



Ferdowsi
University of
Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir



Society of
Manufacturing
Engineering of
Iran

Experimental Study, Modeling and Identification of the Contact Interface Between the Disc and Brake Pads with Thin layer element

Research Article

Fahimeh Noohi¹, Amin Nikoobin² , Mohammad Reza Ashory³

 [10.22067/jacsm.2025.91143.1306](https://doi.org/10.22067/jacsm.2025.91143.1306)

Abstract: The brake system is one of the main and important components of a vehicle, and recognizing the contact area between the disc and pads will help to better understand this system and prevent abnormal sounds during braking. In this paper, the goal is to investigate the contact area between the disc and the pads using a thin layer element. First, an experimental study and the finite element modeling of different parts of the structure have been considered. In this model, the contact area between the disc and the pads has been modeled with thin layer elements. Then by using experimental results, the contact parameters between the disc and the pads have been identified and the equivalent contact stiffness by increasing the braking pressure has been considered. Investigations show that by increasing the braking pressure, the contact stiffness has also increased and the accuracy of the presented model for modeling the contact area has been validated using experimental results. The results show that the presented model for modeling the contact area between the disc and the brake pads with a small error compared to the real model is a suitable and sufficiently accurate model and can be applied in various dynamic analyses of the brake system.

Keywords: Brake disc, Contact stiffness, modal analysis, mechanical joints, thin layer element

1- Introduction

Studies on mechanical joints have been conducted from the past until now. In almost all mechanical structures, there is at least one mechanical joint. Despite decades of efforts to model the behavior of structures with joints, it still remains one of the most challenging issues in structural dynamics. Modeling and studying the behavior of mechanical joints has attracted significant attention. Different types of joints exist in mechanical structures, such as welding, soldering, bolts, pins, and nuts. Among mechanical joints, bolted joints are of high importance and have been the subject of many studies on modeling and understanding the contact area in joints. Researchers have

used a combination of linear and torsional springs and a damper to simulate the effects of joint flexibility and have refined the model by minimizing the differences between model predictions and experimental measurement data [1,2].

Furthermore, studies have also focused on structural supports, which are a type of joint in mechanical structures that provide a better understanding of the structure. For example, researchers have examined and modeled the stiffness of structural support in beam-like structures. Additionally, researchers have looked into boundary conditions of a plate supported by an elastic support, proposing a new method for identifying parameters of a constrained rectangular plate supported by an elastic support [3]. The presence of defects such as cracks in structures can also be considered as a type of joint in structures. Researchers have studied cracks as joints in structures and modeled them using linear and torsional springs, providing a new approach to identify the position and severity of cracks in structures [4].

Various joint modeling methods have been used in the studies mentioned, including using generic elements and sets of springs and dampers to model the joint interface. Another modeling approach involves modeling the joint interface using thin-layer elements, where the mechanical properties of the layer represent the joint properties, leading to a good understanding of the contact interface in mechanical joints [5,6].

This article investigates the contact area between the disc and pads in automotive disc brakes, considering the thin layer element in the contact area. The aim is to study and identify the material properties of this layer. The material properties of the layer indicate the contact parameters between the two connected structures. To do this, first, the brake system is simulated, and then experimental study of the brake system at three different braking pressures is conducted. Subsequently, using the

* Manuscript received 2024 December 8, Revised 2025 February 5, Accepted 2025 May 6.

¹ PhD graduate, Modal Analysis Research Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

² Corresponding Author: Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

Email: anikoobin@semnan.ac.ir

³ Associate Professor, Modal Analysis Research Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

experimental results, an attempt is made to identify the contact parameters of this model at all three pressures. The results show that the presented model for the contact area in this system has been successful and is capable of modeling this contact well at different braking pressures.

2- Finite Element Modelling

Modeling of this structure has been done in ANSYS finite element software. The purpose is to create an accurate model of the brake system that can be used for various dynamic analyses. The SOLID185 element is used for modeling the brake disc. The material properties of the brake disc are obtained by using experimental modal analysis under free boundary conditions. Next, a simplified model for the knuckle is considered, so that its material properties are similar to the real model and can be a good substitute in terms of inertia and mass. In the next step, the connection between the disc and knuckle is defined with linear springs in three directions. Boundary conditions applied to the simplified model of knuckle are similar to the real boundary conditions in the experimental model.

After that, the modeling of the pads is addressed. The pads are modeled using the SOLID185 element and appropriate material properties. The positions of the pads relative to the disc are designed so that there is a one-millimeter gap between them. In this one-millimeter gap, three-dimensional solid elements are modeled with different material properties from the disc and pads, and their values need to be identified.

For a more detailed examination of the contact area and considering the possibility of asymmetric pressure distribution in this part, the contact area between the disc and pad is divided into three parts with three different material properties defined for them. On the other hand, this area is divided into three sectors, each modeled by the elements with a different elastic modulus. This model has been shown Figure 1. The contact between the thin layer and the disc, as well as the pads, is defined as merging nodes defined between nodes with identical location. Next, by selecting the appropriate mesh size for different parts, the structure is meshed and boundary conditions is applied similar to experimental model. Then, by performing modal analysis on the simulated model, the natural frequencies of the structure are extracted.

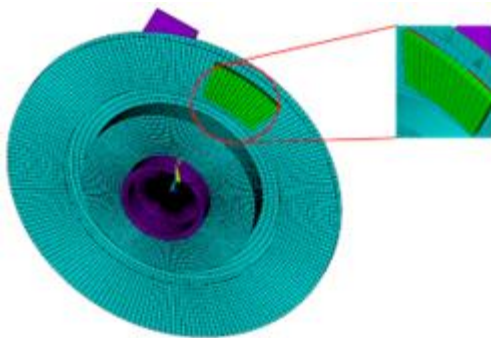


Fig 1. Simulated model with pads and contact area in ANSYS

3- Experimental Modal Test

Investigations and experimental studies have also been conducted on the disc brake system of the vehicle. To this end, various components of the brake system include brake discs, pads, calipers, pistons, and pads are provided. To apply braking pressure to this system, a hydraulic circuit is prepared and by using brake oil in this circuit and connection of the circuit to the caliper, this process takes place. This circuit consists of a brake oil reservoir, a motor, a three-way valve, an accumulator, a pressure gauge, and a manifold. The brake system assembly and circuit embedded in Figure 2 are shown. The structure is tested at three different braking pressures. Initially, pressures of 6bar and then pressures of 9bar and 12bar are applied to the pads, and each time a complete modal hammer test is performed on the structure. By using measuring force and acceleration signals, frequency response functions are calculated. By analyzing these functions, the natural frequencies of the structure are obtained.



Fig 2. The experimental model and related hydraulic circuit

4- System Identification

To identify and update thin layer simulation model, the optimization toolbox of MATLAB software has been used. The identification process is carried out by using the natural frequencies obtained from experimental modal analysis as input to the problem. Initially, initial guesses for unknown parameters are given, and by calling the finite element model and solving it, the model natural frequencies are compared with test results, and the error between these two frequency vectors defines the objective function of the optimization process.

