



Ferdowsi
University of
Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir



Society of
Manufacturing
Engineering of
Iran

Nonlinear Dynamic Analysis and Control of Active Inertial Vibration Absorber*

Research Article

Kiarash Niroumand¹, Akbar Allahverdizadeh² 

 10.22067/jacsm.2025.92012.1313

Abstract-- Active vibration control plays a vital role in minimizing vibrations in lightweight structures. A crucial part of this system is the actuator, which applies a control force to minimize vibrations. A commonly used type of actuator is the inertial electromagnetic actuator, which generates force by accelerating a proof mass. Although it has many benefits, its nonlinear behavior when the proof mass reaches its displacement limit can negatively affect vibration attenuation performance. This research first investigates the actuator's force generation mechanism and its nonlinear behavior under displacement saturation. Then, a nonlinear sliding mode control method is implemented on a nonlinear base system. A Luenberger observer estimates the system's disturbance force in order to use in control algorithm. Finally, the controlled structural displacement is compared using both linear velocity feedback control and the sliding mode control method. The results demonstrate improved vibration damping performance, prevention of the proof mass collision with the actuator's casing, and enhanced system stability.

Key Words: Active vibration control, Electromagnetic actuator, Nonlinear control, Sliding mode, Luenberger observer

1- Introduction

Active vibration control plays a vital role in minimizing vibrations of lightweight structures. One of the main components of such systems is the actuator, which applies control forces to the structure to reduce vibration amplitudes[1]. A common type of actuator is the inertial electromagnetic actuator, which generates the required control force. In general, an inertial actuator consists of a magnetic mass with a specific weight (proof mass), an electric coil, and a suspension system that connects the proof mass to its housing. The force generation mechanism in these actuators is based on the acceleration of the moving mass, which produces significant inertial forces. This displacement is created by the interaction between two magnetic fields: a static field from permanent magnets and a variable field induced by the coil's current. While various controllers can be used with this actuator, each has

its own advantages and drawbacks. A typical example is linear velocity feedback control systems, which increase the structure's effective damping and reduce vibration levels[2]. However, a major limitation of these actuators is the nonlinear phenomenon of displacement (stroke) saturation: when the linear velocity feedback gain increases, the actuator's mass collides with its upper/lower housing limits, causing impacts that may lead to damage or control loop instability[3]. This study aims to employ a sliding mode control (SMC) approach to prevent stroke saturation in the actuator. The actuator's nonlinear nature prevents linear controllers from delivering optimal performance because they cannot employ sufficiently high gains. In addition to collision prevention, the proposed method demonstrates significantly enhanced vibration control performance over linear controller solutions.

2- Methods

The mechanical system investigated in this study for vibration control applications consists of a mass-spring-damper system integrated with an inertial actuator. The system configuration includes a linear mass and damper combined with a nonlinear spring, subject to excitation from an external harmonic disturbance force. The complete system schematic shown in Figure 1.

The nonlinear stiffness of the main mass spring is presented in Equation (1), defined as a third-order polynomial function.

$$p(x_1) = k_1x_1 + k_{1p}x_1^3 \quad (1)$$

The system dynamics are introduced by three second-order differential equations, which are converted into six first-order state-space equations (Eqs. 2) through standard formulation. These equations describe: the controlled structure mass position (z_1), actuator housing position (z_3), and actuator proof mass position (z_5). The coupling stiffness parameter (k_{coupling}) characterizes the actuator-structure connection, and the actuator housing's elastic behavior is modeled via springs with stiffness coefficient (k_c), located at distance X_0 from the equilibrium midpoint

* Manuscript received 2025 February 4, Revised 2025 March 17, Accepted 2025 September 21.

¹ MSc, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

² Corresponding author. Associate professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

Email: allahverdizadeh@tabrizu.ac.ir

of proof mass. This complete state-space representation enables effective vibration control analysis and controller design.

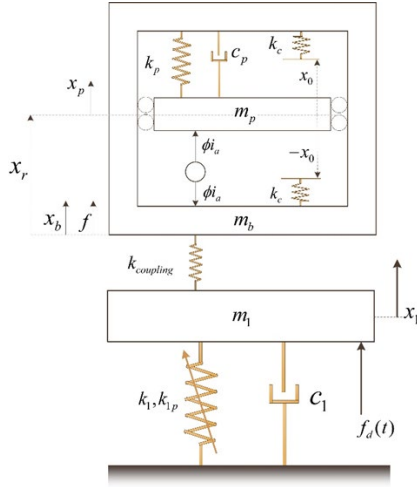


Figure 1. The main mechanical system with nonlinear inertial actuator

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= \frac{1}{m_1} (-k_1 z_1 - k_{1p} z_1^3 - c_1 \dot{z}_1 \\
 &\quad + k_{coupling}(z_3 - z_1) + f_d) \\
 \dot{z}_3 &= z_4 \\
 \dot{z}_4 &= \frac{1}{m_b} (-k_{coupling}(z_3 - z_1) + \kappa(z_5 - z_3) \\
 &\quad + c_p(z_6 - z_4) - \phi i_a) \\
 \dot{z}_5 &= z_6 \\
 \dot{z}_6 &= \frac{1}{m_p} (-\kappa(z_5 - z_3) - c_p(z_6 - z_4) + \phi i_a) \quad (2)
 \end{aligned}$$

The coefficient F_{ERF} (Elastic Recovery Force) can be modeled using the piecewise linear function presented in Equation (3):

$$f_{ERF}(x_r) = \begin{cases} k_{sat}(x_r - x_0) + k_p x_0 & x_r \geq x_0 \\ k_p x_r & |x_r| < x_0 \\ k_{sat}(x_r + x_0) - k_p x_0 & x_r \leq -x_0 \end{cases} \quad (3)$$

The objective is to develop a control method using sliding mode control (SMC). Implementing this approach requires prior knowledge of the disturbance forces acting on the system.

The control strategy in this study begins with state feedback of the system. As shown in the block diagram of Figure 2, the displacements of system masses are processed in both the controller and estimator algorithms to generate the output current i_a . The estimator output (ξ) is fed into the controller along with system states, and finally being applied to the system as the control current

The only prior knowledge about the system's disturbance force is its harmonic nature. An appropriate estimation method must provide the control system with a

disturbance estimate for controller implementation. Among various observer types, the Luenberger observer is employed.

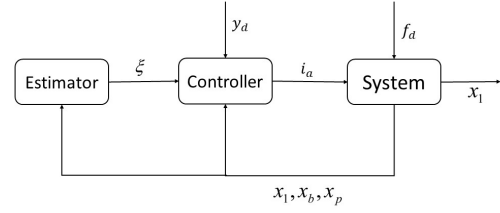


Figure 2. Block diagram of the control system

For this system, the Luenberger observer takes the form of Equations (4). By selecting coefficients β such that the characteristic polynomial satisfy the Hurwitz criterion, the observer's differential error equation stability is guaranteed, with the error converging asymptotically to zero at an exponential rate.

$$\begin{aligned}
 \hat{n}_0 &= \hat{n}_1 + \beta_{r+1}(y - \hat{y}) \\
 \hat{n}_1 &= \frac{1}{m_1} (-k_1 n_0 - k_{1p} n_0^3 - c_1 \dot{n}_1 + k_{coupling}(z_3 - n_0)) \\
 &\quad + \xi_1 + \beta_r(y - \hat{y}) \\
 \hat{\xi}_1 &= \hat{\xi}_2 + \beta_{r-1}(y - \hat{y}) \\
 \hat{\xi}_2 &= \hat{\xi}_3 + \beta_{r-2}(y - \hat{y}) \\
 &\vdots \\
 \hat{\xi}_{r-1} &= \hat{\xi}_r + \beta_1(y - \hat{y}) \\
 \hat{\xi}_r &= \beta_0(y - \hat{y}) \quad (4)
 \end{aligned}$$

The sliding surface is taken as the third-order expression given in Equation (5). The control objective is to determine the current i_a such that the sliding variable s converges to zero. Throughout all equations, the tracking error is defined as $e = y_d - y$, where y_d represents the desired output and y denotes the actual system output.

$$s = e^{(3)} + 3\lambda \ddot{e} + 3\lambda^2 \dot{e} + \lambda^3 e \quad (5)$$

The control input, designed to drive the system states toward the sliding surface, is given by Equation (6). The parameters v and $F(z_1, z_2, z_3)$ are functions of the known system states and their derivatives.

$$\phi i_a = \frac{m_b m_1}{k_{coupling}} (y_d^{(4)} + F(z_1, z_3, z_5) - v) \quad (6)$$

This equation serves as the system's primary control input, ensuring all state variables reach the sliding surface. To maintain the states on the sliding manifold, switching action must be applied. Through the saturation function in Equation (7), the controller not only confines the states to the sliding surface vicinity but also eliminates state trajectory chattering phenomena.

$$sat(s) = \begin{cases} 1 & s/\varepsilon > 1 \\ s/\varepsilon & -1 < s/\varepsilon < 1 \\ 1 & s/\varepsilon < -1 \end{cases} \quad (7)$$

The final actuator control input is given by Equation (8), where K represents the switching gain and ε determines the boundary layer thickness that prevents excessive chattering. The equivalent control term $(\phi i_a)_{eq}$ in this equation is directly obtained from Equation (6). This formulation ensures robust tracking performance while maintaining system stability through proper

selection of these key parameters. The boundary layer technique effectively smooths the control signal, eliminating high-frequency oscillations without compromising the sliding mode controller's inherent robustness properties.

$$\phi i_a = (\phi i_a)_{eq} - sat(s) \quad (8)$$

3- Verification

To validate the simulation results against reference data, the actuator model was first analyzed in its linear form with a fixed-base connection, followed by evaluation of the nonlinear model using reference parameters[4]. Under an excitation current of $i_a = 62.5$ mA and $\phi = 1.6$, the frequency response of the grounded actuator system and validation results are presented in Figures 3 and 4, respectively.

