می‌شود. شکل (۳) نمونه‌ای از ریز پهناد با پلنفرم زیمرمان معکوس را نشان می‌دهد. همچنین تأثیر عدد رینولدز بر روی میزان ضرایب برا و پسای بال محاسبه می‌شود که میزان عدد رینولدز در بزرگ‌ترین قطر بال به دست می‌آید. برای انجام محاسبات عددی و برای یافتن ضرایب برا و پسا در نرم افزار Fluent در اطراف بال سه بعدی از شبکه مرکب که در نرم افزار Gambit تولید شده است، استفاده می‌شود. تا به امروز مطالعات فراوانی بر روی تأثیر شکل پلنفرم بر روی خواص آیرودینامیکی ریز پهنادهای انجام شده که تعداد زیادی از آنها بر روی پلنفرم‌های مستطیلی و مثلثی صورت پذیرفته است. اما با توجه به این‌که در پلنفرم مثلثی به دلیل داشتن طول بیشینه برابر با دیگر پلنفرم‌ها، از مساحت سطح کمتری برخورداریم و در نتیجه نیروی برآی کمتری نیز داریم، از در نظر گرفتن این پلنفرم در محاسبات صرف نظر می‌شود. یکی از اولین فعالیت‌های انجام شده در بررسی پلنفرم مثلثی و تأثیر آن در مشخصات آیرودینامیکی جریان‌های سرعت پایین مربوط به دانشگاه ویچیتا (WICHITA STATE) در سال ۱۹۹۶ است که برای سازمان ناسا تهیه گردید [3]. در سال ۲۰۰۲ نیز دانشگاه بس (BATH UNIVERSITY) به



شکل ۳ ریز پهپاد با پلنفرم زمیمرمان معکوس

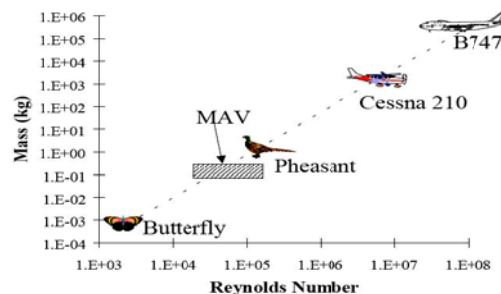
معرفی نمونه‌ها

برای بررسی تأثیر پلنفرم، از چهار پلنفرم بیضوی، مستطیلی، زمیمرمان و زمیمرمان معکوس استفاده می‌شود. در شکل (۴) این چهار پلنفرم با $AR=1$ نمایش داده شده است. برای بررسی تأثیر میزان نسبت منظری بر روی ضرایب برا و پسا به مطالعه مقادیر نسبت منظری با مقادیر ۲، ۱ و ۴ پرداخته شده است. تمامی بال‌ها مسطح هستند و دارای کمبر نمی‌باشند. نسبت ضخامت به بزرگ‌ترین وتر بال‌ها برابر ۲٪ و لبه‌های بال‌ها به صورت کونیک بیضوی (Conic) در نظر گرفته شده است. در بررسی تأثیر لبه‌ها با تغییر نسبت شعاع‌های لبه بیضی شکل بال، اثر تخت شدن و یا نوک تیز شدن لبه‌های بال بررسی می‌شود. به‌جز در موارد ذکر شده نسبت مقدار کونیک برای همه‌ی لبه‌ها ۵ به ۱ است. میزان نسبت منظری برای هر یک از این پلنفرم‌ها از طریق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

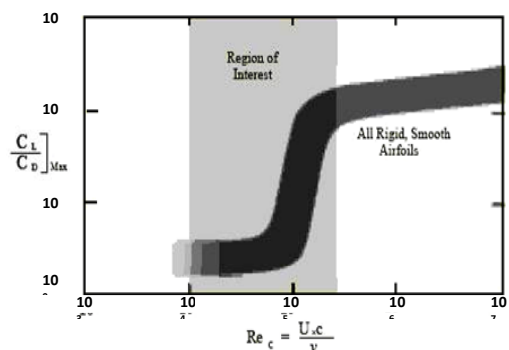
$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (1)$$

در رابطه‌ی فوق b ، برابر دهانه بال (Span) و S ، برابر مساحت سطح بال است. در پلنفرم مستطیلی

مطالعه جریان‌های گردابی روی پلنفرم‌های مختلف پرداخت [4]. در سال ۲۰۰۵ نیز محسنی و همکاران [5] تحقیقاتی را بر روی تأثیر زاویه سویپ در ریز پهپادها انجام دادند که برای این کار از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی استفاده نمودند در نهایت از کسانی که در این زمینه فعالیت می‌کنند به مولر و تورس که در دانشگاه نوتردام مشغول به کار هستند می‌توان اشاره کرد [2]. در بررسی‌های انجام شده توسط آنها، پلنفرم‌های مستطیلی، بیضوی، زمیمرمان و زمیمرمان معکوس مورد مطالعه قرار گرفته است. در مقاله ایشان تأثیر عدد $AR=4$ در نظر گرفته نشده و نیز تأثیر لبه‌های بال و تأثیرات باد جانبی نیز به دست نیامده است. هم‌چنین، با وجود انجام تحقیقات ایشان در چند عدد رینولدز متفاوت، تأثیرات عدد رینولدز به صورت صریح آورده نشده است.



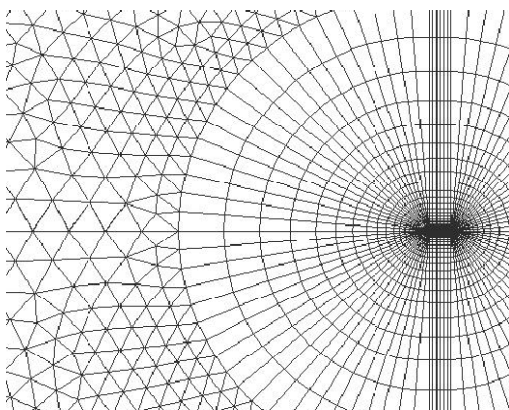
شکل ۱ رژیم پروازی ریز پهپاد در مقایسه با دیگر وسایل پروازی [6]



شکل ۲ وابستگی راندمان آیرودینامیکی به عدد رینولدز [7]

کامل ترسیم می‌شود و از نصفه مدل کردن آن پرهیز می‌شود. برای این‌که مدل در تمامی جهات خاصیت یکسانی از خود نشان دهد سطح میدان بیرونی به صورت کروی تولید می‌شود تا در تمامی زوایا، میدان اطراف بال، به صورت یک شکل گردد. در نتیجه برای مش ریزی از روش O-type استفاده می‌شود. برای هماهنگ کردن جهت جریان اعمالی به بال با تعریف سطوح ورودی و خروجی جریان، از شبکه‌های مرکب (Hybrid grid) بهره گرفته می‌شود. به این ترتیب که در اطراف بال برای اطمینان از دقت لازمه در حل نیروهای پسا، از شبکه باسازمان استفاده شده و در خارج این شبکه از شبکه بی‌سازمان استفاده می‌شود و در هر زاویه جریان با چرخش فضای خارجی نسبت به فضای داخلی مرزهای ورودی و خروجی مطابقت داده می‌شود.

برای شبکه باسازمان از مش‌های شش وجهی منظم (Hexa-mapped) و برای شبکه بی‌سازمان هم از مش‌های چهار وجهی مرکب (Tetra-hybrid) استفاده شده است. نمونه‌ای از این شبکه را در شکل (۵) در نمای جانبی بال و در صفحه‌ای که از میانه بال می‌گذرد ملاحظه می‌نمایید.



