

# پیاده‌سازی کنترل مقاوم مود لغزشی تطبیقی جهت پایدارسازی خودرو الکتریکی موتور در چرخ در شرایط اضطراری

محمد امین قماش\*  
دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

رضا کاظمی  
استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

## چکیده

در این پژوهش با هدف پایدارسازی خودرو الکتریکی موتور در چرخ، نسبت به توسعه یک استراتژی کنترل مقاوم مود لغزشی تطبیقی بر اساس صفحه فاز اقدام می‌گردد. استراتژی کنترل پیشنهادی شامل سه سطح می‌باشد. سطح اول شامل کنترلر مود لغزشی تطبیقی می‌باشد. در این پژوهش نسبت به تغییر وضعیت سیستم با هدف برطرف نمودن مشکل پرش در سیستم و به حداقل رساندن پاسخ تاخیر و خطای ردیابی اقدام می‌گردد. سطح دوم شامل یک الگوریتم کنترل مشترک می‌باشد که بر اساس مدل مرزی منطقه پایدار، صفحه فاز سرعت زاویه لغزشی جانبی خودرو- زاویه لغزش جانبی خودرو پیاده‌سازی می‌گردد. زمانیکه خودرو در منطقه پایدار باشد، الگوریتم کنترلر مود لغزشی تطبیقی برای تعیین گشتاور چرخشی خودرو، از سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو استفاده می‌نماید. و هنگامیکه خودرو خارج از منطقه پایدار قرار داشته باشد، الگوریتم کنترلر مود لغزشی تطبیقی از زاویه لغزش جانبی خودرو و سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو جهت پایدارسازی و بازگرداندن خودرو به منطقه پایدار استفاده می‌نماید. سطح سوم، شامل یک تابع توزیع بهینه جهت تخصیص گشتاور چرخشی به چهار تایر خودرو می‌باشد. به منظور در نظر گرفتن رفتار واقعی خودرو، دینامیک غیرخطی تایر لحاظ می‌گردد. الگوریتم کنترل پیشنهادی در سناریوهای مختلف با شرایط متفاوت کاری و شرایط بحرانی و اضطراری مورد تحلیل و بررسی واقع می‌گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده عملکرد مطلوب و اثربخش الگوریتم کنترل پیشنهادی را در پایدارسازی خودرو الکتریکی موتور در چرخ به نمایش می‌گذارد. همچنین جهت صحت‌گذاری شبیه‌سازی‌های انجام شده از نرم‌افزارهای متلب/کارسیم استفاده می‌گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده، اثربخشی الگوریتم کنترل پیشنهادی را در پایدارسازی خودرو الکتریکی موتور در چرخ به نمایش می‌گذارد.

واژه‌های کلیدی: مود لغزشی، پایداری، سطح لغزش، موتور در چرخ، دینامیک خودرو.

## Implementation of Adaptive Sliding Mode Robust Control technique to Stabilization In-Wheel Motor Electric Vehicle in Emergency Condition

Mohammad amin Ghomashi\* PhD student, Faculty of Mechanical Engineering, K.N.T University of Technology, Tehran, Iran

Reza Kazemi Professor, Faculty of Mechanical Engineering, K.N.T University of Technology, Tehran, Iran

### Abstract

In this research, with the purpose of stabilizing in-wheel motor electric vehicle, an adaptive sliding mode robust control strategy is developed based on the phase plane. The proposed control strategy includes three levels. The first level includes an adaptive sliding mode controller. In this research, changing the state of the system is done with the purpose of solving the problem of chattering in the system and minimizing the reply postpone and following difference. The second level includes a joint control algorithm, which is implemented based on the boundary model of the stable region of the vehicle sideslip angle rate phase plane. When the vehicle is in the stable region, the adaptive sliding mode controller algorithm uses the yaw rate to set the rotational torque of the vehicle. And when the vehicle is outside the stable zone, the adaptive sliding mode control algorithm uses the sideslip angle of the vehicle and the yaw rate to stabilize and return the vehicle to the stable zone. The third level includes an optimal distribution function for allocating rotational torque to four vehicle tires. In order to consider the real behavior of the vehicle, the nonlinear dynamics of the tire is considered. The proposed control algorithm is analyzed and investigated in different scenarios with different working conditions and critical and emergency conditions. The results of the performed simulations show the optimal and effectiveness performance of the proposed control algorithm. Also, MATLAB/Carsim software is used to validate the performed simulations.

**Keywords:** Sliding Mode, Stability, Sliding Surface, In-wheel Motor, Vehicle Dynamic.

## ۱- مقدمه

در دهه اخیر با پیشرفت تکنولوژی‌های مرتبط، تولید خودروهای الکتریکی توسط خودروسازان مطرح دنیا و تقاضای رو به رشد مشتریان این خودروها سبب پررنگ شدن حضور آنها به سبب مصرف انرژی بسیار کمتر، آلاینده‌گی کمتر در صنعت خودروسازی گردید. به طور همزمان با پیشرفت کنترل خودرو و احساس رانندگان در کمک به رانندگی آنها به ویژه در شرایط بحرانی سبب گردید که خودروسازان مطرح دنیا نسبت به طراحی و تولید خودروهای الکتریکی اقدام نمایند. همچنین رویکرد به توسعه خودروهای خودران الکتریکی در کشورهای پیشرفته رو به رشد می‌باشد. لذا محققان نیز در پنج سال گذشته در این زمینه تحقیقات مناسبی داشته‌اند. با توجه به اهمیت مسائل ایمنی، بحث پایداری در خودروهای الکتریکی، یک مبحث جدی و پراهمیت به ویژه در شرایط و مانورهای اضطراری و خطرناک می‌باشد. در مانورهای بحرانی و اضطراری، جفت‌شدگی‌های بسیار قوی مابین دینامیک طولی و عرضی در چندین سطح دینامیک، سینماتیک و نیروهای تاپر وجود دارد. بنابراین، نیاز به یک سیستم کنترل پایدارساز که بتواند در این مانورها خودرو را هدایت نماید، به خوبی احساس می‌گردد. زمانیکه خودرو الکتریکی موتور در چرخ با چهار چرخ مستقل در یک مسیر منحنی شکل با سرعت بالا دچار چرخش گردد یا به دلایلی در مسیر مستقیم با سرعت بالا دچار انحراف به سمت‌های جاده گردد، یک شتاب جانبی قابل توجه و زاویه لغزش جانبی ایجاد می‌گردد که منجر به حوادث رانندگی شدید می‌گردد. مانند یک لغزش جانبی و یا بیش‌غلتی که اثرات شدید و مخربی بر روی پایداری و مانورپذیری خودرو می‌گذارد. بنابراین، جهت بهبود پایداری و مانورپذیری خودرو و اطمینان از ایمنی سرنشینان خودرو، بایستی در حین فرمان دادن به خودرو، سیستم کنترل در عملکرد خودرو اعمال گردد. [۴-۱] در برخی از پژوهش‌ها قابل مشاهده می‌باشد که کنترل گشتاور چرخشی خودرو می‌تواند سبب بهبود پایداری خودرو گردد. [۵-۶] روش کنترل مود لغزان به سبب استحکام و مقاوم بودن و راحتی در پیاده‌سازی به طور گسترده‌ای در مبحث مهندسی کنترل خودرو مورد استفاده واقع می‌گردد. [۷-۹] در سال‌های اخیر، پژوهشگران بیشتری نسبت به پیاده‌سازی روش کنترل مود لغزشی جهت کنترل پایداری خودرو اقدام کرده‌اند و به موفقیت‌های قابل قبولی هم دست یافته‌اند. [۱۰-۱۲] در پژوهشی نسبت به طراحی یک الگوریتم کنترل پیش‌بین جهت حصول گشتاور چرخشی اقدام شده است. [۱۳] در پژوهش دیگری، نسبت به پیشنهاد روش کنترل مود لغزان فازی جهت بهبود ورودی کنترل و حصول گشتاور چرخشی اقدام گردیده است. [۱۴] در تحقیقاتی، نسبت به بکارگیری الگوریتم کنترل مود لغزان جهت کنترل پایداری اقدام گردیده است. در این پژوهش نرخ تغییر خطای متغیرها لحاظ نشده است و به همین دلیل دقت کنترل پایداری کاهش یافته است. [۱۵] در تحقیق دیگری، تغییر خطای متغیرهای کنترل لحاظ شده است. ولی نسبت به تحلیل توزیع‌کننده گشتاور اقدامی نشده است. [۱۶] در تحقیقاتی نسبت به بررسی و تحلیل کمی و کاستی‌های روش کنترل مود لغزشی اقدام شده است و اثر مسئله پرش در پایداری کنترل بررسی گردیده است. [۱۷] در پژوهشی، جهت سرکوب پرش در سیستم، از روش نرخ رویکرد نامی در طراحی کنترل مود لغزشی استفاده شده است. [۱۸] تابع اشباع به عنوان جایگزین تابع سیمبولیک جهت اطمینان از تداوم ورودی و حفظ دقت در سیستم و سرکوب پدیده پرش در سیستم در پژوهشی پیاده‌سازی گردیده است. [۱۹] در تحقیقی روش کنترل مود لغزشی انتگرال‌گیر جهت حصول گشتاور چرخشی مطلوب با کنترل زاویه لغزش جانبی خودرو و سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابکارگیری شده است. [۲۰] یک الگوریتم کنترل غیرخطی بر اساس مدل مود لغزان و تئوری لیاپانوف جهت حصول گشتاور چرخشی اضافی ایده‌آل خودرو برای حفظ پایداری خودرو پیشنهاد گردیده است. [۲۱] در پژوهشی نسبت به پیشنهاد یک روش کنترل مود لغزشی تطبیقی بهبود یافته جهت تحلیل پایداری یک خودرو الکتریکی تجاری اقدام شده است [۲۲] در برخی از تحقیقات، نسبت به تحلیل پایداری خودرو با استفاده از صفحه فاز اقدام شده است. [۲۳-۲۵] از صفحه فاز جهت تحلیل میزان تاثیر غیرخطی بودن رفتار تاپر بر روی مانورپذیری خودرو استفاده گردیده است. و یک الگوریتم کنترل فرمان فعال یکپارچه جهت افزایش پایداری خودرو در شرایط پیچیده پیشنهاد شده است. [۲۶] توزیع بردار گشتاور به همگرایی سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو به نقطه تعادل صفحه فاز کمک می‌نماید [۲۷] یک الگوریتم کنترلر یکپارچه فرمان فعال در شرایط پیچیده جهت اطمینان از پایداری خودرو پیشنهاد گردیده است. [۲۸] از قانون صفحه فاز جهت تقسیم منطقه پایدار صفحه فاز خودرو جهت تحلیل و ارزیابی پایداری خودرو استفاده شده است. [۲۹] در پژوهشی بر اساس صفحه فاز نسبت به طراحی یک الگوریتم کنترل که بر اساس شبکه عصبی فازی و تناسبی، مشتق‌گیر، انتگرال‌گیر جهت گشتاور چرخشی خودرو برای حفظ پایداری اقدام گردیده است. [۳۰] در پژوهشی بر اساس روش صفحه فاز بهینه شده، مناطق پایدار و روش مختلف کنترلی در مناطق مختلف جهت هماهنگی مابین سیستم فرمان جلو فعال و سیستم کنترل گشتاور چرخشی بکار گرفته شده است. [۳۱] در پژوهش دیگری نسبت به پیشنهاد الگوریتم کنترلر پایداری در ناحیه ناپایدار بر اساس دو صفحه فاز، صفحه فاز لغزش جانبی خودرو و صفحه فاز سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو اقدام شده است. الگوریتم کنترل پیشنهادی قادر به کنترل خودرو در ناحیه پایدار نمی‌باشد. [۳۲]