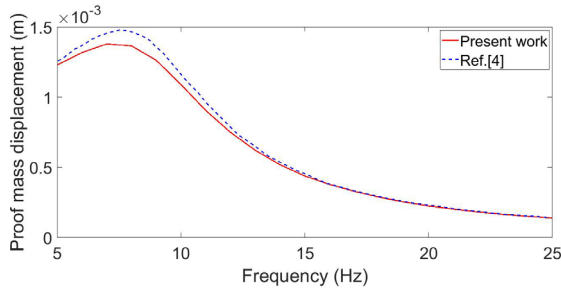


Figure 3. Validation of simulation results against reference data for the linear grounded actuator system.

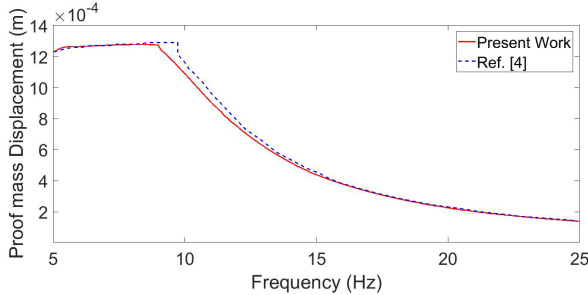


Figure 4. Validation of simulation results against reference data for the nonlinear grounded actuator system

4- Results and Discussion

Through simulations of the grounded actuator system, the displacement results of the actuator proof mass (m_p) for both linear and nonlinear cases are presented in Figure 5. As shown by the solid-line plot, under identical excitation conditions, the nonlinear system exhibits distinct behavior when reaching the upper and lower displacement limits, with its displacement never exceeding 0.04 meters. Figure 6 displays the phase portrait of the proof mass for both cases, where the higher velocity variations (greater acceleration) during impact events demonstrate the generation of higher accelerations and impulsive forces. The disturbance force employed in this simulation consists of a harmonic combination of multiple sinusoidal forces with different frequencies and amplitudes. This disturbance force is applied to the primary mass according to Equation (9) and the configuration shown in Figure 1[5].

$$f_d(t) = 0.3\sin(21.45t) + 0.4\sin(18.26t) + 0.45\sin(4.9t) \quad (9)$$

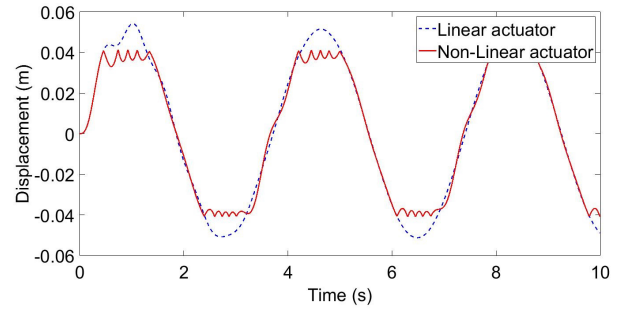


Figure 5. Displacement response of the proof mass in both linear and nonlinear actuator configurations.

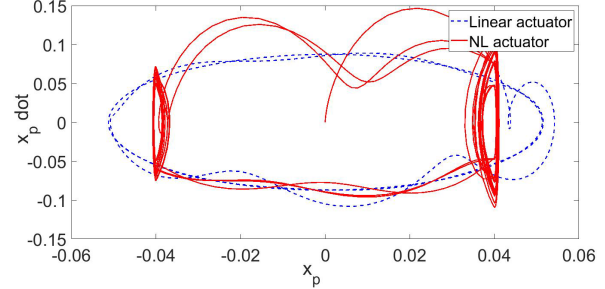


Figure 6. Phase portrait of the actuator proof mass for both linear and nonlinear operational modes.

Based on the Luenberger observer formulation in Equations (4), the coefficients β were determined through pole placement of the Hurwitz characteristic polynomial. The selected values are summarized in Table 1. Figure 7 demonstrates excellent convergence between the observer's estimated disturbance (ξ) and the actual disturbance force (F_d), validating the observer design.

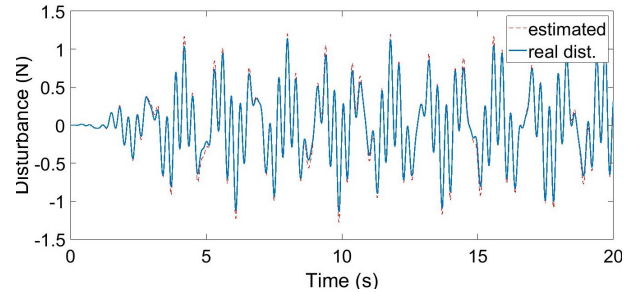


Figure 7. Comparison between the actual disturbance force and the estimated force from the Luenberger observer.

Table 1. Observer parameters

value	parameter
1600	β_5
1.12×10^6	β_4
4.48×10^8	β_3
1.12×10^{11}	β_2
1.792×10^{13}	β_1
1.792×10^{15}	β_0

Figure 8 demonstrates the displacement response of the controlled mass (m_1) under different control scenarios. Initially, the linear controller reduces the vibration amplitude of m_1 compared to the uncontrolled case before $t = 5$ s. However, instability emerges as the actuator proof

mass impacts its displacement limits, causing vibration amplification. In contrast, the nonlinear controller achieves a remarkable two-order-of-magnitude reduction in displacement amplitude (from 10^{-3} m to 10^{-5} m), effectively suppressing vibrations and eliminating instability caused by impacts.

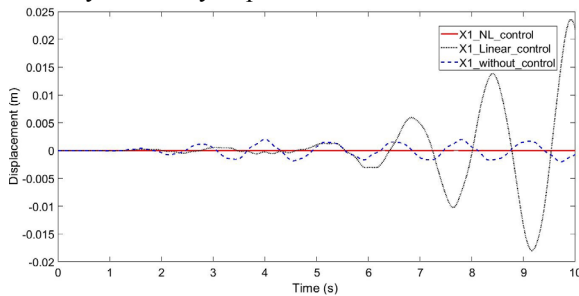


Figure 8. Displacement of the primary mass under nonlinear control, linear control, and uncontrolled conditions.

Simulation results demonstrate the displacement behavior of the actuator proof mass under three distinct control scenarios (Figure 9). The velocity feedback controller exhibits clear instability when impact events occur between the proof mass and actuator housing, as evidenced by the large displacement spikes in the time-domain response. In contrast, the proposed nonlinear control method effectively constrains the proof mass motion, preventing these destabilizing collisions while maintaining vibration suppression performance.

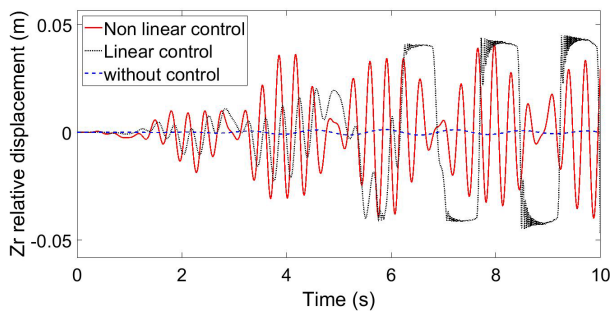


Figure 9. Relative displacement of the actuator proof mass under nonlinear control, linear control, and uncontrolled conditions

To evaluate the system's practical performance when the mass, stiffness, or damping of the controlled structure changes, we simulated various parameter values while keeping other parameters constant. The damping coefficient c_1 and stiffness parameters k_1, k_{1p} of the controlled structure were separately tested across ranges of 0.01 to 10 and 44 to 4400, respectively, with no significant change observed in the vibration amplitude of the primary system. However, when the main mass m_1 (design value: 10 kg) deviated significantly from its nominal value, the estimator became unstable, producing unreliable outputs and causing system-wide instability. Through iterative testing, the overall system demonstrated acceptable performance within a mass range of approximately 7 to 15 kg, showing good agreement with the 10 kg design condition (Figure 10).

To demonstrate system instability outside the stable operating range, simulations were conducted at extreme

mass values of 6 kg and 16 kg (Figure 11). The results clearly show destabilizing behavior in both cases.

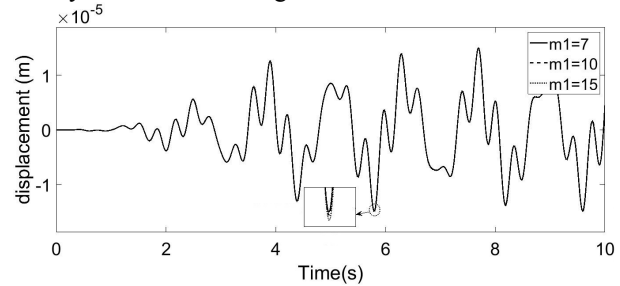


Figure 10. Variation of the primary system mass and its performance compatibility with the 10 kg nominal design condition

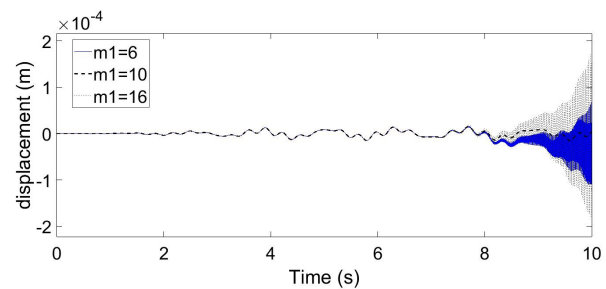


Figure 11. System instability due to primary mass variations at 6kg and 16 kg

5- Conclusion

In this study, a nonlinear structural model with an inertial actuator was used to evaluate the performance of sliding mode control (SMC). By incorporating a Luenberger observer for disturbance estimation, the results demonstrated significant vibration improvement compared to linear control methods. The proposed nonlinear controller not only reduced system vibration amplitudes but also prevented collisions between the actuator's proof mass and its housing - a critical instability source in linear control systems. Furthermore, the robust sliding mode control enhanced system performance under parameter variations and uncertainties, showing superior adaptability compared to conventional approaches.