This process is repeated as necessary until the objective function reaches its minimum value. The updated natural frequencies of the model are closely matched to the test results, and the unknown parameters of the problem, i.e., the elastic modulus values in three sectors, are calculated. This identification process is first performed with the modal test results in the 6bar braking pressure. The same process is repeated for the test results 9bar and 12bar, and in each identification process, the elastic modulus values represent the contact stiffness at each pressure. These results are reported in Table 1 as the natural frequencies obtained from testing and updated simulation model, along with the error between them. Additionally, the identified elastic modulus values in all three stages are presented in Table 2.

The results in all three sectors show the trend of

changes in the elastic modulus of the sector is ascending with increasing pressure. This means that with increasing braking pressure, the elastic modulus of the thin layer, which represents the contact stiffness in the model, increases. The reported error percentages in Table 1 also indicate the accuracy of the model in providing dynamic structural responses.

5- Conclusion

As the results show, by defining the contact area in three sectors with different material properties, not only a more accurate model than the real model was created, but also the model allows for the examination of the distribution of pressure in the contact area. With an increase in braking pressure, the elastic modulus of all three sectors increased. This means that the contact stiffness between the disc and brake pads increased with increasing braking pressure, confirming the accuracy and precision of the simulated finite element model.

Table 1. Test and FE model natural frequencies and error between them

6 bar	Test	FEM	Err (%)
w ₁	375.0	371.6	0.9
w ₂	851.2	854.4	0.38
w ₃	1086.0	1089.0	0.28
w ₄	1298.0	1300.0	0.12
w ₅	1474.0	1436.0	2.6
w ₆	1848.0	1877.0	1.56
9 bar	Test	FEM	Err (%)
w ₁	380.29	372.1	2.2
w ₂	863.56	868.7	0.59
w ₃	1106.9	1118.0	0.97
w ₄	1319.2	1321.0	0.16
w ₅	1519.5	1447.0	4.8
w ₆	1894.0	1883.0	0.56
12 bar	Test	FEM	Err (%)
w ₁	382.51	372.6	2.02
w ₂	866.62	887.1	2.7
w ₃	1147.3	1153.0	0.49
w ₄	1344.5	1339.0	0.41
w ₅	1546.7	1462.0	3.8
w ₆	1904.5	1892.0	0.65

Table 2. Identified values for unknown parameters for all three working pressures

	E ₁ (Pa)	E ₂ (Pa)	E ₃ (Pa)
6 bar	3.938×10 ⁶	3.806×10 ⁸	4.192×10 ⁶
9 bar	9.87×10 ⁶	4.223×10 ⁸	9.778×10 ⁶
12 bar	1.682×10 ⁷	4.899×10 ⁸	1.776×10 ⁷

Therefore, it can be said that the thin layer element model for modeling the contact area between the disc and brake pads is an acceptable model that has been well validated through experimental studies. With validated finite element model presented in this article, many analyses can be implemented, especially in situations where conducting experiments on real structures is not feasible due to component complexity and lack of easy access to the structure.

Reference

- [1] S. Bograd, P. Reuss, A. Schmidt, L. Gaul and M. Mayer, "Modeling the dynamics of mechanical joints," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 8, p. 2801, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.01.010>
- [2] F. Adel, S. Shokrollahi, "A Review of Bolted Connection Modeling Methods in Vibration Analysis," *Scientific Extension Journal of the Iranian Society of Mechanical Engineers*, vol. 27, no. 120, Pages 34, 2017.
- [3] H. Jalali, F. Noohi, "Boundary Condition Identification of a Clamped Beam in Flexible Support," *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 28, no. 2, p. 174, 2017.
- [4] H. Jalali, F. Noohi, "A modal-Energy Based Equivalent Lumped Model for Open Cracks," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 98, p. 50, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.04.038>
- [5] N. Jamia, H. Jalali, M. I. Friswell, H. H. Khodaparast and J. Taghipour, "Modelling the Effect of Pre-Load in a Lap-Joint by Altering Thin Layer Material Properties," *Journal of Nonlinear Structures & Systems*, vol. 1, p. 211, 2022. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77135-5_25
- [6] C. Yue, J. Chen, X. Zheng, C. Wang and H. Liu, "Thin-Layer Element Method for Multi-Stage Rotor Bolt Loosening Identification," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 38, no. 12, p. 6489, 2024. <https://doi.org/10.1007/s12206-024-1106-9>



مطالعه تجربی، مدل سازی و شناسایی ناحیه تماس بین دیسک و پدهای ترمز خودرو به کمک المان لایه نازک*

مقاله پژوهشی

محمدرضا آشوری^(۳)امین نیکوبین^(۲) فهیمه نوحی^(۱) 10.22067/jacsm.2025.91143.1306

چکیده سیستم ترمز یک از اجزای اصلی و مهم یک خودرو است و شناخت ناحیه تماس بین دیسک و پد کمک شایانی به درک بهتر این سیستم در وضعیت ترمزگیری و ممانعت از صداهای ناہنجار هنگام ترمز خواهد نمود. در این مقاله هدف بررسی ناحیه تماس بین دیسک و پدها با استفاده از المان لایه نازک است. ابتدا به مدل سازی اجزای محدود قسمت های مختلف سازه پرداخته شده است. سپس ناحیه تماس بین دیسک و پدها با المان لایه نازک مدل سازی شده و در ادامه به کمک مطالعات تجربی، به شناسایی پارامترهای تماس بین دیسک و پدها و بررسی میزان سفتی تماس معادل در اثر افزایش فشار ترمزگیری پرداخته شده است. بررسی ها نشان می دهد با افزایش فشار ترمزگیری، سفتی تماس نیز افزایش یافته و دقت مدل ارائه شده برای مدل سازی ناحیه تماس با استفاده از نتایج تجربی معتبر سازی شده است. نتایج نشان می دهد که مدل ارائه شده برای مدل سازی ناحیه تماس بین دیسک و پدها با خطای اندک در مقایسه با مدل واقعی، مدلی مناسب و به اندازه کافی دقیق است و قابلیت کاربرد در انواع تحلیل های دینامیکی سیستم ترمز را داراست.

واژه های کلیدی دیسک ترمز، سفتی تماس، آنالیز مودال، اتصالات مکانیکی، المان لایه نازک.

مقدمه

اهمیت و کاربرد بالایی برخوردار بوده و مطالعات بسیار زیادی بر روی نحوه مدل سازی و همچنین شناخت ناحیه تماس در اتصالات پرداخته شده است [1,2]. برای مثال احمدیان و جلالی [3,4] به شناسایی پارامترهای تماس اتصال لبه ای در سازه های مونتاژ شده پرداختند. ناحیه تماس با استفاده از ترکیبی از فنرهای خطی و غیرخطی و یک دمپر برای شبیه سازی اثرات میرایی اتصال و مدل جنریک (Generic) مدل شده است. پارامترهای مدل، یعنی ثابت های فنر و ضریب دمپر، تابع تنش های معمولی و مماسی در سطح مشترک هستند و با به حداقل رساندن تفاوت بین پیش بینی های مدل و داده های اندازه گیری تجربی شناسایی می شوند. جامیا و همکاران [5] به تحلیل دینامیکی اتصالات پیچی

از گذشته تاکنون مطالعات بسیار زیادی بر روی اتصالات مکانیکی انجام شده است. تقریباً در تمام سازه های مکانیکی عملی، حداقل یک اتصال مکانیکی وجود دارد. پس از دهه ها تلاش برای مدل سازی رفتار سازه های دارای اتصالات، هنوز یکی از پیچیده ترین مسائل در دینامیک سازه است. مدل سازی و بررسی رفتار اتصالات مکانیکی توجه زیادی را به خود جلب کرده است. این تلاش ها در طول دهه های اخیر به دلیل پیشرفت در ابزارهای محاسباتی و تجهیزات تجربی تشدید شده است. در سازه های مکانیکی انواع اتصالات وجود دارد، نظیر جوش، لحیم، پرچ، پین و پیچ. در بین این اتصالات، اتصال پیچ و مهره ای از

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۹/۱۸ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۲/۱۶ می باشد.

