

پیش‌بینی شکست چندلایه‌های کامپوزیتی تحت خمش توسط مدل دسته ترک و معیار هشین

چکیده

برای ارزیابی مقاومت نهایی در چندلایه‌های کامپوزیتی پایه پلیمری معیارهای مختلفی پیشنهاد شده، حال آنکه شکست ترد در این مواد کمتر بررسی شده است. در مقاله حاضر چندلایه‌های ساخته شده با الیاف تک‌جهته شیشه و رزین وینیل‌استر تحت بارگذاری سه نقطه خمشی در آزمایشگاه قرار گرفته و کاهش سختی وابسته به گسترش ترک خوردگی در ماتریس و خرابی نهایی وابسته به شکست ترد لایه‌ها بصورت گروهی ملاحظه شد. در ادامه مدل‌های المان محدود از نمونه‌های آزمایشگاهی شبیه‌سازی شده و با مقایسه نتایج مدل‌ها با نتایج آزمایشگاهی، مدل پیشنهادی برای خرابی مورد تصدیق قرار گرفت. پیش‌بینی کاهش سختی چندلایه‌ها بعلت آسیب پیش‌رونده ماتریس بر مبنای میزان انرژی جذب‌شده و شکست ترد نهایی بر مبنای مدل دسته‌ترک که ایده جدید تحقیق حاضر بوده، دارای دقت خوبی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی بود حال آنکه پیش‌بینی خرابی توسط معیار تنش بیشینه در مورد تیرهای همراستا با الیاف و عمود بر راستای الیاف به ترتیب با ۲۹٪ و ۵۰٪ خطا نسبت به مقادیر آزمایشگاهی بود.

واژه‌های کلیدی

چندلایه‌های کامپوزیتی؛ مدل دسته ترک؛ معیار خرابی هشین؛ انرژی جذب‌شده؛ آسیب پیش‌رونده.

Investigation into brittle flexural failure in composite laminates by crack band model and Hashin theory

Ali Reza Nazari^{1*}, Mehdi Khanzadeh-Moradillo²

¹ Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Technical and Vocational University, Tehran, Iran

² Assistant Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Temple University, Philadelphia, USA

*Corresponding author Email: arnazari@tvu.ac.ir

Abstract

To assess the ultimate strength of polymeric composite laminates, various criteria have been proposed, however the response of composite laminates depends on characteristics of the specimens such as the type of material, dimensions of the specimens and the fabrication type. In this paper, the composite laminates, made of UD glass fibers and vinylester resin were examined under 3PB condition. Additionally, the FE models were used to simulate the mechanical behavior of specimens under 3PB. The degradation of stiffness and the ultimate brittle failure of the laminates were modeled using the Hashin damage in the matrix and the bundle failure model related to breakage of the fibers. The algorithm determined for the FE model, could predict the ultimate strength of the composite laminates accurately. A comparison between the experimental and the simulation results indicated the reliability of the modeling technique to assess both progressive and brittle failures in the composite laminates.

Keyword: Composite laminates; Crack band model; Hashin criteria; Energy absorption; Progressive damage.

مقدمه

مواد پلیمری تقویت‌شده با الیاف از ترکیب دو فاز شامل الیاف تقویت‌کننده با رفتار الاستیک و شکست غالباً ترد و دیگری یک ماده زمینه پلیمری که یکی از انواع رزین است تشکیل می‌شوند که فاز دوم دارای رفتاری نسبتاً پیچیده بوده و ممکن است وابسته به نوع رزین و خصوصیات ابعادی قطعات، رفتار مکانیکی متغیری نشان می‌دهند [1] بعنوان مثال تغییر مدول الاستیسیته و تنش نهایی قابل تحمل چندلایه‌های ساخته شده از این مواد تحت بارگذاری خمشی و کششی بصورت متفاوت گزارش شده است. بالاک [2] و ویسنام [3] اندازه‌گیری تنش نهایی بزرگتر برای چندلایه کربن-اپوکسی را تحت بار خمشی نسبت به مقاومت نهایی ماده تحت بار کششی، قرار گرفتن حجم کمتری از نقایص احتمالی ماده در معرض تنش بیشینه در شرایط بارگذاری خمشی نسبت به بارگذاری کششی عنوان کردند. ویتنی و نایت [4] بر اساس چنین مفهومی توسط مدول احتمالاتی ویبول، تلاش کردند میزان تنش نهایی بیشینه تجربه شده در چندلایه را زیر بارگذاری خمشی پیش‌بینی کنند. اسمیت و همکاران [5] مقدار مدول الاستیسیته خمشی اندازه‌گیری شده برای چندلایه‌های کربن-اپوکسی را کوچکتر از مدول الاستیسیته کششی مواد ملاحظه کردند. کتل و کیبل [6] مقاومت خمشی چندلایه‌های از جنس شیشه-اپوکسی را حدود ۴۳ درصد بیشتر از مقاومت کششی این چندلایه‌ها ملاحظه کردند. دودیکان و همکاران [7] توسط مدلی بر اساس میزان انرژی جذب شده، خرابی چندلایه‌های کامپوزیتی را برای حالت‌های پیچیده تنش مناسب پیش‌بینی کردند.

دامنه و نوع تغییر خصوصیات مواد پلیمری برای جنس‌های مختلف بصورت متفاوت گزارش شده است حال‌آنکه تغییر خصوصیات، باعث تغییر رفتار مکانیکی تحت

بارگذاری‌های مختلف مشاهده شده است. تغییر مشخصات مکانیکی چندلایه‌ها با تغییر اندازه نمونه بصورت گسترده توسط ویسنام [8] بررسی شده است. محمدی و محمودی [9] چندلایه‌های کامپوزیتی را بر اساس فرضیات کیرشهف و تئوری ورق‌های نازک مدل‌سازی کرده و تاثیر تغییر خصوصیات مکانیکی مواد را در نتیجه عوامل مختلف از جمله دما و رطوبت بر رفتار خمشی چندلایه‌ها به میزان قابل توجهی مشاهده کردند. رفتار مکانیکی چندلایه‌ها همچنین متأثر از شکل وسیله بارگذاری مشاهده شده است بعنوان مثال رمضانی و محمدی [10] خیز چندلایه‌های کامپوزیتی را ناشی از ضربه سقوط آزاد پرتابه‌های مختلف ملاحظه و بیشینه خیز متفاوتی را در برابر این پرتابه‌ها اندازه‌گیری کردند. موجیکا و همکاران [11] و مورنو و همکاران [12] کاهش مدول الاستیسیته خمشی نسبت به مدول الاستیسیته کششی در چندلایه‌های کربن-اپوکسی را به کاهش مدول الاستیسیته چندلایه‌ها تحت تنش فشاری نسبت به مدول الاستیسیته ماده تحت کشش نسبت دادند که نتیجه آن کاهش مدول الاستیسیته خمشی نسبت به مدول الاستیسیته کششی بود، حال‌آنکه نظری و همکاران [13]، مدول الاستیسیته خمشی چندلایه‌های شیشه/وینیل‌استر را بزرگتر از مدول الاستیسیته کششی مشاهده کردند که علت آن ممکن است بر اساس استدلال بالا به افزایش مدول الاستیسیته وینیل‌استر تحت فشار نسبت به این پارامتر تحت کشش مربوط شود. باتاچاریا و همکاران [14] استفاده از مدل الیاف گروهی را برای بررسی مقاومت نهایی در تیرهای چندلایه بر اساس تابع احتمالاتی ویبول پیشنهاد کردند. کیم و هونگ [15] از مدل خرابی گروهی الیاف برای شبیه‌سازی خرابی در الیاف و از مدل فاصله برشی برای شبیه‌سازی آسیب در ماتریس چندلایه‌های کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی استفاده کردند که در مدل خرابی گروهی