در تحقیقات فوق عمده‌تاز روش‌های مختلف کنترلی جهت بهبود پایداری چرخشی خودرو استفاده شده است. با اینحال، هنوز برخی از مسائل جهت بررسی و تحلیل در تحقیقات جاری وجود دارد. از یک طرف، جهت طراحی الگوریتم کنترل مود لغزان، در اکثر پژوهش‌ها، قانون رسیدن سطح مود لغزشی از روش مختلفی استفاده شده است. با اینحال، اغلب سطوح مودهای لغزشی به نرخ‌ها که مقادیر ثابتی می‌باشند، می‌رسند. ولی سرعت رسیدن و سرکوب پرش در سیستم بحث چالش برانگیزی را مطرح می‌نماید. از طرف دیگر، تعداد کمی پژوهش و تحقیق در مورد جفت‌شدگی مابین متغیرهای کنترل مشاهده می‌گردد. به عنوان مثال، زاویه لغزش جانبی خودرو و سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو مولفه‌های اصلی سیستم کنترل می‌باشند. به دلیل جفت‌شدگی آنها، جهت بهبود پایداری و مانورپذیری خودرو بایستی نسبت به کنترل آنها به طور مشترک اقدام نمود. هدف از مطرح نمودن مسائل مطرح شده فوق، پیشنهاد یک سیستم الگوریتم کنترل مود لغزشی برای پایداری چرخشی خودرو بر اساس صفحه فاز زاویه لغزش جانبی خودرو-سرعت زاویه لغزش

جانبی خودرو می‌باشد. استراتژی کنترل پیشنهادی شامل سلسله مراتب و سطوحی می‌باشد. لایه بالایی شامل الگوریتم کنترل مود لغزشی تطبیقی می‌باشد. لایه میانی، شامل یک کنترلر مشترک می‌باشد که بر اساس مدل مرزی ناحیه پایدار صفحه فاز و با توجه به حالت‌های مختلف خودرو و روش‌های مختلف کنترلی جهت کنترل خودرو پیاده‌سازی می‌گردد. زمانیکه خودرو در ناحیه پایدار می‌باشد، از کنترلر مود لغزشی تطبیقی برای سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء جهت تعیین و مشخص نمودن گشتاور چرخشی استفاده می‌گردد. و زمانیکه خودرو خارج از منطقه پایدار قرار داشته باشد، جهت تعیین گشتاور چرخشی توسط الگوریتم کنترل مود لغزشی، علاوه بر لحاظ سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء، نسبت به لحاظ زاویه لغزش جانبی خودرو نیز اقدام می‌گردد. لایه پائینی شامل یک الگوریتم کنترل توزیع بهینه گشتاور می‌باشد. که نسبت به تبدیل گشتاور چرخشی و توزیع بهینه گشتاور به چهار چرخ خودرو الکتریکی موتور در چرخ اقدام می‌گردد. در نهایت، با استفاده از نرم‌افزارهای سیمولینک/متلب و کارسیم نسبت به شبیه‌سازی اقدام می‌گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده، قابلیت‌های بالا و کارایی الگوریتم کنترل پیشنهادی را به نمایش می‌گذارد. و به طور موثر خطای مابین واقعی و ایده‌آل را کاهش می‌دهد و سبب تقویت پایداری خودرو در زمان فرمان دادن می‌گردد.

ساختار بخش‌های مختلف این پژوهش به شرح ذیل می‌باشد. در ادامه مدل دینامیکی خودرو و دینامیک تایلر به تفصیل در بخش دوم ارائه شده‌اند. بخش بعد به بیان جزئیات صفحه فاز مورد استفاده در سیستم کنترلی می‌پردازد. در بخش چهارم، به شرح جزئیات الگوریتم کنترل طراحی شده که شامل سه سطح می‌باشد، پرداخته می‌شود. بخش چهارم به بیان نتایج حاصل از شبیه‌سازی و بررسی عملکرد الگوریتم سیستم کنترل پیشنهادی اختصاص یافته است. در ادامه نیز نتیجه‌گیری ارائه گردیده است.

## ۲- مدل دینامیکی

### ۲-۱- معادلات حرکت خودرو

در این پژوهش از مدل دو درجه آزادی که می‌تواند مقادیر سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء و زاویه لغزش جانبی خودرو را حاصل نماید، استفاده می‌گردد. شکل شماره (۱) مدل دو درجه آزادی خودرو را نمایش می‌دهد. [۱۴] با توجه به شکل شماره (۱)، معادلات به شرح روابط شماره (۱) و (۲) بیان می‌گردد. [۲۱]

$$\dot{r} = \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} \beta + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z u} r - \frac{l_f C_f}{I_z} \delta \quad (1)$$

$$\dot{\beta} = \frac{C_r + C_f}{mu} \beta - \left(1 + \frac{l_r C_r - l_f C_f}{mu^2}\right) r - \frac{C_f}{mu} \delta \quad (2)$$

که زاویه فرمان، زاویه لغزش جانبی خودرو و سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء به ترتیب با  $\delta, \beta, r$  نشان داده می‌شود. همچنین فرض می‌گردد که خودرو تنها از طریق چرخ‌های جلو فرمان‌پذیر می‌باشد. فاصله مرکز جرم خودرو تا محورهای جلو و عقب به ترتیب با نمادهای  $l_r$  و  $l_f$  معرفی می‌گردد. نیروهای تایلر نیز برحسب مختصات محلی تایلر بیان می‌گردد. نیرویی که در راستای تایلر بوده با زیرنویس  $x$  و نیرویی که عمود بر تایلر می‌باشد با زیرنویس  $y$  مشخص می‌گردد. جرم خودرو و ممان اینرسی آن به ترتیب با  $m$  و  $I_z$  معرفی می‌گردد. سفتی گوشه تایلرهای جلو و عقب به ترتیب با  $C_r$  و  $C_f$  نمایش داده می‌شود. سرعت طولی خودرو با  $u$  معرفی می‌گردد.

زمانیکه سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء و زاویه لغزش جانبی خودرو برابر صفر باشند، مقادیر ایده‌آل و مطلوب آنها به شرح روابط شماره (۳) و (۴) حاصل می‌گردد. [۱۴]

$$r_{ref} = \min \left\{ |r_{max}|, \left| \frac{u \delta}{(l_r + l_f)(Ku^2 + 1)} \right| \right\} \text{sign}(\delta) \quad (3)$$

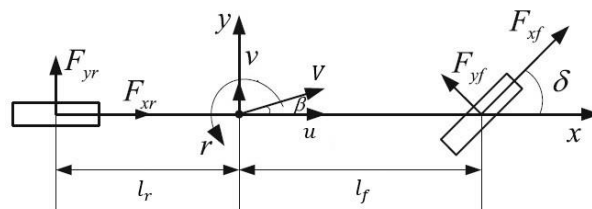
$$\beta_{ref} = \min \left\{ |\beta_{max}|, \left| \frac{(ml_f u^2)/(C_r(l_r + l_f)^2) + \frac{l_r}{l_r + l_f}}{1 + Ku^2} \right| \right\} \text{sign}(\delta) \quad (4)$$

که

$$|\beta_{max}| = \mu g \left( \frac{l_r}{u^2} + \frac{ml_f}{C_r(l_r + l_f)} \right) \quad (5)$$

$$|r_{max}| = \frac{\mu g}{u} \quad (6)$$

که  $\mu$  ضریب اصطکاک سطح جاده و تایلر می‌باشد.



شکل ۱- مدل دینامیک دو درجه آزادی خودرو [۱۴]

## ۲-۲- معادله چرخ

چرخ یکی از زیرسیستم‌ها در تحلیل رفتار دینامیکی خودرو در حالت‌های شتابگیری و ترمزگیری می‌باشد. معادله حرکت چرخ را می‌توان با رابطه شماره (۷) بیان نمود. [۱۴]

$$I_w \frac{d\omega_j}{dt} = T_{d_j} - T_{b_j} - F_{x_j} R - T_{Roll} \quad (7)$$

که  $I_w$  ممان اینرسی دورانی چرخ،  $F_x$  نیروی طولی تایر،  $R$  شعاع موثر چرخ،  $\omega$  سرعت دورانی چرخ و  $T_d, T_b$  به ترتیب معرف گشتاور ترمزی و رانشی می‌باشد. همچنین گشتاور مقاوم غلتشی نیز با استفاده از رابطه شماره (۸) قابل محاسبه می‌باشد. [۲۱]

$$T_{Roll} = f_r R F_z \quad (8)$$

که  $F_z$  و  $f_r$  به ترتیب معرف مقاومت غلتشی تایر و نیروی نرمال تایر می‌باشد.

## ۲-۳- دینامیک تایر

با فرض وابستگی خطی نیروی اصطکاک تایرها به نیروی عمودی هر تایر، می‌توان نیروهای طولی و عرضی تایر را با روابط شماره (۹) و (۱۰) بیان نمود. [۲۱]

$$F_{x_{\tau,\varepsilon}} = C_{\tau,\varepsilon} \frac{\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}}}{1 - \sigma_{x_{\tau,\varepsilon}}} f(s) \quad \tau \in \{f, r\}, \varepsilon \in \{l, r\} \quad (9)$$

$$F_{y_{\tau,\varepsilon}} = C_{\tau,\varepsilon} \frac{\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}} \tan \alpha}{1 - \sigma_{x_{\tau,\varepsilon}}} f(s) \quad \tau \in \{f, r\}, \varepsilon \in \{l, r\} \quad (10)$$

که

$$f(s) = \begin{cases} s(2-s) & . s < 1 \\ 1 & . s \geq 1 \end{cases} \quad (11)$$

و

$$s = (1 - \sigma_{x_{\tau,\varepsilon}}) \left[ \frac{\mu_{k_{\tau,\varepsilon}} F_{z_{\tau,\varepsilon}} (1 - u \sqrt{\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}}^2 + (\tan \alpha)^2})}{2 \sqrt{C_{\tau,\varepsilon}^2 \sigma_{x_{\tau,\varepsilon}} + C_{\tau,\varepsilon}^2 (\tan \alpha)^2}} \right] \quad (12)$$