(۱) فارغ التحصیل دکتری، آزمایشگاه تحقیقاتی آنالیز مودال، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

(۳) دانشیار، آزمایشگاه تحقیقاتی آنالیز مودال، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

پرداختند. در این مقاله، به شبیه‌سازی و شناسایی المان محدود دو فلنج پیچ‌دار پرداخته شده که رفتار غیرخطی اتصال فلنج پیچ‌دار ناشی اصطکاک در رابط‌های تماس را در نظر گرفته است.

در زمینه این مطالعات، تکیه‌گاه نیز نوعی اتصال در سازه‌های مکانیکی می‌باشد که با شناخت این نوع اتصال می‌توان درک بهتری از سازه داشت. برای مثال جلالی و نوحی [6] به بررسی و مدل‌سازی سفتی تکیه‌گاه در سازه تیر مانند پرداختند. در این مقاله تکیه‌گاه با دو فنر خطی و پیچشی مدل‌سازی شده و مقادیر سختی این فنرها با استفاده نتایج مطالعات تجربی بر روی سازه تیر یک سر گیردار و روش‌های شناسایی به کمک حساسیت پارامترهای مودال حاصل شده اند. احمدیان و همکاران [7] به شناسایی شرایط مرزی یک ورق با تکیه‌گاه الاستیک پرداختند. تکیه‌گاه الاستیک به کمک فنرها و دمپر مدل‌سازی شده است. آنها روش جدیدی برای شناسایی پارامتر یک صفحه مستطیلی مقید شده توسط تکیه‌گاه الاستیک پیشنهاد نمودند. همچنین آسیب‌هایی مانند ترک در سازه نیز می‌تواند نوعی اتصال در سازه در نظر گرفته شود. جلالی و نوحی [8] با در نظر گرفتن ترک به عنوان اتصال در سازه و مدل‌سازی آن با فنرهای خطی و پیچشی، به مطالعه و بررسی ترک‌های تکی و چندگانه در سازه تیر مانند پرداخته و به رویکرد جدیدی برای شناسایی موقعیت و شدت ترک در سازه‌ها دست یافتند.

در مطالعاتی که پیش از این اشاره شد، مدل‌سازی تماس با استفاده از المان جنزیک و مجموعه‌های فنر و دمپر صورت گرفته است. یکی دیگر از روش‌های مدل‌سازی اتصالات، مدل‌سازی ناحیه تماس با المان لایه نازک است که خواص مواد مکانیکی این لایه نماینده خواص ناحیه تماس می‌باشد و با بررسی و شناسایی خواص مواد این لایه می‌توان به شناخت خوبی از ناحیه تماس در اتصالات مکانیکی رسید. در این زمینه، جامیا و همکاران [9] به بررسی یک اتصال لبه پیچ شده با استفاده از یک مدل سه بعدی دقیق و یک مدل تیر معادل دو بعدی پرداختند. در هر دو مدل، یک رویکرد المان لایه نازک اصلاح شده برای مدل‌سازی رابط تماس مشترک استفاده می‌شود که در آن خواص مواد لایه نازک بر روی رابط تماس متغیر در نظر گرفته می‌شود. شناسایی پارامترهای مدل با استفاده از ویژگی‌های مودال تجربی به‌دست آمده از آزمایش مودال انجام شده است. یائو و همکاران [10] یک روش مدل‌سازی دینامیکی جدید به نام روش المان لایه

نازک بهبود یافته برای استفاده در اتصالات پیچ‌دار موتور هواگرد پیشنهاد نمودند. این روش برای ساختار اتصالات پیچی شبیه‌سازی شده اعمال شده و با نتایج تجربی به منظور تأیید روش پیشنهادی مقایسه می‌شود. آنها اصول مدل‌سازی این روش جدید را مطالعه نموده و پارامترهای مواد المان لایه نازک پارتیشن بندی شده را بر اساس تکنیک سختی اتصالات پیچ‌دار و تئوری تماس مربوطه تعیین نمودند. عبدالرانی و همکاران [11] به بررسی رفتار دینامیکی سازه پیچ‌دار با استفاده از مدل‌سازی اجزای محدود و روش به‌روزرسانی پرداختند. در مدل اجزای محدود، از المان لایه نازک برای نشان دادن سطح تماس سازه پیچ دار استفاده شده است. سپس از روش به‌روزرسانی مدل برای به‌روزرسانی مدل FE سازه پیچ شده بر اساس نتایج تحلیل مودال تجربی استفاده می‌شود. ارلیش و همکاران [12] یک تکنیک کاهش مدل برای رویکرد مدل‌سازی المان لایه نازک و یک برنامه کاربردی برای به‌روزرسانی مدل ارائه نمودند. این کاهش بر اساس تجزیه و تحلیل حساسیت مقادیر ویژه است و از فرمول ساده میرایی مشترک در قالب میرایی هیسترتیک ثابت بهره می‌برد. تکنیک ارائه شده به طور قابل توجهی هزینه محاسباتی را برای محاسبه مجدد مقادیر ویژه پس از تغییر پارامترهای مشترک کاهش می‌دهد. قزوینی و همکاران [13] به به‌روزرسانی مدل المان محدود اتصالات پیچ و مهره هیبریدی کامپوزیت/آلومینیوم با استفاده از یک مدل اتصال جدید به نام "مدل لایه نازک درجه بندی شده (Thin Graded Layer Model)" پرداختند. مدل تماس صفحه دو بعدی ارائه شده، برای بررسی رفتار الاستیک خطی رابط تماس تحت پیش بارهای مختلف پیچ و شرایط مرزی بکار گرفته شده است. این مدل قابلیت پیش بینی رفتار مدل تجربی را داشته و می‌تواند برای تحلیل مودال رابط‌های اتصال هیبریدی استفاده شود. لیو و همکاران [14] به مدل‌سازی و تحلیل ارتعاشات غیرخطی صفحه نازک پیچ شده بر اساس روش مواد مجازی پرداختند. این مدل مشابه مدل لایه نازک بوده که برای شبیه‌سازی دو مشخصه توزیع غیریکنواخت فشار و خواص غیرخطی سختی و میرایی متغیر در اتصالات پیچ‌دار استفاده شده است. سه حالت توزیع پارامتر فشار غیر یکنواخت از مواد مجازی، خطی، سهمی و سینوسی، برای بررسی اثرات آنها بر دقت مدل‌سازی ارائه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که وقتی مدول ماده مجازی توزیع غیریکنواخت دارد، دقت محاسبه مشخصه‌های سیستم از جمله