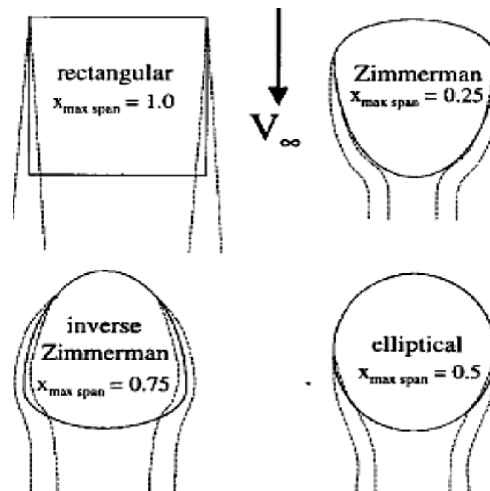
شکل ۵ شبکه مرکب در اطراف بال

برای اطمینان از دقت شبکه تولید شده تعداد نقاط در راستاهای مختلف برای پلنفرم بیضوی که در شکل

مقدار نسبت منظری را از رابطه‌ی زیر نیز می‌توان محاسبه نمود:

$$AR = \frac{b}{c} \quad (۲)$$

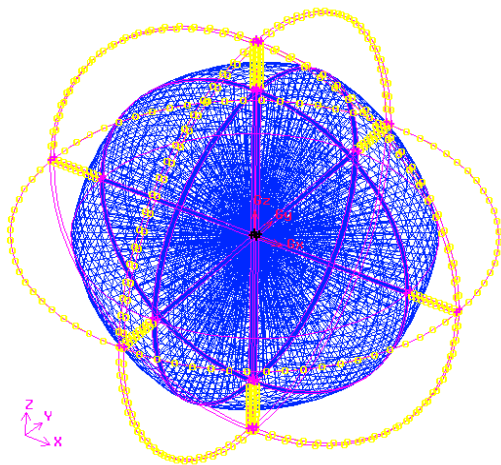
که در رابطه‌ی فوق c همان وتر بیشینه بال یا کورد ماکزیمم می‌باشد. پلنفرم زیمرمان ترکیبی از دو نیم بیضی است که قطر بزرگ یکی از این دو بیضی به قطر کوچک دیگری چسبیده است [8]. در پلنفرم‌های زیمرمان و زیمرمان معکوس مورد مطالعه در این مقاله، این دو بیضی در نقطه ۲۵٪ یا به عبارت دیگر در نقطه ۷۵٪ از وتر بیشینه به هم متصل شده‌اند. لازم به ذکر است که به جز در مواردی که به آن اشاره می‌شود به طور کلی مقدار عدد رینولدز را برابر ۷۰۰۰۰ قرار می‌دهیم.



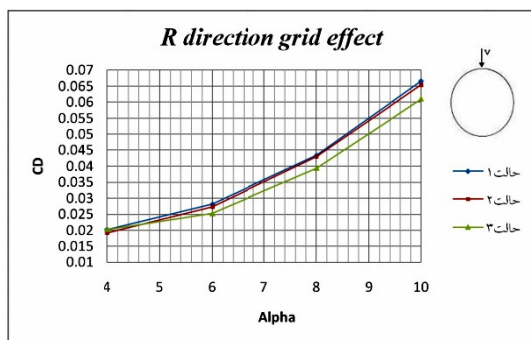
شکل ۴ نمایش چهار پلنفرم مورد مطالعه

تولید شبکه

برای تولید شبکه مورد نیاز از نرم افزار Gambit کمک گرفته می‌شود. به دلیل این‌که پس از انجام محاسبات، به دنبال ضریب پسا هستیم برای افزایش دقت در حل، از شبکه با سازمان استفاده می‌نماییم. چون در تحلیل این بال‌های سه بعدی، به محاسبه ضرایب برا و پسا در زوایای جانبی نیز پرداخته می‌شود، مدل بال به صورت



شکل ۸ ایجاد شبکه در اطراف شبکه اولیه



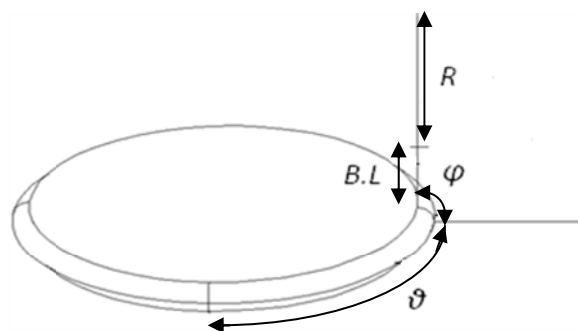
شکل ۹ تأثیر تعداد نقاط جهت R در مقدار ضرایب پسا در پلنفرم بیضوی

در شکل فوق حالت‌های ۱ تا ۳ به ترتیب ۵۰، ۳۰ و ۱۵ نقطه در جهت R دارند. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که کاهش تعداد نقاط در این جهت باعث بروز خطا می‌گردد و تعداد ۵۰ نقطه تأثیر چندانی در جواب ندارد و تنها باعث افزایش زمان حل می‌شود.

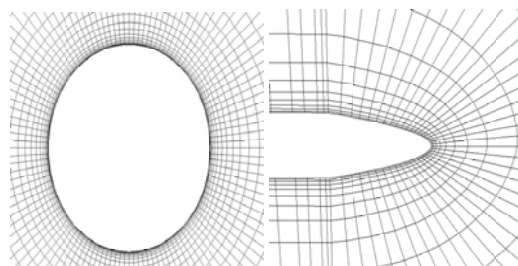
محاسبات عددی

نوع Solver برای تحلیل جریان اطراف بال‌ها Segregated و نوع فرمول‌بندی Implicit و نوع جریان

(۶) نشان داده شده است، بررسی شد که از طریق آن شبکه‌ای با کمترین تعداد سلول لازم به صورتی که خطای زیادی تولید نکند، انتخاب شد. در حقیقت تعداد مش بر روی لبه‌های بال، در ناحیه لایه مرزی، در ناحیه خارج از لایه مرزی و نیز در جهت عرضی هر کدام به صورت جداگانه تغییر داده شد و تأثیرات هر یک به دست آمد. همان‌طور که از شکل زیر پیداست در پلنفرم‌های بیضوی و زیمرمانی تعداد نقاط در جهت قطری و دهنه بال به هم پیوسته بوده و با هم تغییر می‌کنند. در شکل (۷) شبکه حول پلنفرم بیضوی نشان داده شده است. هم‌چنین ابعاد میدان در حالت‌های ۲۰، ۳۰ و ۴۰ برابر و تر بیشینه بال (Max Chord) بررسی شد که مقدار ۳۰ برابر مناسب تشخیص داده شد. نمونه شبکه مورد بررسی در شکل (۸) آورده شده است.



شکل ۶ جهات مختلف مش بندی در پلنفرم بیضوی



شکل ۷ شبکه حول لبه حمله (شکل راست) - شبکه حول پلنفرم از نمای بالا (شکل چپ)

جهت بردار سرعت نیز بر اساس زوایای حمله و نیز بر اساس زاویه جریان جانبی تنظیم می‌شود. مقدار سرعت جریان بر اساس مقدار عدد رینولدز و با توجه به فرمول فوق و بر اساس طول داده شده محاسبه می‌شود. بعد از انجام تنظیمات اولیه، نوع معادله فشار در حالت استاندارد و نوع کوپلینگ فشار و سرعت در حالت simple باقی نگه داشته و نوع معادلات مومنتوم در حالت second order upwind قرار داده می‌شود. مساحت مرجع برابر با مساحت هر یک از پلنفرم‌ها و سرعت مرجع، برابر با سرعت ورودی قرار می‌گیرد. در زوایای بالا ملاحظه می‌گردد که جریان از روی بال جدا شده و گرادیان‌های فشار مثبت وجود دارد. در نسبت منطری‌های پایین این جریان مجدداً به سطح بال می‌چسبد و توسط جریان‌های آرام قابل حل است اما در نسبت منطری‌های بالا در زوایای حمله و رینولدزهای بالا، جریان وارد محدوده جریان‌های آشفتگی می‌شود و لذا توسط معادلات جریان آرام یا لایه‌ای حل نمی‌گردد و در صورت حل توسط این روش، پاسخ‌ها نوسان دارند و هم‌گرا نمی‌شوند. در این‌جا برای حل رژیم‌های جریان آشفتگی از روش تک معادله‌ای Spalart-Allmaras استفاده شده است.

تأثیر شکل پلنفرم

اکنون به تأثیر شکل پلنفرم بر روی ضرایب آیرودینامیکی پرداخته می‌شود. برای این کار نسبت نیروی برا به پسای بال‌ها با هم مقایسه می‌شود. نسبت نیروهای برا به پسای بال‌ها در سه نسبت $AR=1,2,4$ در شکل‌های (۱۰-۱۲) نشان داده شده است. با توجه به این نمودارها ملاحظه می‌شود که پلنفرم زیرمرمان معکوس، کارایی بهتری نسبت به سایر پلنفرم‌ها دارد. هرچند که پلنفرم مستطیلی نیز از نیروی برای بالایی برخوردار است و کارایی بالایی نیز دارد اما در یک نسبت منطری برابر، از طول بیشینه بزرگ‌تری نسبت به

غیر دایم یا Unsteady انتخاب می‌شود. علت انتخاب این روش حل در این است که در تحلیل مورد نیاز نیازی به حل معادلات انرژی نمی‌باشد و تنها معادلات بقای جرم و مومنتوم حل می‌شود.