Reference

- [1] A. Preumont, *Vibration control of active structures: an introduction*. Springer, 2018.
- [2] F. J. Fahy, *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*. Elsevier, 2007.
- [3] L. Wilmschurst, M. Ghandchi Tehrani, and S. Elliott, "Active control and stability analysis of flexible structures using nonlinear proof-mass actuators," 2014.
- [4] M. Dal Borgo, M. G. Tehrani, and S. J. Elliott, "Identification and analysis of nonlinear dynamics of inertial actuators," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 115, pp. 338-360, 2019.
- [5] M. AbdolMohammadi, H. Ahmadi, S. M. Varedi-Koulaei, and J. Ghalibafan, "Active Vibration Control of a Nonlinear System with Optimizing The Controller Coefficients Using Metaheuristic Algorithms," *AUT Journal of Mechanical Engineering*, vol. 5, no. 4, pp. 511-534, 2021.



تحلیل دینامیک غیرخطی و کنترل جاذب فعال ارتعاش مبتنی بر اینرسی*

مقاله پژوهشی

اکبر اللهوردی زاده^(۲)کیارش نیرومند^(۱)

doi 10.22067/jacsm.2025.92012.1313

چکیده کنترل فعال ارتعاشات نقش اساسی در تضعیف ارتعاش سازه‌های سبک‌وزن ایفا می‌کند. از اجزای اصلی این سیستم عملگر می‌باشد که با اعمال نیروی کنترلی به سازه منجر به کاهش دامنه ارتعاشات می‌شود. یکی از انواع متداول عملگرها، عملگر الکترومغناطیس مبتنی بر اینرسی است که به وسیله شتاب‌دهی به یک جرم مبنای نیروی مورد نیاز کنترل‌کننده تولید می‌شود. علی‌رغم مزایای متعدد این عملگر، رفتار غیرخطی آن در زمان وقوع پدیده اشباع جابه‌جایی باعث اختلال در عملکرد تضعیف ارتعاشات می‌گردد. در تحقیق حاضر ابتدا نحوه تولید نیرو و رفتار غیرخطی عملگر در پدیده اشباع جابه‌جایی بررسی گردید. سپس عملکرد آن به وسیله استراتژی کنترل غیرخطی مود لغزشی بر روی یک سیستم پایه غیرخطی مورد ارزیابی قرار گرفت. همچنین نیروی اغتشاش سیستم توسط مشاهده‌گر لیونبرگر محاسبه شد. در ادامه جابه‌جایی سازه تحت کنترل در حالت‌های کنترل‌کننده خطی فیدبک سرعت و کنترل‌کننده مود لغزشی مقایسه گردید که با توجه به نتایج، علاوه بر بهبود در عملکرد تضعیف ارتعاش از برخورد جرم مبنای با پوسته عملگر جلوگیری شده و پایداری سیستم برقرار شد.

واژه‌های کلیدی کنترل فعال ارتعاشات، عملگر الکترومغناطیس، کنترل غیرخطی، مود لغزشی، تخمین‌گر لیونبرگر.

مقدمه

سازه‌ها و تجهیزات، به طور دقیق پدیده‌های دینامیکی را مورد بررسی قرار دهند. امروزه عمده سیستم‌ها و پژوهش‌های مهندسی به سمت سازه‌های مکترونیکی هوشمند (Smart mechatronic structures) در حال پیشرفت است که مشخصه‌های جالب توجهی اعم از سبک‌وزن و انعطاف‌پذیر و چندمنظوره بودن را دارا هستند. معمولاً این سازه‌ها از مواد نوین کامپوزیتی ساخته می‌شوند. مشخصه این سازه‌ها مانند وزن سبک و انعطاف‌پذیر بودن باعث ظهور اهمیت پرداختن به دینامیک آن‌ها می‌گردد [1]. دینامیک، مطالعه رفتار سیستم‌ها در طول زمان است و در مورد سازه‌های مکترونیکی هوشمند، به بررسی نحوه عملکرد آن‌ها تحت تأثیر نیروهای اعمال شده و همچنین ارتعاشات و نوسانات می‌پردازد. در حوزه کنترل ارتعاشات یکی از روش‌های نوین مورد

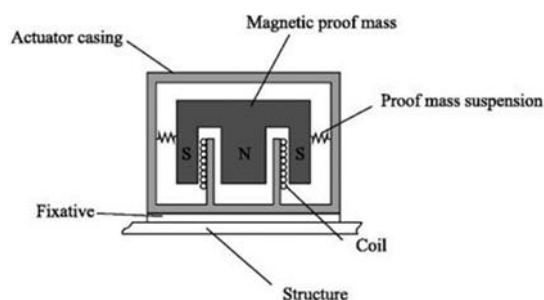
در فرایند طراحی سازه‌ها، دستیابی به تعادل بین سه عامل کلیدی سبک‌سازی، مقاومت و انعطاف‌پذیری همواره مورد توجه مهندسان بوده است. کاهش وزن سازه، به ویژه در صنایع حساس مانند هوافضا، منجر به صرفه‌جویی قابل توجه در هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری می‌شود. با این حال، کاهش وزن سازه‌ها می‌تواند آن‌ها را مستعد آسیب‌پذیری در برابر ارتعاشات ناخواسته قرار دهد. ارتعاشات به عنوان نیروی نوسانی، می‌تواند به دلایل مختلفی مانند نیروهای خارجی، عدم تعادل در اجزای سازه یا حتی جریان سیال اطراف سازه ایجاد شود که نهایتاً منجر به افزایش تنش‌ها، تغییر شکل‌های بیش از حد و در نهایت تخریب سازه شود. برای جلوگیری از وقوع چنین حوادثی، مهندسان باید به منظور اطمینان از ایمنی و عملکرد مطلوب

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۱۱/۱۶ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۷/۳۰ می‌باشد.

(۱) کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکترونیکی، دانشگاه تبریز، تبریز.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکترونیکی، دانشگاه تبریز، تبریز.

موجود، این عملگرها برای کاربرد در سیستم‌های با محدودیت فضایی همچون فضاپیماها، ماهواره‌ها و سازه‌های عمرانی بسیار مناسب هستند [6-8]. علاوه بر این قابلیت کنترل پذیری بالا و پاسخ سریع از دیگر مزایای این نوع عملگرها محسوب می‌شوند.



شکل ۱ اجزای عملگر مبتنی بر اینرسی [9]

عملگرهای الکترومغناطیسی مبتنی بر اینرسی، با وجود مزایای مختلف، با چالش‌هایی روبه‌رو هستند که عملکرد آن‌ها را محدود می‌کند.

اینمان [10] در بررسی‌های خود به تأثیر دینامیک داخلی عملگر در پایداری و عملکرد آن در کنترلگرهای فیدبک سرعت اشاره می‌کند که سیستم فعال به صورت شرطی پایدار می‌گردد. الیوت و همکاران [11] به وجود یک مقدار بیشینه ضریب بهره در سیستم کنترل فیدبک سرعت اشاره کردند. تحقیقات نشان داده است که اگر عملگر مبتنی بر اینرسی فرکانس طبیعی پایینی داشته باشد می‌توان از ضرایب بهره بالاتر استفاده کرد.

در کاربردهای عملی یکی از این چالش‌های عملگر، پدیده اشباع جابه‌جایی است که در اثر برخورد جرم متحرک به بدنه عملگر رخ می‌دهد. این پدیده معمولاً در فرکانس‌های بسیار پایین و یا جریان ورودی بالا، در عملگر مبتنی بر اینرسی مشاهده می‌شود [12]. پدیده اشباع جابه‌جایی یک پدیده غیرخطی سخت (Non-smooth nonlinearity) است که در اثر برخورد جرم درون عملگر به بدنه آن اتفاق می‌افتد. این پدیده به علت تولید نیروی‌های ضربه‌ای پتانسیل تخریب قسمت‌هایی از عملگر و حتی سازه تحت کنترل را دارد. این مسئله به صورت تئوری و تجربی در مطالعات باومن و همکاران [9,13] و ویلمشورست و همکاران [14] مشاهده شد که نیروهای ضربه‌ای ناشی از این پدیده می‌تواند منجر به ناپایداری در سیستم کنترل حلقه بسته فیدبک سرعت گردد. بر اساس مطالعه و آزمایش‌ها گاردونیو و

استفاده توسط پژوهشگران کنترل فعال ارتعاش (Active vibration control) می‌باشد. این روش با اعمال یک نیروی دینامیکی کنترلی به سازه به طور فعال در جهت کاهش پاسخ ارتعاشی آن تلاش می‌کند. در مقایسه با کنترل غیرفعال، کنترل فعال تطبیق‌پذیری به مراتب بالاتری از خود نشان می‌دهد. تفاوت اصلی بین دو روش فعال و غیرفعال، استفاده یا عدم استفاده از یک منبع انرژی خارج از سیستم و استفاده از تجهیزات قابل تنظیم به نام عملگر (Actuator) است [2]. از راه حل‌های رایج، سیستم‌های کنترل‌کننده فیدبک سرعت (VFCs (Velocity feedback controllers)) می‌باشد که با افزایش میرایی مؤثر سازه باعث کاهش سطح ارتعاشات سازه می‌شوند [3].

یک مجموعه کنترلی فیدبک سرعت معمولاً شامل یک عملگر متصل به سازه، سنسور و کنترل‌کننده است که سنسور سیگنال سرعت را به واسطه کنترل‌کننده به عملگر وارد می‌کند. هدف عملگر نیز اعمال یک نیروی کنترلی به سازه متناسب با سرعت است که منجر به کاهش سطح ارتعاشات سازه می‌گردد [4]. با چشم‌پوشی از دینامیک داخلی عملگر در صورت نصب سنسور و عملگر در یک نقطه از سازه (آرایش برهم نهاده (Collocated)) این استراتژی کنترلی سیستم را همواره پایدار خواهد داشت [5].