ناحیه تماس بین دیسک و پد ترمز و شناسایی پارامترهای اتصال تاثیر بسیار زیادی بر درک بهتر سیستم ترمز، ایجاد ایمنی بیشتر و جلوگیری از ناپایداری دیسک و بروز صداهای ناهنجار از سیستم ترمز در حین ترمزگیری و در نهایت بهبود عملکرد این سیستم خواهد شد. همانطور که گفته شد، تماس بین دیسک و پدهای ترمز در اثر فشار ترمزگیری نیز نوعی اتصال محسوب می شود که می توان با روش های موجود برای مدل سازی اتصالات، آنرا مدل سازی و مطالعه نمود. مدل های واقعی مانند سیستم ترمز خودرو در مقایسه با مدل های ساده دارای پیچیدگی زیادی بوده که انجام حل های دقیق برای آنها بسیار مشکل و گاهی ناممکن است. بنابراین مدل های شبیه سازی برای بررسی و تحلیل رفتار مدل های واقعی کارآمدتر هستند. بنابراین به دلیل پیچیدگی سیستم ترمز و ضرورت شناخت ناحیه اتصال در این مدل، از مدل سازی اجزای محدود برای مدل سازی کل سیستم و همچنین مدل لایه نازک برای مدل سازی ناحیه تماس بین دیسک و پدها استفاده شده است.

همانطور که بیان شد، در این مقاله به بررسی ناحیه تماس بین دیسک و پدها در ترمز دیسکی خودرو با در نظر گرفتن المان لایه نازک در ناحیه تماس پرداخته شده است. هدف بررسی و شناسایی خواص مواد این لایه است. همانطور که قبلا در مورد این مدل توضیح داده شد، خواص مواد این لایه بیانگر پارامترهای اتصال بین دو سازه متصل است. برای این کار، ابتدا شبیه سازی سیستم ترمز در نرم افزار اجزای محدود انجام شده و در ادامه به مطالعه تجربی سیستم ترمز در سه فشار مختلف ترمزگیری پرداخته شده است. در ادامه با استفاده از نتایج تجربی تلاش شده تا به شناسایی پارامترهای تماس این مدل در هر سه فشار پرداخته شود. نتایج نشان می دهد که مدل ارائه شده برای ناحیه تماس موجود در این سیستم موفق بوده و به خوبی توانایی مدل سازی این تماس را در فشارهای مختلف ترمزگیری دارد.

مدل سازی اجزای محدود

مدل سازی سازه در نرم افزار اجزای محدود ANSYS انجام شده است. هدف از این بخش ایجاد یک مدل دقیق از سیستم ترمز است که می توان از آن برای اعمال انواع تحلیل های دینامیکی استفاده نمود. برای مدل سازی دیسک ترمز از المان SOLID185 استفاده می شود. خواص مواد دیسک ترمز با استفاده از آزمایش

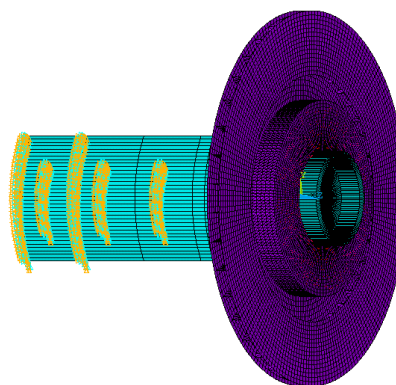
فرکانس های طبیعی در مقایسه با توزیع یکنواخت به وضوح بهبود می یابد. یوو و همکاران [15] روش المان لایه نازک را برای شناسایی شل شدن چند مرحله ای پیچ روتور مورد استفاده قرار دادند. به منظور حل مشکل شبیه سازی دشوار ساختار اتصال پیچی روتورها، این مقاله یک روش المان لایه نازک بهبود یافته را پیشنهاد می کند و آن را در شبیه سازی رابط اتصال پیچ اعمال می کند. مطالعات تجربی و مقایسه نتایج نشان می دهد که روش ارائه شده دارای دقت و کارایی بالایی در مطالعه شبیه سازی اتصالات پیچ روتور است. ون و گائو [16] مدل سازی دینامیکی پارامترهای المان لایه نازک در ناحیه اتصال پیچی یک کوپلینگ دیافراگمی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها مدل سازی معادل المان لایه نازک برای در نظر گرفتن توزیع تنش پیش بار پیچ در مناطق اتصال تقسیم شده انجام دادند. به منظور محاسبه دقیق پارامترهای مواد هر منطقه و بهبود دقت این مدل، از روش شناسایی پارامتر بر اساس الگوریتم ژنتیک با تابع هدف مرتبط با فرکانس های آزمایش های مودال و شبیه سازی ها ساخته می شود. نتایج نشان می دهد که از میان پارامترهای ماده در هر ناحیه از مدل المان لایه نازک، مدول الاستیسیته تأثیر بیشتری بر دقت مدل داشته و نسبت پواسون و چگالی تأثیر کمتری بر مشخصه های دینامیکی مدل دارند.

در سازه های مکانیکی مونتاژ شده، گاهی تماس بین دو سازه با استفاده از اتصالات مکانیکی صورت نمی گیرد و ممکن است دو سازه در اثر فشار با یکدیگر دچار تماس شده و اتصال جدیدی در سازه ایجاد کنند. برای مثال سازه هایی که در اثر فشار در یکدیگر جاسازی می شوند و یا سطوحی که در اثر فشار (موقت یا دائم) به یکدیگر متصل می شوند مانند ناحیه تماس بین دیسک و پد ترمز در خودرو. زمانی که خودرو در حرکت است، تماسی بین دیسک و پدها وجود ندارد. به محض اعمال ترمزگیری توسط راننده، پدهای ترمز با دیسک در تماس قرار گرفته و موجب افت سرعت چرخش دیسک و در نهایت ایست خودرو می شود. در حین ترمزگیری، ناحیه تماس بین دیسک و پد ترمز تبدیل به اتصال جدیدی در سیستم ترمز خودرو شده که به طور کامل دینامیک این سیستم را تحت تاثیر قرار می دهد. سیستم ترمز یکی از اجزای اصلی و مهم یک خودرو است. تاکنون تلاش های بسیاری برای بهبود عملکرد این سیستم انجام شده است. پایداری دیسک ترمز از اهمیت بالایی برخوردار است. بنابراین شناخت