معادلات در حالت جریان آرام یا Laminar قرار می‌گیرد. به دلیل پایین بودن عدد رینولدز در تحلیل پلنفرم‌های مختلف، انتخاب این نوع حل، مناسب به نظر می‌رسد. برای تعیین شرایط مرزی، باید به این نکته توجه داشت که تحلیل ما در رژیم اعداد رینولدز پایین قرار دارد. و در ضمن چون در سرعت‌های پایین تحلیل انجام می‌شود، مسأله در محدوده جریان‌های غیر قابل تراکم قرار دارد. بنابراین از شرط مرزی سرعت ورودی (Velocity Inlet) برای مرز ورودی استفاده می‌شود. این شرط مرزی برای تعیین سرعت جریان ورودی و مشخصات اسکالر جریان در ورودی به کار می‌رود. اما برای مرز خروجی به دلیل این که جریان غیر قابل تراکم است از شرط مرزی جریان خروجی (Outflow) استفاده می‌شود. در این مدل گرادیان نرمال برای تمام مشخصات جریان به غیر از فشار، صفر گرفته می‌شود.

شرط مرزی باقی‌مانده که باید در نظر گرفت، مربوط به بال می‌باشد که به راحتی با انتخاب شرط مرزی دیواره می‌توان شرایط مرزی لازم برای تحلیل بال‌ها را کامل کرد. نوع سیال هوا انتخاب شده و ضرایب مورد لزوم برای آن برابر مقادیر زیر قرار می‌گیرد:

$$\text{Density} = \rho = 1.225(\text{kg/m}^3)$$

$$\text{Viscosity} = \mu = 1.7894\text{e-}5(\text{kg/m.s})$$

عدد رینولدز به صورت ذیل به دست می‌آید:

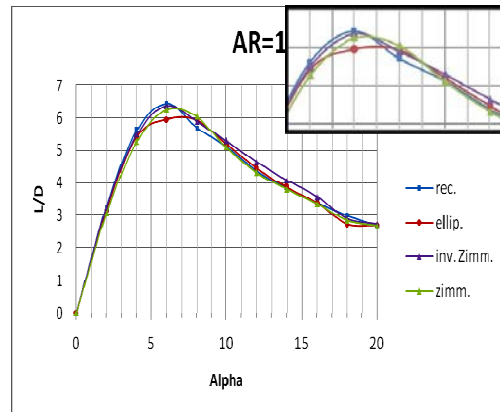
$$\text{Re} = \frac{\rho U_{\infty} l}{\mu}, l = 0.1 \quad (3)$$

پلنفرم زیمرمان معکوس برخوردار است.

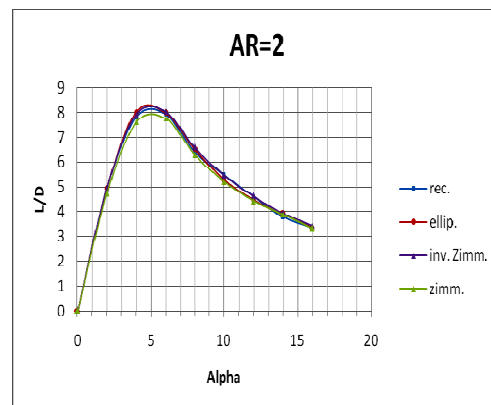
به دلیل آن که در طراحی ریز پهبادهای مقدار طول بیشینه پهباد از اهمیت به سزایی برخوردار است، بنابراین می توان گفت که بهترین کارایی در میان این چهار نوع پلنفرم را پلنفرم زیمرمان معکوس دارد. نکته قابل توجه دیگر در این قسمت، زاویه ای است که در آن ماکزیمم مقدار نسبت نیروی برا به پسا در آن رخ می دهد. در $AR=1$ بیشترین مقدار نسبت برا به پسا در زاویه حمله ۶ درجه اتفاق می افتد، در حالی که برای $AR=2,4$ به ترتیب در زوایای حمله ۵ و ۴ درجه این مقدار ماکزیمم رخ می دهد. بنابراین می توان نتیجه گیری کرد که با افزایش نسبت منظری در زوایای حمله کوچکتری نسبت برا به پسا بیشینه را داریم. همچنین می توان اظهار داشت که با افزایش نسبت منظری مقدار L/D بیشینه نیز افزایش می یابد و در حقیقت بر میزان کارایی بالها نیز افزوده می شود. با توجه به تئوریهای آیرودینامیکی موجود و بر اساس نزدیکتر شدن بال به بال نامتناهی، این نتیجه انتظار می رفت. با توجه به آنچه گفته شد با افزایش نسبت منظری، در زاویه حمله کمتری بیشینه L/D رخ می دهد چرا که جریان به سرعت دوبرعدهی نزدیکتر شده، جدایش زودتر اتفاق می افتد.

تأثیر باد جانبی

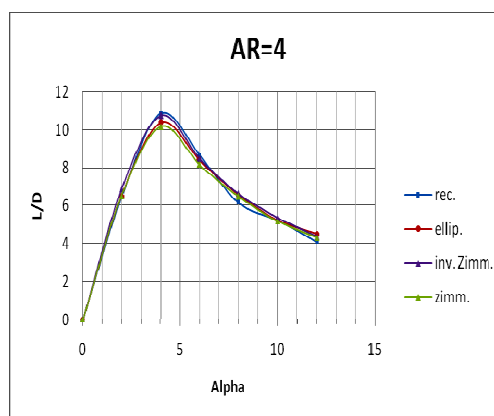
نتایج ضرایب برا و پسا بالها در چهار پلنفرم مورد مطالعه در عدد رینولدز ۷۰۰۰۰ برای زوایای حمله (α) و زوایای جانبی (β) مختلف بررسی شد که در شکل های (۱۳-۱۵) قابل مشاهده است. این محاسبات برای هر سه عدد منظری و برای تمامی پلنفرمها انجام شده است. با توجه به ابعاد ریز پهبادهای و سرعت حرکت آنها می توان نتیجه گیری کرد که شرایط جوی در پرواز آنها اهمیت زیادی دارد به این مفهوم که جریان هوا می تواند باعث ناپایداری این وسایل پرنده شود. در مقایسه با آنچه که در هواپیماهای بزرگ مشاهده می شود، در ریز پهبادهای شرایط جوی به مراتب تأثیر بیشتری دارد. در این جا با ثابت قرار دادن سرعت