در میان انواع مختلف عملگرها، عملگرهای مبتنی بر اینرسی، فناوری نوظهوری هستند که با استفاده از اصل اینرسی، نیروهای لازم برای کنترل ارتعاشات را تولید می‌کنند. یک عملگر مبتنی بر اینرسی شامل یک جرم مغناطیسی با مقدار مشخص جرمی (Proof mass) یک سیم‌پیچ الکتریکی و سیستم تعلیق است که جرم مبنا را به بدنه خود متصل می‌کند [4]. شماتیک این نوع عملگر را در شکل (۱) می‌توان مشاهده کرد.

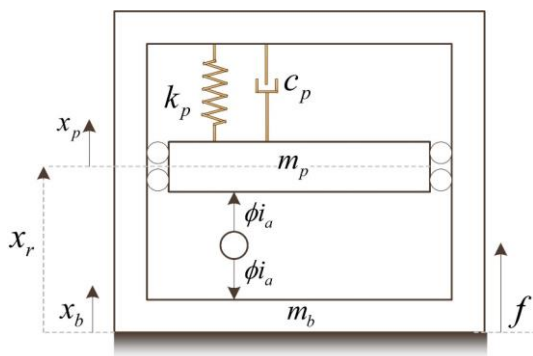
اساس تولید نیرو در این عملگرها، جابه‌جایی شتابدار جرم متحرک است که منجر به ایجاد نیروهای اینرسی قابل توجهی می‌شود. این جابه‌جایی توسط نیروی تولیدی با تعامل دو میدان مغناطیسی ثابت ناشی از آهنربای دائم و میدان مغناطیسی متغیر ناشی از جریان عبوری از سیم‌پیچ ایجاد می‌شود. این میدان‌ها بر روی یک جرم با مقدار مشخص اعمال می‌گردند و باعث شتاب آن می‌شوند. شتاب جرم، عکس‌العملی به بدنه عملگر وارد می‌کند و نیروی مورد نظر را ایجاد می‌کند. به دلیل ساختار ساده، اندازه کوچک و وزن کم و قابلیت الصاق به یک سازه

است. به دلیل ذات غیرخطی سیستم عملگر، کنترل‌کننده‌های خطی به دلیل عدم امکان استفاده از ضرایب بهره بالاتر عملکرد بهینه‌ای را ندارند. روش به کار گرفته شده می‌تواند علاوه بر جلوگیری از برخورد جرم عملگر به منتهی‌الیه بالا و پایین، امکان افزایش کارایی کنترل ارتعاش سازه را در مقایسه با کنترل‌کننده خطی مهیا کند.

مواد و روش‌ها

مدل خطی عملگر متصل به زمین

در شکل (۲) شماتیکی از مدل خطی عملگر متصل به زمین مشاهده می‌شود که متشکل از جرم مبنای درونی عملگر، فنر، میراگر و نیروی تولید شده توسط تعامل (Interaction) جریان‌های مغناطیسی است. با توجه به اتصال پایه عملگر به زمین، جابه‌جایی متناظر با جرم m_b تأثیری در روابط این بخش نخواهد داشت ($x_b = 0$)



شکل ۲ اجزای عملگر مبتنی بر اینرسی

با توجه به قانون دوم نیوتن برای جرم m_p می‌توان نوشت:

$$\sum F = m_p \ddot{x}_r \rightarrow -c_p \dot{x}_r - k_p x_r + \phi i_a = m_p \ddot{x}_r \quad (1)$$

در رابطه (۱) پارامتر m_p جرم مبنای عملگر k_p سفتی سیستم تعلیق، c_p ضریب میرایی، ϕ ضریب تبدیل الکترومغناطیسی و i_a شدت جریان عبوری از سیم‌پیچ است. x_r نیز میزان جابه‌جایی جرم مبنای از موقعیت تعادل آن نسبت به پوسته در نظر گرفته می‌شود. نیرویی که به زمین منتقل می‌شود f نام‌گذاری شده است که حاصل جمع نیروهای اعمال شده به زمین ناشی از فنر، دمپر و نیروی الکترومغناطیس است. نهایتاً با بازنویسی روابط، رابطه (۲) برای نیروی تولیدی عملگر به دست می‌آید. این رابطه بیانگر رابطه مستقیم نیروی تولید شده عملگر با شتاب جرم مبنای است.

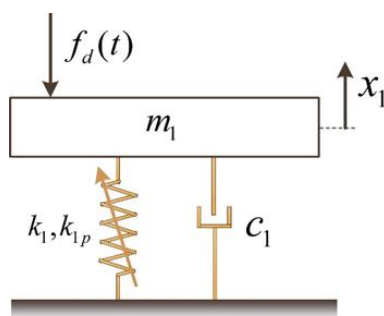
همکاران [12] اعمال تغییر در طراحی و هندسه عملگر به علت کاهش عملکرد تضعیف ارتعاشات در اغلب مواقع امکان‌پذیر نمی‌باشد. همچنین طراحی عملگر با محدوده جابه‌جایی زیاد منجر به ساقط شدن مزیت کم وزن بودن عملگر مبتنی بر اینرسی می‌گردد و علاوه بر این جابه‌جایی زیاد جرم داخلی عملگر منجر به پیچیدگی المان‌های داخلی آن از جمله سیستم تعلیق می‌شود. پژوهش‌های مختلفی در حوزه مرتفع کردن پدیده اشباع جابه‌جایی (Stroke saturation) عملگرهای مبتنی بر اینرسی انجام شده است. اولین بررسی را می‌توان در پژوهش پولیتانسکی و پیلکی [15] یافت که به وسیله یک حلقه کنترلی خطی نیمه‌بهینه (Suboptimal feedback controller) فیدبک موقعیت با استفاده از یک عملگر مبتنی بر اینرسی، یک تیر یک سرگیردار را کنترل کرد؛ اما از طرف دیگر این روش محدودیت‌هایی در خروجی بهینه عملگر ایجاد می‌کرد. پژوهش‌ها در ادامه به سمت اضافه کردن یک حلقه کنترلی به حلقه کنترل فیدبک سرعت سوق پیدا کرد. لیندر و همکاران [16] کنترل‌کننده خود را به دو بخش حلقه‌های داخلی و خارجی تقسیم کردند. حلقه داخلی مستقیماً مربوط به عملگر است و حلقه خارجی وظیفه افزایش میرایی مؤثر سازه را بر عهده دارد. ویلمشورست و همکاران [14] حلقه ثانویه را به صورت کنترل دو حالت روشن/خاموش طراحی کردند که با نزدیک شدن جرم مبنای به پوسته، سیستم کنترلی فیدبک از کار می‌افتد. روشی تحت عنوان ضریب بهره برنامه‌ریزی شده (Gain scheduling) نیز برای اولین بار توسط گیلبرت و تان [17] ارائه شد و سپس توسط نویسندگان دیگر [18-20] به‌کارگیری و ارزیابی گردید. این استراتژی با کاهش ضریب بهره حلقه کنترلی فیدبک سرعت با نزدیک شدن جرم عملگر به بدنه باعث جلوگیری از برخورد و ناپایداری سیستم می‌شود و حتی در مواقعی به مقادیر بسیار نزدیک به صفر رسیده که عملاً در آن لحظه سیستم از حالت فعال به غیرفعال تغییر می‌کند.

عبدالحمیدی و همکاران [21] به بررسی کنترل ارتعاشات یک سیستم پایه غیرخطی با استفاده از عملگر مبتنی بر اینرسی پرداختند. استراتژی کنترلی با استفاده از روش مود لغزشی است لیکن نحوه عملکرد و چالش‌های عملگر در پژوهش ایشان لحاظ نگردید.

این پژوهش به دنبال استفاده از روش کنترل غیرخطی مود لغزشی برای جلوگیری از وقوع پدیده اشباع جابه‌جایی عملگر

سیستم مکانیکی تحت کنترل

سیستم مکانیکی مورد مطالعه برای کنترل و کاهش ارتعاشات یک سیستم جرم - فنر - دمپر به همراه عملگر مبتنی بر اینرسی است. این سیستم دارای یک جرم و دمپر خطی و یک فنر غیرخطی است که به وسیله یک نیروی اغتشاش هارمونیک خارجی $f_d(t)$ تحریک می‌شود. شکل (۴) وضعیت سیستم مکانیکی بدون عملگر را نشان می‌دهد.



شکل ۴ شماتیک سیستم اولیه مکانیکی مورد مطالعه

مشخصه غیرخطی فنر جرم اصلی در رابطه (۶) ارائه شده که به صورت یک چندجمله‌ای درجه ۳ تعریف شده است. ضریب k_{1p} تعیین‌کننده نوع رفتار فنر است که در صورت مثبت بودن فنر سخت شونده و در صورت منفی بودن فنر نرم شونده است.

$$p(x_1) = k_1 x_1 + k_{1p} x_1^3 \quad (6)$$

به منظور کنترل و کاهش ارتعاش سیستم فوق از عملگر مبتنی بر اینرسی استفاده می‌گردد. شکل (۵) شماتیک مکانیکی سیستم مورد نظر را نشان می‌دهد. پارامتر $k_{coupling}$ مشخصه اتصال بدنه عملگر به سازه تحت کنترل است که دارای سفتی مختص خود بوده و وابسته به نحوه اتصال است.