از تابع احتمال ویبول جهت کاهش سختی الیاف استفاده شده بود.

خصوصیات مکانیکی در چندلایه‌های پلیمری تقویت‌شده با الیاف همچنین با تغییر لایه‌چینی و یا تعداد لایه‌ها بصورت متغیر مشاهده شده است [16] که به همین دلیل، محققین معیار خرابی مناسب برای بررسی شکست چندلایه‌ها را وابسته به جنس مصالح و ساختار چندلایه‌ها انتخاب کرده‌اند. همچنین شکل شکست چندلایه‌ها برای مواد و لایه‌چینی‌های مختلف متفاوت گزارش شده است بعنوان مثال هوآنگ [17] شکست چندلایه‌های بافته شده از جنس کربن-اپوکسی را بصورت تدریجی گزارش کرده حال آنکه مورینو و همکاران [18]، شکست چندلایه‌های از جنس شیشه-اپوکسی را بصورت یکباره و تحت اثر عملکرد گروهی معرفی کردند. ویسنام و همکاران [19] شکست چندلایه‌های با الیاف کربن را بصورت یکباره ملاحظه و شبیه‌سازی کردند.

تاثیر نوع ماتریس پلیمری در میزان ترد بودن شکست چندلایه‌های کامپوزیتی کمتر در تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است. سپهوند و همکاران [20] رفتار شکست ترد را در نمونه‌های بتنی قرار گرفته تحت ضربه سقوط آزاد ملاحظه کرده و تاثیر کاربرد ورقه‌های مشبک فولادی را در میزان جذب انرژی نمونه‌های بتنی بصورت آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی برآورد کردند. عظیم و همکاران [21] تاثیر لایه‌چینی‌های مختلف را در مورد نوع خرابی چندلایه‌های هیبریدی از جنس شیشه و کربن ملاحظه کرده و خرابی مشاهده شده را توسط معیارهای هشین شبیه‌سازی کردند.

در تحقیق حاضر، تغییر مدول الاستیسته خمشی نسبت به مدول الاستیسته کششی در چندلایه‌های شیشه-وینیل‌استر در لایه‌چینی‌های تک‌جهته بصورت آزمایشگاهی ملاحظه

شده و معیاری جدید برای پیش‌بینی لحظه خرابی و تعیین تنش نهایی بیشینه تجربه شده در چندلایه‌ها بر اساس میزان جذب انرژی پیشنهاد می‌شود. اگرچه در تحقیقات قبلی معیارهای خرابی متعددی بر اساس میزان انرژی جذب شده در مواد کامپوزیتی پیشنهاد و مورد تصدیق قرار گرفته، نوآوری تحقیق حاضر عبارت از کاربرد چنین معیاری در مورد مصالح ترد و در تلفیق با مدل دسته‌ترک بوده است. یانوسی و انکرسون [22] یک مدل آسیب بر اساس میزان انرژی جذب شده در مواد توسعه داده و پیشرفت خرابی را در هر نقطه محاسباتی از مدل و نه بصورت یک دسته بررسی کردند که بنابراین برای پیش‌بینی شکست در مورد مصالح ترد کافی نبوده است. در ادامه تحقیق، مدل‌های المان محدود مطابق با نمونه‌های آزمایش ساخته شده و روش مدل‌سازی مورد تصدیق قرار می‌گیرد. معیار معرفی شده بر اساس میزان انرژی جذب شده در سطح دسته‌ترک با مشاهدات آزمایشگاهی در لایه‌گذاری‌های تک‌جهته مقایسه شده و دقت مدل‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

برنامه مطالعه آزمایشگاهی

چندلایه‌های از جنس شیشه-وینیل‌استر با پارچه‌ای از الیاف یک جهته با دانسیته سطحی 400 gr/m^2 و مقاومت کششی 600 MPa با روش تزریق رزین به قالب تحت فشار ساخته شد که در چندلایه‌های دارای چهار لایه، ضخامتی معادل 0.75 mm برای هر لایه با دانسیته 1800 kg/m^3 ایجاد کرد. با توجه به مدنظر قرار گرفتن رفتار چندلایه‌های تک‌جهته، نمونه‌هایی همراستا الیاف و عمود بر الیاف تهیه شد. در سطح خارجی چندلایه‌ها، مطابق با موارد کاربرد صنعتی، از پوششی ژلاتینی به رنگ آبی استفاده شد که جهت محافظت در برابر هوازگی و رطوبت و کاهش نفوذپذیری بکار می‌رود. جدول ۱ خصوصیات مکانیکی

یک تک‌لایه کامپوزیتی [23] تعیین شده توسط تست‌های استاندارد را نشان می‌دهد.

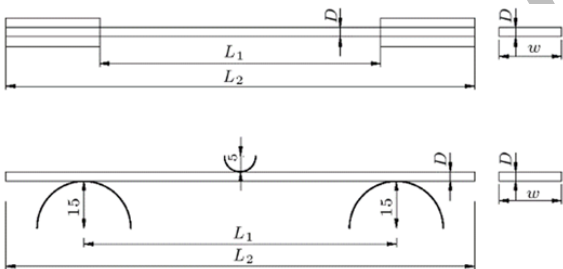
جدول ۱- خصوصیات مکانیکی ورقه‌های کامپوزیتی تک‌لایه از جنس شیشه-وینیل‌استر [23].

