

تحلیل عددی گذرش در جریان آرام حول ایرفویل با نوسان پیچشی

حسین انصاریان^۱، علیرضا داوری^۲

^۱دکترای مهندسی هوافضا، مجتمع تحقیقات هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران (نویسنده‌ی مخاطب)

^۲دانشیار گروه هوافضا، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران

چکیده

پاسخ دینامیکی یک ایرفویل جریان آرام طبیعی که تحت نوسانات هماهنگ پیچشی کم‌دامنه قرار می‌گیرد، با استفاده از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با عدد رینولدز مبتنی بر وتر ۷۵۰,۰۰۰ انجام شده است. در طی چرخه‌های پیچشی، تغییرات زیاد در موقعیت گذرش و همچنین جدایش در لبه‌ی فرار مشاهده می‌شود. این منجر به پاسخ غیرخطی نیروهای آیرودینامیکی می‌شود. اگرچه ماهیت جریان بسیار غیرخطی است، تکامل لایه مرزی روی سطح ایرفویل را می‌توان با استفاده از یک مفهوم ساده‌ی تأخیر فاز مدل‌سازی کرد که تکامل شبه‌پایای لایه‌ی مرزی را پیشنهاد می‌دهد. بر اساس این فرض تأخیر فاز، یک مدل مهندسی ساده‌ی جدید توسعه داده شده که به خوبی با داده‌های تجربی اندازه‌گیری شده مطابقت دارد. با کمک این مدل، جمله‌ی شبه‌پایا به‌عنوان منبع اولیه‌ی رفتار غیرخطی در نیروهای آیرودینامیکی ناپایا شناسایی می‌شود که می‌تواند از مشخصه‌های ایرفویل استاتیک استخراج شود. قدرت این جمله با تغییر فرکانس کاهش یافته بدون تغییر باقی می‌ماند، اما قدرت عبارت نوسانی که اثرات ناپایا را مدل می‌کند، با افزایش فرکانس افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: جریان آرام، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، نوسان پیچشی، پاسخ ناپایا

Numerical Analysis of Transition in Laminar Flow around a Pitching Airfoil

Abstract

The dynamic response of a natural laminar flow airfoil undergoing harmonic small-amplitude pitching oscillations is investigated using Large-eddy simulations with a chord-based Reynolds number of $Re = 750,000$. Throughout the pitch cycles, large changes in the transition point are seen as well as trailing-edge separation. This leads to a nonlinear response of the aerodynamic forces. Although the nature of the flow is highly nonlinear, the development of the boundary layer over the airfoil surface can be modeled using a simple phase-lag concept which suggests a quasi-steady evolution of the boundary layer. Based on this phase-lag assumption, a simple new empirical model is developed which agrees very well with the measured experimental data. With the aid of this model, the primary source of non-linearities in the unsteady aerodynamic forces is identified to be the quasi-steady term, which can be evaluated from the static airfoil characteristics. The strength of this remains unchanged with the variation of reduced frequency, but the harmonic term's strength, which models the unsteady effects, increases with increasing frequency.

Key words: laminar flow, large eddy simulation, pitching oscillation, unsteady response

۱. مقدمه

مفاهیم بنیادی آیرودینامیک ناپایای ایرفویل‌های دوبعدی در دهه‌ی ۱۹۳۰ [۱] با تحقیقات گلاورت [۲]، تئودورسن [۳] و ون کارمن و سیرز [۴] بنا نهاده شد که مبانی ریاضی اولیه‌ای برای درک جریان‌های ناپایای تراکم‌ناپذیر چسبیده فراهم آورد. تأیید تجربی آن توسط هافمن [۵] صورت گرفت که آزمایش‌هایی را روی ایرفویل‌های فروصوت با نوسان پیچشی و حرکت انتقالی انجام داد و تطابق خوبی بین داده‌های تجربی و پیش‌بینی‌های نظری تئودورسن مشاهده کرد. مروری بر این تئوری‌های ناپایا در مراجع

مختلفی از جمله [۱] و [۶] موجود است. ویژگی اصلی این تئوری‌های کلاسیک، فرض خطی بودن است که به عبارتهای ساده‌ی ریاضی برای نیروهای آیرودینامیکی ناپایا می‌انجامد و برای مهندسان طراح ویژگی جذابی است [۱]. با ظهور چالش‌هایی نظیر گرمایش جهانی، تمرکز جامعه‌ی آیرودینامیک به سمت فناوری بال‌هایی با جریان آرام معطوف شده [۷] که پرسش‌هایی را در مورد رفتار آیروالاستیک ایرفویل‌های با جریان آرام طبیعی برمی‌انگیزد. تا سال ۲۰۱۱ تقریباً مطالعه‌ای در خصوص آیروالاستیک ایرفویل‌های آرام انجام نشده بود. اولین مطالعات در این حوزه توسط مای و هبلر [۸] و هبلر و همکاران [۹] انجام شد. آزمایش‌های آنها بر روی بال‌های با جریان آرام در رژیم گذر صوت، رفتار غیرخطی نیروهای آیرودینامیکی را برای نوسان پیچشی هارمونیک ساده نشان داد. دلیل چنین رفتاری به حرکت آزاد محل گذرش روی سطح مکش بال نسبت داده شد. وقتی آنها گذرش روی سطح بال را با استقرار یک نوار زبر نزدیک لبه‌ی حمله ثابت نگه داشتند، رفتار غیرخطی قابل چشم‌پوشی شد. این غیرخطی بودن در جریان فروصوت هم مشاهده شد. این پژوهش‌ها الهام‌بخش مطالعات لوکات [۱۰] شد که آزمایش‌هایی را روی حرکت پیچشی هارمونیک یک ایرفویل آرام در جریان فروصوت انجام داد. او نیز رفتار غیرخطی شدیدی را برای ضریب نیروی عمودی در نوسان پیچشی با دامنه‌ی کوچک مشاهده کرد. قدرت رفتار غیرخطی بر اساس میزان انحراف ضرایب وابسته به زمان اندازه‌گیری شده نسبت به پاسخ هارمونیک خالص تعیین شد. بازهم با ثابت نگاه داشتن محل گذرش در نزدیکی لبه‌ی حمله، رفتار غیرخطی به نظر ناپدید شد. رفتار غیرخطی تنها برای گستره‌ی معینی از زاویه‌ی حمله پدیدار شد. وقتی آزمایش‌های استاتیک در همان گستره‌ی زاویه‌ی حمله انجام شد، شیب ضریب نیروی عمودی برحسب زاویه‌ی حمله هم انحراف شدیدی را نسبت به رفتار خطی که از نظریه‌ی ایرفویل نازک انتظار می‌رود، نشان داد. پیدایش این رفتارهای غیرخطی به طور واضح نشان می‌دهد که نظریه‌های کلاسیک برای توصیف رفتار ناپایای ایرفویل‌هایی با جریان آرام طبیعی مناسب نیستند. از آنجا که پژوهش‌ها در مورد ایرفویل‌های آرام به حرکت آزاد موقعیت گذرش به عنوان یکی از عوامل مؤثر بر این رفتارها اشاره دارند، توسعه‌ی فضای لایه‌ی مرزی به طور مشخص نقش مهمی در دینامیک ناپایا دارد. در نظریه‌های کلاسیک، از نقش لایه‌ی مرزی روی ایرفویل با فرض غیرلزج بودن (هم‌زمان با شرط کوتا) صرف‌نظر می‌شود. اگرچه آزمایش‌های اولیه‌ی هافمن [۵] نشان داد که این می‌تواند فرضی منطقی باشد، واضح است که برای ایرفویل‌های آرام ناپایا مناسب نیست.

هدف پژوهش حاضر بررسی رفتار لایه‌ی مرزی آرام ناپایا حین نوسان پیچشی کم‌دامنه‌ی یک ایرفویل آرام است. تمرکز کار بر روی درک تغییرات ناپایای نقطه‌ی گذرش آرام به آشفته و نقش آن در تعیین پاسخ غیرخطی نیروهای ناپایا است. بررسی بر روی یک ایرفویل آرام طبیعی در عدد رینولدز بر پایه‌ی وتر $Re_c = 7.5 \times 10^5$ انجام شده است. ایرفویل استفاده شده در این کار ED36F128 [۱۰، ۱۱] با انحراف فلپ ۱۳/۸ درجه است. همین ایرفویل (شکل ۱) توسط لوکات [۱۰] در آزمایش‌های آیروالاستیک ناپایا استفاده شده است. عدد رینولدز یکی از پارامترهای کلیدی در تعیین اندازه‌ی شبکه‌ی محاسباتی و در نتیجه هزینه‌ی محاسباتی کل است. داده‌های آزمایش‌های لوکات نشان می‌دهد که مشخصه‌های آیرودینامیک ناپایا برای ایرفویل انتخاب‌شده در بازه‌ی اعداد رینولدز ۱,۰۰۰,۰۰۰-۷۵۰,۰۰۰ از لحاظ کیفی بدون تغییر می‌ماند. بنابراین، عدد رینولدز $Re_c = 7.5 \times 10^5$ برای هدف پژوهش حاضر به قدر کافی بزرگ به نظر می‌رسد.

نتایج اولیه‌ای با دقت پایین پیش‌تر توسط نگی و همکاران [۱۲] گزارش شده است. بررسی‌های تجربی مشابهی با تمرکز بر مشخصه‌های گذرش روی ایرفویلی با شرایط جریان ناپایا توسط استادر و همکاران [۱۳] در $Re_c = 4.15 \times 10^5$ انجام شده و پیدایش یک مود جدید جابه‌جایی محل گذرش در لایه‌ی مرزی، هنگام نوسان با فرکانس بالا مشاهده شد. رفتار مشخصه‌های لایه‌ی مرزی ناپایا نظیر گذرش، جدایش و انفصال گردابه‌ی لبه‌ی حمله برای ایرفویل ناپایا در اعداد رینولدز خیلی پایین‌تر توسط

لی و ژروناتکس [۱۴] بررسی شد. آنها چندین جنبه‌ی ناپایا و به طور خاص اهمیت اثرات تأخیر زمانی حتی در فرکانس‌های کاهش یافته‌ی کم را گزارش کردند.

در بخش دوم مقاله‌ی حاضر، تنظیمات محاسباتی و برخی نتایج شبیه‌سازی عددی برای یک ایرفویل ثابت ارایه می‌شود که پایه‌ی انتخاب پارامترها را برای موارد ناپایا بنا می‌نهد. در بخش سوم نتایج حالت ناپایا ارایه می‌شود و در بخش چهارم از دیدگاه به دست آمده از نتایج ناپایا برای ساخت یک مدل تجربی استفاده می‌شود که برخی داده‌های تجربی به دست آمده توسط لوکات را توضیح می‌دهد. خلاصه و نتیجه‌گیری در بخش پنجم آمده است.