که  $F_{z_{\tau,\varepsilon}}$  معرف بار عمودی هر یک از تایرهای جلو و عقب بوده و  $\mu_{k_{\tau,\varepsilon}}$  نیز بیانگر ضریب اصطکاک طولی یا عرضی تایر می‌باشد. نیروی عمودی تایر با روابط شماره (۱۳) الی (۱۶) توصیف می‌گردد. [۱۴]

$$F_{z_{f,l}} = m \left[ \frac{gl_r - a_x h_{cg} - F_{aero} h_{aero} / m}{2(l_r + l_f)} - \frac{l_r a_y h_{cg}}{(l_r + l_f) t_w} \right] - \frac{0.6 F_{aero}}{4} \quad (13)$$

$$F_{z_{f,r}} = m \left[ \frac{gl_r - a_x h_{cg} - F_{aero} h_{aero} / m}{2(l_r + l_f)} + \frac{l_r a_y h_{cg}}{(l_r + l_f) t_w} \right] - \frac{0.6 F_{aero}}{4} \quad (14)$$

$$F_{z_{r,l}} = m \left[ \frac{gl_f + a_x h_{cg} + F_{aero} h_{aero} / m}{2(l_r + l_f)} - \frac{l_f a_y h_{cg}}{(l_r + l_f) t_w} \right] - \frac{0.6 F_{aero}}{4} \quad (15)$$

$$F_{z_{r,r}} = m \left[ \frac{gl_f + a_x h_{cg} + F_{aero} h_{aero} / m}{2(l_r + l_f)} + \frac{l_f a_y h_{cg}}{(l_r + l_f) t_w} \right] - \frac{0.6 F_{aero}}{4} \quad (16)$$

که  $h_{cg}$  و  $h_{aero}$  به ترتیب معرف شتاب جاذبه، ارتفاع مرکز اعمال نیروی آیرودینامیکی از سطح جاده و ارتفاع مرکز جرم از سطح جاده می‌باشد. عبارت  $0.6 F_{aero}$  بیانگر نیروی آیرودینامیکی می‌باشد که در جهت قائم به خودرو اعمال می‌گردد. [۲۱] در این پژوهش فرض می‌شود که این نیرو به صورت برابر بین تایرها تقسیم شده است. همچنین ضریب  $\mu_{k_{\tau,\varepsilon}}$  نیز می‌تواند با استفاده از روابط شماره (۱۷) و (۱۸) محاسبه گردد. [۳۱]

$$\mu_{k_{\tau,\varepsilon}} = \frac{\sigma_{k_{\tau,\varepsilon}}}{\sigma_{\tau,\varepsilon}} \mu_{\tau,\varepsilon} \quad k \in \{x, y\}, \tau \in \{f, r\}, \varepsilon \in \{l, r\} \quad (17)$$

$$\mu_{\tau,\varepsilon} = D_{\tau,\varepsilon} \sin(C_{\tau,\varepsilon} \arctan(B_{\tau,\varepsilon} \sigma_{\tau,\varepsilon})) \quad \tau \in \{f, r\}, \varepsilon \in \{l, r\} \quad (18)$$

که  $B_{\tau,\varepsilon}, C_{\tau,\varepsilon}, D_{\tau,\varepsilon}$  ضرایب ثابتی هستند که برای تایر و جاده مورد نظر مشخص می‌باشند. همچنین در این پژوهش فرض می‌شود که این ضرایب برای چهار تایر یکسان باشند.  $\sigma_{\tau,\varepsilon}$  بیانگر لغزش کل تایر بوده که تابعی از لغزش‌های طولی و عرضی تایر می‌باشد. [۳۱]

$$\sigma_{\tau,\varepsilon} = \sqrt{\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}}^2 + \sigma_{y_{\tau,\varepsilon}}^2} \quad \tau \in \{f, r\}, \varepsilon \in \{l, r\} \quad (19)$$

لغزش طولی هر یک از تایرهای جلو یا عقب تابعی از سرعت طولی نقطه تماس تایر با سطح جاده ( $v_{CW_{\tau,\varepsilon}}$ ) و سرعت طولی معادل دوران چرخ ( $v_{rW_{\tau,\varepsilon}}$ ) بوده و با رابطه شماره (۲۰) قابل تعریف می‌باشد. [۳۱]

$$\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}} = \frac{v_{rW_{\tau,\varepsilon}} - v_{CW_{\tau,\varepsilon}}}{\max(v_{rW_{\tau,\varepsilon}}, v_{CW_{\tau,\varepsilon}})} \quad \tau \in \{f, r\}, \varepsilon \in \{l, r\} \quad (20)$$

سرعت طولی نقطه تماس هر یک از تایرها با سطح جاده برای را می‌توان با کمک روابط شماره (۲۱) الی (۲۴) محاسبه نمود. [۳۲]

$$v_{cW_{f,l}} = v_{cg} - r \left( \frac{T}{2} - l_f \beta \right) \quad (21)$$

$$v_{cW_{f,r}} = v_{cg} + r \left( \frac{T}{2} + l_f \beta \right) \quad (22)$$

$$v_{cW_{r,l}} = v_{cg} - r \left( \frac{T}{2} + l_r \beta \right) \quad (23)$$

$$v_{cw_{r,r}} = v_{cg} + r \left( \frac{T}{2} - l_r \beta \right) \quad (24)$$

همچنین سرعت طولی معادل دوران چرخ نیز از رابطه شماره (25) قابل محاسبه می‌باشد. [33]

$$v_{rw_{\tau,\varepsilon}} = r_{w_{\tau,\varepsilon}} \omega_{\tau,\varepsilon} \quad \tau \in \{f,r\} \quad \varepsilon \in \{l,r\} \quad (25)$$

که  $\omega_{\tau,\varepsilon}$  سرعت دورانی چرخ می‌باشد.

جهت محاسبه لغزش عرضی تایر، ابتدا باید زاویه لغزش تایر  $(\alpha_{\tau,\varepsilon})$  معین گردد. [34] زاویه‌های لغزش تایرهای جلو و عقب را می‌توان با استفاده از روابط شماره (26) الی (29) تعیین نمود.

$$\alpha_{f,l} = \delta - \arctan\left(\frac{v + r l_f}{u - r t_w / 2}\right) \quad (26)$$

$$\alpha_{f,r} = \delta - \arctan\left(\frac{v + r l_f}{u + r t_w / 2}\right) \quad (27)$$

$$\alpha_{r,l} = -\arctan\left(\frac{v - r l_r}{u - r t_w / 2}\right) \quad (28)$$

$$\alpha_{r,r} = -\arctan\left(\frac{v - r l_r}{u + r t_w / 2}\right) \quad (29)$$

حال که زاویه لغزش مشخص گردید، با کمک روابط (30) و (31) می‌توان لغزش عرضی را محاسبه نمود. [21]

حالت اول ( $\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}} \leq 0$ ):

$$\sigma_{y_{\tau,\varepsilon}} = \frac{v_{rw_{\tau,\varepsilon}} \sin(\alpha_{\tau,\varepsilon})}{v_{cw_{\tau,\varepsilon}}} \quad \tau \in \{f,r\} \quad \varepsilon \in \{l,r\} \quad (30)$$

حالت دوم ( $\sigma_{x_{\tau,\varepsilon}} > 0$ ):

$$\sigma_{y_{\tau,\varepsilon}} = \tan(\alpha_{\tau,\varepsilon}) \quad \tau \in \{f,r\} \quad \varepsilon \in \{l,r\} \quad (31)$$

پارامترهای مدل دینامیکی خودروی مورد نظر در جدول شماره (1) ارائه شده‌اند.

جدول 1- پارامترهای خودرو [14]

مقدار	واحد	نماد پارامتر
۱۴۱۱	kg	m
۰/۴۵	-	$C_d$
۲/۶	kgm <sup>2</sup>	$I_w$
۱/۴۸	m	$t_w$
۱/۵۶	m	a
۱/۰۴	m	b
۰/۵۴	m	$h_s$
۲۰۳۱/۴	kgm <sup>2</sup>	$I_z$
۲/۰۷	m <sup>2</sup>	$A_F$

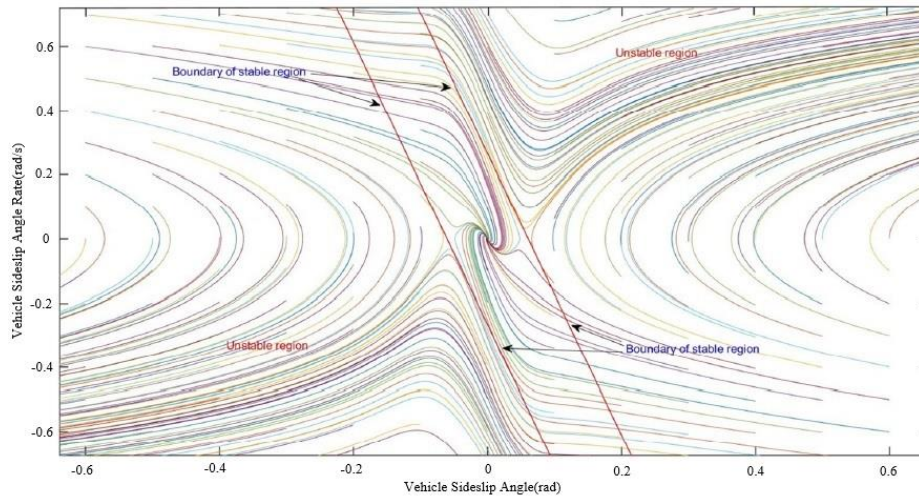
### ۳- پیاده‌سازی صفحه فاز

زمانیکه خودرو در شرایط ناپایدار می‌باشد، صفحه فاز زاویه لغزش جانبی خودرو-زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو مستعد اشتباه در محاسبات می‌باشد. ولی صفحه فاز زاویه لغزش جانبی خودرو- سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو دارای دقت بیشتری می‌باشد. [۳۳] بنابراین در این پژوهش، صفحه فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو- زاویه لغزش جانبی خودرو به عنوان معیاری برای ناپایداری خودرو پیاده‌سازی می‌گردد. با توجه به مدل دو درجه آزادی خودرو، زاویه لغزش جانبی خودرو و سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو به عنوان متغیرها حاصل می‌گردد. و سیستم مرتبه دوم به شرح روابط شماره (۳۲) و (۳۳) بیان می‌گردد. [۲۳]

$$\dot{\beta} = g_1(\beta, r) \quad (32)$$

$$\dot{r} = g_2(\beta, r) \quad (33)$$

که  $g_1$  و  $g_2$  به ترتیب توابع بیانگر  $\dot{\beta}$  و  $\dot{r}$  می‌باشند. با توجه به رابطه‌های شماره (۳۲) و (۳۳)، صفحه فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو-زاویه لغزش جانبی خودرو حاصل شده در شکل شماره (۲) قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۲- صفحه فاز لغزش جانبی خودرو