خصوصیات مکانیکی لایه‌های تک‌جهته لایه‌های بافته شده		
۷۵۵۰	۱۲۱۰۰	E_1 (MPa)
۷۵۵۰	۱۴۲۰	E_2 (MPa)
۱۲۸۰	۱۴۲۰	E_3 (MPa)
۰,۱۵	۰,۲	ν_{12}
۰,۲	۰,۲	ν_{13}
۰,۲	۰,۳۵	ν_{23}
۱۷۵۰	۱۰۷۰	G_{12} (MPa)
۶۸۰	۱۰۷۰	G_{13} (MPa)
۶۸۰	۷۷۰	G_{23} (MPa)

از لقمه‌هایی بین نمونه و گیره استفاده شد. همچنین جهت حفظ تعادل در نمونه‌ها، اندازه L_2 حداقل ۵۰ میلی‌متر بزرگتر از طول دهانه، L_1 ، در نظر گرفته شد. مقدار D برای ضخامت نیز با توجه به چهار لایه بودن همه نمونه‌ها برابر 3 mm اندازه‌گیری شد.

جدول ۲- معرفی نمونه‌های آزمایش و ابعاد طبق شکل ۱.

عنوان نمونه	L_1 (mm)	w (mm)	لایه‌چینی	مدول الاستیسیته خمشی (MPa)
TS1	۸۰	۲۰	(0 ₄)	-
TS2	۸۰	۲۰	(90 ₄)	-
FS1	۲۰۰	۵۰	(0 ₄)	۱۳,۶۰۰
FS2	۲۰۰	۵۰	(90 ₄)	۴,۴۴۰
FS3	۱۰۰	۲۰	(0 ₄)	۱۳,۳۰۰
FS4	۱۰۰	۲۰	(90 ₄)	۴,۰۵۰



شکل ۱: ابعاد نمونه‌ها و تکیه‌گاه در شکل شماتیک.

شکل ۲ چیدمان آزمایش را برای تیر FS1 تحت بارگذاری توسط دستگاه Zwick نشان می‌دهد. مدول الاستیسیته تیرها مطابق با استاندارد [24] از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$E_B = L_1^3 m / 4wD^3 \quad (1)$$

که در آن L_1 ، w و D به ترتیب طول دهانه، عرض و ضخامت تیر و m شیب مماس منحنی بدست آمده برای مقادیر بار-تغییر مکان این تیرهاست. بر این اساس مقدار مدول الاستیسیته خمشی (E_B) برای تیرها مطابق جدول ۲ ارائه شده است. استاندارد ASTM D790-07 تنش در سطح خارجی تیرها را بر اساس مکانیک کلاسیک و با فرض

برای ملاحظه رفتار خمشی چندلایه‌ها و بدست آوردن مدول الاستیسیته خمشی برای لایه‌چینی‌های مختلف مطابق با استاندارد ASTM D790-07 [24] عمل شد. این استاندارد نسبت طول دهانه به ضخامت (L_1/D) نمونه‌های تیر برای آزمایش خمشی را برابر ۳۲ پیشنهاد می‌کند. زیوبن [16] برای ملاحظه مدول الاستیسیته تیرهایی با نسبت ابعاد $L_1/D=67$ و اسمیت و همکاران [5] برای ملاحظه بیشینه تنش خمشی قابل تحمل در چندلایه‌ها، تیرهایی با نسبت $L_1/D=33$ آزمایش کردند. از آنجا که با توجه به ضخامت کم چندلایه‌ها، ملاحظه بیشینه تنش قابل تحمل در تیرهایی با نسبت L_1/D بزرگ معمولاً ممکن نیست، از این رو در تحقیق حاضر، مدول الاستیسیته توسط نمونه‌هایی با $L/D=67$ و $L/D=33$ و مقاومت‌نهایی در نمونه‌هایی با $L/D=33$ مورد ملاحظه قرار گرفت. جدول ۲ ابعاد تعریف شده برای نمونه‌های مورد بررسی طبق شکل شماتیک ۱ و مقدار مدول الاستیسیته خمشی مربوطه را نشان می‌دهد که در آن، نمونه‌های کششی با نام TS و نمونه‌های خمشی با نام FS نشان داده شده‌اند. جهت جلوگیری از وارد شدن آسیب به نمونه‌های تحت کشش، در محل اتصال به گیره

رفتار خطی برای مصالح، پیشنهاد می‌کند حال آنکه این مقدار دارای اختلاف زیاد با نتایج آزمایشگاهی بوده [25] فلذا نیازی به ارائه آن نبود و تعیین میزان تنش نهایی قابل تحمل از طریق شبیه‌سازی با مدل‌های المان محدود بدست می‌آید.



شکل ۲: چیدمان بارگذاری مربوط به آزمایش سه نقطه

خمشی در مورد نمونه FS1.

مدل‌سازی المان محدود

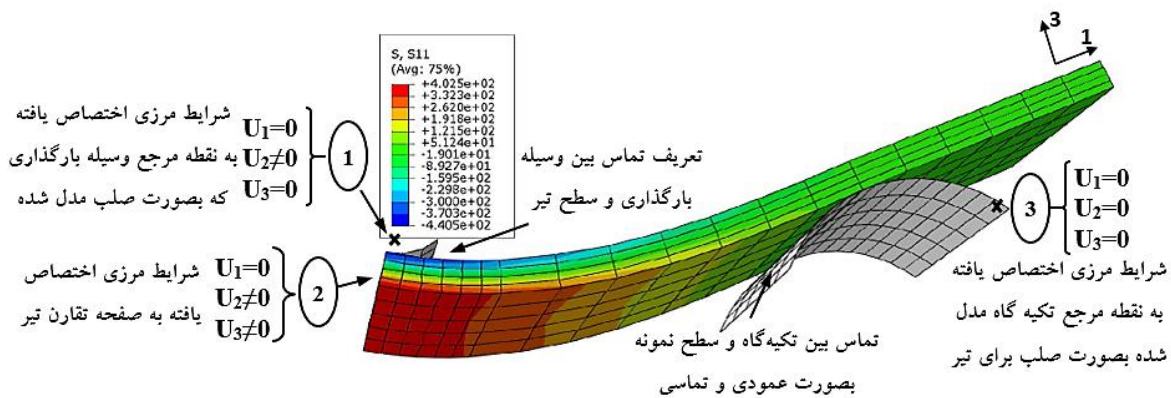
مدل‌سازی تیرهای چندلایه کامپوزیتی توسط المان‌های آجری C3R8 انجام شد. نرم‌افزار مورد استفاده برای مدل‌سازی، آباکوس بود که دارای قابلیت خوبی برای بررسی رفتار خرابی در مواد است [26]. تکیه‌گاه‌ها بصورت صلب و توسط المان‌های پوسته‌ای S4R مدل‌سازی شده و تماس بین سطح تیر و سطح تکیه‌گاه‌های غلتکی از پایین و سطح وسیله بارگذاری از بالا، در دو راستا شامل راستای عمودی با شرایط میزان نفوذپذیری صفر و راستای تماسی با در نظر گرفتن یک ضریب اصطکاک بین سطوح انجام شد که این ضریب با توجه به کیفیت سطوح تکیه‌گاه‌ها و سطح تیر کامپوزیتی برابر ۰٫۳، تعریف شد [13]. مطالعه همگرایی مش‌بندی در مورد نمونه‌ها انجام شد که نتیجه آن کفایت اختصاص یک المان به ازای هر لایه در ضخامت تیرها و بیشینه اندازه مش برابر ۲۰ mm در سطح تیر و برابر mm ۱۰ در میانه دهانه با توجه به تمرکز تنش و نیاز به ریزتر