سیستم مورد مطالعه در شکل (۵) نشان داده شده که دارای ۳ جرم و ۳ درجه آزادی است. معادلات دیفرانسیل آن شامل ۳ معادله مرتبه دوم است. با توجه به الگوی استاندارد فضای حالت، تمام معادلات به مرتبه اول کاهش می‌یابد و در نتیجه ۶ معادله مرتبه اول حاصل می‌شود که در روابط (۷) ارائه گردیده است.

$$f = -m_p \ddot{x}_r \quad (2)$$

مدل غیرخطی عملگر متصل به زمین

مدل‌سازی الاستیک پوسته عملگر به وسیله فنرهایی با ضریب سفتی k_c در شکل (۳) نشان داده شده است و در فاصله X_0 از نقطه تعادل یا نقطه وسط عملگر قرار دارد. لذا بر اساس قانون دوم نیوتن با فرض اتصال پوسته عملگر به پایه ثابت مشابه مدل خطی عملگر در قسمت قبل می‌توان نوشت:

$$\sum F = m_p \ddot{x}_r \rightarrow -c_p \dot{x}_r - f_{ERF}(x_r) + \phi i_a = m_p \ddot{x}_r \quad (3)$$

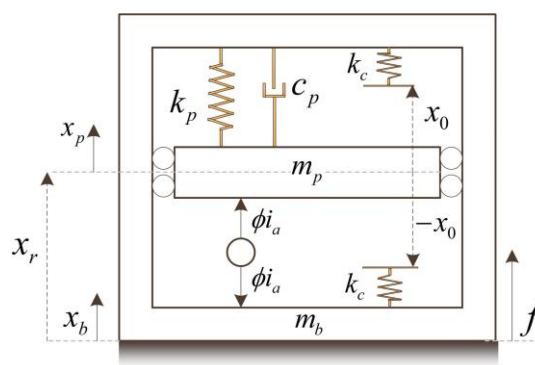
ضریب f_{ERF} که نیروی بازپایی الاستیک (Elastic restoring force) عملگر نام دارد به وسیله تابع خطی منفصل (Piecewise linear function) ارائه شده در رابطه (۴) می‌توان مدل کرد:

$$f_{ERF}(x_r) = \begin{cases} k_{sat}(x_r - x_0) + k_p x_0 & x_r \geq x_0 \\ k_p x_r & |x_r| < x_0 \\ k_{sat}(x_r + x_0) - k_p x_0 & x_r \leq -x_0 \end{cases} \quad (4)$$

که در آن k_p سفتی سیستم تعلیق عملگر و k_{sat} سفتی سیستم در زمان برخورد جرم مبنا به پوسته و مواجهه با اشباع جابه‌جایی است که در رابطه (۵) بدان اشاره شده است:

$$k_{sat} = k_c + k_p \quad (5)$$

رابطه (۴) رابطه بین بازپایی الاستیک در سفتی سیستم عملگر و جابه‌جایی جرم مبنا درون پوسته را بیان می‌کند که با خارج شدن جرم مبنا از محدوده $\pm X_0$ به علت افزایش ناگهانی سفتی سیستم، نیرو به شدت افزایش می‌یابد.



شکل ۳ اجزای عملگر غیرخطی مبتنی بر اینرسی

داشتن اطلاعاتی از نیروی اغتشاش وارد شده به سیستم است. تنها آگاهی از نیروی اغتشاش وارد شده به سیستم، هارمونیک بودن آن است که می‌بایست با به‌کارگیری روشی مناسب، تخمینی از آن برای استفاده در روابط کنترلی به سیستم ارائه داده شود. یکی از انواع مشاهده‌گرها، مشاهده‌گر لیونبرگر (Luenberger estimator) است.

برای طراحی مشاهده‌گر ابتدا باید از معادله $y = z_1$ تا جایی مشتق‌گیری شود تا پارامتر نیروی اغتشاش در آن ظاهر شود. به عبارتی سیستم مشاهده‌گر نیازمند استخراج معادلات به فرم فلت (Flat) (وجود ورودی و خروجی سیستم در یک رابطه) است که در روابط (۸) ارائه شده است (ورودی سیستم نیروی اغتشاش و خروجی موقعیت جرم اصلی می‌باشد).

$$y = z_1$$

$$\frac{d}{dt}(y) = \dot{y} = \dot{z}_1 = z_2$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{y}) = \ddot{y} = \ddot{z}_1 = z_3$$

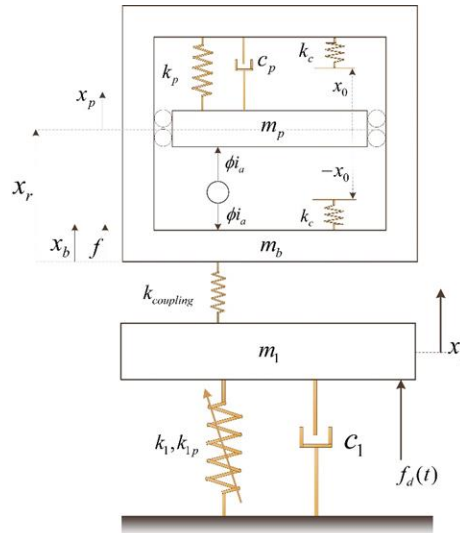
$$\frac{1}{m_1}(-k_1 z_1 - k_{1p} z_1^3 - c_1 \dot{z}_1 + k_{\text{coupling}}(z_3 - z_1) + f_d) \quad (۸)$$

برای تخمین سیگنال اغتشاش، تخمین‌گر لیونبرگر به‌کارگیری می‌شود. این تخمین‌گر به واسطه استفاده از سری تیلور که در معادله (۹) نشان داده شده است عمل پیش‌بینی را انجام می‌دهد [22,23]:

$$f_d(t) = \sum_{i=0}^{r-1} p_i t^i \quad (۹)$$

در معادله سری تیلور فوق تمامی ضرایب p_i ناشناخته هستند و t متغیر زمانی سری است. معادلات فضای حالت سیگنال اغتشاش فرضی برای پیش‌بینی در روابط (۱۰) ارائه شده است. در این روابط پارامتر r نشان دهنده مرتبه معادلات و میزان دقت تخمین است. با افزایش r دقت و حجم پردازش افزایش می‌یابد.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{r-1} &= \xi_r \\ \dot{\xi}_r &= 0 \end{aligned} \quad (۱۰)$$



شکل ۵ سیستم مکانیکی اولیه به همراه عملگر غیرخطی مبتنی بر اینرسی

در روابط (۷) موقعیت جرم سازه تحت کنترل با پارامتر z_1 و موقعیت پوسته عملگر با z_3 و موقعیت جرم مبنای عملگر با z_5 نمایش داده می‌شود.

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{m_1}(-k_1 z_1 - k_{1p} z_1^3 - c_1 \dot{z}_1 + k_{\text{coupling}}(z_3 - z_1) + f_d)$$

$$\dot{z}_3 = z_4$$

$$\dot{z}_4 = \frac{1}{m_b}(-k_{\text{coupling}}(z_3 - z_1) + \kappa(z_5 - z_3) + c_p(z_6 - z_4) - \phi_{1a})$$

$$\dot{z}_5 = z_6$$

$$\dot{z}_6 = \frac{1}{m_p}(-\kappa(z_5 - z_3) - c_p(z_6 - z_4) + \phi_{1a})$$

(۷)

کنترل سیستم جرم - فنر - دمپر با عملگر مبتنی بر اینرسی

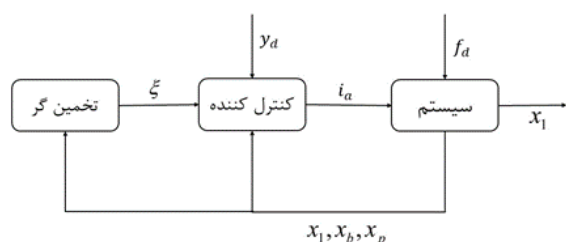
رفتار دینامیکی غیرخطی عملگر مبتنی بر اینرسی می‌تواند منجر به ناپایداری کنترل کننده خطی فیدبک سرعت گردد [9]. هدف توسعه روش کنترلی با استفاده از کنترل کننده غیرخطی مود لغزشی (Sliding mode) است. به‌کارگیری این روش مستلزم

$$p_0(s) = s^{r+2} + \beta_{r+1}s^{r+1} + \beta_r s^r + \beta_{r-1}s^{r-1} + \dots + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0 \quad (14)$$

با انتخاب ضرایب β از معادله مشخصه به صورتی که چندجمله‌ای مشخصه آن هرویتز (Hurwitz polynomial) باشد؛ پایداری معادله دیفرانسیل خطای مشاهده‌گر تضمین شده و مقدار آن به صورت نمایی مجانبی به سمت صفر میل می‌کند. این بدین معنی است که قطب‌های سیستمی که مخرج تابع تبدیل آن معادله مشخصه فوق باشد (رابطه ۱۴)، باید اولاً در سمت چپ محور موهومی باشد و ثانیاً به اندازه کافی از آن دور باشد تا سرعت همگرایی آن مناسب سیستم قرار گیرد.

$$TF = 1/((s - \text{pole}(1))(s - \text{pole}(2))(s - \text{pole}(3))(s - \text{pole}(4))(s - \text{pole}(5))(s - \text{pole}(6))) \quad (15)$$

بعد از انتخاب قطب‌ها در سمت چپ محور موهومی به روش جانمایی قطب‌ها، مخرج تابع تبدیل به فرم معادله مشخصه رابطه (۱۴) نوشته شده و ضرایب β به دست می‌آید (با مرتب‌سازی به فرم معادله مشخصه $p_0(s)$). استراتژی کنترل در تحقیق حاضر از فیدبک حالت‌های سیستم شروع می‌شود. مطابق نمودار بلوکی شکل (۶) جابه‌جایی جرم‌های سیستم در روابط کنترل کننده و تخمین‌گر پردازش شده و خروجی $\dot{x}_a$ را به سیستم می‌دهد. خروجی تخمین‌گر تابع ξ است که به همراه حالت‌های سیستم وارد کنترل کننده شده و نهایتاً به عنوان شدت جریان به سیستم اعمال می‌شود.