جهت نشان دادن منطقه پایداری، از دو خط موازی متقارن برای تقسیم مسیر فاز به ناحیه‌های پایدار و ناپایدار استفاده می‌شود. منطقه‌ای که توسط دو خط مرزی احاطه شده است، منطقه پایدار می‌باشد که در شکل شماره (۲) نشان داده شده است. معادله مرزی به شرح رابطه شماره (۳۴) بیان می‌گردد. [۲۴]

$$|\dot{\beta} + \eta\beta| \leq \varphi \quad (34)$$

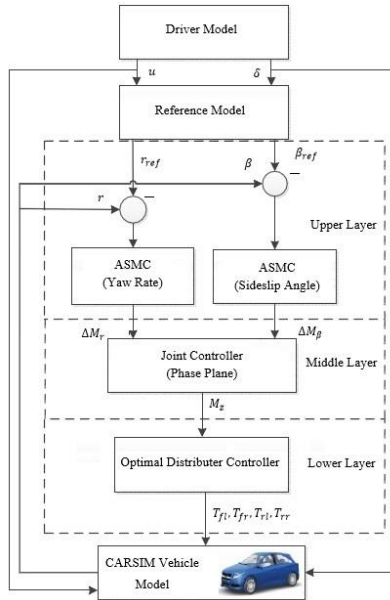
که  $\eta$  نمایانگر شیب خط مرزی می‌باشد. نقطه قطع خط مرزی با  $\varphi$  نشان داده می‌شود. مقادیر به عوامل موثر بر صفحه فاز مربوط می‌باشد. در کاربرد عملی، تاثیر زاویه فرمان چرخ جلو بر روی مرز پایداری صفحه فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو- زاویه لغزش جانبی خودرو را می‌توان در نظر نگرفت. [۲۷] بنابراین در این پژوهش تنها تاثیر ضریب اصطکاک سطح جاده و تایر لحاظ می‌گردد. با افزایش ضریب اصطکاک سطح جاده و تایر، رهگیری مرز پایدار  $\varphi$  افزایش می‌یابد. و شیب  $\eta$  کاهش می‌یابد. بنابراین ناحیه پایدار با افزایش ضریب اصطکاک سطح جاده و تایر، که با وضعیت واقعی تطابق دارد، افزایش می‌یابد. با توجه به رابطه شماره (۳۴) و لحاظ روابط شماره (۳۵) و (۳۶)، معادلات مرزی تکمیل می‌گردد. [۲۵]

$$\eta = 0.785\mu^2 - 3.798\mu - 0.637 \quad (35)$$

$$\varphi = 0.0792\mu^2 - 0.149\mu + 0.035 \quad (36)$$

#### ۴- طراحی الگوریتم کنترل پایدارساز

الگوریتم کنترل پیشنهادی دارای سه سطح می‌باشد. سطح اول، الگوریتم کنترل مود لغزشی تطبیقی را شامل می‌شود که خروجی‌های این سطح، گشتاور چرخشی می‌باشد. سطح دوم، شامل یک کنترلر مشترک می‌باشد که نسبت به بررسی و تحلیل پایداری خودرو بر اساس صفحه‌فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو- زاویه لغزش جانبی خودرو جهت متعادل نمودن دامنه دو کنترلر می‌پردازد. در سطح سوم نسبت به محاسبه گشتاور نهایی و توزیع گشتاورهای مورد نیاز چرخ‌ها اقدام می‌گردد.



شکل ۳- ساختار کنترل پایدارساز

#### ۴-۱- الگوریتم کنترل مود لغزشی جهت سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاب

جهت طراحی الگوریتم کنترل مود لغزشی، نسبت به طراحی سطح لغزش اقدام می‌گردد. ویژگی‌های مود لغزشی سبب استحکام سیستم در مقابل اغتشاش‌های خارجی می‌گردد. با توجه به مدل دینامیکی خودرو، رابطه شماره (۱) و (۲) بازنویسی می‌گردد. که رابطه شماره (۳۷) و (۳۸) حاصل می‌گردد. [۲۱]

$$\dot{r} = \frac{l_r^2 C_r + l_f^2 C_f}{I_z u} r + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} \beta - \frac{l_f C_f}{I_z} \delta + \frac{M_j}{I_z} \quad (37)$$

$$\dot{\beta} = - \left( \frac{l_r C_r - l_f C_f}{mu^2} + 1 \right) r + \frac{C_r + C_f}{mu} \beta - \frac{C_f}{mu} \delta \quad (38)$$

که  $M_j$  گشتاور چرخشی اضافی می‌باشد.  $j$  مربوط به متغیر کنترل می‌باشد. زمانیکه متغیر کنترل، سرعت زاویه چرخشی حول محور یاب باشد،  $j = r$  لحاظ می‌گردد. و هنگامیکه متغیر کنترل زاویه لغزش جانبی خودرو می‌باشد،  $j = \beta$  لحاظ می‌شود. سطح لغزش الگوریتم کنترل به صورت رابطه شماره (۳۹) تعریف می‌گردد.

$$S_r = C_r e_r + \dot{e}_r \quad (39)$$

با انجام عملیات مشتق‌گیری از رابطه شماره (۳۹)، رابطه شماره (۴۰) به عنوان مشتق سطح لغزش بیان می‌گردد.

$$\dot{S}_r = C_r \dot{e}_r + \ddot{e}_r \quad (40)$$

که  $e_r$  بیانگر خطای مابین مقدار واقعی و ایداهال متغیر کنترل می‌باشد.  $C_r$  ضریب وزنی می‌باشد. در این پژوهش یک قانون رویکرد مود لغزشی با ویژگی‌های رویکرد نمایشی جهت سرکوب و خنثی نمودن پدیده پرش در سیستم به شرح رابطه شماره (۴۱) پیشنهاد می‌گردد.

$$\dot{S}_r = -K_r \text{sign}(S_r) - \tau_r S_r \quad (41)$$

که  $K_r$  و  $\tau_r$  مقادیر ثابت مثبت می‌باشند. اگر  $K_r$  یک مقدار ثابت لحاظ گردد، کنترلر قادر به حصول اطمینان جهت قانون رسیدن برای سرکوب پدیده پرش در سیستم نمی‌باشد. بنابراین در این پژوهش جهت حل مشکل،  $K_r$  به صورت یک پارامتر تطبیقی که با تغییر حالت سیستم تغییر می‌کند، مورد طراحی واقع می‌گردد.

$$\dot{S}_{r0} = -K_{r0} \text{sign}(S_r) - \tau_r S_r \quad (42)$$

که

$$K_{r0} = \frac{\lambda}{\varepsilon} + \left(1 + \frac{1}{|e_r|} - \varepsilon\right) e^{-\zeta |S_r|} \quad (43)$$

که پارامترهای  $\lambda > 0$ ،  $\zeta > 0$ ،  $0 < \varepsilon < 1$  می‌باشد.

اگر وضعیت سیستم از سطح لغزش دور باشد،  $|S_r| \rightarrow \infty$  و  $K_{r0}$  تمایل به مقدار ثابت  $(\lambda/\varepsilon)$  دارد. بنابراین سرعت نزدیک شدن افزایش می‌یابد. در حالیکه اگر وضعیت سیستم به سطح مود لغزشی نزدیک باشد،  $|S_r| \rightarrow 0$  و  $K_{r0}$  به مقدار ثابت  $(\lambda/\varepsilon + 1/|e_r| + 1 - \varepsilon)$  میل می‌کند. و با کاهش  $e_r$ ، سرعت نزدیک شدن به صفر نزدیک می‌شود، بنابراین به طور اثربخشی مسئله پرش و نوسانات در سیستم کاهش می‌یابد. با وارد نمودن روابط شماره (۳)، (۴)، (۳۷) و (۳۸) در رابطه شماره (۳۹)، رابطه شماره (۴۴) به عنوان مشتق سطح لغزش حاصل می‌گردد.

$$\dot{S}_r = C_r \dot{e}_r + \ddot{e}_r = C_r \dot{e}_r + \ddot{r} - \ddot{r}_{ref} = C_r \dot{e}_r + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} (\beta) + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z} (\delta) + \frac{M_r}{I_z} - \ddot{r}_{ref} \quad (44)$$

گشتاور چرخشی در رابطه شماره (۴۵) قابل توصیف می‌باشد.

$$M_r = -I_z [C_r \dot{e}_r - \ddot{r}_{ref} + K_{r0} \text{sign}(S_r) + \tau_r S_r] + (l_r C_f - l_r C_r) \beta + \left( \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{u} \right) \dot{r} - (l_r C_f) \delta \quad (45)$$

در این پژوهش به منظور سرکوب بیشتر پدیده پرش و نوسانات در سیستم، به جای تابع علامت، تابع اشباع که در رابطه شماره (۴۶) بیان گردیده است، پیاده‌سازی می‌گردد.

$$\text{sat}(S_r) = \begin{cases} 1 & S_r > Q \\ K_\varphi S_r & |S_r| \leq Q \cdot K_\varphi = (1/Q) \\ 1 & S_r < -Q \end{cases} \quad (46)$$

که  $Q$  لایه مرزی می‌باشد و  $K_\varphi$  یک ثابت می‌باشد.

## ۲-۴- الگوریتم کنترل مود لغزشی جهت زاویه لغزش جانبی خودرو

زاویه لغزش جانبی خودرو بیشترین حساسیت را نسبت به فرمان‌پذیری خودرو دارد. [۲۷] بنابراین، جهت طراحی الگوریتم کنترل پیشنهادی نسبت به تعریف سطح لغزش جهت ممانعت از بزرگ شدن زاویه لغزش جانبی واقعی خودرو اقدام می‌گردد. سطح لغزش در رابطه شماره (۴۷) توصیف می‌گردد.

$$S_\beta = C_\beta e_\beta + \dot{e}_\beta \quad (47)$$

بعد از انجام فرآیند مشتق‌گیری، مشتق سطح لغزش در رابطه شماره (۴۸) بیان می‌گردد.

$$\dot{S}_\beta = C_\beta \dot{e}_\beta + \ddot{e}_\beta \quad (48)$$



با توجه به رابطه‌های شماره (۴۲) و (۴۳)، وضعیت رویکرد مود لغزشی به صورت رابطه شماره (۴۹) تعریف می‌گردد.

$$\dot{S}_\beta = -K_{\beta 0} \text{sign}(S_\beta) - \tau_\beta S_\beta \quad (49)$$

با لحاظ روابط شماره (۳۷) و (۳۸) در رابطه شماره (۴۷)، گشتاور چرخشی در حالت زاویه لغزش جانبی خودرو در رابطه شماره (۵۰) قابل بیان می‌باشد.

$$M_\beta = l_f C_f \delta - (l_f C_f - l_r C_r) \beta - \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{u} (\dot{r}) - I_z \left( K_{\beta 0} \text{sat}(S_\beta) + \tau_\beta S_\beta + C_\beta \dot{\beta} + \frac{C_r + C_f}{\mu} (\dot{\beta}) - \frac{C_f}{\mu} (\dot{\delta}) - \ddot{\beta}_{ref} \right) / \left( \frac{l_f C_f - l_r C_r}{\mu u^2 - 1} \right) \quad (50)$$

### ۴-۳- تحلیل پایداری الگوریتم کنترل

برای تحلیل و بررسی پایداری سیستم الگوریتم کنترل پیشنهادی، نسبت به تعریف تابع لیاپانوف به شرح رابطه شماره (۵۱) اقدام می‌گردد.

$$V = 0.5 S^2 \quad (51)$$

پس از انجام فرآیند مشتق‌گیری، رابطه شماره (۵۲) حاصل می‌گردد.

$$\dot{V} = S_r \dot{S}_r = S_r \left[ C_r \dot{e}_r + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} (\dot{\beta}) + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{u I_z} (\dot{r}) - \frac{l_f C_f}{I_z} (\dot{\delta}) + \frac{M_r}{I_z} - \ddot{r}_{ref} \right] \quad (52)$$

پس از لحاظ گشتاور چرخشی  $M_r$ ، رابطه شماره (۵۳) قابل تعریف می‌باشد.

$$\dot{V} = S_r [-K_{r0} \text{sign}(S_r)] = \begin{cases} -K_{r0} |S_r| & |S_r| > Q \\ -K_{r0} K_r S_r^2 & |S_r| \leq Q \end{cases} \quad (53)$$

اگر  $K_{r0} > 0$ ،  $K_r > 0$ ،  $\dot{V} \leq 0$  برقرار باشد، سیستم پایدار خواهد بود.