۲. شبیه‌سازی ایرفویل ثابت

۲-۱ انتخاب پارامترها

برای مطالعه‌ی پاسخ دینامیک ایرفویل با جریان آرام طبیعی، لازم است که شرایط جریان برای زوایای حمله‌ی استاتیک منتخب تعیین شود. برای کاهش هزینه‌ی محاسباتی و محدود کردن گستره‌ی پارامترها، از داده‌های تجربی لوکات استفاده و همچنین محاسباتی با استفاده از کد لایه‌ی مرزی XFOIL [۱۵] انجام شده است. مطالعات پیشین نشان می‌دهد که رفتار غیرخطی دینامیکی زمانی مشاهده می‌شود که موقعیت نقطه‌ی گذرش روی سطح مکش ایرفویل آزادانه حرکت کند [۸-۱۰]. به علاوه، لوکات همچنین یک انحراف در ضرایب آیرودینامیکی استاتیکی نسبت به مقادیر غیرلزج یافت. بنابراین، گستره‌ی پارامترهای مورد نظر باید سبب یک تغییر سریع در موقعیت گذرش شود و ضرایب آیرودینامیکی باید از نظریه‌ی غیرلزج در آن بازه منحرف شوند.

منحنی پاسخ استاتیک به دست آمده برای ایرفویل با استفاده از XFOIL در $Re_c = 7.5 \times 10^5$ و نیز داده‌های تجربی لوکات [۱۰] با شدت آشفتگی ۰/۱٪ در شکل ۲-الف نشان داده شده است. اگرچه محاسبات XFOIL و داده‌های تجربی از لحاظ اندازه (و شیب در $5^\circ < \alpha$) متفاوت هستند، گستره‌ی زاویه‌ی حمله‌ای که تغییرات کیفی در آن اتفاق می‌افتد یکسان است. اختلاف کمی بررسی نشده است، اما احتمالاً به دلیل اثرات انسداد تونل باد و رشد جدایش در لبه‌ی فرار است که می‌تواند در معادلات لایه‌ی مرزی استفاده شده در XFOIL خطا ایجاد کند. در هر دو مورد منحنی پاسخ استاتیک در محدوده‌ی $1^\circ < \alpha < 3^\circ$ خطی است و در $3.4^\circ \approx \alpha$ منحنی‌های استاتیک از روند خطی خود منحرف می‌شوند و ضریب برآ با افزایش α کاهش می‌یابد. شکل ۲-ب تغییرات موقعیت گذرش روی سطح مکش ایرفویل را بر اساس پیش‌بینی XFOIL نشان می‌دهد. در همان بازه‌ای که رفتار غیرخطی در ضریب برآی استاتیک مشاهده می‌شود ($3.4^\circ < \alpha$)، تغییر شدیدی در شیب منحنی موقعیت گذرش وجود دارد. در بازه‌ی $1^\circ < \alpha < 3^\circ$ ، موقعیت گذرش حرکت بسیار آرامی به سمت بالادست دارد، اما برای $3.4^\circ < \alpha$ ، حرکت به سمت بالادست نسبت به افزایش زاویه‌ی حمله خیلی سریع‌تر می‌شود. هر دو کمیت بحث‌شده در اینجا محدوده‌ی یکسانی از زاویه‌ی حمله را نشان می‌دهند که رفتار غیرخطی در آن مورد انتظار است ($3.4^\circ \approx \alpha$). بنابراین، $3.4^\circ = \alpha$ به عنوان زاویه‌ی حمله‌ی متوسط نوسان تعریف می‌شود. دامنه‌ی پیچش به منظور تطابق با آزمایش‌های لوکات کوچک انتخاب می‌شود. حرکت پیچشی ناپایا را می‌توان به صورت معادله‌ی ۱ بیان کرد:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega(t - t_0) + \varphi_0) \quad (1)$$

که در آن $\alpha_0 = 3.4^\circ$ زاویه‌ی حمله‌ی متوسط، $\Delta\alpha = 1^\circ$ دامنه‌ی پیچش، ω فرکانس زاویه‌ای نوسان، t معرف زمان شبیه‌سازی، t_0 زمان آغاز حرکت پیچشی و φ_0 فاز اولیه در آغاز نوسان است. شبیه‌سازی‌های ایرفویل استاتیک در زوایای حمله‌ی مختلف

انجام شده تا پیش‌بینی XFOIL تأیید شود و اطمینان حاصل شود که تغییرات موقعیت گذرش با شبیه‌سازی‌های عددی گرفته می‌شود.

۲-۲ روش عددی

شبیه‌سازی‌های عددی به‌گونه‌ای تنظیم شده‌اند که شبیه‌سازی گرداب بزرگ (LES) با دقت بالا روی دیواره را برای ایرفویل‌های ثابت و در حال پیچش اجرا کنند. شبیه‌سازی توسط کد متن‌باز Nek5000 انجام شده که توسط فیشر و همکاران [۱۶] توسعه داده شده است و توانایی آن برای شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل توسط تأیید شده است [۱۷]. شبکه‌ی محاسباتی با استفاده از نرم‌افزار ANSYS ICEM CFD 19.0 تولید شده که با سازمان و در نزدیکی سطح ایرفویل متعامد است. شبیه‌سازی عددی در یک فرمول‌بندی $P_n - P_{n-2}$ با استفاده از نمایش چندجمله‌ای مرتبه نهم برای سرعت تنظیم شده است [۱۸]. معادلات ناویر-استوکس با استفاده از چارچوب اویلری-لاگرانژی دلخواه [۱۹] حل می‌شوند تا حرکت مرز و نقاط داخلی محاسبه شود. دستگاه مختصات به‌گونه‌ای تعریف شده که جهت x هم‌راستا با جریان آزاد، z در جهت دهانه و y جهت جریان عرضی است. همه‌ی کمیت‌ها با استفاده از طول وتر c ، سرعت جریان آزاد U_∞ و چگالی سیال ρ بی‌بعد شده‌اند. مرزهای دوردست به اندازه‌ی دو وتر از لبه‌ی حمله‌ی ایرفویل در هر جهت فاصله دارند و مرز جریان خروجی به اندازه‌ی چهار وتر پایین‌دست لبه‌ی فرار ایرفویل قرار دارد (شکل ۳). ورودی به صورت مرز جریان ورودی منحنی‌شکل با فاصله‌ی شعاعی ثابت دو وتر از لبه‌ی حمله طراحی شده است. عرض دامنه‌ی محاسباتی در راستای دهانه $1_z = 0.15c$ است. شرط مرزی متناوب روی مرزهای در راستای دهانه اعمال شده و شرط خروجی پایدار ساز انرژی [۲۰] روی مرز خروجی اعمال شده است. یک شبیه‌سازی ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده با رینولدز ناپایا (URANS) به همراه مدل آشفتگی انتقالی SST k- ω [۲۱] هم برای همان حالت با مرزهای دوردست و خروجی در فاصله‌ی ۱۰۰ وتر انجام شده است. داده‌های میدان جریان متوسط‌گیری شده با زمان از شبیه‌سازی URANS برای موقعیت‌های متناظر مرزهای دامنه‌ی شبیه‌سازی LES استخراج می‌شود. این داده‌های استخراج شده به‌عنوان شرط مرزی دیریشله روی مرزهای ورودی و دورست اعمال می‌شود. آشفتگی جریان آزاد با شدت $T_i = 0.1\%$ به شرط مرزی دیریشله اضافه می‌شود تا ناپایداری لایه‌ی مرزی را تحریک نماید. آشفتگی جریان آزاد توسط موده‌های فوریه با طیف ون کارمن تولید می‌شود و مقیاس طولی انتگرالی طیف $il = 0.01$ تنظیم شده است. این روال مشابه روالی است که توسط شلاتر و همکاران [۲۲] برای مطالعه‌ی گذرش جریان فرعی در لایه‌ی مرزی صفحات تخت توصیف شده است. این روش همچنین برای شبیه‌سازی توربین بادی توسط کلاوزبرگ [۲۳] و نگی و همکاران [۱۷] برای ایرفویل در حال پیچش استفاده شده است.

تراکم شبکه روی سطح ایرفویل در راستای وتر در تطابق با مشخصه‌های لایه‌ی مرزی تغییر می‌کند. شبکه با معیار زیر طراحی شده است:

(۱) اندازه‌ی مش $\Delta x^+ \leq 21$ ، $\Delta y_{wall}^+ \leq 0.6$ و $\Delta y_{max}^+ \leq 12$ تقریباً در تمام سطح مکش مقطع بال رعایت شده است. چون انتظار می‌رود جریان روی سطح فشاری آرام باشد، تراکم شبکه در جهت جریان $\Delta x^+ \leq 27$ است.

(۲) برای $0.1 < x/c < 0.6$ ، تنش برشی روی دیواره τ_w از هر دو سطح مکشی و فشاری برای تخمین مقیاس‌های طولی لزجی در طول ایرفویل استفاده می‌شود. فاصله‌ی نقاط شبکه بر اساس این مقیاس‌های طولی ارزیابی شده است.

(۳) برای $x/c < 0.1$ بیشینه‌ی مقدار τ_w روی سطح مکشی ایرفویل برای تخمین فاصله‌ی نقاط شبکه در هر دو سطح مکشی و فشاری استفاده می‌شود.

(۴) برای $x/c > 0.6$ گرادیان فشار معکوس بزرگی روی سطح مکشی اتفاق می‌افتد که مقادیر τ_w را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. بنابراین، مقادیر τ_w از سطح فشاری برای هر دو سطح ایرفویل استفاده می‌شود.

(۵) یک شبکه‌ی باسازمان استفاده شده که در راستای دهانه با فواصل ثابت $\Delta z^+ \approx 12$ در کل دامنه کشیده شده که از مقدار بیشینه‌ی τ_w سطح مکش استخراج شده است.

علامت $^+$ معرف نرمال‌سازی با واحدهای درونی با استفاده از لزجت سینماتیک ν و سرعت اصطکاکی u^* است. داده‌های تنش برشی دیواره از XFOIL برای تخمین سرعت اصطکاکی موضعی استخراج شده‌اند. یک نوار زیر در $x/c \approx 0.1$ قرار داده شده تا مقادیر تنش برشی آشفته روی دیواره‌ی هر دو سطح ایرفویل به دست آید. برای تعریف فاصله‌ی نقاط در ناحیه‌ی دنباله که معیارهای بر اساس دیواره معتبر نیستند، معیار جدیدی مورد نیاز است. از این رو، داده‌های URANS برای تخمین مقیاس طولی کولموگروف η در ناحیه‌ی دنباله استفاده شده است. شبکه در ناحیه‌ی دنباله به گونه‌ای طراحی شده که فاصله‌ی میانگین نقاط در دنباله‌ی نزدیک ($1 < x/c < 2$) از معیار $\Delta x / \eta < 10$ پیروی می‌کند. برای $x/c > 2$ فاصله‌ی نقاط در دنباله به آرامی افزایش می‌یابد، به طوری که نزدیک مرز جریان خروجی در $x/c = 4$ معیار $\Delta x / \eta \approx 25$ برقرار است.