در ادامه به مدل‌سازی پدها پرداخته شده است. با در نظر گرفتن خواص مواد متناسب و المان SOLID185 پدها مدل می‌شوند. موقعیت پدها نسبت به دیسک به نحوی طراحی شده که فاصله بین آنها یک میلی‌متر باشد. در این فاصله یک میلی‌متری المان‌های صلب سه بعدی مدل‌سازی می‌شوند که دارای خواص مواد متفاوت از دیسک و پدها بوده و مقادیرشان باید مورد شناسایی قرار گیرد. بنابراین لایه نازک تعریف شده در این ناحیه دارای ضخامت یک میلی‌متر است. مدل‌سازی ناحیه تماس دو بار انجام شده است. یک بار لایه نازک به صورت یکپارچه تعریف شده و تنها پارامتر متغیر در این مدل، مدول الاستیک است. در مرحله دوم، برای بررسی دقیقتر ناحیه تماس و در نظر گرفتن احتمال توزیع نامتقارن در این قسمت، ناحیه تماس بین دیسک و پد به سه قسمت تقسیم شده و سه خواص مواد مختلف برای آنها تعریف می‌گردد. این کار به این دلیل انجام شده که ممکن است تماس بین پدها و دیسک متقارن نبوده و فشار یک قسمت نسبت به سایر قسمت‌ها متفاوت باشد. بنابراین این ناحیه به سه قطاع تقسیم شده که هر قطاع با یک المان با مدول الاستیک متفاوت مدل‌سازی شده است. تصویر مدل شبیه سازی شده در شکل (۲-الف) نشان داده است. برای نمایش بهتر ناحیه تماس با سه المان متفاوت، از نمایش پد جلویی خودداری به عمل آمده و تصویر ناحیه تماس مجدداً در قسمت (ب) شکل (۲) ارائه شده است. تماس بین لایه نازک با دیسک و همینطور پدها در نرم‌افزار به صورت ادغام گره‌های متناظر تعریف شده است.

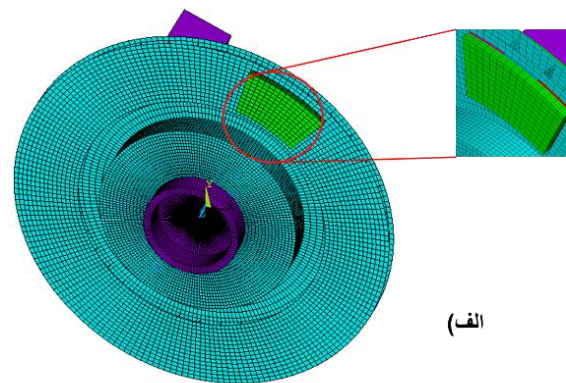
در ادامه با انتخاب اندازه مناسب برای مش بندی قسمت‌های مختلف، سازه مش بندی شده و شرایط مرزی مشابه شرایط مرزی اعمال شده به سازه در آزمایشگاه به مدل اعمال می‌گردد. به این صورت که مدل ساده شده سگدست به نحوی که قبلاً توضیح داده شد، گیردار شده و همچنین طرف دیگر پدها که با دیسک در تماس نیست، مقید شده است. مدل‌سازی و مش بندی دیسک به عنوان اثرگذارترین عضو این مجموعه، به صورت دقیق‌تر انجام شده است. سازه مش برای دیسک به دلیل دایره بودن مختصات ثابت نیست، بنابراین برای بررسی همگرایی مش در این مدل، متوسط سازه مش برای دیسک به عنوان متغیر تعریف شده است. با تغییر این پارامتر از یک سانتیمتر تا یک میلی‌متر، تغییرات اولین فرکانس طبیعی به عنوان پاسخ سیستم مورد بررسی

مودال تجربی دیسک با شرایط مرزی آزاد به دست می‌آید. به این صورت که ابتدا دیسک با شرایط مرزی آزاد مورد مطالعه تجربی قرار گرفت. مدل دیسک ترمز به طور همزمان شبیه سازی شده و این مدل با استفاده از نتایج تجربی در یک فرآیند شناسایی مورد به‌روزرسانی قرار گرفت. به عنوان نتیجه، خواص مواد دیسک به طور دقیق شناسایی گردید. این مقادیر برای چگالی و مدول الاستیک دیسک به ترتیب $\rho = 7884 \text{ kg/m}^3$ و $E = 1.9388 \times 10^5 \text{ MPa}$ به دست آمده است. در ادامه یک مدل ساده شده برای سگدست (Knuckle) در نظر گرفته شده است، به نحوی که خواص مواد آن مشابه مدل واقعی (چدن) بوده و بتواند از نقطه نظر ممان اینرسی و جرم، جایگزین خوبی از سگدست واقعی باشد. در مرحله بعد، اتصال بین دیسک و سگدست با فنرهای خطی در سه جهت [17] تعریف می‌شود. قبل از مدل‌سازی پدها، با استفاده از نتایج آزمایش مودال آزمایشی بر روی مجموعه دیسک، پولی و سگدست و انجام یک فرآیند به‌روزرسانی، سفتی فنرهای نشان‌دهنده سطح تماس بین دیسک و سگدست شناسایی می‌شوند. مقادیر شناسایی شده برای این پارامترها برابر با $k_x = 1.829 \times 10^7 \text{ N/m}$ و $k_y = 1.671 \times 10^7 \text{ N/m}$ و $k_z = 2.503 \times 10^7 \text{ N/m}$ است. شرایط مرزی اعمال شده بر روی مدل سگدست مشابه شرایط مرزی موجود در مدل تجربی است. همانطور که در قسمت مطالعه تجربی توضیح داده خواهد شد، سگدست از یک بازو در گیره بسته شده، بنابراین در مدل ساده شبیه سازی شده سگدست، موقعیت‌های متناظر به صورت گیردار تعریف شده و در شکل (۱) نشان داده شده است.

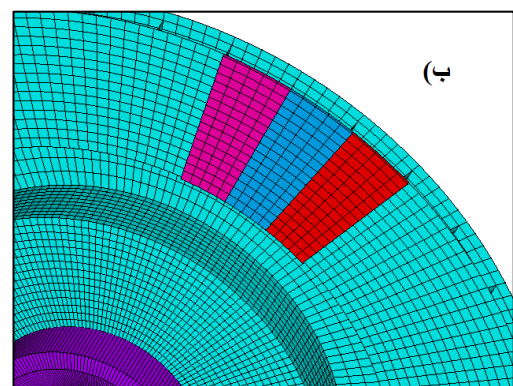


شکل ۱ مدل دیسک و سگدست شبیه سازی شده به همراه شرایط مرزی اعمال شده

قرار گرفته و در شکل (۳) نشان داده شده است.