بودن المان‌ها در این ناحیه بود [25]. شکل ۳ مدل المان محدود، شرایط مرزی اعمال شده و تماس تعریف شده بین سطوح را نشان می‌دهد. در این شکل محورهای محلی (۳، ۲، ۱) مشخص شده و مولفه‌های مقید شده از جابجایی‌ها جهت مدل‌کردن تکیه‌گاه و صفحه تقارن مدل بصورت (U_i) معرفی شده‌اند. مطالعه دستیابی به الگوی مش‌بندی بهینه بمنظور حفظ اختصار، از ارائه در مقاله صرف‌نظر شد. مدل‌سازی خرابی و آسیب در چندلایه‌ها توسط سابروتین VUSDFLD پیشنهادی توسط برنامه آباکوس تعریف شد که در ادامه به آن اشاره خواهد شد.

شبیه‌سازی گسیختگی ترد توسط مدل

دسته ترک

از آنجا که هر چقدر سرعت بارگذاری چندلایه‌های کامپوزیتی بیشتر باشد شکست مصالح معمولاً بصورت تردتر ملاحظه می‌شود، شبیه‌سازی مقاومت نهایی سازه‌ها تحت بار ضربه‌ای بر مبنای تئوری‌های شکست تدریجی ممکن است پیش‌بینی صحیحی ارائه نکرده، ضمن اینکه مدل‌سازی مقاومت پسماند نیز توسط چنین مدل‌هایی معمولاً با خطاهای بزرگی همراه است [13]. از آنجایی که عموماً الیاف رفتار ترد دارند، وقوع رفتار شکست تدریجی و یا ترد در چندلایه‌های کامپوزیتی، نه وابسته به رفتار الیاف بلکه بیشتر تحت تاثیر رفتار ماتریس به نظر می‌رسد. بر همین اساس بررسی رفتار چندلایه‌ها در هر دو جهت همراستا با الیاف و عمود بر الیاف توسط آزمایشات شناسایی ضروری است. در نمونه‌های کششی ساخته شده از چندلایه‌ها در جهت الیاف (TS1) و عمود بر الیاف (TS2)، وقوع شکست بصورت یکباره و ترد ملاحظه شد حال آنکه قبل از شکست نهایی در نمونه عمود بر راستای الیاف، مقدار قابل توجهی نرم‌شدگی وجود داشت اما در



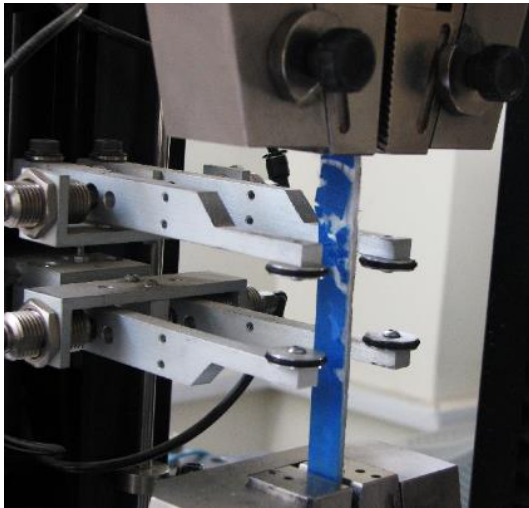
شکل ۳: مش بندی و شرایط مرزی مدل المان محدود تعریف شده برای تیرهای چندلایه کامپوزیتی.

طرفی شکست در برخی از انواع چندلایه‌های تحت خمش، نه مربوط به لایه‌های کششی و بلکه بعلت فشار در لایه‌های بالایی مقطع ملاحظه شده است [17] بر همین اساس، یک نتیجه منطقی، انتخاب معیارهای شکست در چندلایه‌ها با توجه به خصوصیات آن‌ها شامل جنس و یا نوع ساخت است. اگرچه در تحقیق حاضر شکست نمونه‌های دارای الیاف تک‌جهته بصورت ترد ملاحظه شده اما شکست چندلایه‌ها با تغییر نوع لایه‌چینی موضوعی است که باید در تحقیقات آتی مورد بررسی قرار گیرد.

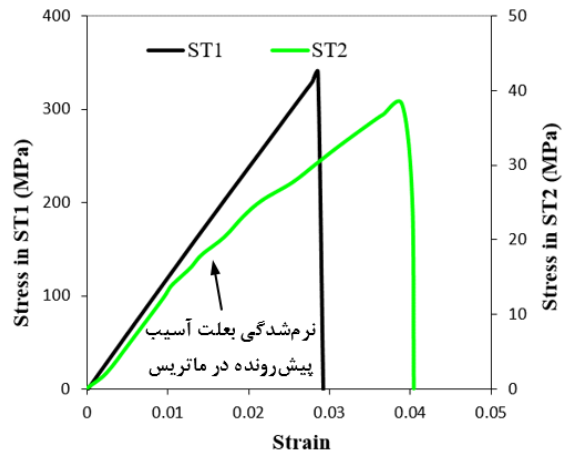
بر اساس مشاهدات انجام شده، مناسب‌ترین مدل شکست برای پیش‌بینی شکست ترد در چندلایه‌ها، مدل دسته‌ترک تشخیص داده شد که توسط بازانت و اوه [27] پیشنهاد شده و در آن جذب میزانی از انرژی در یک محدوده مشخص (ناحیه گسیخته شده) معیار شکست محسوب می‌شود.