۳-۲ نتایج شبیه‌سازی ایرفویل ثابت

بر اساس بازه‌ی انتخاب‌شده برای زاویه‌ی حمله، شبیه‌سازی‌هایی با ایرفویل ثابت در α متناظر با سه نقطه از چرخه‌های پیچش انجام شده است. دو نقطه متناظر با زوایای انتهایی چرخه‌های پیچش، یعنی $\alpha = 2.4^\circ$ و $\alpha = 4.4^\circ$ و نقطه‌ی سوم متناظر با زاویه‌ی میانی چرخه‌ی پیچش، یا به عبارتی $\alpha = 3.4^\circ$ هستند. ضریب فشار متوسط و تنش برشی مماسی دیواره برای این سه حالت در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. جهت محور y برای نمودار توزیع C_p معکوس شده است و بنابراین خطوط بالایی معرف توزیع C_p روی سطح مکش و خطوط پایینی معرف توزیع C_p روی سطح فشاری هستند. تغییرات زیاد گذرش بین سه زاویه‌ی حمله‌ی ایرفویل به‌طور واضح در شکل ۴ (چپ) مشاهده می‌شود که افزایش تنش برشی دیواره نزدیک وسط وتر را برای $\alpha = 4.4^\circ$ نشان می‌دهد، در حالی که برای $\alpha = 2.4^\circ$ این در $x/c \approx 0.8$ دیده می‌شود. افزایش شدید تنش برشی دیواره ویژگی عمومی تغییرات در محل جدایش جریان روی سطح مکش ایرفویل را هم می‌توان از تغییر علامت تنش برشی مماسی فهمید. در $\alpha = 2.4^\circ$ ، جدایش آرام در $x/c \approx 0.7$ اتفاق می‌افتد که فوراً با چسبیدن دوباره‌ی جریان در ادامه جریان آشفته‌ی چسبیده دنبال می‌شود. برای $\alpha = 3.4^\circ$ جریان کاملاً چسبیده می‌ماند، اما جدایش جریان آشفته را برای $\alpha = 4.4^\circ$ می‌توان در $x/c \approx 0.9$ مشاهده نمود.

شکل ۵ ساختارهای گردابه‌ای لحظه‌ای را که با معیار λ_2 [۲۴] شناخته می‌شوند برای $\alpha = 2.4^\circ$ و $\alpha = 4.4^\circ$ نشان می‌دهد. نواحی آشفته را می‌توان با حضور ساختارهای ریزمقیاس تشخیص داد. مشخص است که گذرش در موقعیت‌های در راستای وتر بسیار متفاوتی برای دو زاویه‌ی حمله اتفاق می‌افتد که با نتایج تنش برشی دیواره‌ی شکل ۴ تطابق دارد. ساختارهای لحظه‌ای برای هر دو حالت پس از اجرای شبیه‌سازی برای تقریباً شش برابر زمان عبور جریان استخراج شده‌اند. وقتی ناپایایی‌های اولیه از میدان منتقل شوند، حالت کیفی کلی جریان تغییر نمی‌کند و موقعیت گذرش ثابت می‌ماند.

۳- پاسخ ناپایا

شبیه‌سازی‌های ایرفویل با حرکت پیچشی با نوسان توصیف‌شده توسط معادله‌ی ۱ انجام می‌شود. فرکانس زاویه‌ای ω نوسان به‌گونه‌ای انتخاب شده که فرکانس کاهش‌یافته برابر $k=0.4$ باشد که $k = \omega b / U_\infty$ و b نصف وتر است. محور پیچش در نقطه‌ی $(x_0, y_0) = (0.35, 0.034)$ واقع است که با آزمایش‌های لوکات [۱۰] مطابقت دارد. دوره‌ی تناوب بی‌بعد نوسان برای فرکانس کاهش‌یافته‌ی انتخاب‌شده برابر $T_{osc} = 7.85$ است (مقیاس زمانی با مقیاس زمانی جابه‌جایی c/U_∞ نرمال شده است). شبیه‌سازی‌های پیچشی با شرایط اولیه‌ی حاصل از شبیه‌سازی ایرفویل ثابت در زاویه‌ی حمله‌ی $\alpha = 2.4^\circ$ آغاز می‌شوند. این نقطه نمایانگر کمینه‌ی چرخه‌ی پیچش بوده و آغاز حرکت پیچشی از این پایین‌ترین نقطه اجازه می‌دهد که سرعت زاویه‌ای از مقدار صفر به تدریج افزایش یابد. بنابراین، در آغاز حرکت هیچ‌گونه سرعت تحمیلی به ایرفویل اعمال نمی‌شود. حرکت نوسانی طبق معادله‌ی ۱ با $t_0 = 6.0$ و $\phi_0 = -\pi/2$ توصیف می‌شود.

چرخه‌های اولیه‌ی نوسان با یک چندجمله‌ای مرتبه پایین ($N=5$) اجرا می‌شود و مرتبه‌ی چندجمله‌ای به تدریج تا بیشترین مقدار خود ($N=9$) افزایش می‌یابد. شکل ۶ تغییرات زمانی ضریب برآ C_1 ، ضریب گشتاور پیچشی C_m و ضریب پسا C_h را طی دو چرخه‌ی آخر نوسان نشان می‌دهد. ضرایب تقریباً متناوب بوده و اختلاف بزرگی بین چرخه‌های متوالی نوسان دیده نمی‌شود. انحراف منحنی‌ها از شکل سینوسی خالص نمایانگر رفتار غیرخطی موجود در پاسخ آیرودینامیکی است. در اینجا پاسخ جریان رفتار غیرخطی ضعیفی در ضرایب آیرودینامیکی ایجاد می‌کند.

تغییرات مکانی-زمانی لایه‌ی مرزی را می‌توان با تنش برشی لحظه‌ای روی دیواره تحلیل کرد. شکل ۷ تغییرات مکانی-زمانی τ_w ، متوسط تنش برشی لحظه‌ای در راستای دهانه روی سطح مکشی ایرفویل را نشان می‌دهد. مقادیر گزارش‌شده بیانگر مقادیر مماسی موضعی تنش برشی وارد بر سطح ایرفویل است. نواحی با رنگ قهوه‌ای تیره در شکل، نواحی با تنش برشی بالا بوده که نشانگر جریان آشفته است (به جز ناحیه‌ی خیلی نزدیک به لبه‌ی حمله که لایه‌ی مرزی بسیار نازکی دارد). نواحی با رنگ آبی نمایانگر نواحی با تنش برشی خیلی کم یا منفی هستند. خطوط سیاه بیانگر کانتورهای τ_w صفر هستند که نشانه‌ی جدایش جریان است. نواحی آشفته برجستگی‌های متناوبی در نمودار مکان-زمان پدید آورده که به معنی حرکت گذرش در طی فازهای نوسان است. تغییرات در جدایش لبه‌ی فرار با تغییر در نقطه‌ی گذرش آرام به آشفته همراه است. زمانی که گذرش در پایین‌دست‌ترین موقعیت خود واقع است، جدایش لبه‌ی فرار رخ نمی‌دهد، اما زمانی که گذرش در بالادست‌ترین موقعیت خود واقع است، ناحیه‌ی جدایشی بزرگی پدید می‌آید. این با نتایج مطالعات پیشین مای و هبلر [۸] هبلر و همکاران [۹] و لوکات [۱۰] تطابق دارند که پیشنهاد می‌کنند بخشی از غیرخطی بودن ضرایب آیرودینامیکی به دلیل حرکت آزاد محل گذرش رخ می‌دهد. شکل ۸ دو برش عمودی از نمودار مکان-زمان را برای دو لحظه‌ی مختلف زمانی نشان می‌دهد که نمایانگر تغییرات لحظه‌ای τ_w در راستای وتر است. تغییرات در موقعیت گذرش به دلیل تغییرات پیوسته‌ی زاویه‌ی حمله است که به تغییر در گرادیان فشار تجربه‌شده در جریان منجر می‌شود و به نوبه‌ی خود سبب تعدیل سرعت تقویت امواج تولماین-شلیختینگ می‌گردد.

کمی‌سازی تغییرات نقطه‌ی گذرش مهم است و یک نقطه‌ی گذرش لحظه‌ای باید تعریف شود. از آنجا که موقعیت گذرش به‌طور پیوسته با زمان عوض می‌شود، معیاری مورد نیاز است که بر اساس حالت لحظه‌ای جریان باشد و نه بر اساس متوسط‌های آماری بلندمدت. یک معیار مهندسی گذرش توسعه داده شده که از متوسط‌های کوتاه‌مدت کمیت‌های جریان استفاده می‌کند. هنگامی که جریان از آرام به آشفته گذرش می‌کند، تنش رینولدز $\overline{u'v'}$ که از متوسط‌های کوتاه‌مدت محاسبه می‌شود، افزایش شدیدی می‌یابد. این افزایش شدید در گذرش آرام به آشفته عمومیت دارد، زیرا تنش رینولدز در بخش آرام جریان بسیار کوچک است، ولی در ناحیه‌ی آشفته مقادیر بالایی می‌یابد.

برای تعریف کمیت‌هایی که معرف حالت لحظه‌ای جریان باشند، از جهات همگن استفاده شده و یک عملیات متوسط‌گیری زمانی برای مدت بسیار کوتاهی از زمان انجام شده است. بنابراین، کمیت‌های آماری $\bar{q}(x, y, t)$ به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\bar{q}(x, y, t) = \left(\frac{1}{z_{\max} - z_{\min}} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} \right) \int_{t'=t}^{t'+\Delta t} \int_{z=z_{\min}}^{z=z_{\max}} q(x, y, z, t') dz dt' \quad (2)$$

در اینجا $(z_{\max} - z_{\min})$ عرض دامنه‌ی محاسباتی در راستای دهانه و Δt دوره‌ی کوتاه متوسط‌گیری است. برای این که چنین کمیتی معرف حالت لحظه‌ای جریان باشد، دوره‌ی زمانی متوسط‌گیری باید کوچک باشد. برای کار حاضر از $\Delta t = 1 \times 10^{-2}$ استفاده شده که حدوداً ۱٪ دوره‌ی زمانی نوسانی را در بر می‌گیرد که می‌توان فرض کرد طی آن جریان تقریباً در حالت ثابتی می‌ماند. با استفاده از این روال، تنش رینولدز نوسانی $\overline{u'v'}$ حساب می‌شود. مقادیر بزرگ تنش رینولدز نمایانگر جریان آشفته است، پس بالادست‌ترین نقطه روی سطح مکش که آنجا کمیت $\overline{u'v'}(x, y, t)$ مقدار بزرگی پیدا می‌کند به‌عنوان نقطه‌ی گذرش محسوب می‌شود. برای تعیین آستانه‌ی مناسبی برای بزرگی، بیشینه‌ی مقدار $|\overline{u'v'}(x, y, t)|$ در سرتاسر لایه‌ی مرزی برای همه‌ی زمان‌ها محاسبه می‌شود. این مقدار بیشینه تغییرات خیلی بزرگی در زمان ندارد و میانگین مرتبه‌ی اندازه‌ی آن $|\overline{u'v'}|_{\max} \approx 10^{-2}$ باقی می‌ماند. آستانه‌ی مورد نظر برای تعیین گذرش به میزان ۵٪ بیشینه تنظیم می‌شود و نقطه‌ی گذرش به‌عنوان اولین نقطه‌ای در راستای جریان که از این آستانه عبور کند تعریف می‌شود. چون این معیار کمی اختیاری است، با محاسبه‌ی واریانس نوسانات سرعت در راستای دهانه $\overline{w'w'}(x, y, t)$ با همان معیار، بررسی متقابل می‌شود. رشد نوسانات سرعت در راستای دهانه نشانگر سه‌بعدی شدن است و شاخص فیزیکی معناداری از گذرش به دست می‌دهد. تغییرات گذرش برای هر دو کمیت نزدیک به هم است. با وجود طبیعت به نسبت غیرعمومی این معیار آستانه، تصویر کمی حرکت موقعیت گذرش خیلی به تغییرات در مقدار آستانه حساس نیست. کاهش یا افزایش آن با ضریب ۲ همان روندهای کمی را ایجاد می‌کند. روال مشابهی در ارزیابی نقطه‌ی گذرش در [۱۷] برای ایرفویل در حال پیچش با $Re_c = 100,000$ دنبال شده که ارزیابی حساسیت نقطه‌ی گذرش به تیرانس‌ها هم در آن گزارش شده است.