(الف)



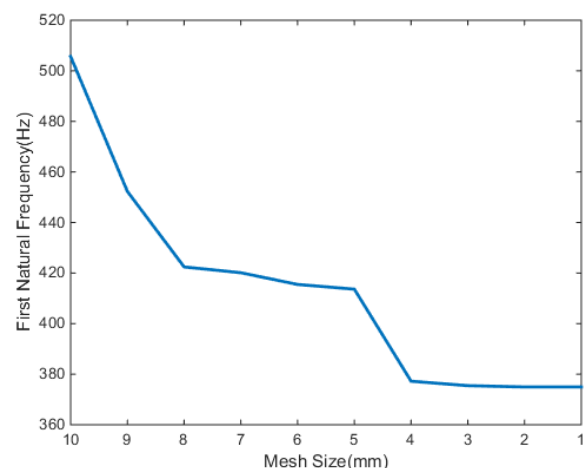
(ب)

شکل ۲ (الف) مدل شبیه سازی شده نرم افزار اجزای محدود ANSYS به همراه پدها، (ب) تصویر ناحیه تماس تقسیم شده به سه قطاع



شکل ۴ تصویر سازه مورد بررسی و مدار هیدرولیک تعبیه شده

سازه در این وضعیت در سه فشار مختلف ترمزگیری مورد آزمایش قرار می گیرد. ابتدا فشار ۶ bar و سپس فشار ۹ و ۱۲ bar بار به پدها اعمال شده و هر بار تست چکش مودال کامل بر روی سازه انجام شده است. تجهیزات مورد استفاده در این تست، عبارت از چکش ارتعاشی (BK۸۲۰۲) برای اعمال نیروی تحریک، نیرو سنج BK۸۲۰۰ به همراه آمپلی فایر A۲۶۴۷ برای



شکل ۳ نمودار همگرایی مش برای مدل شبیه سازی شده

همانطور که از نمودار پیداست، از اندازه متوسط مش برابر سه میلیمتر، پاسخ دینامیکی سیستم ثابت شده و تغییراتی ندارد. بنابراین همگرایی مش صورت گرفته و متوسط سائز مش برای

شناسایی سیستم

همانطور که قبلاً بیان شد، ناحیه تماس بین دیسک و پدها با المان لایه نازک مدل سازی شده است. در این مقاله هدف بررسی و شناسایی ناحیه تماس بین دیسک و پدها بوده و برای نیل به این مهم، می بایست خواص مواد این لایه مورد شناسایی قرار گیرد. همانطور که از مطالعات پیشین مشخص است [18] المان لایه نازک، المانی با ضخامت بسیار اندک (در محدوده یک الی دو میلیمتر) است. این لایه مجازی بوده، بنابراین فاقد جرم است و مدول الاستیک این لایه بیانگر سفتی تماس است. بنابراین تنها خواص مورد تعریف برای این لایه، مدول الاستیک (پارامتر مجهول تحت شناسایی) و ضریب پواسون می باشد. همانطور که در قسمت شبیه سازی بیان شد، ناحیه تماس یک بار به صورت یکپارچه و بار دیگر به سه قطاع تقسیم شده و هر قطاع دارای مدول الاستیک متفاوت نسبت به قطاع دیگر است. بنابراین پارامترهای مدول الاستیک برای سه قطاع تعریف شده در ناحیه تماس مجهولات مسئله بوده که باید مورد بررسی و شناسایی قرار بگیرند.

برای شناسایی و به روز رسانی هر دو مدل لایه نازک شبیه سازی شده، از جعبه ابزار بهینه سازی نرم افزار متلب استفاده شده است. فرآیند شناسایی به این ترتیب است که فرکانس های طبیعی حاصل از آزمایش مودال تجربی به عنوان ورودی به مسئله داده می شود. در ادامه مقادیر حدس اولیه ای برای پارامترهای مجهول داده شده و با فراخوانی مدل اجزای محدود توسط متلب و حل آن، پاسخ های مدل (فرکانس های طبیعی) با نتایج تست مقایسه شده و خطای بین این دو بردار فرکانس، تابع هدف پروسه بهینه سازی تعریف شده است. در واقع تابع هدف به صورت رابطه زیر تعریف شده است:

$$\log(\text{norm}(\text{Er})) = \text{تابع هدف} \quad (۱)$$

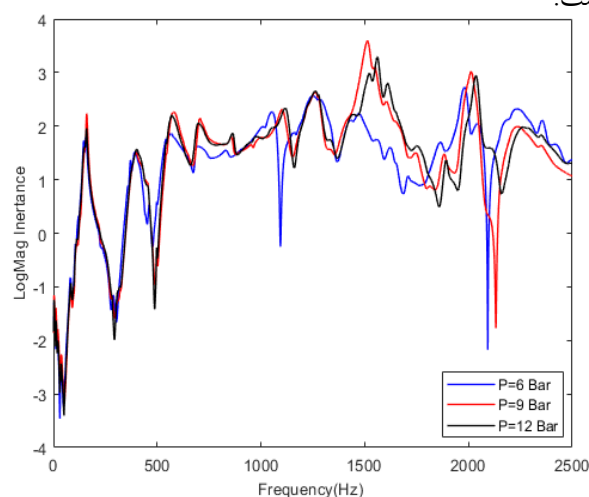
که

$$\text{Er} = \frac{|w_a^2 - w_e^2|}{w_e^2} \quad (۲)$$

در این رابطه w_e بیانگر بردار فرکانس های طبیعی حاصل از تست مودال تجربی و w_a بردار فرکانس های طبیعی حاصل از مدل شبیه سازی شده است. این فرآیند به تعداد لازم تکرار شده تا در نهایت تابع هدف به مینیمم مقدار خود برسد. در مدلی که سراسر ناحیه تماس با یک ماده تعریف شده، فرکانس های طبیعی

محاسبه میزان نیروی اعمالی و شتاب سنج DJB A120V برای محاسبه پاسخ سازه به نیروی تحریک ورودی و دستگاه آنالیزر BK3560D برای دریافت و تحلیل نتایج است. محدوده فرکانسی آزمایش صفر تا ۳۲۰۰ هرتز می باشد. در این آزمایش شتاب سنج ثابت بوده و اعمال تحریک در نقاط مختلف سازه با استفاده از چکش صورت گرفته است.

با اجرای آزمایش و اندازه گیری سیگنال های نیرو و شتاب، توابع پاسخ فرکانسی (شکل ۵) با استفاده از آنالیزر و نرم افزار تست محاسبه شده اند. پس از پایان آزمایش، توابع پاسخ فرکانسی مذکور به نرم افزار تحلیل ارسال و تحلیل شده اند. در نتیجه این تحلیل، فرکانس های طبیعی به دست آمده اند. این آزمایش در سه فشار مختلف انجام شده و نتایج آن به صورت فرکانس های طبیعی در هر سه فشار ترمزگیری در جدول (۱) گزارش شده است.



شکل ۵ توابع پاسخ فرکانسی منتج از تست مودال تجربی در هر سه فشار کاری

جدول ۱ فرکانس های طبیعی حاصل تست مودال تجربی در هر سه فشار کاری

شماره مود	6 bar (Hz)	9 bar (Hz)	12 bar (Hz)
۱	375.0	380.29	382.51
۲	851.2	863.56	866.62
۳	1086.0	1106.9	1147.3
۴	1298.0	1319.2	1344.5
۵	1474.0	1519.5	1546.7
۶	1848.0	1894.0	1904.5
۷	1961.0	2027.8	2031.3

و مقادیر شناسایی شده برای مدول الاستیک در هر سه فشار کاری در جداول (۲) و (۳) گزارش شده است.