### ۴-۴- الگوریتم کنترل مشترک

میزان خروجی الگوریتم کنترلر سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو به عنوان گشتاور چرخشی نهایی در منطقه کنترل پایداری لحاظ می‌گردد. میزان خروجی الگوریتم کنترلر زاویه لغزش جانبی خودرو به عنوان گشتاور چرخشی نهایی در منطقه کنترل ناپایدار لحاظ می‌گردد. عملکرد دو الگوریتم کنترلی به طور مشترک و هماهنگ در منطقه کنترل هماهنگ نسبت به لحاظ گشتاور چرخشی نهایی در نظر گرفته می‌شود. تقسیم‌بندی دامنه کنترل صفحه فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو- زاویه لغزش جانبی خودرو در شکل شماره (۴) نمایش داده می‌شود. با توجه به شکل، دو منحنی موازی قرمز رنگ، خطوط مرزی منطقه پایدار می‌باشند. دو خط چین موازی آبی رنگ، خطوط مرزی منطقه کنترل مشترک می‌باشد. و منطقه‌های پایدار، ناپایدار و منطقه کنترل مشترک مشخص می‌باشد. زمانیکه میزان  $\mu$  کاهش می‌یابد، محدوده ناحیه پایداری صفحه فاز کاهش می‌یابد، بنابراین شرایط مرزی منطقه کنترل مشترک به شرح رابطه شماره (۵۴) قابل تعریف می‌باشد. [۲۴]

$$\mu \leq \left| \frac{1}{p} (\dot{\beta}) + \frac{E}{p} (\beta) \right| \leq 1 \quad (54)$$

در حوزه کنترل مشترک، دو الگوریتم کنترلر مود لغزشی تطبیقی با هم همکاری مشترک و هماهنگی را دنبال می‌نمایند. ضریب وزنی برای متعادل نمودن نسبت‌های دو الگوریتم کنترلر تعریف می‌گردد. پس از لحاظ ضریب وزنی، در رابطه شماره (۵۵) نسبت به تعریف گشتاور چرخشی مجموع اقدام می‌گردد.

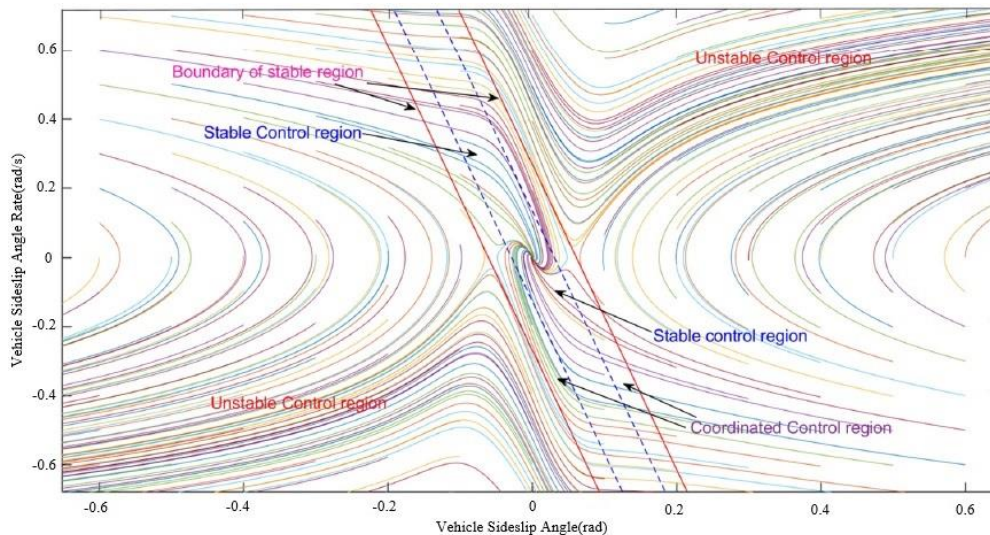
$$M_u = N M_r + (1 - N) M_\beta \quad (55)$$

رابطه مابین ضریب وزنی  $N$  و مرز پایداری در شکل شماره (۵) قابل نمایش می‌باشد. حداکثر گشتاور چرخشی قابل دسترس در رابطه شماره (۵۶) بیان می‌گردد.

$$M_{u_{max}} = t\mu (F_{x_{fr}} + F_{x_{rr}} - F_{x_{fl}} - F_{x_{rl}}) / 2 \quad (56)$$

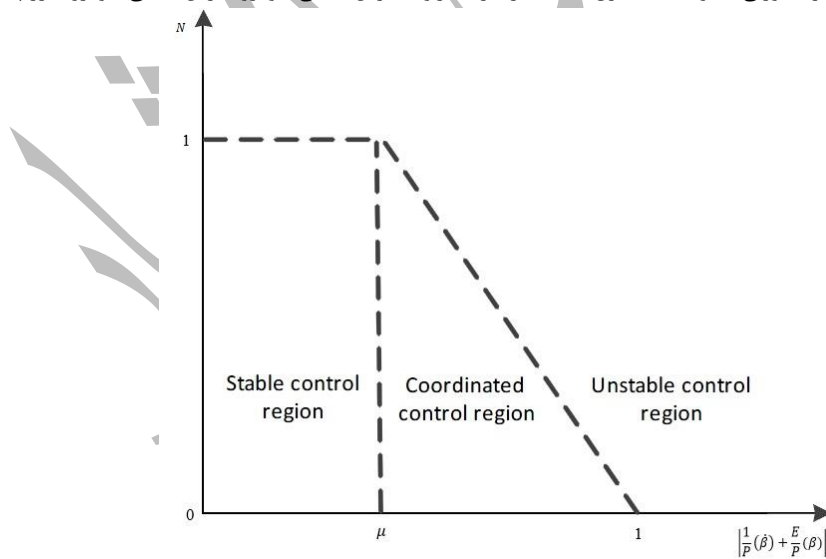
که  $F_{x_{rr}}, F_{x_{rl}}, F_{x_{fl}}, F_{x_{fr}}$  به ترتیب بیانگر نیروهای طولی چهار چرخ خودرو الکتریکی موتور در چرخ می‌باشد. فاصله مابین چرخ‌های چپ و راست خودرو با  $t$  نمایش داده می‌شود. میزان حداکثر گشتاور چرخشی و میزان گشتاور چرخشی مورد مقایسه واقع می‌گردد. و مقدار کوچکتر به عنوان گشتاور چرخشی نهایی به سطح پائینی سیستم الگوریتم کنترل تحویل داده می‌شود.

$$M_z = \min\{M_{u_{max}}, M_u\} \quad (57)$$



شکل ۴- صفحه فاز سرعت لغزش جانبی خودرو- لغزش جانبی خودرو

شکل شماره (۵) بیانگر رابطه مابین ضریب وزنی  $N$  و دامنه کنترل صفحه فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو- لغزش جانبی خودرو (مرز پایداری) می‌باشد.



شکل ۵- رابطه مابین ضریب وزنی  $N$  و دامنه کنترل صفحه فاز سرعت لغزش جانبی خودرو- لغزش جانبی خودرو

۴-۵- توزیع گشتاور چرخشی بهینه

در لایه پائینی الگوریتم کنترل پیشنهادی از یک تابع توزیع بهینه استفاده می‌گردد. در این بخش نسبت به مسئله توزیع گشتاور چرخشی که تخصیص گشتاور چرخشی به هر تایر می‌باشد پرداخته می‌شود. گشتاور چرخشی  $M_z$  را می‌توان به صورت رابطه شماره (۵۸) بازنویسی و بیان نمود.

$$M_z = t_w F_{xrr} - t_w F_{xrl} + (t_w \cos \delta + a \sin \delta) F_{xfr} + (a \sin \delta - t_w \cos \delta) F_{xfl} \quad (58)$$

که  $F_x = [F_{xfl} \quad F_{xfr} \quad F_{xrl} \quad F_{xrr}]^T$  نیروی طولی تایر می‌باشد. رابطه مابین  $F_{xij}$  و  $T_{xij}$  را می‌توان با رابطه شماره (۵۹) بیان نمود.

$$F_{xij} = \frac{T_{xij}}{R} \quad (59)$$

که  $R$  شعاع غلشی چرخ می‌باشد.

با انجام تغییر متغیر به شرح رابطه شماره (۶۰) و با بازنویسی رابطه شماره (۵۸)، رابطه شماره (۶۱) حاصل می‌گردد.

$$C = [(-t_w \cos \delta + a \sin \delta) \quad (t_w \cos \delta + a \sin \delta) \quad -t_w \quad t_w] \quad (60)$$

که رابطه شماره (۶۱) را خواهیم داشت.

$$M_z = CF_x \quad (61)$$

جهت حصول توزیع گشتاور چرخشی بهینه، نسبت به تعریف تابع هزینه مطابق با رابطه شماره (۶۲) اقدام می‌گردد.

$$J = F_x^T w_1 F_x + (CF_x - M_z)^T w_2 (CF_x - M_z) \quad (62)$$

که  $W_1$  ماتریس وزنی توزیع نیروی تایر  $w_1 = \text{diag}[w_{fl} \quad w_{fr} \quad w_{rl} \quad w_{rr}]$  می‌باشد. که جهت تنظیم بزرگی نیروهای تایر مورد استفاده واقع می‌گردد.  $w_2$  ماتریس وزنی تنظیم کننده بوده که برای تنظیم بزرگی  $(CF_x - M_z)$  مورد استفاده واقع می‌گردد.