شکل ۷ موقعیت گذرش محاسبه‌شده را که به نمودار مکان-زمان تنش برشی دیواره الحاق شده نشان می‌دهد. تغییرات نقطه‌ی گذرش با تصویر تنش برشی دیواره مطابقت دارد و گذرش حاشیه‌ی اندکی نسبت به نواحی با تنش برشی بالا دارد. بالادست‌ترین نقطه‌ی گذرش در $x_{tr}/c \approx 0.4$ و پایین‌دست‌ترین موقعیت آن در $x_{tr}/c \approx 0.78$ است که بیانگر تغییر بزرگ حدوداً ۴۰ درصد وتر در طی چرخه‌ی پیچش است. زمانی که گذرش در پایین‌دست‌ترین موقعیت خود است، یک حباب جدایش آرام رشد می‌کند و لایه‌ی مرزی در $x/c \approx 0.7$ جدا می‌شود. این جدایش لایه‌ی مرزی آرام و با چسبیدن دوباره به صورت آشفته است. گذرش به آشفتگی بالایی لایه‌ی برشی جداشده اتفاق می‌افتد که با خط قرمزی که از کانتورهای مشکی می‌گذرد نشان داده شده است. با حرکت گذرش به سمت بالادست، حباب جدایش آرام ناپدید می‌شود. اما یک ناحیه‌ی جدایش آشفتگی در موقعیت پایین‌دست‌تر $x/c \approx 0.9$ توسعه می‌یابد.

تغییرات موقعیت گذرش با زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای در شکل ۹-الف نشان داده شده است. این نمودار حالت‌های نامتقارن جریان بین حرکت پیچشی در فازهای رو بالا (شاخه‌ی بالایی نمودار) و رو به پایین (شاخه‌ی پایینی نمودار) را به روشنی نشان می‌دهد. حین حرکت پیچشی در فاز رو به بالا، نقطه‌ی گذرش نزدیک لبه‌ی فرار بوده و حرکت بسیار آرامی به سمت بالادست در بیشتر چرخه‌ی پیچشی رو به بالا دارد و سپس در انتهای فاز پیچش رو به بالا به‌طور سریع به سمت بالادست حرکت می‌کند. حین

حرکت پیچشی در فاز رو به پایین، موقعیت گذرش با سرعت نسبتاً ثابتی به سمت پایین دست حرکت می‌کند. این نمودار را می‌توان برای دستیابی به تصویر روشن‌تری از دینامیک جاری در حرکت با استفاده از مفهوم تأخیر فاز تبدیل نمود. در این تبدیل، تکامل لایه‌ی مرزی نسبت به زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر α_e بررسی می‌شود که با زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای متفاوتی در تأخیر فاز دارد. تعبیر فیزیکی تأخیر فاز ساده است و به معنای آن است که لایه‌ی مرزی خود را با تغییر میدان جریان به صورت شبه پایا تطبیق می‌دهد، اما یک تأخیر بین حرکت ایرفویل و تطبیق لایه‌ی مرزی وجود دارد و زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر که لایه‌ی مرزی حس می‌کند با زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای متفاوت است. عبارت مربوط به زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر در مسئله‌ی حاضر را می‌توان با اضافه نمودن یک جمله به رابطه‌ی ۱ نوشت،

$$\alpha_e(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega(t - t_0) + \varphi_0 + \varphi_{lag}) \quad (3)$$

که φ_{lag} تأخیر فاز بین زوایای حمله‌ی لحظه‌ای و مؤثر است. مفهوم تأخیر فاز اغلب در آیرودینامیک ناپایا برای توصیف پاسخ ناپایای نیروهای آیرودینامیکی استفاده می‌شود (برای مثال [۱، ۶، ۲۵، ۲۶]). در اینجا از این مفهوم به‌طور خاص برای تکامل کل لایه‌ی مرزی استفاده می‌شود. همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، تغییرات جدایش لایه‌ی مرزی با تغییرات گذرش همراه است. بنابراین می‌توان از نقطه‌ی گذرش به‌عنوان متغیر حالت برای توصیف کل لایه‌ی مرزی روی ایرفویل استفاده نمود. شکل ۹-ب تغییرات نقطه‌ی گذرش را نسبت به زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر نشان می‌دهد که با استفاده از تأخیر فاز $\varphi_{lag} = -1.06$ رادیان محاسبه شده است. آنچه که در ابتدا در صفحه‌ی $x_{tr}/c - \alpha$ یک حلقه‌ی بسته دیده می‌شد (شکل ۹-الف)، وقتی در صفحه‌ی $x_{tr}/c - \alpha_e$ نمایش داده شود، به‌طور تقریبی به خط واحدی تبدیل می‌شود. بنابراین، رفتار از نوع هیستریزس مشاهده شده نسبت به α تقریباً به‌طور کامل می‌تواند با مفهوم تأخیر فاز توضیح داده شود و در صفحه‌ی دارای تأخیر فاز $x_{tr}/c - \alpha_e$ هیستریزس تقریباً غایب است. علاوه بر حذف هیستریزس، تغییرات نسبت به α_e همچنین تطابق خوبی با منحنی گذرش استاتیک محاسبه شده با استفاده از XFOIL (با فاکتور $N = 8.5$) دارد. مقدار تأخیر فاز با کمینه کردن انحراف موقعیت گذرش ناپایا نسبت به مقادیر استاتیک آن تعیین شده است. به‌علاوه، نقاط گذرش محاسبه شده برای شبیه‌سازی‌های بال ثابت در سه زاویه‌ی حمله هم با دوائر قرمز در شکل ۹-ب نشان داده شده است. حذف هیستریزس در مختصات تبدیل یافته و تطابق آن با مقادیر به‌دست آمده از XFOIL روی هم‌رفته بیانگر تکامل شبه‌پایای لایه‌ی مرزی در زمان است. موقعیت گذرش را می‌توان به‌عنوان یک کمیت اسکالر در نظر گرفت که حالت لحظه‌ای لایه‌ی مرزی روی ایرفویل را توصیف می‌کند. برای فرکانس‌های کاهش یافته‌ی خیلی کم $k \ll 1$ ، می‌توان انتظار داشت که مشخصه‌های لایه‌ی مرزی به‌طور ساده از مشخصه‌های لایه‌ی مرزی روی بال ثابت برای زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای تبعیت کند و اثرات ناپایا کوچک‌تر از آن باشند که تأثیرگذار باشند. بنابراین، مسیر نقطه‌ی گذرش در صفحه‌ی $x_{tr}/c - \alpha_e$ از مسیر منحنی استاتیک تبعیت خواهد کرد. برای مواردی با فرکانس کاهش یافته‌ی بالاتر (اما همچنان خیلی کم‌تر از فرکانس‌های آشفتگی ریزمقیاس)، اثر ناپایای غالب، تطبیق لایه‌ی مرزی با تأخیر زمانی است. بنابراین، در موارد ناپایا، باید زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر حس شده توسط لایه‌ی مرزی را برای گرفتن اثرات غالب در نظر داشت. مفهوم مهم این امر در نظر داشتن موقعیت‌هایی است که تأخیر فاز یک کمیت از پیش معلوم شمرده می‌شود. در چنین سناریویی، حالت‌های لحظه‌ای در یک آزمایش ناپایا را می‌توان احتمالاً با نتایج بال ثابت متناظر در زوایای حمله‌ی مختلف تعیین نمود.

۴- مدل ناپایای مهندسی

از آنجا که مدل‌های ناپایای کلاسیک تنها پاسخ‌های خطی به نوسان پیچشی هماهنگ را پیش‌بینی می‌کنند، از درک به دست آمده در بخش قبل برای ساخت مدلی برای نیروهای آیرودینامیکی ناپایا استفاده می‌شود. با توجه به اینکه تکامل لایه‌ی مرزی ناپایا را می‌توان با لایه‌ی مرزی روی بال ثابت از طریق دینامیک تأخیر فاز مرتبط ساخت، بخشی از نیروهای ناپایا هم می‌بایست همبستگی خوبی با نیروهای تجربه‌شده توسط بال ثابت داشته باشد. مابقی مقدار نیروها اثرات دینامیکی را در جریان شامل می‌شوند. فرض می‌شود که پدیده‌های به‌شدت گذرا، نظیر ریزش گردابه‌ی لبه‌ی حمله که در واماندگی دینامیکی وجود دارد، اتفاق نمی‌افتد. همچنین، در مواردی که افزایش و کاهش زاویه‌ی حمله بی‌نهایت آرام انجام می‌شود، برای ضرایب آیرودینامیکی استاتیک هیستریزس در نظر گرفته نمی‌شود. مطالعات پیشین هم تمایل داشتند که نیروهای آیرودینامیکی ناپایا را به دو مؤلفه مانند مؤلفه‌های چرخشی و غیرچرخشی [۳]، گردابه‌ای و غیرگردابه‌ای یا شبه‌پایا و جرم افزوده [۲۷] تقسیم کنند. با الهام از نحوه‌ی مدل‌سازی تئودورسن [۳]، در اینجا هم مدلی مهندسی ساخته می‌شود که در آن نیروهای آیرودینامیکی به دو مؤلفه تقسیم می‌شوند که نماینده‌ی اثرات دینامیکی (مؤلفه‌های غیرچرخشی) و اثرات شبه‌پایا (مؤلفه‌های چرخشی) هستند. عموماً برای ارزیابی سهم چرخش (ورتیسیته) لایه‌ی مرزی در نیروهای آیرودینامیکی، نظریه‌ی غیرلزج به کار گرفته می‌شود. اما همان‌گونه که در شکل ۲-الف مشهود است، به دلیل جدایش لایه‌ی مرزی ضرایب نیرو از رفتار خطی خود نسبت به α انحراف زیادی می‌یابند که به رفتار غیرخطی شدیدی نسبت به α می‌انجامد. تخمین سهم شبه‌پایا از نظریه‌ی غیرلزج احتمالاً به نتایجی با خطای زیاد منجر می‌شود. برای به حساب آوردن این رفتار غیرخطی، فرض می‌شود که لایه‌ی مرزی در یک روند شبه‌پایا (اما با تأخیر فاز) طی چرخه‌ی پیچشی تکامل می‌یابد. نتایج بخش قبل این فرض را قوت می‌بخشد. اما مقدار تأخیر فاز معلوم نیست. از آنجا که جریان فرضیات غیرلزج را ارضا نمی‌کند، مقدار جمله‌ی شبه‌پایا باید با استفاده از یک منحنی C_1 استاتیک محاسبه‌شده به‌صورت تجربی تعیین شود. برای ایرفویل حاضر، منحنی C_1 به‌صورت تجربی توسط لوکات [۱۰] در دو عدد رینولدز $Re_c = 1.0 \times 10^6$ و $Re_c = 7.5 \times 10^5$ به دست آمده و در شکل ۱۰ نشان داده شده است. مقادیر آزمایشگاهی به دست آمده برای منحنی C_1 استاتیک مهندسی استفاده می‌شوند. از اینجا به بعد، فرض می‌شود که رفتار غیرخطی در نیروهای آیرودینامیکی ناپایا کاملاً بر اثر جمله‌ی شبه‌پایا بوده و همه‌ی اثرات دینامیکی را می‌توان با یک جمله‌ی هارمونیک خطی مدل کرد. مدل مهندسی به‌صورت زیر در می‌آید:

$$C_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \theta) + C_1^{emp}(\gamma(t)) \quad (۴-الف)$$

$$\gamma(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega t - \varphi_{lag}) \quad (۴-ب)$$