شکل ۱۰ نسبت نیروی برا به پسا برای $AR=1$

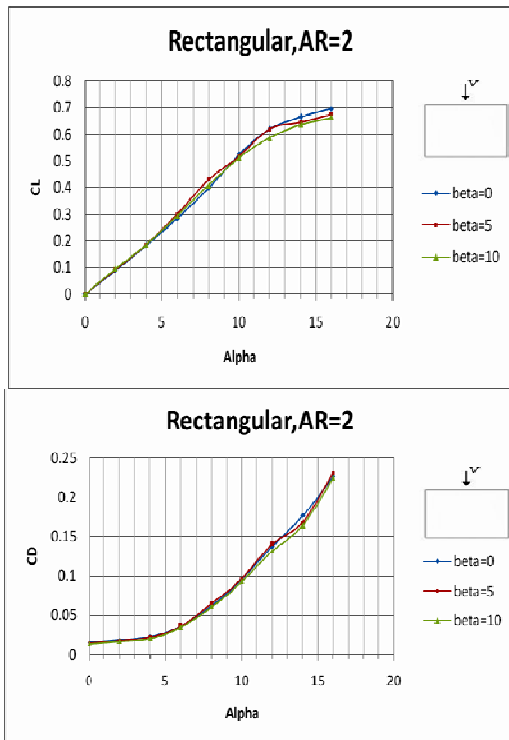


شکل ۱۱ نسبت نیروی برا به پسا برای $AR=2$



شکل ۱۲ نسبت نیروی برا به پسا برای $AR=4$

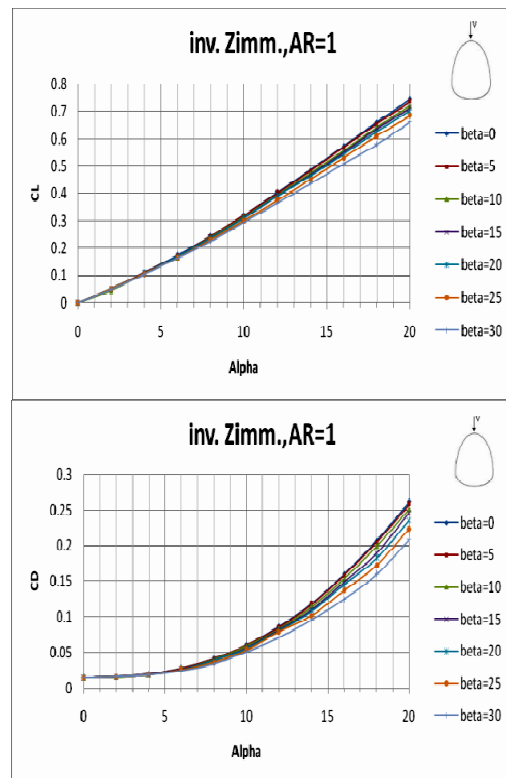
تغییرات چندانی در پاسخها نیست به طوری که در $AR=4$ در پلنفرم مستطیلی، تا زاویه حمله ۱۲ درجه در ضریب پسا بیشترین اختلاف به ۰.۵٪ می‌رسد در حالی که در زاویه جانبی ۱۰ درجه بیشترین اختلاف به ۰.۱۳٪ می‌رسد.



شکل ۱۴ مقدار ضرایب برا و پسا در پلنفرم مستطیلی برای $AR=2$

در پلنفرم زیمرمان معکوس در $AR=1$ با توجه به شکل (۱۳) می‌توان نتیجه گرفت که باد جانبی در این پلنفرم، تأثیر چندانی ندارد و در زاویه حمله ۲۰ درجه و در زاویه جانبی ۵ درجه اختلافی در حدود ۰.۱/۵٪ وجود دارد و برای زاویه جانبی ۱۰ درجه این مقدار به ۰.۴٪ اختلاف با وضعیت بدون باد جانبی می‌رسد. در نسبت $AR=2$ کاهش قابل توجهی در شیب نیروی برا از زاویه ۱۴ درجه مشاهده می‌شود که علت آن جدا شدن جریان روی بال است که در این زوایا بر روی بال وجود دارد و بخش زیادی از بال را پوشش می‌دهد. این بررسی بر روی سایر پلنفرم‌ها نیز انجام

جریان ورودی، در زوایای حمله مختلف، زاویه جانبی تغییر داده شده است. همان‌طور که در شکل (۱۳) مشاهده می‌شود تا زاویه ۱۰ درجه اختلاف چندانی در ضرایب آیرودینامیکی بر اثر باد جانبی در $AR=1$ مشاهده نمی‌شود اما بعد از این زاویه با افزایش زاویه β مقدار ضرایب برا و پسا افت بیشتری از خود نشان می‌دهد.



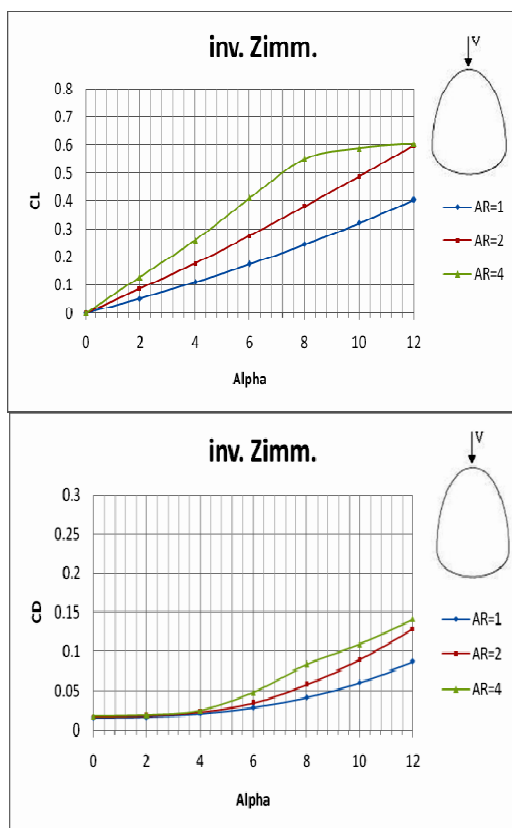
شکل ۱۳ مقدار ضرایب برا و پسا در پلنفرم زیمرمان معکوس برای $AR=1$

شکل (۱۴) تأثیرات باد جانبی را برای پلنفرم مستطیلی در $AR=2$ نشان می‌دهد. با افزایش نسبت منطری، تأثیر باد جانبی، مشهودتر شده و در پلنفرم بیضوی و در $AR=4$ از زاویه ۶ درجه به بالا ضرایب آیرودینامیکی از هم فاصله می‌گیرند. نکته قابل توجه در این نمودارها این است که نسبت تغییرات از زاویه ۵ به ۱۰ درجه بیشتر از تغییرات بین زوایای ۰ تا ۵ درجه است. به بیان دیگر در زاویه جانبی ۵ درجه

می شود.

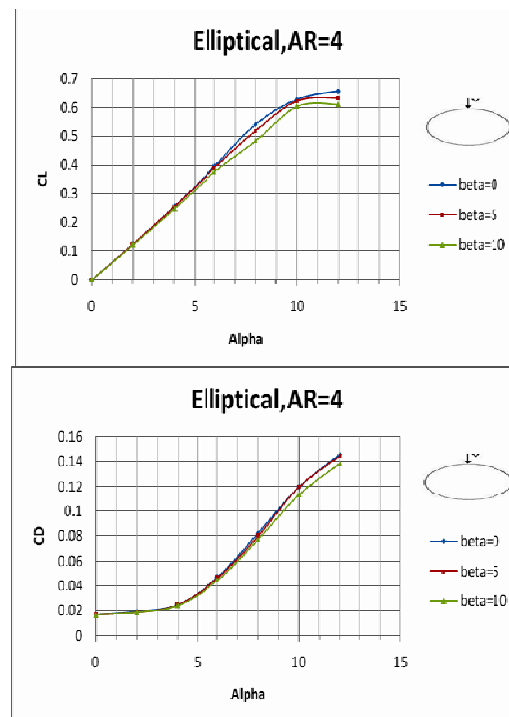
در نسبت $AR=2$ کاهش قابل توجهی در شیب نیروی برا در زوایای بالا در این پلنفرم و سایر پلنفرم‌ها مشاهده می شود که علت آن حباب‌های جدایشی است که در این زوایا بر روی بال تشکیل شده و بخش زیادی از بال را پوشش می دهد که در شکل های (۱۷-۱۹) برای پلنفرم زیمرمان معکوس و در زاویه حمله ۱۰ درجه و عدد رینولدز ۷۰۰۰۰ نمایش داده شده است. همین امر در $AR=4$ و در زوایای کمتری نیز اتفاق می افتد.

بنابراین با افزایش نسبت منظری، افزایش کارایی بال مشاهده می شود؛ اما در زوایای حمله کمتری پدیده واماندگی (Stall) اتفاق می افتد. بنابراین باید به دنبال یک نسبت منظری بهینه بود.



شکل ۱۶ تأثیر نسبت منظری در پلنفرم زیمرمان معکوس

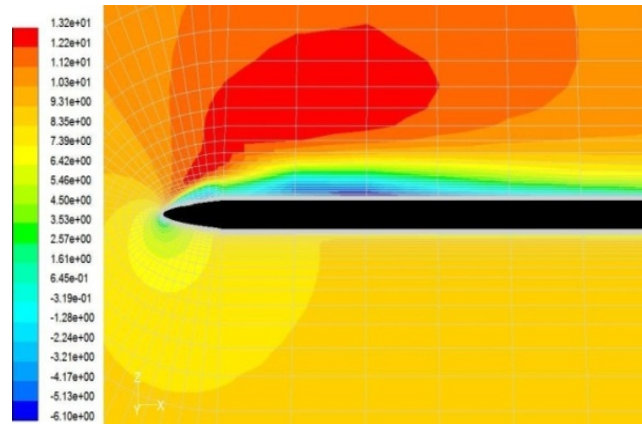
شده است. نتیجه این بررسی چنین است که پلنفرم زیمرمان معکوس به نسبت سایر پلنفرم‌ها تغییرات کمتری را در ضرایب آیرودینامیکی در برابر باد جانبی از خود نشان می دهد. به عبارت دیگر، بهترین کارایی را در برابر باد جانبی پلنفرم زیمرمان معکوس دارد.