با توجه به رابطه شماره (۶۲) خواهیم داشت.

$$\frac{\partial J}{\partial F_x} = w_1 F_x + C^T w_2 (CF_x - M_z) = (w_1 + C^T w_2 C) F_x - C^T w_2 M_z \quad (63)$$

و

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 F_x} = w_1 + C^T w_2 C \quad (64)$$

از رابطه شماره (۶۲) می‌دانیم که اگر  $w_1 > 0$  و  $C^T w_2 C > 0$  باشد،  $\frac{\partial^2 J}{\partial^2 F_x} > 0$  برقرار می‌باشد. بنابراین تابع هزینه دارای حداقل میزان می‌باشد و  $F_x$  رابطه شماره (۶۵) را دنبال می‌نماید.

$$F_x = (w_1 + C^T w_2 C)^{-1} C^T w_2 M_z \quad (65)$$

در اینجا،  $w_1$  به عنوان تابعی از نیروی نرمال که متناسب با نیروی عمودی تایرها طراحی شده است و با افزایش نیروی عمودی، افزایش می‌یابد.

$$w_{1ij} = \frac{F_z}{F_{zij}} \quad (66)$$

که  $F_z = \frac{mg}{4}$  و  $F_{zij}$  معرف نیروی عمودی هر تایر می‌باشد که در رابطه‌های شماره (۶۰) الی (۶۳) قابل تعریف می‌باشد.

$$F_{zij} = b \left[ \frac{mg}{2(a+b)} + \frac{m a_y h}{2 t_w (a+b)} \right] - \frac{m a_x h}{2(a+b)} \quad (67)$$

$$F_{zfr} = b \left[ \frac{mg}{2(a+b)} - \frac{ma_y h}{2t_w(a+b)} \right] - \frac{ma_x h}{2(a+b)} \quad (68)$$

$$F_{zrl} = a \left[ \frac{mg}{2(a+b)} + \frac{ma_y h}{2t_w(a+b)} \right] + \frac{ma_x h}{2(a+b)} \quad (69)$$

$$F_{zrl} = a \left[ \frac{mg}{2(a+b)} - \frac{ma_y h}{2t_w(a+b)} \right] + \frac{ma_x h}{2(a+b)} \quad (70)$$

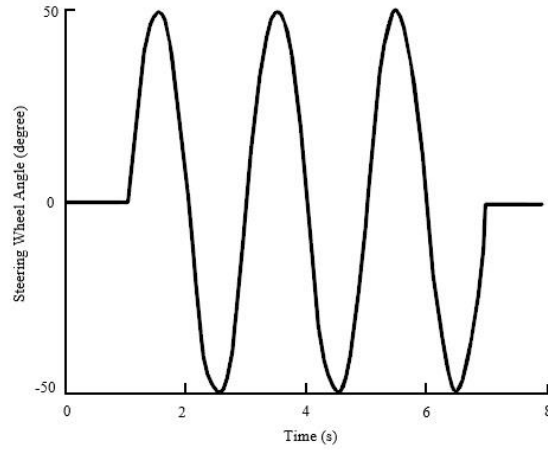
که  $g$  معرف شتاب گرانشی می‌باشد. ارتفاع مرکز جرم خودرو با  $h$  نمایش داده می‌شود. شتاب‌های طولی و عرضی خودرو به ترتیب با  $a_x$  و  $a_y$  نشان داده می‌شود.

## ۵- نتایج حاصل از شبیه‌سازی

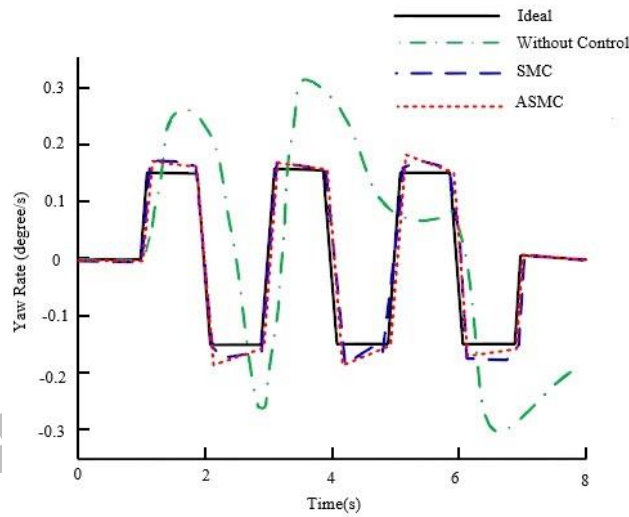
در این پژوهش، نسبت به تحلیل و بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده در مانورهای مختلف اقدام می‌گردد. جهت صحت‌گذاری شبیه‌سازی‌های انجام شده تحت شرایط چسبندگی متفاوت سطح جاده با سرعت‌های مختلف از نرم‌افزارهای متلب/کارسیم استفاده می‌گردد. جهت بررسی شبیه‌سازی‌های انجام شده، نسبت به پیاده‌سازی سناریوهای مختلف اقدام می‌گردد. همچنین یک مدل راننده در سیمولینک/متلب جهت شبیه‌سازی و اشتراک با کارسیم ایجاد شده است. ورودی‌های زاویه فرمان متفاوت بر اساس مدل راننده ایجاد شده، مورد استفاده واقع می‌گردد. در بخش اول، در سناریو تعریف شده، جهت تحلیل و مقایسه عملکرد الگوریتم کنترل مود لغزشی تطبیقی و کنترل مود لغزشی و نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی، ورودی زاویه فرمان سینوسی فرض می‌گردد. در بخش دوم، نسبت به پیاده‌سازی یک مانور تعویض خط جهت تحلیل عملکرد الگوریتم کنترل پیشنهادی و نشان دادن اثربخشی سیستم الگوریتم پیشنهادی اقدام می‌گردد. همچنین شایان ذکر می‌باشد که عملکرد کنترل مود لغزشی تطبیقی با نماد  $ASMC$  و عملکرد کنترل مود لغزشی با نماد  $SMC$  در شکل‌ها نشان داده می‌شود.

### ۱-۵- سناریو اول

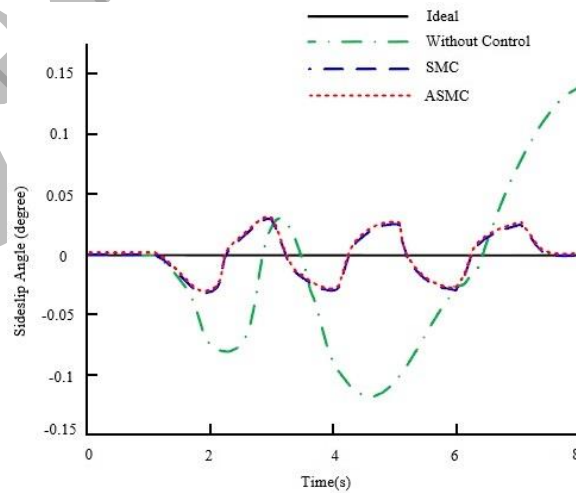
در این بخش، اثربخشی و کارایی سیستم الگوریتم کنترل مود لغزشی تطبیقی پیشنهادی صحت‌گذاری می‌گردد. در این سناریو، میزان ضریب اصطکاک سطح جاده و تایر ۰/۴۵ فرض می‌گردد. و ورودی زاویه فرمان چرخ به صورت سینوسی لحاظ می‌گردد. و عملکرد الگوریتم کنترل پیشنهادی با الگوریتم کنترل مود لغزان مورد بررسی و تحلیل واقع می‌گردد. در این مانور، میزان سرعت طولی خودرو، ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت لحاظ می‌گردد. زاویه فرمان چرخ یک منحنی سینوسی با دوره ۲ ثانیه و یک دامنه ۵۰ درجه‌ای فرض می‌گردد. شکل شماره (۶) نشان‌دهنده منحنی ورودی سینوسی زاویه فرمان چرخ می‌باشد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل‌های شماره (۶) الی (۱۰) قابل نمایش می‌باشد. با توجه به شکل‌های شماره (۷) و (۸)، زمانیکه خودرو تحت کنترل نمی‌باشد، مقادیر سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء و زاویه لغزش جانبی خودرو بسیار بزرگ می‌گردد. در حالی که، خودرو تحت الگوریتم کنترل مود لغزشی و سیستم الگوریتم کنترل مود لغزان تطبیقی می‌باشد، مقادیر سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاء و زاویه لغزش جانبی خودرو بسیار نزدیک به مقادیر ایده‌آل می‌باشد. و با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی، مشخص می‌باشد که سیستم الگوریتم کنترل مود لغزان تطبیقی اثر بهتری را در عملکرد سیستم ایجاد می‌نماید. تغییرات زاویه فرمان چرخ بر حسب زمان در شکل شماره (۹) قابل مشاهده می‌باشد. در شکل شماره (۱۰) ردیابی مسیر حرکت خودرو نشان داده می‌شود. و با توجه به نتایج حاصل شده، کاملاً مشخص می‌باشد که خودرو بدون حضور الگوریتم کنترل به سرعت پایداری خود را از دست می‌دهد. در حالیکه خودرو تحت کنترل الگوریتم مود لغزشی و سیستم الگوریتم مود لغزان تطبیقی قادر به ردیابی مقدار مشخص شده و ایده‌آل می‌باشد و سیستم الگوریتم کنترل مود لغزان تطبیقی در ردیابی مسیر حرکت دارای کمترین میزان خطا در مقایسه با الگوریتم کنترل مود لغزشی می‌باشد. با توجه به شکل‌های شماره (۹) و (۱۰)، زمانیکه خودرو تحت کنترل نمی‌باشد، اگرچه راننده در کنترل خودرو جهت حفظ پایداری سعی می‌نماید اما خودرو در حالت از دست دادن کنترل و خروج از حالت پایدار می‌باشد و در نهایت، به طور جدی از مسیر رانندگی مورد انتظار منحرف شده و ناپایدار می‌گردد. اما زمانیکه خودرو تحت کنترل مود لغزشی و سیستم الگوریتم کنترل مود لغزان تطبیقی می‌باشد، همیشه در حالت پایدار می‌باشد و خودرو قادر به انجام مانور تعویض خط دوگانه در حالت مطلوب می‌باشد و سیستم الگوریتم کنترل پیشنهادی دارای کارایی مطلوب و اثربخشی می‌باشد.



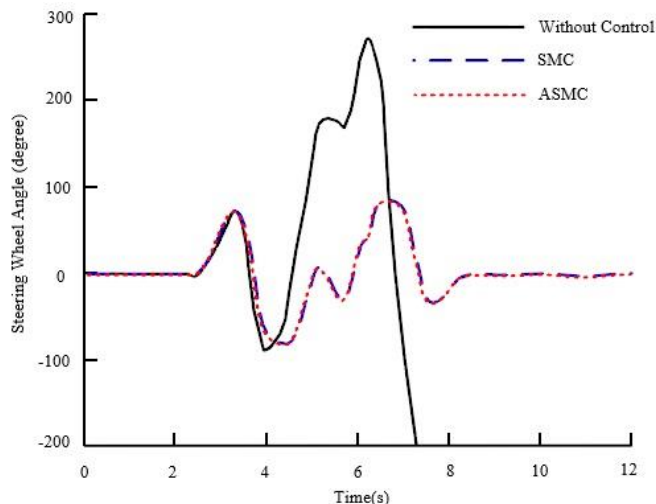
شکل ۶- ورودی زاویه فرمان چرخ



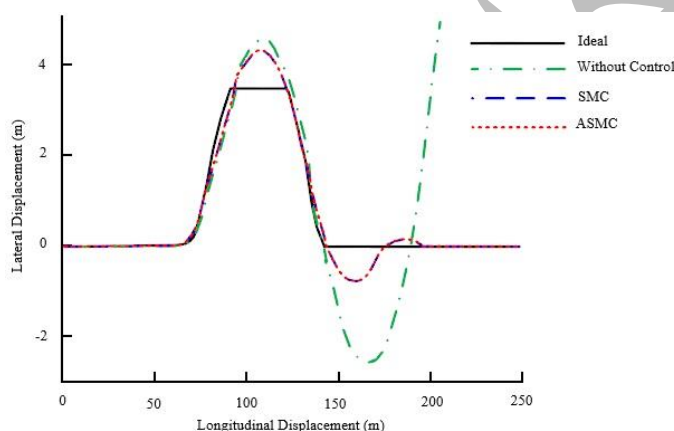
شکل ۷- تغییرات سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو بر حسب زمان