که زاویه‌ی جمله‌ی لحظه‌ای برابر است با

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega t) \quad (۵)$$

بنابراین، مدل مهندسی سه پارامتر مستقل دارد که باید تعیین شوند: A_1 که بیانگر قدرت جمله‌ی دینامیکی کاملاً هارمونیک است، تأخیر/تعجیل فاز θ جمله‌ی هارمونیک و φ_{lag} که بیانگر تأخیر فاز جمله‌ی شبه‌پایا است. باید توجه داشت که اگر منحنی $C_1^{emp}(\alpha)$ نسبت به α خطی باشد، پاسخ زمانی مدل کاملاً هارمونیک خواهد بود.

حال فرضیات مدل در مقایسه با اندازه‌گیری‌های تجربی لوکات که برای نوسان پیچشی اجباری همان ایرفویل انجام شده، امتحان می‌شوند. این اندازه‌گیری‌ها برای اعداد رینولدز $Re_c = 1.0 \times 10^6$ و $Re_c = 7.5 \times 10^5$ برای گستره‌ی وسیعی از زوایای حمله و فرکانس‌های کاهش‌یافته، با نوسان پیچشی کم‌دامنه انجام شده است.

مدل به روش کمترین مربعات روی داده‌های تجربی برازش شده تا پارامترهای آن تخمین زده شود. این مدل ساده انطباق خوبی با داده‌های تجربی نشان می‌دهد. شکل ۱۱ برازش کمترین مربعات را برای داده‌های به دست آمده در $Re_c = 1.0 \times 10^6$ ، زاویه‌ی حمله‌ی متوسط $\alpha_0 = 3.8^\circ$ ، دامنه‌ی پیچش $\Delta\alpha = 1^\circ$ و فرکانس‌های کاهش‌یافته‌ی متغیر نشان می‌دهد. نقاط قرمز داده‌های تجربی و خطوط مشکی برازش کمترین مربعات روی داده‌های تجربی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱۰ دیده می‌شود، زاویه‌ی حمله‌ی متوسط $\alpha_0 = 3.8^\circ$ محدوده‌ی نوسان را در نزدیکی محدوده‌ای قرار می‌دهد که رفتار غیرخطی در منحنی استاتیک رخ می‌دهد.

انطباق مناسب فقط محدود به یک زاویه‌ی حمله‌ی متوسط نیست. مدل با چندین ترکیب مختلف از زوایای حمله‌ی متوسط و فرکانس‌های کاهش یافته آزمایش شده و تطابق خوب برای همه‌ی حالت‌های مورد بررسی، حتی برای چند حالت با فرکانس کاهش‌یافته‌ی نسبتاً بالای $k \approx 0.4$ مشاهده شده است. اما برای فرکانس‌های بالا سهم جمله‌ی هارمونیک غالب است و رفتار غیرخطی نسبی ضعیف می‌شود. شکل ۱۲ مجموعه‌ی دیگری از داده‌های تجربی را با رژیم غیرخطی در $Re_c = 7.5 \times 10^5$ همراه با برازش کمترین مربعات مدل نشان می‌دهد.

پس مفهوم تأخیر فاز شبه‌پایا برای تکامل زمانی لایه‌ی مرزی روی ایرفویل برای فرکانس‌های مختلف، حتی زمانی که موقعیت گذرش لایه‌ی مرزی تغییرات زیادی دارد، قابل به‌کارگیری به‌نظر می‌رسد. قابل توجه است که فرکانس‌های کاهش‌یافته در آزمایش تجربی در محدوده‌ی $k < 0.5$ است. شبیه‌سازی عددی حاضر برای $k = 0.4$ انجام شد و بیشتر فرکانس‌های تجربی کم‌تر از این مقدار هستند. فرض تغییر با تأخیر فاز در لایه‌ی مرزی احتمالاً برای بیشتر داده‌های تجربی بهتر ارضا شود. این احتمال هست که فرکانس‌های کاهش‌یافته‌ی بالاتر به شکست این فرض شبه‌پایا منجر شود. با این وجود، فرکانس‌های کاهش‌یافته‌ی مرتبط با تحلیل‌های آیرودینامیک عموماً کم‌تر از مقدار مورد استفاده در کار حاضر هستند و فرض مذکور در گستره‌ی فرکانس مربوطه منطقی به‌نظر می‌رسد.

باید توجه داشت که هدف این مدل‌سازی ایجاد یک مدل آیرودینامیکی عام برای نیروهای ناپایا نیست، بلکه نمایش کاربردپذیری مفهوم تکامل لایه‌ی مرزی با تأخیر فاز برای نوسانات پیچشی کم‌دامنه، لااقل تا فرکانس کاهش‌یافته‌ی $k < 0.4$ است. با وجود این، مدل حاضر دید جدیدی به معنای فیزیکی رفتار غیرخطی که در پاسخ دینامیکی ایرفویل‌های آرام مشاهده می‌شود، فراهم می‌کند. واضح است که تنها منبع رفتار غیرخطی در مدل آیرودینامیکی تجربی جمله‌ی شبه‌پایا است که به‌طور مستقیم با مشخصه‌های استاتیکی ایرفویل مرتبط است. با تغییر در فرکانس، قدرت جمله‌ی شبه‌پایا ثابت می‌ماند، در حالی که تأخیر فاز دچار تغییر می‌شود. این نتیجه‌ی مهمی است، زیرا به این معنی است که قدرت رفتار غیرخطی با تغییر فرکانس کاهش‌یافته تقریباً ثابت می‌ماند. اما، با افزایش فرکانس کاهش‌یافته، جمله‌ی هارمونیک خالص که بیانگر اثرات دینامیکی است، بزرگ‌تر می‌شود. پس قدرت نسبی رفتار غیرخطی با افزایش فرکانس کاهش‌یافته، کم می‌شود. این در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مشهود است. در هر دو شکل، رفتار غیرخطی در پایین‌ترین فرکانس به‌صورت قوی‌تری قابل مشاهده است و با افزایش فرکانس، پاسخ به سمت شکل سینوسی خالص تمایل پیدا می‌کند. این مشاهده توسط لوکات [۱۰] هم گزارش شده است.

مدل حاضر پیش‌بینی‌کننده نیست، اما اجازه‌ی تحلیل پسینی داده‌ها را می‌دهد، زیرا جملات تأخیر/تعجیل فاز از پیش معلوم نیستند، اگرچه تعداد پارامترهای آزاد مدل به ۳ کاهش می‌یابد. این در تقابل با یک مدل عام نظیر بسط سری فوریه است که تعداد جملات مراتب بالاتر (و قدرت و فاز آنها) از قبل معلوم نیستند. اما باید توجه داشت که تنها داده‌های نوسانات پیچشی کم‌دامنه با گستره نسبتاً کوچکی از فرکانس کاهش‌یافته $k < 0.5$ موجود بود و کاربردپذیری چنین مدل ساده‌ای برای موارد عمومی‌تر نوسان

پیچشی معلوم نیست. به طور خاص، نقطه‌ای که فرض شبه‌پایا کاملاً شکست می‌خورد نامعلوم است، همین‌طور تعمیم به دامنه‌های نوسان بالاتر. باید توجه داشت که پژوهش‌های مکانیک پرواز با مدل‌های غیرخطی مهندسی یا نیمه‌مهندسی برای نیروهای آیرودینامیکی سروکار دارند. به‌عنوان مثال کار مدل‌سازی انجام‌شده توسط لی‌شمن [۲۸]، گومان و خرابروف [۲۹]، شنگ و همکاران [۳۰] و نارسیپر و همکاران [۳۱]. مروری بر تلاش‌های صورت‌گرفته در راستای مدل‌سازی غیرخطی در [۳۲] انجام شده است. بعضی از این تلاش‌ها از ایده‌ی تأخیر جابه‌جایی لایه‌ی مرزی استفاده می‌کنند، مثل مدل مکان-زمان [۲۶] که در یک شکل بهبودیافته توسط ویلیامز و همکاران [۳۳] و نارسیپر و همکاران استفاده شده، یا مدل نیمه‌تجربی توسعه داده‌شده توسط لی‌شمن. این پژوهش‌ها و پژوهش‌هایی با موضوعات نزدیک به آنها [۳۹-۳۴] معمولاً بر مدل‌سازی و ماندگی دینامیکی از طریق تغییرات زاویه‌ی حمله با مقیاس زمانی بزرگ و دامنه‌ی بزرگ تمرکز کرده‌اند که در مکانیک پرواز وسایل پرنده‌ی مانورپذیر کاربرد دارد. از سوی دیگر، کار حاضر بر نوسانات پیچشی کم‌دامنه در فرکانس‌های نسبتاً بالاتر با هدف دستیابی به دیدگاهی به منع رفتار غیرخطی برای مدل‌سازی پایداری آیرولاستیک تمرکز دارد.

نتیجه‌گیری

نتایج شبیه‌سازی‌های غیرخطی ایرفویلی با جریان آرام طبیعی ناپایا ارایه شد. گستره‌ی پارامترهای شبیه‌سازی‌های ناپایا بر اساس محاسبات XFOIL و داده‌های تجربی موجود بود. شبیه‌سازی‌های اولیه برای ایرفویل ثابت اجرا شد تا اطمینان حاصل شود که مشخصه‌های آیرودینامیکی مطلوب با شبیه‌سازی عددی گرفته می‌شود. شبیه‌سازی‌های ناپایا پاسخی غیرخطی برای ضرایب نیروهای آیرودینامیکی نشان دادند، در حالی که توسعه‌ی لایه‌ی مرزی ناپایا تغییرات زیادی در نقطه‌ی گذرش روی سطح مکش ایرفویل نشان داد. تغییرات زمانی گذرش را می‌توان با استفاده از مفهوم ساده‌ی تأخیر فاز به منحنی گذرش استاتیک ارتباط داد که به معنی آن است که تکامل لایه‌ی مرزی در زمان می‌تواند شبه‌پایا فرض شود.