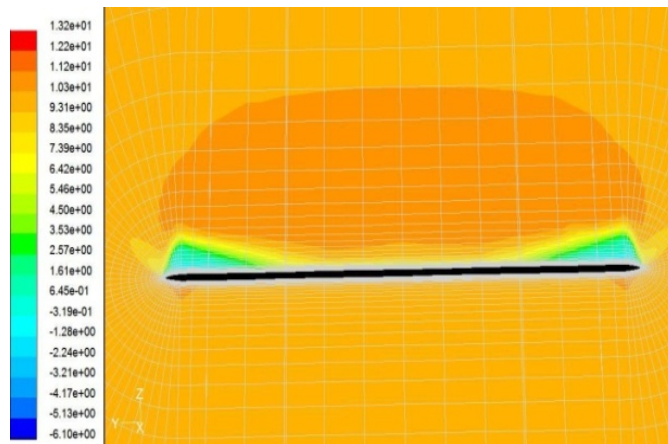
شکل ۱۵ مقدار ضرایب برا و پسا در پلنفرم بیضوی برای $AR=4$

تأثیر نسبت منظری

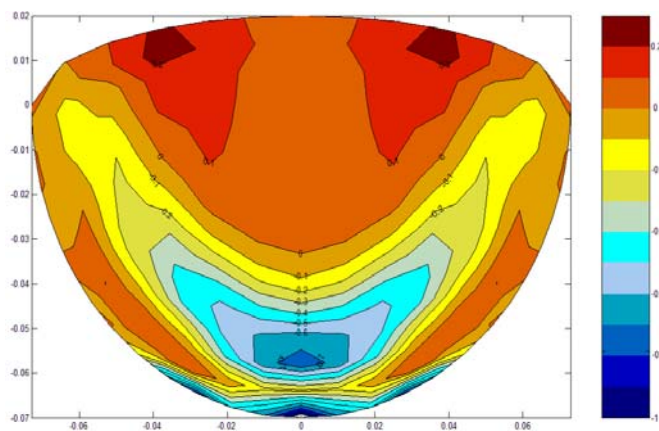
نتایج نشان می دهد که در تمام پلنفرم‌ها شیب منحنی برا با افزایش نسبت منظری رابطه مستقیم دارد. با افزایش نسبت منظری، افزایش شیب منحنی برا مشاهده می شود که از تئوری های آیرودینامیکی انتظار آن می رفت که برای پلنفرم زیمرمان معکوس به طور نمونه در شکل (۱۶) آمده است. با افزایش نسبت منظری، بال به بال با طول بی نهایت نزدیک تر می شود. در بال های با طول محدود به دلیل چرخش هوای زیر بال به روی آن در دو سر بال (Wing tips) یا همان ورتکس های نوک بال (tip vortices)، کاهش کارایی بال دیده



شکل ۱۷ کانتور سرعت در صفحه میانی بال در پلنفرم زیمرمان معکوس



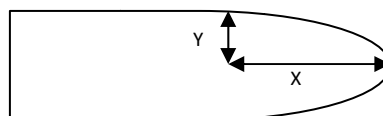
شکل ۱۸ کانتور سرعت در نمای روبروی بال در پلنفرم زیمرمان معکوس



شکل ۱۹ تنش برشی دیواره سطح روی بال در پلنفرم زیمرمان معکوس

تأثیر لبه‌ها

در شکل (۲۰) لبه بال که به صورت کونیک (conic) درآمده مشاهده می‌شود. برای بررسی اثر لبه‌ها بر روی ضرایب لیفت و درگ با تغییر نسبت طول به ضخامت لبه در پلنفرم بیضوی و مستطیلی، به بررسی حالت‌های ذیل پرداخته شده است. نسبت ضخامت به کورد بال برابر ۲٪ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲۰ نمایش لبه بیضوی بال

حالت‌های در نظر گرفته شده برای پلنفرم بیضوی به شرح ذیل می‌باشد:

حالت ۱- لبه حمله بال: $X/Y=0.5$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

حالت ۲- لبه حمله بال: $X/Y=2.0$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

حالت ۳- لبه حمله بال: $X/Y=5.0$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

حالت ۴- لبه حمله بال: $X/Y=10.0$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

حالت ۵- لبه‌های کناری: $X/Y=0.5$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

حالت ۶- لبه فرار بال: $X/Y=0.5$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

و برای پلنفرم مستطیلی به‌قرار ذیل می‌باشد:

حالت ۷- تمامی لبه‌ها: $X/Y=2.0$

حالت ۸- لبه حمله بال: $X/Y=1.0$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

حالت ۹- لبه حمله بال: $X/Y=3.0$ و باقی لبه‌ها:

$$X/Y=2.0$$

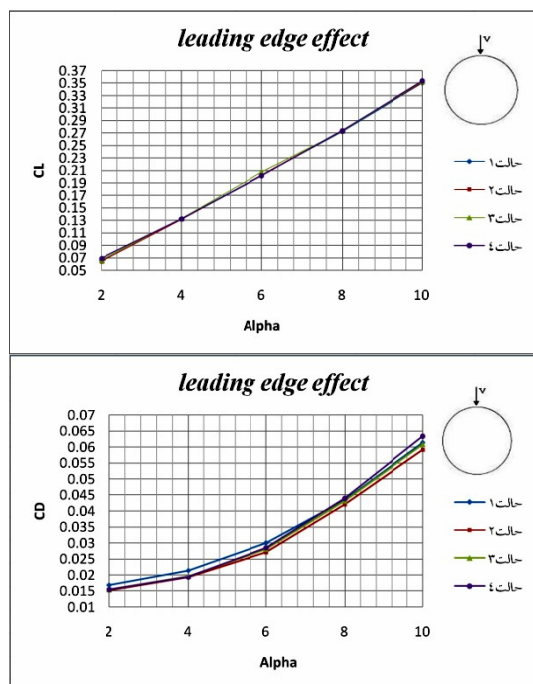
حالت ۱۰- لبه فرار و حمله بال: $X/Y=1.0$ و باقی

لبه‌ها: $X/Y=2.0$

حالت ۱۱- لبه‌های کناری: $X/Y=0.5$ و باقی

لبه‌ها: $X/Y=1.0$

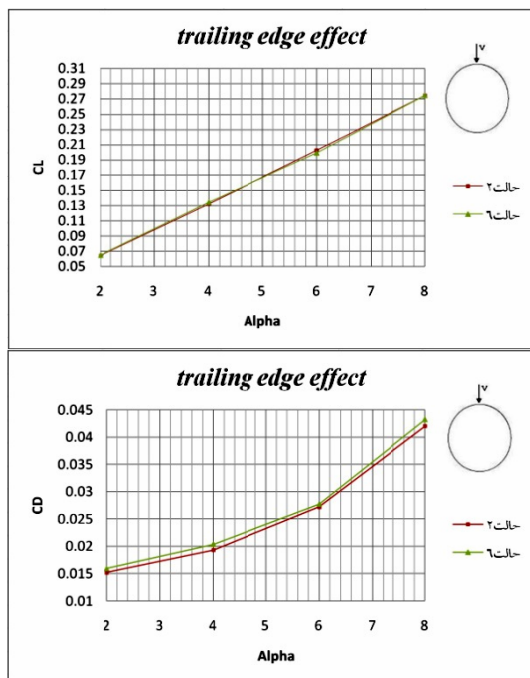
با تغییر این نسبت‌ها میزان ضرایب لیفت و درگ به دست می‌آید. برای بررسی اثرات لبه حمله بال، نسبت کونیک لبه حمله، تغییر داده می‌شود. مطابق شکل (۲۱) تغییر در نسبت کونیک لبه حمله، تأثیر چندانی در ضریب بران ندارد و تیزتر شدن لبه حمله اندکی ضریب بران را افزایش می‌دهد به طوری که با افزایش نسبت کونیک، تا حد ۲٪ افزایش ضریب بران در پلنفرم بیضوی وجود دارد. با کم شدن کونیک لبه حمله و نزدیک‌تر شدن آن به لبه تخت، ضریب پسای بال نیز افزایش می‌یابد. هرچند در زوایای کم تیزتر شدن نوک بال اندکی ضریب پسا را کاهش می‌دهد اما در زوایای حمله بالا نوک تیز شدن لبه حمله، باعث جدا شدن سریع‌تر جریان شده و مجدداً افزایش ضریب پسا مشاهده می‌شود.