از آنجایی که اندازه‌گیری انرژی جذب شده با ملاحظه امکان تغییر مدول الاستیسیته چندلایه‌ها و امکان تغییر مقادیر تنش و یا کرنش نهایی در زمان شکست تحت بار خمشی، تا حدودی پیچیده به نظر می‌رسید، اندازه‌گیری میزان انرژی بحرانی لازم برای شکست چندلایه‌ها توسط آزمایش کشش منطقی‌تر بود که بر این اساس سطح زیر منحنی تنش-کرنش مطابق با شکل ۴ در نمونه‌های TS1 و TS2 بعنوان

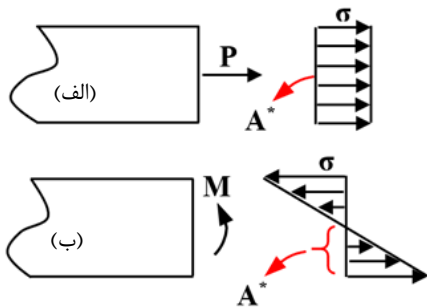
نمونه همراستا با الیاف، شکست ترد قبل از هرگونه نرم‌شدگی قبل بوقوع پیوست، فلذا بر اساس مشاهدات کافی، از ترد بودن شکست نهایی در چندلایه‌های مورد بررسی، اطمینان حاصل شد. در مورد نمونه‌های خمشی نیز شکست چندلایه‌ها بصورت یکباره و پس از ملاحظه مقدار بیشینه بار تحمل شده بوقوع پیوست. اگرچه در این تحقیق بر روی چندلایه‌های ساخته شده با رزین وینیل‌استر، شکست نهایی بصورت ترد ملاحظه شد اما نوع شکست چندلایه‌های کامپوزیتی فقط وابسته به جنس مواد نبوده و در بسیاری از گزارشات، عملکرد خمشی وابسته به اندازه نمونه، سرعت بارگذاری و یا نوع ساخت چندلایه‌ها گزارش شده است [26]. بعنوان مثال در چندلایه‌های دارای اتصال بین‌لایه‌ای قوی، شکست بصورت ترد و در موارد اتصال ضعیف بین لایه‌ها، شکست بصورت لایه‌به‌لایه و تدریجی ملاحظه شده است. هوآنگ [17] شکست خمشی چندلایه‌های کربن-اپوکسی تحت آزمایش خود را بصورت لایه‌به‌لایه و ویسنام و همکاران [8, 19] شکست خمشی در چنین چندلایه‌هایی با جنس مشابه را بصورت دسته‌ای و وابسته به عملکرد گروهی الیاف گزارش کرده و برای پیش‌بینی آن، بر اساس تئوری احتمالاتی ویبول یک حجم واحد نماینده شامل تعدادی از المان‌ها معرفی کرده و تنش معادل را بر روی این حجم بعنوان معیار در نظر گرفتند. از



شکل ۵: گسیختگی نمونه TS1 پس از آزمایش کشش.



شکل ۴: نتایج تنش-کرنش بدست آمده برای نمونه‌های کامپوزیتی تحت تست کشش.



شکل ۶: نواحی بحرانی برای شکست در نمونه‌های تحت (الف) کشش، (ب) خمش.

$$G^* = \frac{1}{A^*} \iiint_{A^*} \sigma_z d\varepsilon_z \quad (2)$$

در رابطه بالا، σ_z و ε_z به ترتیب تنش و کرنش نرمال بر سطح ترک را نشان می‌دهند. الگوریتم ارائه شده در شکل ۷، برای پیش‌بینی شکست ترد در مدل‌های شبیه‌سازی شده از تیرها استفاده شد.

شبیه‌سازی آسیب پیش‌رونده در جهت

عمود بر الیاف

مشاهدات آزمایشگاهی در مورد تیرهای چندلایه، وقوع آسیب پیش‌رونده و خرابی نهایی ترد در تیرهای کامپوزیتی را بصورت دو پدیده منفک نشان داده، به این معنی که آسیب در لایه‌ها با تجاوز تنش از محدوده الاستیک شروع شده و

انرژی مورد نیاز برای شکست چندلایه‌ها به ترتیب در نمونه‌های ساخته شده همراستا با الیاف و عمود بر راستای الیاف اندازه‌گیری شد. شکل ۴ نرم‌شدگی قابل توجهی را برای نمونه TS2 بر خلاف رفتار نمونه TS1 قبل از شکست نهایی نشان می‌دهد که بعلت آسیب پیش‌رونده نمونه قبل از شکست ترد نهایی ایجاد شده است. شکل ۵ گسیختگی نمونه TS1 را پس از آزمایش کشش توسط دستگاه GALDABINI نشان می‌دهد که در آن وقوع ترک‌های گسترده بر روی سطح ژلاتینی نمونه مشخص است.

در مدل خرابی دسته‌ترک برای شکست ترد، ناحیه ترک‌خورده، ناحیه تحت تنش کششی است که مطابق با شکل ۶ سطح آن برای نمونه‌های کششی و خمشی با A^* نشان داده شده است و مقدار انرژی لازم برای شکست المان‌ها مبنای قرار گرفته که میزان دانسیته این انرژی در واحد سطح از ناحیه A^* اندازه‌گیری شده و در نمونه‌های خمشی، کلیه المان‌های قرار گرفته تحت کشش بعنوان دسته ترک معرفی شدند و رسیدن انرژی جذب شده در این سطح برابر با دانسیته انرژی بحرانی ملاحظه شده در آزمایش کشش مطابق با رابطه (۲) [27] معیار شکست چندلایه‌های قرار گرفته تحت خمش معرفی شد.

گزارش شده است [33]. طبق تئوری هشین آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی در چهار مود اتفاق می‌افتد که از دو معیار آن که مربوط به آسیب الیاف بوده، صرف‌نظر و دو معیار دیگر مربوط به آسیب ماتریس مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به وجود تحقیقات متعددی که نشان‌دهنده کارایی بیشتر معیارهای آسیب بر پایه کرنش نسبت به معیارهای بر پایه تنش هستند [13]، معیارهای هشین بر مبنای مقادیر کرنش برای شروع آسیب بصورت زیر تعریف شدند:

$$f_1 = \left(\frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{\varepsilon_i^s} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2}{(\varepsilon_i^s)^2} + \frac{\varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{22}\varepsilon_{33}}{(\varepsilon_i^s)^2} \geq 1$$

- آسیب در ماتریس تحت کشش

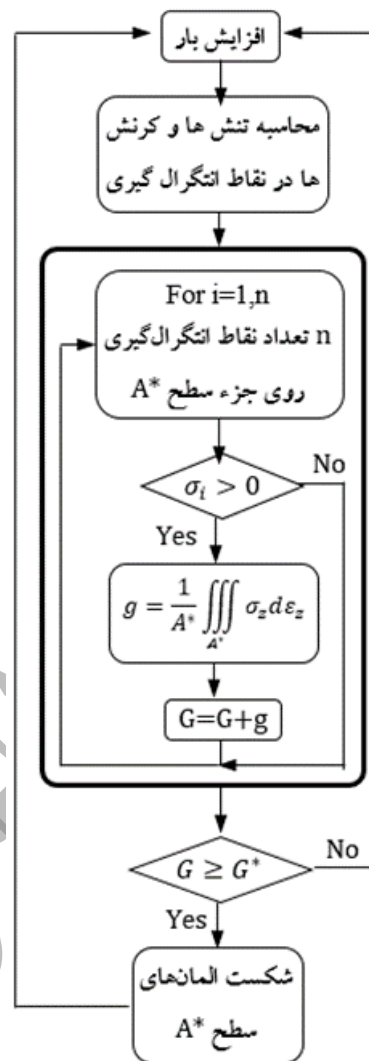
$$f_2 = \left(\frac{\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}}{2\varepsilon_i^s} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}}{\varepsilon_m^c} \left[\left(\frac{\varepsilon_m^c}{2\varepsilon_i^s} \right)^2 - 1 \right] + \frac{\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2}{(\varepsilon_i^s)^2} + \frac{\varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{22}\varepsilon_{33}}{(\varepsilon_i^s)^2} \geq 1$$