شکل ۶ نمودار بلوکی سیستم کنترلی

به منظور تعیین سطح لغزش فرم رایج به شکل رابطه (۹) را می‌توان در نظر گرفت که در آن مقدار k برابر $k = r - 1$ است که r مرتبه نسبی بین خروجی (y) و ورودی (u) است:

در روابط فوق $\xi_1 = \dot{f}_d$ و $\xi_2 = \ddot{f}_d$ و ... $\xi_{r-1} = f_d^{(r-1)}$ است. با توجه به روابط (۸) و جایگزینی f_d با روابط (۱۰) خواهیم داشت ($y = n_0$):

$$\begin{aligned} \dot{n}_0 &= n_1 \\ \dot{n}_1 &= \frac{1}{m_1}(-k_1 n_0 - k_{1p} n_0^3 - c_1 n_1 + k_{\text{coupling}}(z_3 - n_0)) + \xi_1 \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{r-1} &= \xi_r \\ \dot{\xi}_r &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

با تعریف مشاهده‌گر لیونبرگر برای سیستم تعریف شده در روابط (۱۱) معادلات به شکل روابط (۱۲) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \hat{n}_0 &= \hat{n}_1 + \beta_{r+1}(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{n}}_1 &= \frac{1}{m_1}(-k_1 n_0 - k_{1p} n_0^3 - c_1 n_1 + k_{\text{coupling}}(z_3 - n_0)) + \xi_1 + \beta_r(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{\xi}}_1 &= \dot{\hat{\xi}}_2 + \beta_{r-1}(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{\xi}}_2 &= \dot{\hat{\xi}}_3 + \beta_{r-2}(y - \hat{y}) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{\xi}}_{r-1} &= \dot{\hat{\xi}}_r + \beta_1(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{\xi}}_r &= \beta_0(y - \hat{y}) \end{aligned} \quad (12)$$

برای دستیابی به معادله دینامیکی خطای تخمین‌گر روابط (۱۲) را از روابط (۱۱) کم می‌کنیم و با فرض $e_i = n_i - \hat{n}_i$ و $e_i = \xi_i - \hat{\xi}_i$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\beta_{r+1}e_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 &= -\beta_r e_1 + e_3 \\ \dot{e}_{z_1} &= -\beta_{r-1}e_1 + e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_2} &= -\beta_{r-2}e_1 + e_{z_3} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{z_{r-1}} &= -\beta_1 e_1 + e_{z_r} \\ \dot{e}_{z_r} &= -\beta_0 e_1 \end{aligned} \quad (13)$$

لذا چندجمله‌ای مشخصه سیستم فضای حالت خطای تخمین‌گر برابر خواهد بود با:

پارامترهای U و $F(z_1, z_2, z_3)$ توابعی از حالت‌های معلوم سیستم و مشتقات آن می‌باشد.

$$\phi_{ia} = \frac{m_b m_1}{k_{\text{coupling}}} (y_d^{(4)} + F(z_1, z_3, z_5) - v) \quad (20)$$

این رابطه به عنوان ورودی اولیه سیستم است که باعث می‌شود تمامی متغیرهای حالت به صفحه لغزش برسند. حال برای نگه داشتن حالت‌ها در منیفولد (Manifold) لغزش، نیاز به اعمال سوئیچینگ (Switching) است که در ابتدایی‌ترین حالت با تابع علامت (Sign function) رابطه (۲۱) قابل اعمال است و در آن پارامتر K ضریب سوئیچینگ است. جمله $(\phi_{ia})_{eq}$ از رابطه (۱۳) به دست می‌آید.

$$\phi_{ia} = (\phi_{ia})_{eq} - K \operatorname{sgn}(s) \quad (21)$$

عمل سوئیچینگ معمولاً باعث به وجود آمدن پدیده چترینگ (Chattering) مسیرهای حالت در اطراف سطح سوئیچینگ می‌شود؛ لذا برای کاهش این نوسانات تابع علامت با تابع اشباع (Saturation function) ارائه شده در رابطه (۲۲) جایگزین می‌گردد. در تابع اشباع پارامتر ε شاخص ثابت پیش‌بینی کننده ضخامت لایه مرزی است.

$$\operatorname{sat}(s) = \begin{cases} 1 & s/\varepsilon > 1 \\ s/\varepsilon & -1 < s/\varepsilon < 1 \\ -1 & s/\varepsilon < -1 \end{cases} \quad (22)$$

که نهایتاً معادله ورودی سیستم به شکل رابطه (۲۳) خواهد بود.

$$\phi_{ia} = (\phi_{ia})_{eq} - \operatorname{sat}(s) \quad (23)$$

اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی با مرجع [24] مقادیر مربوط به عملگر آن در روابط استخراج شده در بخش «مدل خطی عملگر متصل به زمین» و «مدل غیرخطی عملگر متصل به زمین» قرار داده شده و با توجه به مقدار تحریک $i_a = 62.5 \text{ mA}$ و $\phi = 1.6$ پاسخ فرکانسی سیستم عملگر متصل به زمین و نتایج اعتبارسنجی در شکل (۷) و شکل (۸) قابل مشاهده است.

$$s = \left(\frac{d}{dt} + p \right)^k e \quad (16)$$

برای یافتن مرتبه نسبی از خروجی (y) شروع به مشتق‌گیری و جای‌گذاری می‌کنیم تا ورودی (u) یا (ϕ_{ia}) ظاهر شود. روابط (۱۷) نشان دهنده این عملیات می‌باشد:

$$y = z_1$$

$$\frac{d}{dt}(y) = \dot{y} = \dot{z}_1 = z_2$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{y}) = \ddot{y} = \dot{z}_2 = \frac{1}{m_1} (-k_1 z_1 - k_{1p} z_1^3 - c_1 \dot{z}_1 + k_{\text{coupling}}(z_3 - z_1) + \dot{f}_d)$$

$$\frac{d}{dt}(\ddot{y}) = \ddot{\ddot{y}} = \frac{1}{m_1} (-k_1 \dot{z}_1 - 3k_{1p} z_1^2 \dot{z}_1 - c_1 \ddot{z}_1 + k_{\text{coupling}}(z_4 - \dot{z}_1) + \ddot{f}_d)$$

$$\frac{d}{dt}(\ddot{\ddot{y}}) = y^{(4)} = \frac{1}{m_1} (-k_1 \ddot{z}_1 - 3k_{1p}(2z_1 \dot{z}_1 + \ddot{z}_1 z_1^2) - c_1 \ddot{\ddot{z}}_1 + \ddot{\ddot{f}}_d + \ddot{\ddot{z}}_1 z_1^2) - c_1 \ddot{\ddot{z}}_1 + k_{\text{coupling}}(\ddot{z}_4 - \ddot{\ddot{z}}_1) + \ddot{\ddot{f}}_d$$

(۱۷)

در رابطه آخر پارامتر $\ddot{z}_4$ ظاهر شد که آن را از روابط (۷) در روابط (۱۷) جای‌گذاری می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$y^{(4)} = \frac{1}{m_1} (-k_1 \ddot{z}_1 - 3k_{1p}(2z_1 \dot{z}_1 + \ddot{z}_1 z_1^2) - c_1 \ddot{\ddot{z}}_1 + k_{\text{coupling}} \left(\left[\frac{1}{m_b} (-k_{\text{coupling}}(z_3 - z_1) + \kappa(z_5 - z_3) + c_p(z_6 - z_4) - \phi_{ia}) \right] - \ddot{\ddot{z}}_1 \right) + \ddot{\ddot{f}}_d)$$

(۱۸)

همان‌طور که در رابطه (۱۸) می‌توان دید مرتبه نسبی ورودی و خروجی سیستم ۴ می‌باشد لذا مقدار $r=4$ است و $k=r$ و $1=3$ خواهد بود. بنابراین سطح لغزش را به صورت رابطه (۱۹) از مرتبه ۳ در نظر می‌گیریم. هدف کنترلی یافتن مقدار i_a به گونه‌ای است که متغیر s سطح لغزش به سمت صفر میل کند. در تمامی روابط مقدار خطا به شکل $e = y_d - y$ تعریف می‌شود.

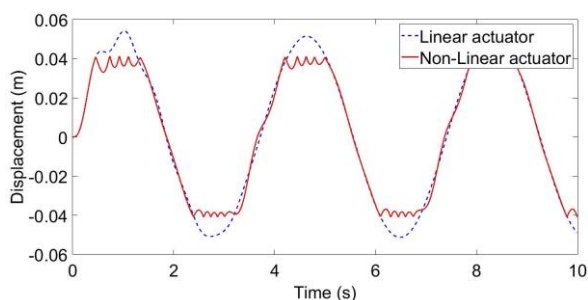
$$s = e^{(3)} + 3\lambda \ddot{e} + 3\lambda^2 \dot{e} + \lambda^3 e \quad (19)$$

ورودی کنترلی متناسب با سطح لغزش به منظور رسیدن حالت‌های سیستم به این سطح در رابطه (۲۰) ارائه شده است.

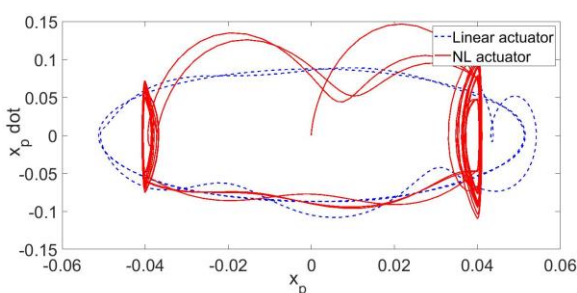
آن از مقدار 0.4 متر بیشتر نمی‌شود. شکل (۱۰) منحنی فاز جرم مبنا را در دو حالت مذکور بیان می‌کند که در تغییرات سرعت بیشتر (شتاب بالاتر) در حالت برخورد جرم با بدنه مبین تولید شتاب‌های بالاتر و نیروهای ضربه‌ای می‌باشد.