جدول ۲ فرکانس‌های حاصل از مدل و آزمایش و خطای مابین در هر سه فشار برای مدل لایه نازک یکپارچه

6 bar	آزمایش	شبیه سازی	خطا(%)
w ₁	375.0	368.4	1.7
w ₂	851.2	870.7	2.3
w ₃	1086.0	1075.5	0.96
w ₄	1298.0	1359.6	4.7
w ₅	1474.0	1425.3	3.3
w ₆	1848.0	1790.5	3.1
9 bar	آزمایش	شبیه سازی	خطا(%)
w ₁	380.29	372.7	2.0
w ₂	863.56	894.5	3.6
w ₃	1106.9	1082.9	2.2
w ₄	1319.2	1366.3	3.6
w ₅	1519.5	1438.3	5.3
w ₆	1894.0	1855.1	2.05
12 bar	آزمایش	شبیه سازی	خطا(%)
w ₁	382.51	373.1	2.5
w ₂	866.62	906.4	4.6
w ₃	1147.3	1121.0	2.3
w ₄	1344.5	1385.3	3.04
w ₅	1546.7	1452.0	6.1
w ₆	1904.5	1863.2	2.2

جدول ۳ مقادیر شناسایی شده برای پارامترهای مجهول در هر سه فشار کاری برای مدل لایه نازک یکپارچه

12 bar	9 bar	6 bar	
1.39×10^8	1.17×10^8	9.62×10^7	E(Pa)

با بررسی جدول دوم مشاهده می‌شود که درصد خطاهای فرکانسی نسبتاً زیاد است. این در حالی است که در هر فشار کاری تنها یک پارامتر کل فرآیند شناسایی را کنترل نموده و بوضوح یک متغیر برای شناسایی چنین سیستم پیچیده‌ای کافی نبوده و نمی‌تواند بخوبی تابع هدف را به مینیمم مقدار خود برساند. این درحالی است که توزیع فشار هم در سرتاسر ناحیه تماس ثابت فرض شده است، در صورتی که در شرایط واقعی ممکن است این توزیع یکنواخت نباشد. با تعریف یکپارچه لایه

نازک با یک مدول الاستیک اثر این مورد قابل بررسی و مشاهده نمی‌باشد. این مسئله، ضرورت مدل‌سازی مرحله دوم را آشکار می‌سازد. در ادامه مدل دوم یعنی مدلی که ناحیه تماس به صورت سه قطاع با خواص مواد متفاوت تعریف شده مورد بررسی و شناسایی قرار می‌گیرد.

در این حالت، فرکانس‌های طبیعی مدل با دقت کافی به نتایج تست نزدیک شده و پارامترهای مجهول مسئله، یعنی مقادیر مدول الاستیک در سه قطاع محاسبه می‌گردند. این پروسه شناسایی، ابتدا با استفاده از نتایج تست مودال در فشار ترمزگیری ۶bar انجام شده است. همین فرآیند برای نتایج تست ۹ و ۱۲bar نیز تکرار شده و در هر فرآیند شناسایی، مقادیر مدول الاستیک بیانگر سفتی تماس در هر فشار شناسایی می‌گردد. در ادامه فرکانس‌های طبیعی حاصل از تست و مدل شبیه سازی بروز شده و خطای مابین در جدول (۴) گزارش شده است. همچنین مقادیر مدول الاستیک شناسایی شده در هر سه مرحله در جدول (۵) ارائه شده است.

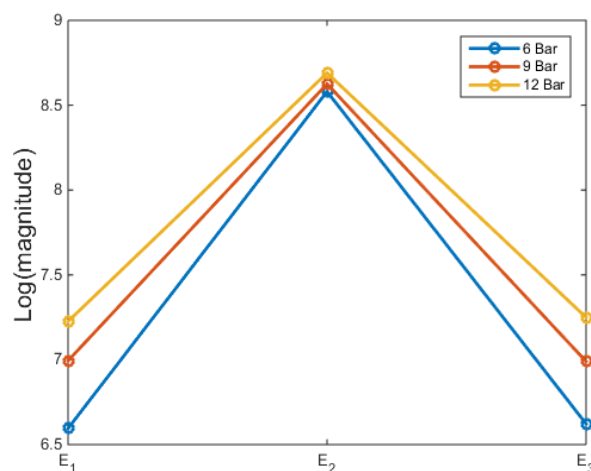
جدول ۴ فرکانس‌های حاصل از مدل و آزمایش و خطای مابین در هر سه فشار برای مدل لایه نازک با سه قطاع

6 bar	آزمایش	شبیه سازی	خطا(%)
w ₁	375.0	371.6	0.9
w ₂	851.2	854.4	0.38
w ₃	1086.0	1089.0	0.28
w ₄	1298.0	1300.0	0.12
w ₅	1474.0	1436.0	2.6
w ₆	1848.0	1877.0	1.56
9 bar	آزمایش	شبیه سازی	خطا(%)
w ₁	380.29	372.1	2.2
w ₂	863.56	868.7	0.59
w ₃	1106.9	1118.0	0.97
w ₄	1319.2	1321.0	0.16
w ₅	1519.5	1447.0	4.8
w ₆	1894.0	1883.0	0.56
12 bar	آزمایش	شبیه سازی	خطا(%)
w ₁	382.51	372.6	2.02
w ₂	866.62	887.1	2.7
w ₃	1147.3	1153.0	0.49
w ₄	1344.5	1339.0	0.41
w ₅	1546.7	1462.0	3.8
w ₆	1904.5	1892.0	0.65

جدول ۵ مقادیر شناسایی شده برای پارامترهای مجهول در هر سه فشار کاری برای مدل لایه نازک با سه قطاع

E_3 (Pa)	E_2 (Pa)	E_1 (Pa)	
4.192×10^6	3.806×10^8	3.938×10^6	6 bar
9.778×10^6	4.223×10^8	9.87×10^6	9 bar
1.776×10^7	4.899×10^8	1.682×10^7	12 bar

همانطور از جدول (۵) پیداست، در هر سه قطاع روند تغییرات مدول الاستیک قطاع با افزایش فشار صعودی است. یعنی با افزایش فشار ترمز، مدول الاستیک لایه نازک که نماینده سفتی تماس در مدل است افزایش می‌یابد. درصد خطای گزارش شده در جدول (۴) نیز دقت خوب مدل را به جهت ارائه پاسخ دینامیکی سازه نشان می‌دهد. نمودار تغییرات مدول‌های الاستیک سه قطاع با افزایش فشار ترمزگیری در شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل ۵ نمودار تغییرات مدول الاستیک سه قطاع با تغییر فشار ترمزگیری

نتیجه‌گیری

در بین مدل‌های موجود برای مدل‌سازی ناحیه تماس در سازه‌های مکانیکی، المان لایه نازک مدلی نسبتاً ساده و در عین حال پرکاربرد می‌باشد که مشابه سایر المان‌های موجود برای مدل‌سازی تماس عمل نموده و شناخت خواص مواد این لایه به منزله شناخت ناحیه تماس در اتصالات مکانیکی می‌باشد. در این مقاله به بررسی ناحیه تماس بین دیسک و پدهای ترمز در سیستم