- آسیب در ماتریس تحت فشار

در روابط بالا ε_{ij} مولفه‌های کرنش، ε_{mc} و ε_{mt} به ترتیب کرنش حدی فشاری و کششی در جهت عرضی چندلایه‌ها (راستای عمود بر الیاف)، ε_{ls} و ε_{ts} کرنش حدی برشی در جهت طولی و عرضی هستند. جدول ۳ کرنش‌های اندازه‌گیری شده برای نمونه‌های تهیه شده از جهات الیاف و عمود بر الیاف مربوط به لحظه شروع و تکمیل خرابی را نشان می‌دهد که این مقادیر توسط تست‌های شناسایی در دانشگاه صنعتی امیرکبیر برای مصالح مورد استفاده در این

جدول ۳- مقادیر کرنش‌های حدی مربوط به تک لایه کامپوزیتی

مورد مطالعه [18].			
مقدار	خصوصیات	مقدار	خصوصیات
۰٫۰۲۹	$(\varepsilon_{ft})_0$	۰٫۰۰۲	$(\varepsilon_{mc})_0$
۰٫۰۲۹	$(\varepsilon_{ft})_u$	۰٫۰۶۵	$(\varepsilon_{mc})_u$
۰٫۰۰۱۳	$(\varepsilon_{mt})_0$	۰٫۰۰۱۹	$(\varepsilon_{ls})_0$
۰٫۰۲۵۵	$(\varepsilon_{mt})_u$	۰٫۰۳۷	$(\varepsilon_{ls})_u$
۰٫۰۳۲	$(\varepsilon_{fc})_0$	۰٫۰۰۲۲	$(\varepsilon_{ts})_0$
۰٫۰۳۲	$(\varepsilon_{fc})_u$	۰٫۰۴۳	$(\varepsilon_{ts})_u$



شکل ۷: الگوریتم وارد شده در برنامه المان محدود برای بررسی احتمال شکست ترد در تیرهای کامپوزیتی.

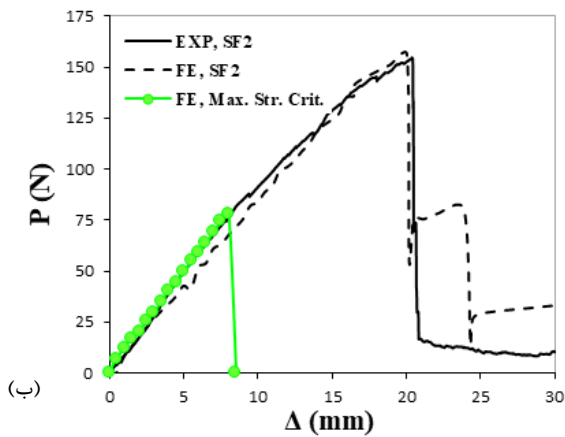
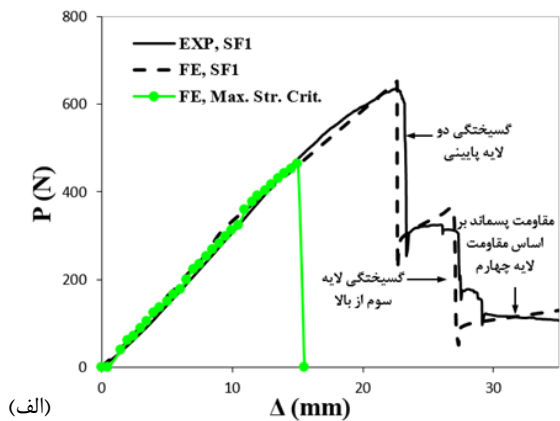
منجر به کاهش سختی بود. از این رو آسیب ماتریس در چندلایه‌ها بر اساس معیارهای هشین [28, 29]، و رشد آسیب بر مبنای متغیر آسیب وابسته به انرژی معادل جذب شده پیشنهادی توسط کامانهو و داویلا [30] و میمی و همکاران [31] شبیه‌سازی شد حال آنکه این متغیر بر اساس تابع پیشنهادی کریسفلد و آلفانو [32] برای شبیه‌سازی خرابی بین‌لایه‌ای تعریف شده و برای مدل‌سازی شکست ترد و مقاومت پسماند در چندلایه‌ها دارای ضعف‌هایی

تحقیق بدست آمده‌اند [23]. در این جدول پارامترهای دارای زیرنویس 0 مربوط به شروع آسیب و پارامترهای دارای زیرنویس u مربوط به حالت تکامل آسیب در تک‌لایه‌های کامپوزیتی می‌باشد.

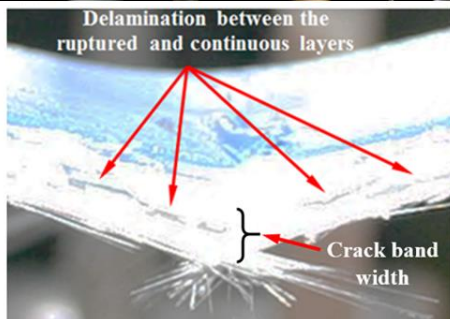
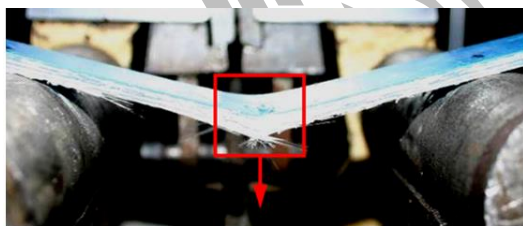
بحث بر روی نتایج