نیروی اغتشاش به کار رفته در این شبیه‌سازی به صورت یک نیروی هارمونیک (Harmonic) متشکل از مجموع چند نیروی سینوسی با فرکانس و دامنه متفاوت می‌باشد. این نیروی اغتشاش طبق رابطه (۲۴) و با توجه به شکل (۴) به جرم اصلی اعمال می‌شود.

$$f_d(t) = 0.3 \sin(21.45t) + 0.4 \sin(18.26t) + 0.45 \sin(4.9t) \quad (24)$$



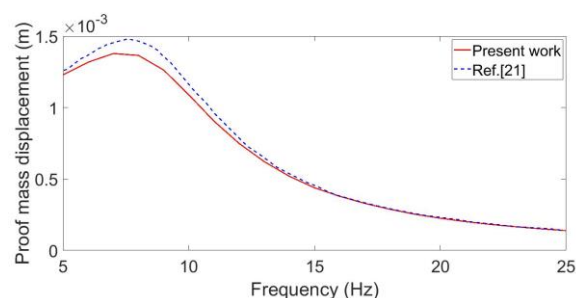
شکل ۹ نمودار جابه‌جایی جرم مبنا در دو عملگر خطی و غیرخطی



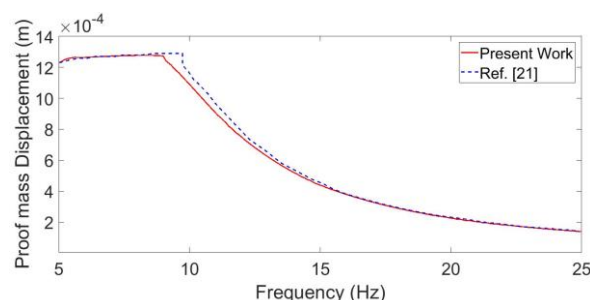
شکل ۱۰ نمودار منحنی فاز جرم مبنا در دو حالت خطی و غیرخطی

پارامترهای این شبیه‌سازی به شرح جدول (۲) در نظر گرفته شده است.

با توجه به مشاهده گر لیونبرگر در روابط (۱۲) و انتخاب مقادیر β به وسیله جانمایی قطب‌های چندجمله‌ای مشخصه هرویتز، این مقادیر به شرح جدول (۳) در نظر گرفته شده است. در نهایت با رسم نمودار ξ و f_d در شکل (۱۱) می‌توان انطباق



شکل ۷ اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی با مرجع [24] در عملگر خطی متصل به زمین



شکل ۸ اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی با مرجع [24] در عملگر غیرخطی متصل به زمین

نتایج

با در نظر گرفتن روابط (۱) و (۳) و استفاده از نرم‌افزار متلب، نتایج به شرح ذیل تفسیر و بررسی می‌شود. پارامترهای مربوط در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱ مقادیر سیستم عملگر به‌تنهایی

پارامتر	نماد	مقدار
جرم مبنای عملگر	m_p	0.9 (kg)
سفتی فنر سیستم تعلیق	k_p	100 (N/m)
ضریب میرایی سیستم تعلیق	c_p	1.4 (N.s/m)
بیشینه جابه‌جایی جرم مبنا از نقطه تعادل	x_0	0.04 (m)
سفتی فنر در زمان برخورد	k_c	10000 (N/m)

جابه‌جایی جرم مبنای عملگر (m_p) در حالت‌های خطی و غیرخطی در شکل (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که در نمودار خط ممتد مشاهده می‌شود در شرایط تحریک یکسان برای هر دو سیستم، سیستم غیرخطی با برخورد به منتهی‌الیه‌های بالا و پایین رفتاری متفاوت از خود نشان می‌دهد و جابه‌جایی

خوب مشاهده گر و نیروی واقعی اغتشاش را مشاهده کرد.

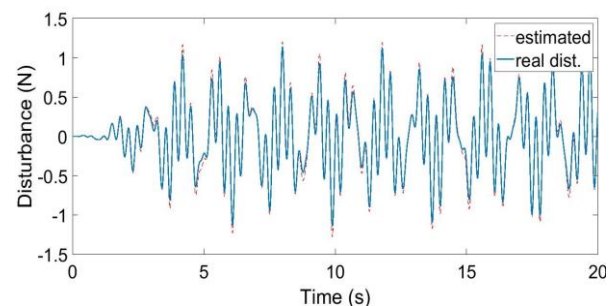
جدول ۳ پارامترهای مشاهده گر

پارامتر	مقدار
β_5	1600
β_4	1.12×10^6
β_3	4.48×10^8
β_2	1.12×10^{11}
β_1	1.792×10^{13}
β_0	1.792×10^{15}

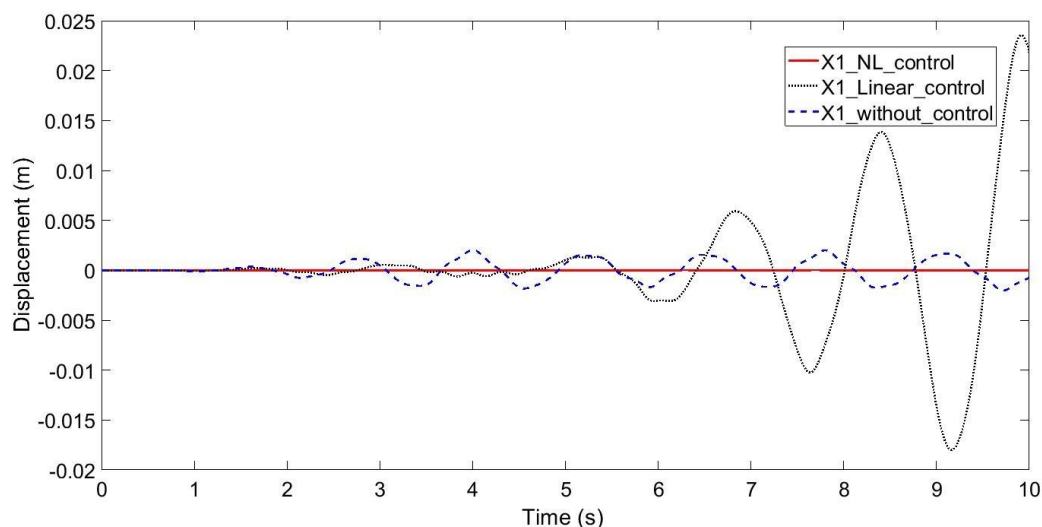
در شکل (۱۲) نمودار جابه جایی جرم تحت کنترل (m_1) در حالت های مختلف را می توان مشاهده کرد. در ابتدا کنترل کننده خطی قبل از زمان ۵ ثانیه تا حدودی دامنه ارتعاش جرم m_1 را نسبت به حالت بدون کنترل کننده کاهش داده است. با گذشت زمان به علت برخورد جرم مبنای عملگر به منتهی الیه ها، سیستم دچار ناپایداری شده و دامنه ارتعاش افزایشی شده است. با توجه به نمودار مربوط به کنترل کننده غیرخطی، دامنه ارتعاش سیستم نسبت به حالت های قبل کاهش چشم گیری را نشان می دهد که در حالت بدون کنترل کننده، جابه جایی جرم در مرتبه 10^{-3} است که با اعمال کنترل کننده غیرخطی به مرتبه 10^{-5} کاهش یافته است. شکل (۱۳) وضعیت جابه جایی جرم مبنای عملگر در سه حالت مختلف شبیه سازی را نشان می دهد. ضربات ناشی از برخورد جرم مبنا به بدنه عملگر را می توان مشاهده کرد که منجر به ناپایداری کنترل کننده فیدبک سرعت می گردد.

جدول ۲ پارامترهای سخت افزاری سیستم اصلی و عملگر

پارامتر	نماد	مقدار
جرم مبنای عملگر	m_p	0.9 (kg)
سفتی فنر سیستم تعلیق	k_p	100 (N/m)
ضریب میرایی سیستم تعلیق	c_p	1.4 (N.s/m)
بیشینه جابه جایی جرم مبنا از نقطه تعادل	x_0	0.04 (m)
سفتی فنر در زمان برخورد	k_c	10000 (N/m)
جرم پوسته عملگر	m_b	0.1 (kg)
سفتی فنر سیستم اتصال عملگر به سازه	$k_{coupling}$	20000 (N/m)
جرم اصلی یا جرم سازه هدف کنترل	m_1	10 (kg)
ضریب میرایی جرم اصلی	c_1	0.1 (N.s/m)
ضریب سفتی خطی فنر جرم اصلی	k_1	440 (N/m)
ضریب سفتی غیرخطی فنر جرم اصلی	k_{1p}	440 (N/m)



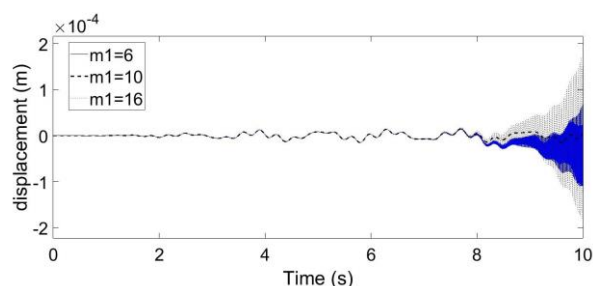
شکل ۱۱ مقایسه نیروی اغتشاش واقعی و تخمین زده شده



شکل ۱۲ جابه جایی جرم اصلی در حالت های کنترل غیرخطی / خطی / بدون کنترل کننده

بحث و نتیجه گیری

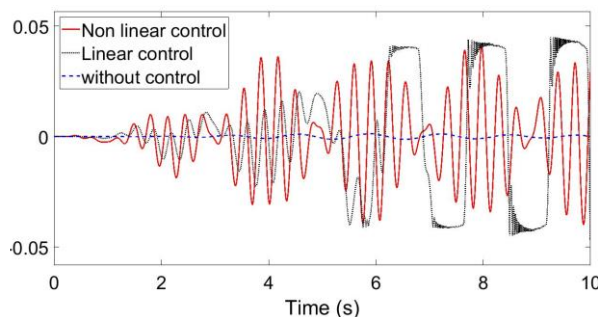
در این پژوهش با استفاده از یک مدل غیرخطی سازه و عملگر مبتنی بر اینرسی، کارایی روش کنترل غیرخطی مود لغزشی مورد بررسی قرار گرفت. سپس با مشاهده گر لیونبرگر اطلاعات اغتشاش به سیستم داده شد. نتایج نشان دهنده بهبود وضعیت ارتعاشی نسبت به حالت کنترل کننده خطی می باشد. علاوه بر کاهش دامنه ارتعاش سیستم، کنترل کننده باعث جلوگیری از برخورد جرم مبنای عملگر به منتهی الیه های بدنه گردید که این پدیده در کنترل کننده خطی باعث ناپایداری سیستم کنترلی می شود. همچنین استفاده از کنترل کننده مقاوم مود لغزشی باعث بهبود کارایی سیستم تحت تغییرات و عدم قطعیت پارامتری شد.