ترمز خودرو با استفاده از المان لایه نازک پرداخته شد. ابتدا سازه تحت مطالعه تجربی قرار گرفته و سپس مدل اجزای محدود آن در دو حالت شبیه‌سازی شد. در ادامه با استفاده از نتایج تست مدل موجود بروز شده و پارامترهای مجهول ناحیه تماس یعنی مدول الاستیک قطاع‌های تعریف شده در ناحیه تماس مورد شناسایی قرار گرفتند. همانطور که از نتایج پیداست، مدل لایه نازک یک‌کارچه با یک مدول الاستیک برای ناحیه ماس بین دیسک و پدها به اندازه کافی دقیق نبوده و توان ارائه مجدد نتایج تجربی با خطای کم را ندارد. همچنین با این مدل امکان بررسی توزیع فشار در ناحیه تماس وجود ندارد و فشار در این ناحیه یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. در حالی که با تعریف ناحیه تماس در سه قطاع با خواص مواد متفاوت نه تنها مدل دقیق تری نسبت به مدل واقعی ایجاد شده، بلکه مدل امکان بررسی توزیع غیریکنواخت فشار در ناحیه تماس را نیز داراست. با افزایش فشار ترمزگیری، مدول الاستیک هر سه قطاع افزایش یافته است. این بدان معناست که سفتی تماس بین دیسک و پدهای ترمز با افزایش فشار ترمز روند افزایشی داشته و درستی و دقت مدل اجزای محدود شبیه سازی شده را تأیید می‌کند. بنابراین می‌توان گفت مدل المان لایه نازک برای مدل‌سازی ناحیه تماس بین دیسک و پدهای ترمز مدل قابل قبولی است که با مطالعات تجربی بخوبی معتبرسازی شده است. با داشتن چنین مدل‌های اجزای محدود معتبرسازی شده ای مانند مدل ارائه شده در این مقاله، می‌توان بسیاری از تحلیل‌ها را بر روی آن پیاده‌سازی نمود، خصوصاً در شرایطی که به دلیل پیچیدگی اجزای و در دسترس نبودن راحت سازه، امکان انجام آزمایش بر روی سازه واقعی امکان پذیر نباشد. یکی از تحلیل‌های بسیار مهم بر روی سیستم ترمز خودرو، تحلیل پایداری است که با داشتن چنین مدلی می‌توان این نوع تحلیل را روی سازه اعمال نمود و شرایط پایداری بهتر دیسک ترمز را بررسی نموده و به کم شدن صداهای ناهنجار هنگام ترمزگیری مانند جیغ ترمز کمک نمود. مطالعه و بررسی در این زمینه جزء اهداف آتی نویسندگان خواهد بود.

	Finite Element Modelling	مدل سازی اجزای محدود
	Modal Analysis	تحلیل مودال
	Experimental modal test	تست مودال تجربی

تقدیر و تشکر

واژه نامه

پیشنهادی نویسنده	واژه لاتین	پیشنهادی ویراستار
المان جنریک	Generic Element	بُن پاره، سازک
المان سالید	Solid Element	
مدل لایه نازک درجه بندی شده	Thin Graded Layer Model	
سگدست	Knuckles	سگک

مراجع

- [1] S. Bograd, P. Reuss, A. Schmidt, L. Gaul and M. Mayer, "Modeling the dynamics of mechanical joints," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 8, p. 2801, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.01.010>
- [2] F. Adel, S. Shokrollahi, "A Review of Bolted Connection Modeling Methods in Vibration Analysis," *Scientific Extension Journal of the Iranian Society of Mechanical Engineers*, Year 27, No. 120, Pages 34, 2017.
- [3] H. Ahmadian, H. Jalali, "Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, p. 1041, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.08.015>
- [4] H. Ahmadian, H. Jalali, "Generic element formulation for modelling bolted lap joints," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 5, p. 2318, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2006.10.006>
- [5] N. Jamia, H. Jalali, J. Taghipour, M. I. Friswell and H. H. Khodaparast, "Nonlinear Dynamic Analysis of Bolted Joints: Detailed and Equivalent Modelling," *Journal of Nonlinear Structures & Systems*, vol. 1, pp. 215, 2020. https://doi.org/10.1007/978-3-030-47626-7_31
- [6] H. Jalali, F. Noohi, "Boundary Condition Identification of a Clamped Beam in Flexible Support," *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 28, no. 2, p. 174, 2017.
- [7] H. Ahmadian, M. Esfandiar and H. Jalali, "Boundary Condition Identification of a Plate on Elastic Support," *International Journal of Acoustics and Vibration*, vol. 19, no. 4, p. 282-286, 2014.
- [8] H. Jalali, F. Noohi, "A modal-Energy Based Equivalent Lumped Model for Open Cracks," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 98, p. 50, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.04.038>
- [9] N. Jamia, H. Jalali, M. I. Friswell, H. H. Khodaparast and J. Taghipour, "Modelling the Effect of Pre-Load in a Lap-Joint by Altering Thin Layer Material Properties," *Journal of Nonlinear Structures & Systems*, vol. 1, p. 211, 2022. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77135-5_25
- [10] X. Yao, J. Wang X. Zhai, "Research and application of improved thin-layer element method of aero-engine bolted joints," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 231, no. 5, p. 1-17, 2016. <https://doi.org/10.1177/0954410016643978>

- [11] M. N. Abdul Rani, M. A. Yunus, Z. Yahya, M. Rusli and A. R. Bahari, "Model updating of a bolted joint contact surface using thin layer element parameters," The 5th International Conference on Automotive Innovation and Green Energy Vehicle, 2022, vol. 2998, no. 1, p. 1-12. <https://doi.org/10.1063/5.0188547>
- [12] C. Ehrlich, A. Schmidt and L. Gaul, "Reduced thin-layer elements for modeling the nonlinear transfer behavior of bolted joints of automotive engine structures," *Journal of Archive of Applied Mechanics*, vol. 86, p. 59, 2016. <https://doi.org/10.1007/s00419-015-1109-1>
- [13] A. N. Ghazvini, S. Shokrollahi and H. Jalali, "Finite Element Model Updating of Hybrid Composite/Aluminum Bolted Joints Using Thin Graded Layer Model," *SSRN papers*, p. 1-35, 2023. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4446581>
- [14] X. Liu, W. Sun, H. Liu, D. Du and H. Ma, "Semi-analytical modeling and analysis of nonlinear vibration of bolted thin plate based on virtual material method," *Journal of Nonlinear Dynamics*, vol. 108, no. 2, p. 1247, 2022. <https://doi.org/10.1007/s11071-022-07288-8>
- [15] C. Yue, J. Chen, X. Zheng, C. Wang and H. Liu, "Thin-Layer Element Method for Multi-Stage Rotor Bolt Loosening Identification," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 38, no. 12, p. 6489, 2024. <https://doi.org/10.1007/s12206-024-1106-9>
- [16] H. Wen, S. Gao, "Dynamic modeling method and parameter calibration of subarea thin-layer elements in bolted connection area of diaphragm coupling," *Physica Scripta*, vol. 100, no. 3, p. 036008, 2025.
- [17] H. Jalali, H. H. Khodaparast and M. I. Friswell, "The Effect of Preload and Surface Roughness Quality on Linear Joint Model Parameters," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 447, p. 186, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.01.050>
- [18] D. Sun, L. Zhao, G. Liang and H. Zhou, "Prediction of Bolted Joint Dynamics Based on the Thin-Layer Element of Nonlinear Material," *Journal of Annales de Chimie Science des Matériaux*, vol. 43, no. 5, p. 311, 2019. <https://doi.org/10.18280/acsm.430506>