شکل ۸- تغییرات زاویه لغزش جانبی خودرو بر حسب زمان



شکل ۹- تغییرات زاویه فرمان چرخ بر حسب زمان

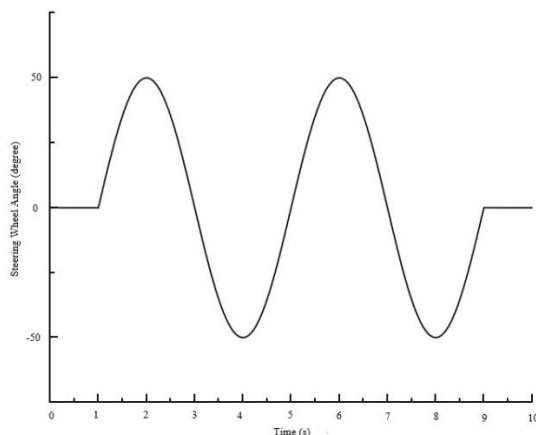


شکل ۱۰- ردیابی مسیر حرکت خودرو

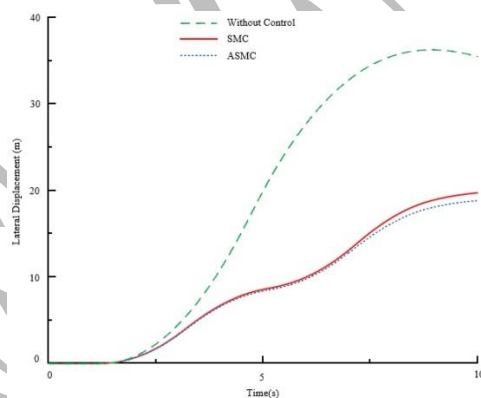
## ۲-۵- سناریو دوم

نتایج حاصل از شبیه‌سازی در مانور تعویض خط با لحاظ ضریب اصطکاک سطح جاده و تأیر به میزان  $0.65$  و سرعت خودرو  $70$  کیلومتر بر ساعت در شکل‌های شماره (۱۱) الی (۱۶) نمایش داده می‌شود. زاویه سینوسی به عنوان ورودی به چرخ‌های جلو خودرو وارد می‌گردد. ورودی زاویه فرمان چرخ یک موج سینوسی را در بازه زمانی ۱ تا ۹ ثانیه ایجاد می‌نماید. و میزان زاویه فرمان چرخ در بازه‌های زمانی ۰ تا ۱ ثانیه و ۹ تا ۱۰ ثانیه صفر می‌باشد. و شکل شماره (۱۱) نشان‌دهنده ورودی زاویه فرمان چرخ می‌باشد. شکل شماره (۱۲) میزان تغییرات جابجایی عرضی را بر حسب زمان نمایش می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل شده، جابجایی جانبی خودرو در حالت با حضور سیستم الگوریتم کنترل پیشنهادی در مقایسه با حالت بدون حضور کنترل کاهش یافته و در مقایسه با الگوریتم مود لغزان مطلوب‌تر می‌باشد. و خودرو در حین طی مسیر پایدار می‌باشد. شکل‌های شماره (۱۳) و (۱۴) به ترتیب سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو بر حسب زمان و زاویه لغزش جانبی خودرو بر حسب زمان را نمایش می‌دهند. با توجه به شکل شماره (۱۳) بکارگیری الگوریتم کنترل سبب ردیابی مقدار ایده‌آل سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یابو در مقایسه با حالت بدون کنترل می‌گردد. در حالت با حضور الگوریتم کنترل پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم کنترل مود لغزان میزان حداکثر خطا از میزان  $0.45$  رادیان بر ثانیه به میزان  $0.11$  رادیان بر ثانیه کاهش می‌یابد. و سبب بهبود پایداری خودرو می‌گردد و نشان‌دهنده عملکرد اثربخش و مطلوب الگوریتم کنترل پیشنهادی می‌باشد. با توجه به شکل شماره (۱۴) بکارگیری الگوریتم کنترل سبب ردیابی مقدار ایده‌آل زاویه لغزش جانبی خودرو در مقایسه با حالت بدون کنترل می‌گردد. در حالت با حضور سیستم الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم کنترل مود لغزان میزان حداکثر خطا زاویه لغزش جانبی خودرو از میزان  $0.06$  رادیان به  $0.02$  رادیان کاهش می‌یابد. و سبب بهبود پایداری خودرو می‌گردد و نشان‌دهنده عملکرد مطلوب و اثربخش الگوریتم کنترل پیشنهادی می‌باشد. شکل شماره (۱۵) نشان‌دهنده صفحه فاز

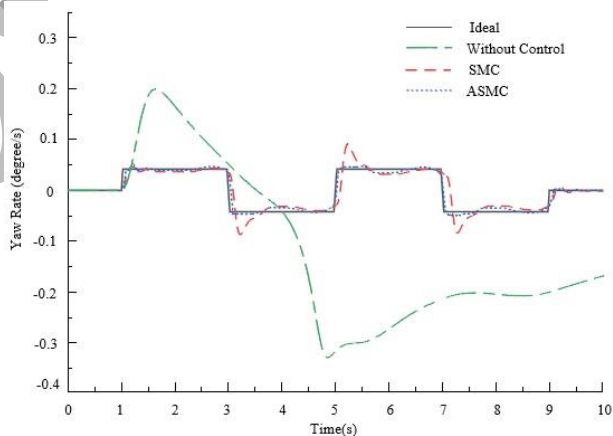
سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو-زاویه لغزش جانبی خودرو می‌باشد. با توجه به شکل شماره (۱۵)، در حالت بدون حضور سیستم کنترلی، مسیر صفحه فاز در محدوده ناپایدار می‌باشد و در نتیجه خودرو ناپایدار می‌گردد. و زمانیکه سیستم کنترل مد لغزشی فعال می‌باشد، مسیر صفحه فاز در مرز محدوده پایدار قرار دارد. در حالیکه با فعال شدن سیستم الگوریتم کنترل پیشنهادی، مسیر صفحه فاز در محدوده پایدار قرار می‌گیرد و خودرو کاملاً پایدار می‌باشد. بنابراین الگوریتم کنترل پیشنهادی در این پژوهش جهت بهبود پایداری خودرو در زمان رانندگی بسیار موثر و دارای کارایی مطلوبی می‌باشد. در شکل شماره (۱۶) توزیع گشتاور چهار چرخ نمایش داده می‌شود.



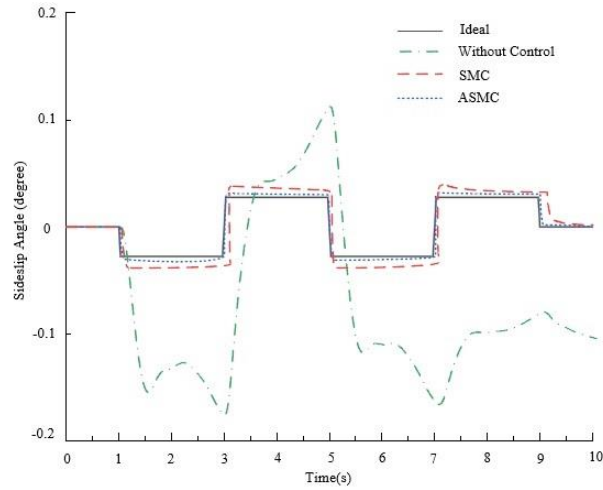
شکل ۱۱- ورودی زاویه فرمان چرخ



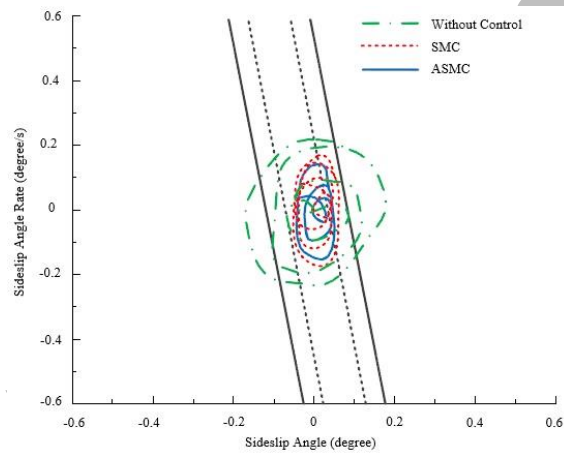
شکل ۱۲- تغییرات جابجایی عرضی خودرو بر حسب زمان



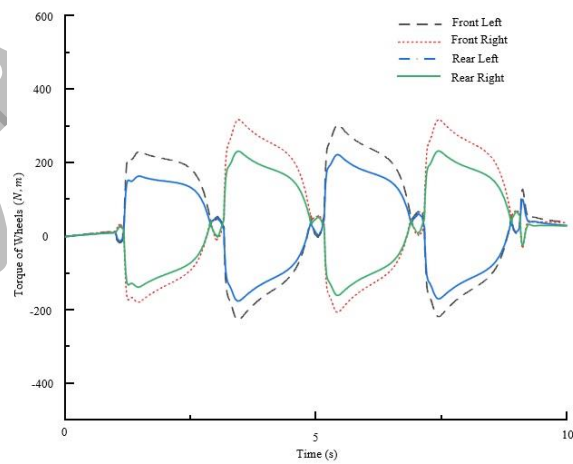
شکل ۱۳- تغییرات سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاو بر حسب زمان



شکل ۱۴- تغییرات زاویه لغزش جانبی خودرو بر حسب زمان



شکل ۱۵- صفحه فاز سرعت لغزش جانبی خودرو- لغزش جانبی خودرو



شکل ۱۶- توزیع بهینه گشتاور چرخ‌ها



## ۶- نتیجه گیری

در این پژوهش، نسبت به ارائه یک استراتژی کنترل مود لغزشی تطبیقی بر اساس صفحه فاز جهت پایداری خودرو الکتریکی موتور در چرخ اقدام گردید. استراتژی کنترل پیشنهادی دربرگیرنده سه لایه می‌باشد. لایه اول شامل الگوریتم کنترل مود لغزشی می‌باشد. در این پژوهش، نسبت به تغییر وضعیت سیستم با هدف برطرف نمودن پرش در سیستم و به حداقل نمودن پاسخ تاخیر و خطای ردیابی اقدام گردید. لایه دوم شامل یک الگوریتم کنترل مشترک می‌باشد که بر اساس مدل مرزی منطقه پایداری صفحه فاز سرعت زاویه لغزش جانبی خودرو- زاویه لغزش جانبی خودرو جهت کنترل الگوریتم کنترل سطح اول مورد استفاده واقع گردید. هنگامیکه خودرو در منطقه پایدار قرار داشته باشد، الگوریتم کنترل مود لغزش تطبیقی جهت تعیین گشتاور چرخشی، از سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاو استفاده می‌نماید و زمانیکه خودرو خارج از منطقه پایدار قرار داشته باشد، سیستم الگوریتم کنترل مود لغزش تطبیقی از زاویه لغزش جانبی خودرو و سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاو جهت پایداری و بازگرداندن خودرو به منطقه پایدار استفاده می‌نماید. لایه سوم شامل یک الگوریتم کنترل توزیع بهینه گشتاور می‌باشد که گشتاور چرخشی را به گشتاور مورد نیاز چهار چرخ خودرو الکتریکی موتور در چرخ به طور بهینه توزیع می‌نماید. در این پژوهش به منظور لحاظ رفتار واقعی خودرو، دینامیک غیرخطی تاپر مورد پیاده‌سازی واقع گردید. سیستم الگوریتم کنترل پیشنهادی در سناریوهای مختلف با شرایط متفاوت کاری و شرایط اضطراری و بحرانی مورد تحلیل و بررسی واقع گردید. در این مقاله جهت صحت‌گذاری نتایج حاصل از شبیه‌سازی نسبت به بکارگیری نرم‌افزارهای سیمولینک/متلب - کارسیم اقدام گردید. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده، کارایی مطلوب و اثربخش سیستم الگوریتم کنترل پیشنهادی را جهت پایداری و بهبود فرمان‌پذیری خودرو الکتریکی موتور در چرخ به نمایش گذاشت.