بر اساس این مفهوم تأخیر فاز، یک مدل مهندسی توسعه داده شد تا رفتار غیرخطی مشاهده‌شده در پاسخ ناپایای ایرفویل با جریان آرام طبیعی را توضیح دهد. مدل تطابق خوبی با داده‌های تجربی برای چند فرکانس کاهش‌یافته‌ی مختلف دارد و نشان می‌دهد که برای نوسانات پیچشی کم‌دامنه منبع اصلی رفتار غیرخطی در ضرایب آیرودینامیکی ناپایا از جمله‌ی شبه‌پایا نشأت می‌گیرد که می‌تواند از مشخصه‌های ایرفویل استاتیک ارزیابی شود. به‌علاوه، قدرت جمله‌ی شبه‌پایا با تغییرات فرکانس کاهش‌یافته ثابت می‌ماند. اما جمله‌ی هارمونیک که اثرات ناپایا را مدل می‌کند با افزایش فرکانس کاهش‌یافته قدرتش افزایش می‌یابد و در نتیجه بزرگی نسبی رفتار غیرخطی با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد. چون رفتار غیرخطی به مشخصه‌های استاتیک ایرفویل مرتبط شده است، مدل را می‌توان به سادگی در مورد سایر ایرفویل‌ها تطبیق داد.

فهرست علائم

C_d	ضریب پسا $= 2D / (\rho U_\infty^2 A)$
C_l	ضریب برآ $= 2L / (\rho U_\infty^2 A)$
C_m	ضریب گشتاور حول محور پیچشی $= 2M / (\rho U_\infty^2 A c)$
C_p	ضریب فشار $= 2(p - p_\infty) / (\rho U_\infty^2)$
c	طول وتر
k	فرکانس کاهش‌یافته‌ی نوسان پیچشی
Re_c	عدد رینولدز بر اساس وتر $= U_\infty c / \nu$

T_{osc}	دوره‌ی تناوب بی‌بعد نوسان پیچشی
t_0	زمان آغاز نوسان پیچشی
U_∞	سرعت نرمال‌شده‌ی جریان آزاد
u^*	$= \sqrt{\tau_w / \rho}$ سرعت اصطکاکی
v	لزجت سینماتیکی بی‌بعد
x_{tr}	موقعیت نرمال‌شده‌ی گذرش روی سطح مکش ایرفویل
(x_0, y_0)	مختصات محور پیچشی
α	زاویه‌ی حمله (درجه)
α_0	زاویه‌ی حمله‌ی میانی (درجه)
$\Delta\alpha$	دامنه‌ی نوسان پیچشی (درجه)
ε	نرخ اضمحلال ایزوتروپیک موضعی
η	$= (v^3 / \varepsilon)^{1/4}$ مقیاس طولی کولموگروف
θ	اثرات دینامیکی تأخیر/تعجیل فاز جرم افزوده
μ	لزجت دینامیکی (بی‌بعد)
ρ	چگالی نرمال‌شده‌ی سیال
τ_w	تنش برشی دیواره
φ_{lag}	تأخیر فاز شبه‌پایا
ω	فرکانس زاویه‌ای نوسان پیچشی

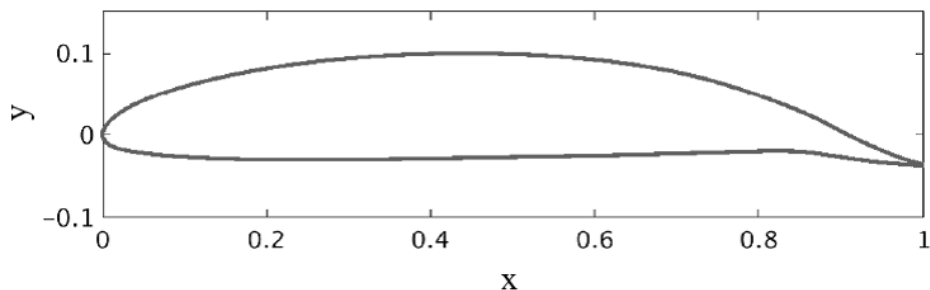
واژه نامه

Pitching oscillation	نوسان پیچشی
Unsteady laminar airfoil	ایرفویل آرام ناپایا
Phase lag	تأخیر فاز
Quasi-steady term	جمله‌ی شبه پایا
Least-squares fit	برازش کمترین مربعات
hysteresis	هیستریزیس

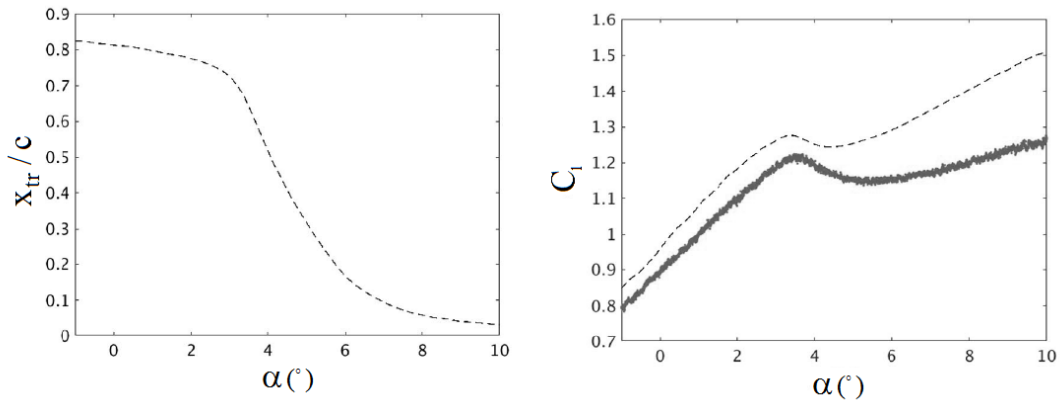
مراجع

- [1] J. G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge Univ. Press, New York, (2000).
- [2] H. Glauert, "The Force and Moment on an Oscillating Aerofoil," *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete*: Aachen, Springer-Verlag, Berlin, 1930, pp. 88–95 (1930).
- [3] T. Theodorsen, "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter," *NACA, Langley Aeronautical Lab. TR 496*, (1935).
- [4] T. von Karman, and W. R. Sears, "Airfoil Theory for Non-Uniform Motion," *Journal of Aeronautical Sciences*, vol. 5, no. 10, pp. 379–390, (1938).
- [5] R. L. Halfman, "Experimental Aerodynamic Derivatives of a Sinusoidally Oscillating Airfoil in Two-Dimensional Flow," *NACA TR 1108*, (1952).
- [6] L. R. Bisplinghoff, H. Ashley, and R. L. Halfman, *Aeroelasticity*, Dover Publications Inc., New York, (1983).
- [7] J. E. Green, "Laminar Flow Control-Back to the Future," *38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Fluid Dynamics and Co-Located Conferences*, Seattle, AIAA Paper 2008-3738, (2008).
- [8] H. Mai, and A. Hebler, "Aeroelasticity of a Laminar Wing," *Proceedings of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, Paper IFASD-2011-128, (2011).
- [9] A. Hebler, L. Schojda, and H. Mai, "Experimental Investigation of the Aeroelastic Behavior of a Laminar Airfoil in Transonic Flow," *Proceedings of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, Paper 91023_90, (2013).

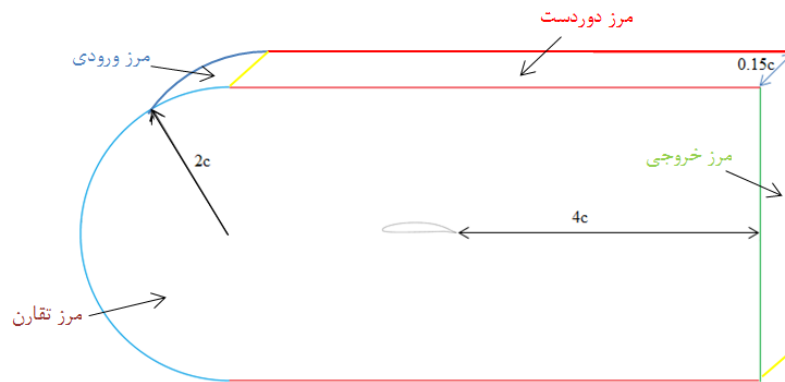
- [10] M. Lokatt, "On Aerodynamic and Aeroelastic Modeling for Aircraft Design," Doctoral Thesis, KTH Royal Inst. of Technology, Stockholm, (2017).
- [11] M. Lokatt and D. Eller, "Robust Viscous-Inviscid Interaction Scheme for Application on Unstructured Meshes," *Computers and Fluids*, vol. 145, pp. 37–51, (2017).
- [12] P. Negi, A. Hanifi, and D. Henningson, "LES of the Unsteady Response of a Natural Laminar Flow Airfoil," *2018 Applied Aerodynamics Conference*, Atlanta, AIAA Paper 2018-3824, (2018).
- [13] G. Studer, D. Arnal, R. Houdeville, and A. Seraudie, "Laminar–Turbulent Transition in Oscillating Boundary Layer: Experimental and Numerical Analysis Using Continuous Wavelet Transform," *Experiments in Fluids*, vol. 41, no. 5, pp. 685–698, (2006).
- [14] T. Lee and P. Gerontakos, "Investigation of Flow over an Oscillating Airfoil," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 512, pp. 313–341, (2004).
- [15] M. Drela, "XFoil: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils," *Low Reynolds Number Aerodynamics: Proceedings of the Conference Notre Dame*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 1–12, (1989).
- [16] P. F. Fischer, J. W. Lottes, and S. G. Kerkemeier, "Nek5000 Web Page," (2008). [Online]. Available: <http://nek5000.mcs.anl.gov>.
- [17] P. Negi, R. Vinuesa, A. Hanifi, P. Schlatter, and D. Henningson, "Unsteady Aerodynamic Effects in Small-Amplitude Pitch Oscillations of an Airfoil," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 71, pp. 378–391, (2018).
- [18] Y. Maday and A. T. Patera, "Spectral Element Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations," *State-of-the-Art Surveys on Computational Mechanics (A90-47176 21-64)*, American Soc. of Mechanical Engineers, New York, pp. 71–143, (1989).
- [19] H. O. Lee-Wing and F. R. T. Patera, "Variational Formulation of Three- Dimensional Viscous Free-Surface Flows: Natural Imposition of Surface Tension Boundary Conditions," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 13, no. 6, pp. 691–698, (1991).
- [20] S. Dong, G. E. Karniadakis, and C. Chrysosostomidis, "A Robust and Accurate Outflow Boundary Condition for Incompressible Flow Simulations on Severely-Truncated Unbounded Domains," *Journal of Computational Physics*, vol. 261, pp. 83–105, (2014).
- [21] R. B. Langtry and F. R. Menter, "Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes," *AIAA Journal*, vol. 47, no. 12, pp. 2894–2906, (2009).
- [22] P. Schlatter, L. Brandt, H. C. de Lange, and D. S. Henningson, "On Streak Breakdown in Bypass Transition," *Physics of Fluids*, vol. 20, no. 10, (2008).
- [23] E. Kleusberg, "Wind Turbine Simulations Using Spectral Elements," Licentiate Thesis, KTH Royal Inst. of Technology, Stockholm, 2017.
- [24] J. Jeong and F. Hussain, "On the Identification of a Vortex," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 285, pp. 69–94, (1995).
- [25] W. J. McCroskey, "Unsteady Airfoils," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 14, no. 1, pp. 285–311, (1982).
- [26] L. Ericsson and J. Reding, "Fluid Mechanics of Dynamic Stall Part I. Unsteady Flow Concepts," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 2, no. 1, pp. 1–33, (1988).
- [27] S. L. Brunton and C. W. Rowley, "Empirical State-Space Representations for Theodorsen's Lift Model," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 38, pp. 174–186, (2013).
- [28] J. Leishman, "State-Space Model for Unsteady Airfoil Behavior and Dynamic Stall," *30th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, AIAA Paper 1989-1319, pp. 1372–1383, (1989).
- [29] M. Goman and A. Khrabrov, "State-Space Representation of Aerodynamic Characteristics of an Aircraft at High Angles of Attack," *Journal of Aircraft*, vol. 31, no. 5, pp. 1109–1115, (1994).
- [30] W. Sheng, R. Galbraith, and F. Coton, "A Modified Dynamic Stall Model for Low Mach Numbers," *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2007-0626, (2007).
- [31] S. Narsipur, A. Gopalathnam, and J. R. Edwards, "Low-Order Model for Prediction of Trailing-Edge Separation in Unsteady Flow," *AIAA Journal*, vol. 57, no. 1, pp. 191–207, (2019).
- [32] D. Greenwell, "A Review of Unsteady Aerodynamic Modelling for Flight Dynamics of Manoeuvrable Aircraft," *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2004-5276, (2004).
- [33] D. R. Williams, F. Rebiner, D. Greenblatt, H. Müller-Vahl, and C. Strangfeld, "Modeling Lift Hysteresis on Pitching Airfoils with a Modified Goman–Khrabrov Model," *AIAA Journal*, vol. 55, no. 2, pp. 403–409, (2017).
- [34] M. R. Mohaghegh and M. Malek Jafarian, "Periodic Unsteady Transonic Compressible Flow Simulation using Fourier-Based Algorithm," *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 25, no. 2, pp. 47-64, (2014). (In Persian)
- [35] A. Samiee, M. H. Djavarehshkian, and M. Honarmand, "Improvement of Aerodynamic Performance of Oscillating Airfoils with Plunging Motion at Low Reynolds Numbers Using Heat Transfer," *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 30, no. 1, pp. 79-96, (2019). (In Persian)
- [36] S. Kasmaiee, M. Tadjfar, and S. Kasmaiee, "Investigation of the impact of blowing jet on the dynamic stall of NACA0012", *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 34, no. 1, pp. 1-20, (2022). (In Persian)
- [37] S. Ghasemi and M. Malek Jafarian, "Application of Adaptive Time Spectral Method to Analyze Inviscid Compressible Flow Around a Pitching Airfoil," *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 35, no. 1, pp. 1-18, (2023). (In Persian)
- [38] E. Roohi, H. Abolghasemi, and M. J. Amiri, "Investigating the Effect of Moving Surface on NACA 0012 Airfoil in High Speed Ratio", *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 35, no. 3, pp. 75-84, (2023). (In Persian)
- [39] H. Adavi, H. Isvand, and A. Shams Taleghani, "Experimental study of measurement of free oscillations of a cylinder with fin in wind tunnel under different Reynolds", *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 35, no. 4, pp. 47-62, (2023). (In Persian)