شکل ۲۱ تأثیر شکل لبه حمله بر ضرایب بران و پسا

کار تأثیر چندانی در ضریب برانداشته و تنها اندکی آن را افزایش می‌دهد.

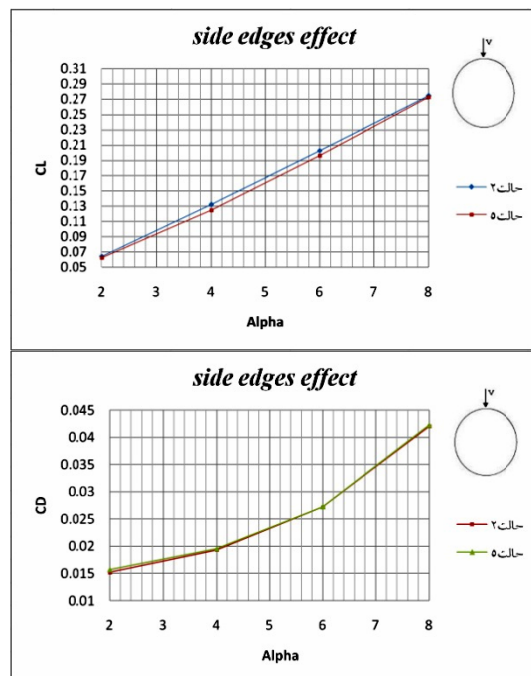
با توجه به نتایج حاصله از روی نمودارها این چنین به نظر می‌رسد که نسبت کونیک بین ۳ تا ۵ در لبه حمله از سایر موارد بهتر است. این مقدار برای سایر لبه‌ها نیز پیشنهاد می‌شود. برای لبه‌های کناری برابر بودن نسبت کونیک این حسن را دارد که در مواجهه با بادهای جانبی خواص آیرودینامیکی بال تغییر چندانی نکند.



شکل ۲۳ تأثیر شکل لبه فرار بر ضرایب بران و پسا

برای بررسی تأثیر لبه‌های بال در ضرایب آیرودینامیکی از پلنفرم بیضوی به عنوان نماینده سه پلنفرم بیضوی، زیمرمان و زیمرمان معکوس که هر سه متشکل از دو نیم بیضی هستند استفاده شد. اما نکته مهم در این جا این است که در این پلنفرم‌ها به دلیل پیوسته بودن لبه‌های بال با یکدیگر شاید جای این شبهه باقی بماند که تغییر در هر یک از لبه‌ها بر لبه‌های جانبی نیز تأثیر می‌گذارد. بنابراین برای اطمینان از

برای لبه‌های جانبی، تأثیر کاهش نسبت کونیک بررسی شده است؛ به این ترتیب که در پلنفرم بیضوی این نسبت در لبه‌های کناری به مقدار ۰/۵ در مقایسه با حالت قبل که برابر ۲ بود رسانده می‌شود. با انجام این عمل مطابق شکل (۲۲) مشاهده می‌شود که مقداری ضریب بران کاهش یافته و ضریب پسا نیز تغییر چندانی نمی‌کند. در این جا می‌توان این گونه نتیجه‌گیری کرد که با نزدیک شدن لبه‌های کناری به حالت تخت، ضریب بران با کاهش مواجه خواهد شد. لذا تیزتر شدن لبه‌های کناری توصیه می‌شود.

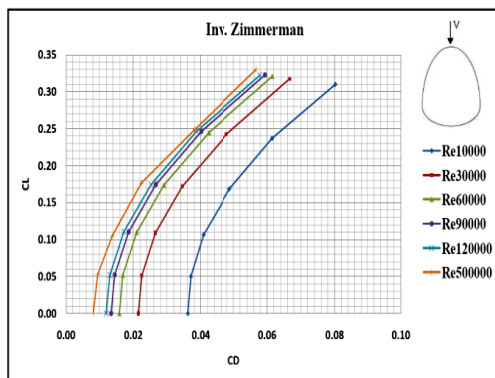


شکل ۲۲ تأثیر شکل لبه‌های کناری بر ضرایب بران و پسا

برای بررسی تأثیر کونیک لبه فرار برای پلنفرم بیضوی در مقدار ضرایب آیرودینامیکی بال‌ها، دو حالت ۲ و ۶ مورد مطالعه قرار می‌گیرد (شکل ۲۳). در حالت ۶ در لبه فرار با کاهش نسبت کونیک تا مقدار ۰/۵ اثرات کونیک لبه فرار در مقایسه با نسبت کونیک ۲ بررسی می‌گردد. براساس این شکل می‌توان این گونه نتیجه‌گیری کرد که کاهش مقدار کونیک لبه فرار باعث افزایش نیروی درگ می‌شود. این در حالی است که این

تأثیر عدد رینولدز

برای بررسی تأثیر عدد رینولدز بر روی مقدار ضرایب آیرودینامیکی میزان ضرایب تحت مقادیر مختلف عدد رینولدز در پلنفرم زیمرمان معکوس مورد مطالعه و تحقیق قرار می‌گیرد. با توجه به شکل (۲۵) می‌توان دریافت که افزایش عدد رینولدز باعث کاهش ضریب پسا و افزایش اندک ضریب برا می‌شود. از نمودارها این‌طور نتیجه‌گیری می‌شود که کارایی بال با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. مطالعه تأثیر عدد رینولدز به زوایای صفر تا ۱۰ درجه محدود شده است. ما بین این دو زاویه نمودار ضریب برا به صورت خطی است و جدا شدن جریان نیز قابل توجه نیست. بنابراین اثرات عدد رینولدز در جدا شدن جریان بررسی نشده است. نکته قابل توجه در نمودار پسای قطبی، افزایش ناگهانی کارایی بال بین دو عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ و ۶۰۰۰۰ است. با افزایش مجدد عدد رینولدز میزان تغییرات کم می‌شود و کارایی بال تغییرات کمتری دارد.

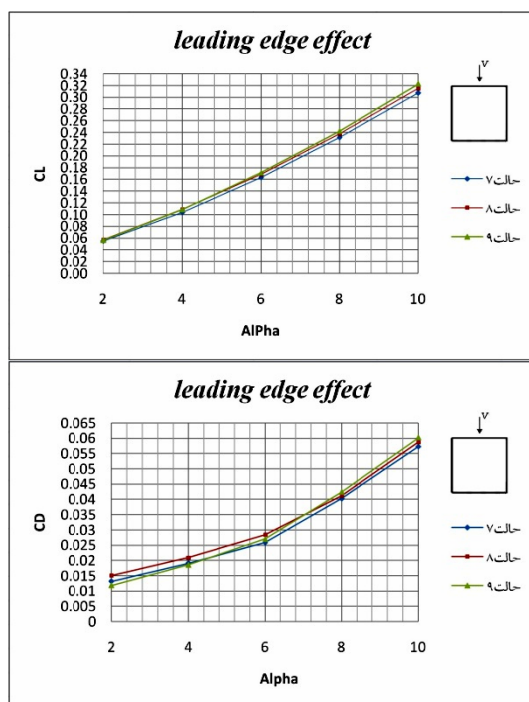


شکل ۲۵ نمودار پسای قطبی در اعداد رینولدز مختلف در پلنفرم زیمرمان معکوس و $AR=1$

بررسی نتایج

برای بررسی نتایج به دست آمده و اطمینان از جواب‌های موجود، پاسخ‌های خود با آنچه که در مرجع [1,10] و براساس آزمایش‌های تونل باد توسط آقایان مولر و تورس آورده شده است، مقایسه می‌شود.

صحت جواب‌های قبلی از پلنفرم مستطیلی که دارای لبه‌های مجزا نسبت به هم است استفاده می‌شود. مشابه نتیجه قبلی که از پلنفرم بیضوی گرفته شده بود با کاهش نسبت کونیک لبه حمله، ضریب پسا بیش از ۷٪ افزایش می‌یابد (شکل ۲۴). اما با افزایش این نسبت در زوایای پایین کاهش ضریب پسا و در زوایای حمله بالا، مجدداً افزایش ضریب پسا وجود دارد. در این‌جا مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت کونیک لبه حمله ضریب برا نیز زیاد شده و با کاهش آن نیز کاهش می‌یابد و در نتیجه می‌توان گفت که تیزتر شدن لبه حمله می‌تواند باعث افزایش کارایی بال شود.