در ادامه این پژوهش و به عنوان فعالیت‌های آتی می‌توان نسبت به پیاده‌سازی الگوریتم کنترل پیشنهادی در بحث اجتناب از برخورد اقدام نمود. همچنین نسبت به ارائه روش گام به عقب تطبیقی جهت طراحی کنترل‌کننده لایه بالایی به منظور ایجاد گشتاور چرخشی اصلاحی اقدام نمود.

## ۷- نمادها

جرم خودرو ( $kg$ )	$m$	سرعت دورانی چرخ	$\omega$
فاصله مرکز جرم خودرو تا محور جلو خودرو ( $m$ )	$l_f$	شتاب دورانی چرخ	$\dot{\omega}$
فاصله مرکز جرم خودرو تا محور عقب خودرو ( $m$ )	$l_r$	ضریب اصطکاک	$\mu$
ضریب بازدارندگی آیرودینامیکی (-)	$C_d$	لغزش کل	$\sigma$
سطح آیرودینامیکی جلو خودرو ( $m^2$ )	$A_f$	لغزش طولی خودرو	$\sigma_x$
نیروی بازدارندگی آیرودینامیکی ( $N$ )	$F_{aero}$	لغزش عرضی خودرو	$\sigma_y$
ارتفاع محل اعمال نیروی آیرودینامیکی از سطح جاده ( $m$ )	$h_{aero}$	زاویه فرمان	$\delta$
سرعت زاویه چرخشی خودرو حول محور یاو	$r$	زاویه لغزش تاپر	$\alpha$
شتاب زاویه چرخشی خودرو حول محور یاو	$\dot{r}$	شتاب گرانش	$g$
محور جلو خودرو	$( )_f$	زاویه لغزش جانبی خودرو	$\beta$
محور عقب خودرو	$( )_r$	سرعت عرضی خودرو	$v$
تاپر جلو سمت چپ	$( )_{f,l}$	سرعت طولی خودرو	$u$
تاپر جلو سمت راست	$( )_{f,r}$	نیروی نرمال تاپر	$F_z$
تاپر عقب سمت چپ	$( )_{r,l}$	نیروی طولی تاپر	$F_x$
تاپر عقب سمت راست	$( )_{r,r}$	نیروی عرضی تاپر	$F_y$
شتاب گرانشی	$g$	گشتاور ترمزی	$T_d$
ارتفاع مرکز جرم خودرو	$h$	شعاع موثر تاپر	$R$
گشتاور رانشی	$T_d$		

## ۸- مراجع

- [1] Hang, P.; Chen, X. Integrated chassis control algorithm design for path tracking based on four-wheel steering and direct yaw-moment control. Proc. Inst. Mech. Eng. Part I J. Syst. Control. Eng. 2019, 233, 625–641,(2019).  
 [2] Chindamo, D.; Lenzo, B.; Gadola, M. On the Vehicle Sideslip Angle Estimation: A Literature Review of Methods, Models, and Innovations. Appl. Sci. 2018, 8, 355,(2018).

- [3] Chen, T.; Chen, L.; Xu, X.; Cai, Y.; Jiang, H.; Sun, X. Sideslip Angle Fusion Estimation Method of an Autonomous Electric Vehicle Based on Robust Cubature Kalman Filter with Redundant Measurement Information. *World Electr. Veh. J.* 2019, 10, 34, (2019).
- [4] Zhou T. Adaptive sliding control based on a new reaching law. *Control Decis* 2016; 31: 1335–1338,(2016).
- [5] Berntorp K, Quirynen R, Uno T, et al. Trajectory tracking for autonomous vehicles on varying road surfaces by friction-adaptive nonlinear model predictive control. *Veh Syst Dyn* 2021; 58: 705–725,(2021).
- [6] Zhai, L.; Hou, R.; Sun, T.; Kavuma, S. Continuous steering stability control based on an energy-saving torque distribution algorithm for a four in-wheel-motor independent-drive electric vehicle. *Energies* 2018, 11, 350,(2018).
- [7] Zhang K, Sun Q and Shi Y. Trajectory tracking control of autonomous ground vehicles using adaptive learning MPC. *IEEE Trans Neural Netw Learn Syst* 2021; PP: 1–11,(2021).
- [8] Zhang S, Zhao X, Zhu G, et al. Adaptive trajectory tracking control strategy of intelligent vehicle. *Int J Distrib Sens Netw* 2021; 16: 1–14,(2021).
- [9] Soudbakhsh D and Eskandarian A. Comparison of linear and nonlinear controllers for active steering of vehicles in evasive manoeuvres. *Proc IMechE, Part I: J Systems and Control Engineering* 2012; 226: 215–232,(2012).
- [10] Q. K. Hou, S. H. Ding, X. H. Yu, Composite super-twisting sliding mode control design for PMSM speed regulation problem based on a novel disturbance observer, *IEEE Trans. Energy Convers.*, 36 (2021), 2591–2599,(2021).
- [11] J. Zhang, H. Wang, M. Ma, M. Yu, A. Yazdani, Active front steering-based electronic stability control for steer-by-wire vehicles via terminal sliding mode and extreme learning machine, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 69 , (2020).
- [12] K. Mei, S. Ding, W. X. Zheng, Fuzzy adaptive SOSM based control of a type of nonlinear systems, *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 69, (2022).
- [13] Rahman M, Masrur M, Uddin MN (2012) Impacts of interior permanent magnet machine technology for electric vehicles. In: 2012 IEEE International Electric Vehicle Conference, pp. 1–5: IEEE,(2012).
- [14] Ghomashi M.A., Kazemi R., "Motion trajectory control and robust control based on nonlinear bicycle model to stabilization for in-wheel motor electric vehicle in emergency scenario" *Journal of Aerospace Mechanics/ 2024/ Vol.20/ No.1/ 109-124,(2024)*.
- [15] Hartani K, Merah A, Draou A (2015) Stability enhancement of four-in-wheel motor-driven electric vehicles using an electric differential system. *J Power Elect*
- [16] Sekour M, Hartani K, Merah A (2017) Electric vehicle longitudinal stability control based on a new multi machine nonlinear model predictive direct torque control. *J Adv Transp* (2017).
- [17] Mousavinejad E, Han Q-L, Yang F, Zhu Y, Vlacic L (2019) Integrated control of ground vehicles dynamics via advanced terminal sliding mode control. *Veh Syst Dyn* 55(2):268–294,(2019).
- [18] Ahmed T, Kada H, Allali A (2020) New DTC strategy of multi machines single-inverter systems for electric vehicle traction applications. *Int J Power Electron Drive Syst* 11(2):641,(2020).
- [19] Cabrera, A., Goyal, S. and Martinoli, A. (2014). A new collision warning system for lead vehicles in rear-end collisions. *IEEE Intelligent Vehicles Symp. (IV)*, Madrid, Spain,(2014).
- [20] Lee, H. K., Shin, S. G. and Kwon, D. S. (2017). Design of emergency braking algorithm for pedestrian protection based on multi-sensor fusion. *Int. J. Automotive Technology* 18, 6, 1067–1076,(2017).
- [21] Ghomashi M.A., Kazemi R., " Motion path following coordinated control for in-wheel motor electric vehicle via implementation robust control and optimal control" *Journal of Modeling in Engineering / 2024/ doi: 10.22075/JME.2024.31752.2531,(2024)*.
- [22] Lopez, A., Sherony, R., Chien, S., Li, L., Qiang, Y. and Chen, Y. (2015). Analysis of the braking behaviour in pedestrian automatic emergency braking. *IEEE 18th Int. Conf. Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, Las Palmas de Gran Canaria, Spain,(2015).
- [23] Wang, X., Zhu, M., Chen, M. and Tremont, P., "Drivers' rear end collision avoidance behaviors under different levels of situational urgency". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 71, 419–433,(2017).
- [24] Guo, N., Zhang, X., Zou, Y., Lenzo, B., Zhang, T., Göhlich, D.: A fast model predictive control allocation of distributed drive electric vehicles for tire slip energy saving with stability constraints. *Control Eng. Pract.* **102**(1), 104554,(2020).
- [25] Hu, C., Wang, R., Yan, F., Chadli, M.: Composite nonlinear feedback control for path following of four-wheel independently actuated autonomous ground vehicles. *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.* **17**(7), 2063–2074,(2021).
- [26] Mernone, A. V., Mazumdar, J. N., " A Mathematical Study of Peristaltic Transport of a Casson Fluid", *Mathematical and Computer Modelling* 35 , Volume 35, Issues 7–8, pp 895-912, February,(2014).
- [27] Ghomashi M.A., Kazemi R., "Implementation robust control technique to lateral stabilization for in-wheel motor electric vehicle" *Journal of Solid and Fluid Mechanics (JSFM)*, 14(2): 111-126, 2024. DOI: 10.22044/jsfm.2024.13967.3821,(2024).
- [28] Xia Q, Chen L, Xu X, et al. Coordination control method of autonomous ground electric vehicle for simultaneous trajectory tracking and yaw stability control. *Proc IMechE, Part D: J Automobile Engineering*. Epub ahead of print 3 April 2022. DOI: 10.1177/09544070221087485.(2022)
- [29] Hu C, Wang R, Yan F, et al. Output constraint control on path following of four-wheel independently actuated autonomous ground vehicles. *IEEE Trans Veh Technol* 2017; 65(6): 4033–4043,(2017).
- [30] Funke, J., Brown, M., Erlien, S.M., Gerdes, J.C.: Collision avoidance and stabilization for autonomous vehicles in emergency scenarios. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **25**(4), 1204–1216,(2016).
- [31] Li H, Li P, Yang L, et al. Safety research on stabilization of autonomous vehicles based on improved-LQR control. *AIP Adv* 2022; 12(1): 015313,(2022).
- [32] Pacejka, H. *Tire and Vehicle Dynamics*; Elsevier: Amsterdam, Netherlands, (2005).
- [33] Liang Y, Li Y, Khajepour A, et al. Holistic adaptive multi-model predictive control for the path following of 4WID autonomous vehicles. *IEEE Trans Veh Technol* 2020; 70(1): 69–81,(2020).
- [34] Ding S, Liu L and Zheng WX. Sliding mode direct yaw moment control design for in-wheel electric vehicles. *IEEE Trans Ind Electron* 2020; 64(8): 6752–6762.
- [35] Fu C, Hoseinnezhad R, Bab-Hadiashar A, et al. Direct yaw moment control for electric and hybrid vehicles with independent motors. *Int J Veh Des* 2021; 69(1–4): 1–24,(2021).