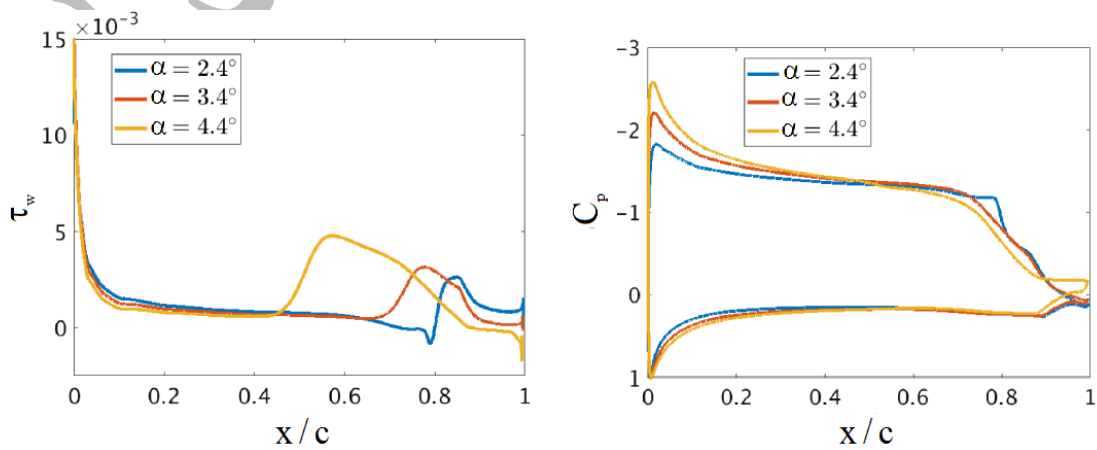
شکل ۱: ایرفویل آرام ED36F128 با زاویه‌ی فلپ ۱۳/۸ درجه.



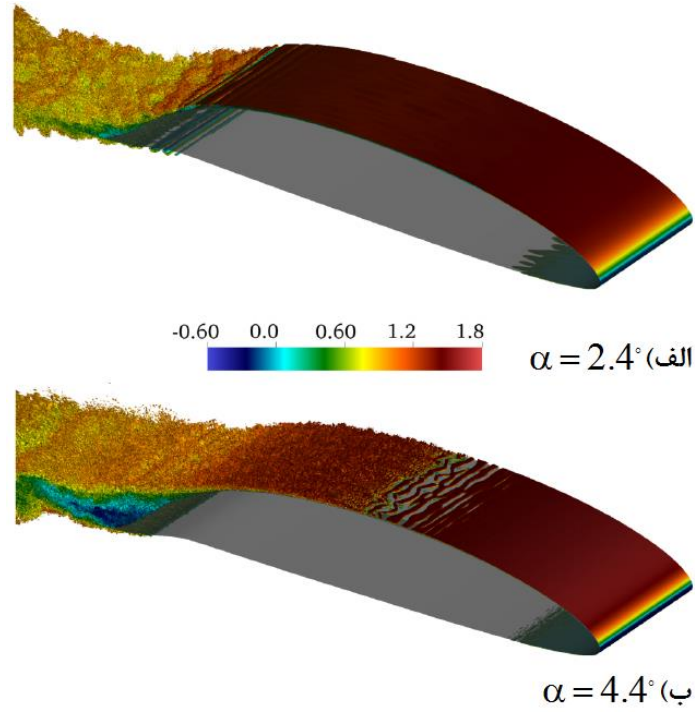
شکل ۲: مشخصه‌های آیرودینامیکی استاتیک ایرفویل با جریان آرام طبیعی محاسبه‌شده با XFOIL (خط چین) و داده‌های تجربی (نقاط): تغییرات ضریب نیروی عمودی (راست) و نقطه‌ی گذرش (چپ) با زاویه‌ی حمله.



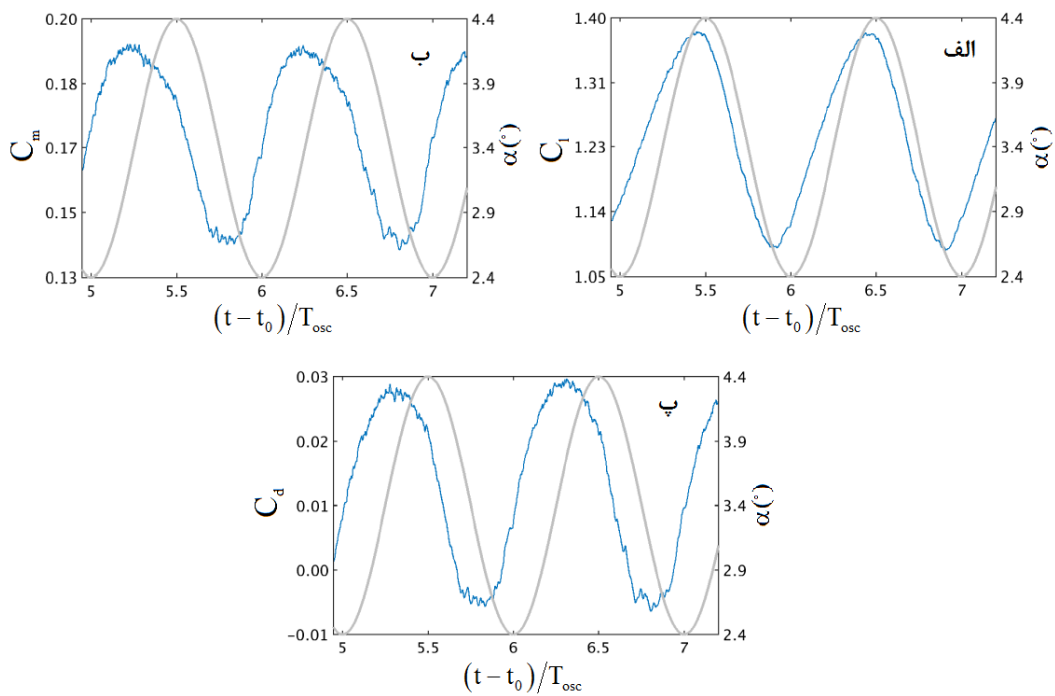
شکل ۳: شکل و ابعاد دامنه‌ی محاسباتی.



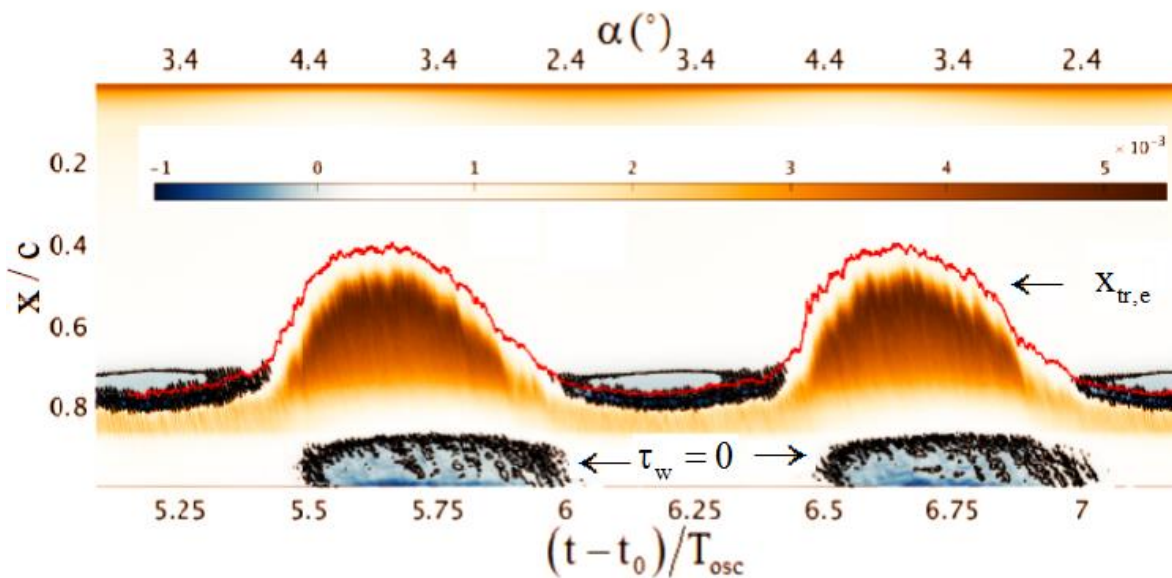
شکل ۴: ضریب فشار (راست) و تنش برشی مماسی روی دیواره (چپ) برای شبیه‌سازی ایرفویل ثابت در سه زاویه‌ی حمله.