هم‌گونه که ذکر شد شکست نهایی تیرها فقط در مورد نمونه‌های FS3 و FS4 ملاحظه شد زیرا در شکست نهایی در نمونه‌های FS1 و FS2 مقارن با تغییرشکل بسیار زیاد و لیز خوردن قابل توجه نمونه‌ها بر روی تکیه‌گاه بوده و نتایج آن به اندازه کافی قابل اعتماد برای صحت‌سنجی مدل پیشنهاد شده در این تحقیق را نداشت. در نمونه FS3، پس از طی مرحله الاستیک مقدار کمی نرم‌شدگی در لحظه قبل از شکست نهایی ملاحظه شد حال‌آنکه با توجه به فرض کاملاً ترد بودن شکست در جهت الیاف، از این آسیب صرف نظر شد. متناظر با افت نمودار بار-تغییر مکان مربوط به این نمونه در شکل ۸، دو لایه زیرین این تیر به یکباره شکسته شده و سپس لایه‌های بعدی در معرض آسیب قرار گرفتند که پله‌های این نمودار، شکست این لایه‌ها را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، نمودار بدست آمده از مدل المان محدود توانست منحنی آزمایشگاهی را با دقت خوبی شبیه‌سازی کند. شکل ۹ نمونه FS3 را پس از انجام تست در حالی که سه لایه زیرین در آن گسیخته شده، نشان می‌دهد که معیار گسیختگی الیاف (SV1) در مدل المان محدود ارائه شده در شکل ۱۰، خرابی این لایه‌ها را تایید می‌کند.

نمونه FS4 رفتار آسیب پیش‌رونده و معیار خرابی در تیری را نشان می‌دهد که در آن راستای الیاف عمود بر طول تیر بود. پیشرفت آسیب در این تیر بصورت نرم‌شدگی در



شکل ۸: نمودار بار-تغییر مکان بدست آمده از تست خمش نمونه‌های الف) FS1 و ب) FS2.



شکل ۹: وضعیت شکست لایه‌های کششی زیرین در نمونه FS3 پس از انجام تست خمش.

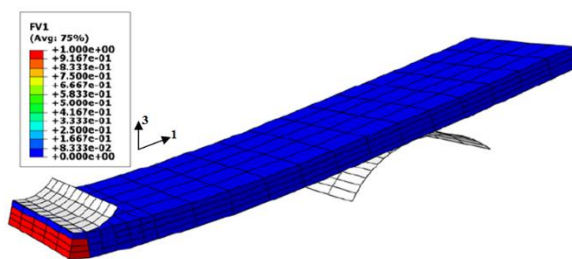
ترتیب برابر 345 MPa و 38 MPa بود. بر اساس این مشاهدات، میزان تنش خارجی ترین لایه در این نمونه‌ها در صورت قرارگرفتن چندلایه‌ها تحت خمش بنحو چشمگیری افزایش یافته است.

نتیجه‌گیری

شکست چندلایه‌های کامپوزیت پلیمری به عوامل متعددی از جمله جنس ماتریس و الیاف وابسته بوده و بهمین علت، توسعه تئوری‌های مربوط به رفتار این مواد را که بصورت گسترده در سازه‌های نوین مورد استفاده هستند پیچیده نشان می‌دهد. در این مقاله شکست چندلایه‌های کامپوزیتی از جنس الیاف شیشه و رزین وینیل استر تحت بارگذاری خمشی بصورت ترد ملاحظه شد و هدف مقاله ارائه مدلی مناسب برای شبیه‌سازی این نوع شکست بود. مدل‌های المان محدود مطابق با نمونه‌های آزمایشگاهی ساخته شده و خرابی چندلایه‌ها ناشی از آسیب ماتریس بصورت پیشرونده و بر اساس تئوری هشین و شکست نهایی بر اساس تئوری دسته‌ترک و میزان بحرانی انرژی جذب شده در سطح مستعد گسیختگی شبیه‌سازی شد. میزان انرژی جذب شده توسط چندلایه‌ها برای خرابی زیر بار کششی بدست آمده و سپس مدول الاستیسیته خمشی چندلایه‌ها با آزمایش نمونه‌های با نسبت طول دهانه به عمق بزرگ بدست آمد. مقایسه مدل‌های المان محدود با نتایج آزمایشگاهی، دقت بالای فرضیات پیشنهادی را در مقایسه با پیش‌بینی خرابی بر اساس معیارهای بر پایه تنش بیشینه نشان دادند. در مدلی که معیار خرابی بر اساس انرژی جذب شده توسط دسته‌ترک تعیین شده بود پیش‌بینی بیشینه بار قابل تحمل در نمونه آزمایشگاهی بدون خطا و در صورت انتخاب معیار خرابی بر اساس بیشینه تنش در چندلایه‌ها، بار بیشینه قابل تحمل در نمونه‌ها بین 29% تا 50% خطا

نمودار بار-تغییر مکان شکل ۸ (ب) واضح است حال آنکه شکست نهایی آن با نفوذ ترک در هر دو بخش کششی و فشاری سطح مقطع بوقوع پیوسته و مقاومت پسماند کمتری نسبت به نمونه FS3 باقی می‌ماند. در مدل المان محدود این نمونه با توجه به فرض عرض ترک فقط در قسمت کششی، خرابی بصورت مرحله‌ای شبیه‌سازی شده است. ملاحظه این نمونه نشان داد که خرابی چندلایه‌ها در صورت وقوع در جهت عرضی (عمود بر راستای الیاف) فقط منحصر به ناحیه کششی نبوده و شکست ترد وارد بخشی از ناحیه فشاری نیز می‌شود. مقاومت پسماند کم در نمونه FS3 نیز مویید خرابی ترد در بخش بزرگی از مقطع است بصورتی که خرابی در لایه‌های فشاری نیز نفوذ کرده است.

در شکل ۸، علاوه بر نتایج بار-تغییر مکان بدست آمده توسط مدل بر مبنای معیار خرابی انرژی جذب شده توسط دسته‌ترک، نتایج مدل بر مبنای معیار خرابی تنش بیشینه (Max Str. Crit.) نیز ارائه شده که میزان باربری را به مقدار قابل توجهی کمتر پیش‌بینی کرده است زیرا تنش بیشینه چندلایه‌ها تحت خمش افزایش پیدا کرده و معیار تنش بیشینه قادر به پیش‌بینی آن نبوده است. معیار خرابی انرژی جذب شده، بیشینه تنش را در نمونه FS3 و FS4 به ترتیب برابر 400 MPa و 80 MPa پیش‌بینی کرد در صورتی که تنش بیشینه اندازه‌گیری شده در نمونه‌های TS1 و TS2 به



شکل ۱۰: مدل المان محدود از آسیب لایه‌های زیرین در

نمونه FS3.

[11] Mujika, F., Carbajal, N., Arrese, A., and Mondragon, I., "Determination of tensile and compressive moduli by flexural tests", *Polymer Testing*, Vol. 25, pp. 766-771, 2006.

[12] Moreno, M. C. S., Gutiérrez, A. R., and Vicente, J. L. M., "Different response under tension and compression of unidirectional carbon fibre laminates in a three-point bending test", *Composite Structures* Vol. 136, pp. 706-711, (2016).