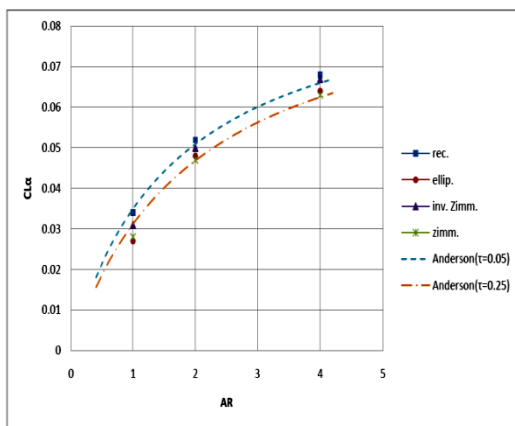
شکل ۲۴ تأثیر شکل لبه حمله بر ضرایب برا و پسا

با کاهش نسبت کونیک لبه فرار بال نتیجه‌گیری می‌شود که ضریب پسا افزایش می‌یابد. این نتیجه در پلنفرم بیضوی هم مشاهده شده بود. با افزایش زاویه حمله میزان تغییرات نیز افزایش می‌یابد و تأثیر کونیک لبه فرار بیشتر خود را نشان می‌دهد.

$$C_{L\alpha} = \frac{a_0}{1 + \left(\frac{a_0 * 57.3}{\pi AR}\right)(1 + \tau)} \quad (4)$$

در معادله فوق a_0 شیب منحنی لیفت دویعدی بر حسب $\frac{1}{\text{deg}}$ است و τ پارامتر گلاورت (Glauert) که معادل ضریب بازده است، می باشد. مقدار این پارامتر بین 0.05 و 0.25 متغیر است. مقدار a_0 را برابر $a_0 = 0.0938 \frac{1}{\text{deg}}$ (در عوض مقدار قراردادی $2\pi \frac{1}{\text{rad}} = 0.10966 \frac{1}{\text{deg}}$) بر اساس میانگین شیب های دو بعدی تجربی به دست آمده برای بال های نامحدود صفحه تخت با همان نسبت ضخامت به وتر پیشنهادی که در این مقاله به کار رفته است، انتخاب می شود [6]. برای به دست آوردن معادله فوق از روش lifting surface [12] استفاده شده است.

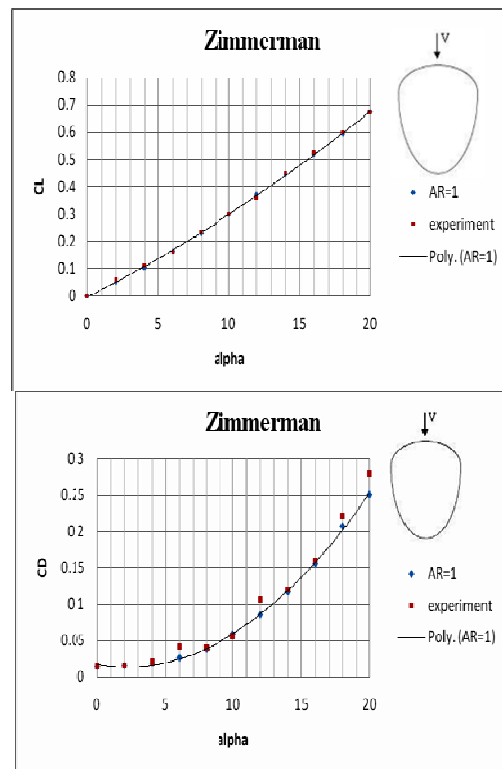
شکل ذیل مقادیر $C_{L\alpha}$ را بر حسب مقدار نسبت منظری با مقادیر به دست آمده تئوری مقایسه می نماید.



شکل ۲۷ مقایسه شیب منحنی لیفت با نتایج تئوری بر حسب نسبت منظری

برای مقایسه بهتر پلنفرم ها مشخصات نیروی مقاوم آنها برای هر نسبت منظری با هم مقایسه می شود. برای بررسی نیروهای پسای بال ها می توان از طریق رابطه زیر عمل کرد [11].

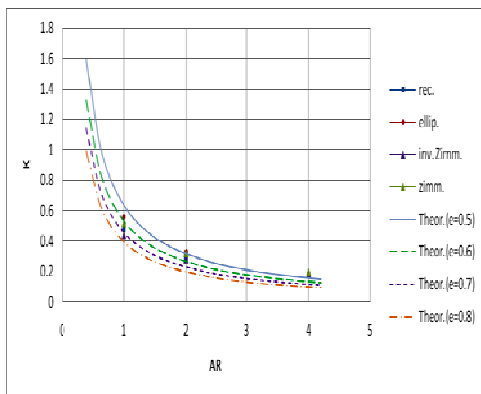
هرچند به گفته مولر نتایج حاصله ایشان در زوایای حمله بالای ۱۰ درجه دارای ۶٪ عدم قطعیت است. چنانچه در شکل (۲۶) ملاحظه می کنید پاسخ ها با نتایج تست تونل باد هماهنگی دارد به جز در زوایای ۶، ۱۲ و ۱۸ درجه که در مقادیر جواب های تست تونل باد مخصوصاً در ضریب پسا، پرش دیده می شود که در حل عددی چنین چیزی وجود ندارد. با توجه به این که این پرش ها منظم بوده و هر ۶ درجه یک بار اتفاق می افتد احتمال وجود خطا در دستگاه اندازه گیری نیروی پسا در مدل آقای مولر وجود دارد.



شکل ۲۶ مقایسه ضرایب برا و پسا در پلنفرم زیمرمان با نتایج تست

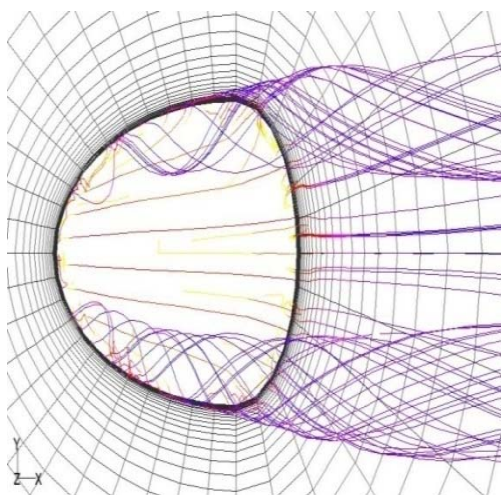
هم چنین مقادیر $C_{L\alpha}$ موجود بر اساس محاسبات با تعدادی از تئوری های پیش بینی کننده شیب منحنی برا مقایسه شده است. با استفاده از معادله کلاسیک برای $C_{L\alpha}$ [11] جواب ها بررسی می شود:

پیشنهاد داده است. شکل زیر نشان دهنده مقدار تقریبی ضریب پسای القایی در نسبت منطری‌های مختلف است.



شکل ۲۹ مقدار تقریبی K برای نسبت منطری‌های مختلف

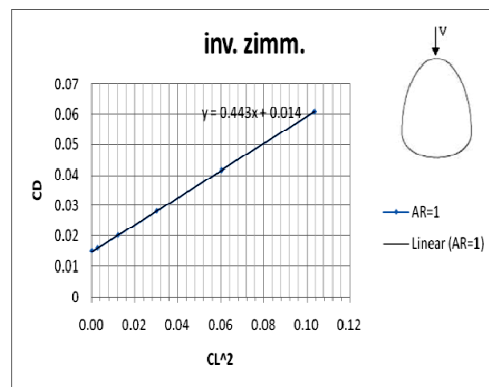
با توجه به این که مقدار مناسب نسبت منطری حدود 1.5 است [1] از روی نمودار فوق چنین به نظر می‌رسد که مقدار مناسب برای e عددی مابین 0.5-0.6 است. برای بال‌های با نسبت منطری پایین و رتکس‌های لبه بال بخش وسیعی از سطح بال را می‌پوشاند که این امر بر روی ویژگی‌های آیرودینامیکی بال تأثیر می‌گذارد.



شکل ۳۰ ورتکس‌های لبه بال در زاویه حمله ۲۰ درجه در پلنفرم زیمرمان معکوس با AR=1 و Re=70000

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 \quad (5)$$

که در این معادله که به معادله پسای قطبی (Drag Polar) شهرت دارد، K، ضریب پسای القایی است. مقدار K و C_{D0} با استفاده از ترسیم مقدار C_D بر حسب C_L^2 برای هر مدل و از طریق خطی‌سازی مقادیر به دست می‌آید. برای مثال این منحنی برای پلنفرم زیمرمان معکوس برای AR=1 معادل شکل زیر است.