شکل ۱۵ تغییر جرم سیستم اصلی و ناپایدار شدن سیستم در حالت های ۶ و ۱۶ کیلوگرم

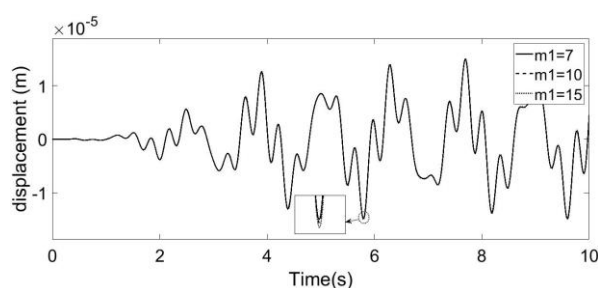
واژه نامه

پیشنهادی نویسنده	واژه لاتین	پیشنهادی ویراستار
جرم مبنا	proof mass	جرم پایه
اشباع جابه جایی	displacement/ stroke saturation	
نیروی اغتشاش	disturbance force	
مود لغزشی	sliding mode	
مشاهده گر لیونبرگر	leunberger observer	ناظر لیونبرگر
فیدبک	feedback	



شکل ۱۳ جابه جایی نسبی جرم مبنای عملگر در حالت های کنترل غیرخطی / خطی / بی کنترل

به منظور ارزیابی کارایی و عملکرد سیستم در موارد عملی که جرم، سفتی یا میرایی سازه تحت کنترل تغییر کند می توان با شبیه سازی مقادیر مختلف، پاسخ سیستم را مشاهده کرد. بدین منظور پارامترهای c_1 و k_1, k_{1p} که به ترتیب مربوط به میرایی و سفتی سازه تحت کنترل می باشند با ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها به صورت مجزا در مقادیر بازه ۰٫۱ الی ۱۰ و ۴۴ الی ۴۴۰۰ بررسی شد که تغییر محسوسی در دامنه ارتعاش سیستم اصلی مشاهده نشد؛ اما در خصوص تغییرات جرم اصلی با افزایش اختلاف از مقدار طراحی m_1 برابر با ۱۰ کیلوگرم به علت به وجود آمدن ناپایداری در تخمینگر، این المان خروجی مناسب و متناهی را تولید نکرده و باعث بروز ناپایداری در کل سیستم می شود. لذا با سعی و خطا در مقادیر مختلف جرم سیستم اصلی، سیستم کلی در بازه حدودا ۷ الی ۱۵ کیلوگرم انطباق خوبی با حالت طراحی ۱۰ کیلوگرم نشان می دهد (شکل ۱۴).



شکل ۱۴ تغییر جرم سیستم اصلی و انطباق مناسب با نتایج برای مقدار ۱۰ کیلوگرم

به منظور مشاهده وضعیت ناپایدار سیستم در مقداری انحراف از بازه پایدار، شبیه سازی در مقادیر جرم اصلی ۶ و ۱۶ کیلوگرم انجام شد (شکل ۱۵) که در این دو مقدار ناپایداری را در سیستم می توان مشاهده کرد.

	characteristic polynomial	چند جمله ای مشخصه
	asymptotic exponential	نمایی مجانبی
	pole placement method	روش جابجایی قطب
	sliding surface	سطح لغزش
	boundary layer	لایه مرزی
	end-stop	منتهی الیه
	uncertainty	عدم قطعیت

تقدیر و تشکر

	collocated	برهم نهاده
	interaction	تعامل
	stiffness	سفتی
	damping	میرایی
	transduction coefficient	ضریب تبدیل
	stiffening	سفت شونده
کشسان	elastic	الاستیک
	softening	نرم شونده
	degree of freedom	درجه آزادی
معادلات حالت-فضا	state-space equations	معادلات فضای حالت
	taylor series	سری تیلور

مراجع

- [1] S. Neild, *Nonlinear vibration with control: for flexible and adaptive structures*. Springer Science+ Business Media BV, 2010.
- [2] D. J. Inman, *Vibration with control*. John Wiley & Sons, 2017.
- [3] F. J. Fahy, *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*. Elsevier, 2007.
- [4] A. Preumont, *Vibration control of active structures: an introduction*. Springer, 2018.
- [5] M. J. Balas, "Direct velocity feedback control of large space structures," *Journal of Guidance and Control*, vol. 2, no. 3, pp. 252-253, 1979. <https://doi.org/10.2514/3.55869>
- [6] F. M. Ham, S. W. Greeley, and B. L. Henniges, "Active vibration suppression for the mast flight system," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 9, no. 1, pp. 85-90, 1989. <https://doi.org/10.1109/37.16757>
- [7] N. Noormohammadi and P. Reynolds, "Experimental investigation of dynamic performance of a prototype hybrid tuned mass damper under human excitation," *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems*, vol. 8688, pp. 266-278, 2013. <https://doi.org/10.1117/12.2010656>
- [8] R. Hinchliffe, I. Scott, M. Purver, and I. Stothers, "Tonal active control in production on a large turbo-prop aircraft," in *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 2002, vol. 2002, no. 7, pp. 369-376.
- [9] O. N. Baumann and S. J. Elliott, "The stability of decentralized multichannel velocity feedback controllers using inertial actuators," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 121, no. 1, pp. 188-196, 2007. <https://doi.org/10.1121/1.2400674>
- [10] D. Inman, "Control/structure interaction-Effects of actuator dynamics," in *Dynamics Specialists Conference*, 1990, p. 1223. <https://doi.org/10.2514/6.1990-1223>

- [11] S. Elliott, M. Serrand, and P. Gardonio, "Feedback stability limits for active isolation systems with reactive and inertial actuators," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 123, no. 2, pp. 250-261, 2001.
- [12] P. Gardonio and C. G. Diaz, "Downscaling of proof mass electrodynamic actuators for decentralized velocity feedback control on a panel," *Smart Materials and Structures*, vol. 19, no. 2, p. 025004, 2009. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/19/2/025004>
- [13] O. N. Baumann and S. J. Elliott, "Destabilization of velocity feedback controllers with stroke limited inertial actuators," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 121, no. 5, pp. EL211-EL217, 2007. <https://doi.org/10.1121/1.2731018>
- [14] L. Wilmshurst, M. Ghandchi Tehrani, and S. Elliott, "Active control and stability analysis of flexible structures using nonlinear proof-mass actuators," 2014.
- [15] H. Politansky and W. D. Pilkey, "Suboptimal feedback vibration control of a beam with a proof-mass actuator," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 5, pp. 691-697, 1989. <https://doi.org/10.2514/3.20463>
- [16] D. Lindner, T. Celano, and E. Ide, "Vibration suppression using a proofmass actuator operating in stroke/force saturation," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 113, no. 4, 1991. <https://doi.org/10.1115/1.2930203>
- [17] E. G. Gilbert and K. T. Tan, "Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets," *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 36, no. 9, pp. 1008-1020, 1991. <https://doi.org/10.1109/9.83532>
- [18] J. Rohlfing, T. May, L. Walter, and J. Millitzer, "Self-tuning velocity feedback control for a time varying structure using a voltage driven electrodynamic inertial mass actuator," in *27th International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2016), Leuven*, 2016, pp. 19-21.
- [19] M. Dal Borgo, M. Ghandchi Tehrani, and S. Elliott, "Nonlinear control and stability analysis of a stroke limited inertial actuator in velocity feedback," 2017.
- [20] D. Nyawako and P. Reynolds, "Response-dependent velocity feedback control for mitigation of human-induced floor vibrations," *Smart Materials and Structures*, vol. 18, no. 7, p. 075002, 2009. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/7/075002>
- [21] M. AbdolMohammadi, H. Ahmadi, S. M. Varedi-Koulaei, and J. Ghalibafan, "Active Vibration Control of a Nonlinear System with Optimizing The Controller Coefficients Using Metaheuristic Algorithms," *AUT Journal of Mechanical Engineering*, vol. 5, no. 4, pp. 511-534, 2021. <https://doi.org/10.22060/ajme.2021.19740.5962>
- [22] H. Sira-Ramirez, F. Beltrán-Carbajal, and A. Blanco-Ortega, "A generalized proportional integral output feedback controller for the robust perturbation rejection in a mechanical system," *STA*, vol. 5, no. 4, pp. 24-32, 2008.
- [23] F. Beltrán-Carbajal and G. Silva-Navarro, "Active vibration control in Duffing mechanical systems using dynamic vibration absorbers," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 14, pp. 3019-3030, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.03.002>
- [24] M. Dal Borgo, M. G. Tehrani, and S. J. Elliott, "Identification and analysis of nonlinear dynamics of inertial actuators," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 115, pp. 338-360, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.05.044>