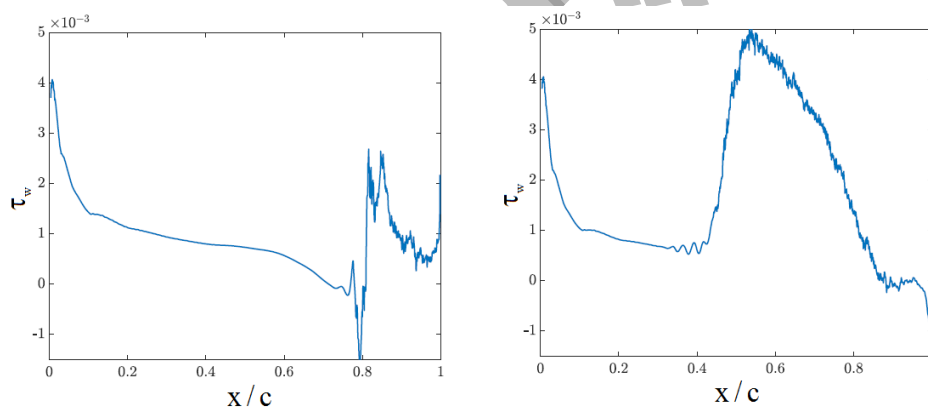
شکل ۵: ساختارهای گردابه‌ای لحظه‌ای بر اساس معیار λ_2 (رنگ بر اساس سرعت جریان) برای دو زاویه‌ی حمله‌ی ثابت.



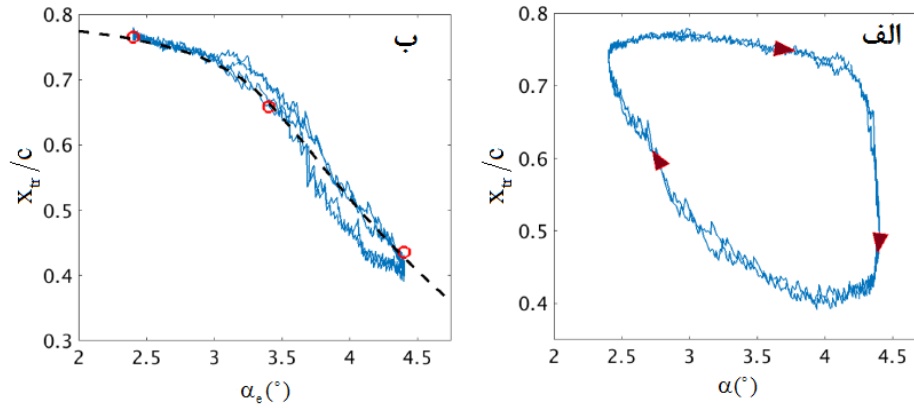
شکل ۶: تغییرات ضرایب آیرودینامیکی ناپایا با زمان: الف) تغییرات ضریب نیروی عمودی ناپایا، ب) ضریب گشتاور ناپایا، پ) ضریب پسای ناپایا. خطوط خاکستری تغییرات زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای را نشان می‌دهد.



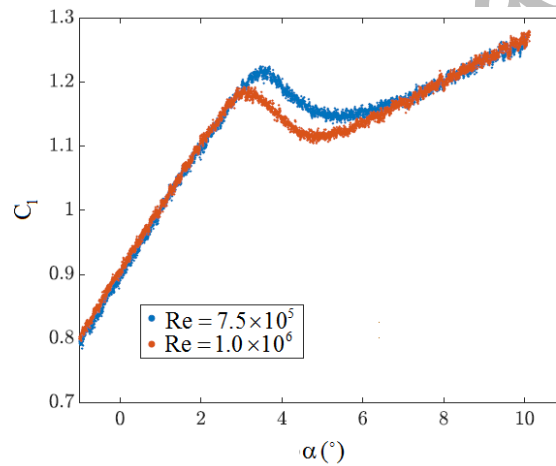
شکل ۷: تغییرات فضایی-زمانی تنش برشی مماسی موضعی. محور عمودی معرف موقعیت در راستای وتر و محور افقی معرف زمان نرمال شده است. رنگ‌ها معرف مقادیر لحظه‌ای تنش برشی روی دیواره، متوسط‌گیری شده در راستای دهانه $\tau_w(x, t)$ هستند. کانتورهای مشکی معرف نقاط با تنش برشی مماسی صفر هستند. موقعیت گذرش تعیین شده با مدل مهندسی (منحنی قرمز) روی نمودار مکان-زمان انداخته شده است.



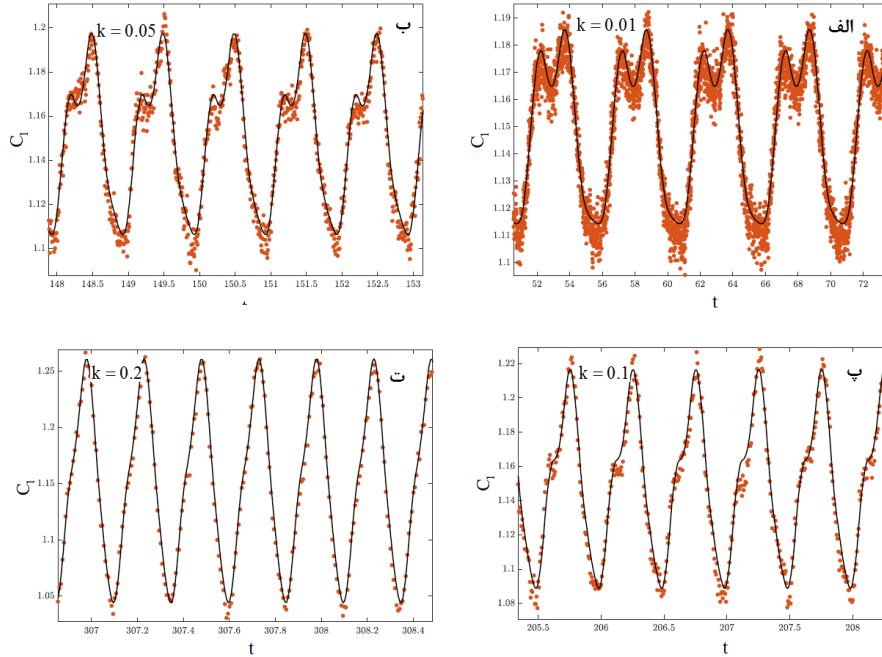
شکل ۸: تغییرات $\tau_w(x, t)$ لحظه‌ای در راستای وتر. شکل‌ها نمایانگر لحظاتی از زمان هستند که گذرش در بالادست‌ترین موقعیت خود در زمان $(t-t_0)/T_{osc} = 5.7$ (راست) و پایین‌دست‌ترین موقعیت خود در زمان $(t-t_0)/T_{osc} = 6.21$ است (چپ).



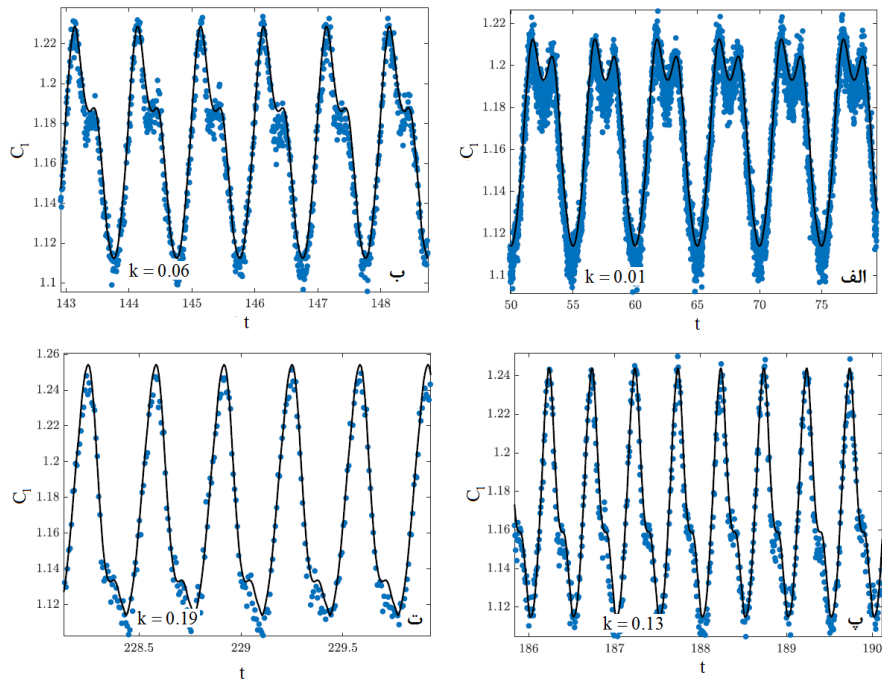
شکل ۹: تغییرات مکانی-زمانی موقعیت گذرش تعیین شده با مدل مهندسی: الف) تغییرات نقطه‌ی گذرش با زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای (پیکان‌ها جهت مثبت زمان را نشان می‌دهند)، ب) تغییرات نقطه‌ی گذرش با زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر (معادله‌ی ۳). خطوط آبی نمایانگر موقعیت گذرش محاسبه شده و خط چین‌های مشکی معرف مقادیر استاتیکی موقعیت گذرش محاسبه شده با XFOIL هستند. دوایر قرمز معرف نقطه‌ی گذرش به دست آمده از شبیه‌سازی بال ثابت در سه زاویه‌ی حمله است.



شکل ۱۰: منحنی ضریب برآی استاتیک تجربی $C_l^{emp}(\alpha)$ [۱۰].



شکل ۱۱: برازش کمترین مربعات مدل مهندسی روی داده‌های تجربی در $Re = 1.0 \times 10^6$ برای زاویه‌ی حمله‌ی میانی $\alpha_0 = 3.8^\circ$ ، $\Delta\alpha = 1^\circ$ و فرکانس‌های کاهش‌یافته‌ی مختلف. نقطه‌ها معرف داده‌های تجربی و خطوط مشکی معرف برازش کمترین مربعات هستند.



شکل ۱۲: برازش کمترین مربعات مدل مهندسی روی داده‌های تجربی در $Re = 0.75 \times 10^6$ برای زاویه‌ی حمله‌ی میانی $\alpha_0 = 3.1^\circ$ و $\Delta\alpha = 1^\circ$ و فرکانس‌های کاهش‌یافته‌ی مختلف. نقطه‌ها معرف داده‌های تجربی و خطوط مشکی معرف برازش کمترین مربعات هستند.