شکل ۲۸ منحنی C_D بر حسب C_L^2 برای پلنفرم زیمرمان معکوس و AR=1

برای اطمینان از خطی بودن جواب‌ها زوایای زیر ۱۰ درجه در نظر گرفته شده است. مقدار تقریبی ضریب K از تئوری‌های موجود برابر مقدار زیر است [11]:

$$K = \frac{1}{\pi \cdot AR \cdot e} \quad (6)$$

که در معادله (۶) e ضریب بازده است که به شکل، میزان زاویه سوئیپ (Sweep) و دایهدرال (Dihedral) بال بستگی دارد. برای هواپیماهای با نسبت منطری بالا و در اعداد رینولدز زیاد، معمولاً e مقداری بین ۰.۸ تا ۰.۹ را دارد. اما برای نسبت منطری پایین در اعداد رینولدز کم، این مقدار بسیار کمتر است. هورنر [13,14] برای بال‌های صفحه تخت مقدار e=0.5 را

نتیجه‌گیری

بنابر نتایج حاصله از مطالب ذکر شده می‌توان این‌گونه نتیجه‌گیری نمود که در میان پلنفرم‌های مورد مطالعه، پلنفرم زیمرمان معکوس دارای کارایی بهتری نسبت به سایر پلنفرم‌ها می‌باشد. در $AR=1$ بیشترین مقدار نسبت برا به پسا در زاویه حمله ۶ درجه اتفاق می‌افتد، در حالی‌که برای $AR=2,4$ به ترتیب در زوایای حمله ۵ و ۴ درجه این مقدار ماکزیمم رخ می‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با افزایش نسبت منظری در زوایای حمله کوچک‌تری نسبت برا به پسای بیشینه وجود دارد. همچنین می‌توان اظهار داشت که با افزایش نسبت منظری مقدار L/D بیشینه نیز افزایش می‌یابد و در حقیقت بر میزان کارایی بال‌ها نیز افزوده می‌شود. این نتیجه با توجه به تئوری‌های آیرودینامیکی موجود و بر اساس نزدیک‌تر شدن بال به بال نامتناهی قابل پیش‌بینی بود. در ضمن پلنفرم زیمرمان معکوس در مقابل باد جانبی کمتر تأثیر می‌پذیرد و کارایی بهتری را از خود نشان می‌دهد. با افزایش نسبت منظری شیب منحنی برا مطابق پیش‌بینی‌های آیرودینامیکی افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت منظری، بال به بال با طول بی‌نهایت نزدیک‌تر می‌شود. در بال‌های با طول محدود به دلیل ورتکسه‌ای نوک بال، کارایی بال کاهش می‌یابد. بنابراین با افزایش نسبت منظری، افزایش کارایی بال مشاهده می‌شود. برای کسب تأثیر شکل لبه‌های بال بر روی ضرایب برا و پسا، این ضرایب در عدد رینولدز ۷۰۰۰۰ و برای مقادیر مختلف زاویه حمله به دست می‌آید. همان‌طور که گفته شد نتایج نشان می‌دهد که با کاهش نسبت کونیک لبه حمله، ضریب پسا افزایش می‌یابد. با افزایش این نسبت در زوایای پایین کاهش

ضریب پسا را داشته و در زوایای حمله بالا مجدداً

ضریب پسا افزایش می‌یابد.

با افزایش نسبت کونیک لبه حمله ضریب برا نیز زیاد شده و با کاهش آن نیز کاهش می‌یابد و در نتیجه می‌توان گفت که تیزتر شدن لبه حمله می‌تواند باعث افزایش کارایی بال شود. بر اساس نتایج عددی بین ۳ تا ۵ برای نسبت کونیک لبه حمله حاصل گردید. با کاهش نسبت کونیک لبه فرار بال افزایش ضریب پسا نتیجه‌گیری می‌شود. با افزایش زاویه حمله میزان تغییرات نیز افزایش می‌یابد و تأثیر کونیک لبه فرار بیشتر خود را نشان می‌دهد. در نهایت با کاهش نسبت کونیک لبه‌های کناری یا همان لبه‌های دو سر بال (Wing tips)، کاهش ضریب برا و پسا را داشته هرچند که این تأثیر در ضریب برا بیشتر است. بنابراین با کاهش نسبت کونیک لبه‌های کناری بال کارایی بال نیز کاهش می‌یابد. بنابر این می‌توان نتیجه‌گیری کرد که افزایش نسبت کونیک لبه‌های کناری بال بهتر است. اما برای کاهش تأثیرات باد جانبی چنین به نظر می‌آید که برابر بودن لبه‌ها برای پلنفرم‌های مورد مطالعه مناسب‌تر است.

هم‌چنین با افزایش میزان عدد رینولدز کارایی بال‌ها افزایش می‌یابد و نسبت نیروی برا به پسا زیادتر می‌گردد. هم‌چنین شیب منحنی‌های برا نیز با تئوری‌های آیرودینامیکی هماهنگی داشت. با بررسی معادله پسای قطبی و به دست آوردن مقادیر ضریب پسای قطبی برای هر یک از پلنفرم‌ها، این نتیجه حاصل شد که مقدار مناسب برای ضریب بازده e عددی مابین 0.5-0.6 است.

مراجع

1. Torres, G.E. and Mueller, T.J., "Micro Aerial Vehicle Development: Design, components, Fabrication, and Flight-testing", *AUVSI Unmanned Systems 2000 Symposium and Exhibition*, Orlando, FL, July 11-13, (2000).
2. Torres, G.E. and Mueller, T.J., "Low-Aspect-Ratio Wing Aerodynamics at Low Reynolds Numbers", *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 5, pp. 865-873, May (2004).
3. Razak, K., Snyder, Jr. and Melvin H., "A Review of The Planform Effects on The Low-Speed Aerodynamic Characteristics of Triangular and Modified Triangular Wings", Wichita State University Wichita, Kans. for NASA , Washington D. C., April (1966).
4. Gursul, I., Taylor, G. and Wooding, C.L., "Vortex Flows over Fixed-Wing Micro Air Vehicles", University of Bath Bath, UK, *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, AIAA 2002-0698 , 14-17 January (2002).
5. Hall, J., Mohseni, K. and Lawrence, D., "Investigation of Variable Wing-Sweep for Applications in Micro Air Vehicles", Infotech Aerospace, Arlington, Virginia, AIAA2005-7171, 26 - 29 September (2005).
6. Mueller, T.J., "Aerodynamic Measurements at Low Reynolds Numbers for Fixed Wing Micro-Air Vehicles", presented at the RTO AVT/VKI Special Course on Development and Operation of UAVs for Military and Civil Applications, September 13-17, (1999).
7. Abdulrahim, M. and Cocquyt, J., "Development of Mission capable Flexible-Wing Micro Air Vehicles", *53rd Southeastern Regional Student Conference*, Huntsville, Alabama, 4-5 April (2002).
8. Shkarayev, S., "Wind Tunnel Testing and design of Fixed and Flapping Wing Micro Air Vehicles at the University of Arizona", University of Arizona, Tucson, Arizona, 85721, USA (2005).
9. Barnhart, F., Cuipa, M. and Stefanik, D., "Micro-Aerial Vehicle Design with Low Reynolds Number Airfoils", 2002 International MAV competition of Brigham Young University, 7th March (2004).
10. Torres, G.E. and Mueller, T.J., "Aerodynamic Characteristics of Low Aspect Ratio Wings at Low Reynolds Number", *Conference: Fixed, Flapping and Rotary Wing Vehicles at very low Reynolds numbers*, June 5-7, (2000).
11. Anderson, J.D., *Aircraft Performance and Design*, McGraw-Hill, New York, chap.2 and 5, (1999).
12. Katz, J.h. and Plotkin, A., *Low-Speed Aerodynamics*, Cambridge University Press, 2nd Edition, chap.8, (2001).

13. Hoerner, S.F., "*Fluid-dynamic drag*", Hoerner Fluid Dynamics, Brick Town, NJ, chap.7, (1965).
14. Hoerner, S.F. and Borst, H.V., "*Fluid-dynamic lift*", Hoerner Fluid Dynamics, Brick Town, NJ, pp. 9-8,17-5 and 20-8, (1965).