[13] Nazari, A. R., Kabir, M. Z., and Hosseini-Toudeshky H., "Investigation into stiffness degradation progress in Glass/Vinylester laminated beams under large deformations", *Scientia Iranica A* Vol. 25, No. 5, pp. 2389-2403, 2018.

[14] Bhattacharyya P., Chakrabarti B. K., et al., "Modelling critical and catastrophic phenomena in geoscience", *Lect. Notes Phys.*, Vol. 705 (Springer, Berlin Heidelberg 2006), DOI 10.1007/b11766995.

[15] Kim, Y. W., and Hong, C. S., "Progressive failure model for the analysis of laminated composites based on finite element approach", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 11, No. 10, pp. 1078-1092, 1992.

[16] Zweben, C. "Is There a Size Effect in Composite Materials and Structures?," *Composites*, Vol. 25, pp. 451-454, 1994.

[17] Huang, Z., M., "Progressive flexural failure analysis of laminated composites with knitted fabric reinforcement," *Mechanics of Materials*, Vol. 36, pp. 239-260, 2004.

[18] Caminero, M. A., Rodríguez, G. P., and Muñoz, V., "Effect of stacking sequence on Charpy impact and flexural damage behavior of composite laminates", *Composite Structures*, Vol. 136, pp. 345-357, 2016.

[19] Li, X., Hallett, S. R., and Wisnom M. R., "A finite element based statistical model for progressive tensile fibre failure in composite laminates", *Composites: Part B*, Vol. 45, pp. 433-439, 2013.

[20] Sepahvand, H., Hosseini, M., and Hatami H., "An experimental and numerical investigation into concrete specimens with expanded metal sheet under impact loading", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics* Vol. 32, No.1, pp. 211-229, 2021.

[21] Azeem, M., Ya, H. H., et al., "Macroscale assessment of low- velocity impact on hybrid composite laminates", *Materialwiss Werkstofftech*, Vol. 52, No. 10, pp. 1101-1111, 2021.

[22] Iannucci, L., and Ankersen, J., "An energy based damage model for thin laminated composites", *Composites Science and Technology* Vol. 66, pp. 934-951, 2006.

[23] Nazari, A. R., "Investigation of load carrying and progressive failure in the composite sandwich panels with elastomeric foam under biaxial bending", Ph.D. Thesis, Amirkabir University of Technology, Iran, 2016.

داشت. اگرچه مدل خرابی پیشنهادی در این تحقیق در مقایسه با نتایج بدست آمده برای چندلایه‌های دارای الیاف تک‌جهته مورد تصدیق قرار گرفت، بررسی کفایت این مدل برای سایر لایه‌چینی‌ها می‌تواند در تحقیقات آینده شامل شود.

مراجع

[1] Jones, R., M., "Mechanics of Composite Materials with Different Moduli in Tension and Compression", Final scientific report, Air force office of scientific research (1978).

[2] Bullock, R. E., "Strength Ratios of Composite Materials in Flexure and in Tension", *Journal of Composite Materials*, Vol. 8, pp. 200-206, 1974.

[3] Wisnom M., R., "The relationship between tensile and flexural strength of unidirectional composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 26, pp. 1173-1180, 1991.

[4] Whitney, J., M., and Knight, M., "The relationship between tensile strength and flexure strength in fiber-reinforced composites", *Experimental Mechanics*, Vol. 20(6), pp. 211-216, 1980.

[5] Smith, D., L., Wardle M., and W., Zweben, C., "Test Methods for Fiber Tensile Strength, Composite Flexural Modulus and Properties of Fabric-Reinforced Laminates", In: SW Tsai (ed) *Composite Materials: Testing and Design (Fifth Conference)*, ASTM STP 674, West Conshohocken: American Society for Testing and Materials, pp. 228-262, 1979.

[6] Cattell, M., K. and Kibble, K., A., "Determination of the relationship between strength and test method for glass fibre epoxy composite coupons using weibull analysis", *Materials and Design*, Vol. 22, pp. 245-250, 2001.

[7] Doudican, B., M., Zand, B., Amaya, P., et al. "Strain energy based failure criterion: comparison of numerical predictions and experimental observations for symmetric composite laminates subjected to triaxial loading", *Journal of Compos Materials*, Vol. 47, No. 6, pp. 847-866, 2012.

[8] Wisnom, M.R., "Size effects in the testing of fibre-composite materials", *Composites Science and Technology* Vol. 59, pp. 1937-1957, 1999.

[9] Mohammadi, M., and Mahmoodi, M., "The effect of material degradation on the bending of laminated plates", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics* Vol. 34, No. 2, pp. 1-14, 2022.

[10] Ramezani M. J., and Mohammadi M., "Numerical and experimental investigation of deflection of laminated composites due to drop weight impact of different projectiles", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics* Vol. 33, No. 2, pp. 41-54, 2021.

- [29] Hashin, Z. and Rotem, A. "A fatigue criterion for fiber reinforced materials", *J. Compos. Mater.*, Vol. 7, pp. 448- 464, 1973.
- [30] Camanho P. P., Davila C. G., "Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials", NASA/TM-2002-211737.
- [31] Maimi, P., Camanho, P. P., Mayugo J. A., and Davila, C.G. "A thermodynamically consistent damage model for advanced composites", NASA/TM-2006-214282, 2006.
- [32] Alfano, G. and Crisfield M. A., "Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 50, pp. 1701-1736, 2001.
- [33] Nazari, A. R., Kabir, M. Z., Hosseini-Toudeshky H., "Investigation of elastomeric foam response applied as core for composite sandwich beams through progressive failure of the beams", *J Sandw Struct Mater*, Vol. 21, No. 2, pp. 604-638, 2019.
- [24] ASTM, "Standard test methods for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials", Designation: D790-07, 2007.
- [25] Nazari, A. R., Kabir, M. Z., and Hosseini-Toudeshky H., "On the decreasing flexural modulus of glass/vinylester composite beams up to failure state", *Latin American Journal of Solids and Structures* Vol. 14, pp. 1-26, 2017.
- [26] ABAQUS, "Analysis user's manual. Version 6.10", ABAQUS Inc, 2010.
- [26] Mohammadkhani, P., Jalali, S. S., and Safarabadi, M., "Experimental and numerical investigation of low-velocity impact on steel wire reinforced foam core/composite skin sandwich panels", *Composite Structures*, 2020.
- [27] Bazant, Z. P. and Oh, B. H., "Crack band theory for fracture of concrete", *Mater. Struct.*, Vol. 16, pp. 155-177 1983.
- [28] Hashin, Z. "On elastic behavior of fibers reinforced materials of arbitrary transverse phase geometry", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 13, pp. 119-134, 1965.